

УДК 620.178.3: 539.43

С. С. ГУТЫРЯ, С. А. МЕДВЕДЕВ, Ю. М. ХОМЯК, А. Н. ЧАНЧИН

**ВЕРОЯТНОСТНЫЙ АНАЛИЗ УСТАЛОСТНОЙ ПРОЧНОСТИ ЭПИЦИКЛА КОЛЕСНОГО РЕДУКТОРА ТРОЛЛЕЙБУСА**

Выполнено комплексное исследование усталостной прочности обода эпицикла в опасных сечениях с учетом концентрации напряжений в галтелях зубьев, циклически переменных деформаций растяжения и изгиба обода, а также изгиба зубьев. Установлено, что эквивалентные напряжения в галтелях с обеих сторон зуба на стадиях разгона троллейбуса и электродинамического торможения практически одинаковы и могут превышать предел выносливости обода при вероятности неразрушения  $P > 70\%$ , что приводит к известным из практики случаям усталостного разрушения эпицикла планетарных колесных редукторов (ПКР). На основании статистической теории Серенсена-Кобаева подобия усталостного разрушения разработана методика расчета и получена вероятностная оценка прочности тонкостенного обода ПКР. Обоснованы практические рекомендации по увеличению ресурса эпицикла ПКР технологическими методами.

**Ключевые слова:** режимы нагружения, плоская деформация зубьев и обода, диаграмма предельных амплитуд, асимметрия цикла напряжений.

Виконано комплексне дослідження утомної міцності ободу епіциклу в небезпечних перерізах з урахуванням концентрації напружень в галтелях зубців, циклічно змінних деформацій розтягування й вигину ободу, а також вигину зубців. Встановлено, що еквівалентні напруження в галтелях з обох сторін зубця на стадіях розгону та електродинамічного гальмування троллейбуса практично однакові і можуть перевищувати межу витривалості ободу при ймовірності неруйнування  $P > 70\%$ , що спричиняє відомі із практики випадки втомного руйнування епіциклу планетарних колісних редукторів (ПКР). На підставі статистичної теорії Серенсена-Кобаєва подібності втомного руйнування розроблено методику розрахунку та отримано ймовірнісну оцінку міцності тонкостінного ободу ПКР. Обґрунтовано практичні рекомендації щодо збільшення ресурсу епіциклу ПКР технологічними методами.

**Ключові слова:** режими навантаження, плоска деформація зубців і ободу, діаграма граничних амплітуд, асиметрія циклу на-напружень.

The complex research of fatigue durability of a rim of an epicycle in dangerous sections taking into account concentration of tension in the fillets of teeth, cyclically variable deformations of stretching and a bend of a thin-walled rim and also bend of teeth is executed. It is established that equivalent tension in the fillet on both sides of tooth at stages of speed-up of the trolleybus and electro-dynamic braking are almost identical and can exceed a limit of endurance of a rim at probability of not destruction  $P > 70\%$  that is confirmed by the cases of fatigue failure of an epicycle of the planetary wheel gearbox (PWG), known from practice. On the basis of the statistical theory of similarity of fatigue failure of Serensen-Kogayev the calculation procedure is developed and probabilistic assessment of durability of a rim of PWG is executed. Practical recommendations about increase in a resource of an epicycle of PWG are proved by technological methods.

**Keywords:** loading modes, flat deformation of teeth and rim, chart of extreme amplitudes, asymmetry of a cycle of tension.

**Введение. Актуальность задачи.** Механические трансмиссии относятся к важнейшим узлам транспортных средств, определяющих их работоспособность [1, 2]. Зубчатые передачи в составе трансмиссий автотранспорта, энергетических машин и др., в рабочем цикле, в основном, нагружаются с одной стороны, т.к. торможение двигателем применяется редко. Преимуществом городского электротранспорта является рекуперация энергии в режиме торможения тяговым электродвигателем (ТЭД), который автоматически переходит в генераторный режим, направление вращающего момента меняется на противоположное. При этом зубья ПКР нагружаются с обратной стороны. Такой участок типового цикла эксплуатации троллейбуса называется электродинамическим (ЭД) торможением и по времени составляет до 40 % нормативного ресурса [3]. Одним из элементов, лимитирующих ресурс трансмиссий троллейбусов, является эпицикл колесного редуктора, для которого характерно усталостное разрушение тонкостенного обода.

Повышение эксплуатационной надежности троллейбусов, непосредственно зависящее от качества проектирования и изготовления деталей трансмиссии, является актуальной задачей, решение которой имеет практическое значение для транспортного машиностроения.

**Анализ состояния вопроса.** Оценка сопротивления разрушению при циклическом нагружении возможна по двум направлениям – методами механики разрушения и теории усталости. Первое направление требует выполнения анализа напряженного состояния в вершине трещины, что позволяет оценить остаточную долговечность по величине коэффициента интенсивности напряжений при известных размерах дефекта [4, 5].

Второе направление основано на оценках напряженного состояния детали аналитическими, численными или экспериментальными методами, при этом использует известные механические характеристики

материала (пределы прочности, выносливости и др.). Соответствующие методы применяют для расчетов сопротивления усталости при одноосном либо двухосном напряженных состояниях, нестационарных амплитудах напряжений и более полно учитывают особенности конструкции, технологии изготовления и функционирования деталей. Однако в ряде исследований результаты не доведены до оценки вероятности неразрушения реальных деталей машин [6–10].

Для практического использования результатов анализа усталостной прочности тонкостенного эпицикла в параметрической надежности трансмиссии методы теории усталости представляются наиболее применимыми, т.к. позволяют установить ресурс детали при заданной вероятности неразрушения [11].

