УДК 612.391.15 DOI: 10.15222/TKEA2016.2-3.33

К. т. н. А. И. НЕВРЕВ, к. т. н. О. Н. ГАЛЧЁНКОВ

Украина, Одесский национальный политехнический университет
E-mail: a.i.nevrev@gmail.com

ЭФФЕКТИВНОСТЬ МЕТОДОВ СИНТЕЗА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ СО СВОЙСТВОМ «НЕ БОЛЕЕ ОДНОГО СОВПАДЕНИЯ»

Получено выражение для определения минимально возможной длины последовательностей со свойством «не более одного совпадения». Эта оценка использована для проведения сравнительного анализа эффективности известных регулярных методов построения синтезированных последовательностей. Показана высокая эффективность методов построения, основанных на теории расширенных полей Галуа.

Ключевые слова: последовательность, «не более одного совпадения», регулярные методы построения, нижняя граница длины последовательности, эффективность метода.

Двоичные импульсные сигналы на базе последовательностей или множеств со свойством «не более одного совпадения» (**МОС**) находят широкое применение в радиолокационных системах при формировании сложных сигналов [1—3], в радионавигационных системах, асинхронных адресных системах связи [4], волоконно-оптических сетях и системах связи [5]. В [2, 3] такие последовательности предложено использовать в системах связи и передачи информации в качестве кодов, обнаруживающих и исправляющих ошибки.

Последовательности со свойством «не более одного совпадения» начинаются и заканчиваются единичным импульсом и состоят из набора импульсов единичной и нулевой амплитуды, размещенных таким образом, что боковые лепестки функции автокорреляции не превышают единицу. Получение сигналов с максимальной энергетикой требует минимально возможной длины последовательности N для заданного веса M, которым называют число единичных импульсов последовательности.

Существует ряд регулярных методов построения МОС, основанных на методах целочисленного программирования, разностных множеств [1], теории полей Галуа [1, 6, 7]. Известные методы построения характеризуются различной вычислительной эффективностью и различными результатами — длиной получаемых последовательностей. Ясно, однако, что чем меньше длина последовательности, тем более эффективным будет ее применение для решения поставленных задач.

В [1, 6—8] предложены регулярные методы синтеза МОС с произвольным весом M над расширенными полями Галуа и приведены построенные последовательности вплоть до $M = 1000$. Что касается численной оценки эффективности разработанных методов, то этот вопрос остается неисследованным.

Целью настоящей работы является оценка эффективности как известных методов синтеза МОС, так и любых вновь разрабатываемых, путем определения теоретически минимально возможной длины последовательности $N_{\min}$ для заданного веса M и сравнения с ней значений реальной длины синтезированных последовательностей.

МОС полностью определяется множеством номеров единичных позиций d_i, $i = 0, \ldots, M-1$. В соответствии с подходом к анализу МОС, предложенному в [4], запишем все последовательные разности единичных позиций в виде треугольной матрицы

$$D = \begin{vmatrix} 0 & d_1-d_0 & d_2-d_0 & \ldots & d_{M-1}-d_0 \\ 0 & 0 & d_{2-1}-d_1 & \ldots & d_{M-1}-d_1 \\ . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & d_{M-1}-d_{M-2} \end{vmatrix}, \quad (1)$$

ненулевые элементы которой определяются через элементы первой наддиагонали:

$$d_{j,l} = d_l - d_j = \sum_{k=0}^{l-j-1} d_{k+1}-d_k = \sum_{k=0}^{l-j-1} d_{k,k-1}\ ; \quad (2)$$

$j<l$; $j, l = 0, 1, \ldots, M-1$.

Длина МОС минимальна, когда ненулевые элементы матрицы D образуют ряд натуральных чисел:

$$d_{j,l} \in [1, 2, \ldots, 0{,}5M(M-1)]. \quad (3)$$

Если S_u — сумма элементов u-й наддиагонали, то сумма элементов k наддиагоналей равна

$$\sum_{u=1}^{k} S_u = \frac{1}{2}\left[Mk - \frac{1}{2}k(k+1)\right]\left[1 + Mk - \frac{1}{2}k(k+1)\right]. \quad (4)$$

С учетом условия (3) правая часть выражения (4) представляет собой оценку снизу для суммы элементов k наддиагоналей.

