

УДК 539.3

Ю. М. Дудзинский, д-р физ.-мат. наук, В. В. Витков, А. В. Жукова

МОДЕЛЬ ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ ЗАТОПЛЕННЫХ СТРУЙНЫХ ОБОЛОЧЕК

Рассмотрены вынужденные колебания упругой затопленной струйной оболочки как модель струйных гидродинамических излучателей. Вычислена зависимость амплитуды вынужденных колебаний от частоты как функция геометрических и гидродинамических параметров струйной оболочки. Проанализировано влияние свойств жидкости и геометрических параметров оболочки на АЧХ и на добротность гидродинамических излучателей. Выполнено сопоставление теоретических вычислений с результатами экспериментов.

Ключевые слова: затопленная струйная оболочка, струйный гидродинамический излучатель.

Введение. В струйных гидродинамических излучателях (ГДИ) часть энергии затопленной струи преобразуется в энергию акустических волн, а рабочая жидкость одновременно является источником колебаний и объектом озвучивания [1]. Ранее в качестве модели струйных ГДИ противоточного типа (рис. 1, а) были рассмотрены собственные автоколебания затопленной цилиндрической струйной оболочки [1, 2]. Одно основание оболочки жестко заземлено, а на другом – отсутствуют удлинения и перерезывающие усилия. Поскольку имеет место деформация только в направлении нормали к ее поверхности, то предполагалось отсутствие сдвигающих усилий и крутящих моментов, а на любом сечении изгибающие моменты и перерезывающая сила равны нулю. У данных излучателей частоту основной гармоники акустического сигнала задает упругая затопленная струйная оболочка, а накопителем энергии является первичный вихрь в форме тороида. Пульсации вихря возбуждают струйную оболочку, которая совершает изгибные колебания. При оптимальной скорости струи, когда частота пульсаций первичного вихря совпадает с собственной частотой оболочки, наблюдается максимальный уровень тонального звука [1]. Управлять частотой возможно, изменяя геометрию оболочки (замена сопла и отражателя) [1], создавая избыточное статическое давление в герметичной емкости [2] или изменяя скорость истечения струи жидкости из сопла [3]. Первый способ неудобен, второй – не всегда реализуется. Третий способ удобен, однако при этом уменьшается амплитуда изгибных колебаний струйной оболочки и, как следствие, снижается уровень акустического сигнала, вплоть до полного исчезновения. Поэтому представляет интерес рассмотреть задачу о вынужденных колебаниях затопленной осесимметричной кольцевой струи.

Схема прямооточного ГДИ с кольцевым соплом и ступенчатым препятствием представлена на рис. 1, б. Частоту основной гармоники акустического сигнала задает упругая затопленная струйная оболочка 2 (цилиндрической или конической формы). Осесимметричная струя вытекает из кругового щелевого сопла 1 и формируется в оболочку ступенчатым препятствием 3. Накопителем энергии является неустойчивый первичный вихрь 4 с развитой кавитацией в форме тороида. Пульсации вихря возбуждают струйную оболочку, которая совершает изгибные колебания. В фазе растяжения ее свободного основания каверны из первичного вихря переносятся потоком наружу. За счет эффекта Кармана создаётся вторичный тороидальный вихрь [2]. Паровые каверны внутри вторичного тороида синфазно схлопываются и генерируют упругие волны высокой интенсивности. При оптимальной скорости струи на выходе кольцевого сопла, когда частота пульсации вихря совпадает с собственной частотой оболочки, наблюдается максимальный уровень тонального звука [3]. В случае противоточного ГДИ (рис. 1, а) жидкость вытекает из сопла 1 и формируется в упругую затопленную струйную оболочку 2 отражателем с параболической лункой 3. Во внутренней области образуется неустойчивый первичный вихрь с развитой кавитацией 4 в форме тороида. Принцип гидродинамического звукообразования полностью идентичен описанному выше [1].

