

ОДЕСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ОДЕСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

БРУНЕТКІН ОЛЕКСАНДР ІВАНОВИЧ

УДК 62.-503.57

ДИСЕРТАЦІЯ

**МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ МАТЕМАТИЧНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ
АВТОМАТИЗОВАНИХ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ ПРОЦЕСОМ
ВИКОРИСТАННЯ ПАЛИВА ЗМІННОГО СКЛАДУ**

Спеціальність 05.13.07 – автоматизація процесів керування

Галузь знань: 15 – автоматизація та приладобудування

Подається на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

Науковий консультант – Максимов М.В. доктор технічних наук, професор,
завідувач кафедри Комп'ютерних технологій автоматизації

Одеса – 2018

АНОТАЦІЯ

Брунеткін О.І. Моделі та методи математичного забезпечення автоматизованих систем керування процесом використання палива змінного складу.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 05.13.07 «Автоматизація процесів керування». – Одеський національний політехнічний університет МОН України, Одеса, 2018.

Дисертаційна робота присвячена вирішенню актуальної науково-технічної задачі розробки моделей та методів математичного забезпечення автоматизованих систем управління процесом використання палива змінного складу.

У дисертаційній роботі розв'язується науково-технічна проблема розробці теоретичних основ побудови АСК на основі обґрунтованих методів та моделей математичного забезпечення для перспективних систем керування процесами в теплоенергетичному устаткуванні. Ці теоретичні основи повинні враховувати зміну складу та теплотворної здатності палива і забезпечувати стійку роботу обладнання. Такий підхід дозволить забезпечити використання палива змінного складу для зниження енергоємності виробництва.

Тема дослідження обумовлена протиріччям між вимогами зменшення енергоємності виробництва, з одного боку, та відсутністю математичного та алгоритмічного забезпечення АСК, яке дозволяє організувати оптимальне спалювання палива змінного складу для забезпечення заданого теплового навантаження устаткування, з іншого боку.

Об'єктом дослідження є математичне забезпечення АСК процесом використання палива змінного складу для забезпечення заданого теплового навантаження устаткування.

Предмет дослідження – моделі та методи розв'язання задач, що визначають властивості об'єкта управління при використанні палива довільного складу.

Головні наукові результати.

1. На основі аналізу літературних джерел виявлено недосконалість моделей і методів, необхідних для опису нестационарних і потенційно нестійких процесів у системі управління енергообладнанням, що не дозволяє коригувати в режимі реального часу величини впливів і параметрів регуляторів, що задаються при використанні палива змінного складу.

2. На основі рівнянь хімічної кінетики, законів збереження матеріального балансу та закону Дальтона запропоновано математичну модель визначення змінного складу газоподібного палива у вигляді його узагальненої формули, яка дозволяє за рахунок використання вимірних об'ємних витрат палива і повітря, а також калориметричної температури відпрацьованих газів визначати склад палива і його теплотворну здатність. Це забезпечує можливість врахування зміни складу, властивостей палива і продуктів згоряння в режимі реального часу, що є основою для визначення особливостей роботи елементів енергетичного обладнання та систем управління.

3. За рахунок використання надлишкових вимірювань витрати пального, повітря й температури полум'я, вперше запропоновано детермінантний метод корекції узагальненої формули газоподібного палива для компенсації внутрішніх і зовнішніх збурень, що дозволяє знайти стійке розв'язки для співвідношення паливо – повітря. Точне визначення змінного складу палива дозволяє в режимі реального часу забезпечити економічну роботу обладнання при одночасному дотриманні екологічних нормативів.

4. За рахунок застосування спеціальних підходів до перетворення змінних ММ і осереднення значень величин, що досліджуються, знайдено подальший розвиток методів математичного і фізичного моделювання процесів, які дозволяють зменшити простір змінних і перейти від

розподілених параметрів у моделях до їх величин у зосередженій постановці, що дозволило в нестационарних задачах мінімізувати кількість критеріїв з можливістю переходу до автономної постановки задачі для створення засобів математичного забезпечення систем управління енергетичного обладнання.

5. За рахунок застосування розроблених методів перетворення змінних і осереднення знайдено подальший розвиток методу розв'язання задач нестационарної теплопередачі, що дозволило отримати аналітичне розв'язання задачі з використанням зосереджених параметрів і визначити статичні та динамічні властивості об'єкта керування для вдосконалення математичного забезпечення автоматизованих систем керування.

6. За рахунок зменшення кількості змінних і використання методу груп Лі знайшов подальший розвиток метод розв'язання рівняння інерційної ланки другого порядку в нелінійній постановці, що дозволило отримати його наближений аналітичний розв'язок для вдосконалення математичного забезпечення автоматизованих систем керування.

7. За рахунок розробленої моделі визначення змінного складу газоподібного палива та запропонованих в роботі методів розроблено функціональну модель керування теплоенергетичним обладнанням. Ця модель використовує методи визначення складу палива, перетворення змінних і осереднення параметрів моделі, зменшення простору змінних, розв'язання нелінійних диференціальних рівнянь, визначення статичних і динамічних властивостей об'єкта керування. Такий підхід дозволить на існуючому обладнанні та з використанням АСК, що знаходяться в експлуатації, використовувати паливо змінного складу.

Практичне значення отриманих результатів.

Розроблено та доведено до практичної реалізації у вигляді програмного забезпечення моделі визначення на основі вимірюваних технологічних параметрів у вигляді об'ємних витрат пального і повітря, а також

температури полум'я, довільного змінного складу газоподібного палива в процесі його горіння в спеціальному пристрої в режимі реального часу.

Розроблено бази результатів розрахунків складів палива, на основі якої реалізований метод корекції умовної формули газоподібного палива, що компенсує невизначеності, які виникають внаслідок внутрішніх і зовнішніх збурень.

Розроблено та доведено до практичної реалізації у вигляді програмного забезпечення модифікований числовий метод, що використовує гранично мінімальну розрахункову сітку для розв'язання задач нестационарної теплопровідності.

Розроблено модель та отримано наближене аналітичне розв'язання задачі нестационарної теплопередачі, що дозволяє визначати кількість теплової енергії, акумульованої всередині тіла.

Розроблено метод та отримано наближене аналітичне розв'язання нелінійного диференціального рівняння, що дозволяє розширити діапазон регулювання при використанні існуючого обладнання.

Дослідження, представлені в роботі, виконувалися відповідно до пріоритетного напрямку розвитку науки і техніки України у рамках фундаментальних держбюджетних науково-дослідних робіт МОН України за темами:

1. «Удосконалення теоретичних і експериментальних методів дослідження перехідних процесів в енергетичних установках за рахунок структурної оптимізації моделей і технічних систем» ((№ ДР 0115U000411);
2. «Вивчення можливості навантаження енергоблоку АЕС з ВВЕР-1000 до 110 % від номіналу з метою визначення моменту граничного стану захисних бар'єрів безпеки» (№ ДР 0109U008453);
3. «Фізико-технічні методи керування властивостями ТВЗ для забезпечення балансу безпеки і ефективності» (№ ДР 0111U010454);

4. «Теоретичні основи експлуатації ВВЕР–1000 з мінімальною ймовірністю накопичення пошкодження оболонок твелів» (№ ДР 0115U000407).

Практичне значення проведеного дослідження підтверджено:

– застосуванням у ЗАТ «Одесакондитер» в системі виробничо-технологічної теплогенерації математичної моделі визначення змінного складу газоподібного палива, методу корекції умовної формули газоподібного палива, бази результатів розрахунків можливих складів палива;

– впровадженням в проектно-конструкторську роботу ПП "КБ Теплоенерго" методу розв'язання задач нестационарної теплопередачі та задачі нелінійного рівняння інерційного ланки другого порядку;

– впровадженням в роботу системи теплогенерації ТОВ "ТЕЛЕКАРТ-ПРИЛАД" моделі визначення змінного складу газоподібного палива, бази результатів розрахунків можливих складів палива.

Розроблено математичне забезпечення, використане в навчальному процесі на кафедрі «Комп'ютерних технологій автоматизації» Одеського національного політехнічного університету при викладанні дисциплін «Ідентифікація і моделювання технологічних об'єктів», «Моделювання теплоенергетичних систем з розподіленими параметрами», «Моделювання об'єктів управління в комп'ютерно-інтегрованих системах керування», «Математичне забезпечення комп'ютерно-інтегрованих систем керування». Розроблено математичне забезпечення, яке використане в навчальному процесі на кафедрі комп'ютерно-інтегрованих технологічних процесів і виробництв Одеської національної академії зв'язку ім. О.С. Попова при викладанні дисциплін «Ідентифікація і моделювання технологічних об'єктів», «Автоматизація технологічних процесів і виробництв», «Енергозберігаючі технології», «Моделювання складних систем управління».

Ключові слова: автоматизована система керування, математичне забезпечення систем керування, моделювання об'єктів керування,

ідентифікація параметрів об'єкта керування, нелінійне диференціальне рівняння, інерційна ланка другого порядку, змінний склад газоподібного палива.

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА

Наукові праці, в яких опубліковано наукові результати дисертації:

1. **Брунеткин А.И.** Метод определения состава горючих газов при их сжигании / А.И. Брунеткин, М.В. Максимов // Науковий вісник НГУ. – 2015. - №5. – С. 83-90. (Журнал включен до НМБД **SCOPUS**)
2. Максимов М.В. Модель и метод определения условной формулы углеводородного топлива при сжигании / М.В. Максимов, **А.И. Брунеткин**, А.В. Бондаренко // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2013. - №6/8 (66). С. 20-27.
3. **Брунеткин А.И.** Идентификация количественного состава неизвестного газообразного горючего и его продуктов сгорания на основе измеренных технологических параметров процесса сжигания топлива / А.И. Брунеткин, М.В. Максимов, А.В. Бондаренко // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування – Х.: НТУ «ХПІ», 2014. – № 12(1055) – С. 131-141.
4. **Brunetkin O.** Development of methods of mathematical and physical modeling of technical systems / O. Brunetkin, O. Maksymova, F. Trishyn // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2018. - 2/5 (94). – P. 4-13. (Журнал включен до НМБД **SCOPUS**).
5. **Брунеткин А.И.** Снижение мерности пространства моделирования путем приведения математической модели к автомодельному по критериям виду / А.И. Брунеткин, М.В. Максимов // Праці Одеського політехнічного університету. – 2011. – Вип. 1(35). – С. 1-10.
6. **Brunetkin O.** A simplified method for the numerical calculation of nonstationary heat transfer through a flat wall / O. Brunetkin, M. Maksymov, O.

Lysiuk // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2017. - 2/5 (86). – P. 4-13. doi: 10.15587/1729-4061.2017.96090 (Журнал включен до НМБД **SCOPUS**).

7. **Брунеткин А.И.** Приближенный аналитический метод расчета несимметричного нагрева бесконечной пластины // А.И. Брунеткин, М.В. Максимов // Вісник НТУ «ХПІ». Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування. – 2017. №9 (1231). С. 71-75. doi: 10.20998/2078-774X.2017.09.11

8. **Brunetkin O.** Development of the method of approximate solution to the nonstationary problem on heat transfer through a flat wall / O. Brunetkin, M. Maksymov, O. Maksymova, A. Zosymchuk // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2017. - 6/5 (90). – P. 31-40. doi: 10.15587/1729-4061.2017.118930 (Журнал включен до НМБД **SCOPUS**).

9. **Brunetkin O.** Development of a method for approximate solution of nonlinear ordinary differential equations using pendulum motion as an example / O. Brunetkin, M. Maksymov, O. Maksymova, A. Zosymchuk // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2017. - 5/4 (89). – P. 4-11. doi: 10.15587/1729-4061.2017.109569 (Журнал включен до НМБД **SCOPUS**).

10. **Брунеткин А.И.** Определение собственной частоты колебаний жидкости с помощью метода интегральных коэффициентов / А.И. Брунеткин, М.В. Максимов // Вісник Харківського національного університету. «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління» – 2011. – Випуск 17. №977. – С. 60-65.

11. Максимов М.В. Определение собственной частоты колебаний жидкости с помощью метода интегральных коэффициентов / М.В. Максимов, **А.И. Брунеткин**, Т.С. Добровольская // Вісник НТУ "ХПІ" Математичне моделювання в техніці та технологіях. – 2012. - № 27. С. 134-143.

12. Лысюк, А.В. Модель и метод сжигания в теплоэнергетической установке углеводородного газа переменного состава / А. В. Лысюк, А. В.Бондаренко, М. М. Максимов, **А. И. Брунеткин**// Автоматизація

технологічних і бізнес-процесів. – Одеса, 2017. – Volume 9, Issue 2– С. 21 – 27.

13. **Brunetkin A.I.** Determining the quantitative composition of an unknown gaseous fuel and combustion products from the measured process parameters in the fuel combustion process / A.I. Brunetkin, A.V. Bondarenko, A.V. Lysyuk // Праці Одеського політехнічного університету. – 2014. – Вип. 1(43). – Р. 127-136.

14. Максимов М.В. Моделирование сжигания смесей углеводородных газов / М.В. Максимов, **А.И. Брунеткин** // Автоматизація технологічних та бізнес-процесів. – 2014. – №8. С. 22-28.

15. Lysiuk O. Determining the transient process time by the example of bodies heating using a modified homochronicity number / O. Lysiuk, **A. Brunetkin**, M. Maksymov // Автоматизація технологічних та бізнес-процесів. – 2016. – Vol. 8, Issue 4. P. 43-49.

16. **Brunetkin A.I.** Integrated approach to solving the fluid dynamics and heat transfer problems / A.I. Brunetkin // Праці Одеського політехнічного університету. – 2014. – Вип. 2(44). – Р. 108-115.

17. **Брунеткін О.І.** Інтегральні розв'язання задач динаміки теплофізичних процесів / О.І. Брунеткин // ВІСНИК Херсонського національного технічного університету. – 2017. – Т2. № 3(62). – С. 55-59.

18. **Брунеткин А.И.** Экспериментальное определение частоты собственных колебаний жидкости со свободной поверхностью между коаксиальными цилиндрами / А.И. Брунеткин, Т.С. Добровольская // Праці Одеського політехнічного університету. – 2012. – Вип. 1(37). – С. 261-266.

19. **Брунеткін О.І.** Визначення діапазону зміни конвективного коефіцієнта тепловіддачі при спалюванні альтернативних видів газоподібного пального / О.І. Брунеткін, А.В. Гусак // Праці Одеського політехнічного університету. – 2015. – Вип. 2(46). – С. 79-84.

20. **Brunetkin O.I.** Heat transfer optimization of heat exchange surfaces of boiler equipment with decrease in consumption of combustion products / O.I.

Brunetkin, S.O. Gorban// Праці Одеського політехнічного університету. – 2017. – Вип. 3(53). – С. 32-36.

21. Бондаренко А.В. Исследование высокотемпературного измерительного канала на основе хромель-алюмелевых термопар / А.В. Бондаренко, **А.И. Брунеткин**, А.В. Лысюк // Праці Одеського політехнічного університету. – 2012. – Вип. 2(39). – С. 268-272.

22. **Брунеткин А.И.** Усовершенствованная типовая система управления тепловой нагрузкой барабанных котлов / А.И. Брунеткин, А.А. Максименко, О.В. Лысюк // Актуальные научные исследования в современном мире. Сб. научных тр. Переяслав-Хмельницкий. - 2018. – Вип. 2(34), часть 6. – С. 163-178.

23. Максимов М.В. Математическая модель определения состава смеси углеводородных кислородосодержащих газов сжигаемого топлива / М.В. Максимов, **А.И. Брунеткин**, А.А. Максименко, О.В. Лысюк // Вчені записки Таврійського національного університету ім. В.І. Вернадського, серія "Технічні науки". Том 29(68) №1, 2018. с.77-84.

Опубліковані праці апробаційного характеру:

24. Бондаренко А.В. Стенд для исследования динамики коэффициента излучения твердых тел при длительном нагреве / А.В. Бондаренко, **А.И. Брунеткин**, А. Вальтер // Информационные технологии и автоматизация – 2012: доклады 5 Всеукраинской научно-производственной конференции, 10-11 октября 2012 г., г. Одесса, ОНАПТ.

25. **Брунеткин А.И.** Идентификация количественного состава неизвестного газообразного горючего и его продуктов сгорания на основе измеренных технологических параметров процесса сжигания топлива / А.И. Брунеткин М.В. Максимов А.В. А.В. Бондаренко // X Международная научно-техническая конференция «Проблемы энергосбережения и пути их решения Энергетические и теплотехнические процессы и оборудование», 23-24 апреля 2014 г., г. Харьков, НТУ ХПИ. – программа.

26. **Брунеткин А.И.** Приближенный аналитический метод расчета несимметричного нагрева бесконечной пластины / А.И. Брунеткин, М.В. Максимов // XIII Международная научно-техническая конференция «Энергетические и теплотехнические процессы и оборудование», 26–27 апреля 2017 г., г. Харьков, НТУ ХПИ. – программа.

27. **Брунеткин А.И.** Интегральный подход к решению задач динамики / А.И. Брунеткин // Матеріали XVIII міжнародній конференції з математичного моделювання МКММ. Секція: математичне моделювання фізичних і технологічних процесів і систем, 18 - 22 вересня 2017 р., м. Херсон, ХНТУ. – С. 11-12.

28. **Брунеткин А.И.** Упрощенный численный расчет нестационарной теплопередачи на основе метода контрольного объема / А.И. Брунеткин // X Международная научно-практической конференция «Информационные технологии и автоматизация – 2017», 2-6 октября 2017 г., Одесса, ОНАПТ. С. 36-37.

29. **Брунеткін О.І.** Визначення складу суміші горючих газів при їх спалюванні / О.І. Брунеткін, Лисюк О.В. // Міжнародна науково-практична конференція «Сучасні методика, інновації та досвід практичного застосування у сфері технічних наук», 27–28 грудня 2017 р., Люблін, Республіка Польща.

30. **Бутенко А.В.** Метод идентификации состава газообразного горючего / А.В. Бутенко, А.И. Брунеткин, Э.В. Демиденко // Матеріали II міжнародної науково-практичної конференції «Сучасні тенденції розвитку науки», 17-18 березня 2018 р. (частина II), Київ, МНЦД, с. 39-40.

31. Бутенко О.В. Метод ідентифікації складу газоподібного пального / О.В. Бутенко, **О.І. Брунеткін**, В.Е. Демиденко // Матеріали міжнародної науково-практичної конференції «Перспективні напрямки наукової думки», 18 квітня 2018 р. Том 5, Тернопіль, ГО «Європейська наукова платформа», с. 63-69.

32. Бутенко О.В. Модель і метод визначення витрат продуктів згорання газів природного і штучного походження / О.В. Бутенко, О.І. Брунеткін, В.Е. Демиденко, В.В. Бондаренко // Матеріали XVIII міжнародної науково-технічної конференції «Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах (ВОТТП_18_2018)» 8-13 червня 2018 р., Одеса (Затока), с. 56-59.

33. Бутенко А.В. Разработка метода моделирования технических систем / А.В. Бутенко, В.Э. Демиденко, **А.И. Брунеткин** // Science: discoveries and progress: Proceedings of articles the III International scientific conference. Czech Republic, Karlovy Vary - Russia, Moscow, 2018, April, 28-29 [Electronic resource] / Editors prof. A.V.Belinskaya. – Electron. txt. d. (1 file 2,6 MB). – Czech Republic, Karlovy Vary: Skleněný Můstek – Russia, Kirov: MCNIP, 2018. – 1 elektr. opt. drive (CD-ROM). - ISBN 978-80-7534-188-4 + ISBN 978-5-00090-136-6. – Title from disc label.

ABSTRACT

Brunetkin O.I. Models and methods of mathematical provision of automated control systems for the process of using fuel of variable composition.

Dissertation for obtaining a scientific degree of Doctor of Technical Sciences in specialty 05.13.07 "Automation of control processes". - Odessa National Polytechnic University, Ministry of Education and Science of Ukraine, Odessa, 2018.

The dissertation is devoted to solving the actual scientific and technical problem of developing models and methods of mathematical support of automated control systems for the use of fuel of variable composition.

In the first section "State of the question about the models and methods used to solve the problems of management of power equipment":

– based on the analysis of the use of secondary energy resources (VER) of artificial origin, the state of the problem was considered / analyzed, and

methods, models and technical means for ensuring automatic control of heat and power equipment with provision of a given load were identified;

– the lack of methods for determining the composition of fuel in real time is identified, which is an obstacle to its effective use in existing power equipment.

In the second section, "The model for calculating the variable composition of gaseous fuels", the mathematical model for determining the variable composition of gaseous fuels has been further developed in the form of its generalized formula, which consists of the equations of chemical kinetics, laws of conservation of material balance, and the Dalton law, which allows using the measured values of The volume of fuel and air consumption, as well as the calorimetric temperature of the combustion products, determine the fuel composition and its calorific value.

In the third section "The method of identification of the composition of gaseous fuel" the method for correction of the generalized formula of gaseous fuel for compensation of internal and external disturbances on the basis of the model of determination of the composition of fuel by the use of excess measurements of fuel consumption, air and temperature of the flame is proposed for the first time, which allows us to find a lasting solution. for the ratio of fuel and air, in order to bring the task of the automated control system in line with the modified fuel composition.

In the fourth section, "The method of simulation of dynamic processes, found further development of methods of mathematical and physical modeling of processes in control objects through the use of special methods of dismounting and averaging, which allow reducing the space of variables and switching from distributed parameters in models to tasks in concentrated formulation, which allowed in non-stationary problems to minimize the number of criteria with the possibility of transition to the self-similar formulation of the problem for the creation of the means of mathematical assurance echennya.

In the fifth section "Application of methods for modeling dynamic processes to the solution of non-stationary heat transfer problems", the method for solving

non-stationary heat transfer problems was proposed for the first time due to the application of developed methods of dismounting and averaging, which allowed solving problems in concentrated production, obtaining an analytical solution and determining static and dynamic properties the object of control to improve the mathematical provision of automated control systems.

In the sixth section, "Using the methods of modeling dynamic processes in solving control system problems," found further development of the method for solving the equation of the second order inertial link in the nonlinear formulation by reducing the number of variables and using the Lie group method, which allowed obtaining its approximate analytic solution for the improvement of the mathematical provision of automated control systems.

Keywords: gaseous fuels of variable composition, generalized fuel formula, reduction of dimensionality of modeling space, impairment of mathematical model, non-stationary heat transfer, expansion of regulation range.

LIST OF PUBLICATIONS

Publications where the main scientific results of the dissertation are published:

1. **Brunetkin A.I.** Method for determination of the composition of combustible gases during their combustion / A.I. Brunetkin, M.V. Maksimov // *Naukovyivisnik NSU*. - 2015. №5. - P. 83-90. (The magazine is included in the **SCOPUS NDBMS**).
2. Maximov M.V. Model and Method for Determining the Conditional Formula of Hydrocarbon Fuel during Combustion / M.V.Maksimov, **A.I. Brunetkin**, A.V. Bondarenko // *East European Journal of Advanced Technologies*. - 2013. No.6 / 8 (66). – C. 20-27.
3. **Brunetkin A.I.** Identification of the quantitative composition of the unknown gaseous fuel and its combustion products on the basis of the measured technological parameters of the fuel combustion process /**A.I. Brunetkin**, M.V.

Maksimov, A.V. Bondarenko // News of NTU "KhPI". Series: Power and heat engineering processes and equipment - X.: NTU "KhPI", 2014. - № 12 (1055) - C. 131-141.

4. **Brunetkin O.** Development of methods of mathematical and physical modeling of technical systems / O. Brunetkin, O. Maksymova, F. Trishyn // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2018. - 2/5 (94). – P. 4-13. (The magazine is included in the **SCOPUS** NDBMS).

5. **Brunetkin A.I.** Reducing the dimensionality of the modeling space by bringing the mathematical model to the self-similar by the criteria type / A.I. Brunetkin, M.V. Maksimov // Works of the Odessa Polytechnic University. - 2011. - Vip. 1 (35). - P. 1-10.

6. **Brunetkin O.** A simplified method for the numerical calculation of nonstationary heat transfer through a flat wall / O. Brunetkin, M. Maksymov, O. Lysiuk // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2017. - 2/5 (86). – P. 4-13. doi: 10.15587/1729-4061.2017.96090 (The magazine is included in the **SCOPUS** NDBMS).

7. **Brunetkin A.I.** Approximate analytical method for calculating the asymmetric heating of an infinite plate. Brunetkin, M.V. Maksimov // News of NTU "KhPI". Energetic and heat engineering processes. - No. 9 (1231). Pp. 71-75. doi: 10.20998 / 2078-774X.2017.09.11

8. **Brunetkin O.** Development of the method of approximate solution to the nonstationary problem on heat transfer through a flat wall / O. Brunetkin, M. Maksymov, O. Maksymova, A. Zosymchuk // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2017. - 6/5 (90). – P. 31-40. doi: 10.15587/1729-4061.2017.118930 (The magazine is included in the **SCOPUS** NDBMS).

9. **Brunetkin O.** Development of a method for approximate solution of nonlinear ordinary differential equations using pendulum motion as an example / O. Brunetkin, M. Maksymov, O. Maksymova, A. Zosymchuk // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2017. - 5/4 (89). – P. 4-11. doi:

10.15587/1729-4061.2017.109569 (The magazine is included in the **SCOPUS** NDBMS).

10. **Brunetkin A.I.** Determination of the natural oscillation frequency of a liquid using the integral coefficients method. Brunetkin, M.V. Maksimov // News of the Kharkiv National University. "The mathematicians are modeling. Information technology. Automated systems of management "- 2011. - Issue 17. №977. - P. 60-65.

11. Максимов М.В. Определение собственной частоты колебаний жидкости с помощью метода интегральных коэффициентов / М.В. Максимов, **А.И. Брунеткин**, Т.С. Добровольская // Вісник НТУ "ХПІ" Математичне моделювання в техніці та технологіях. – 2012. - № 27. С. 134-143.

12. Lysyuk, A.V. Model and method of incineration in a thermal power plant of a hydrocarbon gas of variable composition / A.V. Lysyuk, A.V. Bondarenko, M.M. Maksimov, **A.I. Brunetkin** // Automation technologic and biznes-processing. - Odesa, 2017. - Volume 9, Issue 2-Pp. 21 - 27.

13. **Brunetkin A.I.** Determining the quantitative composition of an unknown gaseous fuel and combustion products from the measured process parameters in the fuel combustion process / A.I. Brunetkin, A.V. Bondarenko, A.V. Lysyuk // Works of the Odessa Polytechnic University. - 2014. - Vip.1(43). – P. 127-136.

14. Maksimov MV Modeling of incineration of mixtures of hydrocarbon gases / M.V. Maksimov, **A.I. Brunetkin** // Automation of Technological and Business Processes. - 2014. - № 8. Pp. 22-28.

15. Lysiuk O. Determining the transient process time by the example of bodies heating using a modified homochronicity number / O. Lysiuk, **A. Brunetkin**, M. Maksymov // Automation of technologic and business processes. – 2016. – Vol. 8, Issue 4. P. 43-49.

16. **Brunetkin A.I.** Integrated approach to solving the fluid dynamics and heat transfer problems / A.I. Brunetkin // Works of the Odessa Polytechnic University. – 2014. – Вип. 2(44). – P. 108-115.

17. **Brunetkin O.I.** Integral solutions of the problems of the dynamics of thermophysical processes / O.I. Brunetkin // Bulletin of the Kherson National Technical University. - 2017 - T2. No. 3 (62). - P. 55-59.
18. **Brunetkin A.I.** Experimental determination of the frequency of the natural oscillations of a liquid with a free surface between coaxial cylinders / A.I. Brunetkin, T.S. Dobrovolskaya // Works of the Odessa Polytechnic University. - 2012. - Vip. 1 (37). - P. 261-266.
19. **Brunetkin O.I.** Determination of the range of change of the convective coefficient of heat output during combustion of alternative types of gaseous fuel / O.I. Brunetkin, AV Gusak // Works of the Odessa Polytechnic University. - 2015. - Vip. 2 (46). - P. 79-84.
20. **Brunetkin O.I.** Heat transfer optimization of heat exchange surfaces of boiler equipment with decrease in consumption of combustion products / O.I. Brunetkin, S.O. Gorban// Works of the Odessa Polytechnic University. – 2017. – Вип. 3(53). – С. 32-36.
21. Bondarenko A.V. Investigation of a high-temperature measuring channel based on chromel-alumel thermocouples / A.V. Bondarenko, **A.I. Brunetkin**, A.V. Lysyuk // Works of the Odessa Polytechnic University. - 2012. - Vip. 2 (39). - P. 268-272.
22. **Brunetkin A.I.** Improved standard thermal management system for drum boilers / A.I. Brunetkin, A. A. Maksimenko, O.V. Lysyuk // Actual scientific research in the modern world. Sat. scientific tr. Pereiaslav Khmelnytsky. 2018. - Issue. 2 (34), part 6. - P. 163 178.
23. Maksimov M.V. Mathematical model for determining the composition of a mixture of hydrocarbon oxygen-containing gases of combustible fuel. Maksimov, **A.I. Brunetkin**, A.A. Maksimenko, O.V. Lysyuk // Scientists note Taurian National University. VI Vernadsky series "Technical sciences". volume. 29 (68) No. 1, 2018. p.77-84.

Published works of approbatory character:

24. Bondarenko A.V. Stand for the study of the dynamics of the emissivity of solids during long-term heating / A.V. Bondarenko, **A.I. Brunetkin**, A. Walter // Information Technologies and Automation - 2012: Reports of the All-Ukrainian Scientific and Production Conference, 10 October 11, 2012, Odessa, ONAPT.

25. **Brunetkin A.I.** Identification of the quantitative composition of the unknown gaseous fuel and its combustion products on the basis of the measured technological parameters of the fuel combustion process. A.I. Brunetkin M.V. Maksimov A.V. Bondarenko // X International Scientific and Technical Conference "Energy-saving problems and their solutions Energy and heat engineering processes and equipment", 23 April 24, 2014, Kharkov, NTU KhPI. Program.

26. **Brunetkin A.I.** Approximate analytical method for calculating the asymmetric heating of an infinite plate / A.I. Brunetkin, M.V. Maksimov // XIII International Scientific and Technical Conference "Energy and Thermal Engineering Processes and Equipment", April 26-27, 2017, Kharkov, NTU KhPI. Program.

27. **Brunetkin A.I.** An Integral Approach to Solving Dynamic Problems. Brunetkin // Materials of the XVII International Conference on Mathematical Modeling of the MKMM. Section: Mathematical modeling of physical and technological processes and systems, September 18 - 22, 2017, Kherson, KhNTU. - P. 11 12.

28. **Brunetkin A.I.** Simplified numerical calculation of non-stationary heat transfer on the basis of the control volume method / A.I. Brunetkin // X International Scientific and Practical Conference "Information Technologies and Automation - 2017", October 2-6, 2017, Odessa, ONAPT. P. 36 37.

29. **Brunetkin OI** Determination of the composition of a mixture of combustible gases with their combustion / O.I. Brunetkin, Lysyuk O.V. // International scientific and practical conference "Modern techniques, innovations

and experience of practical application in the field of technical sciences", December 27-28, 2017, Lublin, Republic of Poland.

30. Butenko A.V. Method for identification of the composition of gaseous fuel / A.V. Butenko, **A.I. Brunetkin**, E.V. Demidenko // Materiel of the 1st International Scientific and Practical Conference "The Forthcoming Trends of Science", 17-18 Birch, 2018 p. (Part II), Kiev, MNCS, p. 39 40.

31. Butenko O.V. Method of identification of the composition of gaseous fuel / O.V. Butenko, **O.I. Brunetkin**, V.E. Demidenko // Materials of the international scientific and practical conference "Perspective directions of scientific thought", April 18, 2018 Volume 5, Ternopil, NGO "European Science Platform", p. 63 69

32. Butenko O.V. Model and method of determining the flow of products of combustion of gases of natural and artificial origin / O.V. Butenko, **O.I. Brunetkin**, V.E. Demidenko V.V. Bondarenko // Materials of the XVIII International Scientific and Technical Conference "Measuring and Computing Techniques in Technological Processes (VOTTP_18_2018)" 8 June 13, 2018, Odesa (Zatoka), p. 56 59.

33. Butenko A.V. Development of a method for modeling technical systems / A.V. Butenko, V.E. Demidenko, A.I. Brunetkin //Science: discoveries and progress: Proceedings of articles the III International scientific conference. Czech Republic, Karlovy Vary - Russia, Moscow, 2018, April, 28-29 [Electronic resource] / Editors prof. A.B. Belinskaya. – Electron. txt. d. (1 file 2,6 MB). – Czech Republic, Karlovy Vary: Skleněný Můstek – Russia, Kirov: MCNIP, 2018. – 1 elektr. otpt. drive (CD-ROM). - ISBN 978-80-7534-188-4 + ISBN 978-5-00090-136-6. – Title from disc label.

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ.....	24
ВСТУП.....	25
РОЗДІЛ 1 СТАН ПИТАННЯ ПРО МОДЕЛІ І МЕТОДИ, ЯКІ ВИКОРИСТОВУЮТЬСЯ ДЛЯ ВИРІШЕННЯ ЗАВДАНЬ УПРАВЛІННЯ ЕНЕРГЕТИЧНИМ УСТАТКУВАННЯМ.....	34
1.1 Загальні положення.....	34
1.2 Аналіз моделей і методів розрахунку змінного складу газоподібного палива.....	40
1.3 Аналіз методів моделювання динамічних процесів.....	41
1.4 Узагальнення математичної і фізичної моделі.....	50
1.5 Аналіз методів моделювання динамічних процесів.....	52
1.6 Постановка завдання дослідження.....	61
1.7 Висновки по розділу 1.....	64
РОЗДІЛ 2. МОДЕЛЬ РОЗРАХУНКУ ЗМІННОГО СКЛАДУ ГАЗОПОДІБНОГО ПАЛЬНОГО.....	66
2.1. Математична модель визначення складу продуктів згорання.....	66
2.2 Метод рішення модельної задачі.....	72
2.3 Перевірка працездатності моделі на прикладі визначення температури і складу продуктів згорання кисневмісних горючих. Оцінка достовірності отриманих результатів.....	79
2.3.1. Визначення температури і складу продуктів згорання етилового спирту в повітрі.....	79
2.3.2. Визначення температури і складу продуктів згорання метано-повітряної суміші в повітрі.....	84
2.3.3. Визначення температури і складу продуктів згорання в повітрі метантенкових газів бродіння.....	87
2.4 Висновки по розділу 2.....	93
РОЗДІЛ 3. МЕТОД ІДЕНТИФІКАЦІЇ СКЛАДУ ГАЗОПОДІБНОГО ПАЛЬНОГО.....	95

3.1 Математична модель визначення умовної формули і ентальпії пального змінного складу в процесі його спалювання.....	95
3.2 Аналіз можливості прямого рішення задачі визначення умовної формули пального змінного складу.....	104
3.3 Метод розрахунку умовної формули пального	
3.3.1 Метод розрахунку умовної формули пального при точному вимірюванні технологічних параметрів.....	108
3.3.2 Метод розрахункової компенсації похибок вимірювання технологічних параметрів.....	113
3.3.3 Організація замірів технологічних параметрів і розрахунків при зміні складу пального.....	115
3.4 Пристрій для забезпечення ізоентальпійного процесу спалювання палива.....	116
3.5 Приклад розрахунку складу умовної формули пального на основі результатів модельних вимірювань.....	123
3.6 Висновки по розділу 3.....	125
РОЗДІЛ 4. МЕТОД МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ	
4.1 Моделі і моделювання.....	126
4.2 Абстрактні моделі.....	126
4.3 Узагальнення математичної моделі.....	153
4.4 Фізичне моделювання.....	162
4.5 Висновки по розділу 4.....	165
РОЗДІЛ 5. ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ У ВИРІШЕННІ ЗАДАЧ НЕСТАЦІОНАРНОЇ ТЕПЛОПЕРЕДАЧІ.....	
5.1 Спрощений метод числового рішення задачі нестационарної теплопередачі через плоску стінку.....	166
5.1.1 Необхідність модернізації методу числового розрахунку.....	166
5.1.2 Метод побудови дискретного аналога.....	167
5.1.3 Вид дискретного аналога і алгоритм рішення на його основі.....	172

5.1.4	Оцінка адекватності отриманих результатів наявними рішеннями. Можливості та обмеження застосування отриманого дискретного аналога.....	174
5.2	Метод наближеного аналітичного рішення задачі нестационарної теплопередачі через плоску стінку.....	191
5.2.1	Причина розробки нового методу наближеного аналітичного рішення задачі нестационарної теплопередачі.....	191
5.2.2	Метод побудови наближеної моделі задачі нестационарної теплопередачі.....	192
5.2.2.1	Симетричний нагрів нескінченної пластини.....	194
5.2.2.2	Оцінка похибки рішення задачі симетричного нагріву.....	199
5.2.2.3	Несиметричний нагрів нескінченної пластини.....	201
5.2.2.4	Оцінка похибки рішення задачі несиметричного нагріву.....	203
5.2.2.5	Нестационарна теплопередача через плоску стінку.....	204
5.2.2.6	Оцінка похибки рішення задачі нестационарної теплопередачі..	211
5.3	Висновки по розділу 5.....	214
РОЗДІЛ 6. ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДІВ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ У ВИРІШЕННІ ЗАВДАНЬ СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ.....		216
6.1	Причина розробки нового методу наближеного аналітичного рішення нелінійних звичайних диференціальних рівнянь.....	216
6.2	Побудови методу наближеного аналітичного рішення нелінійних звичайних диференціальних рівнянь.....	217
6.2.1	Обезрозмірювання математичних моделей без використання характерних масштабів незалежних змінних.....	217
6.2.2.	Метод рішення обезрозмірених нелінійних звичайних диференціальних рівнянь.....	226
6.2.3	Особливості розробленого методу наближеного рішення нелінійних звичайних диференціальних рівнянь.....	235

6.3 Розробка функціональної схеми для модернізованої АСК.....	236
6.4 Висновки по розділу 6.....	240
ВИСНОВКИ.....	242
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	245
ДОДАТОК А. Документи про впровадження.....	260
ДОДАТОК Б. Список публікацій здобувача.....	267

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

АСК	–	автоматизована система керування
ММ	–	математична модель
ККД	–	коефіцієнт корисної дії
ТС	–	техіческая система
ВЕР	–	вторинні енергетичні ресурси
ТЗ	–	технічне завдання
МКО	–	метод контрольного об'єму
МПС	–	метаноповітряна суміш
ТО	–	теплообмін
TDMA	–	Tri-diagonal-MatrixAlgorithm – методу прогонки
БД	–	база даних
ОП	–	обчислювальний пристрій

ВСТУП

Актуальність теми. Основою розвитку економіки України служить розширення її промислової бази. Це неможливо без освоєння нових ринків збуту, що характеризуються значною конкурентною складовою. Вхідження на такі ринки обумовлено забезпеченням високої конкурентоспроможності запропонованої продукції. Традиційна, і, отже, найбільш звична і прийнятна для України продукція включає до складу собівартості значну енергетичну складову. Зниження її частки є основним шляхом підвищення конкурентоспроможності запропонованої на зовнішній ринок продукції.

На даний момент в наукових, виробничих, бізнес колах склалося розуміння необхідності термінового підвищення енергоефективності діючих виробництв. Обговорюються і можливі шляхи цього. Так у багатьох випадках підвищення енергоефективності розуміється буквально як зниження споживання енергоресурсів на одиницю продукції, що випускається. В цьому випадку підвищення енергоефективності вимагає вдосконалення технології як виробництва енергії, так і технології її використання, що передбачає розробку нових автоматизованих систем керування (АСК), які за ціною стають порівнянними з технологічним обладнанням. Як наслідок потрібні істотні капітальні вкладення. Термін впровадження такого обладнання значний.

Але варто розглянути можливість зменшення енергоємності виробництва як частки вартості енергоресурсів у вартості продукції, що випускається. Зменшення енергоємності можливо без підвищення енергоефективності тільки за рахунок модернізації АСК без значних фінансових вкладень, за рахунок розробки нового математичного забезпечення. Перспективні АСК з новим математичним забезпеченням дозволять використовувати альтернативні види палива. Вони можуть утворюватися в процесі основних виробництв як побічний продукт або отримані в процесі переробки відходів і сміття. В силу цього вартість таких видів горючих низька. Використовуватися вони можуть на стандартному,

вже встановленому, технологічному обладнанні після модернізації АСК. Це і обумовлює розробку моделей і методів математичного забезпечення перспективних АСК.

При зменшенні енергоємності виробництва запропонованим шляхом має місце науково-технічне протиріччя, оскільки при актуальності зменшення енергоємності виробництва відсутнє математичне і алгоритмічне забезпечення АСК, яке дозволяє організувати оптимальне спалювання палива змінного складу для забезпечення заданого теплового навантаження устаткування.

Наукова проблема полягає у розробці теоретичних основ побудови АСК на основі обґрунтованих методів та моделей математичного забезпечення для перспективних систем керування процесами в теплоенергетичному устаткуванні. Ці теоретичні основи повинні враховувати зміну складу та теплотворної здатності палива і забезпечувати стійку роботу обладнання. Такий підхід дозволить забезпечити використання палива змінного складу для зниження енергоємності виробництва.

Таким чином, робота, що присвячена розробці моделей і методів математичного забезпечення автоматизованих систем управління процесом використання палива змінного складу, є актуальною.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дослідження, представлені в роботі, виконувалися відповідно до пріоритетного напрямку розвитку науки і техніки України у рамках фундаментальних держбюджетних науково-дослідних робіт МОН України за темами «Удосконалення теоретичних і експериментальних методів дослідження перехідних процесів в енергетичних установках за рахунок структурної оптимізації моделей і технічних систем» ((№ ДР 0115U000411), де здобувач був відповідальним виконавцем, та «Вивчення можливості навантаження енергоблоку АЕС з ВВЕР-1000 до 110 % від номіналу з метою визначення моменту граничного стану захисних бар'єрів безпеки» (№ ДР 0109U008453), «Фізико-технічні методи керування властивостями

ТВЗ для забезпечення балансу безпеки і ефективності» (№ ДР 0111U010454), «Теоретичні основи експлуатації ВВЕР–1000 з мінімальною ймовірністю накопичення пошкодження оболонок твелів» (№ ДР 0115U000407), де здобувач був виконавцем.

Метою роботи є розробка моделей і методів математичного забезпечення перспективних автоматизованих систем керування процесами в теплоенергетичному устаткуванні, які враховують зміну складу та теплотворної здатності палива і забезпечать стійку роботу обладнання.

Поставлена мета досягається постановкою та вирішенням комплексу наступних взаємопов'язаних задач:

- на основі проведеного аналізу використання вторинних енергетичних ресурсів (ВЕР) штучного походження виявити методи, моделі та технічні засоби, для забезпечення автоматичного керування теплоенергетичним обладнанням з заданим навантаженням;
- розробити модель визначення складу будь-якого газоподібного палива в режимі реального часу в процесі його використання;
- розробити метод, що компенсує похибки визначення складу, які виникають внаслідок внутрішніх і зовнішніх збурень;
- розробити методи моделювання, щоб забезпечити розв'язання задач нестационарних теплоенергетичних процесів для сталого керування обладнанням;
- розробити метод розв'язання задач нестационарної теплопередачі для визначення статичних і динамічних властивостей об'єкта керування, пов'язаних з акумуляцією теплоти в поверхнях теплообміну;
- розробити метод розв'язання рівняння, що описує інерційну ланку другого порядку для його використання в моделях АСК;
- розробити функціональну модель керування теплоенергетичними об'єктами, яка буде враховувати зовнішні та внутрішні збурення.

Об'єкт дослідження – математичне забезпечення АСК процесом використання палива змінного складу для забезпечення заданого теплового навантаження устаткування.

Предмет дослідження – моделі та методи розв'язання задач, що визначають властивості об'єкта управління при використанні палива довільного складу.

Методи дослідження. Чисельні методи інтегрування диференціальних рівнянь застосовувалися для контролю точності наближених аналітичних рішень; методи теорії хімічної кінетики і рівняння матеріального та енергетичного балансу для розробки моделі визначення довільного складу газоподібного палива в режимі реального часу; методи теорії подібності та системного підходу для розробки модифікованих методів математичного моделювання при розв'язанні задач, пов'язаних з теплоенергетичними процесами; методи розв'язання нелінійних диференціальних рівнянь другого порядку для розширення діапазону дії положень лінійної частини теорії автоматичного керування; сучасні системи комп'ютерної математики застосовувалися для обчислення значень параметрів систем управління теплоенергетичним обладнанням.

Наукова новизна роботи:

– знайшла подальший розвиток математична модель визначення змінного складу газоподібного палива за рахунок використання вимірних об'ємних витрат палива і повітря, а також калориметричної температури продуктів згоряння, яка складається з рівнянь хімічної кінетики, законів збереження матеріального балансу, і закону Дальтона, що дозволяє визначити склад палива і його теплотворну здатність та дає можливість в комбінованих АСК використовувати сигнал за збуренням;

– вперше запропонований метод корегування завдання автоматизованої системи керування у відповідності до складу палива шляхом корекції узагальненої формули газоподібного палива для компенсації внутрішніх і зовнішніх збурень на основі моделі визначення складу пального за рахунок

використання надлишкових вимірювань витрати пального, повітря і температури полум'я, що дозволяє знайти стійкий розв'язок для співвідношення паливо – повітря;

– вперше запропоновано метод математичного і фізичного моделювання процесів в об'єктах керування за рахунок застосування спеціальних методів перетворення змінних і осереднення для зменшення простору змінних, що дало можливість при проектуванні АСК аналізувати властивості складних об'єктів регулювання в нестационарних режимах за допомогою звичайних диференціальних рівнянь;

– вперше запропоновано метод визначення статичних і динамічних властивостей об'єкта керування шляхом розв'язання задач нестационарної теплопередачі за рахунок застосування розроблених методів перетворення змінних і осереднення, що дало можливість розв'язувати задачі в зосередженій постановці, отримувати аналітичний розв'язок для вдосконалення математичного забезпечення автоматизованих систем керування та дає можливість проектувати АСК складними об'єктами традиційними методами за рахунок спрощення моделі об'єкта без втрати інформації про його властивості;

– вперше запропоновано метод розв'язання нелінійних диференціальних рівнянь за рахунок зменшення кількості змінних і використання методу груп Лі, що дало можливість отримати його наближений аналітичний розв'язок для вдосконалення математичного забезпечення автоматизованих систем керування та для діючих АСК розширити діапазон регулювання без втрати якості керування;

– вперше розроблена функціональна модель системи керування теплоенергетичними об'єктами, яка включає модель визначення змінного складу газоподібного палива та використовує метод корегування завдання автоматизованої системи керування у відповідності до складу палива, моделювання процесів в об'єктах керування за рахунок застосування перетворення змінних і осереднення для зменшення простору змінних,

визначення статичних і динамічних властивостей об'єкта керування, розв'язання нелінійних диференціальних рівнянь за рахунок зменшення кількості змінних, що дає можливість врахувати властивості об'єкта управління і розробити перспективну концепцію АСК використання палива змінного складу.

