

УДК 621.86.065

И.М. Чаюн, д-р техн. наук, проф., Одес. нац. политехн. ун-т

## СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ПРОЧНОСТНОЙ РАСЧЕТНОЙ СХЕМЫ КАНАТОВ

*И.М. Чаюн. Удосконалення міцнісної розрахункової схеми канатів.* Пропонується підвищення в 1,4...1,9 рази точності розрахункової схеми канатів за рахунок використання міцнісних характеристик, відповідних схемам навантаження канатів. Викладено методику обчислення зазначених характеристик.

*Ключові слова:* канат, жорсткість, деформація, потенційна енергія, міцність.

*И.М. Чаюн. Совершенствование прочностной расчетной схемы канатов.* Предлагается повышение в 1,4...1,9 раза точности расчетной схемы канатов за счет использования прочностных характеристик, соответствующих схемам нагружения канатов. Изложена методика определения указанных характеристик.

*Ключевые слова:* канат, жесткость, деформация, потенциальная энергия, прочность.

*И.М. Чаюн. The improvement of the strength loading diagram of the cables.* The 1,4..1,9 times rise of the accuracy of the cables loading diagram is offered. It is reached using the strength characteristics which correspond to the loading conditions of the cables.

*Keywords:* cable, rigidity, deformation, potential energy, strength.

Несмотря на многочисленные исследования напряженно-деформированного состояния канатов регламентированная методика их расчета на прочность базируется на весьма упрощенной расчетной схеме. Согласно Правилам устройства и безопасной эксплуатации грузоподъемных кранов расчет канатов на статическую прочность вне зависимости от схемы нагружения предписано выполнять по формуле [1]

$$F_0 = kP_c \geq SZ_p, \quad (1)$$

где  $F_0$  — разрывное усилие каната в целом (прочностная характеристика, которая в первом приближении соответствует только схеме растяжения образца прямого каната, т.е. не учитывает кручение, изгиб и др. особенности);

$k$  — коэффициент,  $k = 0,83$  [1];

$P_c = \sigma_b \cdot A$  — суммарное разрывное усилие проволок каната;

$\sigma_b$  — предел прочности проволок согласно маркировочной группе;

$A$  — суммарная площадь поперечного сечения всех проволок каната;

$S$  — наибольшее натяжение ветви каната;

$Z_p$  — нормативный запас прочности [1].

Аналогичная упрощенная расчетная схема применяется в странах ЕС [2].

Цель статьи — обоснование повышения точности расчетных схем исследования деформированно-напряженного состояния канатов и определения их прочностных характеристик, соответствующих различным действительным схемам нагружения.

Канат — это стержневая многократно статически неопределимая конструкция, элементами которой являются проволоки сложной спиральной формы, взаимно контактирующие между собой при ограниченных перемещениях их сечений в состоянии деформирования. Эти и другие особенности явились основанием выделения расчетов по витым проволочным конструкциям в “строительную механику каната” [3].

Решения задач растяжения и кручения прямого каната, основанные на уравнениях статики Кирхгофа, теореме Кастилиано и методе сил, получены при расчетной схеме со следующими

упрощениями: в качестве элементов приняты группы геометрически равноценных проволок и прядей; не учитывается поперечное сужение; считается отсутствующим трение скольжения между элементами при нагружении. Результаты определения деформаций канатов и напряжений в проволоках с удовлетворительной точностью подтверждаются экспериментами [3, 4]. Решения при аналогичной расчетной схеме, используются также зарубежными авторами [5].

Применение подобной расчетной схемы к изгибу каната, несмотря на указанные упрощения, выливается в очень громоздкие решения, которые не доведены до численных результатов.

Преимуществом развитием строительной механики каната можно считать работу, где использованы известные геометрические уравнения, но дальнейшее развитие расчетной схемы по определению деформаций каната и описанию деформированно-напряженного состояния проволок в канате имеет другое направление [6]. Этот путь состоит в том, что внимание обращено не на теорему Кастилиано, а на теорему Лагранжа. И тем самым в развитии исследований получилась новая теорема с формулировкой — *вторая частная производная от удельной потенциальной энергии деформирования системы, в частности каната, по обобщенной деформации равна соответствующей жесткости сечения каната* [6]:

$$G_{kj} = \frac{\partial^2 u}{\partial \Delta_k \partial \Delta_j}; \quad k = j = 1, 2, 3, 4, \quad (1)$$

где  $u$  — удельная потенциальная энергия деформирования каната;

$\Delta_k, \Delta_j$  — деформации каната: растяжения  $\Delta_1 = \varepsilon$ ; кручения  $\Delta_2 = \theta$ ; изгиба в плоскости барабана  $\Delta_3 = \chi$ ; из плоскости барабана  $\Delta_4 = \zeta$ .

