УДК 681.5.015.52

С.В. ПАВЛЕНКО, м.н.с., ОНПУ, Одесса,
В.Д. ПАВЛЕНКО, канд. техн. наук, с.н.с., доц., ОНПУ, Одесса,
С.А. ПОЛОЖАЕНКО, д-р техн. наук, проф., ОНПУ, Одесса

МЕТОДЫ ИДЕНТИФИКАЦИИ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ МОДЕЛЕЙ ВОЛЬТЕРРА С ПОМОЩЬЮ ТЕСТОВЫХ ПОЛИИМПУЛЬСНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЙ

Рассматриваются методы детерминированной идентификации нелинейных динамических систем на основе моделей Вольтерра во временной области. В качестве тестовых воздействий используются нерегулярные последовательности импульсов. Проводится сравнительный анализ эффективности методов идентификации по точности, помехоустойчивости и вычислительной сложности. Для повышения вычислительной устойчивости алгоритмов идентификации применяются процедуры шумоподавления, основанные на вейвлет-преобразованиях. Табл.: 1. Библиогр.: 8 назв.

Ключевые слова: идентификация, нелинейные системы, модели Вольтерра, вейвлет–преобразования.

Постановка проблемы и анализ литературы. Для математического и компьютерного моделирования сложных нелинейных динамических систем (НДС) широко используются интегростепенные ряды Вольтерра (РВ) [1]. При этом нелинейные и динамические свойства системы полностью характеризуются последовательностью многомерных весовых функций — ядер Вольтерра (ЯВ), и задача идентификации НДС – построения модели в виде РВ – заключается в определении ЯВ на основе данных экспериментальных исследований системы "вход–выход" [2].

Известны методы детерминированной идентификации НДС с использованием тестовых нерегулярных импульсных последовательностей: компенсационный [3], аппроксимационный [4] и интерполяционный [5]. Преимущества детерминированных методов по сравнению с методами статистической идентификации [2] – сравнительная простота обработки экспериментальных данных и реализации тестовых сигналов. Однако, на результаты детерминированной идентификации существенное влияние оказывают погрешности измерений. Получаемые решения – оценки ЯВ – оказываются неустойчивыми к погрешностям измерений откликов идентифицируемой НДС [6], что ограничивает применение методов в условиях реального эксперимента.

Цель статьи исследование погрешностей, возникающих при использовании методов детерминированной идентификации [3 – 5], повышение вычислительной устойчивости алгоритмов идентификации с помощью применения вейвлет–фильтрации, сравнительный анализ эффективности методов по точности, помехоустойчивости и вычислительной сложности.

Методы идентификации многомерных ядер Вольтерра с помощью нерегулярных последовательностей импульсов. *Компенсационный* метод идентификации НДС в виде ЯВ во временной области основан на испытании исследуемой системы нерегулярными последовательностями импульсов с варьируемыми параметрами: амплитудой A и длительностью $\Delta\tau$ тестовых импульсов и интервалами между импульсами [3].

Модель тестового сигнала в виде нерегулярной последовательности, содержащая не более n импульсов прямоугольной формы, действующих в моменты времени τ_i

$$x(t) = \sum_{i=1}^{n} \delta_{\tau_i} S\delta(t-\tau_i), \quad \tau_i \in [0,t], \tag{1}$$

где $S = A\Delta\tau$ – площадь импульса в тестовой последовательности; $\delta(t-\tau_i)$ – дельта–функция Дирака; t – текущее время; δ_{τ_i} – параметр, определяющий количество импульсов последовательности и интервалы между ними; если $\delta_{\tau_i} = 1$, то в момент времени τ_i в последовательности импульс есть; при $\delta_{\tau_i} = 0$ – отсутствует.

С помощью формализма [3] получены соотношения, задающие вычислительный алгоритм экспериментального определения диагонального и поддиагональных сечений ЯВ n–го порядка НДС с одним входом и одним выходом

$$\hat{w}_n(t-\tau_1,\ldots,t-\tau_n) = \frac{(-1)^n}{n!\,S^n} \sum_{\delta_1,\ldots,\delta_n=0}^{1} (-1)^{\sum_{i=1}^{n}\delta_i} y(t,\delta_1,\ldots,\delta_n), \tag{2}$$

где $\hat{w}_n(t-\tau_1,\ldots,t-\tau_n)$ оценка сечения ЯВ n–го порядка; $y(t,\delta_1,\ldots,\delta_n)$ – отклик НДС, измеренный в момент времени t, при действии на входе модулированных дельта–импульсов площади S соответственно в моменты времени τ_1, ..., τ_n.

Выражение (2) получено при условии, что длительность $\Delta\tau$ и амплитуда A тестовых импульсов достаточно малы [3]. В результате обработки откликов НДС $y(t,\delta_1,\ldots,\delta_n)$ (2) находятся приближенные значения сечений ЯВ, точность определения которых зависит от выбора площади S тестового импульса, т.е. от значений A и $\Delta\tau$.

При уменьшении амплитуды тестовых импульсов уменьшается методическая погрешность идентификации, но возрастает относительная погрешность измерений [3]. Следовательно, существует оптимальное значение амплитуды A^*, при которой достигается минимальная погрешность экспериментального определения ЯВ, что позволяет поставить задачу регуляризации процедуры идентификации, используя в качестве параметра регуляризации амплитуду A тестовых импульсов.

Аппроксимационный метод идентификации НДС во временной области основан на выделении в отклике НДС n-ой парциальной составляющей (ПС) $y_n[x(t)]$, соответствующей n-му члену РВ, с помощью построения линейных комбинаций откликов на тестовые сигналы с разными амплитудами [4].

Если на вход системы поочередно подаются тестовые сигналы $a_1x(t)$, $a_2x(t)$, …, $a_Nx(t)$, где N – порядок аппроксимационной модели; a_1, a_2, …, a_N – различные вещественные числа, удовлетворяющие условию $0 <| a_j| \le 1$ для $\forall j = 1, 2, ..., N$; $x(t)$ – произвольная функция, то линейная комбинация откликов НДС на эти воздействия равна n-ой ПС отклика на сигнал $x(t)$ с погрешностью Δ, т.е.

$$\sum_{j=1}^{N} c_j y[a_j x(t)] = y_n[x(t)] + \Delta, \tag{3}$$

где c_j – действительные коэффициенты, такие что удовлетворяют системе линейных алгебраических уравнений:

$$\sum_{j=1}^{N} c_j \cdot a_j^k = \delta_k^n = \begin{cases} 1, & k = n; \\ 0, & k \ne n, \end{cases}, \ k = \overline{1, N}; \quad \forall n \in \{1, 2, \ldots, N\}; \tag{4}$$

$$\Delta = \sum_{j=1}^{N} c_j \sum_{k=N+1}^{\infty} y_k \left[a_j x(t)\right]. \tag{5}$$

При использовании сигналов $x(t)$, представляющих собой нерегулярные импульсные последовательности (1), оценка поддиагонального сечения ЯВ n-го порядка НДС

$$\hat{w}_n(t - \tau_1, \ldots, t - \tau_n) = \frac{(-1)^n}{n!(\Delta\tau)^n} \sum_{\delta_1, \ldots, \delta_n = 0}^{1} (-1)^{\sum_{i=1}^{n} \delta_i} \hat{y}_n(t, \delta_1, \ldots, \delta_n), \tag{6}$$

где $\hat{y}_n(t, \delta_1, ..., \delta_n)$ – оценка n-ой ПС отклика НДС в момент времени t, полученная в результате обработки данных экспериментов на основе (3).

Оценка диагонального сечения ЯВ n-го порядка

$$\hat{w}_n(t,t,\ldots,t) = \frac{\hat{y}_n(t)}{(\Delta\tau)^n}, \qquad (7)$$

где $\hat{y}_n(t)$ – оценка n-ой ПС отклика НДС на одиночный импульс в момент времени t, полученная в результате обработки данных экспериментов на основе (3).

Для минимизации погрешности выделения ПС отклика НДС (5), обусловленной членами РВ порядка выше N-го, необходимо обеспечить минимум суммы модулей коэффициентов c_j (j = 1, 2, ..., N), которые определяются из системы уравнений (4)

$$\varepsilon = \sum_{j=1}^{N} \left| c_j \right| = \sum_{j=1}^{N} \left| \sum_{k=1}^{N} a_{jk}^{-1} \delta_k^n \right| = \sum_{j=1}^{N} \left| a_{jn}^{-1} \right| = \frac{1}{\left| \det \boldsymbol{A} \right|} \sum_{j=1}^{N} \left| M_{jn} \right| = \min, \qquad (8)$$

где a_{jk}^{-1} — элемент матрицы, обратной матрице

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \ldots & a_N \\ a_1^2 & a_2^2 & \ldots & a_N^2 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_1^N & a_2^N & \ldots & a_N^N \end{bmatrix},$$

det $\boldsymbol{A}$, M_{jn} – определитель и миноры матрицы $\boldsymbol{A}$, соответственно.

В соответствии с (8) задача обеспечения минимума методической ошибки при применении аппроксимационного метода идентификации сводится к нахождению локальных минимумов функции многих переменных, т.е. суммы модулей коэффициентов c_j. С помощью процедуры полного перебора различных значений амплитуд, решением каждый раз для них системы линейных алгебраических уравнений (4), вычисляются соответствующие им коэффициенты. Находя минимальное значение выражения (8), определяют оптимальные значения амплитуд a_1, a_2, …, a_N для заданных параметров n и N метода идентификации.

В *интерполяционном* методе идентификации НДС на основе РВ для разделения отклика НДС на ПС $\hat{y}_n(t)$ используется n–кратное дифференцирование выходного сигнала по параметру–амплитуде a тестовых воздействий [5].

Если на вход системы подать тестовый сигнал вида $ax(t)$, где $x(t)$ – произвольная функция; $|a| \leq 1$ – масштабный коэффициент, то для выделения ПС n-го порядка $\hat{y}_n(t)$ из измеряемого отклика НДС $y[ax(t)]$ необходимо найти n-ую частную производную отклика по амплитуде a при $a = 0$

$$\hat{y}_n(t) = \underbrace{\int_0^t \ldots \int_0^t}_{n\ раз} w_n(\tau_1,\ldots,\tau_n) \prod_{r=1}^{n} x(t-\tau_r) d\tau_r = \frac{1}{n!} \frac{\partial^n y[a\,x(t)]}{\partial a^n}\bigg|_{a=0}. \qquad (9)$$

С помощью тестовых нерегулярных последовательностей импульсов длительностью $\Delta\tau$ и процедуры (9) вычисляются ПС откликов $\hat{y}_n(t)$ и $\hat{y}_n(t,\delta_1,\ldots,\delta_n)$, на основе которых и выражений (7) и (6) определяются диагональное и поддиагональные сечения ЯВ.

Применение вейвлет-фильтрации в процедуре идентификации. Для повышения вычислительной устойчивости алгоритмов идентификации к получаемым оценкам многомерных ЯВ применяются процедуры шумоподавления (сглаживания), основанные на вейвлет-преобразовании [7].

Шумоподавление достигается удалением высокочастотных составляющих из спектра сигнала, представляющего аддитивную смесь информационной составляющей, получаемой в результате обработки откликов сечения ЯВ и шума, обусловленного погрешностью измерительной аппаратуры. Применительно к вейвлетным разложениям это может быть реализовано непосредственно удалением детализирующих коэффициентов высокочастотных уровней. Задавая некоторый порог для их уровня, и срезая по нему детализирующие коэффициенты, можно добиться уменьшения уровня шумов [8].

Для тестового объекта минимальная среднеквадратичная ошибка (СКО) идентификации достигается при использовании материнского вейвлета coiflet – coif4 с уровнем глубины разложения L = 4. При этом получаются сглаженные решения, а погрешность идентификации уменьшается в 1,5 – 2 раза.

В таблице приведены значения процентной нормированной СКО (ПНСКО) [4] $\varepsilon_п$ оценки диагональных сечений ЯВ второго порядка $\hat{w}_2(t,t)$ для тестового объекта, полученные с помощью методов детерминированной идентификации (компенсационного, аппроксимационного и интерполяционного) при тестовых импульсных воздействиях с оптимальными амплитудами при погрешности измерений откликов σ = 1, 3, 5 % без применения и с применением вейвлет–фильтрации. В таблице приведены также количество тестовых экспериментов (K) и количество используемых операций сложения и вычитания (P), характеризующих вычислительноую сложность алгоритмов идентификации.

Таблица

ПНСКО оценки диагональных сечений ЯВ 2-го порядка для тестового объекта, полученные с помощью методов детерминированной идентификации при тестовых импульсных воздействиях с оптимальными амплитудами

Параметры методов	K	P	Минимальные ПНСКО $\varepsilon_п$ (%) при погрешности измерений σ (%)					
			Без применения вейвлет–фильтрации			С применением вейвлет–фильтрации		
			σ=1	σ=3	σ=5	σ=1	σ =3	σ=5
	Компесационный метод [3]							
	2	4	44,0	66,5	77,1	30,1	43,7	53,7
N	Аппроксимационный метод [4]							
2	2	4	12,6	25,9	37,0	10,8	15,0	18,3
3	3	6	11,9	24,5	33,5	9,08	13,3	16,9
4	4	8	15,7	40,3	63,3	11,2	18,1	24,5
5	5	10	15,2	38,0	58,7	11,1	17,0	22,7
6	6	12	18,7	50,4	80,5	11,9	20,5	29,3
r_1=r_2	Интерполяционный метод [5]							
1	2	5	13,0	26,3	37,5	10,9	15,5	19,2
2	4	9	14,7	36,5	58,1	11,2	16,8	23,6
3	6	11	19,6	54,1	88,1	11,6	20,8	31,5
4	8	12	25,6	77,3	126,0	13,1	25,1	44,0