С другой стороны, если учесть, что сумма S_1 первой наддиагонали матрицы (1) равна длине последовательности N, то величину S_u можно выразить через N следующим образом:

$$S_u = uN - \sum_{i=0}^{u-1}(u-i-1)(d_{i,i+1} + d_{M-i-1,M-i}).$$

Очевидно, что сумма элементов u-й наддиагонали максимальна, если наименьшие числа первых $u-1$ наддиагоналей расположены по их краям, то есть выполняется условие

$d_{i,\,i+1} + d_{M-i-1,M-i} > 4i - 1, \quad i = 1, \ldots, u-1,$

и тогда

$$S_u \le uN - \sum_{i=0}^{u-1}(u-i-1)(4i-1) =$$

$$= uN + \frac{1}{2}u(u+1) - 2u^2(u-1) +$$

$$+ \frac{2}{3}(u^3 - 3u^2 + u).$$

В этом случае оценка сверху для суммы элементов k наддиагоналей матрицы D принимает вид

$$\sum_{u=1}^{k} S_u \le \frac{1}{2}k(k+1)N - \frac{2}{3}k(k-1)(k+1) -$$

$$-\frac{1}{6}k(k-1)(k+1)(k-2). \quad (5)$$

Из сопоставления верхней оценки (5) с нижней (4) получаем оценку снизу длины МОС:

$$N_{\text{н}} \ge \left\{\left(\frac{M}{k+1} - \frac{1}{2}\right)\left[1 + Mk - \frac{1}{2}k(k+1)\right] +\right.$$

$$\left. + \frac{1}{3}(k+1)(k-1) + 1\right\}. \quad (6)$$

Правая часть неравенства (6) зависит от переменной k, определенной на отрезке $[1, M-1]$, от которой можно избавиться при поиске экстремума правой части выражения (6). Окончательно нижнюю оценку длины МОС запишем в следующем виде:

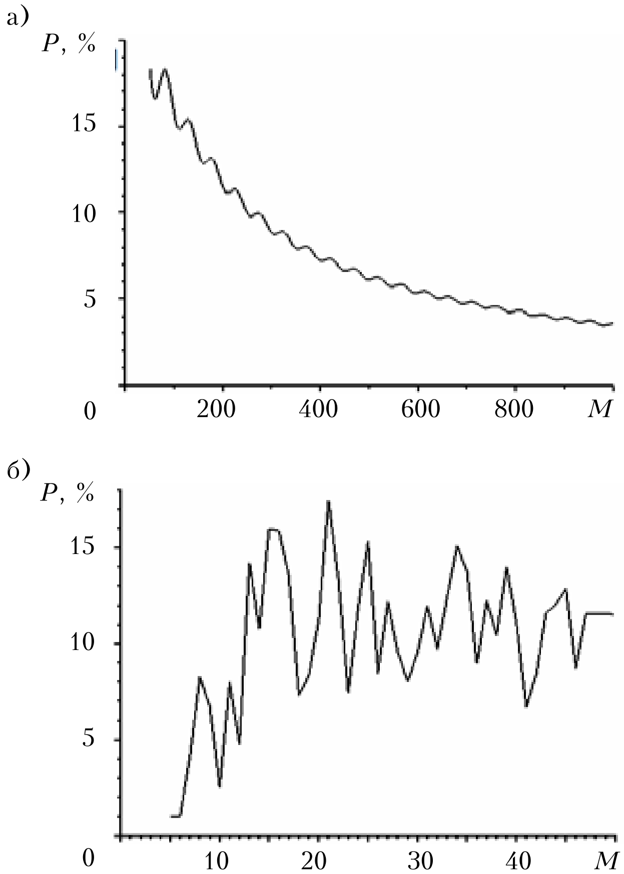
$$N_{\min} = \max\left\{\left(\frac{M}{k+1} - \frac{1}{2}\right)\left[1 + Mk - \frac{1}{2}k(k+1)\right] +\right.$$

$$\left. + \frac{1}{3}(k+1)(k-1) + 1\right\}, \quad (7)$$

где максимум ищется по всем значениям $k \in [M-1]$.

Полученное выражение позволяет количественно оценить эффективность известных методов построения МОС, определяя величину P — превышение длины рассматриваемой последовательности над минимально возможной.

