УДК 621.3.013.79

Д. А. Маевский, д-р техн. наук,
А. Н. Семенюг, Г. М. Кучеренко

УСТАНОВИВШИЕСЯ РЕЖИМЫ В СВЯЗАННЫХ ДВУХПРОВОДНЫХ ЛИНИЯХ ПЕРЕДАЧИ

Аннотация. *Рассмотрены особенности передачи электрической энергии в двухпроводных линиях, которые имеют между собой магнитную, емкостную и гальваническую связь. Выведены и решены основные уравнения таких линий на основании известных значений токов и напряжений в начале линий, а также сопротивлений нагрузки. Полученные результаты могут быть использованными для расчета взаимных влияний в двухпроводных линиях.*

Ключевые слова: *линии с распределенными параметрами, двухпроводные линии связи, взаимные влияния, магнитные связи, линия передачи, электрическая энергия*

D. A. Maevsky, ScD.,
A. N. Semenyug, G. M. Kucherenko

THE STRADY-STATE MODES IN THE COUPLED TWO-WIRE TRANSMISSION LINES

Abstract. *The features of electric energy transmission in two-wire lines that have magnetic, capacity and galvanic connection are considered. Basic equations of such lines are worked out and decided based on well-known values of currents and voltages at the beginning of lines, and voltages at the beginning and resistances of loading. The achieved results can be used for double-wire lines cross-influence calculation.*

Keywords: *lines with the up-diffused parameters, two-wire lines, cross-influence, magnetic connections in the lines of electric energy*

Д. А. Маєвський, д-р техн. наук,
О. М. Семенюг, Г. М. Кучеренко

УСТАЛЕНІ РЕЖИМИ У ЗВ□ЯЗАНИХ ДВОПРОВІДНИХ ЛІНІЯХ ПЕРЕДАЧІ

Анотація. *Розглянуто особливості передачі електричної енергії в дводротових лінях, що мають між собою магнітний, ємнісний та гальванічний зв'язок. Виведені та розв'язані основні рівняння таких ліній на підставі відомих значень струмів та напруг на початку ліній, а також опорів навантаження. Отримані результати можуть бути використаними для розрахунку взаємних впливів в дводротових лініях.*

Ключові слова: *лінії з розподіленими параметрами, дводротові лінії зв'язку, взаємні впливи, магнітні зв'язки, лінія передачі, електрична енергія*

Введение

В настоящее время двух- и трехпроводные линии повсеместно используются для передачи электрической энергии на большие расстояния. Следует отметить, что сегодня это единственный доступный, надежный и дешевый способ её передачи. При расчетах проводники таких линий традиционно рассматриваются как система несвязанных между собой линий с распределенными параметрами, с независимо протекающими установившимися или переходными процессами [1]. Такой подход полностью оправдан при изучении процессов в воздушных линиях. Однако с появлением экранированных подземных кабелей связи, когда за счет наличия магнитного экрана значительно повышается напряженность магнитного поля внутри кабеля, пренебрегать явлением магнитной связи между проводниками линии уже нельзя. Кроме того, наличие протяженных и близко расположенных проводников создает между ними значительную электрическую связь за счет неизбежно возникающих межпроводных емкостей [2]. Поэтому при расчетах электрических режимов экранированных кабелей связи необходимо учитывать взаимные влияния соседних проводников друг на друга.

Наличие гальванических, магнитных и емкостных связей значительно усложняет и без того непростой математический аппарат линий с распределенными параметрами и приводит к нерешаемым аналитически дифференциальным уравнениям. Особенно это касается переходных режимов, ведь аналитическое решение волновых уравнений и для одиночной линии – это сложнейшая математическая проблема.

Поэтому разработка теоретических основ расчета установившихся синусоидальных режимов в системе связанных линий с распределенными параметрами является актуальной.

Целью настоящей работы является разработка теоретических основ расчета установившихся синусоидальных режимов для системы двух связанных линий с распределенными параметрами.

