

УДК 531.4

DOI: 10.15276/pidtt.2.61.2019.06

Чаюн І. М., Вовк П. Е.

Одеський національний політехнічний університет

ТРЕНИЕ НИТИ РАСПОЛОЖИВШЕЙСЯ ПО ВИНТОВОЙ ЛИНИИ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ НА ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Анотація. На основі розрахункової схеми задачі Ейлера про тертя нитки при розтяганні на круглому циліндрі при її концентричному розташуванні запропоновано вирішення двох нових аналогічних задач. Перша - це тертя нитки при розтяганні з розташуванням по гвинтовій лінії на поверхні кругового циліндра з прямою утворюючою. Друга - це тертя нитки при розтяганні з розташуванням по гвинтовій лінії на поверхні кругового циліндра з гвинтовою утворюючою. Прикладні значення запропонованих задач, в першу чергу, полягає в дослідженні деформовано-напруженого стану елементів каната (дротів і пасм) з урахуванням міжелементного тертя при різних схемах навантаження. При цьому, для канатів одинарного звивання, а також для каротажних кабелів і проводів ЛЕП підходить тертя нитки в гвинтовій формі при розтягуванні на поверхні кругового циліндра з прямою утворюючою, а для канатів подвійного звивання - на поверхні кругового циліндра з гвинтовою утворюючою. У розрахунковій схемі другої задачі в якості базового циліндра з гвинтовою утворюючою розглядається центральна проволочка пасма, навколо якої повиті шари дротів даного пасма. В обох задачах отримані формули визначають сили тертя в залежності від трьох аргументів: коефіцієнта тертя, кута нахилу гвинтової лінії нитки (проволоки) до осі базисного циліндра і протяжності контакту нитки з поверхнею циліндра, представлені кількістю кроків гвинтової лінії. У другій задачі аргументом є також кут нахилу β гвинтової утворюючої циліндра до його осі. Представлені графіки залежності сили тертя від зазначених аргументів. При кутах $\alpha = 90^\circ$, $\beta = 0$ і протяжності контакту нитки з поверхнею циліндра, що дорівнює одному кроку гвинтової лінії, результати вирішення обох задач збігаються з рішенням Ейлера при куті обхвату у 2π .

Ключові слова: сила тертя, нитка, гвинтова лінія, циліндрична поверхня, проволочка, пасмо, канат.

Постановка проблеми. Данное исследование аналогично задаче Эйлера о трении нити на круговом цилиндре при ее

концентрическом растяжении. Отличие предлагаемой задачи состоит в том, что нить располагается на цилиндрической поверхности не концентрически, а по винтовой линии. Прикладное значение данной задачи, в первую очередь, в исследовании деформировано-напряженного состояния элементов каната (проволок и прядей) при различных схемах нагружения. При этом, применительно к канатам одинарной свивки подходит трение нити в винтовой форме на поверхности кругового цилиндра с прямой образующей, а для канатов двойной свивки – на поверхности кругового цилиндра с винтовой образующей. Предлагается рассмотрение этих двух близких по своей сути задач с указанной прикладной направленностью.

Цель статьи. Исследование силы терния между поверхностью цилиндра и гибкой нитью расположившейся по винтовой линии при ее растяжении. Расчетная схема этой задачи базируется на известном решении Эйлера, которое относится только к концентрическому расположению нити.

Изложение основного материала задачи о трении нити в винтовой форме при растяжении на поверхности цилиндра с прямой образующей. Главным параметром винтовой линии является радиус кривизны (рис. 1)

$$\rho = \frac{r}{\sin^2 \alpha}, \quad (1)$$

где r – радиус базового цилиндра;

α – угол наклона винтовой линии к оси цилиндра.