В условиях эксплуатационных нагрузок обод эпицикла воспринимает следующие виды деформаций: кручения под действием вращающего момента; изгиба, сдвига и растяжения под действием усилий в зубчатых зацеплениях. Соответственно, в опасных сечениях обода возникают следующие компоненты сложного напряженного состояния: касательные  $\tau$  и нормальные (радиальные  $\sigma_r$  и окружные  $\sigma_t$ ). Напряжения  $\tau \approx 0,05\sigma$ , обычно невелики и в практике прочностных расчетов не учитываются. Установлено, что нормальные, циклически переменные напряжения, могут приводить к зарождению усталостных трещин в галтелях зубьев [12]. При толщине обода  $\delta$  превышающей высоту зубьев, напряжения  $\sigma_t$  незначительны. В результате превалирования переменных напряжений  $\sigma_r$  усталостные трещины развиваются в окружном направлении, что приводит к излому зубьев. При этом обод эпицикла практически не повреждается. При малой толщине  $\delta$  и совместном действии напряжений  $\sigma_r$  и  $\sigma_t$ , усталостные трещины развиваются одновременно в радиальном и осевом направлениях, вплоть до выхода на внешнюю ци-

линдрическую поверхность, что приводит к разрушению обода. По статистическим оценкам надежности приводов энергетических машин с планетарными редукторами поломки эпициклов с внутренними зубьями достигают 23 % от общего числа отказов [12].

**Цель и задачи исследования.** Цель – разработка метода вероятностного расчета ресурса тонкостенного эпицикла в условиях: сложного напряженного состояния, концентрации напряжений в опасных сечениях, асимметрии цикла напряжений, переменного режима внешней нагрузки.

Для достижения поставленной цели сформулированы и решены следующие задачи:

- установление режимов внешней нагрузки эпицикла ПКР трансмиссии троллейбуса;
- расчет эквивалентных номинальных напряжений;
- определение коэффициентов асимметрии циклов напряжений;
- разработка метода построения диаграммы предельных амплитуд (ДПА) напряжений;
- разработка метода построения кривой усталости для определения ресурса эпицикла при заданной вероятности неразрушения  $P$ .

**Постановка задачи.** Из опыта эксплуатации установлено, что характерные для городского транспорта пиковые и номинальные эксплуатационные нагрузки могут инициировать зарождение и развитие усталостных трещин деталей тяжело нагруженных ПКР [3]. В результате упругих деформаций элементов зубчатой передачи под нагрузкой и погрешностей изготовления наблюдается концентрация нагрузки на торцах зубьев эпицикла, несмотря на шлицевое соединение с корпусом и плавающую конструкцию опор сателлитов. Возникшие в галтели зуба на торце эпицикла трещины развиваются в радиальном направлении вплоть до выхода на внешнюю цилиндрическую поверхность, а далее – в осевом направлении. После некоторой наработки такие трещины приводят к поперечному излому обода (рис. 1). Характер трещин подтверждает двустороннее нагружение зубьев эпицикла ПКР троллейбуса: на верхнем образце усталостная трещина зародилась на левой галтели зуба; на нижнем образце с двумя трещинами одна – расположена на правой галтели зуба, другая – на противоположной галтели.

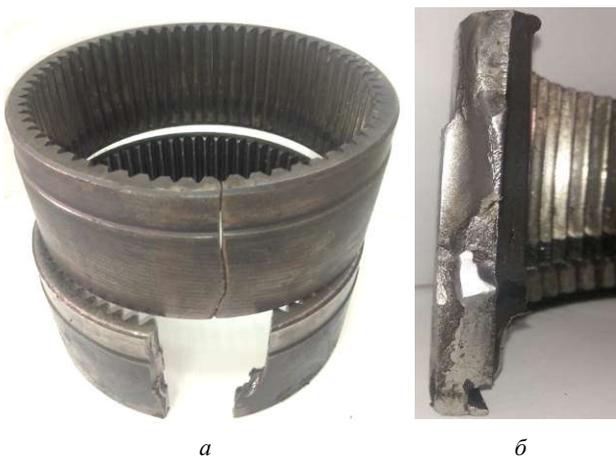


Рис. 1 – Фото характерных разрушений образцов эпицикла ПКР Raba 118/77: а – усталостные трещины в ободу; б – поверхность разрушения (гладкие участки – результат циклического трения берегов трещины при вращении сателлитов, крупнозернистые – зоны долома)

Вероятностные оценки ресурса обода основаны на статистической теории подобия усталостного разруше-

ния Серенсена-Когаева, рекомендованной к применению ГОСТ 25.504-84.

**Материалы исследований.** Исходные данные по ПКР Raba 118/77: материал эпицикла – сталь 30ХГСА, термообработка – закалка 870 °С, отпуск 600 °С, твердость 270...290 НВ. Механические характеристики материала: пределы текучести и прочности  $\sigma_y=550$  МПа,  $\sigma_u=717$  МПа, предел выносливости, определяемый при испытаниях стандартных образцов диаметром  $d_0=7,5$  мм,  $\sigma_{-1}=314$  МПа [8]. Модуль зубьев  $m_n=3,25$  мм, угол наклона  $0^\circ$  высота  $h=7,3$  мм, число  $z=64$ , коэффициент смещения  $x=0,46$ , ширина у основания  $S=9$  мм, минимальный радиус кривизны переходной поверхности  $\rho=0,2$  мм, рабочая ширина венца  $b=60$  мм, толщина обода  $\delta=8$  мм, параметр шероховатости переходной поверхности  $Rz 25$  мкм.

Эпицикл нагружен вращающим моментом  $T_0=4023$  Н·м в зацеплении с тремя сателлитами. На внутренней поверхности обода действуют расчетные напряжения, номинальные значения которых в зоне нагруженного зуба  $\sigma_{m1}=-72,5$  МПа, посередине между нагруженными зубьями  $\sigma_{m2}=51,6$  МПа [13]. Концентрация напряжений в ободу у основания зубьев учитывается коэффициентом концентрации напряжений  $k_\sigma=1,45$  [14].

Номинальная величина напряжений изгиба зубьев  $\sigma_{nr}=\pm\sigma_F/Y_F=\pm 78,6$  МПа рассчитана по методике ГОСТ 21354-87. При этом  $\sigma_F=259,3$  МПа, коэффициент формы зуба  $Y_F=3,3$  учитывает концентрацию напряжений у основания [14].

Расчетные напряжения в ободу у основания зуба

$$\sigma_c = K_n \mu_F \sigma_n, \quad (1)$$

где  $K_n=1,4$  – коэффициент неравномерности распределения нагрузки между сателлитами [15];

$\mu_F$  – коэффициент влияния режима нагружения.

