

УДК 621.86.06

Чаюн И.М. д.т.н.; Вовк П.Е. студент

*Одесский национальный политехнический университет***ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ
РАСПРЕДЕЛЕНИЯ УСИЛИЙ В ЭЛЕМЕНТАХ КАНАТОВ*****Аннотации.***

И.М. Чаюн, П.Е. Вовк. Экспериментальное исследование распределения усилий в элементах канатов. На основе исследования деформирования разработанной механико-математической модели показано, что при конструировании приборов и схем экспериментального определения распределения усилий между элементами канатов необходимо учитывать их свойство как статически неопределимых систем, в которых усилия распределяются в соответствии с жесткостями элементов. Показана ошибочность результатов, полученных на приборах, в конструкции которых не учитывается указанная особенность.

І.М. Чаюн, П.Е. Вовк. Експериментальне дослідження розподілу зусиль в елементах канатів. На основі дослідження деформування розробленої механіко-математичної моделі показано, що при конструюванні приладів та схем експериментального визначення розподілу зусиль між елементами канатів необхідно враховувати їх властивість як статично невизначуваних систем, в котрих зусилля розподіляються у відповідно сті до жорсткостей елементів. Показана помилковість результатів, отриманих на приладах, в конструкції яких не враховується указана особливість.

I.M. Chayun, P.E. Vovk. Experimentelle Untersuchung der Verteilung der Kräfte in den Seilelementen. Basierend auf der Untersuchung der Verformung des entwickelten mechanik-mathematischen Modell ist es gezeigt, dass während des Aufbaus von Geräten und Schema der experimentellen Bestimmung der Verteilung der Belastungen zwischen die Seilelementen es notwendig ist ihre Eigenschaft als eine statisch unbestimmte Systeme zu erwägen, in deren die Kraft nach der Härte sich verteilt. Es wird gezeigt, dass die auf den Vorrichtungen erhaltenen Ergebnisse, dessen Konstruktion die spezifizierte Funktion nicht erwägt, fehlerhaft sind.

В данной статье критическому анализу на предмет соответствия экспериментальной модели реальному объекту, т.е. канату, подвергается несколько методик опытного определения усилий в элементах каната.

В работе [1] напряжения в проволоках слоёв определялись прибором, суть которого показана на рис.1. Образец каната 1 с нижнего конца заливался бабитом в конусной втулке 6 зажимного

хвостовика 7. С другого конца образец расплетался и послойно закреплялся в приборе к стальным жестким панелям 2 и 3. На выточки 8, 9 и на центральную проволоку 4 клеились тензодатчики.