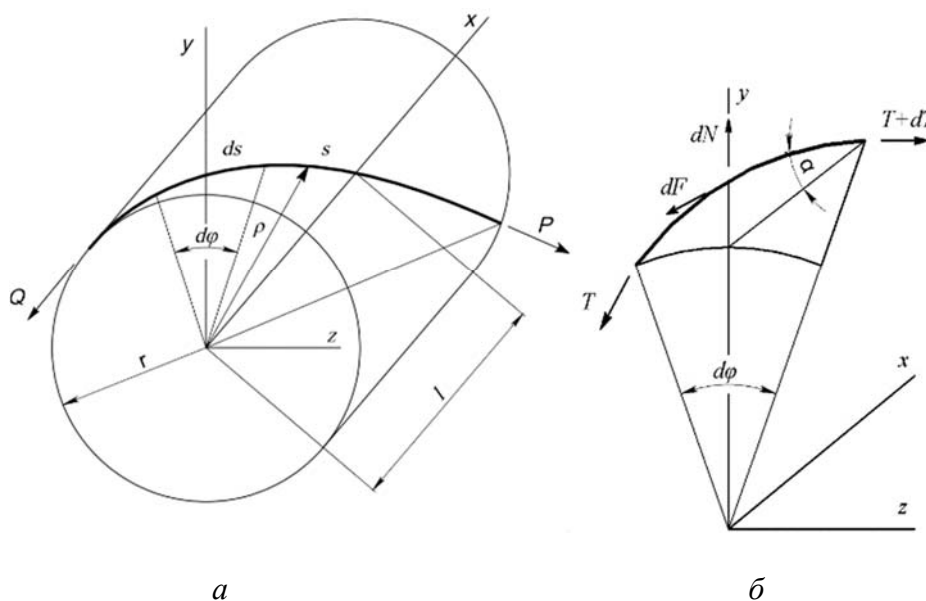


Рисунок 1 – Расчетная схема трения нити

Рассмотрим в системе координат x, y, z (рис.1) равновесие винтового элемента ds :

$$\sum z = (T + dT) \cos \frac{d\varphi}{2} - T \cos \frac{d\varphi}{2} - dF = 0; \quad (2)$$

$$\sum y = dN - T \sin \frac{d\varphi}{2} - (T + dT) \frac{\sin d\varphi}{2} = 0, \quad (3)$$

где dF – сила трения в пределах элемента ds ;

dN – реакция на действие прижимающей силы.

С учетом малости углов $d\varphi/2$ и величин второго порядка малости, которыми пренебрегаем, получаем:

$$dT = dF; \quad dN = Td\varphi. \quad (4)$$

Сила трения в пределах ds

$$dF = dNf, \quad (5)$$

где f – коэффициент трения.

Таким образом

$$dT = Tfd\varphi. \quad (6)$$

Выразим $d\varphi$ через дугу ds и параметры винтовой линии (радиус кривизны ρ и угол α) (рис. 1,б)

$$d\varphi = \frac{ds}{\rho} = \frac{ds \sin^2 \alpha}{r} = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} dx.$$

Учитывая зависимость

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2\pi r}{h}; \quad r = \frac{h \operatorname{tg} \alpha}{2\pi}$$

получаем

$$d\varphi = \frac{2\pi \sin \alpha}{h} dx, \quad (7)$$

где h – шаг винтовой линии.

Тогда выражение (6) с учетом (7)

$$dT = T f d\varphi = T f \frac{2\pi \sin \alpha}{h} dx. \quad (8)$$

После разделения переменных получается (рис 1. а)

$$\int_Q^P \frac{dT}{T} = f \frac{2\pi \sin \alpha}{h} \int_0^l dx. \quad (9)$$

Проинтегрировав имеем

$$\ln \frac{P}{Q} = f \frac{2\pi \sin \alpha}{h} l, \quad (10)$$

где l – длина участка винтовой линии, который в контакте с базовым цилиндром.