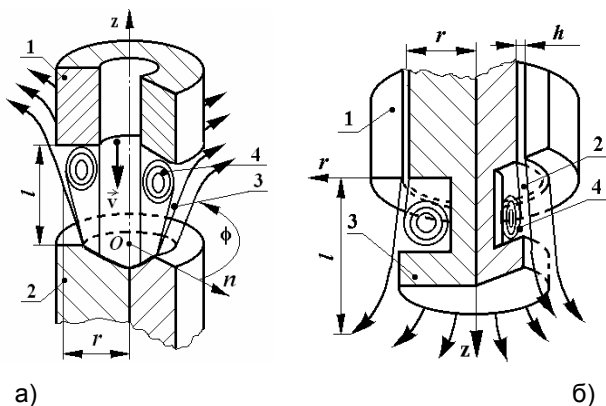


Рис. 1 – Модели струйных гидродинамических излучателей

Задачи о вынужденных осесимметричных колебаниях цилиндрических оболочек, находящихся под действием акустического поля давлений, часто решаются методом Фурье [7]. Используемые в этой методике ряды для функции прогиба обладают медленной сходимостью. Для того чтобы охватить влияние концовых закреплений для некоторых оболочек, требуется привлечь несколько десятков членов ряда. Это обусловлено тем, что собственные частоты ω_k осесимметричных колебаний оболочки при относительно малых числах изгибных полуволн k практически остаются неизменными. Поэтому результаты этих вычислений применимы, как правило, для больших значений k . Однако в струйных ГДИ потоком жидкости формируются оболочки средней длины. Уравнение вынужденных колебаний интегрируется в замкнутом виде.

Полученное решение может быть использовано для сравнения с приближенными решениями в более сложных задачах этого типа.

Вынужденные колебания затопленной струйной оболочки. Ранее было показано, что резонансная частота осесимметричных гидродинамических излучателей зависит от свойств рабочей жидкости, гидростатического давления в ней, геометрических параметров оболочки и граничных условий на ее торцах [1 – 3]. В качестве модели прямоточных и противоточных ГДИ рассматривается упругая затопленная осесимметричная цилиндрическая струйная оболочка. Уравнения осесимметричных колебаний цилиндрической оболочки имеют вид [7]

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \left(\frac{\nu}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial z} - \frac{h^2}{12r} \cdot \frac{\partial^3}{\partial z^3} \right) w = -\frac{1-\nu^2}{Eh} \cdot q_z; \quad (1)$$

$$\left(\frac{\nu}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial z} - \frac{h^2}{12r} \cdot \frac{\partial^3}{\partial z^3} \right) u + \frac{h^2}{12r^2} \left(r^2 \frac{\partial^4}{\partial z^4} + \frac{1}{r^2} + \frac{12}{h^2} \right) w = \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{1-\nu^2}{Eh} q_r, \quad (2)$$

где h , r – толщина стенки и средний радиус оболочки; ρ , E , ν – плотность, модуль упругости и коэффициент Пуассона материала оболочки; q_z , q_r – соответственно растягивающая и изгибающая силы, действующие на единицу площади оболочки; u , w – деформации удлинения и изгиба, соответственно. Длина образующей цилиндра – ℓ .

Рассматриваем оболочку средней длины ($\pi r/\ell \sim 1$), причем условимся, что верхнее ее значение позволяет пренебрегать продольными силами инерции ($q_z = 0$). В этом случае пренебрежение q_z не приведет к существенной погрешности [3, 7]. В уравнениях (1), (2) отбросим слагаемые, которые имеют порядок $(h/r)^2$. Поскольку осесимметричная струя затоплена в жидкости с теми же свойствами, то коэффициентом Пуассона можно пренебречь ($\nu = 0$) [4, 6]. Предполагаем, что оболочка, деформируясь под действием сил, равномерно распределенных по ее внутренней поверхности, совершает только изгибные гармонические колебания, т. е.

$$q_r = Q_0 \cdot \exp(i\omega t); \quad W(z, t) = W(z) \cdot \exp(i\omega t).$$

Тогда приходим к одному уравнению вида

$$\frac{\partial w^4}{\partial z^4} - k^4 w = -f_0; \quad (3)$$

$$k = \sqrt[4]{\frac{12(\rho r^2 \omega^2 - E)}{E h^2 r^2}}; \quad f_0 = \frac{12 Q_0}{E h^3}. \quad (4)$$

Общее решение неоднородного уравнения (3) имеет вид [5]

$$w(z) = C_1 \cdot \operatorname{ch}(kz) + C_2 \cdot \operatorname{sh}(kz) + C_3 \cdot \cos(kz) + C_4 \cdot \sin(kz) + \frac{f_0}{k^4}. \quad (5)$$

Неизвестные коэффициенты C_1 , C_2 , и C_4 вычислим из граничных условий. Для прямого ГДИ (рис. 1, б) [2]:

$$W(0) = W'(0) = 0; \quad W''(\ell) = W'''(\ell) = 0. \quad (6)$$

Для противоточного ГДИ (рис. 1, а) [1, 3]:

$$W(0) = W'(0) = 0; \quad W'(\ell) = W''(\ell) = 0. \quad (7)$$

В случае прямого ГДИ при граничных условиях (8) амплитуда вынужденных изгибных колебаний свободного края оболочки ($z = \ell$):

$$w_{\text{прям}}^{\text{вч}} = \frac{f_0 (\cos(k\ell) + \operatorname{ch}(k\ell))}{k^4 (1 + \cos(k\ell) \cdot \operatorname{ch}(k\ell))}; \quad (8)$$

$$w_{\text{прям}}^{\text{нч}} = \frac{f_0 \cos(\bar{p}\ell) \cdot \operatorname{ch}(\bar{p}\ell)}{2\bar{p}^4 (1 + \operatorname{sh}^2(\bar{p}\ell) + \cos^2(\bar{p}\ell))}; \quad \bar{p} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt[4]{\frac{12(E - \rho r^2 \omega^2)}{E h^2 r^2}}. \quad (9)$$

Функцией (8) можно пользоваться в интервале частот выше резонансной, а функцией (9) – ниже резонансной частоты.

В случае противоточного осесимметричного гидродинамического излучателя при граничных условиях (9) амплитуда вынужденных изгибных колебаний свободного конца струйной оболочки примет вид

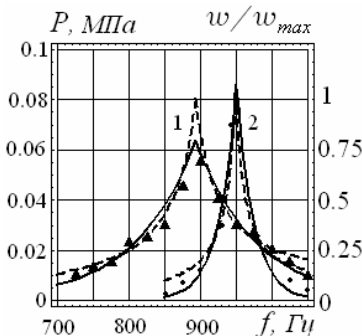
$$w_{\text{прот}}^{\text{вч}} = \frac{f_0}{k^4 \sin(k\ell) \cdot \operatorname{sh}(k\ell)} [\sin(k\ell) \cdot \operatorname{sh}(k\ell) + \cos(k\ell) - \operatorname{ch}(k\ell)]; \quad (10)$$

$$w_{\text{прот}}^{\text{нч}} = \frac{f_0 [3 \sin(\bar{p}\ell) \cdot \operatorname{sh}(\bar{p}\ell) - 2 \cos(\bar{p}\ell) \cdot \operatorname{ch}(2\bar{p}\ell) + \cos(2\bar{p}\ell) - \operatorname{ch}(2\bar{p}\ell)]}{4\bar{p}^4 [\cos(2\bar{p}\ell) - \operatorname{ch}(2\bar{p}\ell)]}. \quad (11)$$

Анализ теоретических и экспериментальных результатов. Используя полученные выше функции амплитуды вынужденных колебаний незащемленного края (8) – (11), можно построить АЧХ затопленных струйных оболочек и по ним теоретически определить их добротность. Для проверки соответствия приведенной математической модели параметрам реального устройства были исследованы амплитудно-частотные характеристики прямооточных и противоточных осесимметричных гидродинамических излучателей (рис. 1). В экспериментах изменялись геометрические и гидродинамические параметры ГДИ обоих типов: средний радиус, длина, толщина струйной оболочки, скорость струи на выходе из сопла. При этом

исследования проводились в жидкостях с различными свойствами – отстоянной в течение трех недель водопроводной воде и трансформаторном масле.

На рис. 2 представлены сплошными линиями амплитудно-частотные характеристики противоточного излучателя в воде (кривая 1) и трансформаторном масле (кривая 2). Частота основной гармоники генерируемого акустического сигнала изменялась за счет скорости струи на выходе из сопла (рис. 1). Там же пунктирными линиями представлены теоретические АЧХ струйной оболочки в относительных единицах, вычисленные по формулам (12) и (13). Как видно на рис. 2, большая плотность и, соответственно, большая удельная масса ($\rho_1 h_1 > \rho_2 h_2$) единичной площадки водяной струйной оболочки по сравнению с масляной приводит к понижению резонансной частоты и существенному уменьшению добротности ГДИ.



1 – рабочая жидкость – вода,

2 – рабочая жидкость – трансформаторное масло

Рис. 2 – АЧХ струйного гидродинамического излучателя

На рис. 3 сплошными линиями представлены теоретические зависимости добротности затопленных струйных оболочек от среднего радиуса r , полученные из графиков функций изгибных колебаний по формулам (10) и (11). Экспериментальные добротности струйных противоточных ГДИ там же изображены пунктирными линиями для воды (кривые 1) и трансформаторного масла (кривые 2). Изменение радиуса осуществлялось путём замены сопла 1 и отражателя 2 излучателя (рис. 1). При этом можно регулировать высоту оболочки, изменяя расстояние между соплом и отражателем, а толщина h остается неизменной. Частота возбуждения регулировалась за счет изменения скорости струи на выходе из сопла [1, 3]. Характеристики рабочих жидкостей: температура, гидростатическое давление, концентрация инородных включений, а поддерживались неизменными. Акустический сигнал регистрировался калиброванным сферическим пьезокерамическим гидрофоном, измерения его параметров производились с помощью электронного вольтметра, осциллографа и спектроанализатора. Видно, что с увеличением характерного размера пульсирующего тела добротность колебательной системы уменьшается, асимптотически приближаясь к значению $Q = 10 \dots 12$.

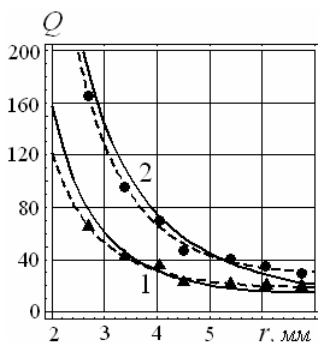


Рис. 3

На рис. 4 сплошной линией представлена теоретическая зависимость добротности от толщины h затопленной струйной оболочки, полученная из графиков функций изгибных колебаний по формулам (8) и (9). При этом средний радиус r оставался неизменным. Рабочей жидкостью в этом эксперименте являлась отстоянная водопроводная вода. Пунктирная линия – регрессия значений добротности, вычисленных по экспериментальным амплитудно-частотным характеристикам прямоточных ГДИ. Видно, что с увеличением толщины возрастает добротность гидродинамического излучателя. Как следует из выражений (4), это связано с возрастанием жесткости цилиндрической струйной оболочки. С другой стороны, замедление роста функции $Q(h)$ связано с одновременным увеличением удельной массы ($\sim \rho h$) единичной площадки струйной оболочки.