Практичне значення отриманих результатів. Розроблено та доведено до практичної реалізації у вигляді програмного забезпечення моделі визначення на основі вимірюваних технологічних параметрів у вигляді об'ємних витрат пального і повітря, а також температури полум'я, довільного змінного складу газоподібного палива в процесі його горіння в спеціальному пристрої в режимі реального часу.

Розроблено бази результатів розрахунків складів палива, на основі якої реалізований метод корекції умовної формули газоподібного палива, що компенсує невизначеності, які виникають внаслідок внутрішніх і зовнішніх збурень.

Розроблено та доведено до практичної реалізації у вигляді програмного забезпечення модифікований числовий метод, що використовує гранично мінімальну розрахункову сітку для розв'язання задач нестационарної теплопровідності.

Розроблено модель та отримано наближене аналітичне розв'язання задачі нестационарної теплопередачі, що дозволяє визначати кількість теплової енергії, акумульованої всередині тіла.

Розроблено метод та отримано наближене аналітичне розв'язання нелінійного диференціального рівняння, що дозволяє розширити діапазон регулювання при використанні існуючого обладнання.

Практичне значення підтверджено:

– застосуванням у ЗАТ «Одесакондитер» в системі виробничо-технологічної теплогенерації математичної моделі визначення змінного складу газоподібного палива, методу корекції умовної формули

газоподібного палива, бази результатів розрахунків можливих складів палива;

- впровадженням в проектно-конструкторську роботу ПП "КБ Теплоенерго" методу розв'язання задач нестационарної теплопередачі та задачі нелінійного рівняння інерційного ланки другого порядку;
- впровадженням в роботу системи теплогенерації ТОВ "ТЕЛЕКАРТ-ПРИЛАД" моделі визначення змінного складу газоподібного палива, бази результатів розрахунків можливих складів палива.

Розроблено математичне забезпечення, використане в навчальному процесі на кафедрі «Комп'ютерних технологій автоматизації» Одеського національного політехнічного університету при викладанні дисциплін «Ідентифікація і моделювання технологічних об'єктів», «Моделювання теплоенергетичних систем з розподіленими параметрами», «Моделювання об'єктів управління в комп'ютерно-інтегрованих системах керування», «Математичне забезпечення комп'ютерно-інтегрованих систем керування». Розроблено математичне забезпечення, яке використане в навчальному процесі на кафедрі комп'ютерно-інтегрованих технологічних процесів і виробництв Одеської національної академії зв'язку ім. О.С. Попова при викладанні дисциплін «Ідентифікація і моделювання технологічних об'єктів», «Автоматизація технологічних процесів і виробництв», «Енергозберігаючі технології», «Моделювання складних систем управління».

Особистий внесок здобувача. Всі наукові результати, що виносяться на захист, отримані автором самостійно. У наведених публікаціях здобувачем зроблено наступне: в [1, 2, 12, 13, 15, 21, 23 – 25, 29] – запропоновано математичну модель для визначення змінного складу газоподібного палива в модельному уявленні його умовною формулою в процесі горіння на основі вимірів технологічних параметрів; в [3, 30 – 33] – запропоновано метод корекції умовної формули пального на основі надлишкових вимірювань технологічних параметрів організованого процесу горіння; в [4, 10, 16, 18] – розроблено методи математичного і фізичного моделювання перехідних

процесів в елементах енергетичного обладнання при зміні складу пального, що використовується; в [5, 11, 17] – розроблено методи математичного і фізичного моделювання перехідних процесів в об'єктах керування за рахунок застосування спеціальних методів перетворення змінних і осереднення, що дозволило в нестационарних задачах мінімізувати кількість змінних; в [6] – на основі спеціального методу перетворення змінних запропоновано модифікований чисельний метод розв'язання нестационарних задач теплопередачі, що дозволяє отримувати розв'язок з точністю, допустимою для інженерних розрахунків, на гранично малих розрахункових сітках (до 3-х вузлів); в [7, 8, 14, 16, 17, 19, 20, 26 – 28] – запропоновано метод розв'язання задачі нестационарного теплообміну, що дозволив отримати розв'язок для випадку нестационарної теплопередачі через пластину і вдосконалити інформаційне забезпечення для моделей процесів в пристроях з теплообмінними поверхнями; в [9] – запропонований метод розв'язання нелінійного рівняння інерційної ланки другого порядку; в [22] – запропоновано функціональна модель системи керування теплоенергетичними об'єктами, яка включає модель визначення змінного складу газоподібного палива та використовує метод корегування завдання автоматизованої системи керування у відповідності до складу палива.

Апробація результатів дисертації. Основні положення і результати дисертаційного дослідження доповідалися, обговорювалися і отримали схвалення на: 5-й Всеукраїнській науково-виробничій конференції «Інформаційні технології та автоматизація – 2012» (Одеса, 2012 р.); X Міжнародній науково-технічній конференції «Енергетичні та теплотехнічні процеси і устаткування» (Харків, 2014 р.); XIII Міжнародній науково-технічній конференції «Енергетичні та теплотехнічні процеси і устаткування» (Харків, 2017 р.); XVIII міжнародній конференції з математичного моделювання МКММ (Херсон, 2017 р.); X Міжнародній науково-практичній конференції «Інформаційні технології та автоматизація – 2017» (Одеса, 2017 р.); Міжнародній науково-практичній конференції

«Сучасні методики, інновації та досвід практичного застосування в сфері технічних наук» (Радам, Польща, 2017 р.); II Міжнародній науково-практичній конференції «Сучасні тенденції розвитку науки», (Київ 2018 р.); Міжнародній науково-практичній конференції «Перспективні напрямки наукової думки» (Тернопіль, 2018 р.); XVIII Міжнародній науково-технічній конференції «Вимірювальна і обчислювальна техніка в технологічних процесах (ВОТТП 18 2018)» (Одеса, 2018 р.).

Публікації. Результати наукових досліджень опубліковані в 33 друкованих працях, з них 23 – в спеціалізованих наукових виданнях (5 публікацій в міжнародній наукометричній базі SCOPUS), 9 тез доповідей міжнародних конференцій, Теза доповіді національної конференції.

Структура та обсяг дисертації. Дисертація складається з анотації, вступу, 6 розділів, висновків, списку використаних джерел з 143 найменувань й 2 додатків. Загальний обсяг роботи становить 271 сторінку. До роботи також входять 15 рисунків й 20 таблиць.

РОЗДІЛ 1

МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ ДЛЯ ВИРІШЕННЯ ЗАВДАНЬ УПРАВЛІННЯ ЕНЕРГЕТИЧНИМ УСТАТКУВАННЯМ

В даному розділі на основі проведеного аналізу використання вторинних енергетичних ресурсів (ВЕР) штучного походження розглянуто/проаналізовано стан проблеми та виявлено методи, моделі та технічні засоби для забезпечення автоматичного управління теплоенергетичного обладнання з забезпеченням заданого навантаження.

1.1 Загальні положення

Основою розвитку економіки України може служити розширення її промислової бази. Це неможливо без освоєння нових ринків збуту, що характеризуються значною конкурентною складовою. Вхідження на такі ринки може бути обумовлено забезпеченням високою конкурентоспроможністю запропонованої продукції. Традиційна, і, отже, найбільш звична і прийнятна для України продукція включає до складу собівартості значну енергетичну складову. Зниження її частки є основним шляхом підвищення конкурентоспроможності запропонованої на зовнішній ринок продукції.

Енергоємність вітчизняного виробництва, що перевищує рівень європейських і взагалі багатьох країн світу, відзначається в багатьох роботах як взагалі для економіки [1, 2], так і в окремих її галузях [3 - 5]. Діючі в країні виробництва створювалися під час низької вартості енергоресурсів. Це не стимулювало підвищення їх енергоефективності. Крім того, свій відбиток наклали і характер основного ринку збуту вітчизняної промислової продукції, що існував в попередні роки.

На даний момент в наукових, виробничих, бізнес колах склалося розуміння необхідності термінового підвищення енергоефективності діючих

виробництв. Обговорюються і можливі шляхи цього. Так у багатьох випадках підвищення енергоефективності розуміється буквально як зниження споживання енергоресурсів на одиницю продукції, що випускається. Це звичайно ж правомірно. Але тут виникає замкнуте коло. Підвищення енергоефективності в цьому сенсі має на увазі вдосконалення технології як виробництва енергії, так і технології її використання. Як наслідок потрібні істотні капітальні вкладення. І терміни реалізації можуть бути значними. Складається такий причинно-наслідковий зв'язок:

1. щоб удосконалити технологію, потрібні значні кошти;
2. щоб їх отримати, потрібно продати продукцію;
3. щоб продати продукцію, потрібно підвищити конкурентоспроможність;
4. щоб підвищити конкурентоспроможність, потрібно зменшити енергоємність виробництва;
5. щоб зменшити енергоємність виробництва, потрібно вдосконалити технологію. Дивись пункт 1.

Коло замкнулося.

Вкладення коштів у вдосконалення технологічних процесів виправдано при створенні нових виробництв, розрахованих на тривалий термін експлуатації, на протязі якого вони можуть окупитися. Крім того, це процес поступовий, тривалий, що ніяк не узгоджується з вимогою терміновості підвищення енергоефективності всій або, хоча б, значної частини існуючих виробництв.

Існує ще один шлях. Розглянемо замість поняття енергоефективності пов'язане з ним поняття енергоємності продукції. За визначенням це частка вартості енергоресурсів у вартості одиниці продукції, випущеної з їх використанням. При цьому найчастіше при обговоренні питання зниження енергоємності розглядається можливість зменшення кількості використаної енергії. Хоча у визначенні мова йдеться саме про вартість. Іншими словами відбувається підміна понять. Справа в тому, що існує можливість зниження енергоємності продукції (зниження частки енергоресурсів в її вартості) без

збільшення енергоефективності. Йдеться про альтернативні види горючих. Слід розрізнати альтернативні види енергії (джерела такої енергії) і альтернативні види горючих, що входять до складу вторинних енергетичних ресурсів (ВЕР). Перші з них (продукти геліо-, вітроенергетики та ін.) дають так звані «зелені» види енергії. Ця енергія як правило дорожче, отриманої за допомогою традиційних способів. Крім того розвиток такої енергетики вимагає значних фінансових вкладень, що не сприяє вирішенню питання термінового підвищення енергоефективності діючого виробництва. Слід мати на увазі, що ще у 1975 році майбутній Нобелівський лауреат з фізики Капіца П.Л. зробив концептуальну доповідь [6], в якій, виходячи з базових фізичних принципів, по суті, показав неприйнятність всіх видів «альтернативної енергії», за винятком керованого термоядерного синтезу. Річард Хейнберг в своїй книзі [7] практично повторює аналіз Капіци П.Л. і також показує, що альтернативні види енергетики не можуть забезпечити розвиток промислового виробництва. Розуміння цього існує і серед чиновників Євроадміністрації [8]. Комісар ЄС з енергетики Гюнтер Еттінгер (Günther Oettinger) закликав Німеччину (світового лідера з впровадження альтернативної енергетики) знизити темпи розвитку відновлюваних джерел енергії. "Я раджу пригальмувати з розвитком альтернативних джерел, що використовують енергію вітру і сонця. Ми повинні зупинити цю божевільну гонку", - наводить слова Єврокомісара газета Bildam Sonntag (5 квітня 2014 року). На думку Еттінгера, основна проблема відновлюваних джерел у великих втратах при перетворенні з одного виду енергії в інший, а також в тому, що більшу частину виробленої таким чином енергії неможливо зберегти. У найближчі десять років ситуація не зміниться. "Майбутнє буде повністю належати відновлюваним джерелам тільки тоді, коли ми зможемо зберігати отриману енергію. До тих пір вони є лише гарним доповненням, але не можуть стати основою енергопостачання, якщо ми говоримо про економічні і надійні джерела енергії", вважає Єврокомісар.

Запропонована робота не ставить за мету розгляду причин і наслідків

впровадження альтернативної енергетики. З наведеного вище важлива її неприйнятність для підвищення конкурентоспроможності промислової продукції України, в тому числі, і з-за неефективного використання фінансових коштів. Таким чином, залишаються для розгляду ВЕР. На даний момент в виробничих процесах знаходять застосування вторинні енергоресурси (ВЕР). У їх складі виділяють [9] теплові, ВЕР надлишкового тиску і горючі ВЕР. Перші два види слід віднести до області підвищення енергоефективності виробництва. Вони використовуються в тому вигляді, в якому отримані і, як правило, на місці отримання. Це, безумовно, важливо. Але не може бути основою для зниження енергоємності виробництва там, де немає таких ресурсів. Інакша ситуація з горючими ВЕР. На даний момент вони також, як правило, використовуються на місці їх отримання. Найчастіше і в найбільших обсягах вони виходять в газоподібному вигляді: доменні, мартенівські гази, гази коксохімічної переробки вугілля, переробки нафти, гази після дегазації шахт, звалищні гази і ін. Це універсальні енергоносії і в такому вигляді вони можуть бути використані в стандартному обладнанні (без істотних додаткових фінансових витрат) і для отримання тих видів енергії, які необхідні в даному місці або в даний момент часу. Вони легко транспортуються без зміни енергетичних характеристик (трубопроводи). Можуть спалюватися в стандартних котлах для отримання гарячої технологічної води і пара, що і відбувається на металургійних заводах. Можуть використовуватися в якості палива в двигунах (поршневих [10] або турбінах) для отримання електроенергії і т.д. Крім того, горючі ВЕР мають низьку або навіть нульову вартість, тому що всі витрати на вихідну сировину і технологічний процес, в результаті якого вони утворюються, віднесені до основної продукції. Таким чином, використання горючих ВЕР можна вважати оптимальним варіантом зниження енергоємності (у вартісному значенні), що випускається.

При всіх позитивних властивостях горючих ВЕР помітного зниження енергоємності продукції, що випускається в Україні, не відбувається.

Розглянемо можливі причини такого положення:

1. Недостатня кількість горючих ВЕР. У процесі багатьох видів виробництв вони не утворюються.

2. Складнощі використання у багатьох випадках горючих ВЕР. Це відбувається через різноманітності їх складу як агрегатного, так і хімічного. Так на олійноекстракційних виробництвах ВЕР утворюються у вигляді зерняткового лушпиння. Через значний його обсяг і сталість хімічного складу економічно обґрунтовано поряд зі стандартним (наприклад газовим) котельним обладнанням використовувати і спеціальні котли для спалювання лушпиння, незважаючи на додаткові фінансові витрати.

На теперішній час в комунальному господарстві в експлуатації залишається велика кількість водогрійних та парових котлів малої та середньої потужності. Переважна більшість з них використовує в якості пального природний газ. Це обладнання і системи регулювання процесу вироблення теплової енергії добре відомі. Типова схема автоматизації котла наведена на малюнку 1.

На малюнку наведені основні регулятори, які є універсальними для будь-якого типу котлів. $P_{\text{тем}}$ – регулятор температури, $P_{\text{нагр}}$ – регулятор навантаження (тиску пари), $P_{\text{екон}}$ – регулятор економічності процесу спалювання, $P_{\text{розр}}$ – регулятор розрідження, $P_{\text{живл}}$ – регулятор живлення.

На теперішній час у більшості пристроїв спалювання газового палива оптимізація режиму горіння забезпечується шляхом підтримки співвідношення витрат газу (палива) V_t і повітря (окиснювача) G_v відповідно до режимної карти.

Такий спосіб не дозволяє враховувати зміни температури і вологості повітря, теплотворної здатності і температури газу і ряду інших зовнішніх факторів. У зв'язку з цим, при складанні режимних карт забезпечують досить значний надлишок повітря, щоб при жодних умовах не допустити виникнення хімічного недопалу. В результаті в деяких режимах кількість

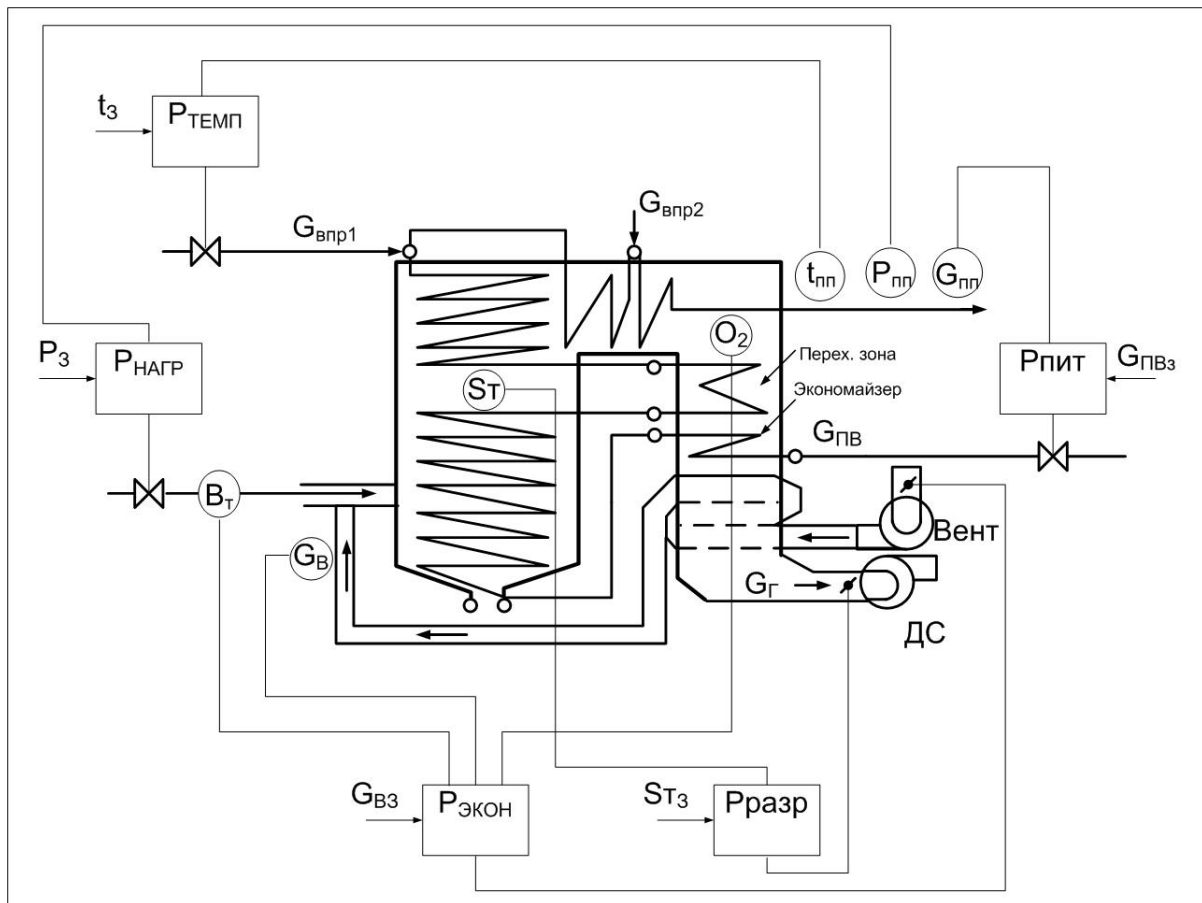


Рисунок 1.1 – Схема автоматизації парового котла

повітря перевищує оптимальне в 1,5-2 рази, що призводить до зменшення ККД і, відповідно, до додаткової витрати палива.

На сьогодні автоматичні системи регулювання, які підтримують оптимальне співвідношення «паливо-повітря», побудовані з використанням стаціонарних газоаналізаторів, компенсують збурення по складу палива за допомогою вимірювання вмісту кисню в димових газах. Однак концентрація кисню в димових газах залежить не тільки від інтенсивності дуття, а й від інших умов експлуатації: неконтрольований підсос повітря, не ідентичність пальників в багатопальникових котлах, зміна теплотворної здатності палива, коливання вологості повітря та ін. В силу цього референтна зміна тиску повітря на вході в пальник, що впливає на процес горіння, може слабо впливати на зміну концентрації кисню в димових газах.

Більш чутливим до зміни умов на вході в пальникові пристрої є зміна концентрації CO при нестачі кисню. Але саме недопалу прагнуть уникнути при побудові систем регулювання котлоагрегатів.

Системи управління, які існують та проектуються, розраховані на використання сертифікованих палив постійного складу і здатні компенсувати невеликі зміни їх параметрів. Перехідні процеси, пов'язані, наприклад, зі зміною навантаження, не припускають зміни співвідношення компонентів і не вимагають додаткової настройки регулюючої апаратури.

Використання альтернативних видів палива передбачає істотне непередбачуване за часом (до декількох разів на годину) змінення їх хімічного складу й, відповідно, теплотворної здатності. Це веде до необхідності коригування коефіцієнта співвідношення компонентів (коефіцієнта надлишку окиснювача) і, як наслідок, до зміни кількості і складу продуктів згоряння, а також до зміни їх теплофізичних характеристик навіть при незмінному тепловому навантаженні обладнання.

1.2 Аналіз моделей і методів розрахунку змінного складу газоподібного палива

В [11] узагальнено описаний метод розрахунку складу продуктів згоряння при відомому складі палива (в загальному випадку сумішевого). В [12] метод деталізований стосовно вуглеводнів, побудованим лише з двох хімічних елементів вуглецю [C] і водню [H]. Перелік речовин, що представляють такий вид палива широкий, але все ж обмежений. Облік в їх складі додатково ще лише трьох елементів - кисню [O], азоту [N] і сірки [S] дозволяє змодельовати майже всі органічні сполуки, що горять в повітряній атмосфері [13 - 22]. Облік цих п'яти елементів збільшуючи загальну кількість рівнянь в математичній моделі, принципово не змінюють її структуру. Проте в порівнянні з [12] з'являються особливості. Їх вигляд можна відобразити при розгляді в складі пального спільно з [C] і [H] додатковий елемент, наприклад,

[O]. Додавання цього елемента істотно розширює список речовин, процес горіння і склад продуктів згорання яких може бути розрахований. До них можуть бути віднесені спирти, ефіри, кетони (представник - ацетон) і ін. Всі ці речовини включають в свій склад хімічно зв'язаний кисень. Це можна віднести до однієї з розглянутих особливостей. Крім цього існують горючі суміші газів, до складу яких кисень може входити у вигляді активного хімічного елемента. Така ситуація виникає, наприклад, при отриманні газу в процесі дегазації шахт. У першому наближенні можна вважати, що газ, який видаляється з шахт, являє собою суміш метану і повітря. Подібне співвідношення можна віднести до іншої особливості. Ще до одного виду горючих можна віднести суміш газів, в яких кисень не входить до складу горючих елементів, але є в хімічно зв'язаному вигляді в інертних складових. Як їх представників можна розглядати гази, що утворюються в процесі бродіння в метантенках. У їх складі можна виділити метан, як горючу складову без кисню, а також вуглекислий газ і пари води з киснем у зв'язаному вигляді.

Незважаючи на таке розмаїття горючих речовин процес утворення продуктів згорання і визначення їх температури можуть бути описані за допомогою єдиної моделі.

1.3 Аналіз методів моделювання динамічних процесів

Всебічне дослідження будь-якого процесу тісно пов'язане з моделюванням і моделлю. Різноманітність областей науки і техніки, в яких використовується моделювання, а також бажання, щоб модель найкращим чином відповідала особливостям завдання, породжує велику кількість специфічних моделей і видів моделювання. Загальне визначення може охоплювати всю різноманітність моделей, однак, для практичного використання цього потужного засобу дослідження важливо знати основні принципи побудови та оцінки моделей.

Поняття моделі та моделювання у відомих авторів не мають істотних відмінностей. Видовою відмінністю в визначеннях моделювання є використання допоміжного об'єкта, який спрощує виконання завдань дослідження оригіналу [64, 65]. Відповідно до термінології і стилю викладу, прийнятим в даній роботі, а також з урахуванням послідовності визначення застосовуваних понять дається таке визначення моделювання і моделі. Моделювання - метод вивчення об'єкта (оригіналу) за допомогою деякого допоміжного об'єкта, який спрощує отримання потрібної інформації.

Модель - об'єкт, яким замінюється оригінал при його вивченні за допомогою моделювання.

Методологічні основи побудови моделей включають в себе ряд регуляторів.

Перший регулятор - аналогічність оригіналу і моделі. Він встановлює необхідність подібності оригіналу і моделі за властивостями і відносинами, що є обґрунтуванням висновку за аналогією: «... перенесення інформації від моделі до прототипу» (оригіналу) [66, с. 25].

Другий регулятор - гомоморфізм між оригіналом і моделлю. Мотивація моделювання - пошук більш простих шляхів отримання інформації про предмет дослідження. Такий шлях лежить через гомоморфізм по предикатам властивостей і відносин, які є істотними для об'єкта дослідження [67]. Поя так пояснює суть цього: «Гомоморфізм є свого роду систематично скорочений переклад. ... Тонкощі при такому скороченні можуть бути втрачені, але все, що є в оригіналі, ніж те, що представлено в перекладі (моделі), і в зменшеному масштабі співвідношення зберігаються» [68, с. 49].

Перший і другий регулятори тісно пов'язані з властивістю моделі, яке слід назвати першим - простота. Саме прагнення до простоти в широкому сенсі цього слова спонукає дослідника шукати аналогії [68, 69] і обмежувати число врахованих властивостей і зв'язків оригіналу гомоморфізмом при моделюванні.

Деталізація поняття простоти пов'язана зі специфікою застосування

моделі. Відповідно до цього поняття простоти моделі деталізовано такі властивості:

- a) числом, що враховує властивості і зв'язки;
- b) часом, необхідним для дослідження;
- c) вартістю дослідження;
- d) безпекою дослідження;
- e) можливістю моделювання.

Використання аналогії дозволяє лише очікувати, що рішення, знайдені при моделюванні, можуть бути віднесені до оригіналу. Істинність такого висновку може бути вірогідною, але не достовірною [66]. Повнота охоплення істотних властивостей і відносин в оригіналі при його моделюванні лише збільшує цю ймовірність [70]. При цьому властивість простоти втрачається. Звідси випливає необхідність третього регулятора - можливості перевірки моделі. Повинен існувати спосіб, що дозволяє перевірити відповідність (адекватність) моделі оригіналу в деякій області параметрів і умов, яка цікавить дослідника. Так з'являється друга властивість моделі - адекватність оригіналу.

Наступні властивості моделі можна отримати з аналізу функції моделі [71]. Модель повинна дозволити пояснити і узагальнити відомі факти - це третя властивість моделі. Модель повинна дозволити отримувати потрібну інформацію, невідому раніше - четверте властивість моделей.

Важливою властивістю моделі є широке охоплення явищ в широкій області значень параметрів і умов. Моделі, що задовольняють цій властивості, дозволяють з більшою ймовірністю прогнозувати і отримувати нові вірні результати.

Таким чином, модель повинна володіти такими властивостями:

1. простотою;
2. адекватністю оригіналу;
3. давати можливість пояснювати і узагальнювати відомі факти;
4. давати можливість отримувати нову інформацію;

5. описувати явища в широкій області значень параметрів, умов і явищ. Ступенем відповідності цим властивостям модель може бути оцінена. Ці питання розбираються в наступних розділах.

Всі моделі можна об'єднати у дві безлічі. Визначальними властивостями освіти множин є їх природа: моделі, які мають матеріальну природу відносяться до фізичних моделей, всі інші до абстрактних моделей.

Комплексне дослідження процесів включає в себе дослідження на фізичних і абстрактних моделях. Однак, раціонально будь-яке дослідження починати з побудови та аналізу абстрактної моделі. Після отримання деякого рівня знань, маючи вже попередні результати, слід звертатися до фізичних моделей для верифікації абстрактної моделі і подальшого просування вглиб предмета вивчення. Така стратегія дозволяє вести дослідження більш цілеспрямовано, скоротити час і вартість робіт. Для минулого була характерна наступна послідовність: експериментальне вивчення, систематизація, математичний опис, тепер навпаки - дослідження математичних моделей, їх аналіз та експериментальне підтвердження. Стверджуючи концепцію початкового теоретичного дослідження, Ейнштейн писав: "Звичайно, досвід залишається єдиним критерієм придатності математичної конструкції фізики. Але справжнє творче начало притаманне саме математиці [45, с. 184].

Абстрактна модель - поняття більш широке, ніж математична модель. Важливе значення вона набуває в разі, коли не можна провести фізичне або математичне моделювання [46].

Укрупнена ієрархічна структура абстрактних моделей може бути представлена на трьох рівнях. На першому рівні знаходиться понятійна модель, в якій сформульовані найбільш загальні поняття про систему. На наступному рівні перебуває описова або вербальна модель, яка з більшою деталізацією, ніж перша описує систему. І на третьому рівні - ММ, в якій властивості і зв'язки системи виражені за допомогою математичних символів.

При складанні верхнього рівня ієрархічної структури формулюються

найбільш загальні уявлення про властивості і поведінку системи. Цей рівень характеризується найбільшою спільністю понять. На ньому встановлюються склад системи і зв'язку між її елементами. Формулюється узагальнена мета дослідження. Вербальна модель - другий рівень ієрархічної структури є опис наявних уявлень на розмовній мові. Перехід на цей рівень супроводжується подальшою деталізацією відомостей про систему, навколишнє середовище і зв'язки між ними. Інформація про склад і зв'язки доповнюється якісними співвідношеннями. В роботі винахідника, особливо на етапі розробки принципу функціонування системи, інформація на другому рівні ієрархічної структури достатня і зручна для використання. Цей факт легко виявляється при знайомстві з процедурами винахідницької роботи [33, 35]. З використанням вербальної моделі обговорюються питання планування експериментів, мета яких - пізнати фізику процесу. Однак, для повної розробки ТЗ другий рівень ієрархічної структури також, як і перший недостатній.

Третій рівень ієрархічної структури моделей займає математична модель - опис властивостей і поведінки системи в умовах навколишнього середовища на глибоко формалізованій мові математики. На цьому рівні до всієї інформації верхніх двох рівнів додаються кількісні співвідношення. ММ дозволяє компактно і з будь-якої необхідною повнотою описати ТС і навколишнє середовище. На цьому рівні багатозначна і емоційна розмовна мова замінюється однозначним і адекватним відображенням властивостей ТЗ і навколишнього середовища, а також зв'язків між ними за допомогою математичних символів.

У даній роботі ММ визначається як виражена в символах система відносин, що відбивають істотні внутрішні і зовнішні зв'язки між властивостями ТС і навколишнього середовища, достатні для вирішення поставленого завдання.

ММ повинна мати властивості моделей, як більш загального поняття, а також мати специфічні властивості.

Перш за все ММ повинна мати рішення. Інакше вона втрачає сенс для практичних досліджень. Слова, які приписують М. Є. Жуковському, багато прояснюють: "... не той справжній механік, який вміє складати рівняння руху, а той, який їх складає так, що вони інтегруються, [48, с. 32]. Рішення може бути отримано в аналітичній формі. Гідність такого рішення - видимість результатів і зручність використання в ММ систем вищого рангу, ніж розглянута. Однак, такі рішення, як правило, результат суттєвого спрощення моделі і можливі для простих систем (з малим числом елементів і зв'язків). Розвиток комп'ютерної техніки дозволив з малими витратами вирішувати завдання із застосуванням чисельних методів. Однак, видимість результатів і компактність інформації при цьому втрачаються. За рахунок можливості обліку більшого числа факторів і ефектів (нестационарність, розподіленість, нелінійність систем) точність рішення підвищується. Слід зазначити, що аналітичне та чисельне рішення мають протилежні позитивні і негативні властивості.

Другою важливою властивістю ММ є єдина форма запису для теоретичних досліджень і експериментальної перевірки. Як буде показано в подальшому це досягається, наприклад, за допомогою методів подібності, при цьому для складних систем експериментальні і теоретичні дослідження істотно спрощуються.

Третьою важливою властивістю ММ є можливість найбільш щільного запису інформації. Обезрозмірюваний вид ММ - це одна з форм ущільнення інформації. Використання прийомів нормалізації дозволяє отримати подальше узагальнення [49]. Подальшим глибшим узагальненням є приведення ММ до автотомельного виду [50, 51].

Підводячи підсумки, можна сформулювати такі специфічні властивості, що характеризують якість ММ:

1. Можливість отримання рішення в аналітичній формі або чисельно;
2. Єдина форма запису для теоретичного і експериментального дослідження;

3. Висока щільність запису інформації.

Як видно, властивості моделей (загальні та специфічні) є конкуруючими. Так властивості простоти, адекватності і можливості отримання рішення призводять до протилежних дій при формулюванні ММ і поєднати їх в одній моделі вважається мистецтвом [54 - 56].

Побудова ММ - творчий процес. Манера кожного учасника індивідуальна. Це залежить від того, що до отримання рішення ММ на евристичному рівні вирішується питання про суттєвості властивостей і відносин в ТС і навколишньому середовищі. Вирішується питання отримання в деякому сенсі найкращою ММ для даної постановки завдання, що можливо лише як компроміс. Незважаючи на різницю між стилями окремих дослідників і шкіл, що проявляється при побудові ММ і проведенні досліджень, в цілому можна виділити деякі загальні принципи і прийоми.

Перш за все, слід назвати принцип побудови моделі від найпростішої математичної конструкції з подальшим додаванням найбільш істотних факторів і ефектів і аналізом отриманого результату. Тут можна навести багато прикладів. Наведено найбільш характерні. В роботі [55] при побудові ММ пропонується будувати просту модель для того, щоб "відчутти" завдання. Потім модель доповнюється до отримання адекватного рішення. Аналогічно вирішується завдання побудови ММ в роботі [57]. В роботі [58] розглянутий принцип розвивається на основі теорії графів.

Принцип побудови моделей від найпростішої до більш складної за допомогою деталізації моделі характерний і для інших робіт, наприклад, [59, 60]. Для авторів, які використовують цей принцип, характерно гостре відчуття фізики процесу і вірна інтуїція, заснована на великому і різноманітному досвіді вирішення завдань.

Позитивною рисою даного принципу є легкість отримання рішення і видимість результатів. Недоліком є те, що потрібен великий досвід, щоб на евристичному рівні врахувати істотне і ранжувати зв'язки і властивості в ТС з їх впливу на вирішення завдання. При вирішенні нових завдань, де інтуїція

може підвести, можливі помилки. З ростом складності ТЗ витрати на послідовно виконані рішення ММ все зростаючих труднощів стають значними. Іншим не менш важливим недоліком є необхідність проведення експерименту на етапі побудови ММ. Для простих ТС цей шлях прийнятний, але зі зростанням складності ТЗ, вартості та термінів проведення експерименту негативні сторони стають все більш значними. Таким чином, найбільш ефективним є цей принцип при застосуванні до простих ТС.

Інший, прямо протилежний принцип передбачає рух від складної моделі до більш простої. Як вказує Мак-Лоун [55] цей принцип часто використовується при дослідженні операцій. Саме там, де важко охопити всю задачу і оцінити найважливіші її складові, використовується цей принцип. Найважливіше значення тут набувають прийоми спрощення завдання, оцінки неістотності окремих факторів, які відкидаються при побудові ММ. Ці прийоми найрізноманітніші. Так в роботах [49, 62, 63] внесок окремих факторів оцінюється на основі теорії розмірностей та нормування. Вони отримали назви факторного, інспекційного і ревізійного аналізів. У роботах [61, 64] спрощення ММ досягається за рахунок усереднення по просторовим і тимчасовим координатам, а також за допомогою оцінок темпу процесів, що одночасно протікають. Перевагою такого підходу є найбільш повне охоплення зв'язків і властивостей об'єкта, що підвищує ймовірність вірного рішення. Труднощі рішення з додаванням чинників прогресують.

Коли два альтернативних принципи в якомусь випадку виявляються недостатньо ефективними, використовують їх комбінацію. При цьому комбінація виконується таким чином, щоб об'єднати переваги і нейтралізувати недоліки кожного окремого принципу. Суть комбінованого підходу зводиться до опрацювання завдання з двох сторін: від найбільш повної моделі до простої і від найбільш найпростішої до повнішої. Рациональна модель знаходиться між моделями, полярними по своїй повноті.

Найбільш характерні приклади такого підходу можна бачити в роботах [31, 32, 34, 50, 52, 53, 65]. Характерним для цих робіт є складання

універсальної моделі для даного класу задач у вигляді системи диференціальних і інтегральних рівнянь. Далі слідує прийом ідеалізації ММ. На основі глибокого проникнення в суть окремих явищ виділяється ядро завдання. Все це супроводжується нерозривним зв'язком постановки завдання з математичними методами вирішення завдань даного класу. В результаті такого всебічного підходу до рішення отримані нові наукові результати.

Цікава також, в зв'язку з цим, аналогія з перебуванням рішення математичних задач. Пойя [47] пропонує йти з двох сторін до вирішення завдання: з боку того, що потрібно і з боку того, що дано. Такий підхід дозволяє легше відновити відсутні елементи рішення задачі.

Слід визнати, що комбінований принцип побудови ММ найбільш універсальний. Шляхом посилення і ослаблення його складових заходів можна знайти шлях до побудови ММ будь-якої ТС.

На стадії дивергенції необхідно розширити область пошуку, що збільшує ймовірність включення в ММ всього істотного. Тому в вихідній ММ для задач деякого класу потрібно прагнути до свідомо більш повного опису ТС і навколишнього середовища, ніж може бути використано в остаточному її вигляді.

Результати теорії подібності та розмірностей використовуються в багатьох областях науки і техніки. Гідродинаміка [69, 73], тепломасообмін [51, 70-72], механіка [62, 73], будівництво [74] традиційні дисципліни, де використовується теорія подібності. Роботи в цих областях з'явилися ще в XVII столітті [70]. Виняткова ефективність методів теорії подібності і розмірності була причиною постійного розширення її додатків. В даний час в сферу додатків увійшли енергетика [75], фізика і хімія [76, 77], обробка матеріалів [96], термодинаміка [78], ракетна техніка [97], астрофізика [79, 98], психологія, соціологія і економіка [80].

Незважаючи на різноманітність областей застосування основа теорії подібності та розмірностей універсальна. Для подальшого важливо

встановити основні положення і тенденції в цій науці.

Первісний розвиток теорії подібності і розмірності йшло по шляху аналізу розмірності, об'єктом якого були розмірні величини. Але вже в XIX столітті після робіт Бертрана як окремий напрямок виділився розмірний аналіз рівнянь [70]. Положення теорії подібності та розмірностей при цьому застосовуються до ММ, записаної у формі рівнянь і відповідних крайових умов.

1.4 Узагальнення математичної і фізичної моделі

На основі законів подібності і розмірності можливі глибші узагальнення, що дозволяють в порівнянні з π -теоревою скоротити мірність простору, в якому досліджується ММ. Найбільш цікавими випадками є скорочення мірності простору незалежних змінних, що отримало назву приведення ММ до автомодельного виду [51]. Переваги останнього обговорюються в роботах [50, 62, 63,]. Відомі деякі ознаки ММ, при яких можливі такі перетворення і прийоми [50, 62, 63, 86, 87, 92], однак, як зазначається в роботі [93], отримання автомодельного виду ММ – завжди успіх дослідника. Відсутність формалізованої процедури приведення ММ до автомодельного виду не дозволяє широко використовувати цей метод узагальнення, що істотно знижує витрати на дослідження.

Кожна фізична величина p_i характеризується двома істотно незалежним властивостями: фізичною природою і мірою відносини її до деякого еталону. Фізичні величини однієї природи утворюють клас порівняння [79], в якому і тільки в якому вони можуть бути порівнювані. Однак, в ММ відповідно до правила Фур'є, що встановлює однакову розмірність всіх членів будь-якої функціональної відносини, порівнюються не фізичні величини, а різні оператори над ними. Іншими словами, при побудові і перетворенні ММ важливі відносини між властивостями розмірних величин, що є наслідком абстракції при формалізації фізичних законів. Це може бути

продемонстровано таким прикладом. Коефіцієнти дифузії, кінематичної в'язкості, температуропровідності мають різну фізичну природу, але однакову розмірність, що є наслідком узагальнення аналогічних явищ перенесення єдиної ММ. Таким чином, при аналізі ММ класи порівняння величин доцільно узагальнити на величини однакової розмірності.

Згідно Сєдову [50, с.16]: «Вираз похідної одиниці виміру через основні одиниці вимірювання називається розмірністю». Іншими відомими авторами при визначенні розмірності також вводяться основні і похідні одиниці вимірювання. Введення цих понять зручно для цілей систематизації вимірювання і використовуваних одиниць. Для математичних перетворень ці умови - зайві зв'язки, що знижують можливості методів подібності і розмірності.

Закони матеріального світу інваріантні до вибору основних одиниць, тому на відміну від відомих робіт з теорії подібності і розмірності в даній роботі немає поділу на основні та похідні одиниці. Всі одиниці різних класів порівняння розглядаються як рівноправні. Зв'язок між одиницями розмірності і вираз одиниць вимірювання класів через комбінації одиниць інших класів визначається структурою ММ і правилом розмірності Фур'є. Це є узагальненням поняття розмірності.

На всіх етапах створення ТС: розробки функціональної схеми і математичної моделі процесів, відпрацювання експериментальних зразків фізичне моделювання є найважливішим елементом. Перш за все це пов'язано з тим, що фізичні моделі - якнайповніші носії властивостей оригіналу об'єкта, що проектується. У той же час вони виконують функціональне навантаження моделі: дозволяють спростити вивчення, описи і випробування оригіналу.

Фізичне моделювання полягає в заміні оригіналу і умовах його функціонування ряду елементів, що дозволяє спростити вивчення об'єкта. При цьому можуть бути замінені речовини робочих тіл, що беруть участь в процесі, матеріали, з яких виготовляється оригінал, умови оточення ТС. Наприклад, можуть бути змінені умови зв'язку з іншими об'єктами

навколишнього середовища. Спрощення проявляються в прискоренні проведення випробувань, здешевлення, зниження небезпеки та підвищенні наочності випробувань. Поряд з цим необхідно, щоб фізична модель залишалася адекватною оригіналу по досліджуваним властивостями функціонування, інакше завдання моделювання не виконуються, або виконуються частково. Таким чином, визначальними властивостями фізичного моделювання, як методу пізнання і випробування ТЗ, є простота випробування оригіналу і адекватність фізичної моделі оригіналу по досліджуваним властивостям ТС.

Фізичне моделювання систем є важливою і важкою проблемою, дослідження якої присвячено багато спеціальної літератури. Основою фізичного моделювання є теорія подібності і розмірності.

У літературі з моделювання питання фізичного моделювання вирішувалися в загальному плані, або стосовно до приватних задач. В роботі [34] з загальних позицій вирішуються завдання моделювання технічних систем, їх адекватності оригіналу, однак, питання фізичного моделювання докладно не розглядаються. Вирішити питання фізичного моделювання в широкому плані дозволяє системний підхід до цієї проблеми [94].

Найбільш ефективним методом вирішення завдання фізичного моделювання процесів є аналіз рівнянь [49], тому всі подальші дослідження виконані на основі аналізу ММ процесу.

1.5 Аналіз методів моделювання динамічних процесів

Аналітичне рішення є надійним і універсальним засобом розрахунку параметрів процесу нестационарного теплообміну. Але в той же час воно є громіздким в застосуванні і охоплює тільки окремі випадки. Як правило, вони обмежуються описом процесу нагріву - охолодження тіл простих форм: нескінченної пластини, циліндра, сфери. Такі рішення відомі давно, але і зараз далі дослідження подібного роду процесів вони не просунулися.

Змінився лише предмет додатки у вигляді сучасного обладнання, як, наприклад, в [99], де вирішується завдання охолодження дисплея. В роботі [100] розглядається процес охолодження пластини з внутрішнім джерелом тепла. Відмінність полягає в тому, що пластини розглядаються багат шаровою. Особливістю роботи [101] є застосування замість часто використовуваного розкладання Фур'є функції Треффца (Trefftz functions). При цьому виходить лише наближене рішення. Практичний інтерес представляє завдання нестационарної теплопередачі і вона аналітичного рішення не має.

Чисельні методи є більш універсальними і можуть бути використані для вирішення будь-яких завдань теплопередачі, в тому числі верифікації знову запропонованих наближених методів рішення. З наведеного вище переліку простих форм тіл найбільш важливою є пластини. Вона має дві поверхні, що відповідає процесу теплопередачі. Крім того, для випадку коаксіальних циліндрів (труба) при відношенні зовнішнього і внутрішнього діаметрів $d_2 / d_1 < 2$, теплопередача через циліндричну стінку з похибкою менш 4% може бути описана за допомогою моделі для плоскої стінки. Подібне співвідношення діаметрів відповідає більшості варіантів трубчастих теплообмінників. Теплопередача обумовлюється урахуванням пов'язаних процесів теплообміну на поверхнях пластини. Загалом ці процеси складні для опису. Але в багатьох практично важливих випадках це опис обмежується завданням узагальненої (інтегральної) величини - коефіцієнта тепловіддачі. Тут виникає суперечність між відносною простотою формулювання задачі нестационарної теплопередачі через нескінченну пластину і використанням складних універсальних чисельних методів. Так, в [102] пропонується перехід від розподіленої моделі до зосередженої в вигляді системи звичайних диференціальних рівнянь першого порядку. При цьому підкреслюється його велика ефективність по відношенню до кінцево-різницевого і кінцево-елементним методам. Тут побічно ще раз підкреслюється відомий факт необхідності дотримання певних співвідношень між розміром розрахункової

сітки і кроку розрахунку за часом: для забезпечення необхідної точності подрібнюється розрахункова сітка з одночасним зменшенням кроку за часом для забезпечення стійкості чисельного розрахунку. Це веде до лавиноподібного збільшення кількості розрахунків і накопичення похибок обчислень. Для практичного застосування в інженерних розрахунках в більшості випадків достатній розгляд завдання в одновимірній постановці. Це виправдано в силу малості товщини теплопередавальної поверхні в порівнянні з іншими її геометричними розмірами. Підтвердження цьому можна знайти, наприклад, в [103]. Тут показано, що при вирішенні нестационарної оберненої задачі теплопередачі добрі результати дає використання саме одновимірної моделі.