В выражении (10) введем параметры в относительном виде:

$$\bar{Q} = \frac{Q}{P}; \quad \bar{l} = \frac{l}{h}. \quad (11)$$

С учетом (11) на основе (10)

$$\frac{Q}{P} = \bar{Q} = e^{f\gamma}, \quad (12)$$

где

$$\gamma = 2\pi\bar{l} \sin \alpha. \quad (13)$$

В полученной формуле (12) параметр γ эквивалентен углу обхвата нитью цилиндрической поверхности согласно формуле Эйлера [1]. В частном случае при угле обхвата $\alpha = 90^\circ$ и параметре $\bar{l} = 1$ формула (12) совпадает с формулой Эйлера при угле обхвата цилиндра равном 2π .

На основе (10) сила трения нити, навитой на цилиндрическую поверхность с определенным шагом h , зависит от количества витков навивки \bar{l} и определяется любым из двух выражений:

$$F = Q(e^{f\gamma} - 1) \quad \text{или} \quad F = P(1 - e^{-f\gamma}). \quad (14)$$

На рис. 2 представлены графики зависимости силы трения F нити в форме винтовой линии при растяжении на цилиндрической поверхности кругового цилиндра с прямой образующей. Аргументами зависимости являются угол наклона α в градусах винтовой линии к оси цилиндра, количество витков от $\bar{l} = 5$ до 0,1 контакта с поверхностью цилиндра и коэффициент трения f .

Изложение основного материала задачи о трении нити в винтовой форме при растяжении на поверхности цилиндра с винтовой образующей. Эту задачу представляем, используя терминологию применительно к трению проволок в канате двойной свивки, состоящем из прядей, в которых проволоки повиты под углом α к оси пряди, а пряди повиты под углом β к оси каната.

Для центральной проволоки пряди угол её свивки по отношению к оси пряди $\alpha=0$, а по отношению к оси каната равен β . Отсюда центральная проволока пряди является базовым цилиндром с винтовой образующей при угле β по отношению к его оси. На поверхности такого цилиндра по винтовой линии под углом α располагаются проволоки прядей, которые испытывают растяжение. Таким образом получается расчетная схема исследования трения нити (проволоки) уложенной по винтовой линии, при растяжении на поверхности цилиндра с винтовой образующей. При этом дифференциал длины центральной проволоки пряди (винтовой образующей базового цилиндра)