В [1, 6] разработан метод построения на базе расширенных полей Галуа и просчитаны МОС для диапазона $M = 5-50$. В более поздних работах [7, 8] использован похожий подход и получены МОС с величиной M вплоть до 1000, причем результаты синтеза для диапазона $M = 5-50$ практически совпали с известными результатами, полученными в [1, 6]. Полученные в результате синтеза последовательности с весом 1000 приведены в [8]. Таким образом, в указанных работах для большого диапазона M (от 5 до 1000) предложены регулярные методы построения и построены МОС, имеющие конкретную длину. На основании этих данных проведен анализ эффективности рассмотренных методов, численные результаты которого приведены на **рисунке**.



Результаты сравнения длины последовательностей, полученных в [1, 6] (*а*) и в [7, 8] (*б*), с минимально возможной длиной МОС, рассчитанной в соответствии с выражением (7)

M	5—10	10—20	20—30	30—40	40—50	50—70	70—100
P^*, %	4,3	10,7	11	11,7	11	17,6	17,7
M	100—150	150—200	200—300	300—400	400—600	600—1000	
P^*, %	17,5	12,7	10,3	8	7	4,5	

Для интегральной оценки эффективности регулярных методов построения МОС на базе расширенных полей Галуа [1, 6—8] было проведено поинтервальное сравнение значений длины полученных в этих работах последовательностей с оценкой (7). При этом ряд значений $M = 5-1000$ разбивался на поддиапазоны, для каждого из которых было просчитано значение P^* — средний процент превышения длины синтезированных последовательностей над оценкой (7). Результаты сравнения приведены в **таблице**.

Приведенные на графиках и в таблице данные свидетельствуют о высокой эффективности регулярных методов построения [1, 6—8], видимо, асимптотически стремящейся к предельной при неограниченном увеличении M (для $M = 3000$ значение P составляет менее 3%).

Таким образом, полученное выражение для расчета минимальной предельной длины МОС позволяет проводить количественную оценку эффективности регулярных методов построения последовательностей со свойством «не более одного совпадения».

ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Свердлик М.Б. Оптимальные дискретные сигналы. — Москва: Советское радио, 1975.

2. Ипатов В.П. Широкополосные системы и кодовое разделение сигналов. Принципы и приложения. — Москва: Техносфера, 2007. — 488 с.

3. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. — Москва: Издательский дом «Вильямс», 2003.

4. Глобус И. А. Двоичное кодирование в асинхронных системах. — Москва: Связь, 1972. — 108 с.

5. Скляров О.В. Волоконно-оптические сети и системы связи. — Москва: СОЛОН-Пресс, 2004.

6. Свердлик М.Б, Мелешкевич А.Н. Синтез оптимальных множеств со свойством «не более одного совпадения» // Радиотехника и электроника. — 1976. — Т. 19, № 7. — С. 1443—1451.

7. Гантмахер В.Е., Платонов С.М. Синтез оптимальных импульсных последовательностей со свойством «не более одного совпадения» над расширенными полями Галуа второй и третьей степени. // Известия вузов России. Радиоэлектроника. — 2009. — № 6. — С. 31—36.

8. База данных оптимальных импульсных последовательностей со свойством «не более одного совпадения»: Свид. о гос. регистрации № 2009620525 / Новгородский гос. ун-т имени Ярослава Мудрого / Платонов С.М., Гантмахер В.Е. — 11.01.2010.

Дата поступления рукописи в редакцию 18.02 2016 г.

О. І. НЕВРЕВ, О. М. ГАЛЧОНКОВ

Україна, Одеський національний політехнічний університет
e-mail: a.i.nevrev@gmail.com

ЕФЕКТИВНІСТЬ МЕТОДІВ СИНТЕЗУ ПОСЛІДОВНОСТЕЙ З ВЛАСТИВІСТЮ «НЕ БІЛЬШЕ ОДНОГО ЗБІГУ»

Отримано вираз для визначення мінімально можливої довжини послідовностей з властивістю «не більше одного збігу». Цю оцінку використано для проведення порівняльного аналізу ефективності відомих регулярних методів побудови синтезованих послідовностей. Показано високу ефективність методів побудови, заснованих на теорії розширених полів Галуа.

Ключові слова: послідовність, «не більше одного збігу», регулярні методи побудови, нижня межа довжини послідовності, ефективність методу.