Одною з переваг аналітичних методів перед чисельними є рішення у вигляді функціональної залежності. Рішення необхідно отримати лише один раз. Надалі воно може бути використано для будь-яких аргументів. При цьому в вигляді цієї залежності аналітично відбивається взаємозв'язок всіх явищ, врахованих в моделі. Результати чисельних розрахунків позбавлені цих властивостей. Декілька поліпшити ситуацію може використання моделей і, відповідно, численних рішень на їх основі в узагальненому (обезрозмірюваному) вигляді. Найбільш помітно одержувана перевага в складних випадках. Так, в [104] при розгляді магнітогідродинамічних течій за допомогою перетворень подібності вдалося рівняння Нав'є-Стокса звести до звичайних диференціальних рівнянь. Такий результат можливий внаслідок подання при обезрозмірюванні всіх членів рівнянь в єдиній формі та отриманні можливості проведення фракційного аналізу. В [105] таким шляхом отримані наближені аналітичні рішення систем звичайних диференціальних рівнянь. Але до більш простих завдань такий підхід, як правило, не застосовується, хоча також може дати позитивний ефект.

В основу рішення поставленого завдання покладено метод контрольного об'єму (МКО) [106, 107]. Він поєднує в собі переваги інших чисельних методів і позбавлений багатьох їхніх недоліків. Так, шуканий дискретний

аналог в МКО будується також просто, як і в методі кінцевих різниць. Шукані параметри розраховуються в окремих точках (вузлах). При цьому за допомогою відповідних профілів, як в методі кінцевих елементів, враховується можливий характер зміни параметру, що розраховується, між вузлами розрахункової сітки. Більш того, дискретний аналог будується виходячи з дотримання законів збереження в кожному конкретному контрольному обсязі. Це дозволяє отримувати фізично несуперечливі результати на сітці будь-якої грубості, що, на відміну від методу скінченних різниць, наприклад, [108], дозволяє використовувати розрахункові сітки малого розміру. Переваги МКО сприяють його застосуванню в даний момент багатьма авторами [109, 110].

Використання при розробці дискретного аналога апріорі-профілів зміни шуканої величини, подібних експоненті, перегукується з використанням профілів у вигляді експонент в методі інтегральних коефіцієнтів [111]. Слід зазначити, що МКО лежить в основі побудови такого універсального програмного продукту, як SolidWorks.

Для створення ефективних систем управління необхідні кошти розрахунку температурних полів і акумулюючих властивостей елементів теплоенергетичного обладнання при нестационарних умовах теплообміну. На даний момент рішення нестационарної задачі може бути отримано на основі універсальних методів чисельної реалізації. Але на стадії проектування, при налаштуванні систем управління важливі результати аналітичних досліджень. Доступність результатів аналітичних досліджень стає ще більш актуальною при використанні палива змінного складу [112], що характеризується різким збільшенням кількості перехідних процесів.

Для елементів з регенеративними умовами теплообміну ще в роботах [113, 114] розроблені аналітичні методи визначення нестационарного температурного поля в будь-якій точці тіл складної форми. Для цього розглядаються геометричні примітиви у вигляді нескінченної пластини, циліндра, кулі в умовах нагріву або охолодження з визначенням

нестационарних безрозмірних температурних полів. Надалі шляхом геометричного перетину примітивів можуть бути змодельовані тіла складних форм, а температурні поля в них виходять шляхом перемноження безрозмірних температурних полів відповідних примітивів.

До теперішнього моменту дослідження в цьому напрямку стосуються або модифікацій методів розв'язання вихідної моделі, які не мають принципових переваг один перед одним, або розглядають новий предмет додатку у вигляді сучасного обладнання. Так, в [115] для вирішення використовуються функції Треффтца (Trefftzfunctions), що дають наближений розв'язок. В роботі [116] розглядається температурне поле в одному з примітивів - циліндрі. Для вирішення завдання застосовується приватний підхід з використанням циліндричної системи координат, кратних інтегралів і перетворення Лапласа для їх вирішення. Крім того, використані граничні умови першого і другого роду, в той час як найбільш загальними є умови третього роду.

В роботі [117] математична модель процесу теплопередачі побудована на основі варіаційного підходу. Розглядається теплопередача через анізотропне тіло, що представляє інтерес. Але в [117] вирішується стаціонарна задача. В роботі [118] розглядається питання нестационарної теплопередачі в рекуперативному теплообміннику. У цій роботі результати отримані на основі чисельних досліджень, що прив'язує їх до конкретної форми обладнання і початкових умов. Це ускладнює або навіть унеможлиблює їх використання на стадії проектування, при налаштуванні систем управління, де важливі результати аналітичних досліджень. В роботі [119] на основі перетворення Лапласа шукається аналітичне рішення одного з варіантів нестационарної задачі теплопередачі. Шукається час запізнювання передачі теплового імпульсу через поверхню теплообміну. Але знайдений результат не дозволяє вирішити задачу акумуляції теплової енергії. В роботі [120] розглядається задача охолодження дисплея, а в [121] - охолодження

пластини з внутрішнім джерелом тепла. В останньому випадку особливістю є розгляд багат шарової пластини.

Рекуперативні умови теплообміну в теплоенергетичному обладнанні реалізуються в теплообмінних пристроях. Основними теплопередавальними поверхнями є пластина і стінка полого циліндра (труба). В останньому випадку при співвідношенні радіусів зовнішнього і внутрішнього циліндрів $r_2 / r_1 < 2$ результати, отримані на основі моделей для циліндричної і плоскої стінок, розрізняються менш ніж на 4%. Тому в переважній більшості випадків для вирішення нестационарних задач достатньо вміти визначати температурні поля при теплопередачі через плоску стінку.

Спроби отримати хоча б проміжні результати в цьому напрямку були зроблені в роботах [113, 114]. У них як один з прикладів розглядався несиметричний нагрів плоскої пластини. Цей випадок в силу однаковості температур по обидва боки пластини відповідає умовам регенеративного теплообміну. Але прийняті різні коефіцієнти тепловіддачі намічали можливий шлях вирішення задачі нестационарної теплопередачі. В роботі [113] було намічено лише напрямок можливого рішення без приведення його виду. В роботі [114], що вийшла пізніше ніж [113] і багато в чому повторює її результати, наведено рішення для визначення безрозмірюваного температурного поля. Після закінчення певного проміжку часу в кінці розглянутого процесу хоча і несиметричного, але все ж нагрівання, всі крапки пластини повинні мати однакову температуру, рівну температурі навколишнього середовища. Наведене в [114] вираження не показує цього.

Надалі рішення задач нестационарної теплопередачі зводяться до різного роду чисельним дослідженням. Але навіть при найпростішій реалізації [122] з мінімально можливою кількістю розрахункових вузлів, отримані результати не володіють ступенем спільності, що відрізняє аналітичні розрахунки.

В [123] було використано наближений розв'язок задачі нестационарної теплопередачі. Запропонований в цій роботі підхід застосуємо, наприклад, при дослідженні процесів в котельному обладнанні. Авторами використана

особливість процесу теплопередачі від газоподібних продуктів згоряння палива до рідкого теплоносія (води). Такий процес характеризується великим розходженням коефіцієнтів тепловіддачі з різних сторін теплопередавальної поверхні. Величини коефіцієнтів можуть відрізнятися на 2-3 порядки. Крім того, теплопередавальні поверхні характеризуються малою товщиною, високою теплопровідністю і, як наслідок, мають малий термічний опір. В результаті температура в стінці розглядається постійною. Величина температури приймається рівною температурі поверхні з боку рідкого теплоносія і близької до температури самого теплоносія.

Існує ряд випадків, коли подібні припущення неправомірні. Коефіцієнти тепловіддачі по різні боки теплопередавальної поверхні можуть виявитися хоча і різними, але порівнянними. Як приклад можна розглядати охолодження камери згоряння газотурбінного двигуна, коли з одного боку газоподібні продукти згоряння, з іншого - повітря. Аналогічна ситуація може виникнути і в прямоточних котлах при переміщенні кордонів розділу пар - вода. В цьому випадку з одного боку розташовані газоподібні продукти згоряння, з іншого - пар. У цьому ряду можна відзначити і пароперегрівачі. У всіх випадках температура і теплофізичні властивості теплоносія (повітря, пар) близькі до постійної. Аналогічні параметри з боку продуктів згоряння при використанні палива змінного складу істотно змінюються. Одним з них є коефіцієнт тепловіддачі, величина якого може змінюватися в кілька разів [124]. Ці особливості ведуть до збільшення кількості перехідних процесів і збільшення впливу акумуляції енергії в елементах конструкції на керованість протікають теплофізичних процесів.

Рішення задачі нестационарної теплопередачі ускладнене не тільки через розподіл математичної моделі, яка описує процеси в розмежувальному два середовища тілі, але і внаслідок необхідності обліку процесів, що протікають в оточуючих його середовищах. Іншими словами, завдання є пов'язаним. Точність рішення пов'язаного завдання лімітується найбільшою похибкою опису будь-якого з елементів вихідної моделі.

При вивченні поведінки систем управління в основному розглядаються динамічні режими. Математичним інструментом вивчення таких систем найчастіше є апарат звичайних диференціальних рівнянь. Загальні методи рішення мають лише їх лінійні форми. З цієї причини при побудові моделей об'єкта і контролера використовуються лінійні (лінеаризовані) підходи. Але більш точні моделі представляються нелінійними диференціальними рівняннями. Такий стан веде до того, що отримані результати можуть бути використані лише в діапазоні малих змін параметрів керованих процесів близько точки лінеаризації.

Використання в енергетичному обладнанні палива змінного складу [128, 129] замість сертифікованого, що має постійний склад, веде до безперервної зміни його теплотворної здатності, кількості продуктів згоряння, їх температури, теплофізичних властивостей і т. д. Це, в свою чергу, обумовлює зміну в широкому діапазоні параметрів процесів, що протікають, що підлягають управлінню. У такій ситуації використання результатів, отриманих на основі аналізу лінійних моделей, вельми проблематично, а в більшості випадків і неможливо.

Пошук нових підходів до аналізу нелінійних моделей є важливим елементом у вирішенні задачі оптимального управління енергообладнанням при використанні несертифікованого палива змінного складу.

Дієвим способом спрощення дослідження складних моделей є їх обезрозмерювання. Зниження мірності простору моделювання дозволяє не тільки на порядки зменшити кількість експериментальних досліджень (натурних і чисельних), але і полегшити отримання аналітичних залежностей. При стандартному застосуванні такого підходу в більшості випадків обмежуються зменшенням числа змінних і параметрів на величину, обумовлену π -теоремою. Як показує практика, це не є межа. Існують роботи, наприклад [130, 131], в яких обґрунтовується можливість більш глибокого перетворення моделей з ще більшим зменшенням кількості змінних. Відзначається, що за допомогою запропонованого способу

досягнуто максимально можливе зниження числа безрозмірюваних параметрів, але не виключає їх з розгляду повністю.

Гранично мінімальна можлива кількість безрозмірюваних величин визначається кількістю незалежних змінних. При стандартному підході до безрозмірювання крім них з'являються додаткові параметри. У їх якості виступають критерії подібності. Отже, існує необхідність у розгляді питання про виключення всіх або, у всякому разі, більшості критеріїв. В [132] відзначається така можливість, що ілюструється найпростішим прикладом і розглянута лише як сприятлива, бажана, але випадковість, яка веде до автотодельності.

Забезпечення автотодельності моделі і її рішення можливо, якщо набір параметрів, що визначають стан системи, не містить характерних масштабів незалежних змінних. Стандартний підхід до безрозмірювання математичних моделей будується в основному саме на введенні таких масштабів. У цьому полягає протиріччя, яке і є причиною рідкісного досягнення автотодельності. Шляхи виключення характерних масштабів незалежних змінних з процесу безрозмірювання в літературі не виявлено.

В якості ще одного методу узагальненого аналізу і розв'язання диференціальних рівнянь може бути розглянута теорія груп Лі. Спочатку теорія груп створювалася (кінець XIX століття) як демонстрація універсальності підходу до вже відомих розрізненим рішенням звичайних диференціальних рівнянь і в цьому сенсі не внесла нових рішень. Однак закладена ідея виявилася продуктивною при дослідженні моделей у знову виникаючих областях досліджень, при використанні нових видів рівнянь. Як правило, це рівняння в приватних похідних [133]. Причому на основі теорії груп можуть бути отримані як аналітичні, так і чисельні рішення [134]. Крім точних рішень в теорії груп існує напрямок використання наближених симетрій [135] і, відповідно, отримання наближених рішень.

Особливістю застосування групових методів при спробі вирішення будь-якого рівняння є використання довільних, зручних для розглянутого

випадку або навіть випадкових початкових рішень. Одне з найбільш відомих математичних застосувань безперервних груп знаходиться в теорії управління [136]. У розглянутій літературі не вдалося знайти прикладів застосування в якості початкових найбільш розроблених рішень лінеаризованих моделей для дослідження процесів, що описуються нелінійними рівняннями.

Односпрямованість методів обезрозмірювання і теорії груп на спрощення рішення диференціальних рівнянь привела до спроби їх об'єднання [137]. У більш вузькому додатку в [138] обезрозмірювання вихідних диференціальних рівнянь використано для спрощення аналізу отриманих з них, шляхом перетворення Лапласа, алгебраїчних рівнянь. Подібна операція є інструментом виявлення групи однорідних розтягувань. В рамках такого підходу в [139] розглядається питання: «Що ж все-таки є метою - обезрозмірити змінні або зменшити кількість параметрів моделі? Неупереджений погляд на це питання підказує, що мета полягає саме в зменшенні числа параметрів, а обезрозмірювання - всього лише засіб, який дозволяє в ряді випадків досягти саме такого результату ». Іноді це називають [140] "завданням приведення до мінімально-параметричної форми". Але як зазначалося вище, таке ставлення до обезрозмірювання визначається застосуванням стандартним підходом. У розглянутій літературі [140] не вдалося знайти прикладів поєднання спеціальних методів обезрозмірювання, що дозволяють досягти автотельності за параметрами (критеріями подібності) і ідей групових методів вирішення.

1.6 Постановка завдання дослідження.

Аналіз стану питання про моделі і методи, які використовуються для вирішення завдань управління енергетичним обладнанням показав, що відсутні кошти технологічного, інформаційного та математичного забезпечення, що підвищують ефективність експлуатації енергетичного

обладнання за рахунок моделей і методів, які забезпечують вирішення завдань управління.

Для моделювання змінного складу газоподібного палива в модельному поданні його умовної формули, що складається з рівнянь хімічної кінетики, записаних на основі балансу максимальних валентностей окислювальних і відновних елементів, а також законів збереження матеріального балансу, де замикаючим ставленням є закон Дальтона, не виявлено розрахункових моделей для визначення складу умовної формули газоподібного палива і його теплотворної здатності, що дають можливість організувати процес ефективного управління процесом спалювання палива змінного складу. Тому в дослідженні необхідно передбачити розробку моделі для визначення складу газоподібного палива будь-якого складу в модельному поданні умовною формулою пального в режимі реального часу в процесі його спалювання в спеціальному пристрої.

Для корекції умовної формули газоподібного пального необхідно розробити метод в основу якого будуть покладені надлишкові вимірювання витрат пального, повітря і температури полум'я, що дозволить компенсувати вплив внутрішніх і зовнішніх збурень, що призводять до нестійкого рішенням погано обумовленої системи рівнянь і дати можливість визначити стійке рішення моделі, для створення математичного забезпечення системи управління. Тому в дослідженні необхідно розробити метод корекції умовної формули газоподібного палива, що компенсує невизначеності моделі, що виникають внаслідок внутрішніх і зовнішніх збурень.

Для розробки методів математичного та фізичного моделювання теплоенергетичного обладнання необхідно розглянути спеціальні методи осереднення, що використовують апріорну математичну і експериментальну інформацію про досліджувані теплоенергетичні процеси. Це дозволить в нестационарних задачах зменшити простір змінних і перейти від розподілених параметрів до завдань в зосередженій постановці. Спеціальний метод обезрозмірювання дозволить в нестационарних задачах мінімізувати

кількість критеріїв з можливістю переходу до автотельності по ним для створення засобів технологічного забезпечення. Тому в дослідженні необхідно розробити основи математичного і фізичного моделювання, щоб забезпечити вирішення завдань теплоенергетичних процесів для сталого управління теплоенергетичним обладнанням.

Для подальшого розвитку методу розв'язання задачі нестационарної теплопередачі необхідно розробити метод усереднення і обезрозмірювання для можливості замість вирішення завдання в розподіленій постановці отримати аналітичний розв'язок задачі в зосередженій постановці для удосконалення інформаційного забезпечення автоматизованих систем управління. Тому в дослідженні необхідно розробити прикладні методи вирішення завдань: нестационарної теплопередачі для обліку акумулюючих властивостей об'єкта управління.

Для подальшого розвитку методу рішення нелінійного рівняння інерційного ланки другого порядку необхідно розробити метод граничного зменшення кількості змінних за рахунок обезрозмірювання і використання методу груп Лі. Це дасть можливість отримати наближене аналітичне рішення для удосконалення інформаційного забезпечення автоматизованих систем управління. Тому в дослідженні необхідно розробити метод розв'язання рівняння інерційної ланки другого порядку в нелінійній постановці для використання в моделі системи управління.

Тому метою дисертаційної роботи є створення засобів технологічного, інформаційного та математичного забезпечення, що підвищують ефективність експлуатації енергетичного обладнання за рахунок моделей і методів, які забезпечують вирішення завдань управління.

Для досягнення мети необхідно вирішити ряд наступних завдань.

На основі проведеного аналізу відкритих джерел коштів забезпечення використання вторинних енергетичних ресурсів (ВЕР) штучного походження виявити методи, моделі та технічні засоби, щоб забезпечити вирішення

завдань управління теплоенергетичним обладнанням з дотриманням екологічних нормативів.

Розробити модель визначення складу газоподібного палива будь-якого складу в модельному поданні умовною формулою пального в режимі реального часу в процесі його спалювання в спеціальному пристрої.

Розробити метод корекції умовної формули газоподібного палива, що компенсує невизначеності моделі, що виникають внаслідок внутрішніх і зовнішніх збурень.

Розробити методологічні основи математичного і фізичного моделювання, що забезпечує вирішення завдань теплоенергетичних процесів для сталого управління теплоенергетичним обладнанням.

Розробити прикладні методи вирішення завдань: нестационарної теплопередачі для обліку акумулюючих властивостей об'єкта управління; рішення рівняння інерційної ланки другого порядку в нелінійній постановці для використання в моделі системи управління.

1.7 Висновки по розділу 1

1. Системи управління, які існують та проектуються, розраховані на використання сертифікованих палив постійного складу і здатні компенсувати невеликі зміни їх параметрів. Перехідні процеси, пов'язані, наприклад, зі зміною навантаження, не припускають зміни співвідношення компонентів і не вимагають додаткової настройки регулюючої апаратури.

2. Використання альтернативних видів палива передбачає істотне непередбачуване за часом (до декількох разів на годину) змінення їх хімічного складу й, відповідно, теплотворної здатності. Це веде до необхідності коригування коефіцієнта співвідношення компонентів (коефіцієнта надлишку окиснювача) і, як наслідок, до зміни кількості і складу продуктів згоряння, а також до зміни їх теплофізичних характеристик навіть при незмінному тепловому навантаженні обладнання.

3. Виявлено відсутність методів визначення складу пального в режимі реального часу, що є перешкодою для ефективного його використання в існуючому енергоукомплектуванні. Теоретичні дослідження задач моделювання автоматизованих систем управління та складу палива проводили С.М. Андреев, В.В. Казакевич, М.В. Максимов, Б.Н. Парсункін, В.Я. Ротач, Б.М. Гончаренко, В.П. Шевчук, Б.А. Ареф'єв, В.М. Глушко, Ч. Дрейпер, О.Г. Івахненко, В.П. Северин, В.М. Кунцевич, Л.М. Либерзон, В.Г. Матвейкін, Г.А. Медведєв, Д.Ю. Муромцев, В.Е. Волков, А.Б. Родов.

4. Використання пального змінного складу веде до зміни кількості і складу продуктів згоряння і, як наслідок, до виникнення великої кількості перехідних процесів в елементах енергообладнання. Крім того на процес вироблення теплової енергії в котлі істотний вплив здійснюють інерційні характеристики елементів обладнання, які проявляються в ємнісних властивостях газових трактів і здатності металевих елементів конструкції, що акумулюють енергію, і теплообмінних поверхонь. Відомо, що в об'єктах керування, які описуються диференціальними рівняннями вище за перший порядок, навіть при умовах, що вони є об'єктами з самовирівнюванням, можуть виникати процеси нестійкості внаслідок перехресних зв'язків та протилежної дії регуляторів.

5. Аналіз літературних джерел дозволив виявити недолік моделей і методів, необхідних для опису нестационарних і потенційно нестійких процесів в системі керування енергообладнанням.

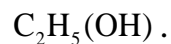
РОЗДІЛ 2

МОДЕЛЬ РОЗРАХУНКУ ЗМІННОГО СКЛАДУ ГАЗОПОДІБНОГО ПАЛЬНОГО

Даний розділ присвячений розробці моделі визначення довільного складу газоподібного палива в вигляді узагальненої формули палива в режимі реального часу в процесі його використання.

2.1 Математична модель визначення складу продуктів згоряння

Для з'ясування особливостей побудови моделі цей процес будемо здійснювати з залученням прикладу спалювання спирту в повітрі. Запишемо умовні формули пального і окислювача. З урахуванням хімічної структури етилового спирту його формула має вигляд:



Виходячи з умов побудови моделі, немає необхідності враховувати структуру даної речовини. В цьому випадку умовна формула пального має вигляд:



Тут b_C, b_H, b_O - кількість відповідних атомів в умовній формулі пального. Для етилового спирту:

$$b_C = 2, \quad b_H = 6, \quad b_O = 1. \quad (2.2)$$

В якості окислювача розглянемо повітря. Його склад в об'ємних частках відповідає приблизно: 21% - O_2 кисень, 78% - N_2 азот і 1% припадає на різні домішки у вигляді аргону, вуглекислого газу та інших, в загальному інертних, домішок. Всі домішки не беруть участі в процесі горіння так само, як і азот. В силу цього для спрощення розрахунків всі домішки представимо у вигляді ще 1% - N_2 . В кінцевому підсумку повітря в розрахунках видається виходячи зі складу: 21% - O_2 кисень, 79% - N_2 азот. Умовна формула

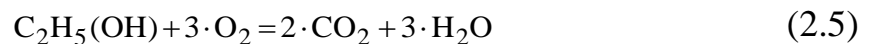
будується виходячи з кількості атомів, що входять, наприклад, в структурну формулу. Тому перейдемо від об'ємних до масових часток. Прийmemo атомні маси:

$$\mu_{\text{O}} = 15.9994; \quad \mu_{\text{N}} = 14.0070. \quad (2.3)$$

В цьому випадку з урахуванням прийнятого відсоткового складу формула повітря буде мати вигляд:

$$\text{O}_{0.419}\text{N}_{1.581}. \quad (2.4)$$

Розглянемо реакцію горіння спирту в кисні при їх стехіометричному співвідношенні:



З (2.5) випливає, що для стехіометричного спалювання одного молю спирту необхідно три молю кисню. Іншими словами, для пари спирт - кисень молярний стехіометричний коефіцієнт має значення:

$$\chi_0^{\text{O}} = 3. \quad (2.6)$$

З урахуванням же прийнятого складу окислювача у вигляді повітря (2.4) молярний стехіометричний коефіцієнт реакції буде дорівнювати:

$$\chi_0^{\text{w}} = 14.32. \quad (2.7)$$

Реакції горіння в енергетичному обладнанні йдуть не обов'язково в стехіометричному співвідношенні. Це враховується введенням коефіцієнту надлишку окислювача α_i всі співвідношення реакцій будуються з використанням мольного коефіцієнту співвідношення компонентів:

$$\chi^w = \alpha \cdot \chi_0^w \quad (2.8)$$

Коефіцієнт надлишку окислювача показує перевищення мольного коефіцієнту співвідношення компонентів над мольстехіометричним.

Розрахунок складу продуктів згоряння ведеться на основі умовної формули палива, що включає пальне і окислювач з урахуванням величини. Так для етилового спирту з урахуванням (2.1), (2.2), (2.4), (2.7) і (2.8) ця формула буде мати вигляд:

$$C_2H_6O_{(1+\alpha \cdot \chi_0^w \cdot 0.419)} N_{(\alpha \cdot \chi_0^w \cdot 1.581)} \quad (2.9)$$

У загальному вигляді для довільного вуглеводневого кисневмісного пального, що спалюється в повітрі, умовна формула палива буде мати вигляд:

$$C_{b_C} H_{b_H} O_{(b_O + \alpha \cdot \chi_0^w \cdot 0.419)} N_{(\alpha \cdot \chi_0^w \cdot 1.581)} \quad (2.10)$$

Запишемо перелік речовин і іонів, які можуть утворитися в процесі горіння такого палива:

$$[CO], [CO_2], [H_2], [O_2], [H_2O], [OH], [N_2], [NO], [C], [H], [O], [N]. \quad (2.11)$$

Визначення складу продуктів згоряння полягає в знаходженні кількісного співвідношення газів з цього переліку. Кількість невідомих в моделі визначається переліком речовин в (2.11).

При варіюванні коефіцієнту надлишку окислювача α буде змінюватися кількість і склад речовин, що утворюються. Наприклад при $\alpha < 1$, тобто при нестачі окислювача, в суміші може бути відсутній $[O_2]$ і бути присутні $[CO]$ и $[H_2]$. На противагу цьому при $\alpha > 1$ з'являються $[O_2]$ и $[NO]$, але

зникають $[CO]$ и $[H_2]$. До складу продуктів згоряння можуть входити і інші речовини більш складного складу, але при будь-якій величині α їх кількість буде зникаюче мало. Тому в розрахунках вони не беруться до уваги. Таким чином в (2.11) наведено перелік речовин, що охоплює практично важливі випадки.

Розглянемо рівняння хімічної рівноваги для речовин зі списку (2.11). Їх перелік наведено в (табл. 2.1.).

Таблиця 2.1 – Основні реакції утворення залежних речовин

1	$CO \leftrightarrow C + O$
2	$CO_2 \leftrightarrow C + 2O$
3	$H_2O \leftrightarrow 2H + O$
4	$OH \leftrightarrow H + O$
5	$H_2 \leftrightarrow 2H$
6	$O_2 \leftrightarrow 2O$
7	$N_2 \leftrightarrow 2N$
8	$NO \leftrightarrow N + O$

Для рівнянь, наведених в таблиці, можна записати закон діючих мас, який являє собою відношення концентрації речовин відповідних реакцій, що є константою хімічної рівноваги. Так, наприклад, для другого рівняння з (табл. 2.1.) Вираз закону матиме вигляд:

$$\frac{c(C) \cdot c^2(O)}{c(CO_2)} = K_{CO_2}(T). \quad (2.12)$$

Тут $c(C)$, $c(O)$, $c(CO_2)$ - молярні концентрації відповідно вуглецю, кисню і вуглекислого газу, $K_{CO_2}(T)$ - константа хімічної рівноваги утворення вуглекислого газу при деякій температурі T . Показник ступеня визначається

коефіцієнтом при відповідному хімічному елементі. Рівняння виду (2.12), записані для речовин з (табл.2.1) є частиною розроблюваної моделі.

Зручніше склад суміші газів визначатимуть не через концентрації, а через їх парціальні тиски. Рівняння виду (2.12) можна виразити і через ці величини. Молярні концентрації продуктів згорання визначаються по відношенню, наприклад, до одного молю палива на підставі виразу (2.10). Для заміни концентрацій на парціальні тиски додатково до них введемо ще одну змінну M_T - кількість розглянутих молей палива. Її величину будемо не вибирати, а визначати в процесі розрахунків таким чином, щоб величини парціальних тисків газів чисельно були рівні їх концентраціям. Таким чином всього модель включає 13 невідомих величин: 12 парціальних тисків газів (2.11) в продуктах згорання і число молей даної кількості палива.

Перші 8 рівнянь запишемо, висловлюючи через парціальні тиски продуктів згорання закон діючих мас для реакцій з (табл. 1):

$$\frac{P_C \cdot P_O}{P_{CO}} = K_{CO}(T); \quad (2.13)$$

$$\frac{P_C \cdot P_O^2}{P_{CO_2}} = K_{CO_2}(T); \quad (2.14)$$

$$\frac{P_H^2 \cdot P_O}{P_{H_2O}} = K_{H_2O}(T); \quad (2.15)$$

$$\frac{P_H \cdot P_O}{P_{OH}} = K_{OH}(T); \quad (2.16)$$

$$\frac{P_H^2}{P_{H_2}} = K_{H_2}(T); \quad (2.17)$$

$$\frac{P_O^2}{P_{O_2}} = K_{O_2}(T); \quad (2.18)$$

$$\frac{P_N^2}{P_{N_2}} = K_{N_2}(T); \quad (2.19)$$

$$\frac{P_N \cdot P_O}{P_{NO}} = K_{NO}(T). \quad (2.20)$$

Константи хімічної рівноваги табульовані у відповідних довідниках і в розрахунках для відповідної температури можуть бути обрані або розраховані за допомогою апроксимаційних поліномів. Крім того вони можуть бути розраховані на основі ентальпій утворень і ентропій речовин, що входять в розглянуті реакції, які, в свою чергу, також табульовані або можуть бути розраховані на основі апроксимаційних поліномів [11].

Наступні 4 рівняння запишемо, висловлюючи закон збереження речовини у вигляді рівності кількості атомів відповідного хімічного елемента в паливі та продуктах згоряння. Скористаємося тим, що в даному випадку парціальні тиски газів в продуктах згоряння чисельно рівні їх концентраціям. Кількість атомів в паливі беремо на підставі виразу (2.10) з урахуванням кількості розглянутих його молекул M_T :

$$\text{для [C]} \quad b_C \cdot M_T = P_{CO} + P_{CO_2} + P_C; \quad (2.21)$$

$$\text{для [H]} \quad b_H \cdot M_T = 2 \cdot P_{H_2O} + P_{OH} + 2 \cdot P_{H_2} + P_H; \quad (2.22)$$

$$\text{для [O]} \quad (b_O + \alpha \cdot \chi_0^w \cdot 0.419) \cdot M_T = P_{CO} + 2 \cdot P_{CO_2} + P_{H_2O} + P_{OH} + 2 \cdot P_{O_2} + P_{NO} + P_O; \quad (2.23)$$

$$\text{для [N]} \quad (\alpha \cdot \chi_0^w \cdot 1.581) \cdot M_T = 2 \cdot P_{N_2} + P_{NO} + P_N. \quad (2.24)$$

Для замикання системи в якості останнього рівняння запишемо закон Дальтона, що виражає рівність суми парціальних тисків газів тиску в камері згоряння (топці) P_Σ :

$$P_\Sigma = P_{CO} + P_{CO_2} + P_{H_2O} + P_{OH} + P_{H_2} + P_{O_2} + P_{N_2} + P_{NO} + P_C + P_H + P_O + P_N. \quad (2.25)$$

2.2 Метод рішення модельної задачі

Записана модель являє собою систему нелінійних алгебраїчних рівнянь. Для її вирішення може бути використаний метод Ньютона. Він має на увазі лінеаризацію рівнянь системи і рішення їх щодо поправок невідомих величин. Рішення отриманої системи складно. Це викликано дуже малою величиною деяких членів (парціальних тисків) і великою різницею в величинах між ними. Вона може досягати 10-15 порядків. Це веде до нестійкості і великої похибки рішення.

Для підвищення точності вихідну систему рівнянь (2.13 2.25) прологарифмуємо. Це призведе до того, що члени модифікованої таким чином системи залишаться нелінійними, але будуть відрізнятися між собою не більше ніж в 10 15 разів. Операцію логарифмування виконаємо для всіх рівнянь моделі (2.13 2.25). Спочатку для рівнянь, що відображають закон діючих мас (2.13 2.20):

$$\ln(P_C) + \ln(P_O) - \ln(P_{CO}) - \ln[K_{CO}(T)] = 0; \quad (2.26)$$

$$\ln(P_C) + 2 \cdot \ln(P_O) - \ln(P_{CO_2}) - \ln[K_{CO_2}(T)] = 0; \quad (2.27)$$

$$2 \cdot \ln(P_H) + \ln(P_O) - \ln(P_{H_2O}) - \ln[K_{H_2O}(T)] = 0; \quad (2.28)$$

$$\ln(P_H) + \ln(P_O) - \ln(P_{OH}) - \ln[K_{OH}(T)] = 0; \quad (2.29)$$

$$2 \cdot \ln(P_H) - \ln(P_{H_2}) - \ln[K_{H_2}(T)] = 0; \quad (2.30)$$

$$2 \cdot \ln(P_O) - \ln(P_{O_2}) - \ln[K_{O_2}(T)] = 0; \quad (2.31)$$

$$2 \cdot \ln(P_N) - \ln(P_{N_2}) - \ln[K_{N_2}(T)] = 0; \quad (2.32)$$

$$\ln(P_N) + \ln(P_O) - \ln(P_{NO}) - \ln[K_{NO}(T)] = 0.$$

Потім виконаємо логарифмування для рівнянь, що відображають закон збереження речовини (2.21 2.24):

$$\text{для [C]} \quad \ln(P_{\text{CO}} + P_{\text{CO}_2} + P_{\text{C}}) - \ln(M_{\text{T}}) - \ln(b_{\text{C}}) = 0; \quad (2.33)$$

$$\text{для [H]} \quad \ln(2 \cdot P_{\text{H}_2\text{O}} + P_{\text{OH}} + 2 \cdot P_{\text{H}_2} + P_{\text{H}}) - \ln(M_{\text{T}}) - \ln(b_{\text{H}}) = 0; \quad (2.34)$$

$$\begin{aligned} \text{для [O]} \quad & \ln(P_{\text{CO}} + 2 \cdot P_{\text{CO}_2} + P_{\text{H}_2\text{O}} + P_{\text{OH}} + 2 \cdot P_{\text{O}_2} + P_{\text{NO}} + P_{\text{O}}) - \\ & - \ln(M_{\text{T}}) - \ln(b_{\text{O}} + \alpha \cdot \chi_0^{\text{w}} \cdot 0.419) = 0 \end{aligned} \quad (2.35)$$

$$\text{для [N]} \quad \ln(2 \cdot P_{\text{N}_2} + P_{\text{NO}} + P_{\text{N}}) - \ln(M_{\text{T}}) - \ln(\alpha \cdot \chi_0^{\text{w}} \cdot 1.581) = 0 \quad (2.36)$$

В кінцевому підсумку виконаємо логарифмування рівняння, що відображає закон Дальтона (2.25):

$$\begin{aligned} & \ln(P_{\text{CO}} + P_{\text{CO}_2} + P_{\text{H}_2\text{O}} + P_{\text{OH}} + P_{\text{H}_2} + P_{\text{O}_2} + P_{\text{N}_2} + P_{\text{NO}} + \\ & + P_{\text{C}} + P_{\text{H}} + P_{\text{O}} + P_{\text{N}}) - \ln(P_{\Sigma}) = 0 \end{aligned} \quad (2.37)$$

Виконане логарифмування не вирішує повністю проблему великої різниці між членами рівнянь лінеаризованої системи. При лінеаризації, що проводиться звичайним чином, з використанням в якості аргументів шуканих величин (парціальних тисків продуктів згоряння) поправки будуть визначатися для них. Отже, вони можуть різнитися між собою на ті ж 10-15 порядків. Щоб уникнути цього в якості аргументів при диференціюванні будемо використовувати логарифми шуканих аргументів (парціальних тисків і величини M_{T}). Члени рівнянь (2.26-2.37) є логарифмами будь-яких функцій. Всі рівняння мають вигляд $\sum_i \{\ln[f(x_i)]\}$. У зв'язку з цим для виконання лінеаризації необхідно знайти похідні виду:

$$\frac{d \sum_i \{\ln[f(x_i)]\}}{d[\ln(x_i)]} = \frac{\sum_i d\{\ln[f(x_i)]\}}{d[\ln(x_i)]}. \quad (2.38)$$

Особливістю рівнянь (2.26-2.37) є лінійний характер функцій $f(x_i)$. З цієї

причини форма похідної (2.38) буде мати вигляд:

$$\frac{d[\ln(k \cdot x + a)]}{d[\ln(x)]}, \quad (2.39)$$

де k , a – постійні.

Виконаємо заміну: $t = \ln(x) \Rightarrow x = e^t$ у виразі (2.39). В результаті отримаємо:

$$\frac{d[\ln(k \cdot x + a)]}{d[\ln(x)]} = \frac{d[\ln(k \cdot e^t + a)]}{d(t)} = \frac{1}{k \cdot e^t + a} \cdot k \cdot e^t \quad (2.40)$$

З урахуванням зворотної підстановки з (2.40) маємо:

$$\frac{1}{k \cdot e^t + a} \cdot k \cdot e^t = \frac{k \cdot x}{k \cdot x + a}, \quad (2.41)$$

або у кінцевому підсумку:

$$\frac{d[\ln(k \cdot x + a)]}{d[\ln(x)]} = \frac{k \cdot x}{k \cdot x + a}. \quad (2.42)$$

Для прикладу, розглянемо рівняння (2.27):

$$\ln(P_C) + 2 \cdot \ln(P_O) - \ln(P_{CO_2}) = \ln[K_{CO_2}(T)],$$

Після його лінеаризації з використанням (2.42) у результаті отримаємо:

$$\begin{aligned} 1 \cdot \Delta[\ln(P_C)] + 2 \cdot \Delta[\ln(P_O)] - 1 \cdot \Delta[\ln(P_{CO_2})] = \\ (-1) \cdot \{\ln(P_C) + 2 \cdot \ln(P_O) - \ln(P_{CO_2}) - \ln[K_{CO_2}(T)]\}^0. \end{aligned} \quad (2.43)$$

Тут верхній індекс⁰ говорить про те, що вираз у фігурних дужках є початковим наближенням або береться з попереднього кроку розрахунку.

Щоб трохи знизити громіздкість записів, у подальшому вираз виду $\Delta[\ln(P_O)]$ буде представлятися як Δ_O , а, наприклад, $\Delta[\ln(P_{CO_2})]$ як Δ_{CO_2} .

Велику складність представляє обробка у такий спосіб рівнянь виду (2.21-2.25). Розглянемо як приклад рівняння (2.21). Після його логарифмування отримаємо:

$$\ln(b_C) + \ln(M_T) = \ln(P_{CO} + P_{CO_2} + P_C), \quad (2.44)$$

а після лінеаризації:

$$\frac{P_{CO}}{A} \cdot \Delta_{CO} + \frac{P_{CO_2}}{A} \cdot \Delta_{CO_2} + \frac{P_C}{A} \cdot \Delta_C - 1 \cdot \Delta_{M_T} =, \quad (2.45)$$

$$(-1) \cdot [\ln(A) - \ln(M_T) - \ln(b_C)]^0$$

де $A = P_{CO} + P_{CO_2} + P_C$.

Перетворивши описаним способом вихідну систему (2.13 2.25), отримаємо лінеаризовану систему рівнянь:

$$1 \cdot \Delta_C + 1 \cdot \Delta_O - 1 \cdot \Delta_{CO} = (-1) \cdot \{\ln(P_C) + \ln(P_O) - \ln(P_{CO}) - \ln[K_{CO}(T)]\}^0; \quad (2.46)$$

$$1 \cdot \Delta_C + 2 \cdot \Delta_O - 1 \cdot \Delta_{CO_2} = (-1) \cdot \{\ln(P_C) + 2 \cdot \ln(P_O) - \ln(P_{CO_2}) - \ln[K_{CO_2}(T)]\}^0; \quad (2.47)$$

$$2 \cdot \Delta_H + 1 \cdot \Delta_O - 1 \cdot \Delta_{H_2O} = (-1) \cdot \{2 \cdot \ln(P_H) + \ln(P_O) - \ln(P_{H_2O}) - \ln[K_{H_2O}(T)]\}^0 \quad (2.48)$$

$$1 \cdot \Delta_H + 1 \cdot \Delta_O - 1 \cdot \Delta_{OH} = (-1) \cdot \{\ln(P_H) + \ln(P_O) - \ln(P_{OH}) - \ln[K_{OH}(T)]\}^0; \quad (2.49)$$

$$2 \cdot \Delta_H - 1 \cdot \Delta_{H_2} = (-1) \cdot \{2 \cdot \ln(P_H) - \ln(P_{H_2}) - \ln[K_{H_2}(T)]\}^0; \quad (2.50)$$

$$2 \cdot \Delta_O - 1 \cdot \Delta_{O_2} = (-1) \cdot \{2 \cdot \ln(P_O) - \ln(P_{O_2}) - \ln[K_{O_2}(T)]\}^0; \quad (2.51)$$

$$2 \cdot \Delta_N - 1 \cdot \Delta_{N_2} = (-1) \cdot \{2 \cdot \ln(P_N) - \ln(P_{N_2}) - \ln[K_{N_2}(T)]\}^0; \quad (2.52)$$

$$1 \cdot \Delta_N + 1 \cdot \Delta_O - 1 \cdot \Delta_{NO} = (-1) \cdot \{\ln(P_N) + \ln(P_O) - \ln(P_{NO}) - \ln[K_{NO}(T)]\}^0; \quad (2.53)$$

$$\begin{aligned} \text{для [C]} \quad & \frac{P_{\text{CO}}}{A} \cdot \Delta_{\text{CO}} + \frac{P_{\text{CO}_2}}{A} \cdot \Delta_{\text{CO}_2} + \frac{P_{\text{C}}}{A} \cdot \Delta_{\text{C}} - 1 \cdot \Delta_{M_T} = \\ & = (-1) \cdot [\ln(A) - \ln(M_T) - \ln(b_C)]^0, \end{aligned} \quad (2.54)$$

де $A = P_{\text{CO}} + P_{\text{CO}_2} + P_{\text{C}}$;

$$\begin{aligned} \text{для [H]} \quad & \frac{2 \cdot P_{\text{H}_2\text{O}}}{B} \cdot \Delta_{\text{H}_2\text{O}} + \frac{P_{\text{OH}}}{B} \cdot \Delta_{\text{OH}} + \frac{2 \cdot P_{\text{H}_2}}{B} \cdot \Delta_{\text{H}_2} + \frac{P_{\text{H}}}{B} \cdot \Delta_{\text{H}} - 1 \cdot \Delta_{M_T} = \\ & = (-1) \cdot [\ln(B) - \ln(M_T) - \ln(b_H)]^0, \end{aligned} \quad (2.55)$$

де $B = 2 \cdot P_{\text{H}_2\text{O}} + P_{\text{OH}} + 2 \cdot P_{\text{H}_2} + P_{\text{H}}$;

$$\begin{aligned} \text{для [O]} \quad & \frac{P_{\text{CO}}}{B} \cdot \Delta_{\text{CO}} + \frac{2 \cdot P_{\text{CO}_2}}{B} \cdot \Delta_{\text{CO}_2} + \frac{P_{\text{H}_2\text{O}}}{B} \cdot \Delta_{\text{H}_2\text{O}} + \frac{P_{\text{OH}}}{B} \cdot \Delta_{\text{OH}} + \frac{2 \cdot P_{\text{O}_2}}{B} \cdot \Delta_{\text{O}_2} + \\ & + \frac{P_{\text{NO}}}{B} \cdot \Delta_{\text{NO}} + \frac{P_{\text{O}}}{B} \cdot \Delta_{\text{O}} - 1 \cdot \Delta_{M_T} = \\ & = (-1) \cdot [\ln(B) - \ln(M_T) - \ln(b_O + \alpha \cdot \chi_0^w \cdot 0.419)]^0, \end{aligned} \quad (2.56)$$

де $B = P_{\text{CO}} + 2 \cdot P_{\text{CO}_2} + P_{\text{H}_2\text{O}} + P_{\text{OH}} + 2 \cdot P_{\text{O}_2} + P_{\text{NO}} + P_{\text{O}}$;

$$\begin{aligned} \text{для [N]} \quad & \frac{P_{\text{N}_2}}{\Gamma} \cdot \Delta_{\text{N}_2} + \frac{P_{\text{NO}}}{\Gamma} \cdot \Delta_{\text{NO}} + \frac{P_{\text{N}}}{\Gamma} \cdot \Delta_{\text{N}} - 1 \cdot \Delta_{M_T} = \\ & = (-1) \cdot [\ln(\Gamma) - \ln(M_T) - \ln(\alpha \cdot \chi_0^w \cdot 1.581)]^0, \end{aligned} \quad (2.57)$$

де $\Gamma = 2 \cdot P_{\text{N}_2} + P_{\text{NO}} + P_{\text{N}}$;

$$\begin{aligned} \text{для [P}_\Sigma] \quad & \frac{P_{\text{CO}}}{D} \cdot \Delta_{\text{CO}} + \frac{P_{\text{CO}_2}}{D} \cdot \Delta_{\text{CO}_2} + \frac{P_{\text{H}_2\text{O}}}{D} \cdot \Delta_{\text{H}_2\text{O}} + \frac{P_{\text{OH}}}{D} \cdot \Delta_{\text{OH}} + \frac{P_{\text{H}_2}}{D} \cdot \Delta_{\text{H}_2} + \\ & \frac{P_{\text{O}_2}}{D} \cdot \Delta_{\text{O}_2} + \frac{P_{\text{N}_2}}{D} \cdot \Delta_{\text{N}_2} + \frac{P_{\text{NO}}}{D} \cdot \Delta_{\text{NO}} + \frac{P_{\text{C}}}{D} \cdot \Delta_{\text{C}} + \frac{P_{\text{H}}}{D} \cdot \Delta_{\text{H}} + \frac{P_{\text{O}}}{D} \cdot \Delta_{\text{O}} + \frac{P_{\text{N}}}{D} \cdot \Delta_{\text{N}} = \\ & = (-1) \cdot [\ln(D) - \ln(P_\Sigma)]^0, \end{aligned} \quad (2.58)$$

де $D = P_{CO} + P_{CO_2} + P_{H_2O} + P_{OH} + P_{H_2} + P_{O_2} + P_{N_2} + P_{NO} + P_C + P_H + P_O + P_N$.