На основании линейной модели суммирования усталостных повреждений Пальмгрена-Майнера [16]

$$\mu_F = \left[ \sum_{i=1}^n \left( \frac{\bar{T}_i}{T_{\max}} \right)^{q_F} \cdot \frac{t_i}{t_\Sigma} \right]^{1/q_F}, \quad (2)$$

где  $\bar{T}_i = T_i/T_{\max}$  – относительный вращающий момент, определяемый по циклограмме нагружения трансмиссии;

$i$  – число ступеней нагрузки;

$t_i$  – время действия вращающего момента  $T_i$ ;

$$t_\Sigma = \sum_{i=1}^n t_i;$$

$q_F=6$  – показатель кривой усталости при твердости поверхности менее 350 НВ.

Для городского цикла эксплуатации троллейбуса характерны три участка: разгон, движение с постоянной скоростью и ЭД-торможение. Наибольшие нагрузки действуют при разгоне, несколько меньшие – при торможении, а при установившемся движении момент нагрузки незначительный. Графики режимов нагружения (рис. 2) построены по результатам натуральных испытаний и тензометрирования крутящих моментов на полуоси троллейбуса МА3-103Т [3].

Обработкой результатов натуральных испытаний [3] установлены значения коэффициента (2) при разгоне троллейбусов  $\mu_{Fa}=0,606$  и при ЭД-торможении  $\mu_{Fb}=0,549$ .

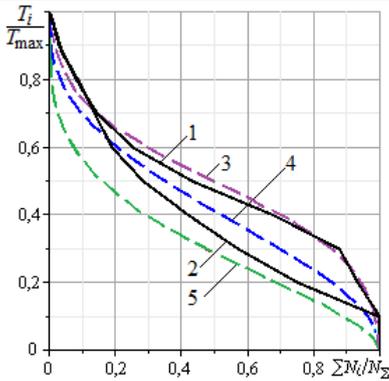


Рис. 2 – Графики режимов нагружения трансмиссии при разгоне и ЭД-торможении (кривые 1, 2) и типовых режимов: среднего нормального (3), легкого (4) и особо легкого (5)

В соответствии с принятой расчетной схемой (см. рис. 3) у основания нагруженного зуба имеет место двумерное напряженное состояние.

Эпюра  $\sigma_r$  соответствует режиму разгона, эпюры  $\sigma_t$  – обоим режимам.

Соответствующие эквивалентные напряжения можно определить по теории Губера-Мизеса

$$\sigma_e = \sqrt{\sigma_r^2 - \sigma_r \sigma_t + \sigma_t^2} \quad (3)$$

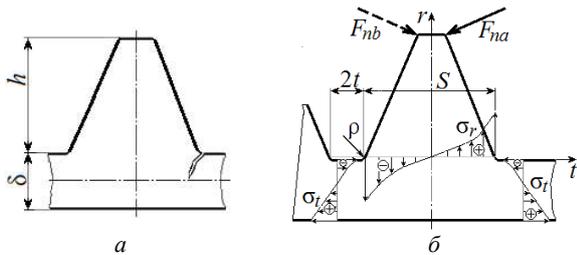


Рис. 3 – Схемы развития усталостной трещины в ободе (а) и расчета напряженного состояния в области нагруженного зуба (б):  $F_{na}$  – нормальная сила в зацеплении при разгоне троллейбуса,  $F_{nb}$  – при ЭД-торможении

Расчетные по (1) и (3) напряжения являются экстремальными и характеризуют цикл перемены напряжений с различными коэффициентами асимметрии  $R = \sigma_{min} / \sigma_{max}$ , средними и амплитудными напряжениями  $\sigma_m, \sigma_a$ . Большинство известных исследований сопротивления усталости выполнено для симметричного и отнулевого циклов перемены напряжений при значениях коэффициента  $R = -1$  и  $R = 0$ .

Авторами предложено выполнять оценку сопро-

тивления усталости не по величинам напряжений  $\sigma_m, \sigma_a$ , а по напряжениям эквивалентного симметричного цикла  $\sigma_{-1eq}$ , сравнивая эти значения с пределом выносливости детали  $\sigma_{-1E}$ . Для перехода к напряжениям  $\sigma_{-1eq}$  используют диаграммы предельных амплитуд (ДПА – диаграммы Хейя) для заданного материала [16]. Наиболее применяемыми являются ДПА, описываемые уравнениями: линейными (авторы Дж. Гудман, К. Зодерберг), параболоми 2-й степени (У. Гербер)

$$\bar{\sigma}_a = \bar{\sigma}_{-1}(1 - k_1 \bar{\sigma}_m - k_2 \bar{\sigma}_m^2); \quad (4)$$

и параболоми 3-й степени (Р. Петерсон, Р. Хэйвуд)

$$\bar{\sigma}_a = \frac{\bar{\sigma}_{-1}}{7}[8 - (1 + \bar{\sigma}_m)^3], \quad (5)$$

$$\bar{\sigma}_a = (1 - \bar{\sigma}_m)[A_0 + \chi(1 - A_0)], \quad (6)$$

где  $\bar{\sigma}_a = \sigma_a / \sigma_u, \bar{\sigma}_m = \sigma_m / \sigma_u, \bar{\sigma}_{-1} = \sigma_{-1} / \sigma_u$  – относительные напряжения;

$k_1$  и  $k_2$  – числовые коэффициенты;

$$\chi = \bar{\sigma}_m(2 + \bar{\sigma}_m)/3, A_0 = \frac{1 + 0,0038n^4}{1 + 0,008n^4};$$

$n$  – логарифм числа циклов до разрушения.

Из анализа формулы для параметра  $A_0$  следует, что при любых значениях  $n$  диапазон  $0,475 \leq A_0 \leq 1$ , т.е. предел выносливости ограничен условием  $\sigma_{-1} \geq 0,475\sigma_u$ , что во многих случаях не реализуется. Предложено уравнение (6) преобразовать в форму, инвариантную относительно числа циклов до разрушения, используя непосредственно предел выносливости  $\sigma_{-1}$ . С учетом выражений для  $\chi$  и  $A_0$  (6) преобразовано к виду

$$\bar{\sigma}_a = \bar{\sigma}_{-1} \cdot [1 - (\bar{\sigma}_m + \bar{\sigma}_m^2 + \bar{\sigma}_m^3)/3], \quad (7)$$

что позволяет получить ДПА для сталей при известных величинах  $\sigma_u$  и  $\sigma_{-1}$ . Адекватность уравнения (7) по точности подтверждается сравнением с ДПА по уравнению (4) при  $k_1 = k_2 = 0,5$  и по уравнению (5) (рис. 4).