При упругом деформировании удельная потенциальная энергия

$$u = \frac{1}{2} \sum_1^s \Lambda (\Phi_p e^2 + \Phi_t t^2 + \Phi_u (b^2 + n^2)), \quad (2)$$

где  $s$  — число проволок в канате;

$\Lambda = 1/\cos \alpha \cos \beta$  ( $\alpha$  и  $\beta$  — углы свивки проволок и прядей);

$\Phi_p = EA$ ,  $\Phi_t = 2GI$  и  $\Phi_u = EI$  — продольная, крутильная и изгибная жесткости проволок.

На основании (1) и (2) с учетом выражений деформаций проволок в канате после дифференцирования и преобразований получена совокупность жесткостей, составляющая глобальную матрицу каната

$$|G| = \begin{vmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} & G_{14} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} & G_{24} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} & G_{34} \\ G_{41} & G_{42} & G_{43} & G_{44} \end{vmatrix} = \sum_1^s \Lambda_i |K_i| \begin{vmatrix} \Phi_{p_i} & & & 0 \\ & \Phi_{t_i} & & \\ & & \Phi_{u_i} & \\ 0 & & & \Phi_{u_i} \end{vmatrix} \cdot |K_i|^T, \quad (3)$$

где  $G_{11}, G_{22}, G_{33}, G_{44}$  — главные жесткости (продольная, крутильная и изгибные);

$G_{12} = G_{21}; G_{13} = G_{31}; G_{14} = G_{41}; G_{23} = G_{32}; G_{24} = G_{42}; G_{34} = G_{43}$  — жесткости влияния;

$|K_i|$  — матрица удельных деформаций  $i$ -ой проволоки в канате

$$|K_i| = \begin{vmatrix} K_{e\varepsilon} & K_{t\varepsilon} & K_{b\varepsilon} & K_{n\varepsilon} \\ K_{e\theta} & K_{t\theta} & K_{b\theta} & K_{n\theta} \\ K_{e\chi} & K_{t\chi} & K_{b\chi} & K_{n\chi} \\ K_{e\zeta} & K_{t\zeta} & K_{b\zeta} & K_{n\zeta} \end{vmatrix} = |KT_i| \cdot |KF_i| =$$

$$= \begin{vmatrix} \bar{K}_{E\varepsilon} & \bar{K}_{T\varepsilon} & \bar{K}_{B\varepsilon} & 0 \\ \bar{K}_{E\theta} & \bar{K}_{T\theta} & \bar{K}_{B\theta} & 0 \\ \bar{K}_{E\chi} & \bar{K}_{T\chi} & \bar{K}_{B\chi} & \bar{K}_{N\chi} \\ \bar{K}_{E\zeta} & \bar{K}_{T\zeta} & \bar{K}_{B\zeta} & \bar{K}_{N\zeta} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} K_{eE} & K_{tE} & K_{bE} & 0 \\ K_{eT} & K_{tT} & K_{bT} & 0 \\ K_{eB} & K_{tB} & K_{bB} & K_{nB} \\ K_{eN} & K_{tN} & K_{bN} & K_{nN} \end{vmatrix};$$

$|KT_i|$  — матрица удельных деформаций пряди в канате, в которую входит  $i$ -я проволока;

$|KF_i|$  — матрица удельных деформаций  $i$ -й проволоки в пряди.

В элементах матрицы  $|K_i|$  первый индекс указывает деформацию проволок в канате ( $e$  — продольная;  $t$  — кручения;  $b$  и  $n$  — изгиба), а второй — деформацию каната, от которой непосредственно происходит данная деформация проволоки.

В элементах матрицы  $|KT_i|$  первый индекс указывает деформацию пряди в канате ( $E$  — продольная;  $T$  — кручения;  $B$  и  $N$  — изгиба), а второй индекс указывает деформацию каната, от которой происходит данная деформация пряди.

