

УДК 62-50

С. А. Бобриков, Е. Д. Пичугин, кандидаты техн. наук
О. Б. Бабийчук, А. А. Лопатинская

ЦИФРОВОЙ РЕГУЛЯТОР В СИСТЕМЕ УПРАВЛЕНИЯ С АСТАТИЗМОМ ВТОРОГО ПОРЯДКА С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

Аннотация. Рассмотрен метод расчета цифрового регулятора для системы с астатизмом второго порядка с запаздыванием по выбранным показателям качества. Показателями качества приняты: минимум перерегулирования в переходной характеристике либо максимальное быстродействие системы. В начале расчета по выбранному критерию качества определяется непрерывная передаточная функция регулятора, затем непрерывная передаточная функция преобразуется в дискретную.

Ключевые слова: система управления, запаздывание, показатели качества, передаточные функции, преобразование передаточных функций, частота среза, запас устойчивости по фазе, квантование сигнала по времени

S. Bobrikov, PhD., E. Pichugin, PhD.,
O. Babychuk, A. Lopatinskaya

THE DIGITAL REGULATOR IN THE CONTROL SYSTEM WITH ASTATISM OF THE SECOND ORDER WITH TIME-LAG

Abstract. The method of calculation of digital regulator is considered for the system with an astatism the second order with a delay on the chosen indexes of quality. Accepted the indexes of quality: minimum over regulation is in transitional description, or maximal fast-acting of the system. At the beginning of calculation on the chosen criterion of quality the continuous transmission function of regulator is determined, after a continuous transmission function will be transformed in discrete.

Keywords: control the system, delay, indexes of quality, transmission functions, transformation of transmission functions, frequency of cut, supply of stability on a phase, quantum of signal at times

С. А. Бобриков, Е. Д. Пичугин, кандидаты техн. наук,
О. Б. Бабийчук, А. А. Лопатинская

ЦИФРОВИЙ РЕГУЛЯТОР В СИСТЕМІ УПРАВЛІННЯ З АСТАТИЗМОМ ДРУГОГО ПОРЯДКУ З ЗАПІЗНЕННЯМ

Анотація. Розглянуто метод розрахунку цифрового регулятора для системи з астатизмом другого порядку із запізненням за вибраними показниками якості. Показниками якості прийняті: мінімум перерегулювання в перехідній характеристиці або максимальна швидкодія системи. На початку розрахунку за вибраним критерієм якості визначається безперервна передаточна функція регулятора, потім безперервна передаточна функція перетворюється в дискретну.

Ключові слова: система управління, запізнення, показники якості, передаточні функції, перетворення передаточних функцій, частота зрізу, запас стійкості за фазою, квантування сигналу за часом

Введение. Электромеханические системы управления с многократным интегрированием (астатические системы высокого порядка) обладают рядом свойств, позволяющих строить на их основе высокоточные системы управления (управление движущимися объектами, управление системами дозирования и др.). Методы анализа и синтеза подобных систем рассмотрены, например, в работах [1–3; 8]. В работе [5] описан метод расчета цифрового регулятора для системы с астатизмом второго порядка, позволяющий рассчитать цифровой регулятор по заданным показателям качества.

В данной работе рассмотрен метод расчета системы с астатизмом второго порядка, в которой имеет место транспортное запаздывание. Метод основан на том, что передаточная функция разомкнутой системы, представленная как произведение передаточных функций регулятора и неизменяемой части,

имеет заданный вид с параметрами, определяемыми по принятым показателям качества. После определения параметров передаточной функции разомкнутой системы находят непрерывную передаточную функцию регулятора путем деления передаточной функции разомкнутой системы на передаточную функцию неизменяемой (заданной) части. Затем находят дискретную передаточную функцию цифрового регулятора $K(z)$ путем подстановки в непрерывную передаточную функцию $K(p)$ выражения [4, 7]:

$$p = \frac{2(z-1)}{T_0(z+1)}. \quad (1)$$

Цель работы. Целью работы является разработка метода расчета цифрового регулятора для системы с астатизмом второго порядка с запаздыванием по заданным показателям качества.

Показателями качества приняты:

- 1) минимум перерегулирования в переходной характеристике;
- 2) минимум времени регулирования.