При этом ДПА по уравнению (7) более точно соответствует экспериментальным данным для материала эцицикла стали – 30ХГСА. Следует отметить, что область применимости уравнения (7), как и всех подобных зависимостей, ограничивается диапазоном абсцисс, который образуется на ДПА лучами, проведенными из точек  $\bar{\sigma}_m = \pm \bar{\sigma}_y$  под углом  $45^\circ$  (точка  $\bar{\sigma}_m = -\bar{\sigma}_y$  на рис. 4 не показана).

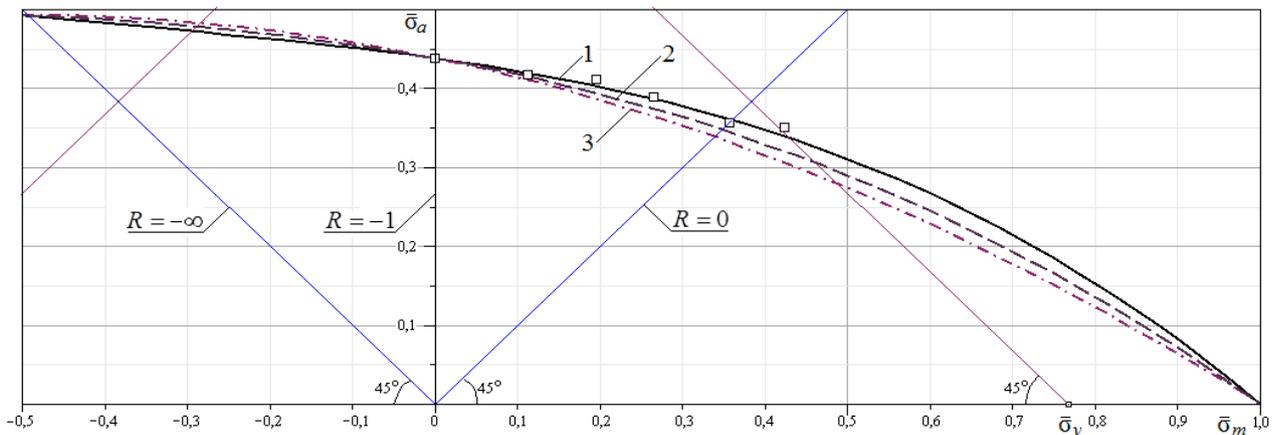


Рис. 4. – Диаграммы предельных амплитуд напряжений для стали 30ХГСА по зависимостям: 1 – Хэйвуда (модифицированная), 2 – Гербера, 3 – Петерсона, □ – экспериментальные значения [8]

Из уравнения (7) получена формула для определения амплитуды эквивалентного симметричного цикла по расчетным значениям  $\sigma_m$  и  $\sigma_a$ ,

$$\sigma_{-1e} = \sigma_a \cdot \left[ 1 - \left( \overline{\sigma}_m + \overline{\sigma}_m^2 + \overline{\sigma}_m^3 \right) / 3 \right]^{-1} \quad (8)$$

По формулам (1), (3) установлены номинальные напряжения, действующие на внутренней поверхности эцикла в зоне галтелей зубьев в режимах разгона и торможения, определены соответствующие значения коэффициента асимметрии  $R$  и значения  $\sigma_{-1e}$  (6) (табл. 1).

Таблица 1 – Расчетные напряжения у основания зубьев эцикла

Параметр, размерность	Галтель слева		Галтель справа	
	Разгон	ЭД-торможение	Разгон	ЭД-торможение
$\mu_F$	0,606	0,549	0,606	0,549
$\sigma_{max}$ , МПа	*43,8	100,57	115,06	*39,7
$\sigma_{min}$ , МПа	-64,26	-55,7	-61,5	-58,19
$R$	-1,47	-0,55	-0,53	-1,47
$\sigma_m$ , МПа	-10,23	+22,44	26,78	-9,24
$\sigma_a$ , МПа	54,03	78,14	80,28	48,95
$\sigma_{-1e}$ , МПа	53,78	79,0	81,33	48,74

Примечание: \*Напряжения в ободе посередине между нагруженными зубьями по формуле (1)

Для критериальной оценки сопротивления усталости эцикла расчетные напряжения  $\sigma_{-1e}$  сравнивают с пределом выносливости обода, медианное значение которого  $\sigma_{-1E}$  определяется по величине предела выносливости  $\sigma_{-1}$  стандартных образцов из материала эцикла

$$\sigma_{-1E} = K_1 \sigma_{-1} / K, \quad (9)$$

где  $K_1$  – коэффициент, учитывающий размеры заготовки, для трубной заготовки  $\varnothing 273$  мм с толщиной стенки  $\delta_0 = 34$  мм  $K_1 = 1 - 0,21g(\delta_0 / d_0) = 0,869$ .

Коэффициент снижения предела выносливости

$$K = \left[ (K_\sigma / K_{d\sigma}) + (1 / K_{F\sigma}) - 1 \right] (K_Y K_A)^{-1}, \quad (10)$$

где отношение эффективного коэффициента концентрации напряжений к коэффициенту влияния абсолютных размеров поперечного сечения детали

$$K_\sigma / K_{d\sigma} = 2\alpha_\sigma \left( 1 + \theta^{-\nu_\sigma} \right)^{-1} \quad (11)$$

Теоретический коэффициент концентрации напряжений (ТККН)  $\alpha_\sigma = \sigma_{max} / \sigma_{nom}$  по формуле [14]

$$\alpha_\sigma = (1 + 3,25 S / \rho)^{0,22} = 3,0. \quad (12)$$

В формуле (11) относительный критерий подобия усталостного разрушения  $\theta = (L_1 / \overline{G}_1) \cdot (\overline{G}_0 / L_0)$ . Периметры рабочих сечений в зоне повышенных напряжений равны: для образца при круговом изгибе  $L_0 = \pi d_0$ ; для обода на его внутренней поверхности – удвоенной длине линии зацепления  $L_1 = 2b = 120$  мм. Относительные градиенты первого главного напряжения в зоне концентрации  $\overline{G}_1 = (d\sigma_i / dx) \cdot \sigma_{imax}^{-1}$ . Для стандартного образца  $\overline{G}_0 = 2 / d_0$ ;  $L_0 / \overline{G}_0 = \pi d_0^2 / 2 = 88,36$  мм<sup>2</sup>. Для внутренней поверхности обода  $\overline{G}_1 = 2,3(1 + \varphi) / \rho + 2 / S = 13,01$  мм<sup>-1</sup>,  $\varphi = (4\sqrt{h/\rho} + 2)^{-1}$ ,  $\theta = 0,1044$ .