DOI: 10.15222/TKEA2016.2-3.33
UDC 612.391.15

A. I. NEVREV, O. N. GALCHENKOV

Ukraine, Odessa National Polytechnic University
e-mail: a.i.nevrev@gmail.com

EFFICIENCY OF SEQUENCE SYNTHESIS METHODS WITH THE «NOT MORE THAN ONE COINCIDENCE» PROPERTY

The author presents an expression for determining the minimum possible length of binary sequences with «not more than one coincidence» property. Obtained low bound length value allows quantitatively estimating *efficiency of any known synthesis methods for creation of binary sequences with «not more than one coincidence» property. The efficiency of known methods of creating binary sequences based on extended Galois fields theory is analyzed by comparing the obtained sequences length with a theoretical low bound estimation. The paper shows high performance of the known methods of creation of sequences with «not more than one coincidence» property based on extended Galois fields.*

Keywords: binary sequences, sequences with «not more than one coincidence», lower bound sequence length estimate, Galois fields.

REFERENCES

1. Sverdlik M.B. *Optimal'nye diskretnye signaly* [Optimal discrete signals]. Moscow, Sovetskoe Radio, 1975, 200 p.

2. Ipatov V.P. *Shirokopolosnye sistemy i kodovoe razdelenie signalov. Printsipy i prilozheniya* [Wideband Systems and Code Signal Separation. Principles and Applications]. Moscow, Technosphera, 2007, 488 p.

3. Sclar Bernard. *Digital communication. Fundamentals and Application*. Prentice Hall RTP, 2001.

4. Globus I. A. *Dvoichnoe kodirovanie v asinkhronnykh sistemakh* [Binary coding in asynchronous systems]. Moscow, Svyaz', 1972, 108 p.

5. Sklyarov O.V. *Volokonno-opticheskie seti i sistemy svyazi* [Fiber optic networks and communication systems]. Moscow, SOLON-Press, 2004, 272 p.

6. Sverdlik M.B, Meleshkevich A.N. [Synthesis of optimal sequences with property "not more than one coincidence]. *Radiotekhnika i elektronika*, 1976, vol. 19, no. 7, pp. 1441-1451.

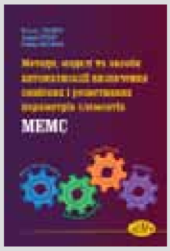
7. Gantmakher V.E., Platonov S.M. [Optimal pulse sequences with property "Not more than one coincidence" synthesis over extended Galois fields to the second and third power] *Proceedings of the Russian Universities. Radioelektroniks*, 2009, no. 6, pp. 31-36. (Rus)

8. [Data base for optimal pulse sequences with property "not more than one coincidence"]: Certificate database state registration number 2009620525 / Yaroslav-the-Wise Novgorod State University / Platonov S.M., Gantmakher V.E., 11.01.2010.

НОВЫЕ КНИГИ

НОВЫЕ КНИГИ

Теслюк В. М., Пукач А. І., Загарю Р. В. Методи, моделі та засоби автоматизації визначення ємнісних і резистивних параметрів елементів МЕМС.— Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2015.



Проаналізовано методи, моделі та засоби визначення електричного опору резистивних параметрів електричних кіл, а також розглянуто резистивні та ємнісні параметри МЕМС та особливості автоматизації визначення їх значення. Наведено розроблені методи для автоматичного визначення електричного опору та ємності резистивних та ємнісних параметрів МЕМС, що враховують особливості та специфіку МЕМС-технологій. Здійснено моделювання роботи розроблених методів та аналіз отриманих результатів.

Для радіоінженерів, науковців і студентів, які спеціалізуються у сфері автоматизації вимірювання та контролю ємнісних і резистивних параметрів мікроелектронних пристроїв та систем.

НОВЫЕ КНИГИ

Бобало Ю. Я., Стахів П. Г., Рендзіняк С. Й. та ін. Комбінований (гібридний) лабораторний практикум з теорії електричних та електронних кіл, сигналів і вимірювань у комп'ютеризованій лабораторії.— Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2016.

Навчальний посібник містить комплекс лабораторних робіт з теорії електричних та електронних кіл, сигналів і вимірювань, які виконують у два етапи: фізичний експеримент та віртуальний експеримент. Такий підхід дає змогу поглибити здобуті теоретичні знання, набути практичних навичок роботи з технічним обладнанням.

Для студентів електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів.