ISSN 2076-2429 (print)
ISSN 2223-3814 (on line) 

**УДК 681.5.015.52**

**В.Д. Павленко,** канд. техн. наук., ст. науч. сотр.,
Одес. нац. политехн. ун-т

# АППРОКСИМАЦИОННЫЙ МЕТОД ИДЕНТИФИКАЦИИ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ МОДЕЛЕЙ ВОЛЬТЕРРА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕСТОВЫХ ПОЛИИМПУЛЬСНЫХ СИГНАЛОВ

*В.Д. Павленко.* **Апроксимаційний метод ідентифікації нелінійних систем на основі моделей Вольтерра з використанням тестових поліімпульсних сигналів.** Дано теоретичне обгрунтування апроксимаційного методу детермінованої ідентифікації нелінійних динамічних систем на основі моделей Вольтерра. Тестовими впливами використовуються нерегулярні послідовності імпульсів. Розроблено обчислювальні алгоритми реалізації методу ідентификации — експериментального визначення діагонального та піддіагональних перетинів багатовимірних ядер Вольтерра. Отримано оцінку понад методичної похибки ідентифікації і умови її мінімізації.

*Ключові слова*: нелінійні системи, моделі Вольтерра, ядра Вольтерра, ідентифікація, поліімпульсні сигнали.

*В.Д. Павленко.* **Аппроксимационный метод идентификации нелинейных систем на основе моделей Вольтерра с использованием тестовых полиимпульсных сигналов.** Дано теоретическое обоснование аппроксимационного метода детерминированной идентификации нелинейных динамических систем на основе моделей Вольтерра. В качестве тестовых сигналов используются нерегулярные последовательности импульсов. Разработаны вычислительные алгоритмы реализации метода идентификации — экспериментального определения диагонального и поддиагональных сечений многомерных ядер Вольтерра. Получена оценка сверх методической ошибки идентификации и условия ее минимизации.

*Ключевые слова*: нелинейные системы, модели Вольтерра, ядра Вольтерра, идентификация, полиимпульсные сигналы

*V.D. Pavlenko.* **Approximation method for identifying of nonlinear systems on the basis of Volterra models with the use of test poly-pulse signals**. The theoretical substantiation of the approximation method for deterministic identification of non-linear dynamic systems on the basis of Volterra models is given. Irregular pulse sequences are used as test signals. Computational algorithms for the implementation of the identification method, the experimental determination of the diagonal and subdiagonal cross-sections of the multidimensional Volterra kernels, are developed. The estimate from above of identification method errors is obtained, and the conditions of its minimization are specified.

*Keywords*: nonlinear systems, Volterra models, Volterra kernels, identification, poly-pulse signals.

Задача идентификации сложной нелинейной динамической системы (НДС) в виде модели (ряда) Вольтерра (РВ) [1] состоит в определении многомерных весовых функций интегростепенного ряда — ядер Вольтерра (ЯВ) на основе данных экспериментов “вход — выход” исследуемой системы [2, 3].

Известен аппроксимационный метод детерминированной идентификации НДС, основанный на выделении из отклика $y(t)$ НДС $n$-й парциальной составляющей (ПС) — $n$-го члена ряда, с помощью построения линейных комбинаций откликов на тестовые сигналы $ax(t)$ с разными амплитудами $a$ ($x(t)$ и $y(t)$ — функции времени $t$) [4].

Известен также компенсационный метод идентификации НДС во временной области, основанный на выделении $n$-й ПС в отклике с помощью испытаний НДС тестовыми сигналами, представляющими собой нерегулярные последовательности импульсов [5]. Однако применение

ISSN 2076-2429 (print)
ISSN 2223-3814 (on line)

данного метода на практике ограничено из-за больших погрешностей получаемых оценок ЯВ. Применение аппроксимационного метода позволяет повысить точность идентификации НДС за счет увеличения количества экспериментов и предварительного масштабирования откликов в процедуре идентификации.

Цель данной работы состоит в развитии аппроксимационного метода идентификации во временной области, теоретическом обосновании применения тестовых нерегулярных импульсных последовательностей для построения модели Вольтерра НДС, оценке методической погрешности идентификации и формировании способов ее минимизации.

Для аппроксимационного метода идентификации НДС справедливо следующее утверждение.

