

Иванов В. В., Андросюк Н. В.

ИССЛЕДОВАНИЕ ИЗГИБНОЙ ПРОЧНОСТИ ЦИКЛОИДАЛЬНОГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ

В данной статье рассмотрены вопросы расчета на изгибную прочность циклоидальных передач, влияние на изгибную прочность циклоидальных зубьев геометрии профиля зуба. Построена конечно-элементная модель циклоидального зубчатого венца в среде Mechanical Desktop 6.0 и найдены напряжения в галтели зуба. Для тех же параметров циклоидального зацепления построена модель... и найдены напряжения в галтели зуба МГЭ. Проведен сравнительный анализ результатов расчета изгибных напряжений и коэффициента формы зуба методом конечных элементов и методом граничных элементов.

Ключевые слова: *Циклоидальное зацепление — Изгибная прочность — Геометрия профиля циклоидального зуба — Коэффициент формы зуба — Метод конечных элементов — Метод граничных элементов*

С развитием технологии изготовления зубчатых колес ограничения, которые привели к повсеместному использованию эвольвентного зацепления, исчезают, и появляется возможность использования циклоидальных передач. В настоящее время наиболее широко такие передачи используются в насосах, гидромоторах, планетарно-цевочных редукторах, передачах приборов с передаточными числами более ста и т.п. Применение циклоидального зацепления в насосах позволяет повысить их производительность, так как объем перекачиваемой жидкости между впадинами циклоидальных зубьев больше, чем у эвольвентных.

Исследования изгибной прочности проводились многими исследователями. Многочисленные инженерные методики основывались на представлении зуба в виде консольной балки жестко закрепленной по основанию. Такая же методика положена и в основу расчетов по ГОСТ 21354-75 и ISO 6336. Следует отметить некоторые отличия расчета в этих двух стандартах. В ГОСТ 21354-75 при расчете зуба на изгибную прочность нагрузка прикладывается на вершине зуба, а в ISO 6336 — в верхней крайней точке зоны однопарного зацепления.

Отдельно необходимо остановиться на методе предложенном А. В. Верховским. Важной является его гипотеза о неискривляемости при изгибе ломаных плоских сечений, одно из которых расположено по

касательной к переходной кривой у основания зуба. Приблизительно можно полагать, что опасное сечение проходит через точку касания переходной кривой с прямой, проведенной под углом 30° к оси зуба. Расчет по методу ломаных сечений дает возможность вычислить близкие к действительным значения местных напряжений.

Одним из численных методов широко применяющимся для исследования изгибных напряжений в основании зубьев является метод граничных элементов. Этот метод позволяет моделировать все особенности геометрии эвольвентного профиля с учетом способа нарезания зубьев. Данный метод может быть использован и для исследования циклоидального профиля зуба. Ограничением для использования метода является наличие нескольких точек пересопряжения в пределах профиля зуба, а также необходимость учета деформации обода.

Основой этого метода являются интегральные уравнения задачи и их фундаментальные решения.

Этот метод имеет целый ряд преимуществ, но реализация алгоритма МГЭ стала возможной только с появлением современной вычислительной техники. В МГЭ дискретизации подлежит не вся область объекта, а лишь его граница, на которой из системы линейных алгебраических уравнений определяются необходимые параметры, а напряженно-деформированное состояние во внутренних точках вычисляется по интегральным уравнением. Поскольку для определения интеграла можно подобрать несколько подинтегральных функций, которые приводят к точному решению, то предложены и развиты разные варианты МГЭ.

МГЭ пока не может быть использован для расчета комбинированных систем, которые содержат разного рода нерегулярности, – отверстия неправильной формы, вырезы, ребра жесткости, перегородки, и тому подобное, так как его приложение ограничено современным состоянием развития теории метода.

Наиболее универсальным является метод конечных элементов (МКЭ), который позволяет учесть все особенности геометрии зубчатого зацепления, в том числе и циклоидального, а также учесть конструктивные особенности обода зубчатого колеса. С помощью МКЭ найдены напряжения и коэффициент формы зуба разными авторами (Nieman G., Winter H., Linke H., Albert M.). К сожалению, нам неизвестны примеры использования МКЭ для определения коэффициента формы зуба для циклоидальных зубьев.