© Бобриков С.А., Пичугин Е.Д., Бабийчук О.Б.,
Лопатинская А.А., 2015

В обоих случаях принято условие, что скорость изменения выходной величины не превысит заданного максимального значения.

Содержание работы. Принимаем следующее условие: передаточная функция разомкнутой системы, представляемой как последовательно включенные регулятор и заданная часть (рис. 1), имеет вид:

$$K_c(p) = K_p(p)K_3(p) = \frac{K(Tp+1)e^{-p\tau}}{p^2} = \frac{Y(p)}{X(p)}, \quad (2)$$

где $K_p(p)$ – передаточная функция регулятора; $K_3(p)$ – передаточная функция заданной части системы; τ – время запаздывания

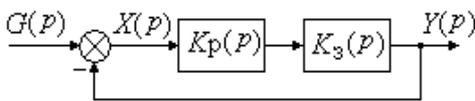


Рис. 1. Структурная схема САУ

При таком виде передаточной функции системы её качество полностью определяется параметрами K , T и величиной запаздывания τ . Рассматриваемый метод позволяет определить те значения K и T , при которых система отвечает заданным показателям качества.

Как показано в работах [5 – 6], максимальное значение скорости изменения выходной величины $\dot{y}(t)_{\max}$ (оно же и начальное, если перерегулирование не превышает 40 %) равно произведению KT : $\dot{y}(t)_{\max} = KT$.

Отметим, что для электропривода максимальная скорость изменения выходной величины в переходной характеристике $\dot{y}(t)_{\max}$ пропорциональна перегрузке по моменту на валу двигателя при разгоне λ .

При определении параметров настройки регулятора значения K и T должны быть такими, чтобы их произведение KT не превышало коэффициент максимальной допустимой перегрузки двигателя по моменту: $KT \leq \lambda$.

Путем моделирования в системе MATLAB-Simulink были определены зависимости между величиной запаздывания τ , параметрами системы K , T и следующими показателями качества по переходной характеристике: максимальное перерегулирование – σ_{\max} , максимальная скорость изменения выходной величины – $\dot{y}(t)$, время переходного процесса – t_p . Схема модели приведена на рис. 2.

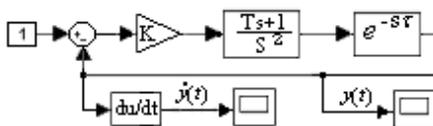


Рис. 2. Схема модели в пакете Simulink

При моделировании были получены переходные характеристики при различных значениях запаздыва-

ния τ и параметров K и T . По переходным характеристикам определялись величина максимального перерегулирования σ_{\max} и время регулирования t_p . Время определялось моментом, после которого ошибка регулирования $x(t) < 1\%$. Кроме переходной характеристики, определялись также начальное значение (оно же и максимальное) производной выходной величины – $\dot{y}(t)$.

Для выяснения связи между параметрами K, T , запаздыванием τ и показателями качества системы σ_{\max} и t_p определим связь между этими параметрами и запасом устойчивости системы по фазе [7].

Комплексная частотная передаточная функция разомкнутой системы с передаточной функцией (2)

$$K_c(j\omega) = \frac{K(Tj\omega+1)}{(j\omega)^2} e^{-j\omega\tau}. \quad (3)$$

Частоту среза ω_c найдем, приравняв единице модуль комплексной функции (3):

$$|K(j\omega_c)| = \frac{K\sqrt{T^2\omega_c^2+1}}{\omega_c^2} = 1. \quad (4)$$

Возведя (4) в квадрат и выразив ω_c^4 получим биквадратное уравнение:

$$\omega_c^4 - (KT)^2\omega_c^2 - K^2 = 0. \quad (5)$$

Решив уравнение (5), получим формулу, выражающую зависимость частоты среза от параметров K и T

$$\omega_c = \sqrt{\frac{(KT)^2}{2} + \sqrt{\frac{(KT)^4}{4} + K^2}}. \quad (6)$$

Знак (-) перед корнями не рассматриваем, так как частота не может быть отрицательной.

Формула (6) позволила определить значения частоты среза при различных сочетаниях параметров K и T . Отметим, что при выполнении условий: $K < 1, T > 1$ $\omega_c \approx KT$.