$$d\bar{s} = \frac{dx}{\cos \beta},$$

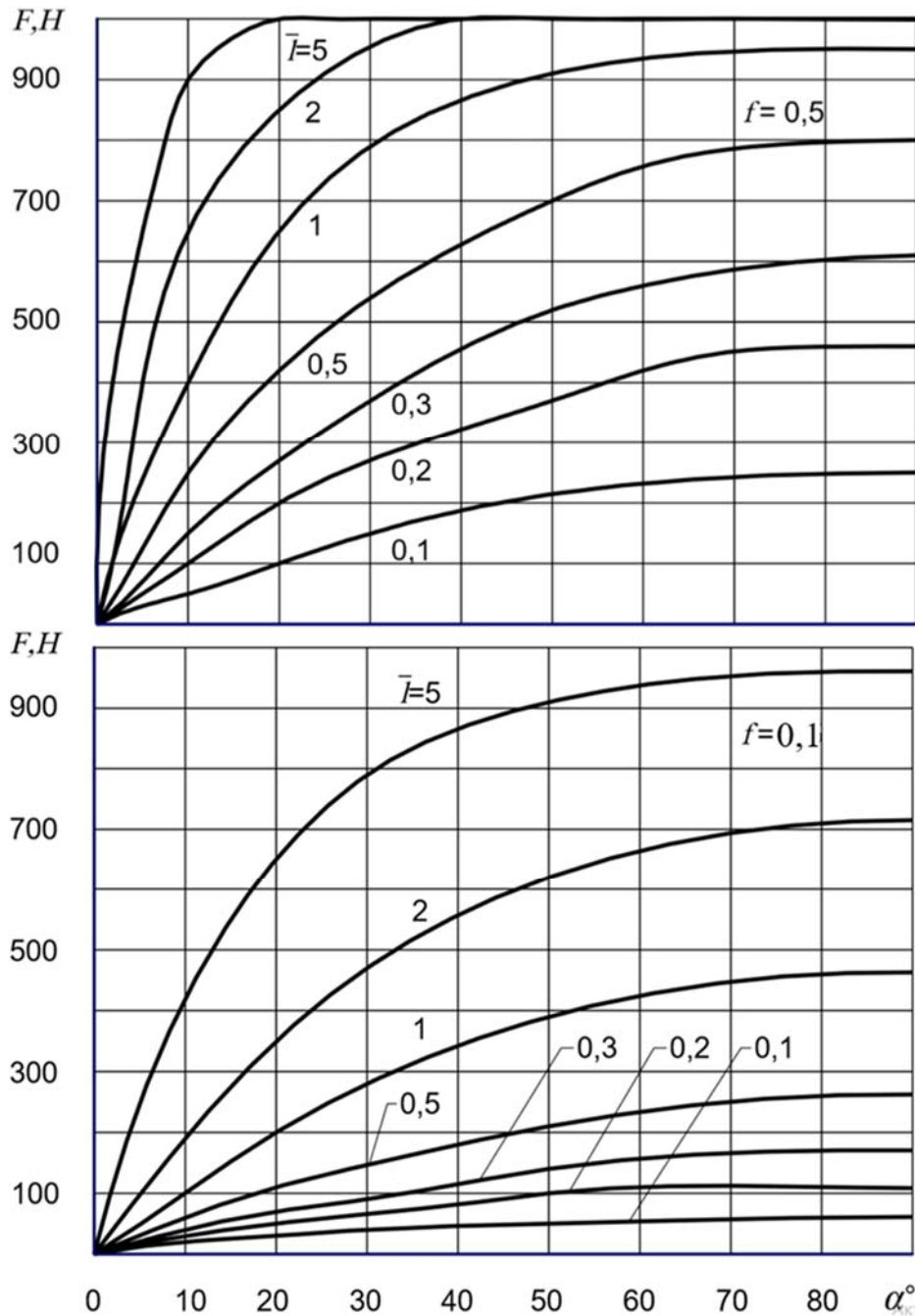


Рисунок 2 – Сила трения нити уложенной по винтовой линии на цилиндрической поверхности при коэффициентах трения $f = 0,5$ и $0,1$

где dx – дифференциал длины базисного цилиндра с винтовой образующей;

β – угол наклона винтовой образующей базового цилиндра к его оси.

Проволоки в слоях пряди повиты вокруг центральной проволоки под углом α . При этом их дифференциал длины (дифференциал нити)

$$ds = \frac{d\bar{s}}{\cos \beta} = \frac{dx}{\cos \beta \cos \alpha}.$$

Угол, соответствующий дуге ds

$$d\varphi = \frac{dx}{\rho \cos \beta \cos \alpha},$$

где ρ – радиус кривизны проволоки в пряди (нити на базовом цилиндре с винтовой образующей)

$$\rho = \frac{r}{\sin^2 \alpha}.$$

С учетом радиуса ρ и зависимости угла α от других параметров,

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2\pi r}{h},$$

получаем

$$d\varphi = \frac{2\pi \sin \alpha}{h \cos \beta} dx,$$

где h – шаг свивки слоя проволок в пряди (шаг винтовой линии нити).