Рішення будується на припущенні про ізоентальпійності процесу у камері згоряння (топці) енергетичного обладнання. Для обраної пари пального окислювач з відомими для них ентальпії $I^{(r)}$ та $I^{(o)}$ і заданою величиною χ^w (2.8) мольного коефіцієнту співвідношення компонентів обчислюється ентальпія палива:

$$I^{(T)} = I^{(r)} + \chi^w \cdot I^{(o)} \quad (2.59)$$

Далі процес вирішення будується у відповідності з наступним алгоритмом:

1. Вибирається деяка температура T^0 (початкове наближення). Вона вважається реалізованою у розглянутий момент у камері згоряння $T_i = T^0$;
2. За допомогою ітераційного процесу на основі лінеаризованої моделі (2.46-2.58) визначається склад (парціальні тиски, а, отже, і молярні частки) продуктів згоряння, відповідної поточної розглянутої температури T_i . Як зазначалося раніше необхідні для цього розрахунку значення констант хімічної рівноваги можуть бути взяті з таблиць або розраховані за допомогою апроксимаційних поліномів, подібних, наведеними у [11];
3. Визначаються ентальпії продуктів згоряння, відповідної поточної розглянутої температури T_i . Ці величини можуть бути також взяті з таблиць або розраховані за допомогою апроксимаційних поліномів, подібних, наведеними у [11];
4. Використовуючи значення парціальних тисків як величини блискавки часткою відповідних газів, що входять до складу продуктів згоряння, обчислюється їх ентальпія $I_{ПС}$:

$$I_{\text{ПС}} = \sum_i (P_i \cdot I_i). \quad (2.60)$$

5. Порівнюються величини ентальпій палива і продуктів згоряння при поточній розглянутій температурі. Слід враховувати, що використані для розрахунку $I_{\text{ПС}}$ значення парціальних тисків чисельно дорівнює мольній концентрації тільки у тому випадку, коли розглядається M_T молей палива. Іншими словами, порівняння ентальпій має відбуватися у вигляді співвідношення $M_T \cdot I^{(T)} \Leftrightarrow I_{\text{ПС}}$;
6. У разі рівності цих величин або допустимої величини відхилення температура і склад продуктів згоряння **вважаються певними. Розрахунок зупиняється.** В іншому випадку переходимо до наступного пункту;
7. Залежно від перевищення лівої чи правої частини виразу $M_T \cdot I^{(T)} \Leftrightarrow I_{\text{ПС}}$ відбувається коригування значення поточної розглянутої температури T_i у бік її збільшення або зменшення. З новим значенням величини T_i переходимо до пункту 2 алгоритму і всі розрахунки повторюємо.

В основу розрахунків покладено припущення про ізоентальпійність процесу горіння палива. Такий стан спостерігається лише в окремих енергетичних установках. Наприклад, в камерах згоряння рідинних ракетних двигунів (РРД) за рахунок спеціальним чином організованої системи охолодження. Такий підхід може бути реалізований і при розрахунку процесів в циліндрі двигуна внутрішнього згоряння (ДВЗ) в межах одного такту його роботи. Це обумовлюється швидкістю протікання, і, відповідно, малою часткою втрат через стінки циліндра. У переважній більшості енергетичних пристроїв умови ізоентальпійності процесу горіння не здійсненні. З цієї причини для досліджень було розроблено спеціальний пристрій.

2.3 Перевірка працездатності моделі на прикладі визначення температури і складу продуктів згоряння кисневмісних горючих. Оцінка достовірності отриманих результатів

Перевірка працездатності виконана шляхом вирішення відповідної задачі для трьох типів кисневмісних горючих: 1) включає до свого складу хімічно зв'язаний кисень - на прикладі етилового спирту; 2) включає до свого складу кисень у вигляді індивідуальної, активної речовини - на прикладі суміші метану з повітрям, яка може утворюватися при дегазації шахт; 3) включає до свого складу хімічно зв'язаний кисень, що входить до складу негорючої частини суміші газів - на прикладі газу, що утворюється при бродінні у метантенке.

2.3.1. Визначення температури і складу продуктів згоряння етилового спирту у повітрі

Етиловий спирт як пальне для вирішення модельної задачі обраний через його широке поширення і наявності результатів, придатних перевірки адекватності розробленої моделі. Так в [24] наведені результати розрахунків процесу горіння етилового спирту в повітрі при зміні α в діапазоні [0.7 - 1.4]. Були виконані розрахунки, що охоплюють більш широкий діапазон зміни α [0.5 - 2]. Порівняємо розраховані температури і величини парціальних тисків деяких газів. Частину речовин для порівняння виберемо виходячи з їх помітної частки в складі продуктів згоряння. Це пов'язано з тим, що саме вони в основному визначають ентальпію газової суміші а отже, і її температуру. Розглянемо також величини парціальних тисків окису вуглецю (чадного газу) і окису азоту. Це пов'язане з тим, що вони визначають шкідливі викиди продуктів згоряння.

Вище було виконано обґрунтування обліку в складі повітря тільки

кисню та азоту. Крім того в розрахунках будуть задані умови застосування спирту зі 100% концентрацією. Це зроблено для спрощення моделі і розрахунків на її основі. На практиці це не відповідає дійсності і спирт завжди містить в своєму складі деяку кількість води. Так в [24] наведені результати для випадку спирту з 5% вмісту. Крім того враховується вміст у повітрі деякої кількості аргону і вуглекислого газу (сумарно в межах 1%). Відхилення закладених в розрахунки умов від даних довідника [24] дозволить оцінити чутливість розробленої моделі до похибки завдання вихідних даних.

В (табл. 2.1.) Наведені результати розрахунку на основі моделі (2.46-2.58) для різних значень α . В (табл. 2.2.) приведені дані, взяті з [24]. На (рис. 2.1) у графічному вигляді наведені результати розрахунку параметрів продуктів згоряння (суцільні лінії) і дані, взяті з [24] (пунктирні лінії). Штрих-пунктирною лінією відзначено положення, відповідне стехіометричному співвідношенню компонентів $\alpha = 1$.

Таблиця 2.1 – Результати розрахунку визначення складу і температури продуктів згоряння етилового спирту у повітрі на основі моделі (2.46 2.58) для різних значень α

α	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2
T, K	1567	1781	1951	2089	2198	2225	2146	2048
P_{CO}	1,35E-01	1,09E-01	8,29E-02	5,58E-02	2,86E-02	8,38E-03	2,36E-03	7,74E-04
P_{CO2}	5,23E-02	6,03E-02	7,18E-02	8,64E-02	1,03E-01	1,13E-01	1,10E-01	1,03E-01
P_{H2O}	1,35E-01	1,60E-01	1,76E-01	1,84E-01	1,85E-01	1,78E-01	1,66E-01	1,55E-01
P_{OH}	3,71E-07	7,77E-06	6,04E-05	2,84E-04	1,04E-03	2,43E-03	2,37E-03	1,71E-03
P_{H2}	1,46E-01	9,41E-02	5,61E-02	2,93E-02	1,17E-02	2,96E-03	8,48E-04	2,96E-04
P_{O2}	1,08E-11	3,73E-09	2,45E-07	7,68E-06	2,08E-04	4,27E-03	1,64E-02	2,99E-02
P_{N2}	5,31E-01	5,76E-01	6,13E-01	6,44E-01	6,70E-01	6,88E-01	6,98E-01	7,06E-01
P_{NO}	9,45E-09	4,26E-07	6,11E-06	5,10E-05	3,51E-04	1,72E-03	2,83E-03	2,99E-03
P_C	3,77E-20	3,61E-18	4,62E-17	1,68E-16	1,81E-16	2,05E-17	5,54E-19	1,42E-20
P_H	1,40E-05	9,02E-05	2,65E-04	4,86E-04	5,93E-04	3,47E-04	1,17E-04	3,75E-05
P_O	2,62E-11	5,09E-09	1,85E-07	2,95E-06	3,21E-05	1,73E-04	2,03E-04	1,37E-04
P_N	1,99E-13	1,80E-11	3,19E-10	2,33E-09	9,40E-09	1,31E-08	5,07E-09	1,40E-09
M_T	9,38E-02	8,48E-02	7,73E-02	7,11E-02	6,57E-02	6,09E-02	5,62E-02	5,21E-02

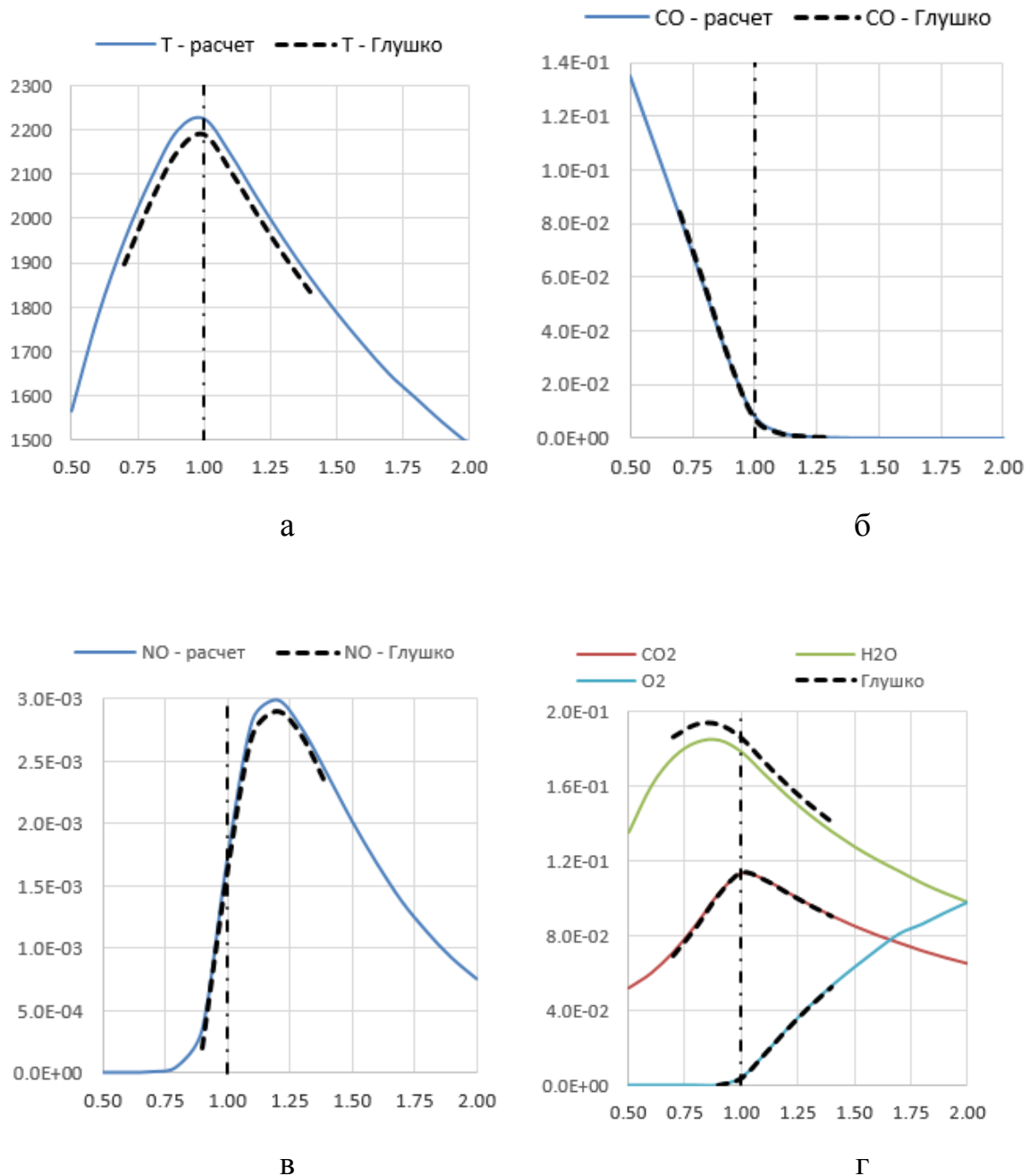


Рисунок 2.1 – Результати розрахунків і дані з довідника [24] для продуктів згоряння етилового спирту у повітрі при різних значеннях α :
 а - температура; б - парціальний тиск окису вуглецю; в - парціальний тиск окису азоту; г - парціальні тиски вуглекислого газу, водяної пари і вільного КИСНЮ

Порівняння графіків показує якісний збіг розглянутих результатів. Помітні розбіжності спостерігаються для температури (рис. 2.1, а) і парціального тиску парів води (рис. 2.1, г). Кількісну величину цих

розбіжностей можна оцінити з даних, наведених у (табл. 2.3.).

Таблиця 2.3 – Відносні відхилення для величин процесу спалювання етилового спирту у повітрі між результатами розрахунків та даними з [24]

α	0.7			1.0			1.4		
	Роз-нок	Глушко	ϵ	Роз-нок	Глушко	ϵ	Роз-нок	Глушко	ϵ
T, K	1951	1897	2.8%	2225	2190	1.6%	1869	1835	1.8%
P_{CO}	8.29E-02	8.42E-02	0.1%	8.38E-03	7.50E-03	0.1%			
P_{NO}				1.72E-03	1.60E-03	0.0%	2.40E-03	2.30E-03	0.0%
P_{CO2}	7.18E-02	6.91E-02	0.3%	1.13E-01	1.14E-01	0.0%	9.06E-02	9.03E-02	0.0%
P_{H2O}	1.76E-01	1.86E-01	1.1%	1.78E-01	1.86E-01	0.8%	1.36E-01	1.41E-01	0.5%
P_{O2}				4.27E-03	3.60E-03	0.1%	5.32E-02	5.28E-02	0.0%

Відхилення у визначенні температури і парціального тиску парів води можна пояснити відмінностями в складі пального, прийнятого в розрахунках, і використаного при отриманні даних для довідника [24]. Зміст в останньому випадку 5% води веде до зменшення ентальпії в порівнянні з 100% спиртом і, як наслідок, до зниження температури продуктів згоряння. Саме це і спостерігається на (рис. 2.1, а). Дані, наведені в (табл. 2.3.), Показують, що відносні відмінності розглянутих температур не перевищують 2.8%. Похибка визначалася щодо величини розрахованої температури. Ця величина дозволяє оцінити параметричну чутливість розробленої моделі: 5% зміни складу пального веде до 2.8% відхилення величини розрахованої температури. Аналогічна причина лежить в основі відхилення у визначенні парціального тиску парів води (рис. 2.1, г). Саме наявність 5% води в пальному веде до перевищення величин даних з довідника [24] у порівнянні з розрахованими величинами. Відносна похибка не перевищує 1.1%. Це відображено в (табл. 2.3.). Похибка визначена щодо тиску в камері згоряння (топці). У розрахунках вона була прийнята рівною 1 бару. Всі інші похибки розглянутих величин (табл. 2.3.) менше зазначених вище.

Порожні графи у (табл. 2.3.) обумовлені відсутністю даних у [24]. При записі величин відносних похибок ϵ відображалася тільки одна значуща цифра після коми. Більша їх кількість при інженерних розрахунках не має

підстав. Такий підхід, а так само малі похибки привели до появи нульових значень похибок у (табл. 2.3.).

Всі обчислені і наведені у (табл. 2.3.) похибки $<5\%$, що відповідає допустимій точності інженерних розрахунків. Це дозволяє використовувати дані, наведені у (табл. 2.1.), у якості розширеної, в порівнянні з [24], основи для визначення складу і температури продуктів згоряння етилового спирту у повітрі при різних α .

2.3.2. Визначення температури і складу продуктів згоряння метаноповітряної суміші у повітрі

Метаноповітряна суміш (МПС) або близька до неї за складом може утворюватися при дегазації шахт. Суміш горюча і потенційно може бути використана в якості палива в енергетичному обладнанні. МПС як пальне для вирішення модельної задачі обрана через наявність результатів, придатних для перевірки адекватності розробленої моделі. Горіння такої суміші в повітрі можна звести до спалювання чистого метану в повітрі. Відповідні дані по температурі і складу продуктів згоряння при зміні α в діапазоні [0.6 - 1.5] наведені, наприклад, в [24].

В (табл. 2.4.) наведені результати розрахунку на основі моделі (2.46 - 2.58) для різних значень α . В (табл. 2.5.) приведені дані, взяті з [24]. На (мал. 2.2.) у графічному вигляді наведені результати розрахунку параметрів продуктів згоряння (суцільні лінії) і дані, взяті з [24] (пунктирні лінії). Штрих-пунктирною лінією відзначено положення, відповідне стехіометричному співвідношенню компонентів $\alpha = 1$.

Таблиця 2.4 – Результати розрахунку визначення складу продуктів згоряння метану у повітрі на основі моделі (2.46 - 2.58) для різних значень α

α	0.6	0.7	0.8	0.9	1	1.1	1.2	1.3
T, [K]	1761	1940	2084	2198	2232	2145	2041	1944
P _{CO}	9.41E-02	7.28E-02	5.03E-02	2.64E-02	7.10E-03	1.80E-03	5.58E-04	1.92E-04
P _{CO2}	3.88E-02	4.79E-02	6.03E-02	7.56E-02	8.71E-02	8.49E-02	7.96E-02	7.43E-02
P _{H2O}	1.47E-01	1.69E-01	1.83E-01	1.88E-01	1.84E-01	1.71E-01	1.59E-01	1.48E-01
P _{OH}	5.10E-06	4.65E-05	2.39E-04	9.36E-04	2.47E-03	2.40E-03	1.69E-03	1.10E-03
P _{H2}	1.18E-01	7.18E-02	3.79E-02	1.50E-02	3.35E-03	8.61E-04	2.86E-04	1.06E-04
P _{O2}	1.35E-09	1.16E-07	4.25E-06	1.31E-04	3.84E-03	1.66E-02	3.06E-02	4.33E-02
P _{N2}	6.02E-01	6.38E-01	6.68E-01	6.93E-01	7.10E-01	7.19E-01	7.25E-01	7.30E-01
P _{NO}	2.44E-07	4.16E-06	3.81E-05	2.84E-04	1.68E-03	2.88E-03	3.01E-03	2.74E-03
P _H	2.71E-18	4.39E-17	1.81E-16	2.09E-16	2.09E-17	4.09E-19	8.61E-21	2.11E-22
P _O	8.49E-05	2.77E-04	5.35E-04	6.69E-04	3.83E-04	1.18E-04	3.53E-05	1.10E-05
P _C	2.52E-09	1.17E-07	2.12E-06	2.55E-05	1.71E-04	2.02E-04	1.32E-04	7.35E-05
P _N	1.27E-11	2.75E-10	2.22E-09	9.52E-09	1.44E-08	5.07E-09	1.29E-09	3.12E-10
M _T	1.33E-01	1.21E-01	1.11E-01	1.02E-01	9.42E-02	8.67E-02	8.02E-02	7.45E-02

α	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2
T, [K]	1855	1776	1703	1638	1578	1523	1473
P _{CO}	6.96E-05	2.69E-05	1.07E-05	4.35E-06	1.82E-06	7.79E-07	3.39E-07
P _{CO2}	6.95E-02	6.52E-02	6.14E-02	5.80E-02	5.50E-02	5.22E-02	4.98E-02
P _{H2O}	1.39E-01	1.30E-01	1.23E-01	1.16E-01	1.10E-01	1.04E-01	9.95E-02
P _{OH}	6.92E-04	4.36E-04	2.74E-04	1.73E-04	1.09E-04	6.95E-05	4.45E-05
P _{H2}	4.19E-05	1.75E-05	7.50E-06	3.31E-06	1.50E-06	6.92E-07	3.25E-07
P _{O2}	5.46E-02	6.42E-02	7.29E-02	8.06E-02	8.75E-02	9.37E-02	9.93E-02
P _{N2}	7.35E-01	7.38E-01	7.41E-01	7.44E-01	7.47E-01	7.49E-01	7.51E-01
P _{NO}	2.35E-03	1.96E-03	1.61E-03	1.31E-03	1.06E-03	8.54E-04	6.88E-04
P _H	5.67E-24	1.80E-25	6.04E-27	2.21E-28	8.70E-30	3.64E-31	1.62E-32
P _O	3.50E-06	1.17E-06	4.01E-07	1.41E-07	5.05E-08	1.85E-08	6.91E-09
P _C	3.86E-05	2.00E-05	1.03E-05	5.26E-06	2.70E-06	1.39E-06	7.22E-07
P _N	7.45E-11	1.84E-11	4.58E-12	1.17E-12	3.03E-13	8.04E-14	2.18E-14
M _T	6.96E-02	6.52E-02	6.14E-02	5.80E-02	5.50E-02	5.22E-02	4.98E-02

Таблиця 2.5 – Результати розрахунку визначення складу продуктів згоряння метану у повітрі з [24]

α	0.6	0.7	0.8	0.9	1	1.1	1.2	1.5
T, [K]	1784	1958	2098	2208	2239	2152	2048	1782
P_{CO}	9.88E-02	7.71E-02	5.37E-02	2.83E-02	7.80E-03	2.00E-03	6.00E-04	
P_{CO_2}	3.46E-02	4.42E-02	5.75E-02	7.43E-02	8.70E-02	8.32E-02	8.01E-02	6.57E-02
P_{H_2O}	1.51E-01	1.73E-01	1.86E-01	1.90E-01	1.84E-01	1.71E-01	1.59E-01	1.30E-01
P_{OH}			3.00E-04	1.00E-03	2.50E-03	2.40E-03	1.70E-03	4.00E-04
P_{H_2}	1.14E-01	6.77E-02	3.48E-02	1.34E-02	3.00E-03	8.00E-04	3.00E-04	
P_{O_2}				1.00E-04	3.90E-03	1.65E-02	3.04E-02	6.41E-02
P_{N_2}	5.94E-01	6.30E-01	6.60E-01	6.85E-01	7.02E-01	7.10E-01	7.16E-01	7.29E-01
P_{NO}				3.00E-04	1.80E-03	3.10E-03	3.30E-03	2.20E-03
P_C								
P_H		2.00E-04	4.00E-04	5.00E-04	3.00E-04			
P_O					2.00E-04	2.00E-04	1.00E-04	
P_N								

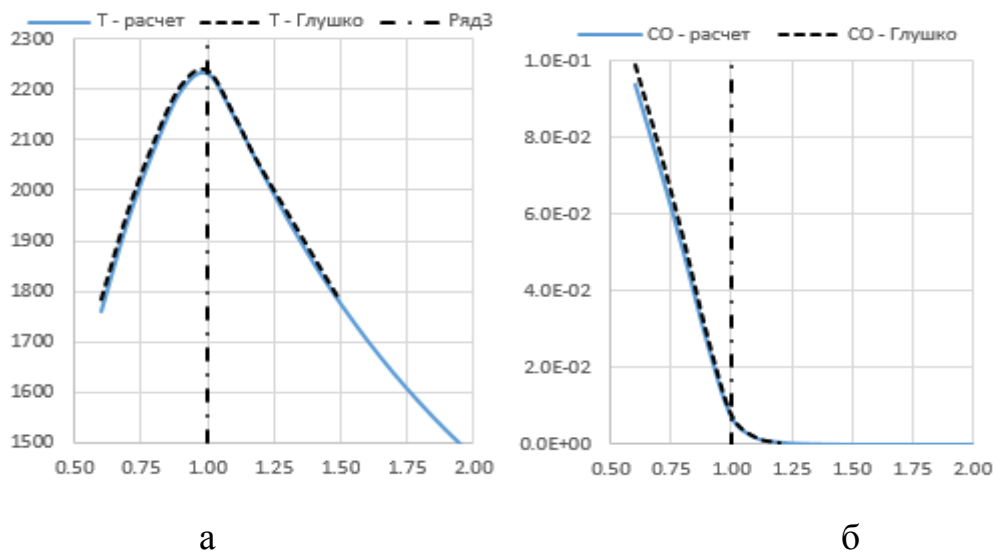


Рисунок 2.2 – Результати розрахунків і дані з довідника [24] для продуктів згоряння метану у повітрі при різних значеннях α : а - температура; б - парціальний тиск окису вуглецю;

Порівняння графіків показує добрий якісний і кількісний збіг розглянутих результатів. Суттєвих розбіжностей не спостерігається ні для однієї з розглянутих величин. Розбіжності в порівнюваних величинах, що спостерігається на (мал. 2.2), здається. Вони зумовлені малістю представлених на цьому графіку величин. Підтвердженням цьому можуть служити дані, наведені в (табл. 2.6.), що відображають ряд параметрів

розглянутих процесів при деяких значеннях і відносних відхиленнях між ними. Величини похибок для температур визначені щодо відповідної розрахованої температури. Величини похибок для парціальних тисків визначені щодо тиску в камері згоряння (топці). У розрахунках вона була прийнята рівною 1 бару.

Таблиця 2.6 – Відносні відхилення для величин процесу спалювання метану у повітрі між результатами розрахунків та даними з [24]

α	0.6			1.0			1.5		
	Роз-нок	Глушко	ϵ	Роз-нок	Глушко	ϵ	Роз-нок	Глушко	Е
T, K	1761	1784	1.3%	2232	2239	0.3%	1776	1782	0.3%
P_{CO}	9.41E-02	9.88E-02	0.5%	7.10E-03	7.80E-03	0.1%			
P_{NO}				1.68E-03	1.80E-03	0.0%	1.96E-03	2.20E-03	0.0%
P_{CO2}	3.88E-02	3.46E-02	0.4%	8.71E-02	8.70E-02	0.0%	6.52E-02	6.57E-02	0.0%
P_{H2O}	1.47E-01	1.51E-01	0.4%	1.84E-01	1.84E-01	0.0%	1.30E-01	1.30E-01	0.0%
P_{O2}				3.84E-03	3.90E-03	0.0%	6.42E-02	6.41E-02	0.0%

Порожні графи у (табл. 2.6.) так само, як і у (табл. 2.3), обумовлені відсутністю даних у [24]. При записі величин відносних похибок ϵ відображалася тільки одна значуща цифра після коми. Більша їх кількість при інженерних розрахунках не має підстав. Такий підхід, а так само малі похибки привели до появи нульових значень похибок у (табл. 2.6.).

Всі обчислені і наведені у (табл. 2.6.) похибки <5%, що відповідає допустимій точності інженерних розрахунків. Це дозволяє використовувати дані, наведені у (табл. 2.4.), у якості розширеної, в порівнянні з [24], основи для визначення складу і температури продуктів згоряння метану у повітрі при різних α .

2.3.3. Визначення температури і складу продуктів згоряння у повітрі метантенкових газів бродіння

Гази бродіння органічних відходів у метантенках характеризуються не постійністю свого складу. Це пояснюється змінністю складу зброджуваних

органічних відходів, коливанням температури бродіння. Як правило якісний склад суміші газів, що утворюються, відомий. Кількісний склад вказується приблизно, у вигляді деякого діапазону. Так, наприклад, у [25] він визначений у вигляді: чистий метан - до 60-70%, вуглекислий газ - до 26-34%, азот - до 1-3%, водень - до 1-3% при теплотворній здатності 5000 - 6500 ккал/м³.

В літературі не знайдено даних за складом продуктів згоряння газів - продуктів бродіння в метантенках, подібних, наведеними в (табл. 2.2.) і (табл. 2.5.). Цікавим є виконати відповідні розрахунки на основі моделі (2.46-2.58). З цією метою конкретизуємо склад наведеної вище суміші газів. Використовувана модель побудована з розрахунку входження кисню в склад і пального і окислювача. У той же час вважається, що азот входить до складу лише окислювача (повітря). Для можливості використання моделі в такому вигляді і в даному випадку скористаємося подібним припущенням. Раніше деякий обсяг вуглекислого газу, аргону та інших домішок в повітрі, які не беруть участі в хімічних реакціях процесу горіння, був замінений відповідним обсягом азоту, так само є практично інертним по відношенню до реакцій, що протікають. Для даної суміші газів виконаємо подібну зворотну операцію - замінимо азот на вуглекислий газ. З урахуванням цього приймемо для розгляду наступний склад суміші: метан - 60%, вуглекислий газ - 37%, водень - 3%.

Визначимо необхідні для розрахунків ентальпію суміші, умовну формулу пального і стехіометричний коефіцієнт співвідношення пального та окислювача. Склад суміші газів визначено у об'ємних відсотках. При цьому молярні обсяги будь-яких газів однакові і $V^m = 22.4$ л. Мольні ентальпії газів, які входять до складу даної суміші становлять: для метану $I_{CH_4} = (-66.63 \text{ кДж/моль})$ [26], для вуглекислого газу $I_{CO_2} = (-393.14 \text{ кДж/моль})$ [26], для водню $I_{H_2} = 0$ [27]. З урахуванням обраного для розгляду складу суміші ентальпію одного її моля I_{cm}^m визначимо із співвідношення:

$$I_{\text{см}}^{\mu} = I_{\text{CH}_4} \cdot 0.6 + I_{\text{CO}_2} \cdot 0.37 + I_{\text{H}_2} \cdot 0.03 = (-185.4 \text{ кДж/моль}). \quad (2.61)$$

Для визначення умовної формули пального (умовної формули суміші газів) визначимо умовні формули її складових з урахуванням їх об'ємних часток:

$$\text{для } \text{CH}_4 \Rightarrow \text{C}_{1 \cdot 0.6} \text{H}_{4 \cdot 0.6} \Rightarrow \text{C}_{0.6} \text{H}_{2.4},$$

$$\text{для } \text{CO}_2 \Rightarrow \text{C}_{1 \cdot 0.37} \text{O}_{2 \cdot 0.37} \Rightarrow \text{C}_{0.37} \text{O}_{0.74}, \quad (2.62)$$

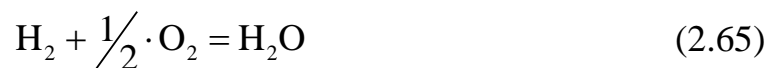
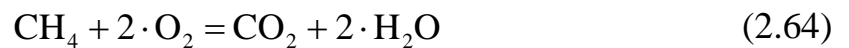
$$\text{для } \text{H}_2 \Rightarrow \text{H}_{2 \cdot 0.03} \Rightarrow \text{H}_{0.06}.$$

Далі підсумуємо показники кількості атомів при однакових елементах. В результаті отримаємо умовну формулу пального:

$$\text{C}_{0.97} \text{H}_{2.46} \text{O}_{0.74}. \quad (2.63)$$

На підставі цієї формули визначимо молярну масу суміші газів $\mu = 25.95$ і, з урахуванням (2.61), її питому ентальпію $I_{\text{см}}^{\text{уд}} = (-7144.5 \text{ кДж/кг})$.

Визначимо стехіометричний коефіцієнт співвідношення компонентів. Для цього розглянемо можливі реакції горіння:



Виходячи зі складу суміші у одному її молі міститься:

$$22.4 \text{ л.} \cdot 60\% = 13.44 \text{ л. } \text{CH}_4$$

$$22.4 \text{ л.} \cdot 3\% = 0.67 \text{ л. } \text{H}_2$$

Відповідно до (2.64) і (2.65) на стехіометричні реакції горіння такої кількості метану і водню буде потрібно таку кількість кисню:

$$\text{для } \text{CH}_4 \quad 13.44 \text{ л.} * 2 = 26.88 \text{ л.},$$

$$\text{для } \text{H}_2 \quad 0.67 \text{ л.} * 0.5 = 0.33 \text{ л.},$$

і всього загальна кількість 27.2 л. Відповідно до прийнятого раніше складом повітря це складе 21% від загального його обсягу, який становить 129.5 л. З огляду на те, що молярний об'єм газу дорівнює $V^m = 22.4$ л., визначаємо кількість молей повітря, необхідних для стехіометричного спалювання 1 молю даної газової суміші. Це і буде Мольним стехіометричним коефіцієнтом співвідношення компонентів χ_0^e

$$\chi_0^B = 5.8. \quad (2.66)$$

Використовуючи отримані дані, розрахуємо склад продуктів згорання і їх температуру при різних значеннях α . Результати розрахунку наведені у (табл. 2.7.).

Таблиця 2.7 – Результати розрахунку визначення складу продуктів згорання суміші газів з метантенка у повітрі на основі моделі (2.46 - 2.58) для різних значень α

α	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3
T, K	1577	1764	1918	2046	2108	2025	1930	1843
P_{CO}	1.10E-01	8.37E-02	5.61E-02	2.81E-02	5.42E-03	1.11E-03	3.36E-04	1.15E-04
P_{CO_2}	8.57E-02	9.56E-02	1.09E-01	1.25E-01	1.37E-01	1.30E-01	1.22E-01	1.14E-01
$P_{\text{H}_2\text{O}}$	1.62E-01	1.76E-01	1.83E-01	1.84E-01	1.78E-01	1.66E-01	1.54E-01	1.44E-01
P_{OH}	6.68E-07	9.64E-06	6.70E-05	3.34E-04	1.33E-03	1.35E-03	9.44E-04	6.18E-04
P_{H_2}	8.60E-02	5.10E-02	2.67E-02	1.05E-02	1.72E-03	3.68E-04	1.20E-04	4.46E-05
P_{O_2}	5.70E-11	1.11E-08	6.85E-07	3.23E-05	2.74E-03	1.59E-02	2.95E-02	4.21E-02
P_{N_2}	5.56E-01	5.93E-01	6.25E-01	6.52E-01	6.72E-01	6.83E-01	6.91E-01	6.99E-01
P_{NO}	2.32E-08	7.02E-07	9.35E-06	9.41E-05	1.03E-03	2.02E-03	2.12E-03	1.94E-03
P_{C}	2.00E-20	9.31E-19	7.70E-18	1.50E-17	1.34E-18	1.61E-20	3.08E-22	7.58E-24
P_{H}	1.20E-05	5.73E-05	1.44E-04	2.21E-04	1.33E-04	3.59E-05	1.05E-05	3.29E-06
P_{O}	6.83E-11	7.44E-09	2.36E-07	4.44E-06	6.38E-05	8.41E-05	5.42E-05	3.05E-05
P_{N}	2.57E-13	1.33E-11	1.93E-10	1.31E-09	3.06E-09	1.00E-09	2.45E-10	5.95E-11
M_T	2.02E-01	1.85E-01	1.70E-01	1.58E-01	1.47E-01	1.36E-01	1.26E-01	1.17E-01

Продовження таблиці 2.7

α	1.4	1.5	1.6	1.7
T, K	1764	1692	1626	1564
P_{CO}	4.29E-05	1.65E-05	6.55E-06	2.59E-06
P_{CO_2}	1.06E-01	1.00E-01	9.45E-02	8.96E-02
P_{H_2O}	1.35E-01	1.27E-01	1.20E-01	1.14E-01
P_{OH}	3.93E-04	2.48E-04	1.56E-04	9.75E-05
P_{H_2}	1.79E-05	7.48E-06	3.21E-06	1.38E-06
P_{O_2}	5.25E-02	6.21E-02	7.08E-02	7.95E-02
P_{N_2}	7.04E-01	7.10E-01	7.15E-01	7.22E-01
P_{NO}	1.66E-03	1.39E-03	1.15E-03	9.34E-04
P_C	2.19E-25	6.89E-27	2.30E-28	7.42E-30
P_H	1.07E-06	3.60E-07	1.23E-07	4.16E-08
P_O	1.62E-05	8.41E-06	4.32E-06	2.17E-06
P_N	1.45E-11	3.58E-12	8.88E-13	2.16E-13
M_T	1.10E-01	1.03E-01	9.75E-02	9.24E-02

Як зазначено вище, не знайдені дані, подібні наведеним в [24], необхідні для оцінки похибки розрахунків в даному випадку. Скористаємося наведеною в [25] величиною теплотворної здатності даної суміші, яка може змінюватися в діапазоні 5000 - 6500 ккал/м³ або 20900 - 27170 кДж/м³. Ця величина відповідає стехіометричній реакції горіння при $\alpha = 1$. Визначимо теплотворну здатність реакції при чисельному розрахунку і порівняємо ці дві величини. Для цього з [26, 27] визначимо молярні ентальпії продуктів згорання I_{pc} при розрахованій температурі $T = 2108$ К. і їх же молярній ентальпії утвореній при нормальних умовах I_{298} . Різниця цих двох величин $(I_{pc} - I_{298})$ визначає кількість енергії у формі тепла, що виділяється при утворенні одного моля даного продукту згорання в процесі горіння вихідної газової суміші. Розрахунок на основі моделі (2.46-2.58) виконується для умов чисельної рівності величин парціальних тисків P_i продуктів згорання їх мольним концентраціям. Добуток $P_i \cdot (I_{pc} - I_{298})_i$ визначає величину енергії, що виділяється при утворенні відповідного продукту згорання в процесі горіння. Сума цих величин $Q_{\Sigma} = \sum [P_i \cdot (I_{pc} - I_{298})_i]$ дає загальну кількість енергії, що виділяється в процесі горіння. Умова чисельної рівності парціальних тисків P_i продуктів згорання і їх мольних концентрацій виконується для деякої

кількості молей пального МТ, також визначається в процесі розрахунку. Знання величин $\Sigma[P_i^*(I_{\text{nc}}-I_{298})_i]$ та M_T дозволяє визначити кількість енергії Q_{μ} , що виділяється при згорянні 1 моля пального. Той факт, що в якості пального виступає суміш газів з фіксованим Мольним об'ємом в 22.4 л. = 0.0224 м³ в кінцевому підсумку дозволяє розрахувати теплотворну здатність реакції для 1 м³ вихідного пального. В результаті отримаємо $Q_{\text{м}^3}=20860$ кДж/м³. Ця величина практично збігається з нижньою межею діапазону її зміни, наведеного в [2.15] і зазначеного вище. Визначення в розрахунку нижньої межі можна пояснити тим, що у вихідних даних для розрахунку було прийнято мінімальну кількість метану і максимальну кількість баластних газів. Проміжні результати описаних розрахунків наведені в (табл. 2.8.).

Таблиця 2.8 – Результати розрахунку теплотворної здатності продуктів згоряння суміші газів з метантенка у повітрі на основі моделі (2.46 2.58) для випадку $\alpha = 1$

склад	P	I _{nc}	I ₂₉₈	I _{nc} -I ₂₉₈	P*(I _{nc} -I ₂₉₈)		
	бар/ моль	$\frac{\text{кДж}}{\text{моль}}$	$\frac{\text{кДж}}{\text{моль}}$	$\frac{\text{кДж}}{\text{моль}}$	$\frac{\text{кДж}}{\text{моль}}$	[кДж]	[кДж]
P _{CO}	0.0054	-41.23	-101.94	60.71	3.29E-01		
P _{CO2}	0.1370	-286.09	-384.05	97.97	1.34E+01		
P _{H2O}	0.1781	-153.27	-231.99	78.73	1.40E+01		
P _{OH}	1.33E-03	105.67	48.10	57.57	7.63E-02		
P _{H2}	0.0017	65.13	8.54	56.59	9.73E-02		
P _{O2}	2.74E-03	71.99	8.62	63.37	1.74E-01		
P _{N2}	0.6725	68.66	8.59	60.07	4.04E+01		
P _{NO}	1.03E-03	162.26	100.31	61.94	6.39E-02		
P _C	1.34E-18	760.91	723.20	37.70	5.04E-17		
P _H	1.33E-04	261.82	224.20	37.62	4.99E-03		
P _O	6.38E-05	293.85	255.85	38.00	2.42E-03		
P _N	3.06E-09	516.50	478.87	37.63	1.15E-07	$\frac{\text{кДж}}{\text{моль}}$	$\frac{\text{кДж}}{\text{м}^3}$
M_T	0.14679		$\Sigma[P_i^*(I_{\text{nc}}-I_{298})_i]=$	6.86E+01	467.23	20859	

Практичний збіг наведеної у [25] і розрахованої величини теплотворної здатності підтверджує придатність моделі (2.46-2.58) у даному випадку.

2.4 Висновки по розділу 2

1. Таким чином, результатом дослідження іншого розділу получила подалі розвиток математична модель визначення складу газоподібного палива у вигляді його узагальненої формули, що складається з рівнянь хімічної кінетики, Законів збереження матеріального балансу, та закону Дальтона, що дозволяє за рахунок використання вимірних об'ємних витрат паливо і повітря, а також калориметричної температури димових газів визначати склад паливо і його теплотворну здатність.

2. Математична модель на підставі рівнянь виду (2.46-2.58) для газоподібного палива дозволяє визначити кількісний склад його умовної формули, ентальпію палива, склад продуктів згоряння при використанні у якості вихідних даних величин заміряних технологічних параметрів (витрат компонентів палива, температур, що їм відповідають, у камері згоряння), відомого елементного (якісного) складу палива ($[C]$, $[H]$, $[O]$ и т.д.).

3. Математична точність моделі дозволяє використовувати отримані на її основі дані для оцінки чутливості результатів розрахунків на неточність вимірювального каналу вихідних технологічних параметрів.

4. При вирішенні реальних технологічних задач ентальпії і ентропії продуктів згоряння мають визначатися якомога точніше на підставі таблиць або програмних комплексів, табулюючих подібного роду таблиці. Поліноміальні залежності для визначення ентальпій і ентропій продуктів згоряння, внаслідок значних похибок апроксимації не можуть бути використані для вирішення розширеної задачі.

5. Використання альтернативних видів горючих газів веде до необхідності врахування зміни у широких межах їх теплотворної здатності.

При роботі встановлення обладнання будуть проявлятися особливості, пов'язані зі зміною витрат палива і продуктів згоряння, які підлягають обов'язковому обліку для забезпечення можливості своєчасної зміни заданих впливів и параметрів регуляторів.

РОЗДІЛ 3

МЕТОД ІДЕНТИФІКАЦІЇ СКЛАДУ ГАЗОПОДІБНОГО ПАЛЬНОГО

Даний розділ присвячений розробці методу корекції узагальненої формули палива, що компенсує похибки його визначення, що виникають внаслідок внутрішніх і зовнішніх збурень.

3.1 Математична модель визначення умовної формули і ентальпії пального змінного складу у процесі його спалювання

Модель, яка використовується для визначення складу і температури продуктів згорання кисневмісного пального в повітрі, замкнута з розрахунку визначення 14 невідомих: 12 парціальних тисків P_i (мольних концентрацій) продуктів згорання; кількості молей палива M_T , при якому парціальні тиски продуктів згорання чисельно рівні їх мольним концентраціям; відпрацьованих газів. Явно записано 13 рівнянь (2.13-2.25). Ще в якості одного виступає умова рівності ентальпій палива і продуктів згорання, виходячи з виконання якого визначається момент закінчення ітераційного процесу розрахунку.

В ролі вихідних даних виступають: перелік хімічних елементів, з яких складається умовна формула пального (для кисневмісного вуглеводневого палива ними є С, Н та О); кількість атомів цих елементів, що становлять умовну формулу пального (у даному випадку це b_C, b_H, b_O (2.1)); молярний стехіометричний коефіцієнт співвідношення компонентів χ_0^w і коефіцієнт надлишку окислювача α . Останні дві величини використовуються для визначення необхідного у розрахунках мольного коефіцієнта співвідношення компонентів $\chi^w = \alpha \cdot \chi_0^w$ (2.8).

Математична модель пов'язує вихідні дані і невідомі величини, що визначаються. Конкретна модель замикається для певної кількості невідомих.

Але, в загальному випадку, вона не вимагає використання конкретних величин як невідомі. Всі величини в рамках однієї моделі можуть мінятися ролями. Так, якщо температуру продуктів згоряння не розраховувати як невідому величину, а вимірювати в процесі горіння і використовувати її в якості однієї з вихідних даних, модель (2.13-2.25) може бути застосована для визначення будь-якої іншої величини. В її якості може виступати, наприклад, кількість атомів будь-якого хімічного елемента в умовній формулі пального.

Для вирішення поставленого завдання введемо два припущення:

1. Пальне, що використовується, знаходиться тільки у газоподібному стані;
2. Перелік хімічних елементів, що входять до складу умовної формули пального, відомий. Їх кількісний склад підлягає визначенню.

Прийняті припущення не є жорсткими. По-перше, з них можна сказати наступне. Більшість придатних до застосування несертифікованих видів пального знаходиться в газоподібному стані. До них відносяться, наприклад, гази бродіння в метантенках, гази, що утворюються в процесах повільного піролізу органічних речовин (відходів), газифікації низькоякісного вугілля, їх газової конверсії, доменні гази, гази коксохімічного, нафтопереробного виробництв, звалищні гази, продукти дегазації шахт і т.д. По-друге, припущення також не вносить істотного обмеження. Всього 4 хімічні елементи (C, H, O, N) лежать в основі переважної кількості органічних речовин, що входять в суміші горючих газів. Вони ж в основному визначають енергетичну складову цих сумішей. Внесення в цей список ще двох елементів (S, P) дозволяє розглядати склад переважної більшості органічних речовин, що представляють інтерес в якості пального. Для прикладу при застосуванні для визначення складу суміші речовин вважається кращим на поточний момент метод газової хроматографії, необхідно знати перелік всіх визначених речовин. При визначенні складу природного газу [28] ця кількість може досягати декількох десятків. Кількість же складових їх елементів не перевищує 6. Їх перелік може бути визначений з аналізу вихідної сировини. При зміні кількісного співвідношення газів, що входять

до суміші, або навіть виключення деяких з них з суміші, кількість складових хімічних елементів не змінюється.