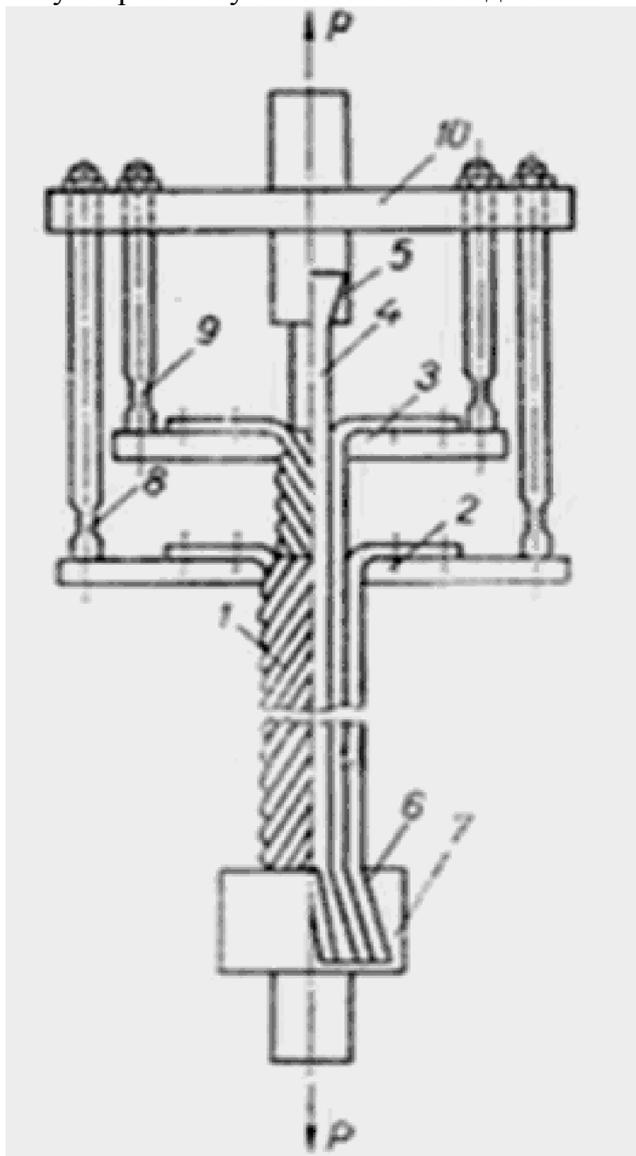


Рис. 1. Схема крепления каната в приборе

Эксперименты проводились над двумя конструкциями канатов: 1+6+12 и (1+6+12)+12-12. В работе [1] указаны их характеристики и приведены графики распределения напряжений (правда, в [1] их почему-то называют «графики распределения усилий в слоях спиральных канатов»). Считаю уместным характеристики канатов и указанные графики воспроизвести в данной статье в таком виде, как они представлены в [1] (соответственно это табл. 1 и рис. 2).

Таблица 1 – Характеристики канатов

Конструкция каната	1+6+12			(1+6+12)+12-12		
Диаметр каната, мм	11,0			11,0		
Площадь сечения всех проволок каната $F, мм^2$	72,219			70,584		
Коэффициент жёсткости при растяжении A (по методу М.Ф. Глушко)	$133,82149 \cdot 10^4$			$111,903132 \cdot 10^4$		
Количество проволок в слое	1	6	12	(1+6+12) сердечник	12	12
Диаметр проволок, мм	2,2	2,2	2,2	0,8	1,3	2,2
Площадь проволок, $мм^2$	3,801	22,806	45,612	9,048	15,924	45,612
Предел прочности проволок, $H/мм^2$	1372	1372	1372	1764	1666	1372
Угол свивки	--	$10^{\circ}27'$	$12^{\circ}22'$	--	18°	18°
Шаг свивки, мм	--	75	126	--	51	85

Заметим, что на рис.2 размерность напряжений указана в $H/мм^2$. Безусловно, размерность там должна быть в $H/мм^2$. Проведём анализ графиков рис.2,а. По тексту [1] выходит, что верхняя кривая относится к центральной проволоке (дадим ей индекс 1), средняя – к проволокам внутреннего слоя (кривая 2), а нижняя (кривая 3) – к проволокам наружного слоя.

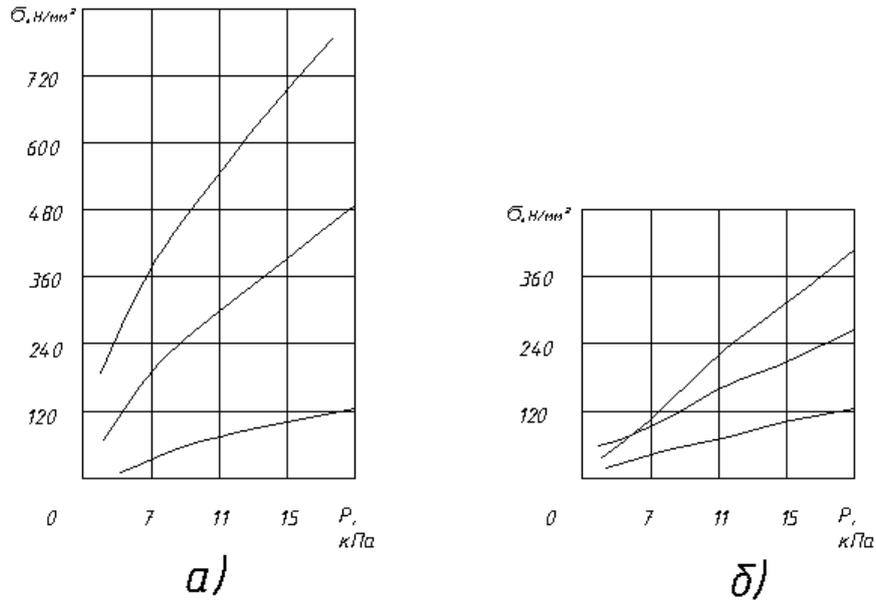


Рис.2. Графики распределения напряжений в проволоках слоёв спиральных канатов по [1]:

а) – канат 1+6+12; б) – канат (1+6+12)+12–12

Экспериментальные значения напряжений при конечном усилии $P=15 \text{ кН}$ (рис.2, а), указанные в [1], составляют:

$$\sigma_1 = 697 \text{ Н / мм}^2; \quad \sigma_2 = 389 \text{ Н / мм}^2; \quad \sigma_3 = 97,5 \text{ Н / мм}^2.$$

Статическая проверка этих экспериментальных напряжений уравнением равновесия

$$\sum np \sigma_1 A_i \cos \alpha_i - P = 0 \quad (1)$$

показала погрешность всего 4,7%. Это указывает, что тензометрирование в приборе выполнено довольно точно. Но это не говорит о том, что напряжения будут распределяться, как показано в [1] на рис. 2, а, где отношение напряжений в центральной проволоке и в проволоках слоёв

$$\lambda_{13} = \frac{\sigma_1}{\sigma_3} = 7,15; \quad \lambda_{12} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = 1,792. \quad (2)$$

Теоретические значения напряжений, вычисленных на основе [2] при данных табл. 1

$$\sigma_i = \frac{P}{A} E \cos^2 \alpha_i = \frac{P \cos^2 \alpha_i}{\sum_{i=1}^3 F_i \cos^3 \alpha_i}, \quad (3)$$

где A – продольная жесткость каната; α_i – угол свивки i -го слоя проволок; E – модуль упругости материала проволок; F_i – суммарная площадь i -го слоя проволок, составляют:

$$\sigma_{1T} = 207,7H / \text{мм}^2; \sigma_{2T} = 201,1H / \text{мм}^2; \sigma_{3T} = 198,14H / \text{мм}^2$$

Отношение напряжений:

$$\lambda_{12}^T = \frac{\sigma_{1T}}{\sigma_{2T}} = 1,033; \quad \lambda_{13}^T = \frac{\sigma_{1T}}{\sigma_{3T}} = 1,048. \quad (4)$$

Покажем, что причиной такого различия экспериментальных данных [1] и теоретических [2] является конструктивная ошибочность прибора [1], в котором нарушена механика деформирования каната как статически неопределимой стержневой конструкции.

В статически неопределимой конструкции распределение усилий зависит от соотношения жесткостей её элементов: чем относительно жёстче элемент статически неопределимой системы, тем большую долю внешней нагрузки, передаваемой на группу элементов, он примет на себя. Это означает, что приспособивая в приборе образец каната к измерению усилий в его элементах, необходимо сохранять неизменным соотношение их жесткостей. В приборе [1] это не соблюдено. Значит, результаты измерений не могут соответствовать механике деформирования каната.

Подтвердим указанное утверждение. Составим расчётную схему деформирования элементов, соответствующую прибору. На её основе определим факторы, которые могли привести к ошибочным результатам, указанным на рис. 2.

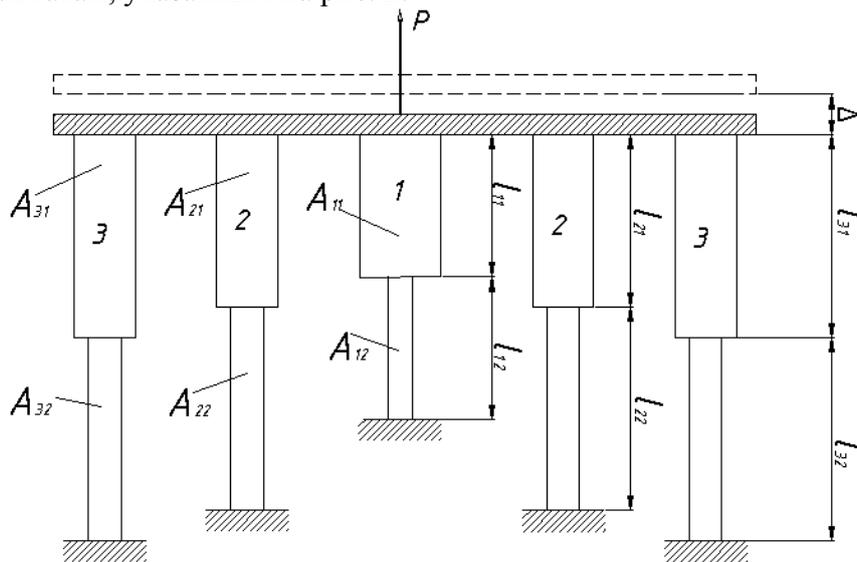


Рис.3. Расчётная схема прибора

На рис. 3. обозначено:

$l_{11}; l_{21}; l_{31}$ – длины верхних ступеней стержней 1,2,3;

$l_{12}; l_{22}; l_{32}$ – длины нижних ступеней стержней, которые можно представить как длины выточек, на которые в [1] наклеивались проволоочные датчики сопротивления;

A_{11} ; A_{21} ; A_{31} ; A_{12} ; A_{22} ; A_{32} – площади поперечных сечений ступеней стержней 1,2,3;

Δ – перемещение жесткого диска 10 (рис. 1).

Применим алгоритм метода перемещений [3] к исследованию деформировано-напряженного состояния модели рис. 3.

1. Усилия в стержнях

1.1. Выражения удлинений стержней:

$$\Delta_{11} + \Delta_{12} = \Delta; \quad \Delta_{21} + \Delta_{22} = \Delta; \quad \Delta_{31} + \Delta_{32} = \Delta. \quad (5)$$

1.2. Статическое уравнение

$$P - N_1 - N_2 - N_3 = 0. \quad (6)$$

1.3. Физические уравнения:

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{\Delta EA_{11}A_{12}E_1}{l_{11}A_{12} + l_{12}A_{11}E_1}; \\ N_2 &= \frac{\Delta EA_{21}A_{22}}{l_{21}A_{22} + l_{22}A_{21}}; \\ N_3 &= \frac{\Delta EA_{31}A_{32}}{l_{31}A_{32} + l_{32}A_{31}}. \end{aligned} \quad (7)$$

1.4. В результате совместного решения уравнений (4), (5) перемещение

$$\Delta = \frac{P}{E \left(\frac{A_{11}A_{12}E_1}{l_{11}A_{12}E + l_{12}A_{11}E_1} + \frac{A_{21}A_{22}}{l_{21}A_{22} + l_{22}A_{21}} + \frac{A_{31}A_{32}}{l_{31}A_{32} + l_{32}A_{31}} \right)}. \quad (8)$$

Используя (6) в (5), получаем усилия в стержнях.

2. Напряжения в каждой из ступеней стержней:

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= \frac{N_1}{A_{11}}; & \sigma_{12} &= \frac{N_1}{A_{12}}; & \sigma_{21} &= \frac{N_2}{A_{21}}; \\ \sigma_{22} &= \frac{N_2}{A_{22}}; & \sigma_{31} &= \frac{N_3}{A_{31}}; & \sigma_{32} &= \frac{N_3}{A_{32}}. \end{aligned} \quad (9)$$

Применительно к графикам рис.2, а, т.е. работы [1], необходимо исследовать отношения напряжений, которые зависят от соотношения площадей и длин стержней 1 и 3. С учётом (7) соотношения (2) имеют вид:

$$\lambda_{13} = \frac{\sigma_{12}}{\sigma_{32}} = \frac{A_{12}E_1(l_{31}A_{32} + l_{32}A_{31})}{(l_{11}A_{12}E + l_{12}A_{11}E_1)A_{32}}; \quad (10)$$

$$\lambda_{12} = \frac{\sigma_{12}}{\sigma_{22}} = \frac{A_{12}E_1(l_{21}A_{22} + l_{22}A_{21})}{(l_{11}A_{12}E + l_{12}A_{11}E_1)A_{22}}. \quad (11)$$