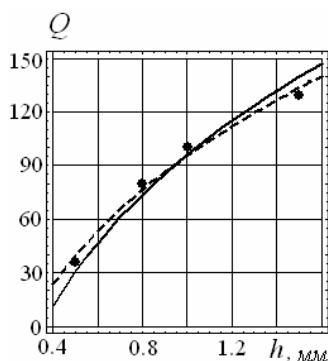


Рис. 4

Выводы. По результатам выполненных исследований могут быть сделаны следующие выводы:

1. Рассмотрены уточненные модели струйных гидродинамических излучателей. Показано соответствие между функциями амплитуды изгибных колебаний не заземленного края оболочки и АЧХ реальных излучателей.

2. Проанализировано влияние геометрических параметров затопленной струйной оболочки и свойств рабочей жидкости на добротность рассмотренной динамической системы.

3. Получено не только качественное, но и количественное соотношение между теоретическими и экспериментальными результатами.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. *Дудзинский Ю. М.* Собственные колебания струйной оболочки в условиях гидростатического давления / Ю. М. Дудзинский, А. Ф. Дашенко // Прикл. мех. – 2004. – 40, № 12. – С. 92 – 98.

2. *Дудзінський Ю. М.* Модель прямооточного гідродинамічного випромінювача з кільцевим соплом і східчастою перешкодою / Ю. М. Дудзинский, О. В. Сухарьков, Н. В. Манічева // Акуст. вісник. – 2004. – 7, №3. – С. 48 – 51.

3. *Дудзинский Ю. М.* Вынужденные колебания осесимметричной затопленной струйной оболочки / Ю. М. Дудзинский, В. Г. Попов // Прикл. мех. – 2005. – 41, № 4. – С. 60 – 65.

4. *Зарембо Л. К.* Введение в нелинейную акустику / Л. К. Зарембо, В. А. Красильников. – М.: Наука, 1966. – 520с.

5. *Камке Э.* Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям / Э. Камке. – М.: Наука, 1976. – С. 472 – 473.

6. *Корнфельд М.* Упругость и прочность жидкостей / М. Корнфельд. – М.: Гос. изд - во технико-теоретической литературы, 1951. – 200с.

7. *Огибалов П. М.* Оболочки и пластины / П. М. Огибалов, М. А. Колтунов. – М.: Изд-во МГУ, 1969. – 695 с.

*Одеський національний
політехнічний університет,
Одеса, Україна*

Поступила в редколлегию 30.08.2010

Ю. М. Дудзінський, д-р фіз.-мат. наук, В. В. Вітков, А. В. Жукова

МОДЕЛЬ ПОПЕРЕЧНИХ КОЛИВАНЬ ЗАНУРЕНИХ СТРУМИННИХ ОБОЛОНОК

Було розглянуто вимушені коливання пружної зануреної струминної оболонки, як модель струминних гідродинамічних випромінювачів. Обчислено залежність амплітуди вимушених коливань від частоти як функція геометричних і гідродинамічних параметрів струминної оболонки. Проаналізовано вплив властивостей рідини й геометричних параметрів оболонки на АЧХ і на добротність гідродинамічних випромінювачів. Виконано зіставлення теоретичних обчислень із результатами експериментів.

Ключові слова: занурена струминна оболонка, струминний гідродинамічний випромінювач.

Yu. M. Dudzinsky, Professor, V. V. Vitkov, A. V. Zhukova

MODEL OF TRANSVERSAL VIBRATIONS OF THE FLOODED JET SHELLS

The forced vibrations of elastic flooded jet's shell as the model of uniflow and counter flow jet's hydrodynamic radiators are considered. The dependence of amplitude of the forced vibrations on frequency as a function of geometrical and hydrodynamic parameters of jet shell is calculated. Influence of liquid properties and geometrical parameters on peak frequency description and quality-factor is analyzed. The numerical work is compared with experimental results.

Keywords: flooded jet shell, jet hydrodynamic radiator.