*Утверждение 1.* Пусть на вход системы поочередно подаются тестовые сигналы $a_1x(t)$, $a_2x(t)$, …, $a_Nx(t)$ ($N$ — порядок аппроксимационной модели; $a_1$, $a_2$, …, $a_N$ — различные вещественные числа, удовлетворяющие условию $0<|a_j|\le 1$ для $\forall j=1, 2, ..., N$; $x(t)$ — произвольная функция), тогда линейная комбинация откликов НДС на эти воздействия равна $m$-й ПС отклика на входной сигнал $x(t)$ с погрешностью $\Delta$, обусловленной членами РВ порядка выше $N$-го:

$$\sum_{j=1}^{N} c_j y[a_j x(t)] = y_m[x(t)] + \Delta, \tag{1}$$

где $c_j$ – действительные коэффициенты, такие что

$$\left\{ \sum_{j=1}^{N} c_j \cdot a_j^n = \delta_n^m = \begin{cases} 1, & n=m; \\ 0, & n \ne m \end{cases} \right., \; m=\overline{1,N}; \forall n \in \{1,2,\ldots,N\};\ \delta_n^m \text{ – символ Кронекера;} \tag{2}$$

$$\Delta = \sum_{j=1}^{N} c_j \sum_{n=N+1}^{\infty} y_n[a_j x(t)]. \tag{3}$$

Доказательство утверждения 1. Пусть $a$ — произвольное вещественное число. Тогда отклик НДС на воздействие $ax(t)$

$$y[ax(t)] = \sum_{n=1}^{\infty} a^n \underbrace{\int_0^t \ldots \int_0^t}_{n\ раз} w_n(\tau_1,...,\tau_n) \prod_{i=1}^{n} x(t-\tau_i) d\tau_i. \tag{4}$$

Значения $a$ могут быть только такими, при которых ряд (4) сходится. Подадим на вход ОК поочередно воздействия $a_1x(t), a_2x(t),..., a_Nx(t)$ ($a_1, a_2,..., a_N$ — различные вещественные числа, неравные нулю; $N$ — порядок аппроксимационной модели) и измерив соответствующие отклики $y[a_j x(t)],\ j=\overline{1,N}$, получим выражение

$$\sum_{j=1}^{N} c_j y[a_j x(t)], \tag{5}$$

где $c_i$ — вещественные числа.

Если подставить в (5) вместо $y[a_j x(t)]$ его выражение из (4), то получим

$$\sum_{j=1}^{N} c_j y[a_j x(t)] = \sum_{n=1}^{\infty} \left( \sum_{j=1}^{N} c_j a_j^n \right) \underbrace{\int_0^t \ldots \int_0^t}_{n\ раз} w_n(\tau_1,...,\tau_n) \prod_{i=1}^{n} x(t-\tau_i) d\tau_i\ . \tag{6}$$

Для выделения ПС $m$-го порядка необходимо выбрать $c_i$ таким образом, чтобы в правой части (6) обратились в нуль все первые $N$ членов, кроме $m$-го, а коэффициент при $m$-кратном интеграле равнялся единице. Таким образом, следует решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{N} c_j \cdot a_j^n = 0, & \text{если } n \ne m,\ n=\overline{1,N} \\ \sum_{j=1}^{N} c_j \cdot a_j^m = 1, & \text{если } n = m. \end{cases} \tag{7}$$

В матричной форме записи (7) можно представить в виде

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{c} = \mathbf{b}, \tag{8}$$

где $\mathbf{c} = (c_1, c_2, ..., c_N)^{\mathrm{T}}$ — вектор искомых коэффициентов;

т — операция транспонирования;

$\mathbf{b} = (0,0,...,0,1,0,...,0)^{\text{т}} = (b_n)_{N\times 1}$, $b_n = 0$, если $n \neq m$ и $b_m = 1$;

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & ... & a_N \\ a_1^2 & a_2^2 & ... & a_N^2 \\ ... & ... & ... & ... \\ a_1^m & a_2^m & ... & a_N^m \\ ... & ... & ... & ... \\ a_1^N & a_2^N & ... & a_N^N \end{bmatrix}.$$