Одним из самых распространенных численных методов является метод конечных элементов (МКЭ), который допускает явную аппроксимацию решения на малых подобластях – конечных элементах. Для интерполяции применяются координатные функции, которые имеют разный порядок. Суть метода заключается в том, что заданная система (конструкция) разбивается на отдельные элементы конечных размеров –

конечные элементы. Эти элементы могут быть как плоскими, так и пространственными, иметь достаточно разнообразную геометрическую форму, но обязательно такую, которая позволяет исследовать напряженное состояние элемента, который находится под действием общих внешних нагрузок и сил взаимодействия с соседними элементами.

Одним из наиболее эффективных методов расчета применимо к машиностроительным конструкциям считается метод конечных элементов, который позволяет с достаточной точностью оценить НДС конструкции при статической нагрузке и, на этой основе, осуществить первый этап усовершенствования методики расчета конструкции. Метод конечных элементов основан на предположении, что деталь или конструкция может быть подана в виде набора множества элементов, соединенных друг с другом в узлах. Связь действующих в этих узлах усилий с узловыми перемещениями задается с помощью матриц жесткости. Условия равновесия для всех деталей обеспечиваются в результате объединения матриц жесткости отдельно рассмотренных элементов в глобальную матрицу жесткости всей конструкции.

При задании внешних нагрузок или перемещениях в узлах и известной глобальной матрице жесткости, решения системы алгебраических уравнений равновесия позволяет определить все узловые усилия, а по ним — напряжение и перемещение в пределах каждого элемента. Результатом расчета является определение напряженно деформированного состояния детали.

Определение упругих перемещений с помощью МКЭ сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений. В основе этих методов лежат дискретные расчетные схемы.

Наиболее важными параметрами циклоидального зацепления являются радиусы начальных окружностей $R_{1,2}$, они же основные окружности и радиусы вспомогательных (производящих) окружностей $r_{1,2}$ — характеристика зубчатых колес. Малый радиус вспомогательной окружности снижает контактную прочность зубьев, и на практике отношение r/R редко бывает меньше 0,2. При отношении $r/R = 0,5$ ножка зуба колеса очерчена радиальными прямыми (часовое зацепление), что снижает изгибную прочность зуба и поэтому в силовых передачах максимальное значение отношения r/R принимают равным 0,4. Рекомендованное соотношение r/R находится в диапазоне $r/R = 0,2 \dots 0,4$. Исследование изгибной прочности проведено для циклоидальных зубьев с отношением $r/R = 0,2$.

Значения изгибных напряжений определялись в одной и той же точке, расположение которой определено в соответствии с гипотезой А. В. Верховского. Приближенно принимаем, что опасное сечение проходит через точку касания, переходной кривой, с прямой проведенной под углом 30° к оси зуба (Рисунок 1). Значения ГОСТ 21354-75

Стратегия качества в промышленности и образовании

рассчитаны именно в этой точке, что дает возможность сравнения результатов, полученных различными методами.

Для конечно-элементного анализа была создана твердотельная модель в Mechanical Desktop 6,0. Так как изгибные напряжения возникают не только в галтели зуба находящегося в зацеплении, но и в галтелях соседних зубьев в модель включены полностью нагруженный зуб и соседние зубья (Рисунок 2). Сосредоточенное усилие прилагали на вершине зуба по нормали к соответствующей точке эпициклоиды. Полагали, что существует жесткая заделка модели по части поверхности ступицы ограниченной поверхностью втулки и радиальными прямыми, являющимися осями половинок зубьев.