Коэффициент чувствительности материала к концентрации напряжений и влиянию абсолютных размеров поперечного сечения при изгибе или растяжении-сжатии для конструкционных сталей [11]

$$\nu_\sigma = 0,211 - 0,000143 \cdot \sigma_B = 0,1085.$$

По формуле (11):  $K_\sigma / K_{d\sigma} = 2,643$ .

Коэффициенты влияния шероховатости поверхности в формуле (10):  $K_{F\sigma} = 1 - 0,22(\lg 0,05 \sigma_B - 1) \lg R_z = 0,829$ ; влияния поверхностного упрочнения  $K_Y = 1$  (упрочнение поверхностей не предусмотрено); влияния анизотропии свойств материала обода  $K_A = 1 - \sigma_u / 6000 = 0,88$ . По полученным значениям найдено  $K = 3,228$  и по формуле (8)  $\sigma_{-1E} = 84,5$  МПа.

**Расчет вероятности усталостного неразрушения.** Пределы выносливости обода эцикла для вероятностей неразрушения  $P$  пропорциональны найденному медианному значению  $\hat{\sigma}_{-1E} = \sigma_{-1E} = 84,5$  МПа,

$$\sigma_{-1E}^{(P)} = \hat{\sigma}_{-1E} \cdot (1 - z_p \cdot \gamma_{\sigma_{-1E}}), \quad (13)$$

где  $z_p$  – квантиль нормального распределения.

Коэффициент вариации предела выносливости

$$\gamma_{\sigma_{-1E}} = \sqrt{\gamma_{\sigma_{max}}^2 + \gamma_{\sigma_{-1}}^2 + \gamma_{\alpha\sigma}^2} \quad (14)$$

определяется через отдельные коэффициенты вариации:  $\gamma_{\sigma_{max}}$  – для разрушающих напряжений,  $\gamma_{\sigma_{-1}}$  – для пределов выносливости материала,  $\gamma_{\alpha\sigma}$  – для ТККН.

При вычисленных значениях  $\theta$  и  $\nu_\sigma$  получено

$$\gamma_{\sigma_{max}} = 0,1(1 + \theta^{\nu_\sigma})^{-1} = 0,056.$$

Согласно ГОСТ 25.504-82 коэффициент вариации  $\gamma_{\sigma_{-1}} = \gamma_{\sigma_u}$ , где  $\gamma_{\sigma_u} = 0,04...0,10$  – коэффициент вариации предела прочности металла на множестве всех плавок. Принимаем  $\gamma_{\sigma_{-1}} = 0,06$ .

Коэффициент вариации ТККН

$$\gamma_{\alpha\sigma} = \left| \partial \alpha_\sigma / \partial \rho \right|_0 \cdot (\hat{\rho} / \hat{\alpha}_\sigma) \cdot \gamma_\rho, \quad (15)$$

где  $\hat{\alpha}_\sigma = 3,0$ ;  $\hat{\rho} = 0,2$  мм – приведенные выше медианные значения.

В формуле (15) первый сомножитель – абсолютная величина производной выражения (12) при средних значениях  $S = 9,0$  мм,  $\rho = 0,2$  мм. Вычисление дает  $\left| \partial \alpha_\sigma / \partial \rho \right|_0 = 3,289$  мм<sup>-1</sup>. Последний сомножитель в (15),  $\gamma_\rho$  – коэффициент вариации радиуса  $\rho$ . Принято величину отклонения радиуса  $\pm 0,06$  мм за  $3\Delta_\rho$ , где  $\Delta_\rho$  – среднее квадратическое отклонение величины  $\rho = 0,2$ . Получено  $\Delta_\rho = 0,02$  мм и  $\gamma_\rho = 0,02/0,2 = 0,1$ . По (15) вычислено  $\gamma_{\alpha\sigma} = 0,022$ . По формуле (14) определен коэффициент  $\gamma_{\sigma_{-1E}} = 0,10$ . Для некоторых значений вероятности неразрушения  $P$  значения пределов выносливости обода  $\sigma_{-1E}^{(P)}$  (13) и относительные максимальные напряжения (табл. 2) вычислены по формуле

$$\tilde{\sigma} = \sigma_{-1e} / \hat{\sigma}_{-1E} \quad (16)$$

Средне вероятностный предел выносливости детали  $\sigma_{-1E}^{(50)} = 84,5$  МПа превышает величины эквивалентных напряжений  $\sigma_{-1e} = 81,33$  МПа и  $\sigma_{-1e} = 79$  МПа

(табл. 1), а при значениях  $P > 70\%$  ресурс обода эпицикла оказывается ограниченным.

Таблица 2 – Пределы выносливости обода для заданных значений вероятности неразрушения  $P$

$P, \%$	$z_p$	$1 - z_p \gamma_{\sigma_{-1}}$	$\sigma_{-1E}^{(P)}, \text{ МПа}$	$\tilde{\sigma} (P)$
50	0	1	84,5	1
60	0,253	0,975	82,4	0,975
65	0,385	0,962	81,3	0,962
70	0,524	0,948	80,1	0,948
75	0,674	0,933	78,8	0,932
80	0,842	0,916	77,4	0,916
85	1,036	0,896	75,7	0,896
90	1,282	0,872	73,7	0,872
95	1,645	0,836	70,6	0,836

Для расчета ресурса при величинах  $P > 50\%$  используется уравнение левой ветви кривой усталости

$$\sigma^m \cdot N = \sigma_{-1E}^m \cdot N_G, \quad (17)$$

где  $N_G = 10^6 \dots 3 \cdot 10^6$  циклов – абсцисса точки перелома кривой усталости для конструкционных сталей. При отсутствии данных натуральных усталостных испытаний принимают  $N_G = 2 \cdot 10^6$  циклов.