В элементах матрицы  $|KF_i|$  первый индекс указывает деформацию проволоки в пряди ( $e$  — продольная;  $t$  — кручения;  $b$  и  $n$  — изгиба), а второй — деформацию пряди, с которой непосредственно связана данная деформация проволоки.

Элементы матриц  $|KF_i|$  и  $|KT_i|$  получаются на основе геометрических уравнений деформации проволок в пряди и пряди в канате [3] с учетом поперечного сужения и трения [6].

Глобальная матрица жесткости каната является ключевым компонентом формулы, определяющей его деформации

$$|DK| = |\varepsilon \theta \chi \zeta| = |G|^{-1} |F|, \quad (4)$$

где  $|F|$  — вектор внутренних усилий в канате, зависящий от схемы его нагружения.

При растяжения каната с изгибом грузом в направляющих на основании (4) и (3)

$$\begin{pmatrix} \varepsilon \\ \theta \\ \chi \\ \zeta \end{pmatrix} = \frac{1}{|D|} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T \\ M \\ L \\ \Gamma \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где  $|D|$  — определитель матрицы жесткости;

$A_{11}, A_{12}, \dots, A_{44}$  — алгебраические дополнения.

Компоненты вектора внутренних усилий в канате (рисунок б):

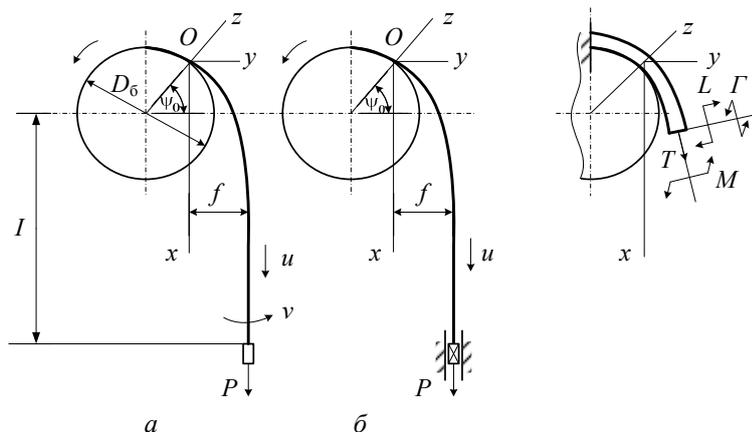
— продольное усилие и момент, скручивающий канат

$$T = P \cos \psi; \quad M = M_n = -(PA_{12}/A_{22}) \cos \psi; \quad (6)$$

— моменты, изгибающие канат

$$L = P f e^{-kx}; \quad \Gamma = M_n \sin \psi, \quad (7)$$

$M_n$  — реакция, препятствующая раскручиванию каната.



Схемы нагружения каната: свободно подвешенным грузом (а) и грузом в направляющих (б)

По уравнению (5) с учетом (6), (7) деформации каната

$$\varepsilon = P(A_{11} \cos \psi - A_{12}(A_{12} \cos \psi + A_{14} \sin \psi) / A_{22} + A_{13} f e^{-kx}) / |D|; \quad (8)$$

$$\theta = P(-A_{24} A_{12} A_{22}^{-1} \sin \psi + A_{23} f e^{-kx}) / |D|; \quad (9)$$

$$\chi = P(A_{13} \cos \psi - A_{12}(A_{23} \cos \psi + A_{34} \sin \psi) / A_{22} + A_{33} f e^{-kx}) / |D|; \quad (10)$$

$$\zeta = P(A_{14} \cos \psi - A_{12}(A_{24} \cos \psi + A_{44} \sin \psi) / A_{22} + A_{34} f e^{-kx}) / |D|. \quad (11)$$

Аналогично на основании (5) получаются выражения деформаций каната при растяжении с изгибом свободно подвешенным грузом (рисунок а;  $M_n = 0$ ); а также при растяжении прямого каната свободно подвешенным грузом и грузом в направляющих.

После определения деформаций каната деформации проволок определяются формулой

$$|D\Pi| = |DK||K|,$$

где  $|D\Pi|$  — матрица деформаций проволок.