Система (7) всегда имеет решение, причем единственное, так как ее определитель только множителем $a_1 a_2 ... a_N$ отличается от определителя Вандермонда. Таким образом, при любых вещественных числах $a_j$, отличающихся от нуля и попарно различных, можно найти такие числа $c_j$, при которых линейная комбинация (3) из откликов НДС равняется $m$-му члену РВ с точностью до отброшенных членов ряда порядка $N$+1 и выше. При выполнении условий (7), выражение (6) принимает вид

$$\sum_{j=1}^{N} c_j y[a_j x(t)] = \underbrace{\int_0^t ... \int_0^t}_{m \text{ раз}} w_m(\tau_1,...,\tau_m) \prod_{r=1}^{m} x(t-\tau_r) d\tau_r + \sum_{j=1}^{N} c_j \sum_{n=N+1}^{\infty} y_n[a_j x(t)]. \tag{9}$$

Таким образом, *утверждение 1* доказано.

Выражения (9) можно составить бесчисленным множеством способов: произвольно, выбирая различные числа $a_1, a_2, \ldots, a_N$ и определяя из (9) соответствующие им коэффициенты $c_1, c_2, \ldots, c_N$ .

Выделенная ПС используется для определения ЯВ $m$-го порядка ($1 \leq m \leq N$).

Выбор амплитуд $a_j$ должен обеспечивать сходимость ряда (4) и минимум погрешности при выделении ПС $y_m[x(t)]$ в соответствии с (6), определяемой остатком ряда – членами степени $N$+1 и выше. Если $x(t)$ — тестовое воздействие максимально допустимой амплитуды, при котором ряд (6) сходится, то амплитуды $a_j$ должны быть по модулю не больше единицы $|a_j| \leq 1$ для $\forall j$=1, 2, ..., $n$. Чем больше $N$, тем меньше влияние отброшенных членов РВ и тем больше проводится тестовых испытаний.

Таким образом, при любых вещественных числах $a_i$, отличных от нуля и попарно различных, можно найти такие числа $c_i$, при которых линейная комбинация (5) из откликов НДС равна $m$-му члену РВ с точностью до отброшенных членов порядка $N$+1 и выше.

Предложенные для использования в аппроксимационном методе идентификации амплитуды тестовых сигналов [4] не являются оптимальными и не обеспечивают минимум погрешности оценки многомерных ЯВ идентифицируемой системы. Справедливо следующее утверждение.

*Утверждение 2.*Для минимизации влияния остатка РВ на погрешность выделения ПС отклика НДС (9) необходимо обеспечить минимум суммы модулей коэффициентов $c_j$ ($j$=1, 2, ..., $N$), которые определяются из системы уравнений (7)

$$\sum_{j=1}^{N} |c_j| = \sum_{j=1}^{N} \left| \sum_{n=1}^{N} a_{jn}^{-1} \delta_m^n \right| = \sum_{j=1}^{N} \left| a_{jm}^{-1} \right| = \frac{1}{|\det \mathrm{A}|} \sum_{j=1}^{N} \left| M_{jm} \right| = \min, \tag{10}$$

где $\delta_m^n$ — символ Кронекера, $\delta_m^n = 0$ при $n \neq m$ и $\delta_m^n = 1$ при $n = m$;

$a_{jm}^{-1}$ — элемент матрицы, обратной матрице **A**;

$\det \mathbf{A}$ , $M_{jm}$ — определитель и миноры матрицы **A,** соответственно.

*Доказательство утверждения 2.* Для определения условия минимума влияния на результат идентификации членов ряда Вольтерра ($N$+1)-порядка и выше выражение (9) можно записать в виде

$$\sum_{j=1}^{N} c_j y[a_j x(t)] = \underbrace{\int_0^t \ldots \int_0^t}_{m\ раз} w_m(\tau_1,\ldots,\tau_m)\prod_{r=1}^{m} x(t-\tau_r)d\tau_r + \sum_{j=1}^{N} c_j \varepsilon(a_j)\,, \qquad (11)$$

где через $\varepsilon(a_j)$ обозначен остаток ряда, включающий члены ($N$+1)–го порядка и выше.

Последнее слагаемое в правой части (11) представляет собой методическую ошибку при определении ПС $y_m[x(t)]$, и чем меньше оно по модулю, тем точнее выделяется на основе данных экспериментов $m$-й член РВ. Применяя неравенство треугольника и заменяя функцию остатка ряда $\varepsilon(a_j)$ ее максимальным значением, получим оценку сверху методической ошибки в виде

$$\sum_{j=1}^{N} c_i \sum_{n=N+1}^{\infty} y_n[a_j x(t)] \le \max_{1\le j\le N}\left|\sum_{n=N+1}^{\infty} y_n[a_j x(t)]\right|\cdot\sum_{j=1}^{N}\left|c_j\right|. \qquad (12)$$

Для минимизации влияния остатка РВ на погрешность выделения ПС отклика НДС необходимо обеспечить минимум суммы модулей коэффициентов $c_j$, определяемых из системы уравнений (7)

$$\sum_{j=1}^{N}\left|c_j\right| = \sum_{j=1}^{N}\left|\sum_{n=1}^{N} a_{jn}^{-1}\delta_n^m\right| = \sum_{j=1}^{N}\left|a_{jm}^{-1}\right| = \frac{1}{\left|\det A\right|}\sum_{j=1}^{N}\left|M_{jm}\right|, \qquad (13)$$

где $a_{jm}^{-1}$ — элемент матрицы, обратной матрице **A** (6).

Таким образом, *утверждение 2* доказано.

Используя процедуру полного перебора различных значений амплитуд и вычисляя каждый раз для них выражение (13), находятся оптимальные значения амплитуд и соответствующие им коэффициенты. Интервал поиска задаётся неравенствами $a\in[-1;1]$ или $a\in(0;1]$. Получены оптимальные значения амплитуд тестовых воздействий для различных порядков аппроксимационной модели $N$ и порядков определяемых ЯВ $1\le m\le N$ [6].

Для определения ЯВ НДС во временной области в качестве тестовых сигналов используются нерегулярные последовательности импульсов [5].

Модель тестового сигнала в виде нерегулярной последовательности, содержащая не более $n$ импульсов прямоугольной формы, действующих в моменты времени $\tau_i$,

$$x(t) = \sum_{i=1}^{n} \delta_{\tau_i} S\delta(t-\tau_i), \quad \tau_i \in [0,t]\,, \qquad (14)$$

где $S$=$A\Delta\tau$ — площадь импульса в тестовой последовательности;

$\delta(t-\tau_i)$ — дельта-функция Дирака;

$t$ — текущее время;

$\delta_{\tau_i}$ — параметр, определяющий количество импульсов последовательности и интервалы между ними; если $\delta_{\tau_i}=1$, то в момент времени $\tau_i$ в последовательности импульс есть; при $\delta_{\tau_i}=0$ — отсутствует.

Справедливо утверждение.

*Утверждение 3.* Если входные тестовые сигналы $x(t)$ представляют собой нерегулярные импульсные последовательности различной длины, каждая состоящая не более, чем из $n$ дельта-импульсов площадью $S$=$a\Delta\tau$ ($\Delta\tau$ — длительность, $a$ — амплитуда импульсов прямоугольной формы), действующих в моменты времени $\tau_1$, .., $\tau_n$, тогда для НДС с одним входом и одним выходом оценка поддиагонального ЯВ $n$-го порядка

$$\hat{w}_n(t-\tau_1,\ldots,t-\tau_n) = \frac{(-1)^n}{n!(\Delta\tau)^n}\sum_{\delta_{\tau_1},\ldots,\delta_{\tau_n}=0}^{1}(-1)^{\sum_{i=1}^{n}\delta_{\tau_i}}\hat{y}_n(t,\delta_{\tau_1},\ldots,\delta_{\tau_n})\,, \qquad (15)$$

где $\hat{y}_n(t,\delta_{\tau_1},\ldots,\delta_{\tau_n})$ — оценка $n$-й ПС отклика НДС в момент времени $t$, полученная в результате обработки данных экспериментов на основе (6), при действии на входе нерегулярной последовательности импульсов; если $\delta_{\tau_i} = 1$, то на входе НДС в момент времени $\tau_i$ есть импульс, при $\delta_{\tau_i} = 0$ — импульс отсутствует.

Оценка диагонального сечения ЯВ порядка $n$

$$\hat{w}_n(t,t,...,t) = \frac{\hat{y}_n(t)}{(\Delta\tau)^n}, \qquad (16)$$

где $\hat{y}_n(t)$ — оценка $n$-й ПС отклика НДС на одиночный импульс в момент времени $t$, полученная в результате обработки данных экспериментов на основе (6).

*Доказательство утверждения 3.* Для определения диагонального сечения ЯВ $m$–го порядка достаточно испытаний НДС одиночными тестовыми импульсами одинаковой длительности $\Delta\tau$, но с разными амплитудами $a_j$, $j$=1,2,...,$N$ (5):

$$x(t) = S_j\,\delta(t), \qquad (12)$$

где $S_j = a_j\Delta\tau$ — площадь тестовых импульсов;

$\delta(t)$ — дельта-функция (функция Дирака).

Если подставить в (5) выражение (17), то получим соотношение для экспериментального определения диагонального сечения ЯВ $m$-го порядка

$$\sum_{j=1}^{N} c_j y[S_j\delta(t)] = \sum_{j=1}^{N} c_j \sum_{n=1}^{\infty} \underbrace{\int_0^t ... \int_0^t}_{n\ раз} w_n(\tau_1,...,\tau_n)\prod_{k=1}^{n} S_j\delta(t-\tau_i)dt_i = \sum_{j=1}^{N} c_j \sum_{n=1}^{\infty} S_j^n w_n(t,...,t)$$

и так как $S_j = a_j\Delta\tau$, то

$$\sum_{j=1}^{N} c_j y[S_j\delta(t)] = \sum_{j=1}^{N} c_j \sum_{n=1}^{\infty} (a_j\Delta\tau)^n w_n(t,...,t) = \sum_{n=1}^{\infty} (\Delta\tau)^n \left(\sum_{j=1}^{N} c_j a_j^n\right) w_n(t,...,t)\,. \qquad (18)$$

Поскольку коэффициенты $c_j$ удовлетворяют системе линейных алгебраических уравнений (2), то

$$\sum_{j=1}^{N} c_j y[S_j\delta(t)] = (\Delta\tau)^m w_m(t,t,...,t) + \sum_{j=1}^{N} c_j \sum_{n=N+1}^{\infty} (\Delta\tau)^n w_n(t,t,...,t). \qquad (19)$$

Тогда, с точностью до отброшенных членов РВ, получаем выражение для оценки диагонального сечения ЯВ $m$-го порядка

$$\hat{w}_m(t,t,...,t) = \frac{1}{(\Delta\tau)^m}\sum_{j=1}^{N} c_j y[S_j\delta(t)] = \frac{\hat{y}_m(t)}{(\Delta\tau)^m}, \qquad (20)$$

где $\hat{w}_m(t,t,...,t)$ — оценка диагонального сечения ЯВ $m$–го порядка;

$\hat{y}_m(t)$ — оценка $m$-й ПС отклика НДС на одиночный импульс в момент времени $t$, полученная в результате обработки данных экспериментов на основе (6).

Доказательство соотношения (15) для определения произвольного поддиагонального сечения ЯВ $m$-го порядка НДС с помощью тестовых нерегулярных последовательностей, состоящих из одного, двух, …, $m$ импульсов основывается на формализме представления откликов НДС [5].

Если используется тестовый сигнал (14), то линейная комбинация импульсных откликов, формируемая в соответствии с аппроксимационным методом идентификации, представляется в виде сечений ЯВ:

$$\sum_{j=1}^{N} c_j y[S_j \sum_{i=1}^{m}\delta_{\tau_i}\delta(t-\tau_i)] = \sum_{j=1}^{N} c_j \sum_{n=1}^{\infty} \underbrace{\int_0^t ... \int_0^t}_{n\ раз} w_n(t_1,...,t_n)\prod_{k=1}^{n} S_j \sum_{i=1}^{m}\delta_{\tau_i}\delta(t-\tau_i-t_k)dt_k =$$
$$= \sum_{j=1}^{N} c_j \sum_{n=1}^{\infty} S_j^n \sum_{i_1,...,i_n=1}^{m} \prod_{k=1}^{n}\delta_{\tau_{i_k}} w_n(t-\tau_{i_1},...,t-\tau_{i_n}) = \sum_{j=1}^{N} c_j \sum_{n=1}^{\infty} (a_j\Delta\tau)^n \sum_{i_1,...,i_n=1}^{m} \prod_{k=1}^{n}\delta_{\tau_{i_k}} \times \qquad (22)$$
$$\times w_n(t-\tau_{i_1},...,t-\tau_{i_n}) = \sum_{n=1}^{\infty}(\Delta\tau)^n \left(\sum_{j=1}^{N} c_j a_j^n\right) \sum_{i_1,...,i_n=1}^{m} \prod_{k=1}^{n}\delta_{\tau_{i_k}} w_n(t-\tau_{i_1},...,t-\tau_{i_n}).$$