1. Основные уравнения связанных двухпроводных линий

Уравнения системы связанных линий передачи являются частным случаем общей системы уравнений для n связанных полосковых линий, полученных в [3]:

$$\begin{cases} -\dfrac{\partial}{\partial x}[u]=[R]\cdot[i]+[L]\dfrac{\partial}{\partial t}[i] \\ -\dfrac{\partial}{\partial x}[i]=[G]\cdot[u]+[C]\dfrac{\partial}{\partial t}[u] \end{cases}, \quad (1)$$

где $[i]$ и $[u]$ – матрицы-столбцы мгновенных значений токов и напряжений в произвольной точке каждой из линий, $[R]$ – квадратная матрица размером $n\times n$ удельных сопротивлений каждой из n линий

$$[R]=\begin{bmatrix} R_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & R_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & R_n \end{bmatrix},$$

$[G]$– квадратная матрица размером $n\times n$ удельных проводимостей между каждой из n линий

$$[G]=\begin{bmatrix} G_{11} & -G_{12} & \dots & -G_{1n} \\ -G_{21} & G_{22} & \dots & -G_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -G_{n1} & -G_{n2} & \dots & G_{nn} \end{bmatrix},$$

$[L]$– квадратная матрица размером $n\times n$ удельных собственных ($L_i, i=1,\dots,n$) и взаимных ($M_{i,j}, i,j=1,\dots,n$) индуктивностей

$$[L]=\begin{bmatrix} L_1 & M_{12} & \dots & M_{1n} \\ M_{21} & L_2 & \dots & M_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ M_{n1} & M_{n2} & \dots & L_n \end{bmatrix},$$

$[C]$– квадратная матрица размером $n\times n$ удельных межлинейных емкостей

$$\begin{bmatrix} C_{11} & -C_{12} & \dots & -C_{1n} \\ -C_{21} & C_{22} & \dots & -C_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -C_{n1} & -C_{n2} & \dots & C_{nn} \end{bmatrix}.$$

С учетом этого, система уравнений для мгновенных значений токов и напряжений в связанной двухпроводной линии имеет следующий вид:

$$\begin{cases} -\dfrac{\partial u_1}{\partial x}=L_1\dfrac{\partial i_1}{\partial t}+M\dfrac{\partial i_2}{\partial t}+R_1 i_1 \\ -\dfrac{\partial u_2}{\partial x}=L_2\dfrac{\partial i_2}{\partial t}+M\dfrac{\partial i_1}{\partial t}+R_2 i_2 \\ -\dfrac{\partial i_1}{\partial x}=(G_{11}+G_{12})u_1+(C_{11}+C_{12})\cdot\dfrac{\partial u_1}{\partial t}-G_{12}u_2-C_{12}\dfrac{\partial u_2}{\partial t} \\ -\dfrac{\partial i_2}{\partial x}=(G_{22}+G_{21})u_2+(C_{22}+C_{21})\cdot\dfrac{\partial u_2}{\partial t}-G_{21}u_1-C_{21}\dfrac{\partial u_1}{\partial t} \end{cases} \quad (2)$$

Систему (2) можно переписать более компактно для случая установившегося синусоидального режима. Переходя к комплексным представлениям действующих значений токов и напряжений в линиях, получим:

$$\begin{cases} -\dfrac{\partial \dot{U}_1}{\partial x} = \underline{Z}_1 \dot{I}_1 + \underline{Z}_M \dot{I}_2 \\ -\dfrac{\partial \dot{U}_2}{\partial x} = \underline{Z}_M \dot{I}_1 + \underline{Z}_2 \dot{I}_2 \\ -\dfrac{\partial \dot{I}_1}{\partial x} = \underline{Y}_{S1} \dot{U}_1 - \underline{Y}_{12} \dot{U}_2 \\ -\dfrac{\partial \dot{I}_2}{\partial x} = -\underline{Y}_{12} \dot{U}_1 - \underline{Y}_{S2} \dot{U}_2 \end{cases}. \quad (3)$$