Это блочная матрица  $1 \times s$ . Каждый компонент представляет матрицу с деформациями  $i$ -й проволоки

$$|D\Pi_i| = |etbn|, \quad i = 1, 2, \dots, s.$$

Напряженное состояние каната описывается эквивалентными напряжениями в контурных точках сечений проволок

$$\sigma = E \sqrt{\left( e + (b^2 + n^2)^{0,5} \frac{\delta}{2} \right)^2 + 0,16t^2\delta^2},$$

где  $E$  — модуль продольной упругости проволок;

$\delta$  — диаметр проволоки.

Методика [6] применима как при упругом, так и при упруго-пластическом деформировании. Последнее позволяет определять прочностные характеристики  $F_0 = k P_c$  любых конструкций канатов, при различных схемах нагружения. Выполненные расчеты  $F_0$  показывают, что коэффициент  $k$  имеет различные значения при разных схемах нагружения. Так, при растяжении грузом в направляющих получается  $k = 0,82 \dots 0,92$ . При свободном растяжении даже так называемых малокрутящихся канатов  $k = 0,45 \dots 0,50$ . При растяжении с изгибом на барабане грузом в направляющих величина  $k$  зависит от отношения  $D/d$  (диаметра барабана к диаметру каната), а также различна в случае неподвижного и вращающегося барабана. Так, для каната  $6 \times 19(1+6+12)+o.c.$  при  $D/d = 10 \dots 30$  в случае растяжения на неподвижном барабане при грузе в направляющих  $k = 0,604 \dots 0,619$ , в случае вращающегося барабана  $k = 0,449 \dots 0,590$ . Эти результаты, полученные теоретическим путем, подтверждаются экспериментами других авторов. Расхождение составляет  $2 \dots 8\%$ .

Сопоставление значений коэффициентов  $k$  показывает возможный уровень повышения точности расчетной схемы канатов в  $1,4 \dots 1,9$  раза по сравнению с регламентированными методиками [1,2].

Если прочностные характеристики для основных схем нагружения ввести в сертификаты, тогда расчет канатов на статическую прочность, оставаясь таким же удобным по простоте, как в Правилах [1, 2], будет более надежным и экономичным. Это можно сделать, взяв за основу определение прочностных характеристик канатов при расчетной схеме [6]. Конечно, это потребует значительных интеллектуальных и экономических затрат, связанных с определением прочностных характеристик типовых канатов и пересчетов нормативных запасов прочности.

**Литература**

1. Правила устройства и безопасной эксплуатации грузоподъёмных кранов. — Харьков: Форт, 2007. — 268 с.
2. DIN-Taschenbuch. Drahtseile: Normen. — Berlin-Koln: Beuth, 1990. — 360 s.
3. Глушко, М.Ф. Стальные подъемные канаты / М.Ф. Глушко. — К.: Техніка, 1966. — 325 с.
4. Малиновский, В.А. Стальные канаты / В.А. Малиновский. — Одесса: Астропринт, 2001. — 187 с.
5. Ridge, I.M.L. Torsional characterization of ropes used offshore / I.M.L. Ridge // J. Strain Analysis, 2008. — Vol 43, №2. — P. 121 — 139.
6. Чаюн, И.М. Несущая способность подъемных канатов и лент / И.М. Чаюн. — Одесса: Астропринт, 2003. — 233 с.

**References**

1. Pravila ustroystva i bezopasnoy ekspluatatsii gruzopod'emnykh kranov [Regulations on Installation and Safe Operation of Cargo Cranes]. — Khar'kov, 2007. — 268p.
2. DIN-Taschenbuch. Drahtseile: Normen. [The cables: Standards.] — Berlin-Cologne: Beuth, 1990. — 360 p.
3. Glushko, M.F. Stal'nye pod'emnye kanaty [Steel lifting cables] / M.F. Glushko. — Kyiv, 1966. — 325 p.
4. Malinovskiy, V.A. Stal'nye kanaty [Steel cables] / V.A. Malinovskiy. — Odessa, 2001. — 187 p.
5. Ridge, I.M.L. Torsional characterization of ropes used offshore / I.M.L. Ridge // J. Strain Analysis, 2008. — Vol. 43, # 2. — pp. 121 — 139.
6. Chayun, I.M. Nesushchaya sposobnost' pod'emnykh kanatov i lent [The bearing capacity of the lifting cables and bands] / I.M. Chayun. — Odessa, 2003. — 233 p.

Рецензент д-р техн. наук, проф. Одес. нац. политехн. у-та Дашенко А.Ф.

Поступила в редакцию 25 октября 2013 г.