Определим запас устойчивости системы (2). Фазовая частотная характеристика для комплексной частотной передаточной функции (3) имеет вид:

$$\varphi(\omega) = \arctg T\omega - 3,14 - \omega\tau. \quad (7)$$

Подставив в (7) значение частоты среза (6) и приняв условие, что $\omega_c = KT$, получим значение фазовой характеристики на частоте среза:

$$\varphi(\omega_c) = \arctg KT^2 - 3,14 - KT\tau.$$

Запас устойчивости при этом

$$\varphi_{\text{зуст}} = 3,14 + \arctg T^2 K - 3,14 - KT\tau = \arctg T^2 K - KT\tau. \quad (8)$$

Анализируя формулу (8), можно сделать следующий вывод: влияние запаздывания на запас устойчивости зависит от произведения KT . Это влияние тем меньше, чем больше отношение T/K . Из этого следует, что с увеличением запаздывания коэффициент K нужно уменьшать, а постоянную времени T увеличивать, для того, чтобы запас устойчивости, а значит и другие

показатели качества (максимальное перерегулирование, время регулирования) не изменялись.

В результате экспериментальных исследований были найдены при заданных величинах τ те значения коэффициента K , при которых можно получить путем изменения параметра T нужный диапазон значений максимального перерегулирования – $\sigma_{\max} = (4 - 25)\%$.

График зависимости коэффициента K (в логарифмическом масштабе) от величины запаздывания τ приведен на рис. 3.

Анализ экспериментальных данных позволил найти зависимость произведения τKT от максимального перерегулирования при различных величинах запаздывания (рис. 4). При запаздывании $\tau \geq 0,2$ графики практически сливаются в один.

Для оценки быстродействия системы по переходной характеристике в результате анализа характеристик, полученных экспериментально, была найдена зависимость между временем переходного процесса и максимальным перерегулированием.

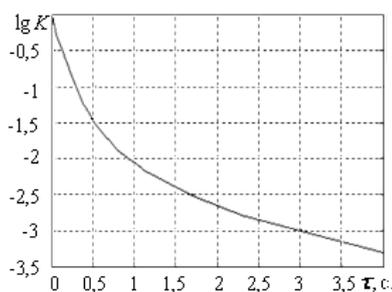


Рис. 3. Зависимость коэффициента K ($\lg K$) от величины запаздывания τ

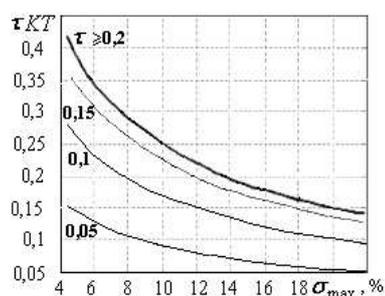


Рис. 4. Зависимость произведения τKT от максимального перерегулирования при разных значениях запаздывания

Для примера на рис.5 показано несколько характеристик, полученных при разных значениях параметров системы. На графиках видно, что минимальное время переходного процесса имеет место при условии, что $\sigma_{\max} \approx 20\%$.

Таким образом, при желании получить систему с наибольшим быстродействием, нужно её настраивать на 20 % перерегулирование.

Ниже представлено два варианта расчёта системы: на максимальное быстродействие и на минимум перерегулирования в переходной характеристике.

Расчет системы на максимальное быстродействие. При известной передаточной функции задан-

ной части системы и величине запаздывания τ находим параметры системы, при которых максимальное перерегулирование равно 20 %. Для этого находим по заданной величине запаздывания τ соответствующее значение коэффициента K (рис. 3). Далее, по графику рис. 4 для $\sigma_{\max}=20\%$ находим соответствующее значение τKT (при необходимости используем метод интерполяции). Определив τKT , находим KT , а затем – постоянную времени T .

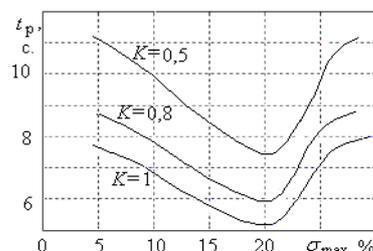


Рис. 5. Зависимость времени переходного процесса от σ_{\max} при различных значениях K

Расчет системы на минимум перерегулирования. Будем считать, что минимальная величина перерегулирования равна $\sigma_{\max} = 4 - 5\%$. Следует иметь в виду, чем меньше перерегулирование, тем больше время переходного процесса (рис. 5).

Порядок определения параметров настройки K и T такой же, как и при расчете системы на максимальное быстродействие. Отличие лишь в том, что по графику рис. 4 находим значение τKT , соответствующее принятой величине $\sigma_{\max} = 4 - 5\%$.

Пример 1. Расчет системы на максимальное быстродействие. Пусть передаточная функция заданной части системы имеет вид:

$$K_3(p) = \frac{0,5e^{-0,12p}}{(0,05p+1)(0,2p+1)}. \quad (9)$$

По рис. 3 находим для $\tau = 0,12\text{с.}$: $\lg K = -0,4$; $K = 10^{-0,4} = 0,4\text{с}^{-2}$.

По рис. 4 определяем величину τKT для $\sigma_{\max} = 20\%$, $\tau = 0,12\text{с.}$: $\tau KT = 0,12$.

$$T = \frac{0,12}{0,4 \times 0,12} = 2,5\text{с.}$$

Передаточная функция системы

$$K_c(p) = \frac{0,4(2,5p+1)e^{-0,12p}}{p^2}.$$

Передаточная функция аналогового регулятора

$$K_p(p) = \frac{K_c(p)}{K_3(p)} = \frac{0,8(2,5p+1)(0,05p+1)(0,2p+1)}{p^2}.$$

С передаточной функцией такого вида регулятор не может быть выполнен – степень числителя не может быть больше степени знаменателя.

Для реализуемости регулятора в знаменатель его передаточной функции вводим дополнительную постоянную времени, которая должна быть на порядок

меньше наименьшей постоянной времени в передаточной функции заданной части системы [4; 7]. Окончательно имеем

$$K_p(p) = \frac{0,8(2,5p+1)(0,05p+1)(0,2p+1)}{p^2(0,005p+1)}. \quad (10)$$

Подставив в (10) выражение (1), получим дискретную передаточную функцию цифрового регулятора:

$$K(z) = \frac{s_3z^3 + s_2z^2 + s_1z + s_0}{g_3z^3 + g_2z^2 + g_1z + g_0}, \quad (11)$$

где $s_3=0,1640816$; $s_2=-0,48404638$; $s_1=0,47591841$; $s_0=-0,15595359$; $g_3=0,048$; $g_2=-0,128$; $g_1=0,112$; $g_0=-0,032$.

Шаг квантования принят: $T_0=0,001$ с.

Результат моделирования системы с цифровым регулятором представлен на рис. 6, график 1. Максимальное перерегулирование равно $\sigma_{\max}=20\%$, что соответствует заданной величине.

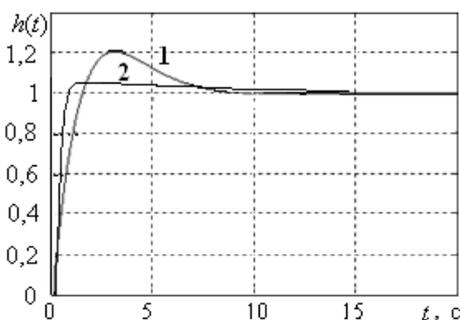


Рис. 6. Переходные характеристики:

- 1 – система с максимальным быстродействием;
- 2 – система с минимальным перерегулированием

Пример 2. Расчет системы на минимальное перерегулирование. Передаточную функцию заданной части системы принимаем такую же, как и в первом примере (9). Максимальное перерегулирование принимаем равным $\sigma_{\max} = 5\%$. Коэффициент K как и в первом примере определяем по графику рис. 3 по заданной величине запаздывания: $K=0,4$ с⁻². По графику рис. 4 находим для $\sigma_{\max} = 5\%$: $\tau KT = 0,32$.

Определяем величину постоянной времени T :

$$T = \frac{\tau KT}{\tau K} = \frac{0,32}{0,12 \times 0,4} = 6,7 \text{ с.}$$

Проверяем выполнение условия

$$KT \leq \lambda, \quad (12)$$

λ – допустимый коэффициент перегрузки по моменту для выбранного привода.

Если условие (12) не выполнено, то нужно увеличивать σ_{\max} и, соответственно, уменьшать KT . Может быть так, что при заданных величинах τ и λ получить перерегулирование меньше некоторой предельной величины невозможно. В приведенном примере $KT=0,4 \times 6,7=2,68$. Будем считать, что данная величина KT допустима для принятого привода.

Определим передаточную функцию непрерывного регулятора:

$$\begin{aligned} K_p(p) &= \frac{K_c(p)}{K_3(p)} = \\ &= \frac{0,4(6,7p+1)e^{-0,12p}(0,05p+1)(0,2p+1)}{p^2 0,5e^{-0,12p}} = \\ &= \frac{0,8(6,7p+1)(0,05p+1)(0,2p+1)}{p^2}. \end{aligned}$$

Выполняя условие реализуемости, принимаем передаточную функцию непрерывного регулятора в виде:

$$K_p(p) = \frac{0,8(6,7p+1)(0,05p+1)(0,2p+1)}{p^2(0,005p+1)}.$$

Дискретная передаточная функция регулятора имеет вид (11). Коэффициенты дискретной передаточной функции

$$\begin{aligned} s_3 &= 0,434203121; \quad s_2 = -1,291780878; \quad s_1 = 1,280996882; \\ s_0 &= -0,423419119; \quad g_3 = 0,44; \quad g_2 = -0,124; \quad g_1 = 0,116; \\ & \quad g_0 = -0,036. \end{aligned}$$

Результат моделирования приведен на рис. 6, график 2. Из графика видно, что максимальное перерегулирование не превышает 5%.

Выводы

Разработанный метод позволяет рассчитать параметры настройки цифрового регулятора в системе с астатизмом второго порядка с запаздыванием.

В качестве параметров настройки приняты: минимум перерегулирования, либо минимальное время переходного процесса.

При расчете параметров выполняется условие: перегрузка привода по моменту во время разгона не превышает допустимой величины.

Метод позволяет рассчитать цифровой регулятор для системы, заданная часть которой может иметь любой порядок.

Список использованной литературы

1. Акимов Л. В. Исследование параметрического астатизма при синтезе регуляторов сложных электро-механических систем полиномиальным методом / Л. В. Акимов, Д. Г. Литвиненко // *Электротехнические и компьютерные системы*. – К. : Техніка. – 2004. – № 4 (80). – С. 7 – 14.
2. Гуль А. И. Параметрична оптимізація багатократно інтегруючих електромеханічних систем з критерію максимальної добротності та запасу стійкості: дис. д-ра техн. наук; 05.09.03 – Національний технічний ун-т «Харківський політехнічний ін-т», Харьков : 2004.
3. Каменский В. А. Синтез ограниченного стабилизирующего управления для n-кратного интегратора / В. А. Каменский // *Автоматика и телемеханика*. – М. : – 1994. – № 6. – С. 33 – 40.
4. Фишман Л. З. Условия сохранения характера границы области устойчивости непрерывной системы при замене её дискретной / Л. З. Фишман // *Автоматика и телемеханика*. – М. : – 1991. – № 4. – С. 186 – 189.
5. Бобриков С. А. Цифровой регулятор в системе управления с астатизмом второго порядка / С. А. Боб-

риков, Е. Д. Пичугин // *Электротехнические и компьютерные системы*. – К. : Техніка. – 2013. – № 12 (88). – С. 55 – 60.

6. Бобриков С. А. Цифровая система управления непрерывным дозатором сыпучих материалов /С. А. Бобриков, Е. Д. Пичугин // *Электротехнические и компьютерные системы*. – К. : Техніка. – 2014. – № 14(90). – С. 7 – 13.

7. Бобриков С. А. Оптимальная настройка цифрового регулятора для системы управления с астатизмом второго порядка / С. А. Бобриков, Е. Д. Пичугин, О. Б. Бабийчук // *Электротехнические и компьютерные системы*. – К. : Техніка. –2015. – № 17 (93). – С. 80 – 86

8. Бесекерский В. А. Теория систем автоматического регулирования / В. А. Бесекерский, Е. П. Попов. – М. : Наука, 1972. – 719 с.

9. Carroll C., and White R., (1967), Discrete Compensation of Control Systems with Integrated Circuits, *IEEE Transactions*, No. 5.

sisema upravleniya nepreryvnyum dozatorom sypuchikh materialov [The Digital Control System of Bulk Material by Uninterrupted Dosing unit], (2014), *Elektrotekhnicheskie i Komp'yuternye Sistemy*, Kiev, Ukraine, *Tekhnika*, No. 14 (90), pp. 7 – 13 (In Russian).