Равновесие винтового элемента ds в системе координат x_n, y_n, z_n сечения пряди описывается уравнениями аналогичными (2) и (3):

$$\sum z_n = (T + dT) \cos \frac{d\varphi}{2} - T \cos \frac{d\varphi}{2} - dF = 0;$$

$$\sum y_n = dN - T \sin \frac{d\varphi}{2} - (T + dT) \frac{\sin d\varphi}{2} = 0.$$

Аналогично задаче 1 производятся все последующие действия вплоть до конечных выражений (14). В задаче 2 сила трения нити (проволоки), которая в спиральной форме растягивается на поверхности кругового цилиндра не с прямой, а с винтовой образующей определяется выражениями:

$$F = Q(e^{fb} - 1) \text{ или } F = P(1 - e^{-fb}) \quad (15)$$

где $b = \frac{2\pi \bar{l} \sin \alpha}{\cos \beta}$.

Выводы. При тех же исходных предпосылках, которые используются в задаче Эйлера, о трении нити, располагающейся концентрически на поверхности кругового цилиндра, решено две новые задачи о трении нити уложенной по спирали на цилиндрической поверхности. Первая – это трение нити расположившейся по винтовой линии на поверхности кругового цилиндра с прямой образующей.

Вторая задача – это трение нити расположившейся по винтовой линии на поверхности кругового цилиндра с винтовой образующей.

В полученных формулах для усилия трения в обеих задачах используется два параметра винтовой линии нити: шаг h и угол α наклона винтовой линии к оси базисного цилиндра. Во второй задаче в формуле усилия трения используется третий параметр – это угол β наклона винтовой образующей цилиндра к его оси. При $\alpha = 90^\circ$ и $\beta = 0$ и протяженности контакта нити с поверхностью цилиндра, равной одному шагу винтовой линии, результаты решения обеих задач совпадают с решением Эйлера при угле обхвата в 2π .

Предлагаемое решение имеет практическое значение, например, при исследовании напряженно-деформированного состояния стальных канатов, каротажных кабелей, проводов ЛЭП с учетом межэлементного трения [2].

Список использованных источников

1. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики/ С.М. Тарг – М.: Высшая школа, 1986, -415 с.
2. Чаюн И.М. Деформированное состояние подъемного каната с учетом межэлементного трения/ И.М. Чаюн // Підійомно-транспортна-техніка. – 2017. – №3 – с.40 – 54.

THREADING OF A THREAD LOCATED ON A SCREW LINE DURING A CYLINDRICAL SURFACE

Chayun I. M., Vovk P. E.

Odessa National Polytechnic University

Annotation. *In this article was proposed a solution, for two new similar problems, based on the calculation scheme of the Euler problem of fibre friction under tension with its concentric location on a circular cylinder. The first problem is the friction of the fibre under tension, with an fibre arrangement along a screw line on the surface of a circular cylinder with a straight generatrix. The second problem is the friction of the fibre under tension with the fibre location along a helix on the surface of a circular cylinder with a screw generatrix. The applied value of the proposed tasks, first of all, in the study of the deformed-stressed state of the elements of the rope (wires and strands) taking into account the inter-element friction with different loading schemes. In this case, as applied to single-lay ropes, as well as to wireline cables and power transmission lines, the fibre friction in a helical form is suitable for stretching on the surface of a circular cylinder with a straight line, and on double-layered ropes - on a circular cylinder with screw generatrix. In the calculation scheme of the second problem, the central wire of a strand is considered as a base cylinder with a screw generatrix, around which the layers of wires of this strand are twisted. In both problems, the formulas for determining friction forces were obtained*

depending on three arguments: the coefficient of friction, the angle of inclination of the helix of the fibre (wire) to the axis of the base cylinder, and the length of contact of the fibre with the surface of the cylinder, represented by the number of helix steps. In the second problem, the argument is also the angle of inclination β of the screw generatrix of the cylinder to its axis. Graphs of friction force versus the indicated arguments are presented. At angles $\alpha = 90^\circ$, $\beta = 0$ and lengths of contact of the filament with the surface of the cylinder equal to one helix step, the results of solving both problems coincide with the Euler solution at the angle of girth of 2π .

Keywords: friction force, thread, helix, cylindrical surface, wire, strand, rope.