Данные о точных значениях конструктивных размеров прибора неизвестны. Поэтому исследованы довольно широкие интервалы их

изменений. Наиболее чувствительными к изменению соотношений напряжений являются величины следующих компонентов: диаметр втулки d_{11} для закрепления центральной проволоки, отношения длин верхних ступеней стержней к базовой длине L прибора $\xi_1; \xi_2; \xi_3$. Указанные величины длин ступеней стержней выражались через общую базовую длину прибора L :

$$\begin{aligned} l_{11} &= L \cdot L_1 \cdot \xi_1; & l_{12} &= L \cdot L_1 \cdot (1 - \xi_1); \\ l_{21} &= L \cdot L_2 \cdot \xi_2; & l_{22} &= L \cdot L_2 \cdot (1 - \xi_2); \\ l_{31} &= L \cdot L_3 \cdot \xi_3; & l_{32} &= L \cdot L_3 \cdot (1 - \xi_3), \end{aligned}$$

где L_1, L_2, L_3 – коэффициенты длин стержней.

При интервале диаметра $d_{11} = 30 - 50$ мм и интервалах $\xi_1 - \xi_3$, равных $0,93 - 0,86$, интервал изменения отношений напряжений $\lambda_{13} = 6,6 - 11,5$ и $\lambda_{12} = 4,64 - 8,11$. Конкретно, при $d_{11} = 40$ мм, $L = 500$ мм, $L_1 = 0,65, L_2 = 0,57, L_3 = 1$; $\xi_1 = \xi_2 = \xi_3 = 0,9$ исследуемое отношение напряжений составляет $\lambda_{13} = 7,73$ и $\lambda_{12} = 4,41$. Это практически совпадает с соотношениями (2) работы [1].

Проанализируем метод [4] экспериментального определения распределения напряжений в слоях каната. Суть этого метода заключается в том, что образец каната в исходном состоянии подвергается растяжению и кручению. После удаления части проволок или целого слоя каната, растягивающие усилие изменяют таким образом, чтобы деформации растяжения и кручения принимали значения исходного состояния, т.е. до удаления определённого количества проволок. Уменьшение растягивающего усилия по замыслу метода [4] должно равняться величине усилия, воспринимаемого удалённой частью.

Проверим правомерность этого метода на примере каната 1+6+12, диаметра 5,15 мм. Конструкция каната $\frac{1}{1,15} + \frac{6}{1,0} + \frac{12}{1,0}$, углы свивки $\alpha_2 = 16,75^\circ$ и $\alpha_3 = 16,16^\circ$. Канат имеет следующие значения жесткостей [5]: при полноценном канате $G_{11} = 2705990$ Н, жесткость без наружного слоя $G'_{11} = 1035601$ Н.

При грузе $P = 1000$ Н деформация каната:

$$\varepsilon = \frac{P}{G_{11}} = \frac{1000}{2705990} = 3,6955 \cdot 10^{-4}. \quad (12)$$

Воспроизведём принцип предлагаемого метода вырезанием проволок всего наружного слоя. Он сводится к следующему: нагрузку на канат предлагается уменьшать на ΔP до уровня, при котором

деформация каната без наружного слоя составит тоже самое значение $\varepsilon = 3,6955 \cdot 10^{-4}$. Аналитически это выражается зависимостью:

$$\varepsilon = \frac{P - \Delta P}{G'_{11}} = \frac{1000 - \Delta P}{1035601} = 3,6955 \cdot 10^{-4}.$$

Откуда $\Delta P = 617,293 \text{ Н}$.

Ниже определено теоретическое значение деформации, которое, конечно, полностью совпадает со значением (12).

$$\varepsilon = \frac{P - \Delta P}{G'_{11}} = \frac{1000 - 617,293}{1035601} = 3,6955 \cdot 10^{-4}. \quad (13)$$

Здесь $\Delta P = 617,293 \text{ Н}$ определено теоретически. Но в предлагаемом методе величина ΔP определяется экспериментально и, конечно, возможны различия теоретического и экспериментального значений. Совпадения значений по (12) и по (13) свидетельствует о безупречности метода вырезания для экспериментального определения распределения усилий в канате при чистом растяжении. При свободном растяжении каната, которое сопровождается деформациями растяжения и кручения, метод не приемлем.