 ISSN 2076-2429 (print)
ISSN 2223-3814 (on line)

Так как коэффициенты $c_j$ находятся из решения системы линейных алгебраических уравнений (2), то

$$\sum_{j=1}^{N} c_j y[S_j \sum_{i=1}^{m} \delta_{\tau_i} \delta(t-\tau_i)] = (\Delta\tau)^m \sum_{i_1,\ldots,i_m=1}^{m} \prod_{k=1}^{m} \delta_{\tau_{i_k}} w_m(t-\tau_{i_1},\ldots,t-\tau_{i_m}) + \\ + \sum_{j=1}^{N} c_j \sum_{n=N+1}^{\infty} (\Delta\tau)^n \prod_{k=1}^{n} \delta_{\tau_{i_k}} w_n(t-\tau_{i_1},\ldots,t-\tau_{i_n}). \tag{23}$$

С точностью до отброшенных членов РВ ($N$+1)-го порядка и выше

$$\sum_{j=1}^{N} c_j y[S_j \sum_{i=1}^{m} \delta_{\tau_i} \delta(t-\tau_i)] = \hat{y}_m(t,\delta_{\tau_1},\ldots,\delta_{\tau_m}), \tag{24}$$

где $$\hat{y}_m(t,\delta_{\tau_1},\ldots,\delta_{\tau_m}) = (\Delta\tau)^m \sum_{i_1,\ldots,i_m=1}^{m} \prod_{k=1}^{m} \delta_{\tau_{i_k}} w_m(t-\tau_{i_1},\ldots,t-\tau_{i_m}). \tag{25}$$

Доказано, что [5]

$$\frac{(-1)^m}{m!} \sum_{\delta_{\tau_1},\ldots,\delta_{\tau_m}=0}^{1} (-1)^{\sum_{i=1}^{m}\delta_{\tau_i}} \sum_{i_1,\ldots,i_m=1}^{m} \prod_{k=1}^{m} \delta_{\tau_{i_k}} w_m(t-\tau_{i_1},\ldots,t-\tau_{i_m}) = w_m(t-\tau_1,\ldots,t-\tau_m), \tag{26}$$

тогда

$$\hat{w}_m(t-\tau_1,\ldots,t-\tau_n) = \frac{(-1)^m}{m!(\Delta\tau)^m} \sum_{\delta_{\tau_1},\ldots,\delta_{\tau_m}=0}^{1} (-1)^{\sum_{i=1}^{m}\delta_{\tau_i}} \hat{y}_m(t,\delta_{\tau_1},\ldots,\delta_{\tau_m}) \tag{27}$$

или

$$\hat{w}_m(t-\tau_1,\ldots,t-\tau_n) = \frac{(-1)^m}{m!(\Delta\tau)^m} \sum_{\delta_{\tau_1},\ldots,\delta_{\tau_m}=0}^{1} (-1)^{\sum_{i=1}^{m}\delta_{\tau_i}} \sum_{j=1}^{N} c_j y[S_j \sum_{i=1}^{m} \delta_{\tau_i} \delta(t-\tau_i)]. \tag{28}$$

Таким образом, доказана справедливость *утверждения 3*.

Итак, получил дальнейшее развитие аппроксимационный метод идентификации нелинейных динамических систем на основе моделей Вольтерра, отличающийся от известного выбором амплитуд тестовых сигналов и соответствующих масштабирующих коэффициентов в процедуре обработки данных измерений откликов. Получены оценка сверху методической ошибки идентификации и условия ее минимизации, реализация которых позволяет иметь более точные оценки ядер Вольтерра как во временной, так и в частотной областях. Представлено теоретическое обоснование использования тестовых сигналов в виде нерегулярных последовательностей импульсов при применении аппроксимационного метода идентификации для экспериментального определения диагонального и поддиагональных сечений многомерных ядер Вольтерра.