В якості вихідних даних використовуються величини витрат пального, окислювача і температури, що розвивається в процесі їх спалювання. Для складання моделі задаємо (заміряємо) деяке (довільне) співвідношення об'ємних витрат повітря (окислювача) $\dot{V}^{\text{ок}}$ і суміші газів \dot{V}^{Γ} , склад якої визначається. Скористаємося тим, що властивості будь-яких газів і їх сумішей при нормальних або близьких до них умовах відповідають або дуже близькі властивостям ідеальних газів. Як наслідок молярні обсяги будь-яких газів і їх сумішей однакові (постійні). В результаті відношення об'ємних витрат окислювача і пального відповідає їх мольному співвідношенню, в тому числі і в разі невідомого складу компонентів. Вираз виду (2.8) може бути замінено на співвідношення цих технологічних параметрів, що заміряються:

$$\chi^{\text{w}} = \alpha \cdot \chi_0^{\text{w}} = \frac{\dot{V}^{\text{ок}}}{\dot{V}^{\Gamma}}. \quad (3.1)$$

Організувавши ізоентальпійний процес спалювання палива з заміряних об'ємними витратами в спеціальному пристрої (описано нижче), заміряємо калориметричну температуру продуктів згоряння $T^{\text{к}}$. Такі виміри температур виконаємо кілька разів при різних відносинах $\dot{V}^{\text{ок}}/\dot{V}^{\Gamma}$. Пронумеруємо комплекти технологічних параметрів, що заміряються. Використовуємо їх при складанні моделі для визначення умовної формули і ентальпії палива змінного складу. Після першого виміру співвідношення витрат пального і повітря, а також виміру відповідної температури продуктів згоряння

$$\frac{\dot{V}_1^{\text{OK}}}{\dot{V}_1^{\Gamma}} = \alpha \cdot \chi_0^w \quad \text{и} \quad T_1, \quad (3.2)$$

підставивши ці значення у рівняння виду (2.13-2.25) у результаті отримаємо першу частину моделі:

$$\frac{{}^1P_C \cdot {}^1P_O}{{}^1P_{CO}} = K_{CO}(T_1); \quad (3.3)$$

$$\frac{{}^1P_C \cdot {}^1P_O^2}{{}^1P_{CO_2}} = K_{CO_2}(T_1) \quad (3.4)$$

$$\frac{{}^1P_H^2 \cdot {}^1P_O}{{}^1P_{H_2O}} = K_{H_2O}(T_1) \quad (3.5)$$

$$\frac{{}^1P_H \cdot {}^1P_O}{{}^1P_{OH}} = K_{OH}(T_1) \quad (3.6)$$

$$\frac{{}^1P_H^2}{{}^1P_{H_2}} = K_{H_2}(T_1) \quad (3.7)$$

$$\frac{{}^1P_O^2}{{}^1P_{O_2}} = K_{O_2}(T_1) \quad (3.8)$$

$$\frac{{}^1P_N^2}{{}^1P_{N_2}} = K_{N_2}(T_1) \quad (3.9)$$

$$\frac{{}^1P_N \cdot {}^1P_O}{{}^1P_{NO}} = K_{NO}(T_1) \quad (3.10)$$

для [C] $b_C \cdot M_T^1 = {}^1P_{CO} + {}^1P_{CO_2} + {}^1P_C$ (3.11)

для [H] $b_H \cdot M_T^1 = 2 \cdot {}^1P_{H_2O} + {}^1P_{OH} + 2 \cdot {}^1P_{H_2} + {}^1P_H$ (3.12)

для [O]

$$(b_O + \frac{\dot{V}_1^{\text{OK}}}{\dot{V}_1^{\Gamma}} \cdot 0.419) \cdot M_T^1 = {}^1P_{CO} + 2 \cdot {}^1P_{CO_2} + {}^1P_{H_2O} + {}^1P_{OH} + 2 \cdot {}^1P_{O_2} + {}^1P_{NO} + {}^1P_O$$
 (3.13)

для [N] $(\frac{\dot{V}_1^{\text{OK}}}{\dot{V}_1^{\Gamma}} \cdot 1.581) \cdot M_T^1 = 2 \cdot {}^1P_{N_2} + {}^1P_{NO} + {}^1P_N$ (3.14)

$$P_{\Sigma} = {}^1P_{CO} + {}^1P_{CO_2} + {}^1P_{H_2O} + {}^1P_{OH} + {}^1P_{H_2} + {}^1P_{O_2} + \\ + {}^1P_{N_2} + {}^1P_{NO} + {}^1P_C + {}^1P_H + {}^1P_O + {}^1P_N \quad (3.15)$$

Записані рівняння відрізняються від взятих за основу тим, що в (3.3-3.10) замість величини (Т), що розраховується, використана відома вимірjana величина (Т₁). Крім того, в рівняннях (3.13-3.14) замість невідомої для визначеного складу палива величини $\alpha \cdot \chi_0^w$ використана відома з вимірів величина $\dot{V}_1^{OK} / \dot{V}_1^{\Gamma}$. Записаної частини моделі досить для визначення парціальних тисків (1P_i) продуктів згоряння, кількості молей палива M_T^1 , що відповідають обраному співвідношенню $\dot{V}_1^{OK} / \dot{V}_1^{\Gamma}$.

Далі для запису другої частини моделі змінюється співвідношення витрат компонентів $\dot{V}_2^{OK} / \dot{V}_2^{\Gamma}$, що подаються для спалювання в спеціальному пристрої, і вимірюється відповідна температура продуктів згоряння (Т₂). З використанням цих величин будується друга частина моделі з використанням рівнянь, аналогічних (3.3-3.15).

Описаним вище способом будується необхідна кількість частин моделі, відповідних числу параметрів умовної формули пального і його ентальпії. У разі модельного варіанту розрахунку для етилового спирту (2.1) це 3 величини: b_C , b_H , b_O . Четверта величина $\Gamma^{(r)}$, що характеризує визначаємий склад пального, може бути визначена після визначення перших трьох.

В даному випадку у кожній з частин моделі міститься по 13 рівнянь. Їх досить лише для визначення по 12 відповідним парціальним тискам

$${}^1P_j, \quad {}^2P_j, \quad {}^3P_j \quad \text{і по одній величині кількості молей палива } M_T^1, M_T^2, M_T^3. \quad \text{Для}$$

$$j=1 \quad j=1 \quad j=1$$

того, щоб визначити ще 3 представляють інтерес величини b_C , b_H , b_O , для замикання системи рівнянь необхідно записати ще 3 рівняння. В їх основі, так само як і у моделі (2.13-2.25), лежить баланс ентальпій.

Мольна ентальпія палива відповідно до його умовної формули (2.9)

може бути визначена зі співвідношення $\Gamma + \alpha \cdot \chi_0^w \cdot I^{OK}$, або з урахуванням заміни (3.1):

$$\Gamma + (\dot{V}^{OK} / \dot{V}^{\Gamma}) \cdot I^{OK} \quad (3.16)$$

На основі обраної методики обліку у розрахунках кількості молей палива M_T з розрахунку рівності парціальних тисків газів продуктів згоряння їх концентраціям, баланс ентальпій для певного співвідношення пального та окислювача при розгляді модельного випадку спалювання спирту у повітрі запишеться у вигляді:

$$\left[\Gamma + (\dot{V}^{OK} / \dot{V}^{\Gamma}) \cdot I^{OK} \right] \cdot M_T = \sum_{j=1}^{12} [P_j \cdot I_j(T)] \quad (3.17)$$

Тут $I_j(T)$ - ентальпія відповідної речовини з суміші продуктів згоряння при заміряній температурі T .

При процедурі пробних змін співвідношення окислювача і пального змінюється і ентальпія палива (3.16), залишаючись невідомою. Тому безпосередньо баланс (3.17) не може бути використаний. Але у цьому виразі є постійна величина Γ . Висловимо її з (3.17):

$$\Gamma = \left\{ \frac{1}{M_T} \sum_{j=1}^{12} [P_j \cdot I_j(T)] \right\} - \frac{\dot{V}^{OK}}{\dot{V}^{\Gamma}} \cdot I^{OK} \quad (3.18)$$

Скористаємося тим, що при всіх змінах співвідношення $\dot{V}^{OK} / \dot{V}^{\Gamma}$ і заміряних при цьому температурах продуктів згоряння виконуються співвідношення:

$$I_1^{\Gamma} = I_2^{\Gamma}, \quad I_2^{\Gamma} = I_3^{\Gamma}, \quad I_1^{\Gamma} = I_3^{\Gamma} \quad (3.19)$$

Тут I_1^Γ , I_2^Γ , I_3^Γ - ентальпія пального при різних $\dot{V}^{\text{ок}}/\dot{V}^\Gamma$.

Виходячи з (3.19) з використанням (3.18) отримаємо необхідні 3 замикаючі рівняння:

$$\text{для } (I_1^\Gamma = I_2^\Gamma) \quad \frac{1}{M_T^1} \sum_{j=1}^{12} [{}^1P_j \cdot I_j(T)] - \frac{\dot{V}_1^{\text{ок}}}{\dot{V}_1^\Gamma} \cdot I^{\text{ок}} = \frac{1}{M_T^2} \sum_{j=1}^{12} [{}^2P_j \cdot I_j(T)] - \frac{\dot{V}_2^{\text{ок}}}{\dot{V}_2^\Gamma} \cdot I^{\text{ок}} \quad (3.20)$$

$$\text{для } (I_2^\Gamma = I_3^\Gamma) \quad \frac{1}{M_T^2} \sum_{j=1}^{12} [{}^2P_j \cdot I_j(T)] - \frac{\dot{V}_2^{\text{ок}}}{\dot{V}_2^\Gamma} \cdot I^{\text{ок}} = \frac{1}{M_T^3} \sum_{j=1}^{12} [{}^3P_j \cdot I_j(T)] - \frac{\dot{V}_3^{\text{ок}}}{\dot{V}_3^\Gamma} \cdot I^{\text{ок}} \quad (3.21)$$

$$\text{для } (I_1^\Gamma = I_3^\Gamma) \quad \frac{1}{M_T^1} \sum_{j=1}^{12} [{}^1P_j \cdot I_j(T)] - \frac{\dot{V}_1^{\text{ок}}}{\dot{V}_1^\Gamma} \cdot I^{\text{ок}} = \frac{1}{M_T^3} \sum_{j=1}^{12} [{}^3P_j \cdot I_j(T)] - \frac{\dot{V}_3^{\text{ок}}}{\dot{V}_3^\Gamma} \cdot I^{\text{ок}} \quad (3.22)$$

Як приклад розглянемо перетворення на основі вищевикладеної методики рівняння (3.20). Його приведення до спільного знаменника по визначеним величинам M_T^1 та M_T^2 дасть вираз:

$$M_T^2 \cdot \left\{ \sum_{j=1}^{12} [{}^1P_j \cdot I_j(T)] - M_T^1 \cdot \frac{\dot{V}_1^{\text{ок}}}{\dot{V}_1^\Gamma} \cdot I^{\text{ок}} \right\} = M_T^1 \cdot \left\{ \sum_{j=1}^{12} [{}^2P_j \cdot I_j(T)] - M_T^2 \cdot \frac{\dot{V}_2^{\text{ок}}}{\dot{V}_2^\Gamma} \cdot I^{\text{ок}} \right\}, \quad (3.23)$$

і після логарифмування:

$$\begin{aligned} & \ln(M_T^2) + \ln \left\{ \sum_{j=1}^{12} [{}^1P_j \cdot I_j(T)] - M_T^1 \cdot \frac{\dot{V}_1^{\text{ок}}}{\dot{V}_1^\Gamma} \cdot I^{\text{ок}} \right\} - \\ & - \ln(M_T^1) - \ln \left\{ \sum_{j=1}^{12} [{}^2P_j \cdot I_j(T)] - M_T^2 \cdot \frac{\dot{V}_2^{\text{ок}}}{\dot{V}_2^\Gamma} \cdot I^{\text{ок}} \right\} = 0. \end{aligned} \quad (3.24)$$

До рівняння (3.24) при лінеаризації застосуємо процедуру (2.42) диференціювання по логарифму аргументу:

$$\begin{aligned}
& 1 \cdot \Delta_{M_T^2} + \sum_{j=1}^{12} \left[\frac{{}^1P_j \cdot I_j(T)}{E1} \right] \cdot \Delta_{1P_j} - \frac{1}{E1} \cdot M_T^1 \cdot \frac{\dot{V}_1^{OK}}{\dot{V}_1^\Gamma} \cdot I^{OK} \cdot \Delta_{M_T^1} - \\
& - 1 \cdot \Delta_{M_T^1} - \sum_{j=1}^{12} \left[\frac{{}^2P_j \cdot I_j(T)}{E2} \right] \cdot \Delta_{2P_j} + \frac{1}{E2} \cdot M_T^2 \cdot \frac{\dot{V}_2^{OK}}{\dot{V}_2^\Gamma} \cdot I^{OK} \cdot \Delta_{M_T^2} = \\
& = (-1) \cdot \left[\ln(M_T^2) + \ln \left\{ \sum_{j=1}^{12} [{}^1P_j \cdot I_j(T)] - M_T^1 \cdot \frac{\dot{V}_1^{OK}}{\dot{V}_1^\Gamma} \cdot I^{OK} \right\} - \right. \\
& \quad \left. - \ln(M_T^1) - \ln \left\{ \sum_{j=1}^{12} [{}^2P_j \cdot I_j(T)] - M_T^2 \cdot \frac{\dot{V}_2^{OK}}{\dot{V}_2^\Gamma} \cdot I^{OK} \right\} \right], \tag{3.24}
\end{aligned}$$

де

$$E1 = \sum_{j=1}^{12} [{}^1P_j \cdot I_j(T)] - M_T^1 \cdot \frac{\dot{V}_1^{OK}}{\dot{V}_1^\Gamma} \cdot I^{OK},$$

$$E2 = \sum_{j=1}^{12} [{}^2P_j \cdot I_j(T)] - M_T^2 \cdot \frac{\dot{V}_2^{OK}}{\dot{V}_2^\Gamma} \cdot I^{OK}.$$

До рівнянь (3.21-3.22) можна застосувати подібні перетворення. В результаті отримаємо додатково два рівняння, подібні (3.24).

В якості ще одного альтернативного комплексу замикаючих рівнянь може виступати вираз закону збереження речовини, записаного для кожної частини моделі. У виразах вигляду (3.11-3.14) відображається закон збереження речовини щодо окремих хімічних елементів. На додаток до них таке ж співвідношення можна записати для всієї умовної формули палива:

$$[\text{для 1}^{\text{й}} \text{частини}] \quad \sum_{j=1}^{12} [{}^1P_j \cdot \mu_j] = M_T^1 \cdot \left(b_C \cdot \mu_C + b_H \cdot \mu_H + b_O \cdot \mu_O + \frac{\dot{V}_1^{OK}}{\dot{V}_1^\Gamma} \cdot \mu_B \right) \tag{3.25}$$

$$[\text{для 2}^{\text{й}} \text{частини}] \quad \sum_{j=1}^{12} [{}^2P_j \cdot \mu_j] = M_T^2 \cdot \left(b_C \cdot \mu_C + b_H \cdot \mu_H + b_O \cdot \mu_O + \frac{\dot{V}_2^{OK}}{\dot{V}_2^\Gamma} \cdot \mu_B \right) \tag{3.26}$$

$$[\text{для 3}^{\text{й}} \text{частини}] \quad \sum_{j=1}^{12} [{}^2P_j \cdot \mu_j] = M_T^2 \cdot \left(b_C \cdot \mu_C + b_H \cdot \mu_H + b_O \cdot \mu_O + \frac{\dot{V}_2^{\text{OK}}}{\dot{V}_2^{\Gamma}} \cdot \mu_B \right) \quad (3.27)$$

Тут μ_j - молекулярні маси відповідних продуктів згорання, μ_C , μ_H , μ_O - атомарні маси вуглецю, водню, кисню відповідно, μ_B - молекулярна маса повітря (окислювача).

У виразах (3.25-3.27) відношення $\dot{V}_i^{\text{OK}}/\dot{V}_i^{\Gamma}$ з урахуванням (3.1) відповідає $\alpha_i \cdot \chi_0^w$.

Як приклад розглянемо перетворення на основі вищевикладеної методики рівняння (3.25). Прологарифмуємо його:

$$\ln \left(\sum_{j=1}^{12} [{}^1P_j \cdot \mu_j] \right) - \ln(M_T^1) - \ln \left(b_C \cdot \mu_C + b_H \cdot \mu_H + b_O \cdot \mu_O + \frac{\dot{V}_1^{\text{OK}}}{\dot{V}_1^{\Gamma}} \cdot \mu_B \right) = 0 \quad (3.28)$$

До рівняння (3.28) при лінеаризації застосуємо процедуру (2.42) диференціювання по логарифму аргументу:

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{12} \left[\frac{{}^1P_j \cdot \mu_j}{E3} \right] \cdot \Delta_{1P_j} - 1 \cdot \Delta_{M_T^1} - \frac{b_C \cdot \mu_C}{E4} \cdot \Delta_{b_C} - \frac{b_H \cdot \mu_H}{E4} \cdot \Delta_{b_H} - \frac{b_O \cdot \mu_O}{E4} \cdot \Delta_{b_O} = \\ & = (-1) \cdot \left\{ \ln \left(\sum_{j=1}^{12} [{}^1P_j \cdot \mu_j] \right) - \ln(M_T^1) - \ln \left(b_C \cdot \mu_C + b_H \cdot \mu_H + b_O \cdot \mu_O + \frac{\dot{V}_1^{\text{OK}}}{\dot{V}_1^{\Gamma}} \cdot \mu_B \right) \right\}^0, \end{aligned} \quad (3.29)$$

де

$$E3 = \sum_{j=1}^{12} [{}^1P_j \cdot \mu_j],$$

$$E4 = b_C \cdot \mu_C + b_H \cdot \mu_H + b_O \cdot \mu_O + \frac{\dot{V}_1^{\text{OK}}}{\dot{V}_1^{\Gamma}} \cdot \mu_B.$$

До рівнянь (3.26 3.27) можна застосувати подібні перетворення. В результаті отримаємо додатково ще два рівняння, подібні (3.29).

Отже, для випадку модельної задачі визначення складу кисневмісного пального повна лінеаризована модель складається з трьох комплектів при різних співвідношеннях $\dot{V}^{ок}/\dot{V}^Г$ рівнянь виду (3.3-3.15) (39 рівнянь) і 3 замикаючих рівняння, подібних (3.24) або (3.29), отриманих з (3.20-3.22) або (3.25-3.27) відповідно. Разом всього 42 рівняння.

3.2 Аналіз можливості прямого рішення задачі визначення умовної формули пального змінного складу.

Розроблена в попередньому розділі модель є системою нелінійних алгебраїчних рівнянь. Можливий метод її вирішення описаний в розділі (2.2). Його застосування для задачі визначення температури продуктів згоряння при відомому складі палива (назвемо цю задачу **прямою**) дає збіжне рішення, що продемонстровано в розділі (2.3). Але спроба застосування його для вирішення завдання визначення складу пального на основі моделі, розробленої в розділі (3.1) (назвемо цю задачу **зворотною**), позитивного результату не дала. Не вдалося подібним чином і рішення в більш простому випадку вуглеводневого палива (без вмісту в своєму складі кисню як хімічного елемента). В останньому випадку в якості модельного пального розглядався метан (CH_4). Вуглеводневе пальне вибрано через збіги складу продуктів згоряння (2.11) у порівнянні з випадком спалювання кисневмісного пального. Різниця стосується лише кількості визначених величин і, отже, кількості рівнянь. Так склад вуглеводневого палива визначається тільки двома величинами b_C та b_H в умовній формулі пального, а кисневмісного вуглеводневого палива - трьома: b_C , b_H , b_O в умовній формулі.

Дана робота не ставить за мету розробку математичних методів рішення систем нелінійних рівнянь, що володіють будь-якими особливостями. Проте необхідний хоча б короткий аналіз можливих причин труднощів, що виникли. Завданням є пошук інженерних методів їх подолання з метою отримання необхідних рішень.

Використаний в попередньому розділі спосіб вирішення є широко використовуваним в інженерному застосуванні методом Ньютона Рафсона. В процесі пошуку причин виникнення збоїв в процесі рішення було проаналізовано систему лінійних рівнянь, що утворюється при лінеаризації вихідної нелінійної системи. Обчислення її визначника у всіх розглянутих випадках дало кінцеву величину. Це свідчить про невиродженість системи і, отже, про коректність моделі, а також про теоретичну можливість отримати збіжні рішення.

Для визначення причини нестійкості числового процесу при спробі отримати рішення вихідної нелінійної системи рівнянь розглянемо обумовленість матриці лінеаризованої системи, що характеризує чутливість її рішення до малих змін коефіцієнтів. В [28] зазначається: «Широко поширена помилка, що малість $\det(A)$ тягне за собою погану обумовленість матриці A ». Далі, «... значення $\text{cond}(A)$ є набагато більш важливим критерієм труднощі рішення лінійної системи $Ax=b$, ніж малість $\det(A)$, або громадність порядку n ».

Визначимо число обумовленості квадратної матриці як:

$$\text{cond}(A) = \| A \| \cdot \| A^{-1} \|. \quad (3.30)$$

Тут $\| A \|$ та $\| A^{-1} \|$ - норми відповідно вихідної і зворотної матриць лінеаризованої системи рівнянь даної моделі.

Число обумовленості матриці залежить від вибору норми. Але якщо матриця добре обумовлена, то її число обумовленості буде мале при будь-якому виборі, а якщо вона погано обумовлена, то її число обумовленості буде велике при будь-якому виборі норми. Зазвичай норму вибирають виходячи з міркувань зручності. На практиці найбільш широко використовують 1-норму, 2-норму та ∞ -норму. Для обчислень виберемо останню, яка визначається у вигляді максимальної суми модулів елементів кожної з рядків матриці:

$$\|A\|_{\infty} = \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^n |a_{ij}| \quad (3.31)$$

Таким чином, в кінцевому варіанті число обумовленості будемо визначати виходячи зі співвідношення:

$$\text{cond}(A) = \|A\|_{\infty} \cdot \|A^{-1}\|_{\infty}. \quad (3.32)$$

Обумовленість оцінює близькість матриці коефіцієнтів A до виродження. Число обумовленості $\text{cond}(A)$ є кількісною оцінкою обумовленості. Відзначимо, що завжди $\text{cond}(A) \geq 1$. Якщо $\text{cond}(A) \geq 10^3$, то кажуть, що матриця A погано обумовлена. Якщо $1 \leq \text{cond}(A) \leq 100$, то матриця вважається добре обумовленою.

На підставі вищевикладеного визначення обумовленості системи лінеаризованих рівнянь було виконано для двох типів пального, що спалюється в повітрі:

1. для більш простого вуглеводневого палива (на прикладі метану CH_4);
2. для більш складного кисневмісного вуглеводневого палива (на прикладі етилового спирту $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$).

Для кожного типу пального було розглянуто по два варіанти:

- a. при вирішенні прямої задачі (визначення температури продуктів згоряння при відомому складі пального);
- b. при вирішенні зворотної задачі (визначення складу пального по вимірним технологічними параметрами - співвідношенню витрат пального і повітря і температурі продуктів згоряння).

Як зазначено раніше в варіантах **1.a** та **2.a** отримано стійке рішення вихідних систем нелінійних рівнянь. У той час, як в варіантах **1.b** і **2.b** рішення отримати не вдалося.

Для варіанту 1.a величина $\text{cond}(A)$ обчислена для двох випадків:

1.a.1) $\text{cond}(A)=540$ - для моменту вихідного (початкового) наближення;

1.a.2) $\text{cond}(A)=1390$ - для моменту закінчення рішення, коли коефіцієнти системи лінеаризованих рівнянь більш не змінюються.

Подібна картина отримана і для варіанту 2.a:

2.a.1) $\text{cond}(A)=73$ - для моменту вихідного (початкового) наближення;

2.a.2) $\text{cond}(A)=230$ - для моменту закінчення рішення, коли коефіцієнти системи лінеаризованих рівнянь більш не змінюються.

Для розглянутих варіантів **1.a** та **2.a** значення $\text{cond}(A)$ отримані різні, але тенденції однакові. Число обумовленості систем близька або більше 100 і збільшується в міру наближення до вирішення. Причиною цього є те, що по мірі наближення до вирішення різниця між попереднім наближенням і розрахованим поточним зменшується. При цьому зростає вплив похибки обчислення коефіцієнтів матриці лінеаризованої системи рівнянь. Значна величина $\text{cond}(A)$ вимагала для забезпечення збіжності процесу обчислення застосування на кожній ітерації коефіцієнта нижньої релаксації (0.5). Такий підхід в розглянутих випадках дозволив отримати адекватні рішення, що продемонстровано, зокрема, в розділі 2.3.

Інша ситуація для варіантів **1.b** та **2.b**. Обчислення $\text{cond}(A)$ для моменту вихідного (початкового) наближення дало наступні величини:

для **1.b** $\text{cond}(A)=5200$;

для **2.b** $\text{cond}(A)=110000$.

Настільки значні величини чисел обумовленості пояснюють відсутність збіжного рішення для варіантів **1.b** та **2.b**, що відповідає завданню, яке цікавить нас. Як показали розрахунки для варіантів **1.a** та **2.a**, слід враховувати ще більше збільшення величин $\text{cond}(A)$ в міру ітераційного наближення до рішення.

Погана обумовленість систем лінеаризованих рівнянь, які використовуються в ітераційному процесі вирішення вихідних систем

нелінійних рівнянь, відображає високу чутливість одержуваних наближень до точності обчислень коефіцієнтів матриць і вільних членів. Проблема може бути вирішена шляхом завдання більш точних початкових наближень. Причому, чим гірше обумовленість, тим точніше має бути початкове наближення визначених величин. У їх якості виступають парціальні тиску продуктів згоряння і кількість атомів хімічних елементів в умовній формулі пального. Але природа розв'язуваної задачі не дозволяє зробити це. Кількість атомів в процесі рішення може непередбачувано змінюватися.

Наведені вище розрахунки стосуються видів горючих, що складаються не більше ніж з трьох хімічних елементів $C_{b_C}H_{b_H}O_{b_O}$. Ще менше ймовірність отримання рішення прямим використанням методу Ньютона-Рафсона при додаванні до складу умовної формули пального додаткових хімічних елементів, наприклад азоту (N), сірки (S).

Існують і інші методи, використовувані при вирішенні систем нелінійних рівнянь. Наприклад, метод простої ітерації, метод Зейделя. Але вони можуть сходитися ще повільніше, ніж метод Ньютона-Рафсона. Крім того, як і в розглянутому вище випадку, для них однією з найбільш важких проблем є локалізація рішення (вибір початкового наближення).

3.3 Метод розрахунку умовної формули пального.

3.3.1 Метод розрахунку умовної формули пального при точному вимірюванні технологічних параметрів.

В якості одного із способів подолання проблеми локалізації розв'язків нелінійних рівнянь часто використовується метод продовження рішення по параметру. Він застосовується в тому випадку, коли в розглянутому рівнянні або системі рівнянь можна виділити який-небудь параметр θ , від якого вони залежать. В цьому випадку можна записати

$$f(x, \theta) = 0, \quad (3.33)$$

а рішення слід шукати при деякому фіксованому (кінцевому) значенні параметра θ_c . Припустимо, що при будь-якому значенні параметра в діапазоні від деякого початкового значення θ_n до θ_c ($\theta \in [\theta_n, \theta_c]$) система (3.33) має рішення $\bar{x} = \bar{x}(\theta)$. При цьому для $\theta = \theta_n$ рішення системи $f(x, \theta) = 0$ відомо або легко обчислюється. Введемо на відрізку $[\theta_n, \theta_c]$ набір точок $\theta_n = \theta_0 < \theta_1 < \theta_2 \dots < \theta_N = \theta_c$. Використовуючи будь-який ітераційний метод, в тому числі застосовувався вище, вирішується послідовно для $k=0, 1, 2, \dots, N$ система $f(x, \theta_k) = 0$. При цьому за початкове наближення до $\bar{x}(\theta_k)$ будемо приймати рішення $\bar{x}(\theta_{k-1})$. Різниця $\theta_k - \theta_{k-1}$ може бути обрана до такої міри малості, щоб можна було очікувати, що рішення $\bar{x}(\theta_{k-1})$ буде досить хорошим початковим наближенням до $\bar{x}(\theta_k)$, що забезпечує збіжність використовуваного ітераційного методу при будь-якому ступені обумовленості системи рівнянь.

Основною перевагою описаного методу перед класичними [29] є притаманна йому при виборі малого кроку зміни параметра глобальна збіжність.

У сформульованій в розділі 3.1 моделі також може бути виділений параметр у вигляді змінюваного і заміряти відношення об'ємних витрат окислювача і пального ($\dot{V}^{ок}/\dot{V}^r$). Одна з проблем полягає в не єдиності параметру. Їх кількість дорівнює кількості визначених величин, точніше кількості хімічних елементів, що становлять умовну формулу невідомого пального. Відповідно до цього їх може бути, наприклад, до шести ($[C]$, $[H]$, $[O]$, $[N]$, $[P]$, $[S]$) або навіть більше. Це не виключає принципову можливість вирішення завдання за допомогою методу продовження рішення по параметру, але істотно ускладнює через одночасність варіювання такою кількістю змінних.

Але крім цього існує причина, що принципово не дозволяє на пряму використовувати такий метод. Крім обчислюваних величин парціальних тисків продуктів згоряння P_j^i , кількості молей палива M_T^j , що беруть участь в обчисленнях і рівних кількості вимірів, кількості атомів b^j хімічних

елементів, в моделі присутні величини температур продуктів згоряння T^j . Вони не варіюються, як параметри, але і не обчислюються як звичайні змінні. В рамках записаної в розділі 3.1 моделі їх величина не передбачувана. Вони вимірюються в результаті організованого процесу спалювання палива.

Варіювання параметра і організація гарантовано стійкого процесу розрахунку складають основу ідеї запропонованого методу вирішення розробленої моделі процесу контрольованого спалювання газоподібного палива змінного складу.

Реалізація методу складається з двох частин:

- a) *Попередній етап*. Виходячи з переліку хімічних елементів, що визначають склад невідомого пального, на основі моделі, описаної в розділі 2, виконуються попередні свідомо стійкі розрахунки і заповнюється база їх результатів (база даних);
- b) *Етап реалізації*. При варіюванні параметра - відношення об'ємних витрат окислювача і пального $(\dot{V}^{ок}/\dot{V}^r)^j$ - в процесі спалювання в спеціальному пристрої пального, що визначається, заміряються встановлені температури продуктів згоряння T^j . Визначення складу пального відбувається на основі замірених величин і значень з бази даних.

Розглянемо докладніше зазначені частини.

a) *Попередній етап*

Розглянемо на прикладі найбільш простого вуглеводневого палива. Для нього умовна формула в загальному вигляді $C_{b_C}H_{b_H}$. Замість відносини об'ємних витрат окислювача і пального $(\dot{V}^{ок}/\dot{V}^r)^j$ відповідно до (3.1) в розрахунках будемо використовувати $\chi^w = \alpha \cdot \chi_0^w$. Оцінимо можливі межі зміни b_C і b_H . Для визначеності приймемо, що в суміші газоподібних речовин можуть міститися граничні вуглеводи з кількістю атомів вуглецю не вище 4^x . Іншими словами це можуть бути метан (CH_4), етан (C_2H_6), пропан (C_3H_8), бутан (C_4H_{10}). В умовній формулі суміші для будь-якого співвідношення цих газів кількість атомів вуглецю буде перебувати в діапазоні $b_C \in [1...4]$, а

атомів водню $b_H \in [4...10]$. Якщо розглядати можливість присутності в газовій суміші гомологів перерахованих газів у вигляді їх ненасичених форм, то можлива кількість атомів вуглецю не зміниться. Кількість атомів водню в ненасичених формах менше ніж в граничних. Отже, не зміниться і верхня межа кількості атомів водню. Неграничні форми для розглянутих газів існують, починаючи з етану і далі для речовин, з великою кількістю атомів вуглецю. Мінімальна кількість атомів водню в неграничному гомологі етану міститься в ацетилені (C_2H_2) і дорівнює 2^M . Ця кількість і визначає нижню межу можливого діапазону зміни кількості атомів водню в умовній формулі даної суміші. Отже. $b_C \in [1...4]$, $b_H \in [2...10]$.

Розіб'ємо діапазони зміни b_C і b_H на кілька інтервалів. Наприклад при кроці 0.05 отримаємо 61 значення для b_C і 161 для b_H . Виберемо будь-яке поєднання з цих значень, наприклад $b_C^k = 2.35$ та $b_H^r = 8.45$ і запишемо умовну формулу пального $C_{b_C^k}H_{b_H^r} = C_{2.35}H_{8.45}$. Для реакції горіння такого пального в повітрі, склад якого заданий формулою (2.4), визначається молярний стехіометричний коефіцієнт співвідношення компонентів χ_0^w :



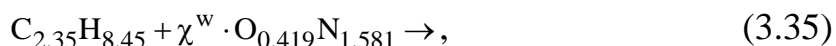
Для цієї реакції, наприклад, вийшло $\chi_0^w = 21.3$.

Далі прийmemo діапазон зміни коефіцієнта надлишку окислювача рівним, наприклад, $\alpha \in [0.5...0.9]$. Вибір цього діапазону буде обговорено нижче в розділі 3.4, що описує пристрій для забезпечення ізоентальпійного процесу спалювання палива. Також розіб'ємо цей діапазон на кілька інтервалів. Наприклад при кроці 0.01 отримаємо 41 значення. Для будь-якого значення α з урахуванням отриманого $\chi_0^w = 21.3$ обчислюється молярний коефіцієнт співвідношення компонентів $\chi^w = \alpha \cdot \chi_0^w$.

Аналогічним чином оцінюється можливий діапазон зміни ентальпії

суміші горючих газів Γ . Цей діапазон також розбивається на ряд інтервалів. Для розрахунку вибираємо будь-яке значення Γ з обраного діапазону.

Для обраних значень b_C^k , b_H^r , Γ , певного значення χ^w для реакції горіння



використовуючи модель (2.13-2.25) обчислюється калориметрична температура продуктів згоряння T . Величини: b_C^k , b_H^r , Γ , χ^w і обчислене значення T заносяться як один пов'язаний комплект даних в базу даних.

Використовуючи всі можливі поєднання значень α , b_C^k , b_H^r , Γ виконуються розрахунки T і заповнюється база даних. Слід враховувати, що варіюючи величину α , в базу даних замість неї заносяться відповідне значення χ^w .

b) Етап реалізації

На етапі реалізації процедура визначення складу пального будується наступним чином:

1. Встановлюється деяке співвідношення об'ємних витрат пального і окислювача $(\dot{V}^{ок}/\dot{V}^{\Gamma})_1$, що подаються в спеціальний пристрій для спалювання. Вимірюється температура T_1 продуктів згоряння, що встановилася. Цей комплект заміряних величин запам'ятовується.
2. Змінюється співвідношення $(\dot{V}^{ок}/\dot{V}^{\Gamma})_2$, вимірюється нова температура T_2 і запам'ятовується поточний комплект вимірювань. Кількість повторень подібної процедури дорівнює кількості визначених величин. В даному випадку це b_C , b_H , Γ - 3 величини. Отже, запам'ятовуємо 3 комплекти вимірювань.
3. З підготовленої раніше бази вибираються всі пов'язані комплекти даних з величинами, рівними одному з заміряних параметрів. Наприклад,

вибираються всі комплекти з температурами, рівними T_1, T_2, T_3 . Або всі комплекти зі відношенням витрат $\chi^w = (\dot{V}^{ок}/\dot{V}^Г)$, рівними $(\dot{V}^{ок}/\dot{V}^Г)_1, (\dot{V}^{ок}/\dot{V}^Г)_2, (\dot{V}^{ок}/\dot{V}^Г)_3$.

4. Для визначеності міркування будемо вести для вибору по температурі. У розділі 3.2 показана єдність розв'язку на основі моделі, розробленої в розділі 3.1. Отже, в комплектах даних, пов'язаних температурами T_1, T_2, T_3 , що вимірюються, і вибраними з бази даних міститься це рішення. Проблема в тому, що з кожної температурою можуть бути пов'язані кілька (група) комплектів даних.
5. Далі з кожної групи вибирається по одному комплекту даних таким чином, щоб всі вхідні в комплекти однойменні величини були рівні: $(b_C^1 = b_C^2 = b_C^3); (b_H^1 = b_H^2 = b_H^3); (I_1^Г = I_2^Г = I_3^Г)$. Це і є рішення.

3.3.2 Метод розрахункової компенсації похибок вимірювання технологічних параметрів

Описаний в розділі 3.3.1 метод пошуку рішення має на увазі ідеальні умови абсолютно точного вимірювання технологічних параметрів: (T) та $(\dot{V}^{ок}/\dot{V}^Г)$. В реальних умовах ці параметри будуть вимірюватися з певними похибками. Необхідний метод їх компенсації.

Похибка у вимірюванні (T) та $(\dot{V}^{ок}/\dot{V}^Г)$ веде до відхилення визначених величин $b_C, b_H, I^Г$ від їх точних значень. Скористаємося цим для їх корекції. Введемо фіктивний хімічний елемент до складу формули, що визначається. Так для випадку визначення складу вуглеводневого палива $C_{b_C} H_{b_H}$ введемо, наприклад, кисень. В цьому випадку умовна формула пального матиме вигляд $C_{b_C} H_{b_H} O_{b_O}$. Додатковий хімічний елемент у формулі при визначенні її складу вимагає одного додаткового виміру технологічних параметрів

(Т) та $(\dot{V}^{ок}/\dot{V}^Г)$. При точному вимірі температур і витрат в процесі спалювання вуглеводневого палива визначення складу покаже нульовий вміст кисню ($b_O = 0$) в умовній формулі. Похибки у вимірах будуть виявлятися за рахунок визначення в складі формули деякої кількості кисню ($b_O \neq 0$). Це є індикатором наявності похибок у вимірах. У той же час коригуючи певним чином величини (Т) та $(\dot{V}^{ок}/\dot{V}^Г)$ можна домогтися обнуління ($b_O = 0$). В цьому випадку відкориговані величини (Т) та $(\dot{V}^{ок}/\dot{V}^Г)$ будуть відповідати їх точним значенням, а величини $b_C, b_H, I^Г$ їх істинним значенням.

Алгоритм корекції полягає в наступному:

1. Як і в випадку точних вимірів в якості опорних величин для визначеності виберемо температури. Для будь-яких засобів їх вимірювання вказується допустима похибка. Для кожного виміру температури з урахуванням допустимої для нього похибки визначається можливий діапазон варіації реального значення Т.
2. Кількість варіацій величини $(\dot{V}^{ок}/\dot{V}^Г)$ і, відповідно, вимірів (Т) визначається числом Т та $\dot{V}^{ок}/\dot{V}^Г$ величин, що визначаються (в даному випадку $b_C, b_H, I^Г$) і коригуються (в даному випадку, - 5 штук).
3. З підготовленої раніше бази для кожного діапазону можливої варіації температури продуктів згоряння відбираються всі відповідні цьому діапазону комплекти даних. Вони утворюють певні групи комплектів даних.
4. Дані з груп порівнюються між собою. Метою є вибір з кожної групи по одному комплекту даних таким чином, щоб в них відповідні величини були рівні між собою: $(b_C^1 = b_C^2 = b_C^3 = b_C^4 = b_C^5)$; $(b_H^1 = b_H^2 = b_H^3 = b_H^4 = b_H^5)$ та $(I_1^Г = I_2^Г = I_3^Г = I_4^Г = I_5^Г)$. Додатковим обмеженням (умовою) при виборі даних є необхідність відсутності в умовній формулі пального кисню. Іншими

словами необхідність ($b_0 = 0$).

3.3.3 Організація замірів технологічних параметрів і розрахунків при зміні складу пального

У процесі отримання комплекту вимірів технологічних параметрів може відбутися зміна складу пального. У цьому випадку розрахунок буде виконано на підставі даних не для одного певного складу, а для різних, що неминуче призведе до помилки. Необхідний метод виділення та виключення таких випадків.

Алгоритм фіксації моменту зміни складу пального та виключення можливості неправильного розрахунку полягає в наступному:

1. Перше визначення складу пального здійснюється після накопичення необхідної кількості комплектів вимірювання технологічних параметрів. Для розглянутого модельного випадку воно відповідає п'яти (див. Пункт 2 в розділі 3.3.2).
2. Вибираються останні 4 виміри. До них додається черговий (один). В результаті формується нова група з п'яти вимірів, що служить основою для чергового визначення складу пального.
3. Знову певний склад порівнюється з даними з попереднього визначення. Якщо вони збігаються, робиться висновок про незмінність складу протягом останніх шести вимірів. Отримані дані по складу пального використовуються для управління процесом його ефективного спалювання. Відбувається перехід до пункту 2 алгоритму.
4. У разі неспівпадіння при порівнянні результатів двох останніх випадків визначення складу пального робиться висновок про його зміни, що сталися протягом останніх шести вимірів. При цьому отримані дані не можуть бути використані для управління процесом його спалювання.
5. Відбувається перехід до пункту 2 алгоритму.

3.4 Пристрій для забезпечення ізоентальпійного процесу спалювання палива.

Всі описані вище моделі і методи побудовані в припущенні організації ізоентальпійного процесу спалювання палива і виміру в якості технологічного параметру калориметричної температури продуктів згоряння. Такий процес можна організувати в спеціальному пристрої, на який отримано патент [3.3]..

Розроблений пристрій містить енергетичний пристрій з пальником, регулюючу арматуру для повітря, регулюючу арматуру для газу, блок управління, пробірний пристрій, трубопровід відбору повітря, трубопровід відбору газу, регулюючу арматуру для повітря, що подається в пробірний пристрій, регулюючу арматуру для газу, що подається в пробірний пристрій, витратомір повітря, що надходить в пробірний пристрій, витратомір газу, що надходить в пробірний пристрій, трубопровід подачі горючого газу, трубопровід подачі повітря, датчик витрати повітря і датчик витрати газу, при цьому, пальник з'єднаний з трубопроводом подачі горючого газу і трубопроводом подачі повітря, на трубопроводі подачі горючого газу установлений датчик витрати горючого газу і регулююча арматура газу, а на трубопроводі подачі повітря установлений датчик витрати повітря і регулююча арматура повітря, трубопровід подачі повітря з'єднаний з трубопроводом відбору повітря, який в свою чергу з'єднаний з пробірним пристроєм. На трубопроводі відбору повітря установлені регулююча арматура для повітря, що подається в пробірний пристрій і витратомір повітря, що надходить в пробірний пристрій, трубопровід подачі горючого газу з'єднаний з трубопроводом відбору горючого газу, який з'єднаний з пробірним пристроєм, на трубопроводі відбору горючого газу установлені регулююча арматура для газу, який подається в пробірний пристрій, блок управління з'єднаний паралельно з регулюючою арматурою для повітря і регулюючою арматурою для газу, з датчиком витрати повітря і датчиком витрати горючого газу, з регулюючою арматурою для повітря, що подається

в пробірний пристрій і витратоміром повітря, що надходить в пробірний пристрій, з витратоміром газу, що надходить в пробірний пристрій і регулюючою арматурою для горючого газу, що подається в пробірний пристрій, а також з термопарою, установленою в камері згоряння пробірного пристрою.

Пробірний пристрій містить циліндричну камеру згоряння, яку охоплюють коаксіальні циліндри, патрубок подачі горючого газу, в якому встановлено засіб для вимірювання температури горючого газу, який подається, патрубок подачі повітря і магістраль підведення повітря в камеру згоряння, усередині якої встановлена термопара і засіб для вимірювання температури повітря, що надходить, розташований на вході магістралі підведення повітря, при цьому, патрубок подачі горючого газу пробірного пристрою з'єднаний з трубопроводом подачі горючого газу, а патрубок подачі повітря пробірного пристрою з'єднаний з трубопроводом подачі повітря установки.

Крім того, коаксіальні циліндри розташовані таким чином, що між ними утворені зазори, за якими проходить повітря.

Установка для визначення складу горючого газу в процесі його спалювання зображена на кресленнях, де:

малярнок 3.1. - принципова схема установки;

малярнок 3.2. - принципова схема пробірного пристрою.

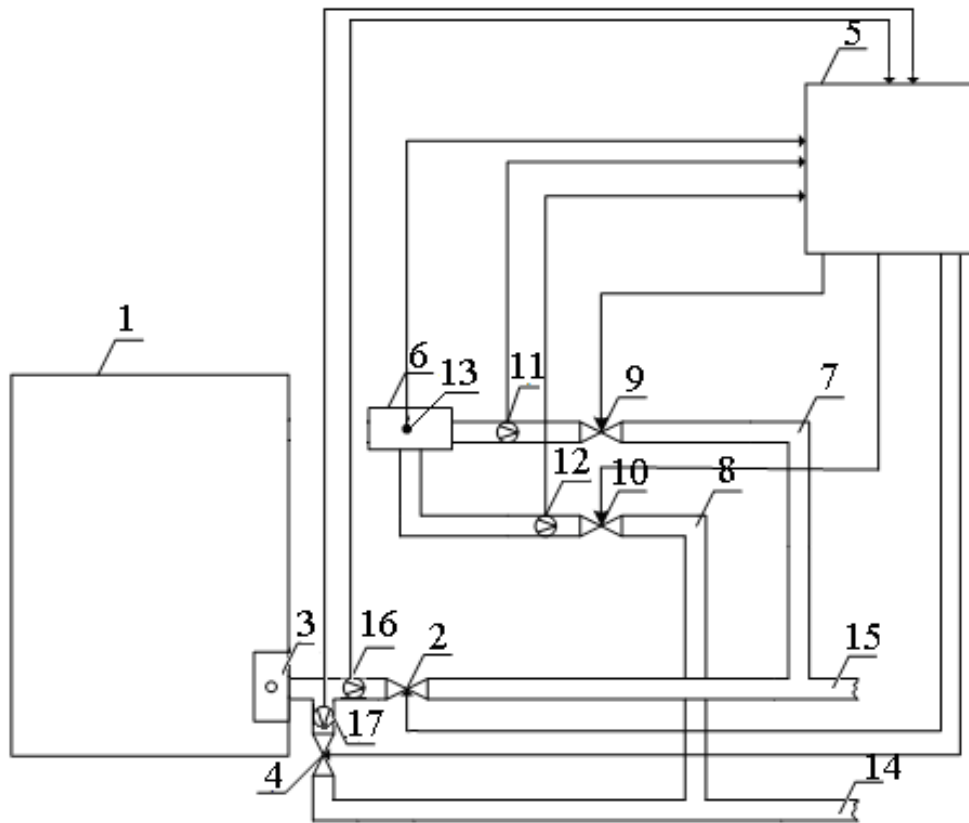


Рисунок 3.1 – Принципова схема установки

Установка для визначення складу горючого газу в процесі його спалювання містить енергетичний пристрій, наприклад, котел 1, регулюючу арматуру для повітря 2, пальник котла 3, регулюючу арматуру для газу 4, блок управління 5, пробірний пристрій 6, трубопровід відбору повітря 7, трубопровід відбору газу 8, регулюючу арматуру для повітря 9, що подається в пробірний пристрій 6, регулюючу арматуру для газу 10, що подається в пробірний пристрій 6, витратомір 11 повітря, що надходить в пробірний пристрій 6, витратомір 12 газу, що надходить в пробірний пристрій 6, трубопровід подачі горючого газу 14, трубопровід подачі повітря 15, датчик витрати повітря 17, датчик витрати газу 16.