Выводы. Сравнение результатов идентификации НДС тремя методами детерминированной идентификации с помощью нерегулярных последовательностей тестовых импульсов на тестовом объекте показывает, что наименее точный из них – компенсационный. Аппроксимационный метод, основанный на составлении линейных комбинаций откликов системы на тестовые последовательности импульсов с разными амлитудами (3), (6) и (7), имеет высокие показатели эффективности, но уступает по точности интерполяционному. Наиболее высокой точностью и помехоустойчивостью обладает интерполяционный метод идентификации, заключающийся в дифференцировании откликов по параметру–амплитуде тестовых импульсов (9).

Список литературы: **1.** *Giannakis G.B.* A bibliography on nonlinear system identification and its applications in signal processing, communications and biomedical engineering / *G.B. Giannakis, E. Serpedin* // Signal Processing – EURASIP, Elsevier Science B.V. – 2001. – Vol. 81. – № 3. – P. 533-580. **2.** Методы классической и современной теории автоматического управления. Статистическая динамика и идентификация систем автоматического управления: учеб. для вузов. В 5 т. Т. 2. / Под ред *К.А. Пупкова* и

Н.Д. Егупова. – М.: Изд–во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 638 с. **3.** *Павленко В.Д.* Компенсационный метод идентификации нелинейных динамических систем в виде ядер Вольтерра / *В.Д. Павленко* // Тр. Одес. политехн. ун–та. – Одесса, 2009. – Вып. 2 (32). – С.121-129. **4.** *Данилов Л.В.* Теория нелинейных электрических цепей / *Л.В. Данилов, П.Н. Матханов, Е.С. Филиппов*. – Л.: Энергоатомиздат, 1990. – 256 с. **5.** *Павленко В.Д.* Идентификация нелинейных динамических систем в виде ядер Вольтерры на основе данных измерений импульсных откликов / *В.Д. Павленко* // Электронное моделирование. – 2010. – Т.32. – № 3. – С. 3-18. **6.** *Апарцин А.С.* О повышении точности моделирования нелинейных динамических систем полиномами Вольтерры / *А.С. Апарцин* // Электронное моделирование. – 2001. – № 6. – С. 3-12. **7.** *Смоленцев Н.К.* Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в MATLAB / *Н.К. Смоленцев.* – М.: ДМК Пресс, 2005. – 304 с. **8.** *Павленко С.В.* Применение вейвлет–фильтрации в процедуре идентификации нелинейных систем на основе моделей Вольтерра / *С.В. Павленко* // Вост.-европ. журн. передовых технологий. – Харьков. – 2010. – № 6/4 (48). – С. 65-70.

УДК 681.5.015.52

Методи ідентифікації нелінійних систем на основі моделей Вольтерра за допомогою тестових поліімпульсних впливів / Павленко С.В., Павленко В.Д., Положаєнко С.А. // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Інформатика та моделювання. – Харків: НТУ "ХПІ". – 2012. – № .62 (968) – С. 155 – 161.

Розглядаються методи детермінованої ідентифікації нелінійних динамічних систем на основі моделей Вольтерра в часовій області. Тестовими впливами використовуються нерегулярні послідовності імпульсів. Проводиться порівняльний аналіз ефективності методів ідентифікації щодо точності, завадостійкості та обчислювальної складності. Для підвищення обчислювальної стійкості алгоритмів ідентифікації застосовуються процедури шумозаглушення, які засновані на вейвлет–перетвореннях. Табл.: 1. Бібліогр.: 8 назв.

Ключові слова: ідентифікація, нелінійні системи, моделі Вольтерра, вейвлет–перетворення.

UDC 681.5.015.52

Identification methods nonlinear systems on base Volterra models using testing by poly pulses / Pavlenko S.V., Pavlenko V.D., **Polozhaenko S.A.** // Herald of the National Technical University "KhPI". Subject issue: Information Science and Modelling. – Kharkov: NTU "KhPI". – 2012. – №. 62 (968). – P. 155 – 161.

Methods of deterministic identification of nonlinear dynamic systems on the basis of Volterra models in time domain are considered. Irregular pulse sequences are used test influence as test impacts. Inaccuracies, appearing when using the methods of deterministic identification are studied: benchmark analysis of their efficiency by accuracy and noise–immunity is carried out. For increasing computational stability of identification algorithms, the procedures of noise suppression based on wavelet–transforms, are used. Tabl.: 1. Refs.: 8 titles.

Keywords: identification, nonlinear systems, Volterra models, wavelet-transforms

Поступила в редакцию 15.08.2012