**Литература**

1. Третьяк, А.И. Дифференциально–геометрические методы в теории дискретных систем управления: моногр. / А.И. Третьяк, А.В. Усов, А.П. Коновалов. — Одесса: Астропринт, 2008. — 360 с.
2. Пупков, К.А. Методы классической и современной теории автоматического управления. Статистическая динамика и идентификация систем автоматического управления: учеб. для вузов. В 5 т. Т. 2. / К.А. Пупков, Н.Д. Егупов. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. — 638 с.
3. Doyle, F.J. Identification and Control Using Volterra Models / F.J. Doyle, R.K. Pearson, D.A. Ogunnaike. — Published Springer Technology & Industrial Arts, 2001. — 314 p.
4. Данилов, Л.В. Теория нелинейных электрических цепей / Л.В. Данилов, П.Н. Матханов, Е.С. Филиппов. — Л.: Энергоатомиздат, 1990. — 256 с.
5. Павленко, В.Д. Компенсационный метод идентификации нелинейных динамических систем в виде ядер Вольтерра / В.Д. Павленко // Тр. Одес. политехн. ун-та. — Одесса, 2009. — Вып. 2 (32). — С. 121 — 129.

6. Павленко, В.Д. Исследование погрешностей аппроксимационного метода идентификации нелинейных динамических объектов в виде ядер Вольтерра / В.Д. Павленко, С.В. Павленко // Электротехнические и компьютерные системы. — 2010. — Вип. 01(77). — С. 102 — 108.

**References**

1. Tretyak, A.I. Differentsialno–geometricheskie metodyi v teorii diskretnyih sistem upravleniya: monogr. [Differential-Geometric Methods in the Theory of Discrete Control Systems: Monogr.] / A.I. Tretyak, A.V. Usov, A.P. Konovalov. — Odessa: Astroprint, 2008. — 360 s.
2. Pupkov, K.A. Metodyi klassicheskoy i sovremennoy teorii avtomaticheskogo upravleniya. Statisticheskaya dinamika i identifikatsiya sistem avtomaticheskogo upravleniya: ucheb. dlya vuzov. V 5 t. T. 2. [The Methods of Classical and Modern Automatic Control Theory. Statistical Dynamics and Identification of Automatic Control Systems.: Tutorial for High School. In 5 Vol. Vol. 2.] / K.A. Pupkov, N.D. Egupov. — M.: Izd-vo MGTU im. N.E. Baumana [M.: N.E. Bauman MSTU Publishing House], 2004. — 638 s.
3. Doyle, F.J. Identification and Control Using Volterra Models / F.J. Doyle, R.K. Pearson, D.A. Ogunnaike. — Published Springer Technology & Industrial Arts, 2001. — 314 p.
4. Danilov, L.V. Teoriya nelineynyih elektricheskih tsepey [Theory of Nonlinear Electric Circuits] / L.V. Danilov, P.N. Mathanov, E.S. Filippov. — L.: Energoatomizdat, 1990. — 256 s.
5. Pavlenko, V.D. Kompensatsionnyiy metod identifikatsii nelineynyih dinamicheskih sistem v vide yader Volterra [The Compensation Method to Identification of Nonlinear Dynamic Systems in the form of Volterra Kernels] / V.D. Pavlenko // Tr. Odes. politehn. un-ta. [Proc. of Odessa Polytechnic University, Ukraine] — Odessa, 2009. — Vyip. [Vol.] 2 (32). — S. 121 — 129.
6. Pavlenko, V.D. Issledovanie pogreshnostey approksimatsionnogo metoda identifikatsii nelineynyih dinamicheskih ob'ektov v vide yader Volterra [Investigation of Inaccuracy of Approximation Method of Identification of Nonlinear Dynamic Objects in the Form of Volterra Kernels] / V.D. Pavlenko, S.V. Pavlenko // Elektrotehnicheskie i kompyuternyie sistemyi [Electrotechnical and Computer Systems]. — 2010. —No. 1(77). — S. 102 — 108.

Рецензент д-р техн. наук, проф. Одес. нац. политехн. ун-та Усов А.В.

Поступила в редакцию 16 сентября 2012 г.