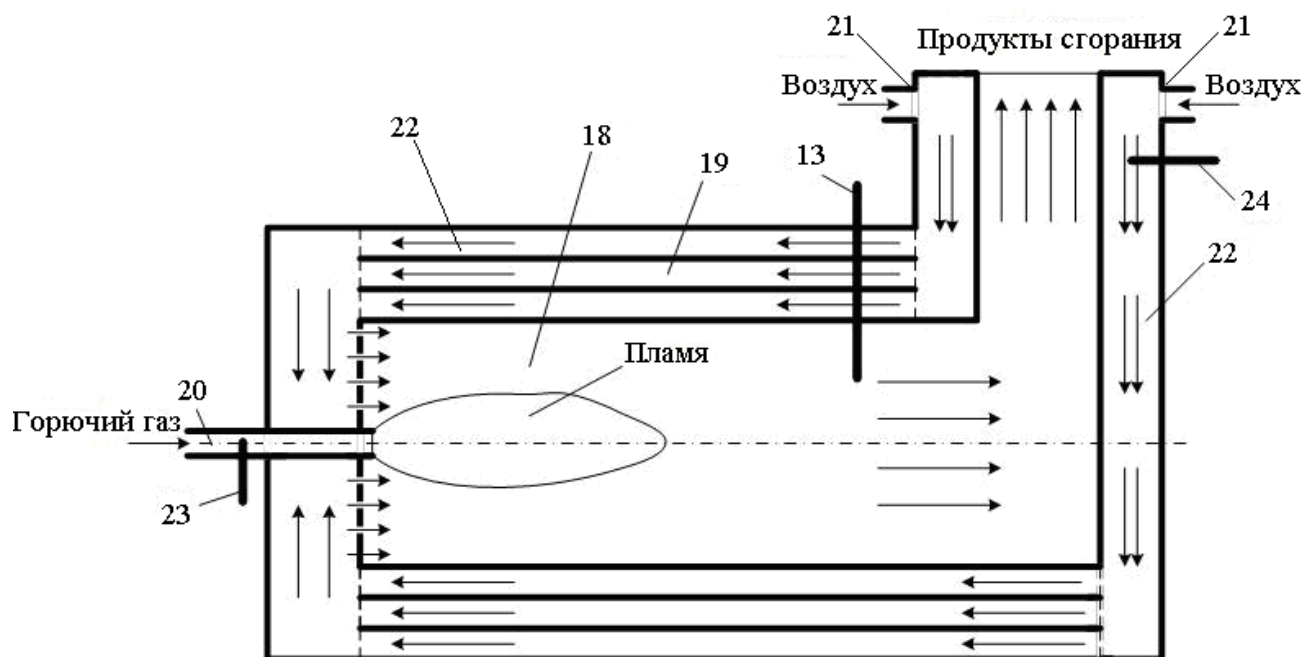


Рисунок 3.2 – Принципова схема пробірного пристрою

Пробірний пристрій 6 (мал. 3.2) містить циліндричну камеру згоряння 18, коаксіальні циліндри 19, що охоплюють циліндричну камеру згоряння 18, патрубок подачі горючого газу 20, патрубок подачі повітря 21 і магістраль підведення повітря 22 в камеру згоряння 18.

Коаксіальні циліндри 19 розташовані таким чином, що між ними утворені зазори, за якими проходить повітря.

Патрубок подачі горючого газу 20 пробірного пристрою 6 з'єднаний з трубопроводом подачі горючого газу 14, а патрубок подачі повітря 21 пробірного пристрою 6 з'єднаний з трубопроводом подачі повітря 15 установки.

У пробірному пристрої 6 установлені: термопара 13 для вимірювання температури продуктів згоряння в камері згоряння 18, засіб для вимірювання температури горючого газу, який подається 23, розташований в патрубку подачі горючого газу 20 і засіб для вимірювання температури повітря 24, що надходить, розташований на вході магістралі підведення повітря 22 .

Перераховані елементи і вузли установки для визначення складу горючого газу в процесі його спалювання з'єднані між собою в такий спосіб.

Пальник 3 енергетичного пристрою 1 з'єднаний з трубопроводом подачі горючого газу 14 і трубопроводом подачі повітря 15, при цьому на трубопроводі подачі горючого газу 14 установлений датчик витрати горючого газу 16 і регулююча арматура 4, а на трубопроводі подачі повітря 15 установлений датчик витрати повітря 17 і регулююча арматура 2.

Трубопровід подачі повітря 15 з'єднаний з трубопроводом відбору повітря 7, який, в свою чергу, з'єднаний з пробірним пристроєм 6. На трубопроводі відбору повітря 7 установлені регулююча арматура для повітря 9, що подається в пробірний пристрій 6, і витратомір 11 повітря, що надходить в пробірний пристрій 6.

Трубопровід подачі горючого газу 14 з'єднаний з трубопроводом відбору горючого газу 8, який з'єднаний з пробірним пристроєм 6.

На трубопроводі відбору горючого газу 8 установлені регулююча арматура для газу 10, що подається в пробірний пристрій 6.

Блок управління 5 з'єднаний паралельно з регулюючою арматурою для повітря 2 і регулюючою арматурою для газу 4, з датчиком витрати повітря 17 і датчиком витрати горючого газу 16, що подаються в енергетичний пристрій 1, з регулюючою арматурою для повітря 9 і регулюючою арматурою для горючого газу 10, що надходять в пробірний пристрій 6, а також з витратоміром 11 повітря і витратоміром 12 газу, що подаються в пробірний пристрій 6 і з термопарою 13, установленною в камері згоряння 18 пробірного пристрою 6.

Працює установка, що заявляється, у такий спосіб.

Горючий газ загалом невідомого і змінного складу і повітря, необхідне для спалювання цього горючого газу, подаються в енергетичну установку 1 по трубопроводах 14 і 15 відповідно. Витрати горючого газу і повітря заміряються за допомогою витратомірів 16 і 17. Їх витрати регулюються за допомогою арматури 2 і 4. Визначення ентальпії горючого газу (теплотворної здатності), складу горючого газу і, відповідно, оптимального співвідношення горючий газ-повітря відбувається в блоці управління 5. Для цього в

пробірному пристрої 6 організовується безперервний ізоентальпійний (без втрат енергії від продуктів згоряння в навколишнє середовище і теплоізоляцію) процес спалювання горючого газу з виміром і передачею в блок управління 5 величин витрат горючого газу і повітря, а також температури продуктів згоряння, вимірюваної термопарою 13. На їх підставі, а також на підставі занесених в базу даних результатів раніше виконаних розрахунків, в блоці управління 5 відбувається вироблення оптимальних керуючих впливів на регулюючі арматури 2 і 4, чим забезпечується оптимальне спалювання горючого газу (палива) в енергетичній установці-котлі 1.

По трубопроводу 7 відбувається відбір повітря з трубопроводу подачі повітря 15, по трубопроводу 8 відбирають горючий газ з трубопроводу подачі горючого газу 14, які заміряють за допомогою витратомірів 11 і 12 відповідно.

За допомогою регулюючої арматури 10 витрата горючого газу підтримується на постійному рівні в незалежності від його тиску в трубопроводі подачі горючого газу 14.

Особливістю даного способу визначення складу газової суміші, який реалізується в установці, що заявляється, є не ідентифікація окремих газів, що входять в суміш, а визначення відразу наведеної формули цієї суміші і її теплотворної здатності (ентальпії). Необхідною умовою реалізації способу є забезпечення ізоентальпійності процесу спалювання. Пробірний пристрій 6 призначений забезпечити цю умову в процесі спалювання горючого газу, склад якого визначається.

Розрахунок складу наведеної до загального вигляду формули суміші горючих газів відбувається в блоці управління 5 на основі набору даних, отриманих при вимірі їх величин в процесі горіння. Для цього здійснюється наступна послідовність дій.

1. За допомогою регулюючої арматури установки 9, 10 задаються деякі довільні, які утримуються на постійному рівні витрати горючого газу і

повітря, що подається для його горіння.

2. Заміряються величини цих витрат витратомірами 11, 12.

3. Заміряється температура в камері згорання 18 пробірною пристроєм 6 термоміром 13. Витрати газу і повітря утримуються на постійному рівні до прогріву елементів пробірною пристроєм 6 і стабілізації температури, що заміряється. Показання витратомірів 11, 12 і термоміра 13 фіксуються в блоці управління 5 і використовуються в якості одного з комплектів даних для розрахунку складу спалюваного газу.

4. За допомогою регулюючої арматури установки 9, 10 проводиться зміна співвідношення витрат газу і повітря. Може змінюватися або витрата газу, або витрата повітря, або обидві витрати одночасно. Важливо, щоб змінилося співвідношення витрат. Операції, перелічені в п.п. 2-4, повторюються циклічно в процесі роботи установки.

У такому режимі процес спалювання відбувається безперервно. Витрати суміші газів і повітря можуть змінюватися як у бік збільшення, так і в бік зменшення. Для одного розрахунку складу газової суміші необхідно мати кількість комплектів даних, на одну більше, ніж кількість хімічних елементів, з яких складаються гази, що входять до газової суміші. Коло хімічних елементів, які можуть входити в будь-яку горючу газову суміш, може складатися лише з п'яти елементів: вуглецю (C), водню (H), азоту (N), кисню (O), сірки (S). З цієї причини для одного розрахунку необхідно максимум шість комплектів даних. Розрахунок приведеної до загального вигляду формули горючої суміші може здійснюватися на основі будь-якого співвідношення витрат горючої газової суміші і повітря. Але, з технологічних міркувань кращим є забезпечення подачі малої, навіть мінімально можливої, кількості повітря в камеру згорання 18. У цьому випадку виникає мінімальна температура горіння, що сприятливо позначається на умовах роботи термоміра 13. Крім того, таке співвідношення газ-повітря забезпечує відновну реакцію продуктів згорання, що також сприятливо позначається на збереженні працездатності обладнання.

3.5 Приклад розрахунку складу умовної формули пального на основі результатів модельних вимірювань

Як тестовий наведено приклад визначення (підтвердження) складу горючого газу, що складається тільки з метану (CH_4). Для моделювання реального випадку розрахунку припустимо, що склад газу або, точніше, склад суміші газів невідомий. Але відомо, що всі гази, які можуть входити в суміш містять в своєму складі тільки вуглець і водень. У цьому випадку, як зазначалося раніше, наведену формулу спалюваного газу будемо визначати у вигляді $\text{C}_{b_C}\text{H}_{b_H}$. Ця формула не відображає структури будь-якої молекули, а служить в подальшому лише для виконання балансових розрахунків. Особливості структури молекул газів, які можуть становити досліджувану суміш, враховуються величиною ентальпії цієї суміші. За такої умови одна з величин, що визначає кількість атомів в наведеній формулі може бути обрана довільно. Припустимо $b_C = 1$ і, відповідно, приведена формула, яка визначається, буде мати вигляд: C_1H_{b_H} . Такий прийом дозволяє одну з визначених величин задати фактично довільно і зменшити необхідну кількість комплектів даних, що заміряються, на одиницю. Це спрощує не тільки процес вимірів, але й обчислення. В даному випадку потрібно лише два комплекти даних, що заміряються.

Виконані виміри дали наступні величини:

1-ий замір $V_{ок} / V_{г} = 5.73$; $T = 1755\text{K}$;

2-ий замір $V_{ок} / V_{г} = 8.60$; $T = 2195\text{K}$.

Тут, $V_{ок} / V_{г}$ - відношення витрат відповідно окислювача і горючого; T – температура, що встановилася після прогріву елементів конструкції пробірного пристрою б при відповідному співвідношенні витрат окислювача і горючого.

Кількість атомів вуглецю і водню метану відома, величина ентальпії

метану також відома - 64,59 кДж/моль [3.4].

Використовуючи відомий метод визначення складу горючих газів на підставі даних, отриманих за результатами двох вимірів, визначили кількість атомів вуглецю, водню і величину ентальпії горючого газу «і».

Отримали: $b_C = 1$; $b_H = 4,05$; $I^F = (-62,03)$.

Порівняння відповідних розрахованих і вихідних (відомих, довідкових) величин показує, що похибка визначення не перевищує 4%.

Отримані дані підтверджують можливість здійснення винаходу і досягнення технічного результату, що заявляється.

Для порівняння в таблиці 3.1 наведені шукані дані, для метану (1-й рядок) і величини, розраховані за відомим методом на підставі виконаних вимірів (2-й рядок):

Таблиця 3.1 – Порівняння табличних і розрахункових даних визначення складу вуглеводневого палива на прикладі метану

		b_C	b_H	$I, [\text{кДж/моль}]$
1.	Дані для CH_4	1	4	-64.59
2.	Результати розрахунку	1	4.05	-62.03

Величина ентальпії метану, яка наведена в першому рядку, приведена в довіднику [30].

У другому рядку наведені результати розрахунку, як кількості атомів вуглецю і водню в наведеній формулі певного газу, так і розрахована величина його ентальпії. Порівняння відповідних розрахованих і вихідних довідкових величин показує, що похибка визначення, не перевищує 4%.

Висновки по розділу 3

В результаті досліджень в третьому розділі вперше запропонований метод корекції узагальненої формули газоподібного палива для компенсації внутрішніх і зовнішніх збурень. Для його реалізації:

1. Розроблено нелінійну математичну модель визначення умовної формули і ентальпії пального (рішення оберненої задачі) змінного складу на основі вимірних технологічних параметрів в процесі його спалювання. Показана принципова можливість отримання на її основі єдиного рішення.

2. Погана обумовленість систем лінійних рівнянь, що виникають під час вирішення вихідної моделі, не дозволяють отримати збіжного ітераційного процесу. Запропоновано метод розв'язання вихідної моделі на основі заздалегідь сформованої бази можливих складів пального. Ця база включає дані багаторазового добре збіжного розв'язання прямої задачі визначення температури продуктів згорання при всіляких комбінаціях видів умовної формули пального і співвідношення пального та окислювача (повітря).

3. Запропоновано метод розрахункової компенсації похибок, що виникають при вимірі технологічних параметрів.

4. Запропоновано метод виключення помилкових результатів розрахунків, що виникають внаслідок зміни складу пального, що визначається, під час вимірювання технологічних параметрів.

5. Розроблено пристрій, що забезпечує ізоентальпійність процесу спалювання палива, склад якого визначається. Забезпечення такого характеру процесу є однією з умов застосування розробленої моделі.

6. Виконано модельний розрахунок визначення складу пального, 3.5 Приклад розрахунку складу умовної формули пального на основі результатів модельних вимірювань.

РОЗДІЛ 4

МЕТОД МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ.

4.1 Моделі і моделювання

Всебічне дослідження будь-якого процесу тісно пов'язане з моделюванням і моделлю. Різноманітність областей науки і техніки, в яких використовується моделювання, а також бажання, щоб модель найкращим чином відповідала особливостям завдання, породжує велику кількість специфічних моделей і видів моделювання. Загальне визначення може охоплювати всю різноманітність моделей, однак, для практичного використання цього потужного засобу дослідження важливо знати основні принципи побудови та оцінки моделей.

Мета цього розділу в тому, щоб розробити наукові основи побудови математичної моделі (ММ) технічної системи (ТС), її узагальнення з метою стискання інформації, перевірки її за допомогою фізичної моделі, оцінки альтернативних варіантів ММ і вибору найкращої.

4.2 Абстрактні моделі

Схематично ТС, навколишнє середовище та взаємодії між ними, які керують діями і реакцією ТС, можна зобразити так, як це представлено на мал. 4.1.

ТС управляється за допомогою вектора \vec{u} , піддається впливу навколишнього середовища, що описується векторами \vec{f} та \vec{v} . Реакція ТС на впливи зображується у вигляді вектора \vec{y} . Навколишнє середовище розділене на дві частини: перша не реагує на дії системи, тому \vec{f} не залежить від \vec{y} , а поведінка другої - залежить від ТС. Прикладом «навколишнього середовища-1» є тиск в атмосфері, яка не залежить від впливів ТС. В якості

«навколишнього середовища - 2» можна розглянути, наприклад, його температуру в замкнутому просторі, де знаходиться ТС, що залежить від процесу теплообміну з ним.

ТС у взаємодії з навколишнім середовищем повинна працювати, задовольняючи ряду вимог, що регламентуються технічних завданням (ТЗ) на об'єкт. Крім того, ТЗ визначає і умови навколишнього середовища, на основі яких складаються крайові умови ММ ТС, а також визначаються області параметрів ТС і навколишнього середовища.

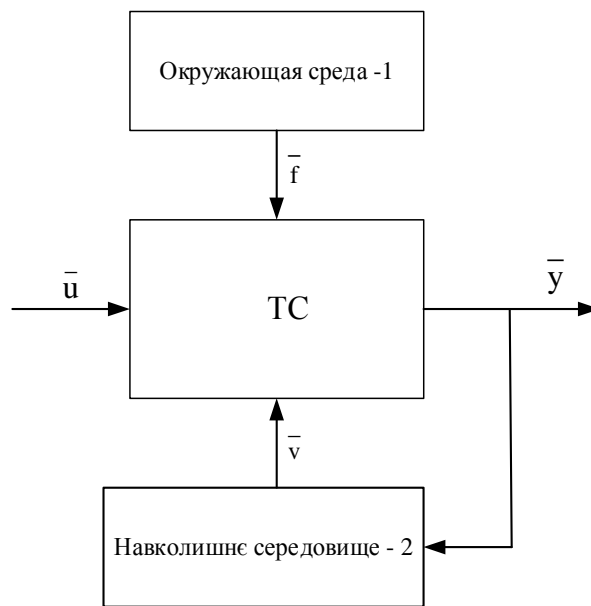


Рисунок 4.1 – Схема управління технічною системою (ТС) і взаємодії її з навколишнім середовищем

Всю інформацію ТЗ, пов'язану з роботою ТС, можна розділити на дві групи:

- а) умови і значення параметрів навколишнього середовища і \bar{u} , при яких повинна працювати ТС;
- б) вимоги до функціонування ТС.

Нехай j -а умова по ТЗ, при якому ТС повинна функціонувати є предикат Φ_j . Тоді умови, що задаються ТЗ, можна записати в наступному вигляді:

$$\Phi_j : (p_{ij} \in D_j) \wedge (p_{ij} \notin \bar{D}_j) \quad \forall j \in J_m, \quad \forall i \in J_n,$$

де p_{ij} - значення i -го параметру по j -ій умові;

D_j - область допустимих значень параметрів;

n - число параметрів, що регламентуються ТЗ;

m - число умов.

Нехай k -а вимога до функціонування ТС є предикат R_k , а \vec{y} - вихідний сигнал ТС. Тоді задоволення вимог ТЗ можна записати так:

$$\exists \vec{y} \in Y : R_1(\vec{y}) \wedge \dots \wedge R_k(\vec{y}) \wedge \dots \wedge R_l(\vec{y}) = 1 \quad \forall k \in J_l .$$

Остаточно вимоги і умови ТЗ можна записати в наступному вигляді:

$$\begin{aligned} \exists \vec{y} \in Y : [R_1(\vec{y}) \wedge \dots \wedge R_l(\vec{y}) = 1] \wedge [(p_{ij} \in D_j) \wedge (p_{ij} \notin \bar{D}_j)] \\ \forall i \in J_n \quad \forall j \in J_m . \end{aligned} \quad (4.1)$$

Побудова ММ ТС здійснюється за допомогою декомпозиції ТС за елементами з подальшим їх описом. Кожен елемент вибирається таким чином, щоб він був однорідним за описом у фізичному просторі

$$S = X_1 \otimes X_2 \otimes X_3 \otimes T , \quad (4.2)$$

де X_1, X_2, X_3 - незалежні одномірні геометричні простори;

T - простір часу.

Якщо процес описується в динаміці, то виділяються елементи однорідні в просторі часу, наприклад, виділяється перехідний процес і стаціонарний режим. Процес в системі в просторі X виділяється за ознаками однорідності робочого тіла, наприклад, виділяється рідка, газоподібна і тверда фази. Подальша декомпозиція дозволяє отримати новий рівень опису ТС. У однорідній по фазі масі робочого тіла можна виділити області

однорідні за характером процесів, що протікають в них. Наприклад, при дослідженні гідродинаміки і ТО в потоці рідини можна виділити ядро і прикордонний шар, в твердому тілі - глибину проникнення теплової хвилі. У свою чергу в прикордонному шарі може бути виділений ламінарний підшар і т.д.

Таким чином, послідовно проводячи декомпозицію ТС за ознакою однорідності опису її елементів, можна скласти структуру ММ, в якій у міру зниження рівня зростає деталізація опису ТС.

З метою вивчення структури ММ і зв'язків між її елементами складається узагальнена ММ - ступінь абстракції більш висока, ніж ММ по відношенню до ТС.

Кожне рівняння, формула, крайова умова можуть бути представлені як сума операторів над змінними, що дорівнює нулю. Різні обмеження і умови видаються поруч предикатів. З огляду на це узагальнена ММ записана в наступному вигляді:

$$\sum_i A_{ij}(\bar{y}, \bar{s}, \bar{z}, \bar{c}, \bar{k}, \bar{w}) = 0, \quad j \in J_m, \quad i \in J_{n_j}, \quad (4.3)$$

$$L_q(\bar{y}, \bar{s}, \bar{z}, \bar{c}, \bar{k}, \bar{w}), \quad q \in J_{n_q}, \quad (4.4)$$

де A_{ij} - оператор і-го члена в j-ому рівнянні або формулою системи рівнянь,

формул і крайових умов;

n_j - число членів в j-ому рівнянні або формулою;

m - число рівнянь, формул, крайових умов, що входять до ММ;

\bar{y} - вектор вихідного сигналу ТС;

\bar{s} - вектор координат фізичного простору;

\bar{z} - вектор параметрів стану ТС;

\bar{c} - кортеж властивостей робочих тіл;

\bar{k} - кортеж властивостей системи і її елементів;

\vec{w} - кортеж інших величин, що входять до ММ;

L_q - q-ий предикат.

Змінні фізичного простору є незалежними:

$$\vec{s} \in S, \quad \vec{s} = (s_1, s_2, s_3, s_4) \stackrel{\text{Def}}{=} (x_1, x_2, x_3, t) . \quad (4.5)$$

Фізичні константи властивостей робочих тіл, такі як в'язкість, теплоємність, щільність і ін. залежать від параметрів стану ТС:

$$\vec{c} = c(\vec{z}) . \quad (4.6)$$

Властивості систем і її елементів (наприклад, турбулентна дифузія і в'язкість, твердість пружини і ін.) залежать від змінних фізичного простору і параметрів стану ТС:

$$\vec{k} = k(\vec{s}, \vec{z}) \quad (4.7)$$

Параметри стану ТС в загальному випадку залежать від змінних фізичного простору:

$$\vec{z} = z(\vec{s}) . \quad (4.8)$$

Таким чином, в загальному випадку величини $\vec{c}, \vec{k}, \vec{z}$ виявляються залежними від змінних фізичного простору або, як кажуть, модель ТС є розподіленою в просторі координат. Залежність (4.6) викликає нелінійність ММ, а (4.7) - нелінійність системи рівнянь, крайових умов і змінність коефіцієнтів ММ в геометричному просторі і часі. Однак, для деяких завдань залежності (4.6), (4.7) в окремих областях чи в усьому просторі ТС слабкі і надають несуттєвий вплив на результат рішення. У цьому випадку, з метою

спрощення ММ у відповідних областях і по відповідним координатам фізичного простору, властивості ТС і робочих тіл, а також параметри процесу ТС осереднюють. Оскільки при усередненні деяких властивостей розподіленої моделі користуються середньоінтегральними значеннями, то в подальшому такі моделі будуть називатися інтегральними.

Таким чином, можна сказати, що на верхньому рівні структури ММ стоять інтегральні моделі, побудовані на феноменологічних законах збереження термодинаміки. Вони являють собою, стаціонарні і зосереджені моделі, використовуючи які можна знайти область значень параметрів процесу, проводити оцінки, важливі на етапі аналізу завдання і проектування конструкцій. На нижньому рівні структури ММ можна уявити диференціальну модель, яка враховує, що в кожній точці фізичного простору ТС параметри і властивості диференційовані і враховуються залежностями (4.6) і (4.7) (нестационарна, нелінійна модель з розподіленими параметрами і змінними коефіцієнтами). Таким чином, можна скласти структури ММ, що розрізняються диференцированністю параметрів і властивостей у фізичному просторі, і розташувати їх відповідно до повноти обліку зміни властивостей речовин і системи.

У разі спільної зміни ряду параметрів системи, властивості її починають залежати від сукупності параметрів. У термодинаміці це описується за допомогою перехресних коефіцієнтів [66]. Облік перехресних зв'язків істотно ускладнює ММ процесу і її рішення. Однак, частка впливу супутніх явищ на процес, як правило, неоднакова. Це дає принципову можливість скласти ранжирувану структуру ММ, в якій від вищого рівня до нижчого все більш повно враховуються фактори, що впливають на процес. Таким чином, ранжируваний ряд ММ, що розрізняється ступенем адекватності і простоти дає принципову можливість для вибору ММ найкращою за критерієм, що включає обидва зазначених раніше фактори: адекватності та простоти моделі.

Схема складання ряду альтернативних ММ може бути наступною:

повна диференційна ММ і інтегральна ММ, що представляють полюса в описі процесу, визначають межі безлічі альтернативних моделей. Проміжні ММ, отримані спрощенням повної ММ на шляху до інтегральної, створюються на основі двох різних процедур: скорочення факторів, несуттєвих для вирішення завдання, і спрощення виду залежностей при тому ж числі факторів.

Для виконання першої процедури потрібно оцінити відмінність в рішеннях завдання за допомогою двох або більше ММ з різною кількістю чинників, що враховуються і вирішити питання допустимості спрощення ММ і збільшення похибки, що виникає при цьому.

Принципово це можна зробити, прийнявши певну процедуру встановлення адекватності (рівності) результатів з точністю до деякої величини ε , прийнятої за угодою, або входить в критерій оптимізації ТС за деякою умовою:

$$\vec{y}_{(n)}(p_1, \dots, p_{n_p}) \stackrel{Ad}{\underset{\varepsilon}{=}} \vec{y}_{(k)}(p_1, \dots, p_k), \quad \forall p_i \in P_n \quad (4.9)$$

$$P_n \supseteq D^* \quad P_k \supseteq D^* \quad P_k \subset P_n,$$

де p_i - i -й фактор, що враховується в ММ;

n_p, k - повний і усічений набір факторів;

D^* - безліч значень факторів, що визначаються ТЗ на роботу ТС.

Процедура встановлення адекватності порівнюваних об'єктів в ряді робіт виконується по-різному. Тут слід зазначити, що, як уже зазначалося раніше, йти від вирішення складної моделі до простої можна лише у виняткових випадках, коли неможлива інша перевірка моделі, наприклад, при вирішенні питань екології, охорони навколишнього середовища, де експеримент або неможливий фізично, або може призвести до незворотних катастрофічних наслідків і тому неможливий через великий ризик [61, 19, 62]. У випадках допустимості експериментальної перевірки ММ слід йти, як

це зазвичай робиться, по шляху скорочення врахованих чинників відповідно до прогнозу рішення ММ. При цьому зниження надійності результату, що отримується, повинно бути компенсовано перевіркою спрощеної ММ іншим достовірним шляхом, наприклад, експериментальним.

Прогнозування рішення можливо різними методами, але всі вони побудовані на спрощених рішеннях або рішеннях спрощених ММ. З метою розробки наукової основи такої процедури слід проаналізувати відомі варіанти і виконати їх розвиток в плані вирішення завдання процедури спрощення ММ за рахунок скорочення числа чинників, що враховуються.

У разі, коли рішення задачі залежить від комплексу, в який фактори входять у вигляді суми складових, можна оцінити внесок кожного по відношенню до найбільшого з адитивних складових. У разі, якщо відношення p_k k -го фактору до основного p_1 порядку $\varepsilon \ll 1$ $\left(\frac{p_k}{p_1} = O(\varepsilon) \right)$, то впливом p_k k -го фактора на рішення можна знехтувати. Цим відношенням $p_i/p_1 \quad \forall i \in J_n$ найбільш просто ранжуються фактори по їх впливу на рішення ММ

$$1 > \frac{p_2}{p_1} > \frac{p_3}{p_1} > \dots > \frac{p_k}{p_1} > \dots > \frac{p_n}{p_1},$$

при цьому в силу їх обмеженого числа і при $\sum_{j=k}^n \frac{p_j}{p_1} \ll 1$, особливо при різних

знаках складових, усічення списку факторів до $n - k$ істотно не позначається на результаті рішення задачі. Такий прийом загальновідомий і ефективний, але не завжди в потрібній формі може бути представлена група конкуруючих факторів ММ.

Розвитком цих ідей є результати, які випливають з застосування теорії подібності та розмірності, де порівняння виконується по відносинам комплексів факторів, що характеризують окремі явища. Теорія подібності і

розмірності дозволяє не тільки спрощувати ММ, а й істотно її узагальнювати. Значення і результати її займають особливе місце у всіх дослідженнях, пов'язаних з моделюванням. Тому необхідний аналіз найважливіших результатів і методів, побудованих на теорії подібності та розмірності.

Основною теоремою в аналізі розмірностей є π -теорема. Суть її в наступному [49]. Якщо є співвідношення між n розмірними величинами

$$f(p_1, \dots, p_n) = 0, \quad (4.10)$$

серед яких k величин мають незалежні розмірності, то шляхом перетворень залежність (4.10) може бути представлена у вигляді $F(\pi_1, \dots, \pi_{n-k}) = 0$, де π_1, \dots, π_{n-k} - безрозмірюванні комбінації вихідних розмірних величин. Важливо відзначити, що кожен безрозмірюваний комплекс має вигляд степеневого одночлена [50].

Таким чином, на основі π теореми показується, що простір змінних мірності « n » перетворенням до безрозмірного вигляду скорочується до мірності $n - k$. Кожному набору $\pi_i, i = 1, \dots, n - k$ відповідає безліч значень розмірних величин, що входять до безрозмірних комплексів. Отже, безліч приватних задач, які визначаються великою кількістю умов однозначності, зводяться до деякого набору безрозмірних комплексів. Цим самим показується, що перетворення до безрозмірного вигляду є узагальнення в тому сенсі, що однією ММ може відповідати нескінченне число конкретних реалізацій параметрів $\exists p_j : \pi_i - \text{idem} \quad \forall i \in J_{n-k}$.

Відповідно до теорії планування експериментів число досліджень є показовою функцією кількості факторів, що впливають на процес [81, 82]. Так число досліджень N повного факторного експерименту визначається за формулою:

$$N = q \cdot m^l,$$

де q - число повторень.

m - число рівнів зміни кожного фактору,

l - число варійованих факторів.

Якщо число варійованих факторів в розмірному вигляді ММ одно l_p , то відповідно до π -теорема після приведення ММ до безрозмірного виду їх буде $l_\pi = l_p - k$. Таким чином, число досліджень при застосуванні безрозмірних комплексів в експериментальному дослідженні при інших рівних умовах в m^k разів менше, ніж при використанні розмірних факторів. Аналогічні результати виходять в планах експериментів з дробовими репліками і латинськими квадратами [81, 82]. Результати теорії подібності та розмірностей широко використовуються при фізичному моделюванні процесів. Відповідно до класичної теорії для двох подібних процесів відносини однойменних величин в подібних точках системи - величини постійні [83]:

$$\frac{P_i}{P_i^*} = \mu_i = \text{const}, \quad \forall i \in J_n, \quad (4.11)$$

де μ_i - масштаб i -ої розмірної величини,

* - позначення величин, що характеризують оригінал.

Більш загальне визначення дав Л.І. Седов [50], вказавши, що два явища подібні, якщо простим перерахуванням за характеристиками одного, можна розрахувати характеристики другого. Це визначення включає випадки, коли масштаб є змінним у часі і просторі (неоднорідність і анізотропія подібності), залежить від величини параметра або змінної (нелінійна подібність) [73, 75].

Процедура приведення до безрозмірного виду і встановлення подібності між двома процесами різними авторами виконується не однаково і має не рівноцінні результати. Можна вважати класичною наступну процедуру приведення. Для кожної розмірної величини вибирається відносна одиниця виміру, рівна, зазвичай, її значенням в просторово-часовому континуумі системи. Ділячи і помножуючи кожен величину на її відносне

значення, отримаємо добуток одиниці величини на її безрозмірзованне подання.

$$p_{ei} \frac{p_i}{p_{ei}} \stackrel{\text{Def}}{=} p_{ei} \cdot \bar{p}_i, \quad (4.12)$$

$$p_{ei} = \text{const},$$

де p_{ei} - відносна одиниця i -ої величини. Рискою позначена нормована безрозмірзована величина.

Якщо таким чином перетворити кожен член рівняння (граничної умови) і всі постійні винести за знаки операторів, то перед усіма його членами утворюються коефіцієнти, розмірність яких відповідно до правила Фур'є буде однакою. Поділом всіх коефіцієнтів на один з них рівняння (гранична умова) приводиться до безрозмірного виду. Якщо до безрозмірного виду привести всі рівняння і граничні умови ММ, то вона буде мати вигляд ідентичний початковому, але в безрозмірних змінних і критеріях.

У деяких випадках безрозмірзованні комплекси вдається об'єднати зі змінними і таким чином перейти до узагальнених безрозмірзованих змінним (їх ще називають числами подібності [84]).

Відповідно до третьої теореми подібності, сформульованої В.М. Кирпичовим і А.А. Гухманом, два процеси, описувані ММ в формі рівнянь і граничних умов, подібні, якщо рівні між собою однойменні критерії і подібні їх умови однозначності [75, 83]. Якщо процедуру приведення до безрозмірного виду виконати для ММ оригіналу і моделі, то умови подібності можна також представити і так: подібними будуть процеси, якщо після приведення їх ММ до безрозмірного виду при однакових операторах тотожно рівними будуть всі критерії і граничні умови [62]. Іншими словами, можна стверджувати, що два і більше процесів подібні, якщо їх ММ після перетворень виявляться невиразними.

Умови подібності двох явищ можна встановити також, використовуючи масштаби величин. Замінюючи в ММ всі змінні за допомогою співвідношення (4.11) на змінні оригіналу, виносячи за знаки операторів масштаби величин і розділивши на один з коефіцієнтів рівняння всі інші, можна отримати запис ММ моделі в змінних оригіналу. За умови подібності запис обох ММ повинна бути тотожною, звідки йдуть умови рівності одиниці всіх коефіцієнтів рівнянь, що мають вид степеневих одночленів з масштабів змінних [75, 85].

$$\prod_i \mu_i^{\alpha_{ij}} = 1, \quad i \in J_n, \quad (4.13)$$

де α_{ij} показники ступеня i -ої величини в j -ому коефіцієнті.

Процедура приведення ММ до безрозмірного виду дозволяє визначити критерії, які представляють собою відношення факторів, що діють на описуваний процес. Порівняння через співвідношення дозволяє виконати їх ранжування з подальшим спрощенням ММ. Різні в деталях ці процедури носять назви ревізійного [62], інспекційного [63] і фракційного [49] аналізів. Останній найбільш ефективний. Суть його в наступному.

Кожна r -а змінна перетворюється в безрозмірюванну

$$\bar{p}_r = \frac{p_r - p_{r_{\min}}}{p_{r_{\max}} - p_{r_{\min}}}, \quad \bar{p}_r \in [0,1] \quad \forall r \in J_n, \quad (4.14)$$

де $p_{r_{\min}}$, $p_{r_{\max}}$ - найменше та найбільше значення r -ої змінної.

Після підстановки (4.14) в ММ за знак оператора виносяться постійні величини, які утворюють коефіцієнти. Значення їх відображають внесок відповідного фактора в процес, описуваний ММ. Поділом всіх коефіцієнтів кожного рівняння і граничних умов на коефіцієнт при члені, що відбиває причину процесу, ММ приводиться до безрозмірного виду.

Ефективність такої процедури в тому, що одночасно з перетворенням простору змінних в безрозмірне воно перетворюється в однорідне і нормоване. Таке перетворення Клайн називає нормалізацією [49].

Надалі приймається, що всі похідні, що входять в ММ, порядку одиниці

$$\underbrace{\frac{\partial^q p_r}{\partial p_e \cdots \partial p_l}}_q \stackrel{\text{Def}}{=} 0(1) \quad k, e, l \in J_n.$$

Тоді всі рівняння, формули і граничні умови ММ будуть являти собою суму членів зі змінними і їхніми похідними порядку одиниці і різними за величиною коефіцієнтами:

$$\sum_i \sum_r \pi_{ij} \frac{\partial^q p_r}{\partial p_e \cdots \partial p_l} = 0 \quad \forall j \in J_m$$

Якщо коефіцієнти проранжувати в кожному рівнянні, формулі, граничній умові ММ, то, нехтуючи малими з них, можна спростити ММ:

$$\pi_{kj} : \frac{\pi_{kj}}{\pi_{j_{\max}}} = 0(\varepsilon) \Rightarrow \pi_{kj} \stackrel{\text{Def}}{=} 0 \quad \forall k \in J_{nj},$$

де $\pi_{j_{\max}}$ - найбільший коефіцієнт.

У теорії планування експериментів є метод випадкового балансу, який має аналогічну ідею виділення істотних факторів [81]. При цьому в ролі несуттєвих факторів можуть виступати похідні параметрів ММ.

Метод гладких оцінок, що становить ядро фракційного аналізу, по суті спрощене рішення ММ, при якому всі залежності змінних представляються лінійною формою:

$$\bar{p}_k = \bar{p}_r. \quad \forall \bar{p}_k, \bar{p}_r \in [0, 1] \Rightarrow \frac{\partial \bar{p}_k}{\partial \bar{p}_r} = 1,$$

але при цьому:

$$\frac{\partial \bar{p}_k}{\partial \bar{p}_r} = 1 \Rightarrow \frac{\partial^2 \bar{p}_k}{\partial \bar{p}_r^2} \neq 1,$$

$$\frac{\partial^2 \bar{p}_k}{\partial \bar{p}_r^2} = 1, \Rightarrow \frac{\partial \bar{p}_k}{\partial \bar{p}_r} \neq 1.$$

Це внутрішнє протиріччя методу гладких оцінок суттєво його обмежує. Задовільні результати оцінок виходять в разі, коли ММ записана в похідних першого порядку. Як зазначає сам автор: "Оцінка тим гірше, чим вище порядок похідної" [50, с. 148].

Внутрішні протиріччя методу нормалізації і гладких оцінок є причиною і інших обмежень його застосування. Так, наприклад, в разі двовимірної задачі і відношення характерних розмірів області, в якій розвивається процес $\frac{l_1}{l_2} - 0(\varepsilon)$, одним членом рівняння, згідно з методом гладких оцінок, можна знехтувати. Але при цьому рівняння нерозривності пропадає, в той час як воно завжди повинно виконуватися як закон збереження. Метод мало ефективний і в разі істотних нелінійностей.

Процедура нормалізації в ряді завдань зустрічає нездоланні труднощі, так як для ряду залежних змінних невідомі заздалегідь значення $p_{r_{\min}}$ та $p_{r_{\max}}$.

Незважаючи на зазначені недоліки, процедура нормалізації в сукупності з методом гладких оцінок на обмеженому класі задач може бути з успіхом використана, а також може стати основою для вдосконалення методу оцінок.

З метою розширення сфери додатків методу гладких оцінок на завдання з неоднорідною зміною параметрів по областям Клайн [49] пропонує метод зональних оцінок. Він може бути використаний в задачах типу прикордонного шару. Метод передбачає виділення зони, всередині якої окремо нормуються координати простору, а оцінка будується за допомогою степеневі функції. Із застосуванням цього методу витрати праці на оцінювання суттєво зростають в порівнянні з методом гладких оцінок. Процедура зональних оцінок записана в загальному вигляді, а в деталях перетворень успіх залежить від кваліфікації дослідника, що знижує ефективність методу навіть в рамках виділеного класу задач.

Особливою групою критеріїв, аналізуючи які можна прогнозувати рішення ММ, є числа подібності гомохронності - «Но». Аналіз показує, що для лінійних систем з постійними коефіцієнтами величина цього числа характеризує завершеність процесу в часі і в просторі. Це пов'язано з тим, що числа гомохронності належать до категорії безрозмірних змінних, змінна часу в яких відноситься до деякого комплексу з розмірністю часу і вимірюється в "природних координатах" [49] або "характеристичних масштабах" [86, 87]. Комплекс з розмірністю часу при правильному його виборі характеризує динаміку об'єкта, тому ставлення поточного часу до цього комплексу в числах «Но» характеризує тривалість перехідного процесу. Аналіз чисел гомохронності дозволив зробити узагальнення, вигідні для оцінок динаміки процесу, і розробити правила зваженої ідеалізації ММ.

Процеси тепло- і масообміну, заповнення ємностей рідинами та газами, заряду конденсатора, пружного навантаження твердих, рідких і газоподібних тіл, переміщення тіла в силовому полі (гравітаційне, магнітне і ін.), зміна вільної поверхні фаз і ряд інших явищ мають аналогічні відношення між властивостями, що визначають ці явища, тому можуть бити описані однією ММ і вивчені по її вирішенню.

Основною властивістю перерахованих процесів є здатність акумулювати (розряджати) масу або енергію. Ця властивість може бути

виміряна ємністю "u". Інтенсивність процесу залежить від потоку субстанції або енергії \dot{Q} . Ємність фізичних об'єктів - величина обмежена. Так, наприклад, теплова ємність обмежена плавленням або випаровуванням тіла, навантаження обмежується властивостями міцності матеріалів. Тому в реальних ТС зміна "u" обмежується певною величиною u_{\max} . Накласти обмеження на процес можна, наприклад, шляхом припинення дії на ТС в момент t_1

$$t_1 : u(t_1) = u_{\max}; \quad \dot{Q} = 0 \quad \forall t > t_1.$$

Ідеалізований вплив можна записати з обмеженням:

$$\dot{Q} = \begin{cases} \dot{Q}_0 - \text{const}; & 0 \leq t \leq t_1; \\ 0; & t > t_1 \end{cases}, \quad (4.15)$$

і без обмеження:

$$\dot{Q} = \begin{cases} \dot{Q}_0 - \text{const}; & \forall t \geq 0; \\ 0; & t < 0 \end{cases}, \quad (4.16)$$

Процес в ТС можна описати у формі моделі

$$\frac{du}{dt} = \dot{Q}, \quad u(0) = u_0 \quad (4.17)$$

Що представляє рівняння ідеальної інтегруючої ланки [88]. Рішення (4.15), (4.17) в нормованих змінних має вигляд:

$$\bar{u} = \begin{cases} 0; & \text{Ho} < 0; \\ \text{Ho}; & 0 \leq \text{Ho} \leq 1; \\ 1; & 1 < \text{Ho}, \end{cases} \quad (4.18)$$

де

$$\bar{u} = \frac{u - u_0}{u_{\max} - u_0}; \quad \text{Ho} = \frac{t}{t_1}.$$

Для випадку впливу (4.16) рішення має такий вигляд:

$$\bar{u} = \begin{cases} 0; & \text{Ho} < 0; \\ \text{Ho}; & \text{Ho} \geq 0. \end{cases} \quad (4.19)$$

Вплив виду (4.17) - ідеалізований зв'язок ТС з навколишнім середовищем. У загальному випадку [66] питомий потік, що змінює j параметр ТС, визначається так:

$$q_j = \sum_{k=1}^n \gamma_{jk} Y_k, \quad (4.20)$$

де γ_{jk} - коефіцієнти переносу,

Y_k - узагальнена термодинамічна сила по «к»-му параметру.

З урахуванням (4.20) потік в ТС можна визначити через скалярний добуток вектора питомого потоку на вектор, нормальний елементарної площі поверхні ТС, через яку надходить потік:

$$q_j = \sum_{k=1}^n \gamma_{jk} Y_k \quad \dot{Q}_j = \int_{S_j} \sum_{k=1}^n \gamma_{jk} \vec{Y}_k \cdot d\vec{s}. \quad (4.21)$$

У лінійній теорії коефіцієнти переносу не залежать від параметрів ТС. Практично у багатьох випадках при визначенні потоків враховують тільки головний ефект переносу, відповідний в залежності (4.20) рівності $k=j$. Термодинамічна сила, яка визначається через градієнт потенціалу, для зосереджених систем визначається через натиск потенціалу. З урахуванням зроблених зауважень інтегральний потік і питомий потік можуть бути визначені так:

$$\begin{aligned} \dot{Q}_j &= B_j \cdot \square y_j, \\ q_j &= \beta_j \cdot \square y_j, \end{aligned} \quad (4.22)$$

де - $B_j = -\int_{s_j} \beta_j \frac{\text{grad } y}{|\text{grad } y|} \cdot d\vec{s}$ - інтегральний коефіцієнт перенесення j -го потоку,

$\square y_j$ - натиск j -го потенціалу.

При дослідженні поведінки ТС практично заміряється не її ємність, а параметр « u », пов'язаний з властивістю ємності

$$u = \int_{V_{TC}} \int_{y_0} c \cdot d\zeta \cdot dV, \quad (4.23)$$

де V_{TC} - обсяг ТС,

c - коефіцієнт, в загальному випадку залежить від " y " і координат простору ТС.

Для однорідної відносно " c " ТС має місце співвідношення:

$$u = V_{TC} \int_{y_0}^y c \cdot d\zeta, \quad (4.24)$$

а в лінійному наближенні -

$$u = V_{TC} \cdot c(y - y_0) \stackrel{\text{Def}}{=} C(y - y_0), \quad (4.25)$$

де C - коефіцієнт, що характеризує ємність ТС.

Нехай зовнішній вплив узагальненого навколишнього середовища на ТС має вигляд:

$$y_{\text{ооc}} - y_0 = a \cdot E(t), \quad (4.26)$$

де a - деяка величина,

$E(t)$ - функція Хевісайда.

