

**ДИНАМІЧНА МОДЕЛЬ УПРАВЛІННЯ ІНДИВІДУЛЬНИМ
ПРОЦЕСОМ НАВЧАННЯ**

Косенко Ю.І., Гельгорд О.

**Науковий керівник – ст. викл. каф. «Інформаційних систем», канд. техн. наук
Носов П.С.**

Індивідуально-орієнтований підхід в навчальному процесі набирає все більший пріоритет в області інформатизації освіти. Сучасні тенденції побудови математичних моделей управління навчальним процесом вже не можуть ґрунтуватися на стаціонарних підходах.

Рішення задачі оптимального управління індивідуальним процесом навчання (ПН) ускладнюється чинниками які змінюють свої значення з часом. Як наслідок, необхідно ввести тимчасові параметри, що характеризують модель оптимального управління ПН як динамічну.

Введемо тимчасові параметри моделювання:

$V1(t)$ – об'єм навчального матеріалу для навчання;

$V2(t)$ – об'єм засвоєного матеріалу суб'єктом навчання (СН);

$T(t)$ – темпи навчання;

$L(t)$ – рівень засвоєння матеріалу СН;

I – коефіцієнт інтересу СН;

F – коефіцієнт забування СН;

$M(t)$ – оптимальний часовий інтервал засвоєння матеріалу СН.

Введення параметрів опишемо системою диференціальних рівнянь, що описують динаміку зміни стану ПН (1):

$$\dot{V}_1 = T - L, V_{1(0)} = 0; \dot{V}_2 = L - IV_2, V_{2(0)} = 0 \quad (1)$$

Інтегральна залежність від попередніх станів ПН, δ описується наступними рівняннями (2):

$$L_{(t)} = V_{1(t)} \int_{\alpha < \beta} \theta(\alpha, \beta, t) d\mu(t); \theta(\alpha, \beta, t) = \delta[\theta_0(\alpha, \beta)]c(t), \quad (2)$$

де: θ, α, β – порогові числа конечномерного простору станів ПН, а δ – оператор регулювання.

Прийmemo, що темпи навчання обмежені T_0 , $T(t) \in [0; T_0]$. Припустимо, що оптимальний стан ППН знаходиться на проміжку: $[0 < \varphi < T_0]$.

Тоді, $J(\varphi)$, визначається рівнянням (3):

$$J(\varphi) = \int_0^T (M_{(t)}L_{(t)} - T_{(t)} - IV_{1(t)})dt. \quad (3)$$

Перехід до стану ППН, зводиться до оптимального управління, при якому функціонал $J(\varphi) \rightarrow \max$, $J(\varphi) > 0$. Подальше рішення задачі ґрунтуватиметься на принципі максимуму Понтрягіна і функції Гамільтона [1] (4):

$$H(V_1, V_2, L, \gamma_1, \gamma_2, T, M) = T(\gamma_1 + 1) + L(\gamma_2 - \gamma_1 - M) + I\gamma_2V_2 + FV_1, \quad (4)$$

де $\gamma_{1(t)}$, $\gamma_{2(t)}$ – функції балансу системи. Залежно від знаку мінімум досягається при $T \equiv T_0$ або $T = 0$ (5):

$$T_{(t)} = \begin{cases} 0, \gamma_{1(t)} + 1 > 0; \\ T_0, \gamma_{1(t)} + 1 < 0. \end{cases} \quad (5)$$

Для знаходження мінімуму функції виконаємо ряд диференціальних обчислень, внаслідок чого (6):

$$M_{(t)} = \begin{cases} \frac{1}{3}(\gamma_2 - \gamma_1 + \sqrt{(\gamma_1 - \gamma_2)^2 + 6\alpha^2}), \text{ если } \gamma_1 - \gamma_2 > 0; \\ \frac{2(\gamma_1 - \gamma_2) + \alpha\sqrt{6}}{3}, \text{ если } \gamma_2 - \gamma_1 > 0. \end{cases} \quad (6)$$

Таким чином отримуємо гамільтониан (7):

$$H'_{(t)} = H'(V_1, V_2, \gamma_1, \gamma_2) = H'(\gamma_1 + 1) - (\gamma_1 - \gamma_2 + M')L(M') - I\gamma_2V_2 + IV_1 \quad (7)$$

При цьому функції балансу $\gamma_{1(t)}$ і $\gamma_{2(t)}$ описуються похідними (8, 9):

$$\gamma_1 = -\frac{\partial H'}{\partial V_1} = -F + \int_{\alpha < \beta} \theta(\alpha, \beta, t) d\mu_{(t)}; \quad (8)$$

$$\gamma_2 = -\frac{\partial H'}{\partial V_2} = I\gamma_2 \text{ при: } \gamma_1(\varphi) = 0, \gamma_2(\varphi) = 0. \quad (9)$$

Рішення рівняння описується наступною залежністю:

$\gamma_{2(t)} J 0, 0 J t K \varphi.$

Для знаходження оптимуму необхідно визначити умови, що забезпечують існування функцій $M(t)$, $\gamma_{1(t)}$, що задовольняють рівнянню (7) і краєвій умові (9). Необхідно знайти статичну крапку $(W_M)_{(t)}$ (10):

$$(W_M)_{(t)} = \frac{2}{3} \int_t^{\varphi} \left(\int_{\alpha < \beta} \delta[\theta_0(\alpha, \beta)] M(\tau) d\mu(\tau) \right) d\tau + \frac{a\sqrt{6}}{3}. \quad (10)$$

Статична крапка $(W_M)_{(t)}$, є оптимальним тимчасовим інтервалом засвоєння матеріалу СН у момент t , що забезпечує максимальне значення рівня знань-умінь СН на даному етапі навчання.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. А. У. Арутюнов, Р. Р. Магаріл-ільяєв, В. М. Тіхоміров. Принцип максимуму Понтрягина. Доказ і додатки. – Факторіал Прес, 2006. – 144 з.