Третий метод представлен в статье [6]. Метод заключается в вырезании проволок наружного слоя. Для проведения испытаний был взят канат конструкции 1+6+12. Тензодатчики клеились непосредственно на проволоки слоев. Результаты эксперимента показаны на рис. 4. Из анализа графиков видно, что отношение усилий (напряжений при одинаковых диаметрах) в центральной проволоке и в проволоках слоёв

$$\lambda_{13} = \frac{\sigma_1}{\sigma_3} = 1,68 ; \quad \lambda_{12} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = 1,48. \quad (14)$$

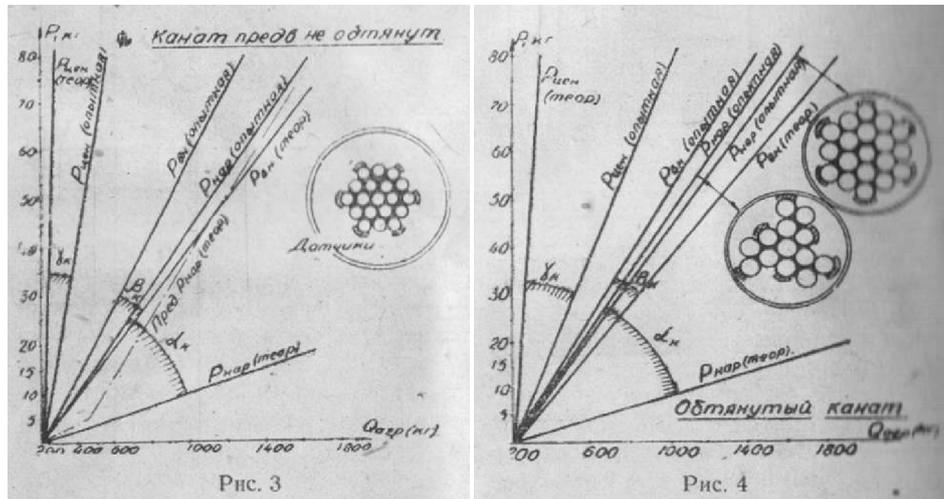


Рис.4. Результаты опытов

Статическая проверка экспериментальных усилий уравнением

$$Q - P_1 - P_2 n_2 \cos \alpha_2 - P_3 n_3 \cos \alpha_3 = 0 \quad (15)$$

показывает погрешность 11% для полноценного каната и 35% для каната с вырезанными шестью проволоками в наружном слое. Считаем, что причиной также является изменение соотношения жесткостей элементов в предлагаемой методике [6].

Выводы. При конструировании приборов для измерения распределения усилий между элементами канатов и вообще витых проволочных изделий необходимо учитывать их конструктивные особенности как статически неопределимых систем, т.е. сохранять соотношение между жесткостями элементов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кулик Н. Г. Экспериментальное исследование напряжений в элементах стальных канатов // Стальные канаты. – Вып. 5. – К.: Техника, 1965. – С.199 – 201.
2. Глушко М.Ф. Номерованный Б.С. Определение усилий в элементах каната при осевом нагружении // Стальные канаты. – Вып.2. – К.: Техника, 1965. – С. 165 – 171.
3. Чаюн И.М. Сопротивление материалов. Учебник. – Одесса: Изд-во “Optimum”, 2013. – С. 81 – 85.
4. Нестеров П. П., Шабанов-Кушнарченко Ю., Козюберда Н. И. Новый метод определения напряжений в проволочных канатах // Заводская лаборатория. – №2, 1961. – С.21 – 24.
5. Чаюн. И. М. Несущая способность подъемных канатов и лент – Одесса: Астропринт, 2003. – 233 с.
6. Бабенко А. Ф., Аквивенсон М. Ю. Экспериментальное исследование распределения растягивающего усилия между проволоками спирального каната с учётом сил трения // Одесский политехнический институт, научные записки том 36, 1961.– 131 с