Здесь

$$\underline{Z}_1 = R_1 + j\omega L_1;$$
$$\underline{Z}_2 = R_2 + j\omega L_2;$$
$$\underline{Z}_M = j\omega M;$$
$$\underline{Y}_{S1} = (G_{11} + G_{12}) + j\omega(C_{11} + C_{12});$$
$$\underline{Y}_{S2} = (G_{22} + G_{12}) + j\omega(C_{22} + C_{12});$$
$$\underline{Y}_{12} = G_{12} + j\omega C_{12}.$$

2. Решение уравнений для двух линий в установившемся режиме

В большинстве случаев проводники двухпроводной линии передачи одинаковы, то есть изготавливаются из одного и того же материала одной и той же геометрии. Поэтому собственные первичные параметры таких линий также будут одинаковы. Одинаковыми будут также и взаимные индуктивности, емкости и проводимости утечки. Поэтому систему (3) можно упростить, положив

$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = Z_0,$$
$$\underline{Y}_{S1} = \underline{Y}_{S2} = \underline{Y}_S.$$

Тогда система (3) перепишется так

$$\begin{cases} -\dfrac{d\dot{U}_1}{dx} = \underline{Z}_0 \dot{I}_1 + \underline{Z}_M \dot{I}_2 \\ -\dfrac{d\dot{U}_2}{dx} = \underline{Z}_M \dot{I}_1 + \underline{Z}_0 \dot{I}_2 \\ -\dfrac{d\dot{I}_1}{dx} = \underline{Y}_S \dot{U}_1 - \underline{Y}_{12} \dot{U}_2 \\ -\dfrac{d\dot{I}_2}{dx} = -\underline{Y}_{12} \dot{U}_1 + \underline{Y}_S \dot{U}_2 \end{cases}. \quad (4)$$

Решим систему (4). Для этого продифференцируем первое уравнение по x:

$$-\frac{d^2\dot{U}_1}{dx^2} = \underline{Z}_0 \frac{d\dot{I}_1}{dx} + \underline{Z}_\text{M} \frac{d\dot{I}_2}{dx}.$$

Вместо производных токов подставим третье и четвертое уравнение системы (4):

$$-\frac{d^2\dot{U}_1}{dx^2} = \left(\underline{Z}_0 \underline{Y}_\text{S} - \underline{Z}_\text{M} Y_{12}\right)\dot{U}_1 +$$
$$+\left(\underline{Z}_\text{M} Y_\text{S} - \underline{Z}_0 Y_{12}\right)\dot{U}_2.$$

Аналогично преобразовав второе уравнение, получим

$$-\frac{d^2\dot{U}_1}{dx^2} = \left(Z_\text{M} Y_\text{S} - Z_0 Y_{12}\right)\cdot\dot{U}_1 +$$
$$+\left(Z_0 Y_\text{S} - Z_\text{M} Y_{12}\right)\cdot\dot{U}_2.$$

Обозначим

$$A = Z_0 Y_\text{S} - Z_\text{M} Y_{12}, \; B = Z_\text{M} Y_\text{S} - Z_0 Y_{12}.$$

Тогда система уравнений относительно напряжений

$$\begin{cases} -\dfrac{d^2\dot{U}_1}{dx^2} = A\cdot\dot{U}_1 + B\cdot\dot{U}_2 \\ -\dfrac{d^2\dot{U}_2}{dx^2} = B\cdot\dot{U}_1 + A\cdot\dot{U}_2 \end{cases}. \quad (5)$$

Обозначив

$$\gamma_1 = \sqrt{A+B} = \sqrt{\left(Z_0 + Z_\text{M}\right)\left(Y_\text{S} + Y_{12}\right)},$$
$$\gamma_2 = \sqrt{A-B} = \sqrt{\left(Z_0 - Z_\text{M}\right)\left(Y_\text{S} + Y_{12}\right)},$$

решение этой системы можно получить в следующем виде:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = C_1 ch\gamma_1 x + C_2 ch\gamma_2 x + C_3 sh\gamma_1 x + C_4 sh\gamma_2 x \\ \dot{U}_2 = D_1 ch\gamma_1 x + D_2 ch\gamma_2 x + D_3 sh\gamma_1 x + D_4 sh\gamma_2 x \end{cases}.$$

Подставив $\dot{U}_1$ и $\dot{U}_2$ в первое уравнение системы (5) и учитывая, что $\gamma_1^2 = A + B$ и $\gamma_2^2 = A - B$, получаем следующие соотношения между коэффициентами C и D:

$$D_1 = C_1, \; D_2 = -C_2, \; D_3 = C_3, \; D_4 = -C_4.$$

Тогда решение системы (5) относительно комплексов напряжений первой и второй линий

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= C_1 ch\gamma_1 x + C_2 ch\gamma_2 x + C_3 sh\gamma_1 x + C_4 sh\gamma_2 x \\ \dot{U}_2 &= C_1 ch\gamma_1 x - C_2 ch\gamma_2 x + C_3 sh\gamma_1 x - C_4 sh\gamma_2 x. \end{aligned} \quad (6)$$

Для нахождения токов подставим эти выражения в третье и четвертое уравнения системы (5). После преобразований

$$\dot{I}_1 = -\frac{Y_S - Y_{12}}{\gamma_1}\left(C_1 sh\gamma_1 x + C_3 ch\gamma_1 x\right) - $$
$$-\frac{Y_S + Y_{12}}{\gamma_2}\left(C_2 sh\gamma_2 x + C_4 ch\gamma_2 x\right).$$

Обозначим

$$\frac{Y_S - Y_{12}}{\gamma_1} = \frac{1}{Z_{B1}},\ \frac{Y_S + Y_{12}}{\gamma_2} = \frac{1}{Z_{B2}}. \quad (7)$$

Величины γ_1 и γ_2 представляют собой известные в традиционной теории линий с распределенными параметрами постоянные распространения. Тогда Z_{B1} и Z_{B2} имеют смысл волновых сопротивлений. Подставив в (7) выражения для γ_1 и γ_2, получим формулы, по структуре совпадающие с известными формулами для волнового сопротивления одиночной линии:

$$Z_{B1} = \sqrt{\frac{Z_0 + Z_M}{Y_S - Y_{12}}},\ Z_{B2} = \sqrt{\frac{Z_0 - Z_M}{Y_S + Y_{12}}}. \quad (8)$$

Для тока первой линии $\dot{I}_1$ окончательно

$$\dot{I}_1 = \frac{1}{Z_{B1}}\left(C_1 sh\gamma_1 x + C_3 ch\gamma_1 x\right) - $$
$$-\frac{1}{Z_{B2}}\left(C_2 sh\gamma_2 x + C_4 ch\gamma_2 x\right). \quad (9)$$

Аналогично можно получить выражение для тока $\dot{I}_2$ второй линии:

$$\dot{I}_2 = -\frac{1}{Z_{B1}}\left(C_1 sh\gamma_1 x + C_3 ch\gamma_1 x\right) + $$
$$+\frac{1}{Z_{B2}}\left(C_2 sh\gamma_2 x + C_4 ch\gamma_2 x\right). \quad (10)$$

В этих уравнениях значения постоянных C_1, C_2, C_3 и C_4 находятся из граничных условий.

3. Нахождение постоянных интегрирования при известных токах и напряжениях в начале линии

Допустим, что нам известны токи и напряжения в начале первой и второй линии. Обозначим их: для первой линии $-\dot{U}_{11}$, $\dot{I}_{11}$ соответственно, а для второй линии – $\dot{U}_{21}$, $\dot{I}_{21}$. В начале линии $x = 0$, поэтому из системы (6) следует

$$\begin{cases} \dot{U}_{11} = C_1 + C_2 \\ \dot{U}_{21} = C_1 - C_2 \end{cases}. \quad (11)$$

Решая систему (11), находим значения постоянных интегрирования

$$C_1 = \frac{1}{2}\left(\dot{U}_{11} + \dot{U}_{21}\right),\ C_2 = \frac{1}{2}\left(\dot{U}_{11} - \dot{U}_{21}\right).$$

Подставляя $x = 0$ в уравнения (9) и (10), получаем:

$$C_3 = -\frac{1}{2}Z_{B1}\left(\dot{I}_{11} + \dot{I}_{21}\right), C_4 = -\frac{1}{2}Z_{B2}\left(\dot{I}_{11} - \dot{I}_{21}\right).$$

Следовательно, с учетом найденных постоянных, уравнения системы двух связанных полосковых линий имеют вид (12). Здесь x – расстояние, отсчитываемое от начала линии.

Аналогично можно получить уравнения, связывающие комплексы токов и напряжений в произвольной точке линий при известных токах и напряжениях в их конце. Обозначая через

$\dot{U}_{12}$ – напряжение в конце первой линии,
$\dot{U}_{22}$ – напряжение в конце второй линии,
$\dot{I}_{12}$ – ток в конце первой линии,
$\dot{I}_{22}$ – ток в конце второй линии,

получаем систему (13). Здесь y – расстояние, отсчитываемое от начала линии.

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \frac{1}{2}\left[\left(\dot{U}_{11} + \dot{U}_{21}\right)ch\gamma_1 x + \left(\dot{U}_{11} - \dot{U}_{21}\right)ch\gamma_2 x - Z_{B1}\left(\dot{I}_{11} + \dot{I}_{21}\right)sh\gamma_1 x - Z_{B2}\left(\dot{I}_{11} - \dot{I}_{21}\right)sh\gamma_2 x\right] \\ \dot{U}_2 = \frac{1}{2}\left[\left(\dot{U}_{11} + \dot{U}_{21}\right)ch\gamma_1 x - \left(\dot{U}_{11} - \dot{U}_{21}\right)ch\gamma_2 x - Z_{B1}\left(\dot{I}_{11} + \dot{I}_{21}\right)sh\gamma_1 x + Z_{B2}\left(\dot{I}_{11} - \dot{I}_{21}\right)sh\gamma_2 x\right] \\ \dot{I}_1 = \frac{1}{2}\left[\left(\dot{I}_{11} + \dot{I}_{21}\right)ch\gamma_1 x + \left(\dot{I}_{11} - \dot{I}_{21}\right)ch\gamma_2 x - \frac{1}{Z_{B1}}\left(\dot{U}_{11} + \dot{U}_{21}\right)sh\gamma_1 x - \frac{1}{Z_{B2}}\left(\dot{U}_{11} - \dot{U}_{21}\right)sh\gamma_2 x\right] \\ \dot{I}_2 = \frac{1}{2}\left[\left(\dot{I}_{11} + \dot{I}_{21}\right)ch\gamma_1 x - \left(\dot{I}_{11} - \dot{I}_{21}\right)ch\gamma_2 x - \frac{1}{Z_{B1}}\left(\dot{U}_{11} + \dot{U}_{21}\right)sh\gamma_1 x + \frac{1}{Z_{B2}}\left(\dot{U}_{11} - \dot{U}_{21}\right)sh\gamma_2 x\right] \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} \dot U_1 = \dfrac{1}{2}\left[\left(\dot U_{12}+\dot U_{22}\right)ch\gamma_1 y+\left(\dot U_{12}-\dot U_{22}\right)ch\gamma_2 y+Z_{B1}\left(\dot I_{12}+\dot I_{22}\right)sh\gamma_1 y+Z_{B2}\left(\dot I_{12}-\dot I_{22}\right)sh\gamma_2 y\right] \\ \dot U_2 = \dfrac{1}{2}\left[\left(\dot U_{22}+\dot U_{12}\right)ch\gamma_1 y+\left(\dot U_{22}-\dot U_{12}\right)ch\gamma_2 y+Z_{B1}\left(\dot I_{22}+\dot I_{12}\right)sh\gamma_1 y+Z_{B2}\left(\dot I_{22}-\dot I_{12}\right)sh\gamma_2 y\right] \\ \dot I_1 = \dfrac{1}{2}\left[\left(\dot I_{12}+\dot I_{22}\right)ch\gamma_1 y+\left(\dot I_{12}-\dot I_{22}\right)ch\gamma_2 y+\dfrac{1}{Z_{B1}}\left(\dot U_{12}+\dot U_{22}\right)sh\gamma_1 y+\dfrac{1}{Z_{B2}}\left(\dot U_{12}-\dot U_{22}\right)sh\gamma_2 y\right] \\ \dot I_2 = \dfrac{1}{2}\left[\left(\dot I_{22}+\dot I_{12}\right)ch\gamma_1 y+\left(\dot I_{22}-\dot I_{12}\right)ch\gamma_2 y+\dfrac{1}{Z_{B1}}\left(\dot U_{22}+\dot U_{12}\right)sh\gamma_1 y+\dfrac{1}{Z_{B2}}\left(\dot U_{22}-\dot U_{12}\right)sh\gamma_2 y\right] \end{cases}. \quad (13)$$

4. Нахождение постоянных интегрирования при известных напряжениях в начале линий и сопротивлениях нагрузки

Нахождение токов и напряжений линий по уравнениям (12) и (13) часто бывает затруднительно, так как токи в начале линий известны далеко не всегда. Чаще всего известными величинами являются напряжения в начале линий и сопротивления их нагрузок. Рассмотрим нахождения постоянных интегрирования в этом случае.

Обозначим: $\dot U_{11}$ – напряжение в начале первой линии; $\square_{\text{Н1}}$ – комплекс полного сопротивления нагрузки первой линии; $\dot U_{21}$ – напряжение в начале второй линии; $\square_{\text{Н2}}$ – комплекс полного сопротивления нагрузки второй линии; l – полная длина линий.

Из системы (6) при $x = 0$ получаем

$$\begin{cases} \dot U_{11} = C_1 + C_2 \\ \dot U_{21} = C_1 - C_2 \end{cases},$$

откуда

$$C_1 = \frac{1}{2}\left(\dot U_{11}+\dot U_{21}\right),\ C_2 = \frac{1}{2}\left(\dot U_{11}-\dot U_{21}\right).$$

Для нахождения C_3 и C_4 заметим, что напряжения в конце каждой из линий связано с током в конце этой линии законом Ома:

$$\begin{cases} \dot U_{12} = \dot I_{12}\cdot \underline{Z}_{\text{Н1}} \\ \dot U_{22} = \dot I_{22}\cdot \underline{Z}_{\text{Н2}} \end{cases}. \quad (14)$$

Здесь через $\dot U_{12}$ и $\dot U_{22}$ обозначены напряжения в конце линий, а через $\dot I_{12}$ и $\dot I_{22}$ – токи.

В конце линий $x = l$, поэтому на основании выражений (6), (9) и (10), формулы (14) перепишутся как (15).

Решив эту систему относительно C_3 и C_4 для случая, когда $\square_{\text{Н1}} = \square_{\text{Н2}} = \square_{\text{Н}}$, и подставляя найденные постоянные интегрирования в уравнения (6), (9), (10), получаем систему (16):

$$\begin{cases} -C_3\left(sh\gamma_1 l+\dfrac{Z_{H1}}{Z_{B1}}ch\gamma_1 l\right)-C_4\left(sh\gamma_2 l+\dfrac{Z_{H1}}{Z_{B2}}ch\gamma_2 l\right)=C_1\left(ch\gamma_1 l+\dfrac{Z_{H1}}{Z_{B1}}sh\gamma_1 l\right)+C_2\left(ch\gamma_2 l+\dfrac{Z_{H1}}{Z_{B2}}sh\gamma_2 l\right) \\ -C_3\left(sh\gamma_1 l+\dfrac{Z_{H2}}{Z_{B1}}ch\gamma_1 l\right)+C_4\left(sh\gamma_2 l+\dfrac{Z_{H2}}{Z_{B2}}ch\gamma_2 l\right)=C_1\left(ch\gamma_1 l+\dfrac{Z_{H2}}{Z_{B1}}sh\gamma_1 l\right)-C_2\left(ch\gamma_2 l+\dfrac{Z_{H2}}{Z_{B2}}sh\gamma_2 l\right) \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} \dot U_1 = \dfrac{1}{2}\left[\left(\dot U_{11}+\dot U_{21}\right)\dfrac{\text{sh}\gamma_1(l-x)+\dfrac{\underline{Z}_{\text{Н}}}{\underline{Z}_{\text{В1}}}\text{ch}\gamma_1(l-x)}{\text{sh}\gamma_1 l+\dfrac{\underline{Z}_{\text{Н}}}{\underline{Z}_{\text{В1}}}\text{ch}\gamma_1 l}+\left(\dot U_{11}-\dot U_{21}\right)\dfrac{\text{sh}\gamma_2(l-x)+\dfrac{\text{Z}_{\text{Н}}}{\text{Z}_{\text{В2}}}\text{ch}\gamma_2(l-x)}{\text{sh}\gamma_2 l+\dfrac{\text{Z}_{\text{Н}}}{\text{Z}_{\text{В2}}}\text{ch}\gamma_2 l}\right] \\ \dot U_2 = \dfrac{1}{2}\left[\left(\dot U_{11}+\dot U_{21}\right)\dfrac{\text{sh}\gamma_1(l-x)+\dfrac{\text{Z}_{\text{Н}}}{\text{Z}_{\text{В1}}}\text{ch}\gamma_1(l-x)}{\text{sh}\gamma_1 l+\dfrac{\text{Z}_{\text{Н}}}{\text{Z}_{\text{В1}}}\text{ch}\gamma_1 l}-\left(\dot U_{11}-\dot U_{21}\right)\dfrac{\text{sh}\gamma_2(l-x)+\dfrac{\text{Z}_{\text{Н}}}{\text{Z}_{\text{В2}}}\text{ch}\gamma_2(l-x)}{\text{sh}\gamma_2 l+\dfrac{\text{Z}_{\text{Н}}}{\text{Z}_{\text{В2}}}\text{ch}\gamma_2 l}\right] \\ \dot I_1 = \dfrac{1}{2}\left[-\dfrac{\dot U_{11}+\dot U_{21}}{Z_{B1}}\dfrac{\text{ch}\gamma_1(l-x)+\dfrac{\text{Z}_{\text{Н}}}{\text{Z}_{\text{В1}}}\text{sh}\gamma_1(l-x)}{\text{sh}\gamma_1 l+\dfrac{\text{Z}_{\text{Н}}}{\text{Z}_{\text{В1}}}\text{ch}\gamma_1 l}-\dfrac{\dot U_{11}-\dot U_{21}}{Z_{B2}}\dfrac{\text{ch}\gamma_2(l-x)+\dfrac{\text{Z}_{\text{Н}}}{\text{Z}_{\text{В2}}}\text{sh}\gamma_2(l-x)}{\text{sh}\gamma_2 l+\dfrac{\text{Z}_{\text{Н}}}{\text{Z}_{\text{В2}}}\text{ch}\gamma_2 l}\right] \\ \dot I_2 = \dfrac{1}{2}\left[-\dfrac{\dot U_{11}-\dot U_{21}}{Z_{B1}}\dfrac{\text{ch}\gamma_1(l-x)+\dfrac{\text{Z}_{\text{Н}}}{\text{Z}_{\text{В1}}}\text{sh}\gamma_1(l-x)}{\text{sh}\gamma_1 l+\dfrac{\text{Z}_{\text{Н}}}{\text{Z}_{\text{В1}}}\text{ch}\gamma_1 l}+\dfrac{\dot U_{11}-\dot U_{21}}{Z_{B2}}\dfrac{\text{ch}\gamma_2(l-x)+\dfrac{\text{Z}_{\text{Н}}}{\text{Z}_{\text{В2}}}\text{sh}\gamma_2(l-x)}{\text{sh}\gamma_2 l+\dfrac{\text{Z}_{\text{Н}}}{\text{Z}_{\text{В2}}}\text{ch}\gamma_2 l}\right] \end{cases}. \quad (16)$$

Таким образом, по полученным уравнениям может быть рассчитан установившийся процесс в системе двух связанных полосковых линий при синусоидальном режиме.

Выводы

Полученные в настоящей статье выражения для определения токов и напряжений в связанных линиях имеют самостоятельную практическую ценность для расчета взаимных влияний проводников в экранированных кабелях связи и передачи электрической энергии. Кроме того, эти уравнения открывают возможность численного решения задачи расчета переходных процессов в таких линиях при произвольной форме входного сигнала и произвольных сопротивлениях нагрузки. Аналитически эта задача решается только для линии без потерь при постоянном входном сигнале и чисто активной нагрузке [4]. Решение задачи расчета переходных процессов возможно спектральным методом путем разложения несинусоидального входного сигнала в ряд Фурье [5].

Список использованной литературы

1. Macias J.A.R., Exposito A.G., and Soler A.B. A Comparison of Techniques for State-space Transient Analysis of Transmission Lines (2005), *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol. 20, Part 1, New Jersey, *IEEE Power & Energy Society,*pp. 894 – 903.

2. Faria J.B. A new Generalized Modal Analysis theory for Non-uniform Multiconductor Transmission Lines (2004), *IEEE Trans. on Power Systems,* Vol. 19, No. 2, New Jersey, *IEEE Power & Energy Society*,.pp. 926 – 933.

3. Маевский Д. А. Математическая модель системы связанных полосковых линий / Д. А. Маевский // Електромашинобудування та електрообладнання.. – К. : Техніка. – 2007. – № 68. – С. 52 – 55.

4. Маевский Д. А. Математическое моделирование переходных процессов в связанных полосковых линиях без потерь / Д. А. Маевский // Теоретическая электротехника. – – Львов : [ЛПІ]. – 1988. – № 45. – С. 35 – 40.

5. Canuto C., Hussaini M.Y., Quarteroni A., and Zang T.A. Spectral Methods. Fundamentals in Single Domains, (2006), Berlin : Springer-Verlag,. – 563 p.

Получено 01.05.2014

References

1. Macias J.A.R., Exposito A.G., and Soler A.B. A Comparison of Techniques for State-space Transient Analysis of Transmission Lines, (2005), *IEEE Trans. on Power Delivery,* Vol. 20, Part 1, New Jersey: *IEEE Power & Energy Society*, pp. 894 – 903.

2. Faria J.B. A new Generalized Modal Analysis theory for Non-uniform Multiconductor Transmission Lines, (2004), *IEEE Trans. on Power Systems,* Vol. 19, No. 2, New Jersey, *IEEE Power & Energy Society*, pp. 926 – 933.

3. Maevsky D.A. A Mathematical Model of the System of Coupled Striplings, (2007), *Elektromashinobuduvannya and Elektroobladnannya,* Kiev, Ukraine, Tehnika, No. 68, pp. 52 – 55 (In Russian).

4. Maevsky D.A. Mathematical Modeling of Transient Processes in Coupled strip Lines Lossless, (1988), *Theoretical Electrical Engineerin,* Lviv [LPI], No. 45, pp. 35 – 40 (In Russian).

5. Canuto C., Hussaini M.Y., Quarteroni A., and Zang T.A. Spectral Methods. Fundamentals in Single Domains, (2006), Berlin, *Springer-Verlag,* 563 p.

Маевский Дмитрий Андреевич, д.т.н, доц., зав. каф. теорет. основ и общ. электротехн. Одесского нац. политехн. ун-та,
тел. (048) 705-84-54.
E-mail:
Dmitry.A.Maevsky@gmail.com

Семенюг Александр Николаевич, зам. генерального директора ООО «С-мануфактуринг»,
тел. (048) 730-57-31.
E-mail:
aleksander.semenyug@s-m.ua

Кучеренко Галина Николаевна, студентка 4 курса Одесского нац. политехн. ун-та,
тел. (048) 705-84-54.
E-mail: galina9411@mail.ru