Тоді ММ процесу ТС з урахуванням залежностей (4.22), (4.25), (4.26) може бути представлена в наступному вигляді:

$$T \frac{dy}{dt} = y_{\text{ооc}} - y; \quad y(0) = y_0; \quad y_{\text{ооc}} - y_0 = a \cdot E(t). \quad (4.27)$$

Після перетворення змінної « y » за формулою $y^* = y - y_0$, ММ може бути записана в наступному вигляді:

$$T \frac{dy^*}{dt} = y_{\text{ооc}} - y_0 - y^* = y_{\text{ооc}}^* - y^*; \quad y^*(0) = 0; \quad y_{\text{ооc}}^* = a \cdot E(t), \quad (4.28)$$

де $T = \frac{C}{B}$ постійна часу.

Таким чином, постійна часу, що характеризує динаміку процесу в ТС, є відношення коефіцієнтів ємності і провідності для відповідного потоку.

Надалі, як це прийнято в теорії автоматичного управління, будемо вважати, що при $t < 0$ ТС і навколишнє середовище знаходилися в рівновазі, а початкові умови ТС були нульові. При цьому знак $*$ можна опустити.

ММ (4.15), (4.17) і (4.28) легко узагальнюються. Дійсно

$$\frac{y}{y_{\text{ооc}}} = 0(\varepsilon) \Rightarrow \square y = (y_{\text{ооc}} - y) = y_{\text{ооc}}(1 - \varepsilon) \quad (4.29)$$

$$\square y \approx y_{\text{ооc}} \quad \forall y: \frac{y}{y_{\text{ооc}}} = 0(\varepsilon).$$

Тоді підставляючи в (4.15), (4.17) рівняння (4.22) і (4.25) в наближенні (4.29), легко знайти, що ММ (4.15), (4.17) є ідеалізація ММ (4.28) для випадку (4.29). Іншими словами, при малих відносних відхиленнях потенціал від початкового стану зворотний зв'язок надає мале вплив на ТС.

Рішенням ММ (4.27) в нормалізованих змінних є

$$\bar{y} = 1 - \exp \left[-\text{Ho} / T / t^{\square} \right], \quad (4.30)$$

$$\text{де } \bar{y} = \frac{y - y_0}{a - y_0}; \quad \text{Ho} = \frac{t}{t^{\square}}; \quad 1$$

t^{\square} - масштаб часу, який раціонально вибрати рівним T .

Таким чином, для процесів, що мають ММ (4.28), (4.27) число гомохронності визначається відношенням:

$$\text{Ho} = \frac{t}{T}. \quad (4.31)$$

Узагальнюючи отримані результати, можна сформулювати правило для оцінки динаміки зосереджених систем, в яких здійснюються процеси обміну маси або енергії, що описуються в лінійному наближенні. При значеннях числа $\text{Ho} = t/T$, складеного відповідно до відношення (4.31), а $T = C/B$, динаміка процесу характеризується наступним:

$$N_0 = \begin{cases} 0(\varepsilon) & \text{– процес не рівноважний,} \\ 0(1) & \text{– процес перехідний,} \\ 0\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) & \text{– процес рівноважний.} \end{cases} \quad (4.32)$$

Оцінки динамічних властивостей ТС і навколишнього середовища з зосередженими параметрами можна узагальнити і на випадок з розподіленими параметрами.

Особливістю останніх крім залежності параметрів від координат простору є кінцеве значення опору потокам маси і енергії при передачі їх усередині просторових ТС і навколишнього середовища. У макроскопічних системах зміни параметрів в просторі описуються кусково-диференційованими функціями з кінцевим числом розривів першого роду. Тому, вибираючи області елементів ТС між розривами параметрів і зменшуючи характерний розмір області l , можна виділити елемент ТС, в якому варіації параметрів не перевищують наперед заданої величини ε , і розглядати його як зосереджений. При цьому рівняння збереження щодо середньоінтегральних значень параметрів i -го елемента ТС можуть бути записані в наступному вигляді:

$$c_{ij} \frac{d\tilde{y}_{ij}}{dt} = \left(\sum_j \int_{s_j} \sum_k \gamma_{jk} \overrightarrow{Y}_k \cdot d\vec{s} \right)_i + \sum_m J_{jim}, \quad (4.33)$$

де J_{jim} - m -е джерело i -го елемента j -ої речовини або енергії.

Виділення елемента ТС і опис процесів в групі зчленованих елементів - концепція теорії кінцевих елементів, яка знайшла широке застосування в різних дисциплінах, які розглядають суцільне середовище. Надалі переносні властивості середовищ зручно виражати через натиск потенціалів, який в свою чергу можна записувати через середньоінтегральні і граничні значення

параметрів елементів ТС. З урахуванням цього рівняння (4.33) можна записати в наступному вигляді:

$$c_{ji} \frac{d\tilde{y}_{ji}}{dt} = \left(\sum_q \sum_p \sum_k s_{jprq} \cdot \beta_{jkprq} \cdot \Delta y_{kprq} \right)_i + \sum_m j_{jim}; \quad (4.34)$$

$$\Delta y_{kprq} = \left(\tilde{y}_{k(i+p-2)} - \tilde{y}_{k(i+p-1)} \right)_q, \quad (p=1, 2),$$

де Δy_{kprq} - натиск k -го потенціалу в напрямку q через p -у поверхню суміжних елементів;

p - індекси: 1 - вхідний сигнал, 2 - вихідний сигнал;

\sim - позначення середньоінтегральної величини.

У безрозмірному вигляді рівняння (4.34) може бути записано у вигляді:

$$\frac{d\bar{y}_{ji}}{dH_{o_{jq_i}}} = \left(\sum_q \sum_p \sum_k \frac{s_{ipq} \cdot \beta_{jkprq}}{s_{j1q} \cdot \beta_{j1q}} \Delta \bar{y}_{kprq} \right)_i + \frac{\sum_m j_{jim}}{(s_{j1q} \cdot \beta_{j1q})_i (\tilde{y}_{j_{ooc}} - \tilde{y}_{ji0})}, \quad (4.35)$$

$$\text{де } H_{o_{jq_i}} = \frac{t \cdot s_{j1q} \cdot \beta_{j1q}}{c_{ji}}; \quad \bar{y}_{ji} = \frac{\tilde{y}_{ji} - \tilde{y}_{ji0}}{\tilde{y}_{j_{ooc}} - \tilde{y}_{ji0}}; \quad \Delta y_{kprq} = \frac{\left(\tilde{y}_{k(i+p-2)} - \tilde{y}_{k(i+p-1)} \right)_q}{\tilde{y}_{j_{ooc}} - \tilde{y}_{ji0}}.$$

Коефіцієнт передачі β може бути представлений через коефіцієнт провідності χ і характерний розмір \tilde{l} простору, в якому здійснюється перенесення:

$$\beta_{jprq} = \frac{\chi_{jq}}{\tilde{l}_{pq}}. \quad (4.36)$$

Число гомохронності з урахуванням залежності (4.36) набуде вигляду:

$$No_{jqi} = \frac{t \cdot s_{j1q} \cdot \chi_{jq}}{c_{ji} \cdot \tilde{l}_{pq}} . \quad (4.37)$$

Індекси в рівняннях (4.33-4.35) і виразах (4.36), (4.37) відображають особливості розподіленої ТС в порівнянні з зосередженою, в яких суттєвим є напрямок перенесення, розміри елемента. Особливості розподіленої ТС знайшли відображення і в структурній схемі. Між спряженими елементами ТС є прямі і зворотні зв'язки, які характеризують задачу переносу як граничну. В параметри процесу входять розміри поверхонь, через які здійснюється передача маси і енергії, що відображає вплив на процес геометричної форми ТС. У загальному випадку середовище може мати анізотропію провідності, що враховується структурною схемою і виразами (4.33-4.35).

Для виконання оцінок динамічності ТС і її навколишнього середовища можна розділити на мале число елементів. Важливо, щоб при виділенні областей елементів враховувалася фізика процесу і особливості розподіленої системи.

У загальному випадку рішення рівняння (4.35) при відповідних граничних умовах не може бути представлено так, як це зроблено для зосередженої ТС. Тому для ілюстрації ефективності оцінок за значеннями чисел No нижче (в наступному розділі) розглядаються задачі теплообміну (ТО), що мають точне розв'язання.

Важливою характеристикою ММ є наявність в ній нелінійних відносин. Два критерії можуть характеризувати допустимість відповідної ідеалізації. Перший - якісний. Відомо, що лінійні моделі принципово не можуть описувати деякі особливості функціонування істотно нелінійних систем. Так в лінійних системах неможливо отримати рішення автоколивального процесу [89]. Таким чином, принципова неможливість опису нелінійних ефектів служить якісним критерієм неприпустимості лінеаризації ММ.

Другий критерій, що характеризує нелінійність кількісний. Він може

бути побудований на суттєвості відхилення вихідного сигналу лінійної моделі від аналогічного - нелінійної [34]. В цьому випадку необхідно мати рішення нелінійної ММ, або мати результат експериментального випробування відповідного об'єкта. Подібна задача буде також розглянута нижче (в наступному розділі).

Уже вказувалося, що при необхідності вирішення питання суттєвості факторів або ефектів, що входять в ММ, раціонально використовувати спрощене рішення ММ. В якості такого прийому може бути використаний метод інтегральних коефіцієнтів, що викладається нижче.

У замкнутої ММ від диференціальних параметрів можна перейти до середньоінтегральних величин, що в ряді випадків істотно спрощує отримання рішення при достатній інформативності результатів. В роботі [61] для цих цілей розроблено метод усереднень, за допомогою якого вирішено низку складних завдань, наприклад, турбулентного перенесення, течії двофазних середовищ і процесів в пористих середовищах. Однак, метод усереднення не завжди простий для виконання оцінок, а отримання середньоінтегральних величин вимагає знання залежностей змінних від координат і часу.

Нормування змінних дозволяє отримати корисні узагальнення, на основі яких простіше знаходити аналогії і робити оцінки за відомими результатами близьких за змістом завдань, а також на інтуїтивному рівні оцінювати їх значення. З метою використання цього вводяться нормовані величини, що зв'язують середньоінтегральні змінні з масштабами цих величин і координат простору, в якому досліджується процес. При описі процесу виділяється ефективна область S_{ef} , в загальному випадку чотиривимірному простору "час - геометричний простір", в якій зміна залежних змінних істотна. Інший простір малоінформативний. Аналогом ефективному простору є глибина проникнення в інтегральних методах [90, 91].

Нехай

$$\delta \tilde{p}_i = \frac{1}{V_{n \text{эф}}} \int_{S_{1 \text{эф}}} \dots \int_{S_{n \text{эф}}} \delta p_i ds_1 \dots ds_n, \quad (4.38)$$

де $\delta p_i = p_i - p_{i \text{min}}$ - варіація змінної,

$\delta \tilde{p}_i$ - середньоінтегральна варіація змінної в n - вимірному просторі S ,

$V_{n \text{эф}}$ - обсяг ефективного n - мірного простору,

S_j - координати простору незалежних змінних.

Нехай

$$V_{n \text{эф}} = \xi_{V_{n \text{эф}}} \cdot \prod_{j=1}^n s_{j \text{эф}}^{\square}, \quad (4.39)$$

де $\xi_{V_{n \text{эф}}}$ коефіцієнт повноти $s_{\text{эф}}$ в параллелепіпеді

$$\Phi_{\text{эф}} = \left\{ s_j \in S_{j \text{эф}} : s_{j \text{min} \text{эф}} \leq s_j \leq s_{j \text{max} \text{эф}} \quad \forall j \in j_n \right\},$$

обсяг якого дорівнює $\prod_{j=1}^n s_{j \text{эф}}^{\square}$.

Для зв'язку $\delta \tilde{p}_i$ з масштабом i -ої величини $p_i^{\square} = p_{i \text{max}} - p_{i \text{min}}$ вводитьься інтегральний коефіцієнт

$$\zeta_{p_i V_{n \text{эф}}} \stackrel{\text{Def}}{=} \frac{\delta \tilde{p}_i}{p_i^{\square}} \in [0, 1] \Rightarrow \delta \tilde{p}_i = \zeta_{p_i V_{n \text{эф}}} p_i^{\square}, \quad (4.40)$$

Використовуючи визначення (4.38-4.40), інтеграл від варіації змінної в просторі $S_{\text{эф}}$ можна уявити через інтегральний коефіцієнт, коефіцієнт повноти простору і масштаби величини i координат:

$$\zeta_{p_i V_{n\text{эф}}} \cdot p_i^{\square} \cdot \xi_{V_{n\text{эф}}} \cdot \prod_j^n s_j^{\square} = \int_{s_{1\text{эф}}} \dots \int_{s_{n\text{эф}}} \delta p_i ds_1 \dots ds_n . \quad (4.41)$$

Отриманий результат можна розширити на функцію від варіації однієї або декількох змінних. Інтегральний коефіцієнт може бути визначений шляхом обчислення квадратури з апроксимацією варіації змінної пробної функцією $\delta p_i = f_i(s_1, \dots, s_n, k_1, \dots, k_l)$ з точністю до постійних k_j , яка описує її поведінку.

Інтегральний коефіцієнт при виконанні оцінок може бути визначений на інтуїтивному рівні. Нарешті, інтегральний коефіцієнт може бути визначений за аналогами, відомими з літературних джерел, або зі спеціальних експериментів.

Всі закони збереження для виділеного простору $S_{\text{эф}}$ можуть бути представлені в інтегральній формі з оператором повного диференціювання за часом над інтегралом по геометричному простору [61]. Решта рівняння ММ також можна уявити інтегральними і алгебраїчними рівняннями. Тому з урахуванням перетворення (4.41) ММ може бути зведена до еквівалентної системи звичайних диференціальних і алгебраїчних рівнянь, вирішити яку значно простіше, ніж крайову задачу з частинними похідними.

Рішення еквівалентної системи рівнянь виконується після перетворень подібності, що дозволяє узагальнити результат і використовувати додаткову інформацію про подібні або аналогічні явища. Якщо замикаючих співвідношень ММ недостатньо для однозначного її вирішення, то отримують рішення з точністю до постійних k_j , які ідентифікують за результатами, що є в літературі або з спеціально поставлених експериментів.

Узагальнення нормування і введення нормалізованих інтегральних коефіцієнтів і коефіцієнтів повноти ефективного простору роблять метод інтегральних коефіцієнтів більш гнучким і універсальним, ніж метод усереднення [61] і метод лінійних оцінок [49], не виключаючи можливості використання всіх результатів цих методів.

Кожен процес істотно залежить від взаємодії між елементами ТС або навколишнього середовища і ТС в цілому, а також від стану елементів ТС, наприклад, розвиненості явищ переносу, завершеності процесу в часі, варіації параметрів в просторі. Крім того, істотним для процесу може бути залежність властивостей робочих тіл, що беруть участь в процесі, від параметрів процесу або інших чинників, наприклад, достовірно невідомого складу робочого тіла. Кожна із зазначених характеристик може бути результатом вирішення складних ММ або тривалих експериментальних досліджень. Однак, верхні і нижні оцінки цих характеристик у багатьох випадках легко встановлюються. Так процес у часі обмежується повністю нерівноважним і рівноважним станами, варіація параметрів в просторі - значеннями від початкового значення до граничного, процес перенесення від молекулярного рівня до молярного турбулентного або конвективного. Аналогічно можуть бути оцінені властивості робочих тіл.

Загальну ММ процесу можна представити у вигляді блоків, що мають прямі директорійні зв'язки:

$$\sum_i A_{ij}(\bar{y}, \bar{p}, \bar{s}) = 0; \quad i \in J_{nj}, \quad j \in (J_m/J_k); \quad (4.42)$$

$$\sum_i A_{ij}(p_1, \dots, p_{l_1}, \bar{q}, \bar{s}) = 0; \quad j \in (J_k/J_d); \quad (4.43)$$

$$\sum_i A_{ij}(q_1, \dots, q_{l_2}, \bar{r}, \bar{s}) = 0; \quad j \in (J_d/J_l), \quad (4.44)$$

де \bar{y} - вихідний сигнал ТС,

p_1, \dots, p_{l_1} - характеристики 1-го рівня процесу в ТС,

q_1, \dots, q_{l_2} - характеристики 2-го рівня процесу в ТС,

$\bar{p}, \bar{q}, \bar{r}$ - залежні змінні ММ,

\bar{s} - незалежні змінні ММ.

Блок ММ (4.42) представляє її ядро. Після нормалізації за схемою (4.14) ядро

ММ в загальному вигляді може бути вирішено з точністю до характеристик p_1, \dots, p_{l_1} , кожна з яких може бути представлена через коефіцієнт повноти або коефіцієнт завершеності процесу

$$\bar{p}_k = \eta_k \in [0, 1] . \quad (4.45)$$

Введений коефіцієнт може оцінюватися інтуїтивно, визначатися по автотельним областям, встановлюватися експериментально, розраховуватися з рішення блоку ММ (4.43). Останнє відповідає рішення ММ на другому рівні повноти опису процесу на відміну від першого, коли коефіцієнти повноти і завершеності субпроцесів оцінюються. Можливо подальше уточнення рішення ММ за рахунок рішення блоку (4.57) і наступних.

4.3 Узагальнення математичної моделі

Нехай розмірна величина q_i визначається мірою (чисельним значенням) p_i і одиницею виміру e_i , що відноситься до i -ого класу порівняння Q_i . Величини q_i, q_j належать відповідним класам порівняння $q_i \in Q_i, q_j \in Q_j$ і при зміні одиниць виміру відповідне значення міри визначається через масштаб зміни одиниць μ . Для двох різних класів не існує масштабів, які б встановлювали відповідності між мірами в цих класах:

$$\begin{aligned} \forall q_i, \quad q_i \in Q_i, q_i = p_i \cdot e_i, q'_i = p'_i \cdot e'_i \quad \exists \mu : p'_i = \mu_i \cdot p_i, \\ \forall q_i, \quad q_j : q_i \in Q_i, q_j \in Q_j \quad Q_i \cap Q_j = \emptyset \quad \bar{\exists} \mu : p'_i = \mu_i \cdot p_i. \end{aligned} \quad (4.46)$$

Седовим було показано [50], що в фізичних законах, незалежних від вибору системи одиниць вимірювання, співвідношення між масштабами розмірних величин при зміні одиниць виміру мають вигляд:

$$\mu_i = \prod_j \mu_j^{\alpha_{ij}}, \quad i, j \in J_u, \quad (4.47)$$

де α_{ij} - відповідний показник ступеня,

u - число розмірних величин.

Значення показників ступеня в (4.47) визначається структурою ММ.

Корисно встановити зв'язок між співвідношеннями масштабів і заходами розмірних величин, яка індукується структурою ММ. Якщо масштаби всіх (u) розмірних величин, що входять в ММ, перебувають у відношенні $\mu_i = \prod_j \mu_j^{\alpha_{ij}}, \quad \forall i, j \in J_u$, то заходи цих величин знаходяться в

подібному відношенні:

$$p_i = \prod_j p_j^{\alpha_{ij}}, \quad \forall i, j \in J_u.$$

Це впливає з $p_i = \prod_j p_j^{\alpha_{ij}} \Rightarrow \mu_i = \prod_j \mu_j^{\alpha_{ij}}$, що визначається однорідністю

вихідної залежності щодо масштабів [50] і перевіряється прямою

підстановкою $p'_i = \mu_i \cdot p_i$. Твердження $\mu_i = \prod_j \mu_j^{\alpha_{ij}} \Rightarrow p_i = \prod_j p_j^{\alpha_{ij}}$ доводиться

від супротивного. Нехай $\mu_i = \prod_j \mu_j^{\alpha_{ij}} \Rightarrow p_i = \prod_j p_j^{\beta_{ij}}$, але тоді $\prod_j p_j^{\alpha_{ij}} = \prod_j p_j^{\beta_{ij}}$.

Порівняння величин p_i, p_j може бути тільки в своєму класі, звідки $\alpha_{ij} = \beta_{ij}$.

Таким чином:

$$\mu_i = \prod_j \mu_j^{\alpha_{ij}} \Leftrightarrow p_i = \prod_j p_j^{\alpha_{ij}}. \quad (4.48)$$

За правилом Фур'є в формулі $p_i = \prod_j p_j^{\alpha_{ij}}$ розмірності величин в правій

і лівій частинах рівні $E_i = \prod_j E_j^{\alpha_{ij}}$, що дозволяє безрозмірні комплекси

$\prod_j p_j^{\alpha_{ij}} / p_i$ спільно з результатами (4.48) для перетворення простору ММ [94].

ММ можна записати в наступному вигляді:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{j=1}^{i=n_j} A_{ij}(\bar{p}) &= 0; \\ \bar{p} \in P, \quad P &= Y \otimes S \otimes W, \\ \bar{y} \in Y, \quad \bar{s} \in S, \quad \bar{w} \in W, \end{aligned} \right\} \quad (4.49)$$

де A_{ij} - оператор i - го члена, в j - му рівнянні або формулою ММ;

$\bar{p} = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ - кортеж всіх розмірних величин, що входять в ММ;

$\bar{y} = (y_1, y_2, \dots, y_{ny})$ - кортеж величин, що визначають поведінку системи;

$\bar{s} = (s_1, s_2, s_3, s_4)$ - кортеж величин, що визначають координати геометричного простору і час;

$\bar{w} = (w_1, w_2, \dots, w_{nw})$ - кортеж величин, що доповнює \bar{s} та \bar{y} до \bar{p} ;

n_j - число членів в j - му рівнянні або формулою ММ;

m - число рівнянь і формул в ММ.

Відповідно до теорії подібності встановлення умов фізичного моделювання виконується на ММ, приведеній до безрозмірного вигляду. Це можна зробити по-різному. Однак, найбільш результативною виявляється процедура, яка виконується в загальному вигляді. Для цього нормуємо всі розмірні змінні. При цьому величини, що нормують, поки не визначаються. Це зручно зробити потім, щоб отримати потрібні результати. Після нормування всіх розмірних величин величини, що нормують, виносяться за знак оператора. Добуток величин, що нормують, і інших постійних

утворюють коефіцієнти, розмірність яких в кожному рівнянні або формулі, згідно з правилом Фур'є, однакова. Розподілом на будь-який коефіцієнт всіх інших утворюють безрозмірні комплекси. Ці комплекси та нормовані змінні складають список величин, що визначають процес, описуваної вихідної ММ. Формалізований запис процедури приведення до безрозмірного вигляду і отримання при цьому безрозмірних змінних і комплексів може бути представлено в наступному вигляді:

$$\varphi: \sum_{i=1}^{i=n_j} A_{ij}(\bar{p}) = 0 \rightarrow \sum_{i=1}^{i=n_j} A_{ij}(\bar{y}, \bar{s}, \bar{\pi}) = 0, \quad (4.50)$$

$$\bar{y} = (\bar{y}_1, \dots, \bar{y}_{n_y}), \quad \bar{s} = (\bar{s}_1, \dots, \bar{s}_{n_s}),$$

$$\bar{y}_l = \frac{y_l}{\Delta_l}, \quad \bar{s}_k = \frac{s_k}{\Delta_k}, \quad \pi_{ij} = \prod_{q=1}^{q=u} p_q^{\alpha_{ijq}}, \quad (4.51)$$

де u - число розмірних величин в ММ,

Δ - позначення нормуючої величини.

Деякі з π_{ij} тотожно дорівнюють одиниці або іншим числам.

Виключимо їх з розгляду як однакові для всіх систем, описуваних вихідною ММ, та, отже, не вносять додаткової інформації всередині розглянутого класу ММ. Поставимо кожній парі (i, j) , що відповідає безрозмірному комплексу π_{ij} , не рівній одиниці або іншому числу, один та тільки один елемент натурального ряду:

$$(i, j) \leftrightarrow h, \quad h \in J_t, \quad (4.52)$$

де t - число безрозмірних комплексів.

Тепер кожен комплекс можна представити так:

$$\pi_h = \prod_{q=1}^{q=u} p_q^{\alpha_{nq}} \quad (4.53)$$

Таким чином, в результаті перетворення (4.50) ММ приведена до обезрозмірного вигляду, рішення якої, якщо воно існує, може бути записано в наступному вигляді:

$$\bar{y} = f(\bar{s}, \bar{\pi}), \quad (4.54)$$

де $\bar{\pi} = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_t)$.

Відомо, що необхідною і достатньою умовою подібності двох процесів G є рівність між собою всіх однойменних критеріїв та обезрозмірених змінних:

$$G: \forall s_k \in \bar{S}, \pi_h \in \Pi \quad \Pi \supset D^* : (\bar{s}_k = \bar{s}_k^*) \wedge (\pi_h = \pi_h^*) \quad (4.55)$$

де * - позначення приналежності до натурної системи,

D - область значень, певна технічним завданням на систему.

В (4.55) умова подібності конкретизовано тим, що значення критеріїв повинні лежати в області, заданої технічним завданням на оригінал.

Якщо ММ оригіналу і його моделі після процедури (4.50) відповідає умові (4.55), то вони стають невиразними, а тотожність операторів ММ оригіналу і моделі визначає непомітність рішень (4.54) для оригіналу і моделі.

Подальші дослідження, безумовно, слід починати з спроби знайти перетворення, що скорочують мірність простору, в якому вирішується завдання. Якщо внести деякий взаємно однозначне перетворення Ψ між безліччю розмірних величин натурної системи і безліччю значень величин моделі, то умови моделювання з урахуванням перетворення Ψ можна

записати в наступному вигляді:

$$\exists p_q : (\Psi : p_q^* \leftrightarrow p_q) \wedge G, \quad \forall p_q^* \quad q \in J_u. \quad (4.56)$$

Нехай перетворення Ψ має наступний вигляд:

$$p_q = \mu_q \cdot p_q^*, \quad \forall q \in J_u. \quad (4.57)$$

При цьому перші номери натурального ряду відводяться елементам кортежу \bar{y} , наступні - \bar{s} та іншим розмірним величинам ММ. Останніми є параметри, що входять в граничні умови і фізичні константи робочих тіл, що беруть участь в процесі.

Підстановка виразу (4.57) в формулу (4.51) з урахуванням співвідношення (4.52) дозволяє отримати наступний результат:

$$\prod_{q=1}^{q=u} \mu_q^{\alpha_{hq}} = 1, \quad \forall h \in J_t. \quad (4.58)$$

Логарифмування виразу (4.57) дозволяє отримати систему лінійних однорідних алгебраїчних рівнянь

$$A_1 \cdot \bar{M} = 0, \quad (4.59)$$

$$\text{де } A_1 = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1u} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{t1} & \alpha_{t2} & \dots & \alpha_{tu} \end{bmatrix} - \text{матриця показників ступенів } \alpha_{nq},$$

$\bar{M} = [\ln(\mu_1), \ln(\mu_2), \dots, \ln(\mu_u)]^T$ - вектор стовпець логарифмів масштабів всіх розмірних величин.

Використовуючи алгоритм Гаусса-Жордана, матрицю A_1 можна перетворити до вигляду:

$$A_1 \rightarrow [E : B], \quad (4.60)$$

де E - одинична матриця розміру $(r \times r)$,

$r = \text{rank}[A_1]$. Рядки з лінійно залежними елементами з матриці A_1 видаляються,

B - матриця показників ступенів β_{hv} розміру $[r \times (u - r)]$.

У загальному вигляді матрицю можна представити у вигляді:

$$\begin{array}{c}
 P_1, \dots, P_q, \dots, P_r, P_{r+1}, \dots, P_u \\
 U_1, \dots, U_{n_y}, S_1, \dots, S_{n_s}, Z_1, \dots, Z_{n_z}, Z_{\Omega_1}, \dots, Z_{\Omega_n}, C_1, \dots, C_{n_c}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \pi_1 \\
 \dots \\
 \pi_n \\
 \dots \\
 \pi_r
 \end{array}
 \left[\begin{array}{cccccc}
 1 & \dots & 0 & \square & \beta_{11} & \dots & \beta_{1(u-r)} \\
 & & & \square & & & \\
 \dots & & 1 & \dots & \square & \dots & \beta_{nv} & \dots \\
 & & & & \square & & & \\
 0 & \dots & 1 & \square & \beta_{r1} & \dots & \beta_{r(u-r)}
 \end{array} \right] \quad (4.61)$$

Над матрицею записаний кортеж всіх розмірних величин MM , з ступенів яких в комплексах π_h складається матриця A_1 .

Тут z - параметри процесу,

c - фізичні константи робочих тіл,

Ω - величини, що входять в граничні умови задачі.

Використовуючи матрицю $[E : B]$, легко записувати рішення системи (4.58) і виконувати аналіз результатів.

Рішення системи (4.59) для q -го масштабу буде мати вигляд:

$$\mu_q = \prod_{v=1}^{v=u-r} \mu_v^{-\beta_{qv}}, \quad \forall q \in J_r \quad (4.62)$$

Тепер величини, що нормують, в силу (4.47) приймуть вигляд:

$$p_q^{\square} = \prod_{v=1}^{v=u-r} p_v^{-\beta_{qv}}, \quad \forall q \in J_r, \quad (4.63)$$

а нормовані:

$$\bar{p}_q = \frac{p_q}{\prod_{v=1}^{v=u-r} p_v^{-\beta_{qv}}}. \quad (4.64)$$

Безрозмірні комплекси π_h після перетворень будуть відображатися відповідно до вираження:

$$\pi'_h = \prod_{q=1}^{q=r} (p_q^{\square})^{\alpha_{nq}} \prod_{q=r+1}^{q=u} (p_q^{\alpha_{hq}}). \quad (4.65)$$

Підставляючи вираз (4.63) в (4.65), можна знайти:

$$\pi'_h = \prod_{q=1}^{q=r} \left(\prod_{v=1}^{v=u-r} p_v^{-\beta_{qv}} \right)^{\alpha_{nq}} \prod_{q=r+1}^{q=u} (p_q^{\alpha_{hq}}).$$

З результатів перетворень можна зробити наступні два висновки:

1. Якщо $\text{rank } A_1 < n_y + n_s$, то ММ що приводяться до автомодельного вигляду. Це впливає з того, що якщо $\text{rank } A_1 = r$, то

$n_y + n_s - n_r$ незалежних змінних увійдуть в праву частину формули (4.63), а n_r нормуючих величин будуть виражені через ці змінні та інші $u - (n_y + n_s)$ розмірні величини. Простір незалежних змінних після перетворень (4.64) скоротиться, а ММ в новому просторі матиме автомоделний вигляд;

2. Якщо $\text{rank } A_1 < t + n_y + n_s$, то число безрозмірних комплексів буде менше, ніж це впливає з π -теореми. Це впливає з твердження π -теореми, що число безрозмірних комплексів дорівнює $n - k$, де k -число розмірних величин з незалежними розмірностями по визначенню, наприклад, Сєдова [4.20]. При цьому не враховуються структурні особливості ММ, в наслідок чого $n - k \geq t + n_y + n_s$. Число безрозмірних величин після перетворень (4.64), (4.65) буде n_r , де $n_r \leq \text{rank } A_1$. Звідси, з урахуванням вихідної умови, дотримується $n_r < n - k$. Іншими словами, після перетворень (4.64), (4.65) число безрозмірних комплексів буде менше, ніж це впливає з π -теореми.

Виконані перетворення дозволяють отримати всі відомі результати скорочення мірності простору аж до приведення ММ до автомоделного вигляду, а також отримати нові результати завдяки глибокому проникненню в зв'язок теорії подібності зі структурою ММ. Розроблений алгоритм перетворень дозволяє широко використовувати скорочення мірності простору ММ в різних дослідженнях.

Розміри матриці A_1 складних процесів виявляються більшими, що викликає значні труднощі при перетвореннях до безрозмірного вигляду, якщо у якості елементів матриці розглядати, відповідно до розробленої вище процедури, раціональні дроби. Для полегшення реалізації алгоритми на ЕОМ відповідно до відношення (4.60) пропонується на початковому етапі замінити раціональні дроби їх десятковими значеннями. Після виконання всіх обчислень на кінцевому етапі результати у вигляді десяткових дробів заміняться на раціональні дроби, наприклад, відповідно до алгоритму Евкліда [95]. Це дозволяє виконати всі подальші перетворення (4.64), (4.65).

4.4 Фізичне моделювання

Умова (4.55) є обмеженням на умови фізичного моделювання іноді непереборним. Однак, тут слід підкреслити обмеженість цього висновку. Перш за все це стосується форми запису ММ (4.50) і рівня деталізації, що характеризується числом критеріїв, що входять в опис процесу. Справа в тому, що чим менше обезрозмірених змінних комплексів, що враховуються в ММ, тим легше забезпечити умови модельованих. (Нижче це положення буде доведено). Для деяких ММ вдається знайти перетворення, індуковані її структурою, що призводять до виду з меншим числом змінних і комплексів. Це один з можливих шляхів поліпшення умов моделювання та здійснюється він без втрати інформації, так як зворотним перетворенням можна після рішення задачі однозначно знайти значення всіх змінних і параметрів, включених в коректно сформульовану вихідну ММ. Другий шлях пов'язаний з переходом до ММ, яка є більш загальною, ніж вихідна. Піднімаючись по ієрархічній структурі ММ, можна знайти ту ступінь ідеалізації моделі, при якій за рахунок зневаги мало впливають на процес критеріями фізичне моделювання можливо (тобто для нової ММ виконується умова (4.55)). Однак, рух по другому шляху супроводжується втратою інформації, в термінах і визначеннях, даних К. Шенноном. Дійсно, зворотним перетворенням після виконання завдання всі параметри і змінні можуть бути визначені однозначно. Одні з них визначаються як середньоінтегральні, інші - як випадкові в деякій області значень. В цілому, результат виходить як випадкова величина з дисперсією більшою, ніж це було б при отриманні результату по вихідній ММ. В результаті шукані величини будуть при заданій ймовірності перебувати в більшому довірчому інтервалі. Це, однак, не означає неприйнятність спрощеної моделі. Остаточне судження можна винести після перевірки ММ на адекватність процесу.

Якщо вдається знайти перетворення, що призводять до зменшення

кількості незалежних змінних, то, як відомо, ММ приводиться до автотомельного вигляду.

При фізичному моделюванні в порівнянні з математичним становище ускладнюється тим, що необхідно підібрати в якості модельних робочих тіл реально існуючі речовини, фізичні константи яких залежать від обраної речовини і параметрів процесу. Ці додаткові зв'язки, що входять в умови фізичного моделювання, є істотними обмеженнями на можливості фізичного моделювання. В результаті в складних моделях фізичне моделювання виявляється неможливим. Найбільш значні результати при фізичному моделюванні можуть бути отримані при використанні термодинамічної подібності речовин. У разі мультиплікативної форми зв'язку фізичних констант речовин в параметрами процесу рішення задачі допустимості фізичного моделювання може бути отримано аналітично.

Нехай залежність фізичної константи C_i від інших фізконстант і параметрів процесу z має вигляд:

$$c_i = c_i(\bar{c}, \bar{z}); \quad i \in J_{n_c}. \quad (4.66)$$

У простій формі така залежність може бути:

$$c_i = \text{const}. \quad (4.67)$$

Підстановкою (4.57) в (4.66) або (4.67) і після логарифмування отриманих виразів визначаються додаткові зв'язки, що накладаються на масштаби розмірних величин зазначеної раніше специфікою фізичного моделювання:

$$A_2 \cdot \vec{M} = \vec{F}, \quad (4.68)$$

де A_2 - матриця розміром $(n_c \times u)$,

\vec{F} - вектор стовпець постійних, що залежить від обраних модельних і натурних робочих тіл, властивостей об'єктів.

Масштаби розмірних фізичних величин визначаються на основі рішення системи лінійних рівнянь:

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} \cdot \bar{M} = \begin{bmatrix} 0 \\ F \end{bmatrix}. \quad (4.69)$$

Розглянемо останній вираз. Якщо ранг системи рядків матриці $\begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix}$ менше або дорівнює u , то фізичне моделювання процесу, описуваного вихідної ММ, можливо. В іншому випадку процес фізично не моделюється. Дійсно, в разі, коли ранг системи рядків матриці $\begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix}$ менше або дорівнює u , система лінійних неоднорідних рівнянь (4.69) є спільною і має нескінченне число рішень або єдине, якщо система (4.69) є системою Крамера. В цьому випадку масштаби модельованих величин, що задовольняють умові (4.55), визначаються з рішення системи (4.69). У разі, коли ранг системи рядків матриці $\begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix}$ більше u , система рівнянь (4.69) є несумісною і не існує масштабів, які б задовольняли умові (4.55), що робить фізичне моделювання неможливим.

Щоб виконати умови моделювання, потрібно перейти на інший рівень ієрархічної структури ММ, де вона описана з великими спрощеннями. У практиці досліджень найбільш раціональні наступні шляхи в цьому напрямку:

1. У ряду безрозмірних комплексів, ранжируваному по суттєвості для опису процесу, відсікають останні комплекси. Фактично це означає, що менш істотні для процесу явища не враховуються. Після виконання умов модельованих за рахунок скорочення числа комплексів необхідно перевірити ММ на адекватність процесу.

2. В ММ використовують інтегральні характеристики замість деяких

диференціальних. Це дозволяє скоротити число комплексів, а отже, і ранг матриці A_1 .

3. В ММ виділяють підзадачі, які можуть бути вирішені автономно. Рішення частинного завдання дозволяє зменшити число комплексів і тим самим поліпшити умови модульованості.

4.5 Висновки по розділу 4

1. Таким чином в результаті досліджень в четвертому розділі знайшли подальший розвиток методи математичного і фізичного моделювання для теплоенергетичного обладнання. Вони складаються з методів осереднення, що використовують апіорну математичну і експериментальну інформацію про досліджувані теплоенергетичні процеси.

2. Це дозволяє при вирішенні нестационарних задач зменшити простір змінних:

- кщо $\text{rank } A_1 < n_y + n_s$, то ММ приводиться до автотодельного виду;
- Якщо $\text{rank } A_1 < t + n_y + n_s$, то число безрозмірних комплексів буде менше, ніж це виходить з пі- теорема.

3. Виконані перетворення дозволяють отримати всі відомі результати скорочення мірності простору станів моделі аж до приведення ММ до автотодельного виду, а також отримати нові результати.

РОЗДІЛ 5.

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ ДО ВИРІШЕННЯ НЕСТАЦІОНАРНИХ, НЕЛІНІЙНИХ ЗАДАЧ І ЗАДАЧІ НЕСТАЦІОНАРНОЇ ТЕПЛОПЕРЕДАЧІ

На характер теплообмінних процесів в теплоенергетичному обладнанні може впливати поєднання ряду факторів. Малі коефіцієнти тепловіддачі, характерні для газових середовищ, суттєві значення теплоємностей і мас елементів конструкції істотно збільшують вплив їх акумулюючих і, отже, інерційних властивостей на процеси, що відбуваються. Це проявляється в необхідності зміни величин керуючих впливів з боку регулюючих пристроїв. Ситуація ускладнюється через широту можливої зміни параметрів газових середовищ. Як наслідок виникає необхідність зміни настройок регуляторів, причому в режимі реального часу. Це може бути забезпечено шляхом рішення задач нестационарної теплопередачі також в режимі реального часу.

Основна кількість подібного роду задач має тільки числове рішення. Труднощі реалізації виключають його застосування в автоматичному режимі, особливо на устаткуванні середньої і малої потужності. Проблема може бути вирішена на основі розробки нових моделей теплообмінних процесів і методів їх вирішення.

5.1 Спрощений метод числового рішення задачі нестационарної теплопередачі через плоску стінку

5.1.1 Необхідність модернізації методу числового розрахунку

Нестационарна задача теплопередачі може бути вирішена за допомогою числових методів. Велика кількість подібних практично важливих процесів може бути описано за допомогою відносно простих одновимірних моделей. Проблема полягає в невідповідності простоти моделі і складності запропонованої числової її реалізації. При застосуванні простих моделей не

використовуються додаткові можливості узагальнення результатів рішення за рахунок представлення моделі в обезрозміреному вигляді.

Метою є розробка спрощеного дискретного аналога, спеціалізованого для розрахунку процесу нестационарної теплопередачі через нескінченну пластину (одномірний аналог). Це дасть можливість:

- уявити дискретний аналог i , отже, результати розрахунків в обезрозміреному вигляді з можливістю відповідного їх узагальнення;
- отримати дискретний аналог, що дозволяє виконувати розрахунки з необхідною точністю на грубих розрахункових сітках (з малою кількістю розрахункових вузлів) і при великих кроках за часом зі збереженням стійкості числових розрахунків.

5.1.2 Метод побудови дискретного аналога

В [10] упор зроблений на розробці універсальних двох- і тривимірних аналогів. На прикладі одновимірного аналога лише пояснюється принцип їх побудови, але не розглядається можливість вирішення одновимірного варіанта задачі на основі обезрозмірених величин.

Універсалізм проявляється і в тому, що навіть в одновимірному аналогу присутній джереловий член, що враховує джерела або стоки теплових потоків усередині теплообмінних поверхонь. У переважній більшості випадків в теплоенергетичному обладнанні джерела і стоки енергії знаходяться поза тілом, через яке здійснюється теплообмін. Тому для більш простого алгоритму джерел член слід виключити з розгляду.

В рамках МКО досліджуваний простір, як і в методі кінцевих елементів, розбивається на окремі малі елементи - контрольні обсяги. У тривимірній ортогональній системі координат - це «ортогональні» елементи, в декартовій - паралелепіпеди, в одновимірній моделі - шари (рис. 5.1).

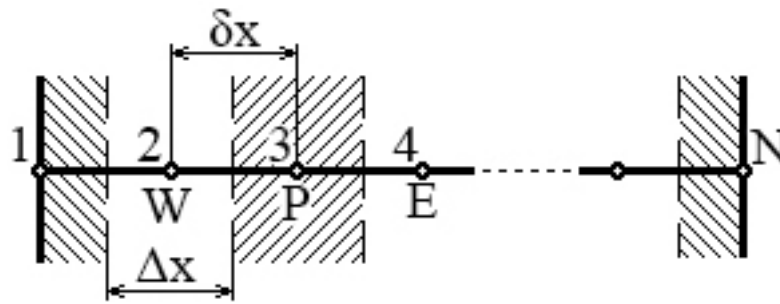


Рисунок 5.1 – Розрахункова схема для одновимірного дискретного аналога

Усередині цих шарів розташовуються вузли, до яких як в методі кінцевих різниць прив'язуються значення величин, що розраховуються. Геометричними характеристиками представлені таким чином розрахункової області є: δx - відстані між вузлами сітки; Δx - розміри шарів (елементів), на які розбита область. Положення вузлів всередині різних верств може відрізнятися. Можуть різнитися і самі розміри шарів. Тому в загальному випадку розрізняються між собою як δx_i , так і Δx_i . Крім того, в загальному і $\delta x \neq \Delta x$. В даному ж випадку при сталості теплофізичних властивостей поверхням теплообміну, зробленим за їх товщині, для спрощення дискретного аналога покладемо:

$$\delta x_i = const; \quad \Delta x_i = const; \quad \delta x = \Delta x. \quad (5.1)$$

У МКО на межі розрахункової області розташовуються вузли розрахункової сітки (точки «1» «N» мал. 5.1). Вони оточені неповними граничними контрольними обсягами. З урахуванням (5.1) їх величина в даному випадку $\Delta x/2$. Це необхідно враховувати при записі дискретного аналога для вузлів на кордонах розрахункової області. Крім того, для цих вузлів, на відміну від внутрішніх, необхідно враховувати і граничні умови на відповідних поверхнях. Таким чином, дискретні аналоги для внутрішніх і

граничних вузлів розрізняються, але повинні мати загальний характер їх записи для можливості їх регулярного рішення.

Розглянемо дискретний аналог для внутрішніх точок. Грунтуючись на загальних побудовах з [106] для внутрішньої точки «P_i» з урахуванням параметрів в точках «W_i» і «E_i» (мал. 5.1) для розрахунку температур можна записати:

$$a_p \cdot T_p = a_e \cdot T_e + a_w \cdot T_w + b, \quad (5.2)$$

$$\text{где } a_p = a_e + a_w + \rho \cdot c \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t}; \quad a_e = \frac{\lambda}{\delta x}; \quad a_w = \frac{\lambda}{\delta x}; \quad b = \rho \cdot c \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} \cdot T_p^0. \quad (5.3)$$

Тут ρ , c , λ - щільність, теплоємність і теплопровідність матеріалу теплообмінної поверхні; Δt - крок розрахунку за часом; T_p , T_e , T_w - розраховуються (поточні) температури у відповідних точках; T_p^0 - значення температури в точці P з попереднього кроку розрахунку за часом. На першому кроці розрахунку - значення з початкової умови (початковий профіль температур).

Підставами (5.3) в (5.2), розділимо всі члени рівняння на $\lambda/\delta x$. В результаті, з урахуванням (5.1), отримаємо

$$\left[2 + \frac{1}{a} \cdot \frac{(\Delta x)^2}{\Delta t} \right] \cdot T_p = T_e + T_w + \frac{1}{a} \cdot \frac{(\Delta x)^2}{\Delta t} \cdot T_p^0, \quad (5.4)$$

де $a = \lambda/(\rho \cdot c)$ - коефіцієнт температуропровідності.

Вираз (5.4) є одновимірним дискретним аналогом в розмірному вигляді для вирішення задачі нестационарної теплопровідності. Для приведення його до безрозмірного вигляду покладемо товщину теплообмінної поверхні рівної $2l$. Помножимо другий доданок в квадратних дужках на $(2l)^2/(2l)^2=1$. Позначимо в цьому виразі $\Delta x/2l = \delta x/2l = \Delta$. Воно є безрозміреною

(відносною) товщиною шару дискретного аналога. З урахуванням подальших перетворень отримаємо:

$$\frac{1}{a} \cdot \frac{(\Delta x)^2}{\Delta t} = \frac{(2l)^2}{a \cdot \Delta t} \cdot (\Delta)^2 = \frac{1}{\Delta(Fo)} \cdot (\Delta)^2. \quad (5.5)$$

Тут $\Delta(Fo)$ - безрозмірений крок розрахунку за часом - крок зміни числа Фур'є.

Виконавши аналогічні перетворення для останнього доданка у правій частині виразу (5.4), отримаємо:

$$\left[2 + \frac{1}{\Delta(Fo)} \cdot (\Delta)^2 \right] \cdot T_P = T_E + T_W + \frac{1}{\Delta(Fo)} \cdot (\Delta)^2 \cdot T_P^0 \quad (5.6)$$

Вираз (5.6) є безрозмірним дискретним аналогом для внутрішніх точок розрахункової області.