В результате логарифмирования (17) получено

$$\lg N = \lg N_G - m \lg \tilde{\sigma}. \quad (18)$$

Показатель наклона кривой усталости  $m = (400 + \sigma_u) / (80K) = 4,325$  в формулах (17, 18) определен по рекомендациям ГОСТ 25.504-82.

Уравнение семейства левых ветвей для вероятностей неразрушения  $P > 50\%$

$$\lg N = \lg N_p + z_p \cdot S_{\lg N}, \quad (19)$$

где  $N_p$  – количество циклов до разрушения при вероятности  $P$ .

Среднее квадратическое отклонение величины  $\lg N$  определяется по линейной зависимости

$$\lg(S_{\lg N}) = \alpha + \beta \lg \tilde{\sigma}, \quad (20)$$

где  $\alpha = -0,8$  и  $\beta = -2,3$  – коэффициенты, полученные экспериментально для среднеуглеродистых конструкционных сталей [11].

Из (18) с учетом (19) и (20) получено уравнение семейства левых ветвей кривой усталости

$$\lg N_p = \lg N_G - m \lg \tilde{\sigma} + z_p \cdot 10^{\alpha + \beta \lg \tilde{\sigma}}. \quad (21)$$

Установлены уровни  $(\sigma_{-1})_P$  горизонтальных ветвей кривых (21) и квантиль  $z_p$  для определенной вероятности неразрушения  $P$  (табл. 2). Для некоторых значений вероятности неразрушения  $P$  кривые усталости обода эпицикла представлены в полулогарифмической форме (рис. 5).

Стрелками показан графический способ нахождения долговечности (ресурса) обода эпицикла  $N_p$ . Горизонталь проведена на уровне относительной величины эквивалентного предела выносливости обода эпицикла  $\sigma_{-1E} / \sigma_{-1E} = 81,33 / 84,5 = 0,96$ . Абсциссы точек пересечения горизонталей с наклонными ветвями кривых усталости определяют соответствующие величины  $\lg N_p$ , т.е. ресурс эпицикла по критерию усталостной прочности обода (табл. 3).

Для увеличения ресурса эпицикла предложено уменьшить концентрацию напряжений в галтелях зубьев, увеличив радиус  $\rho$  их переходных поверхно-

стей. Рекомендовано для изготовления эпицикла использовать долбяк с количеством зубьев  $z_D = 20$ , при этом радиус возрастает от 0,2 мм до 0,46 мм, а ТККН уменьшается до  $\alpha_\sigma = 2,5$  [15]. В результате предел выносливости увеличивается до  $\sigma_{-1E} = 95,8$  МПа (на 13,4%), а ресурс – на 43,5%. Значительное повышение выносливости эпицикла достигается также применением упрочняющих технологий (закалка ТВЧ, азотирование, обкатка роликом и т.п.), что приводит к повышению значений коэффициента  $K_V$  до 2...2,5 и соответствующему повышению предела выносливости обода.

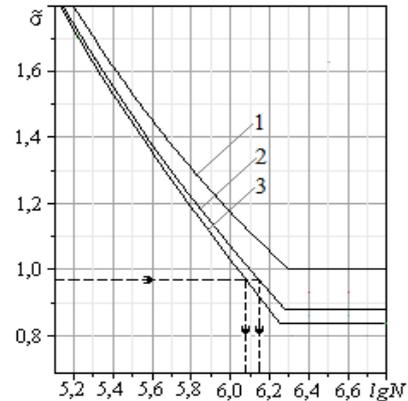


Рис. 5 – Расчетные кривые усталости при определенной вероятности  $P$  неразрушения (кривая 1 при  $P=50\%$ ; 2 – 90%; 3 – 95%)

Таблица 3 – Результаты расчета ресурса обода

$P, \%$	50	70	90	95
$\lg N_p$	–	6,20	6,14	6,07
$N_p$ , циклов	$\infty$	$1,58 \cdot 10^6$	$1,38 \cdot 10^6$	$1,17 \cdot 10^6$

#### Выводы:

1. По опубликованным экспериментальным данным определены режимы нагружения трансмиссии троллейбуса: в стадии разгона – средний нормальный, продолжительность 36% от всего времени; в стадии ЭД-торможения – легкий, продолжительность 29%, остальное время – движение с постоянной скоростью.

2. Установлено, что эквивалентные напряжения в галтелях с обеих сторон зуба на стадиях разгона троллейбуса и электродинамического торможения практически одинаковы и могут превышать предел выносливости обода при вероятности неразрушения  $P > 70\%$ , что приводит к известным из практики случаям усталостного разрушения эпицикла ПКР.

3. Разработан аналитический метод построения диаграммы предельных амплитуд в форме кубической параболы, адекватно отображающей участки ДПА для материала эпицикла во всем диапазоне средних напряжений цикла.

4. Построено семейство вероятностных кривых усталости для тонкостенного обода, что позволило прогнозировать долговечность эпицикла по критерию сопротивления усталости его тонкостенного обода.

5. Обоснованы практические рекомендации по увеличению ресурса эпицикла ПКР технологическими методами.

#### Список литературы

- Сафонов А. И. Особенности режимов нагружения и направления развития тяговых трансмиссий троллейбусов / А. И. Сафонов // Автомоб. промышл., Минск, 2015. – № 4. – С. 8–15.
- Скойбеда А. Т. Анализ надежности деталей дифференциального механизма ведущего моста городского троллейбуса / А. Т. Скойбеда, А. В. Илларионов // Республ. межвед. сб. науч. тр. – Минск: Машиностроение, 2005. – Т. 2. – С. 29–32.
- Руктешель О. С. Исследование нагруженности трансмиссии троллейбуса / О. С. Руктешель, С. М. Минюкович Ан. А. Захарик [и др.] // Вестник БНТУ, Минск, 2006. – № 6. – С. 48–51.