7. Bobrikov S.A., Pichugin E.D., and Babijchuk O.B. Optimal'naja nastrojka cifrovogo reguljatora dlja sistemy upravlenija s astatizmom vtorogo porjadka [Optimal Digital Regulator Adjustment for the Control System with type Second Servo System], (2015), *Jelektrotekhnicheskie i Komp'juternye Sistemy*, Kiev, Ukraine, *Tekhnika*, No. 17 (93), pp. 80 – 86.

8. Besekerskii V.A., and Popov E.P. Teoriya sistem avtomaticheskogo regulirovaniya [The theory of Automated Regulation System], (1972), Moscow, Russian Federation, *Nauka*, 719 p. (In Russian).

9. Carroll C., and White R., (1967), Discrete Compensation of Control Systems with Integrated Circuits, *IEEE Transactions*, No. 5.

Получено 03.05.2015

References

1. Akimov L.V., and Litvinenko D.G. Issledovanie parametricheskogo astatizma pri sinteze reguljatorov slozhnykh elektromekhanicheskikh sistem polinomial'nym metodom [The Parametric Study in the Synthesis of Astatic Controllers of Complex Electromechanical Systems of Polynomial Method], (2004), *Elektrotekhnicheskie i Komp'yuternye Sistemy*, Kiev, Ukraine, *Tekhnika*, No. 4 (80), pp. 7 – 14.

2. Gul' A.I. Parametrichna optimizacija bagatokratno integrirujuchih elektromekhanichnih sistem z kriteriju maksimal'noj dobrotnosti ta zapasu stijkosti: dis. d-ra tehn. nauk; 05.09.03/ nacional'nij tehničnij un-t "Harkivs'kij politehničnij in-t" [Parametric Optimization of Repeatedly Integrating Electromechanical systems by the Criterion of Maximum Quality Factor and the Safety Factor: dis. d-ra tekhn. Sciences; 05.09.03 National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute"], 2004, Kharkov, Ukraine.

3. Kamenskij V.A. Sintez ogranichenogo stabilizirujushhego upravlenija dlja n-kratnogo integratora, [Synthesis of the Bounded Stabilizing Control for an n-fold Integrator], (1994), *Avtomatika i Telemekhanika*. – Moscow, Russian Federation, No. 6, pp. 33 – 40.

4. Fishman L.Z. Uslovija sohraneniya haraktera granicy oblasti ustojchivosti nepreryvnoj sistemy pri zamene ejo diskretnoj [The Conditions of Preservation of the Nature of the Boundary of the Stability Domain of a Continuous System when Replacing the Discrete], (1991), *Avtomatika i Telemekhanika*, Moscow, Russian Federation, No. 4, pp. 186 – 189.

5. Bobrikov S.A., and Pichugin E.D. Tsifrovoy reguljator v sisteme upravleniya s astatizmom vtorogo porjadka [Digital Regulator in the Control System with Type Second Servo System], (2013), *Elektrotekhnicheskie i Komp'yuternye Sistemy*. Kiev, Ukraine, *Tekhnika*, No. 12 (88), pp. 55 – 60 (In Russian).

6. Bobrikov S.A., and Pichugin E.D. Tsifrovaya



Бобриков
Сергей Александрович,
к.т.н., доц., каф. компьютерных
систем управления
Одесского нац. политехн. ун-та,
пр. Шевченко, 1, Одесса-44.
Украина, 65044.
Тел.+38 048688770.
E-mail: opu@opu.ua



Пичугин
Евгений Дмитриевич,
проф. каф. компьютерных систем
управления Одесского нац.
политехн. ун-та.
Тел.:+38 0487778045.
E-mail: bobr_eugen@mail.ru



Бабийчук
Ольга Борисовна
научный сотрудник Одесского
нац. политехн. ун-та.
E-mail: obbabijchuk@ukr.net



Лопатинская
Анастасия Александровна, сту-
дентка 3-го курса каф. компьюте-
ризованных систем управления
Одесского нац. политехн. ун-та.
E-mail: Jany13@bk.ru