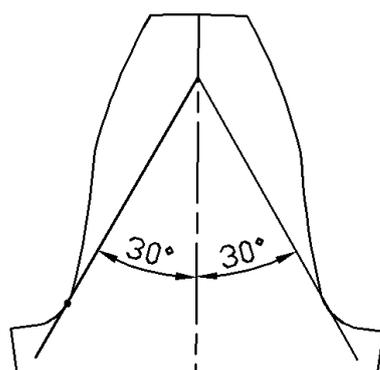


Рисунок 1 – Расположение точки, в которой определялись изгибные напряжения

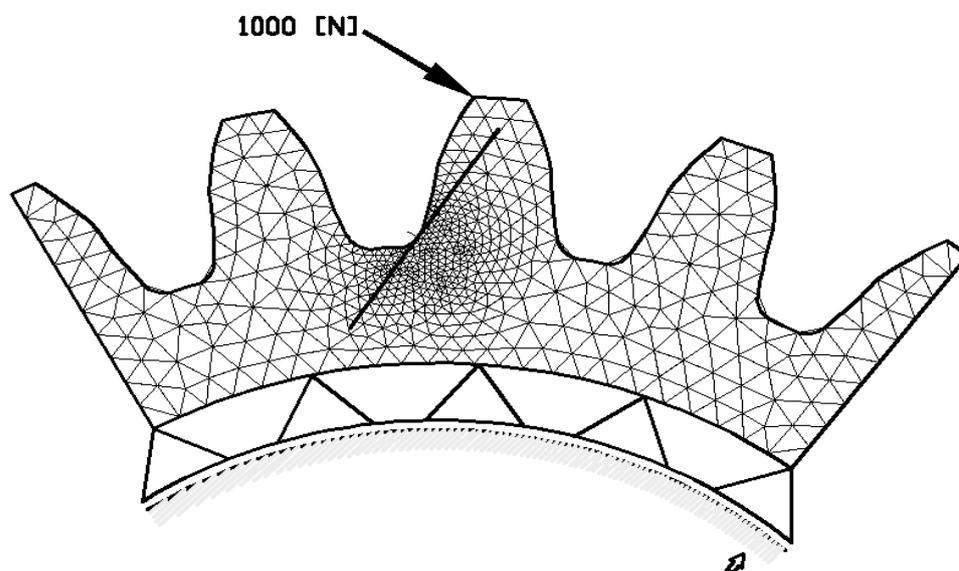


Рисунок 2 – Параметрическая модель циклоидального зубчатого венца с разбиением на треугольные конечные элементы

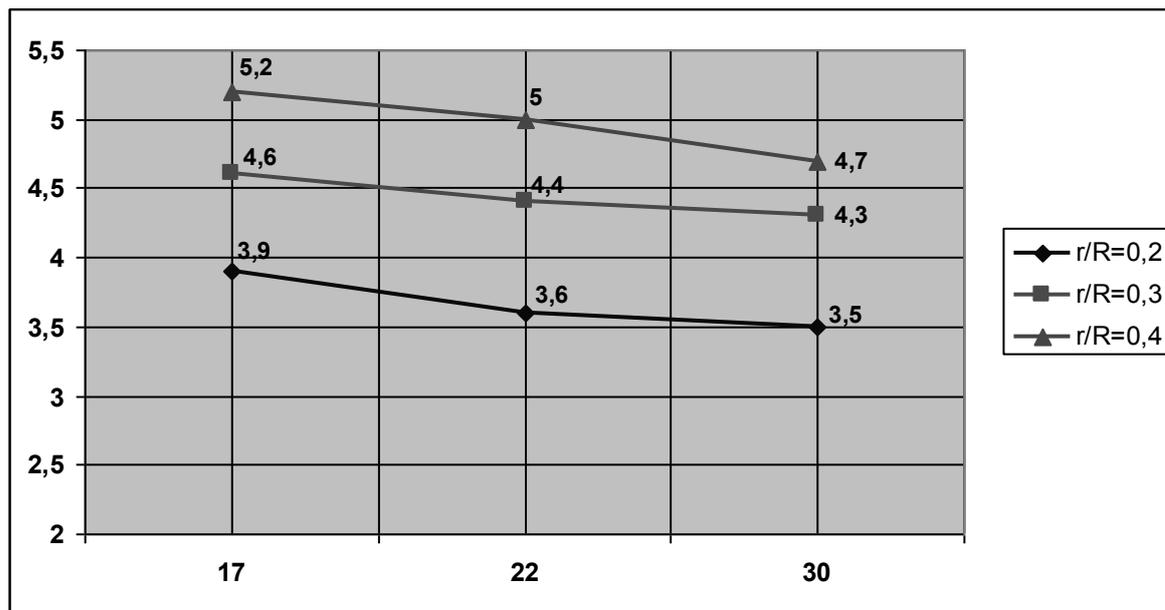


Рисунок 3 - Графики зависимости коэффициента формы зуба Y_F от количества зубьев для различных значений r/R

III. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Исследования проводились с помощью программного комплекса Mechanical Desktop 6.0 и встроенного в него модуля FEA (*finite element analysis*) метод конечного элемента. Модуль FEA предусматривает автоматическое разбиение треугольными конечными элементами с постоянным шагом. Проведенные тестовые расчеты и сравнение с результатами полученными другими авторами показали, что необходимо использование более мелкого шага разбиения у основания зуба. Экспериментально установлено, что при шаге в $0,025m$ достигается необходимая точность расчетов, и в большей детализации нет необходимости. В результате расчета определены напряжения во всех узлах конечных элементов. Для определения напряжения в определенной точке, на панели инструментов модуля FEA необходимо использовать кнопку at Point. Полученные значения коэффициентов формы зуба сведены в таблицу, а также представлены в виде графиков (Рисунок 3).

Таблица – Коэффициенты формы зуба в зависимости от количества зубьев и отношения r/R

r/R	z	17	22	30
0,2		3,9	3,6	3,5
0,3		4,6	4,4	4,3
0,4		5,2	5	4,7

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате исследования установлено, что коэффициент формы зуба Y_F уменьшается с увеличением количества зубьев z . Этот результат ожидаемый, так как с увеличением количества зубьев уменьшается угол между зубьями, и соседние зубья воспринимают часть напряжений, возникающих в нагруженном зубе. Данный эффект известен и для эвольвентных зубьев. Исследования влияния отношения r/R на изгибную прочность проводилось впервые. Установлено, что с уменьшением отношения r/R коэффициент формы зуба Y_F уменьшается.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Иванов, В. В., Андросюк, Н. В.** Надежность мелко модульных открытых передач // II Международная конференция "Стратегия качества в промышленности и образовании." Том I. Варна, 2006.
2. **Иванов, В.В., Ливинский, А.И., Калинин, Д.А.** Сравнительный анализ изгибной прочности зубьев нарезанных рейкой и долбяком. (2004) Труды Одесского политехнического университета. Вып. 1(21), с.11-14.
3. **Иванов, В. В., Сидоренко, И. И.** Проектирование деталей и узлов машин в среде Mechanical Desktop – О.: Наука и техника, 2005. – 272с.
4. **Ivanov, V., Karaivanov, D., Chumak, N.** (2009) Comparative Analysis of the Bending Strength of Cycloid and Involute Teeth. Proceedings of the 3rd International Conference Power Transmissions'09, 1 – 2 October 2009, Chalkidiki, Greece, pp. 105-112.
5. **Иванов, В. В., Андросюк, Н. В.** Сравнительный анализ изгибной прочности циклоидальных и эвольвентных зубьев (2008) Труды Одесского политехнического университета. Вып. 2, с.16-18.
6. **Ivanov, V. Kalinin, D.** Bending capacity assessment for tooth was made rack and gear-shaper cutter. Annals of DAAAM for 2004 & PROCEEDINGS of the 15th International DAAAM Symposium pp. 195 – 196.

7. **Иванов, В.В., Чумаченко, И.А.** Анализ изгибной прочности зубьев с цевочным профилем (2005) Труды Одесского политехнического университета. Вып. 1(23), с.29-31.
8. **Иванов, В. В., Мотулько, Б. В., Харсун, А. М.** Проектування деталей машин з використанням AutoCAD. (2004) Одеса: Изд.- во АО БАХВА, 125с.
9. **Иванов, В.В., Кочмар, В.М** Анализ изгибной прочности зубьев с циклоидальным профилем (2003) Труды Одесского политехнического университета. Вып. 2(20), с. 30–32.
10. **Иванов, В.В.** Автоматизация проектирования механических приводов: Монография / В.В. Иванов, Б.В. Мотулько, А.М. Харсун. – Одесса: АО Бахва, 2003. – 135 с.
11. **Иванов, В.В.** Влияние перекоса осей на коэффициент трения при гидродинамическом режиме работы подшипника скольжения / В.В. Иванов // Труды Одесского политехнического университета. – Одесса. – 2003. – Вып. 2(20). – С. 28–30.