4. *Madia M.* An investigation on the influence of rotary bending and press fitting on stress intensity factors and fatigue crack growth in railway axles / *M. Madia, S. Beretta, U. Zerbst* // *Engineering Fracture Mechanics*, 2008. – Vol. 75. – P. 1906–1920.
5. *Ariza J. M.* Tensiones en ejes huecos con una grieta superficial bajo flexión rotativa / *J. M. Ariza, S. S. Gutyrya, Y. M. Jomyak* // *Revista DYNA*, 2014. – Vol. 89, № 1. – P. 85–88.
6. *Біблик І. В.* Оценка показателей надежности на основе вероятностного суммирования усталостных повреждений / *И. В. Библик* // *Авиационно-космическая техника и технология*, 2013. – № 9 (106). – С. 183–187.
7. *Желдубовский А. В.* Оценка запаса прочности деталей машин, подверженных асимметричному нагружению / *А. В. Желдубовский, А. Д. Погребняк, М. Н. Регульский [и др.]* // *Вост.-Европ. ж. передов. технол.*, 2013. – № 6/7 (66). – С. 8–12.
8. *Пельх В. Н.* Методология оценки предельного состояния конструкционных материалов в условиях комбинированного многоциклового асимметричного нагружения / *Пельх В. Н., Погребняк А. Д., Регульский М. Н., Касперская В. В.* // *Проблеми тертя та зношування: наук.-техн. зб.* – К.: НАУ, 2011. – Вып. 56. – С. 113–126.
9. *Савкин А. Н.* Оценка долговечности материала конструкционного элемента автомобиля при случайном нагружении / *А. Н. Савкин, А. А. Седов, А. В. Андроник, К. А. Бадиков* // *Известия ВолГТУ*, 2015. – № 4(162). – С. 55–61.
10. *Poliakov V. N.* Fatigue properties of the material of large-sized details / *Poliakov V. N.* // *Металлургич. і горноруд. промышл.*, 2015. – 7. – С. 76–82.
11. *Zheglova V.* Numerical and analytical evaluation of service life of the details axial piston hydraulic machines with complicated configuration under cyclic loading / *V. Zheglova, Yu. Khomiak S. Medvedev, I. Nikolenko* // *Procedia Engineering*, 2017. – Vol. 176. – P. 557–566.
12. *Державец Ю. А.* Экспериментальные исследования изгибной прочности тонкостенных зубчатых колес / *Ю. А. Державец, О. Н. Чарский*. // *Детали машин. Респ. межвед. науч.-техн. сб.*, Київ, Техніка, 1990. – Вып. 51. – С. 25–29.
13. *Гутиря С. С.* Аналитическое моделирование и прочностной расчет эпцикла планетарного редуктора / *С. С. Гутиря, Ю. М. Хомяк, В. М. Желдова, А. Н. Чанчин* // *Вісник НТУ "ХПІ"*. Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХПІ", 2016. – № 23 (1195). – С. 29–36.
14. *Устиненко В. Л.* Напряженное состояние зубьев цилиндрических прямозубых колес. / *В. Л. Устиненко*. – М., Машиностроение, 1972. – 92 с.
15. *Пивоваров А. О.* Совершенствование планетарной передачи механизма поворота сельскохозяйственного трактора Четра-6 / *А. О. Пивоваров, В. П. Шевчук* // *Международ. студ. научн. вестник*, 2014. – № 4. – С. 4–50
16. *Nicholas T.* High cycle fatigue. A mechanics of materials perspective. / *T. Nicholas*. – Elsevier, 2006. – 657 p.

## Bibliography (transliterated)

1. *Safonov A. I.* Osobennosti rezhimov nagruzheniya i napravleniya razvitiya tyagovyh transmisiy trolleybusov [Features of loading conditions and the directions of traction transmission trolleybus development]. *Avtomob. Promyshl.*, Minsk, 2015, no. 4, pp. 8–15.
2. *Skojbeda A. T., Illarionov A. V.* Analiz nadezhnosti detalej differencial'nogo mekhanizma vedushchego mosta gorodskogo trolleybusa [Analysis of the reliability of the details of the differential mechanism of the leading bridge of the city trolleybus]. *Respubl. mezhved. sb. nauch. tr.* [Republican interdepartmental bulletin of scientific works], Minsk, Mashinostroenie Publ., 2005, vol. 2, pp. 29–32.
3. *Rukteshel' O. S., Minyukovich S. M., Zaharik An. A. i dr.* Issledovanie nagruzhennosti transmisiy trolleybusa [Investigation of the loading of the trolleybus transmission]. *Vesnik BNTU* [Bulletin of the Belarus National Technical University], Minsk, 2006, no. 6, pp. 48–51.
4. *Madia M., Beretta S., Zerbst U.* An investigation on the influence of rotary bending and press fitting on stress intensity factors and fatigue crack growth in railway axles. *Engineering Fracture Mechanics*, 2008, vol. 75, pp. 1906–1920.
5. *Ariza J. M., Gutyrya S. S., Jomyak Y. M.* Tensiones en ejes huecos con una grieta superficial bajo flexión rotativa. *Revista DYNA*, 2014, vol. 89, no. 1, pp. 85–88.
6. *Biblik I. V.* Ocenka pokazatelej nadezhnosti na osnove veroyatnostnogo summirovaniya ustalostnyh povrezhdenij [Evaluation of reliability indicators based on probabilistic summation of fatigue damage]. *Aviacionno-kosmicheskaya tekhnika i tekhnologiya* [Aerospace engineering and technology], 2013, no. 9 (106), pp. 183–187.
7. *Zheldubovskij A. V., Pogrebnyak A. D., Regul'skij M. N. i dr.* Ocenka zapasa prochnosti detalej mashin, podverzhennyh asimmetrichnomu nagruzhению [Evaluation of the safety factor of machine parts subject to asymmetric loading]. *Vost.-Evrop. zh. peredov. tekhnol.*, 2013, no. 6/7 (66), pp. 8–12.
8. *Pelyh V. N., Pogrebnyak A. D., Regul'skij M. N., Kasperskaya V. V.* Metodologiya ocenki predelnogo sostoyaniya konstrukcionnyh materialov v usloviyah kombinirovannogo mnogocikloвого asimmetrichnogo nagruzheniya [Methodology for estimating the limiting state of structural materials under conditions of combined multi-cycle asymmetric loading]. *Problemi teriya ta znoshuvannya: nauk.-tekh. zb.* [Problems of friction and wear. Scientific and technical bulletin], Kiev, "NAU" Publ., 2011, vol. 56, pp. 113–126.
9. *Savkin A. N., Sedov A. A., Andronik A. V., Badikov K. A.* Ocenka dolgovechnosti materiala konstrukcionnogo elementa avtomobilya pri sluchajnom nagruzhenni [Estimating the longevity of the material of the structural element of a car under accidental loading]. *Izvestiya VolgGTU*, 2015, no. 4(162), pp. 55–61.
10. *Poliakov V. N.* Fatigue properties of the material of large-sized details. *Metallurgich. i gornorud. promyshl.*, 2015, no. 7, pp. 76–82.
11. *Zheglova V., Khomiak Yu., Medvedev S., Nikolenko I.* Numerical and analytical evaluation of service life of the details axial piston hydraulic machines with complicated configuration under cyclic loading. *Procedia Engineering*, 2017, vol. 176, pp. 557–566.
12. *Derzhavec Yu. A., Charskij O. N.* Eksperimentalnye issledovaniya izgibnoj prochnosti tonkostennyh zubchatyh koles [Experimental studies of the flexural strength of thin-walled gears]. *Detali mashin. Resp. mezhved. nauch.-tekh. sb.* [Machine elements. Republican interdepartmental scientific and technical bulletin], Kiev, Technica Publ., 1990, no. 51, pp. 25–29.
13. *Gutyrya S. S., Homyak Yu. M., Zheglova V. M., Chanchin A. N.* Analiticheskoe modelirovanie i prochnostnoj raschet epicikla planetarnogo reduktora [Analytical modeling and strength calculation of an epicycle of a planetary gear]. *Visnik NTU "KhPI" Seriya: Problemi mekhanichnogo privodu* [Bulletin of the Kharkov Polytechnic Institute]. Kharkov, NTU "KhPI" Publ., 2016, no. 23, pp. 29–36.
14. *Ustinenko V. L.* Napryazhennoe sostoyanie zub'ev cilindricheskikh pryamozubnyh koles. [Stressed condition of cylindrical straight-toothed teeth], Moscow, Mashinostroenie Publ., 1972, 92 p.
15. *Pivovarov A. O., Shevchuk V. P.* Sovershenstvovanie planetarnoj peredachi mekhanizma povorota sel'skohozyajstvennogo traktora Chetra-6 [Improvement the planetary gear of a turning-mechanism of an agricultural tractor Chetra-6]. *Mezhdunar. stud. nauchn. vestnik* [International student's scientific bulletin], 2014, no. 4, pp. 4–50.
16. *Nicholas T.* High cycle fatigue. A mechanics of materials perspective. – Elsevier, 2006. – 657 p.

Поступила (received) 08.06.2017

## Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

**Ймовірнісний аналіз втомної міцності епіцикла колісного редуктора троллейбуса / С. С. Гутиря, С. О. Медведєв, Ю. М. Хомяк, А. М. Чанчин** // *Вісник НТУ "ХПІ"*. Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХПІ", 2017. – № 25 (1247). – С. 37–43. – Бібліогр.: 16 назв. – ISSN 2079-0791.

**Вероятностный анализ усталостной прочности эпцикла колесного редуктора троллейбуса / С. С. Гутиря, С. А. Медведев, Ю. М. Хомяк, А. Н. Чанчин** // *Вісник НТУ "ХПІ"*. Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХПІ", 2017. – № 25 (1247). – С. 37–43. – Библиогр.: 16 назв. – ISSN 2079-0791.

**Probabilistic analysis of fatigue durability of an epicycle of a wheel gearbox of the trolleybus / S. S. Gutyrya, S. A. Medvedev, Yu. M. Khomiak, A. M. Chanchin** // *Bulletin of NTU "KhPI"*. Series: Problem of mechanical drive. – Kharkiv : NTU "KhPI", 2017. – No. 25 (1247). – P. 37–43. – Bibliogr.: 16. – ISSN 2079-0791.

## Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

**Гутиря Сергій Семенович** – доктор технічних наук, професор, Одеський національний політехнічний університет, директор Українсько-іспанського інституту; тел.: (048) 705-84-92; e-mail: huturia@opu.ua.

**Гутиря Сергей Семенович** – доктор технічних наук, професор, Одеський національний політехнічний університет, директор Українсько-іспанського інституту; тел.: (048) 705-84-92; e-mail: huturia@opu.ua.

**Gutyrya Sergiy Semenovych** – Doctor of Technical Sciences, Full Professor, Odessa National Polytechnic University, Director of Ukraine-Spanish Institute; tel.: (048) 705-84-92; e-mail: huturia@opu.ua.

**Медведев Станіслав Олександрович** – кандидат технічних наук, доцент, Одеський національний морський університет, доцент кафедри "Машинознавство"; тел.: (067) 480-50-64; e-mail: s.medvedev1944@gmail.com.

**Медведев Станіслав Александрович** – кандидат технических наук, доцент, Одесский национальный морской университет, доцент кафедры "Машиноведение"; тел.: (067) 480-50-64; e-mail: s.medvedev1944@gmail.com.

**Medvedev Stanislav Aleksandrovych** – Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Docent, Odessa National Maritime University, Associate Professor at the Department of "Engineering science"; tel.: (067) 480-50-64; e-mail: s.medvedev1944@gmail.com.

**Хомяк Юрій Мефодійович** – кандидат технічних наук, доцент, Одеський національний політехнічний університет, кафедра "Нафтогазове та хімічне машинобудування"; тел.: (048) 795-44-51; e-mail: jomiak38@gmail.com.

**Хомяк Юрий Мефодиевич** – кандидат технических наук, доцент, Одесский национальный политехнический университет, доцент кафедры "Нефтегазовое и химическое машиностроение"; тел.: (048) 795-44-51; e-mail: jomiak38@gmail.com.

**Khomiak Yuriy Mefodijovych** – Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Docent, Odessa National Polytechnic University, Associate Professor at the Department of "Oil, Gas and Chemical Engineering"; tel.: (048) 795-44-51; e-mail: jomiak38@gmail.com.

**Чанчін Андрій Миколайович** – магістр, Одеський національний політехнічний університет, асистент кафедри машинознавства і деталей машин; e-mail: rafail2@rambler.ru.

**Чанчин Андрей Николаевич** – магистр, Одесский национальный политехнический университет, асистент кафедры машиноведения и деталей машин; e-mail: rafail2@rambler.ru.

**Chanchin Andrey Mykolajovych** – Master, Odessa National Polytechnic University, Assistant at the Department of Engineering science and machine elements; Odessa, Ukraine; e-mail: rafail2@rambler.ru.