Розглянемо дискретний аналог для вузла розрахункової сітки на кордоні розрахункової області, для визначеності в точці «1» на лівій межі (мал. 5.1). Для розрахунку температури в точці P_1 необхідно враховувати граничні умови зліва від неї, а також значення в точці E_1 . В якості граничних розглянемо умови 3 роду як найбільш загальні. Грунтуючись на загальних побудовах з [106], для граничної точки «1» можна записати

$$a_P \cdot T_P = a_E \cdot T_E + b, \quad (5.7)$$

$$\text{где } a_P = a_E + \alpha_1 + \rho \cdot c \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t}; \quad a_E = \frac{\lambda}{\delta x}; \quad b = \alpha_1 \cdot T_{\text{срл1}} + \rho \cdot c \cdot \frac{\Delta x}{2} \cdot \frac{1}{\Delta t} \cdot T_P^0. \quad (5.8)$$

Тут α_1 , $T_{\text{срл1}}$ - коефіцієнт тепловіддачі і температура навколишнього середовища з відповідної сторони теплообмінної поверхні.

Так само, як і в попередньому випадку, підставимо (5.8) в (5.7), розділимо всі члени рівняння на $\lambda/\delta x$. В результаті, з урахуванням (5.1), отримаємо

$$\left[1 + \alpha_1 \cdot \frac{\delta x}{\lambda} + \frac{1}{a} \cdot \frac{(\Delta x)^2}{2} \cdot \frac{1}{\Delta t} \right] \cdot T_p = T_E + \alpha_1 \cdot \frac{\delta x}{\lambda} \cdot T_{cp\delta_1} + \frac{1}{a} \cdot \frac{(\Delta x)^2}{2} \cdot \frac{1}{\Delta t} \cdot T_p^0 \quad (5.9)$$

Домножимо в виразі (5.9) члени, що містять δx , на $(2l)/(2l)=1$. Члени ж, що містять $(\Delta x)^2$, домножимо на $(2l)^2/(2l)^2=1$. Врахуємо, що $\Delta x/2l=\delta x/2l=\Delta$.

Позначимо $\frac{\alpha_1 \cdot 2l}{\lambda} = \overline{Bi}_1$ - критерій Біо з боку вузла «1» розрахункової сітки. В результаті отримаємо

$$\left[1 + \overline{Bi}_1 \cdot (\Delta) + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\Delta(Fo)} \cdot (\Delta)^2 \right] \cdot T_p = T_E + \overline{Bi}_1 \cdot T_{cp\delta_1} \cdot (\Delta) + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\Delta(Fo)} \cdot (\Delta)^2 \cdot T_p^0 \quad (5.10)$$

Вираз (5.10) є безрозмірним дискретним аналогом для лівої граничної точки розрахункової області (мал. 5.1).

Виконавши перетворення, аналогічні (5.7)-(5.10), але для правої межі (вузол «n», мал. 5.1), отримаємо безрозмірний дискретний аналог для правої граничної точки розрахункової області:

$$\left[1 + \overline{Bi}_2 \cdot (\Delta) + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\Delta(Fo)} \cdot (\Delta)^2 \right] \cdot T_p = T_w + \overline{Bi}_2 \cdot T_{cp\delta_2} \cdot (\Delta) + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\Delta(Fo)} \cdot (\Delta)^2 \cdot T_p^0 \quad (5.11)$$

Тут $\overline{Bi}_2, T_{cp\delta_2}$ - критерій Біо і температура навколишнього середовища з боку вузла «N» розрахункової сітки.

5.1.3 Вид дискретного аналога і алгоритм рішення на його основі

Вирази (5.6), (5.10) і (5.11) в сукупності представляють безрозмірний дискретний аналог для розрахунку нестационарної теплопередачі через плоску пластину при граничних умовах третього роду.

Алгоритм рішення на основі такого дискретного аналога може бути реалізований за допомогою TDMA (Tri-diagonal-MatrixAlgorithm) - методу прогонки. Результати розрахунку виходять за один «прохід», без ітерацій, що спрощує обчислення. Для полегшення реалізації алгоритму рішення запишемо дискретний аналог (5.6), (5.10), (5.11) в індексній формі, де індекси відраховуються від лівої до правої межі розрахункової області (мал. 5.1):

- для внутрішніх точок

$$a_i \cdot T_i = b_i \cdot T_{i+1} + c_i \cdot T_{i-1} + d_i, \quad (5.12)$$

$$\text{де } a_i = 2 + \frac{1}{\Delta(Fo)} \cdot (\Delta)^2; \quad b_i = 1; \quad c_i = 1; \quad d_i = \frac{1}{\Delta(Fo)} \cdot (\Delta)^2 \cdot T_P^0;$$

- для лівої межі

$$a_1 \cdot T_1 = b_1 \cdot T_2 + d_1, \quad (5.13)$$

де

$$a_1 = 1 + \overline{Bi}_1 \cdot (\Delta) + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\Delta(Fo)} \cdot (\Delta)^2; \quad b_1 = 1; \quad d_1 = \overline{Bi}_1 \cdot T_{\text{ср}\theta_1} \cdot (\Delta) + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\Delta(Fo)} \cdot (\Delta)^2 \cdot T_P^0;$$

- для правої межі

$$a_N \cdot T_N = c_N \cdot T_{N-1} + d_N, \quad (5.14)$$

де

$$a_N = 1 + \overline{Bi}_2 \cdot (\Delta) + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\Delta(Fo)} \cdot (\Delta)^2; \quad c_N = 1; \quad d_N = \overline{Bi}_2 \cdot T_{cp\theta_2} \cdot (\Delta) + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\Delta(Fo)} \cdot (\Delta)^2 \cdot T_P^0$$

Алгоритм рішення будується на основі [106] наступним чином.

Прямий хід - обчислюються допоміжні коефіцієнти P і Q:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Спочатку з (5.13) } P_1 \text{ та } Q_1 \end{array} \right\} \begin{cases} P_1 = \frac{b_1}{a_1} = \frac{1}{1 + \overline{Bi}_1 \cdot (\Delta) + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\Delta(Fo)} \cdot (\Delta)^2} \\ Q_1 = \frac{d_1}{a_1} = \frac{\overline{Bi}_1 \cdot T_{cp\theta_1} \cdot (\Delta) + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\Delta(Fo)} \cdot (\Delta)^2 \cdot T_P^0}{1 + \overline{Bi}_1 \cdot (\Delta) + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\Delta(Fo)} \cdot (\Delta)^2} \end{cases}, \quad (5.15)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{потім з (5.12) та (5.15) } P_i \text{ та } Q_i \end{array} \right\} \begin{cases} P_i = \frac{b_i}{a_i - c_i \cdot P_{i-1}} = \frac{1}{2 + \frac{1}{\Delta(Fo)} \cdot (\Delta)^2 - P_{i-1}} \\ Q_i = \frac{d_i + c_i \cdot Q_{i-1}}{a_i - c_i \cdot P_{i-1}} = \frac{\frac{1}{\Delta(Fo)} \cdot (\Delta)^2 \cdot T_P^0 + Q_{i-1}}{2 + \frac{1}{\Delta(Fo)} \cdot (\Delta)^2 - P_{i-1}} \end{cases}. \quad (5.16)$$

Зворотний хід - для правої межі $b_i=0$. Отже, $P_N = 0$. З (5.16):

$$Q_N = \frac{d_N + Q_{N-1}}{a_N - P_{N-1}} = \frac{\overline{Bi}_2 \cdot T_{cp\theta_2} \cdot (\Delta) + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\Delta(Fo)} \cdot (\Delta)^2 \cdot T_P^0 + Q_{N-1}}{1 + \overline{Bi}_2 \cdot (\Delta) + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\Delta(Fo)} \cdot (\Delta)^2 - P_{N-1}}. \quad (5.17)$$

Вважаємо з (5.17)

$$T_N = Q_N. \quad (5.18)$$

і далі в зворотному порядку

$$T_i = P_i \cdot T_{i+1} + Q_i. \quad (5.19)$$

Простота отриманого алгоритму (5.15)-(5.19) дозволяє реалізувати його навіть на базі Excel, не кажучи про більш потужні обчислювальні засоби.

5.1.4 Оцінка адекватності отриманих результатів наявними рішеннями. Можливості та обмеження застосування отриманого дискретного аналога

Алгоритм повинен якісно і кількісно правильно відобразити досліджувані процеси. В силу цього оцінка фізичності і адекватності розробленого дискретного аналога може бути проведена двома шляхами:

1) після відповідного перетворення порівнянням самого аналога з точним рішенням в граничному випадку стаціонарної теплопередачі через нескінченну плоску стінку (оцінка фізичності - якісно правильного відображення досліджуваного процесу);

2) порівнянням результатів числових розрахунків з результатами аналітичних рішень в окремому випадку нестационарного процесу симетричного нагріву (охолодження) нескінченної пластини (оцінка правильності кількісного відображення досліджуваного процесу).

Для обох цих випадків існують точні аналітичні рішення.

1. Стаціонарна теплопередача через плоску стінку

При вирішенні задачі стаціонарної теплопередачі через плоску стінку тепловий потік через обидві поверхні стінки приймається однаковим. Для визначеності приймемо (мал. 5.2), що температура навколишнього

середовища зліва від стінки вище, ніж температура справа і тепловий потік спрямований зліва направо. Це можна записати у вигляді:

$$q_1 = \alpha_1 \cdot (T_{\text{срд}1} - T_{\text{w}1}) - \text{умовно для лівої сторони стінки};$$

$$q_2 = \alpha_2 \cdot (T_{\text{w}2} - T_{\text{срд}2}) - \text{умовно для правої сторони стінки}.$$

тут:

q_1, q_2 - тепловий потік, відповідно, що надходить з навколишнього середовища зліва в стінку і йде з стінки справа в навколишнє середовище;

α_1, α_2 - коефіцієнти тепловіддачі на лівій і правій стороні стінки відповідно;

$T_{\text{w}1}, T_{\text{w}2}$ - температура лівого і правого боку стінки відповідно;

$T_{\text{срд}1}, T_{\text{срд}2}$ - температура навколишнього середовища з лівого і з правого боків пластини відповідно.

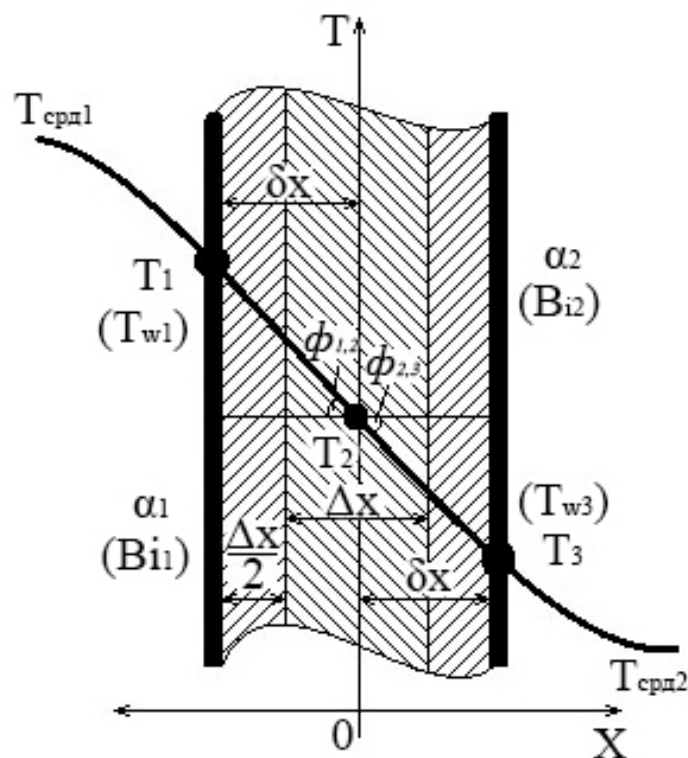


Рисунок 5.2 – Мінімальна розрахункова сітка

З огляду на прийняте умова $q_1 = q_2$, отримаємо:

$$\alpha_1 \cdot (T_{cp\delta_1} - T_{w_1}) = \alpha_2 \cdot (T_{w_2} - T_{cp\delta_2})$$

або

$$\frac{(T_{cp\delta_1} - T_{w_1})}{(T_{w_2} - T_{cp\delta_2})} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{Bi_2}{Bi_1}. \quad (5.20)$$

Тут Bi_1, Bi_2 - критерії Біо для лівого і правого боку стінки.

Дискретний аналог виду (5.17)-(5.19) отримано для випадку нестационарної теплопередачі. Але при постійних температурах оточуючих середовищ з лівого і правого боків стінки і досить тривалому протіканні процесу теплопередачі, правильно побудований аналог (5.17)-(5.19) має давати результат, аналогічний (5.20). Крім того, в даному випадку профіль зміни температури від T_{w_1} до T_{w_2} (мал. 5.2) всередині стінки повинен мати лінійний характер, що також повинен відображати правильно побудований дискретний аналог. Перетворимо аналог (5.17)-(5.19) для перевірки здійсненності цих вимог.

Розіб'ємо розглянуту плоску стінку на три шари (мал. 5.2): два пристінних і один внутрішній. В цьому випадку температури T_1, T_3 аналога відповідають температурам T_{w_1}, T_{w_2} на поверхні стінки. Температура T_2 є температурою в центральному шарі. Пристінні шари відповідно до (мал. 5.1) мають половинну товщину. Вибір всього трьох шарів для розбиття обумовлений такими міркуваннями. Дискретний аналог для температур T_i в центральних осередках (5.17) будується з використанням температур в сусідніх осередках T_{i-1} і T_{i+1} . Три шари дозволяють побудувати подібний аналог для температури T_2 з урахуванням температур T_{w_1}, T_{w_2} . Пристінні шари дозволяють використовувати аналоги (5.18), (5.19) для лівої і правої меж пластини. Таким чином, для оцінки правильності відображення процесу стаціонарної теплопередачі за допомогою розробленого дискретного аналога досить трьох розрахункових шарів і збільшення кількості внутрішніх шарів у

разі необхідності розділення не додавати в обчислення нічого принципово нового.

У аналогу (5.17)-(5.19) величини $T_{p_i}^0, T_{p_1}^0, T_{p_n}^0$ використовуються в коефіцієнтах d_i, d_1, d_n , являють собою температури у відповідних вузлах розрахункової сітки з попереднього кроку розрахунку за часом. При розрахунку на тривалому проміжку часу процесу теплопередачі і виході на стаціонарний режим, температури з попереднього кроку розрахунку за часом повинні бути рівні температурам, що розраховуються в поточний момент у відповідних точках. Для розглянутого випадку трьох шарів маємо:

$$T_{p_2}^0 = T_2; \quad T_{p_1}^0 = T_1; \quad T_{p_3}^0 = T_3. \quad (5.21)$$

З (5.17) після підстановки виразів для всіх коефіцієнтів отримаємо:

$$2 \cdot T_2 + \frac{1}{\Delta(Fo)} \cdot (\Delta)^2 \cdot T_2 = T_3 + T_1 + \frac{1}{\Delta(Fo)} \cdot (\Delta)^2 \cdot T_{p_2}^0. \quad (5.22)$$

З урахуванням з (5.21) рівності $T_{p_2}^0 = T_2$ отримаємо рівність доданків з лівої і правої частин виразу (5.22):

$$\frac{1}{\Delta(Fo)} \cdot (\Delta)^2 \cdot T_2 = \frac{1}{\Delta(Fo)} \cdot (\Delta)^2 \cdot T_{p_2}^0$$

і після їх скорочення:

$$2 \cdot T_2 = T_3 + T_1 \text{ или } T_2 = \frac{T_3 + T_1}{2}. \quad (5.23)$$

Виконавши аналогічні перетворення для аналогів лівої (5.18) і правої (5.19) меж, отримаємо:

- для лівої межі

$$T_1 + \overline{Bi}_1 \cdot (\Delta) \cdot T_1 = T_2 + \overline{Bi}_1 \cdot (\Delta) \cdot T_{cp\delta_1}; \quad (5.24)$$

- для правої межі

$$T_3 + \overline{Bi}_2 \cdot (\Delta) \cdot T_3 = T_2 + \overline{Bi}_2 \cdot (\Delta) \cdot T_{cp\delta_2}. \quad (5.25)$$

Підставимо вираз для T_2 з (5.23) в (5.24) і (5.25). Виконаємо перетворення і в результаті отримаємо:

- для лівої межі

$$\frac{T_3 - T_1}{2} = \overline{Bi}_1 \cdot (\Delta) \cdot T_1 - \overline{Bi}_1 \cdot (\Delta) \cdot T_{cp\delta_1}; \quad (5.26)$$

- для правої межі

$$\frac{T_3 - T_1}{2} = \overline{Bi}_2 \cdot (\Delta) \cdot T_{cp\delta_2} - \overline{Bi}_2 \cdot (\Delta) \cdot T_3. \quad (5.27)$$

У виразах (5.26) і (5.27) рівні ліві частини. Прирівняємо в цих виразах праві частини, скоротимо на Δ :

$$\overline{Bi}_1 \cdot (T_1 - T_{cp\delta_1}) = \overline{Bi}_2 \cdot (T_{cp\delta_2} - T_3),$$

або

$$\overline{Bi}_1 \cdot (T_{cp\delta_1} - T_1) = \overline{Bi}_2 \cdot (T_3 - T_{cp\delta_2}) \quad (5.28)$$

і в результаті отримаємо:

$$\frac{(T_{cp\delta_1} - T_1)}{(T_3 - T_{cp\delta_2})} = \frac{\overline{Bi}_2}{\overline{Bi}_1} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}. \quad (5.29)$$

Порівняння виразів (5.29) і (5.20) показує їх збіг, що підтверджує правильна побудова аналога (5.17-5.19) в цій частині.

Розглянемо другу частину перевірки - відображення за допомогою запропонованого дискретного аналога форми профілю температури всередині плоскої стінки. Для цього визначимо тангенси кутів нахилу профілів температури на ділянках $(T_1 - T_2)$ та $(T_2 - T_3)$:

– з (мал. 5.2) для ділянки між температурами з урахуванням (5.24):

$$tg(\phi_{1,2}) = \frac{(T_1 - T_2)}{\Delta} = \overline{Bi}_1 \cdot (T_{cp1} - T_1), \quad (5.30)$$

– з (мал. 5.2) для ділянки між температурами $(T_2 - T_3)$ з урахуванням (5.25):

$$tg(\phi_{2,3}) = \frac{(T_2 - T_3)}{\Delta} = \overline{Bi}_2 \cdot (T_3 - T_{cp2}). \quad (5.31)$$

З (5.28) випливає рівність правих частин в виразах (5.30) і (5.31). Значить в них рівні і ліві частини:

$$tg(\phi_{1,2}) = tg(\phi_{2,3}). \quad (5.32)$$

Таким чином, в процесі стаціонарної теплопередачі ділянки профілів температури, що надаються за допомогою аналога (5.17)-(5.19) мають спільну точку T_2 і однакові кути нахилу (5.32). Отже, вони представляють собою одну пряму. Це відповідає аналітичному рішенню і підтверджує правильна побудова аналога (5.17)-(5.19) і в цій частині.

2. Симетричний нагрів безкінечної пластини.

Точність числових розрахунків, виконаних за допомогою запропонованого дискретного аналога, може бути оцінена шляхом порівняння їх результатів з наявними аналітичними розв'язками. Одним з небагатьох наявних є випадок двостороннього симетричного нагріву

нескінченної пластини. Розглянемо варіант, коли в початковий момент часу ($t=0$) початкова температура в пластині розподілена рівномірно. При цих умовах запропоноване аналітичне рішення має вигляд суми ряду. У зазначених роботах відзначається, що вже при $Fo \geq 0.3$ ряд стає настільки швидкозбіжних, що розподіл температури досить точно визначається першим членом ряду у вигляді:

$$\Theta = 1 - \frac{2 \cdot \sin \mu_1}{\mu_1 + \sin \mu_1 \cdot \cos \mu_1} \cdot \cos(\mu_1 \cdot X) \cdot \exp(-\mu_1^2 Fo). \quad (5.33)$$

Тут Θ - відносна (обезрозмірена) температура пластини; X - відносна (обезрозмірена) координата розглянутої точки. Відраховується від центру пластини до її поверхні;

$$Fo = \frac{a \cdot t}{\delta^2} - \text{число Фур'є};$$

a - коефіцієнт теплопровідності; δ - половина товщини пластини. Відносна температура пластини Θ визначається співвідношенням

$$\Theta = \frac{T(X) - T_0}{T_{\text{срд}} - T_0}, \quad (5.34)$$

де $T(X)$ - поточна температура у відповідній точці пластини; T_0 - початкова температура, рівномірно розподілена в пластині; $T_{\text{срд}}$ - температура навколишнього середовища, до величини якої прогрівається пластина.

Відносна температура пластини змінюється в діапазоні $\Theta \in [0 \dots 1]$.

Відносна координата визначається зі співвідношення $X = x/\delta$ і змінюється в діапазоні $X \in [0 \dots 1]$. Тут x - абсолютна координата, відраховується від центру пластини до її поверхні.

Величина μ є коренем трансцендентного рівняння $\operatorname{ctg}(\mu) = \mu/Bi$. Рівняння (33) є першим членом ряду. Тому в ньому використовується μ_1 - перший позитивний корінь трансцендентного рівняння.

Для порівняння результатів аналітичних і числових розрахунків слід врахувати, що критерій Біо в аналітичному рішенні розраховується для половини товщини пластини (через її симетричність). У числовому ж розрахунку, з урахуванням можливості рішення не симетричних завдань, він визначається для повної товщини пластини. Таким чином, необхідно використовувати співвідношення

$$\overline{(Bi_1)}_q = \overline{(Bi_2)}_q = 2 \cdot Bi_a. \quad (5.35)$$

Тут $\overline{(Bi_1)}_q, \overline{(Bi_2)}_q$ - критерії Біо для відповідних сторін пластини в дискретному аналогу (числовий розрахунок) для випадку симетричного нагріву; $(Bi)_a$ - критерій Біо в аналітичних розрахунках;

- число Фур'є з вище зазначеної причини також різниться для випадків аналітичного і числового рішень. Зіставлення результатів, відповідних однаковим моментам обезрозміреного часу, повинно здійснюватися виходячи зі співвідношення:

$$4 \cdot Fo_q = Fo_a. \quad (5.36)$$

Тут Fo_a - число Фур'є в аналітичному розрахунку; Fo_q - відповідне число Фур'є в числовому розрахунку.

На мал. 5.3. представлені результати розрахунку на основі аналітичного виразу (5.33) і дискретного аналога (5.12) - (5.14). Так як аналітичні обчислення виконуються для обезрозміреної температури (5.34), то і числові рішення отримані на її основі. На мал. 5.3. представлені результати, що охоплюють широкий діапазон зміни критерію Біо. В дужках вказано його значення для числових розрахунків на підставі (5.35). На кожному малюнку

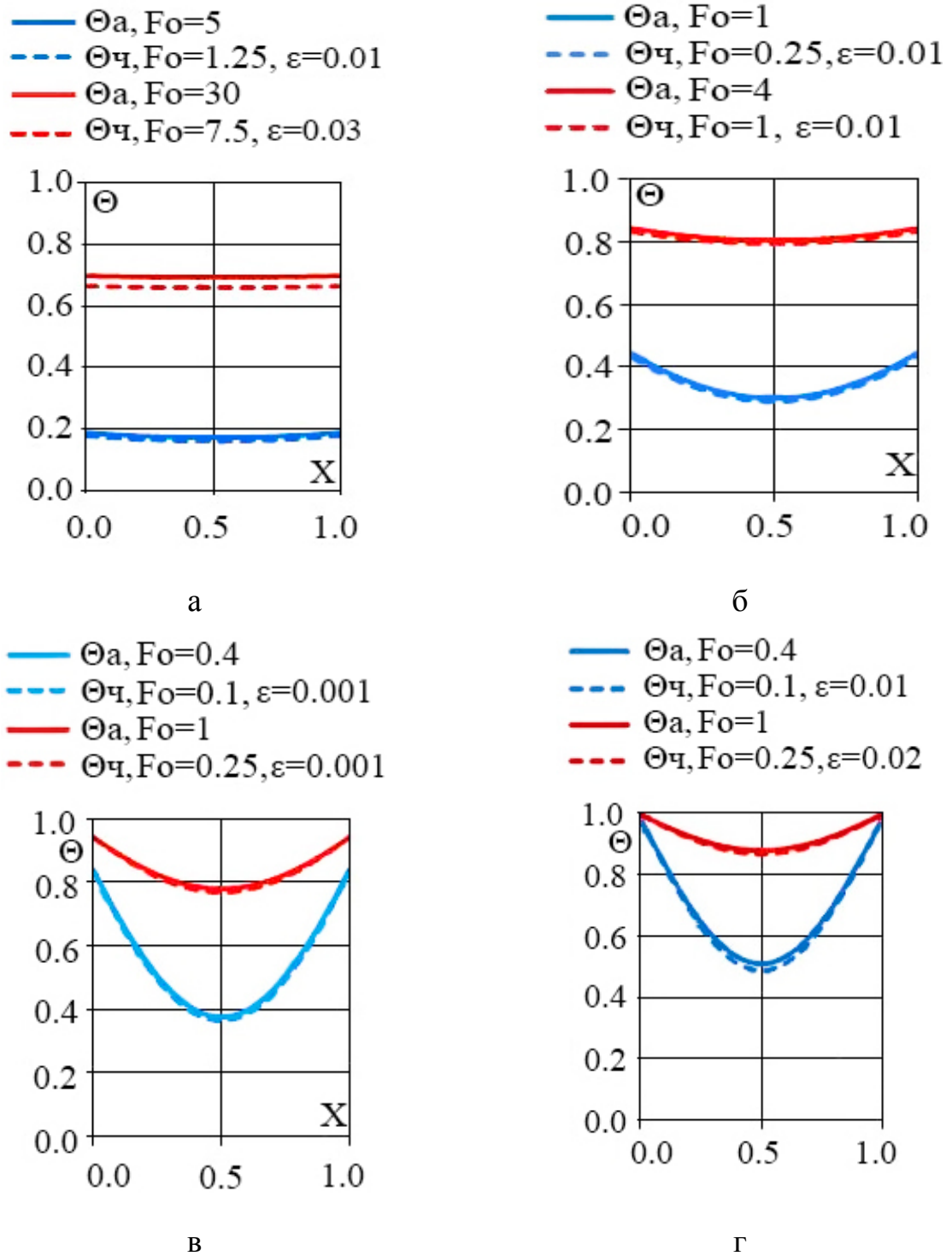


Рисунок 5.3 – Відносна температура Θ в залежності від відносної координати X і відносного моментів часу Fo для аналітичних Θ_a і числових $\Theta_{\text{ч}}$ розрахунків: а - $Bi = 0.004$ (0.008); б - $Bi = 0.5$ (1.0); в - $Bi = 5$ (10); г - $Bi = 50$

(100)

представлені результати для двох моментів часу. Відповідні їм величини чисел Fo пов'язані співвідношенням (5.36). Для кожного моменту часу наведено максимальну відносну похибку ϵ числових результатів з усіх розрахункових точок по товщині пластини. Всього було взято 21 розрахункову точку. Відносна похибка визначалася по відношенню до діапазону зміни температури $\Theta \in [0...1]$.

Порівняння результатів числових і аналітичних розрахунків показує добрий їх збіг. Але подібну точність при великій кількості розрахункових точок можуть давати і інші числові методи. Використовуваний же метод контрольних обсягів виділяється виконанням законів збереження на розрахункових сітках будь-якої точності. Для оцінки впливу кількості розрахункових точок на похибку обчислень були виконані розрахунки з використанням гранично малих сіток - всього з трьома вузлами (мал. 5.2). Отримані результати і їх порівняння з аналітичними і числовими розрахунками на великій сітці (21 вузол) наведені в табл. 5.1. Тут так само, як і на мал. 5.3, величини Vi та Fo , що відносяться до числових розрахунків, наведені в дужках. Значення Vi та Fo в аналітичних і числових розрахунках, так само, як і в попередньому випадку, зв'язані співвідношеннями (5.35), (5.36). У перших трьох рядках наведені значення відносних температур для $Fo = 0.4$ (0.1). При цьому:

- в першому рядку відображені температури при аналітичних розрахунках;

- в другій - при числових розрахунках на сітці з 21-м вузлом;

- в третій - при числових розрахунках на сітці з 3-ма вузлами.

співвідношеннями (5.35), (5.36). У перших трьох рядках наведені значення відносних температур для $Fo = 0.4$ (0.1). При цьому:

- в першому рядку відображені температури при аналітичних розрахунках;

- в другому - при числових розрахунках на сітці з 21-м вузлом;

Таблиця 5.1 – Результати аналітичного і числового розрахунків відносної температури Θ при симетричному нагріванні безкінечної пластини. Величини похибок чисельних розрахунків по відношенню до аналітичних

Bi	Fo / ε	X		
		0.0	0.5	1.0
5 (10)	0.4	0.842	0.378	0.842
	$(0.1)_{21}$	0.837	0.366	0.837
	$(0.1)_3$	0.873	0.393	0.873
	ε_{21}	<i>0.005</i>	<i>0.012</i>	<i>0.005</i>
	ε_3	<i>0.031</i>	<i>0.015</i>	<i>0.031</i>
	ε_{21-3}	<i>0.036</i>	<i>0.027</i>	<i>0.036</i>
	1.0	0.944	0.779	0.944
	$(0.25)_{21}$	0.941	0.766	0.941
	$(0.25)_3$	0.955	0.765	0.955
	ε_{21}	<i>0.003</i>	<i>0.013</i>	<i>0.003</i>
	ε_3	<i>0.011</i>	<i>0.014</i>	<i>0.011</i>
	ε_{21-3}	<i>0.014</i>	<i>0.001</i>	<i>0.014</i>
50 (100)	0.4	0.985	0.507	0.985
	$(0.1)_{21}$	0.984	0.487	0.984
	$(0.1)_3$	0.991	0.528	0.991
	ε_{21}	<i>0.001</i>	<i>0.020</i>	<i>0.001</i>
	ε_3	<i>0.006</i>	<i>0.020</i>	<i>0.006</i>
	ε_{21-3}	<i>0.007</i>	<i>0.041</i>	<i>0.007</i>
	1.0	0.996	0.881	0.996
	$(0.25)_{21}$	0.996	0.868	0.996
	$(0.25)_3$	0.997	0.851	0.997
	ε_{21}	<i><0.001</i>	<i>0.013</i>	<i><0.001</i>
	ε_3	<i>0.001</i>	<i>0.03</i>	<i>0.001</i>
	ε_{21-3}	<i>0.001</i>	<i>0.017</i>	<i>0.001</i>

- в третьому - при числових розрахунках на сітці з 3-ма вузлами.

У наступних трьох рядках наведено відносні похибки визначення відносних температур, відображених в попередніх рядках. При цьому:

- в рядку, позначеної ε_{21} , відображені похибки результатів числових розрахунків на сітці з 21-м вузлом щодо аналітичних обчислень;

- в рядку, позначеної ε_3 , - похибки результатів числових розрахунків на сітці з 3-ма вузлами щодо аналітичних обчислень;

- в рядку, позначеної ε_{21-3} , - похибки результатів числових розрахунків на сітці з 3-ма вузлами щодо числових розрахунків на сітці з 21-м вузлом.

Далі в таблиці порядок розташування результатів аналогічний.

У всіх наведених точках відносні похибки не перевищують 3.5%. Величини $Vi=5$ і $Vi=50$ обрані з-за отриманої в цьому випадку максимальної відносної похибки. При $Vi=0.04$ і $Vi=0.5$ похибка числового рішення не перевищує 1%. Величини зазначених похибок не перевищують допустимих значень для інженерних розрахунків (<5%). Це говорить про можливість застосування розробленого дискретного аналога для вирішення задач нестационарної теплопередачі.

Розглянемо приклад вирішення задачі нестационарної теплопередачі. Її особливістю є відсутність аналітичного рішення. Нехай в початковий момент часу температура тіла і температура навколишнього середовища знаходяться в рівновазі. Позначимо її, як і в попередніх випадках, T_0 . В деякий момент часу температура середовища з одного боку пластини стрибком піднімається до величини $T_{\text{срд}}$. З іншого боку пластини температура навколишнього середовища залишається рівною T_0 . Розглянемо нестационарний процес зміни температури всередині пластини при теплопередачі. Розрахунок будемо вести для відносної температури Θ , яка визначається відповідно до (5.34) при використанні відносних координат вузлів сітки X . Деякі результати для розрахункової сітки з 21-м вузлом при різних значеннях чисел Fo наведені на мал. 5.4. Значення $Fo = 0$ відповідає початковому моменту часу.

Відповідно до (5.34), для прийнятих вихідних даних в цей момент часу значення відносної температури у всіх точках пластини $\Theta=0$. Значення $Fo=1.7$ моделює досягнення стану стаціонарної теплопередачі.

Для оціночних розрахунків процесів нестационарної теплопередачі становить інтерес використання «грубих» розрахункових сіток. Визначимо можливість застосування методу контрольних об'ємів при мінімальній розрахунковій сітці, такий же, як і в разі симетричного нагріву (з 3-ма вузлами). Для цього порівняємо результати при її використанні з

результатами на сітці з 21-м вузлом (табл. 5.2). Структура даних тут і в табл. 5.1 аналогічні.

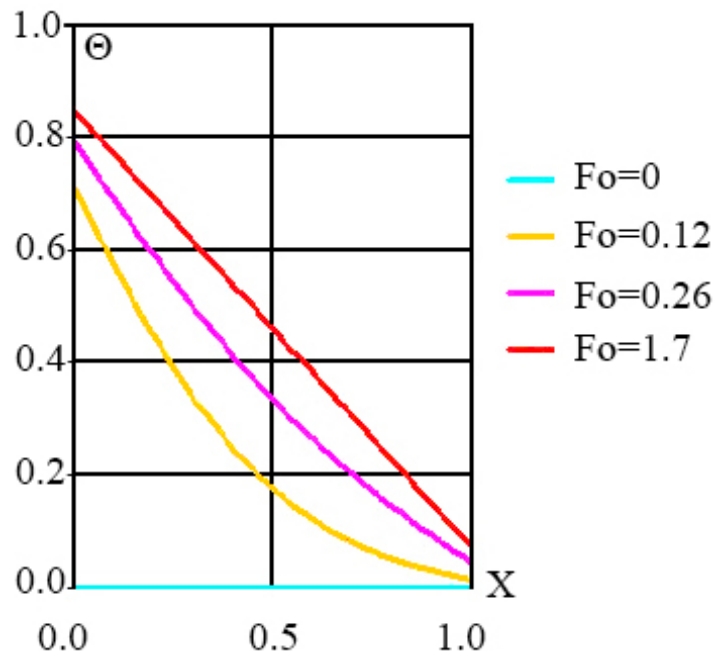


Рисунок 5.4 – Профілі відносних температур Θ по відносній товщині пластини X в залежності від різних чисел Fo

Таблиця 5.2 – Результати числового розрахунку відносної температури Θ при нестационарній теплопередачі через нескінченну пластину. Величини похибок числових розрахунків на малій розрахунковій сітці

Fo	Θ / ε	X		
		0.0	0.5	1.0
(0.12)	Θ_{21}	0.710	0.178	0.015
	Θ_3	0.718	0.177	0.024
	ε_{21-3}	0.009	0.001	0.009
(0.26)	Θ_{21}	0.790	0.336	0.047
	Θ_3	0.799	0.332	0.052
	ε_{21-3}	0.009	0.004	0.005

Похибки розрахунків на «грубій» сітці в порівнянні з результатами на більш докладній незначні. Це дає підстави для її використання в багатьох випадках. Незначні похибки на настільки «грубій» сітці можна пояснити виходячи з таких міркувань:

- з одного боку, профіль зміни температури всередині пластини, як при її нагріві, так і при нестационарній теплопередачі, носить експонентний характер. З іншого боку, як зазначалося вище, для визначення температури в вузлах використовуються профілі її зміни між вузлами. У загальному випадку профілі можуть бути будь-якими, в тому числі і частинами експонент. В даному випадку для спрощення виду дискретного аналога при використанні неявної схеми його побудови прийнятий стрибкоподібний характер зміни температури між вузлами. Проте, такий спрощений характер уявлення зміни профілю температури між вузлами розрахункової сітки в загальних рисах який суперечить характеру зміни температури в реальному процесі. Іншими словами, дискретний аналог відповідає фізиці досліджуваних процесів, що й обумовлює його точність на «грубих» розрахункових сітках;

- як зазначалося вище, дискретний аналог побудований на основі виконання законів збереження на сітках будь-якої «грубості». У сукупності з попереднім пунктом це також сприяє підвищенню точності обчислень.

Слід зазначити, що в загальному випадку стійкість і точність числових методів залежать від співвідношення кроку розрахунку за часом і геометричного розміру кроку розрахункової сітки. Так, для забезпечення стійкості рахунку при використанні явної схеми в кінцево-різницевому методі Δt визначається зі співвідношення [106]:

$$\Delta t < \frac{\rho \cdot c \cdot (\Delta x)^2}{2 \cdot \lambda}. \quad (5.37)$$

Виконавши перетворення, застосовані до (5.5), отримаємо:

$$\frac{a \cdot \Delta t}{2 \cdot l} = \Delta(Fo) < \frac{1}{2} \cdot (\Delta)^2. \quad (5.38)$$

У розглянутому вище випадку розрахунку у відносних координатах при 21-му вузлі розрахункової сітки i , відповідно, 20-ти інтервалах між ними маємо $\Delta=0.05$. Відповідно до (5.38), при застосуванні звичайно-різницевого методу необхідно було б мати $\Delta(Fo)<0.0012$. У виконаних же розрахунках було використано $\Delta(Fo)=0.005$, що вже більше зазначеної межі.

Розглянемо вплив величини кроку по часу на стійкість і точність розрахунків. Результати при різних кроках наведені в табл. 5.3. Розрахунки виконувалися для 21 вузла, але для видимості результати наведені тільки для точок на поверхнях і в центрі пластини. Для порівняння взяті ті ж значення $Fo=0.12$ і $Fo=0.26$, що і використані в табл. 5.2. З урахуванням $\Delta(Fo)=0.005$ значення температури при $Fo=0.12$ було отримано за 24 кроки, що відображено у відповідному рядку $\Delta(Fo)_{24}$. У наступних рядках відображені результати розрахунків температури при тих же 21 вузлах і в той же момент часу $Fo=0.12$, але при інших кроках за часом i , відповідно, іншої кількості цих кроків (нижній індекс): $\Delta(Fo)_8=0.015$ і $\Delta(Fo)_4=0.03$.

Таблиця 5.3 – Результати числових розрахунків відносної температури Θ в процесі нестационарної теплопередачі через нескінченну пластину при різних кроках розрахунку за часом

Fo	$\Delta(Fo)$	X		
		0.0	0.5	1.0
(0.12)	$(0.005)_{24}$	0.710	0.178	0.015
	$(0.015)_8$	0.704	0.173	0.015
	$(0.03)_4$	0.694	0.167	0.015
(0.26)	$(0.005)_{52}$	0.792	0.336	0.047
	$(0.02)_{13}$	0.786	0.328	0.046
	$(0.065)_4$	0.774	0.306	0.042

Похибки обчислень при $\Delta(Fo)_8$ і $\Delta(Fo)_4$ по відношенню до варіанту з $\Delta(Fo)_{24}$ не вказані, але легко можуть бути обчислені. У другій частині таблиці 5.3 наведені аналогічні дані, але вже для моменту часу $Fo=0.26$ при відповідних за величиною кроках і їх кількості: $\Delta(Fo)_{52}=0.005$, $\Delta(Fo)_{13}=0.02$ і

$\Delta(Fo)_4=0.065$. Порівняння наведених даних показує збереження високої точності розрахунків і при розбитті заданого інтервалу часу на гранично малу кількість кроків розрахунку.

У табл. 5.2, 3 наведені результати, що дозволяють говорити про стійкість розрахунків при використанні «грубих» розрахункових сіток і великих кроків за часом. Але розглянуто вплив цих факторів окремо. Практичний інтерес може представляти можливість виконання розрахунків з інженерною точністю при одночасному впливі обох факторів. На прикладі даних, наведених в табл. 5.4, можна оцінити результати подібного роду розрахунків в порівнянні з випадком докладної сітки і малого кроку за часом.

Таблиця 5.4 – Результати числових розрахунків відносної температури Θ в процесі нестационарної теплопередачі через нескінченну пластину при різному сполученні кількості вузлів розрахункової сітки і величини кроків розрахунку за часом

Fo	$\Delta(Fo) / \varepsilon$	X		
		0.0	0.5	1.0
(0.12)	$(0.005)_{24}^{21}$	0.7097	0.1775	0.0145
	$(0.03)_4^3$	0.6863	0.1684	0.0230
	ε	<i>0.023</i>	<i>0.009</i>	<i>0.009</i>
(0.26)	$(0.005)_{52}^{21}$	0.7920	0.3362	0.0470
	$(0.065)_4^3$	0.7797	0.3035	0.0473
	ε	<i>0.012</i>	<i>0.033</i>	<i><0.001</i>

Як еталон прийняті результати розрахунку на сітці з 21-м вузлом і з кроком розрахунку за часом $\Delta(Fo)=0.005$. У першій частині таблиці, як і раніше, розглядається момент часу $Fo=0.12$. Щоб досягти цього часу з обраним кроком буде потрібно 24 кроки. Результати для цього випадку відображені в першому рядку таблиці. У другому рядку наведені результати розрахунку на сітці з 3-ма вузлами і з кроком по часу $\Delta(Fo)=0.03$, що вимагає 4 кроки розрахунку для досягнення даного часу. У третьому рядку наведені відносні

похибки грубих розрахунків по відношенню до прийнятих за еталон. У другій частині таблиці наведені аналогічні дані для моментів часу $Fo=0.26$. Обчислені похибки показують, що при використанні дискретного аналога на основі методу контрольних об'ємів в межах інженерної точності розрахунків можуть застосовуватися гранично «грубі» сітки і великі кроки за часом.

Адекватність розрахунків на «грубих» сітках може бути використана і в числово-аналітичних розрахунках процесів нестационарної теплопередачі. Справа в тому, що дискретний аналог на сітці в 3 вузли складається з системи 3-х лінійних алгебраїчних рівнянь. Для поточного моменту часу може бути отримано достатньо просте аналітичне рішення такої системи. Можливість же використання великих кроків за часом дозволяє на основі цього рішення швидко оцінити температури на поверхнях пластини в процесі нестационарного теплообміну і, відповідно, теплові потоки на них. У класичному підході акумульована в пластині енергія визначається шляхом інтегрування профілю температури в ній. В даному ж випадку достатньо знайти різницю теплових потоків на поверхнях пластини. З оглянутого вище можна зробити наступні зауваження.

1. Обраний для дискретного аналога метод контрольних обсягів спирається на виконання законів збереження на розрахункових сітках будь-яких розмірів, в тому числі і найменших. Це найкращим чином відповідає поставленому завданню розробки спрощеного дискретного аналога.

2. Використання спрощеної, одновимірної форми записи дискретного аналога дозволило представити його в обезрозмірній формі. Такий підхід сприяє не тільки зменшенню кількості розрахунків, а й сприятиме кращому розумінню їх результатів з даними наявних аналітичних розрахунків. Останні, як правило, представляються саме в обезрозмірній формі.

3. Порівняння результатів розрахунків на основі розробленого аналога до наявних аналітичних даних показує добрий їх збіг. Відносні похибки не перевищують і навіть істотно менше допустимої інженерної точності (<5%).

Крім того, це суттєво менше похибок визначення вихідних даних - коефіцієнтів тепловіддачі.

4. Спираючись на числові розрахунки з використанням великих сіток і малих кроків за часом як на еталонні, оцінена стійкість і точність розрахунків на більш грубих сітках. Показано збереження інженерної точності на гранично малих сітках (до 3-х вузлів) і збереження стійкості і точності при великих кроках за часом, значно більших, ніж допускають інші числові методи. Такі особливості дискретного аналога можуть бути використані при вирішенні зворотних задач теплообміну.

5.2 Метод наближеного рішення аналітичного нестационарної задачі теплопередачі через плоску стінку

5.2.1 Причина розробки нового методу наближеного аналітичного рішення задачі нестационарної теплопередачі

У багатьох випадках, особливо в інженерних додатках, для отримання рішення проводять зміну загальної моделі процесу шляхом спрощення деяких її елементів. Що стосується аналізованої задачі опис процесів тепловіддачі від навколишнього середовища до відокремлювальної поверхні замінюється завданням граничних умов. Граничні умови III роду є найбільш загальними і частіше застосовуються. У цьому випадку весь опис складного процесу зводиться до завдання одного коефіцієнта тепловіддачі. Цей коефіцієнт, як правило, обчислюється за допомогою критеріальних рівнянь, що може привести до похибки його визначення в 15-20% [125]. В іншій, більш пізній роботі [126], стверджується, що ця похибка може бути ще більшою і досягати 30-50%. При цих умовах немає необхідності шукати точний аналітичний розв'язок задачі нестационарної теплопередачі. Прийнятним є наближений розв'язок.

Проведений аналіз показує необхідність розробки методу аналітичного рішення задач нестационарної теплообміну. Метод може бути наближеним, але похибка обчислень не повинна перевищувати можливої похибки визначення вихідних даних (коефіцієнти тепловіддачі). Метод повинен дозволяти вирішувати завдання, пов'язані як з регенеративними, так і з рекуперативними умовами теплообміну. Пристрої, для яких реалізуються ці умови, як правило, є елементами одного обладнання і схильні до однакових впливів. Внаслідок цього бажано, щоб рішення задач навіть при різних умовах впливу мали однакові або схожі рішення.

Метою є розробка методу аналітичного рішення задач теплообміну при різних умовах впливу. Це повинно дати можливість однакового підходу як при умовах нестационарного регенеративного (нагрів або охолодження), так і рекуперативного теплообміну (теплопередача).

Для досягнення поставленої мети були сформульовані наступні задачі:

- на прикладі симетричного нагріву пластини, як найпростішого випадку, розробити принцип наближеного рішення нестационарних задач теплообміну;
- на прикладі несиметричного нагріву пластини розробити підхід, що дозволяє застосувати розроблений принцип до вирішення несиметричних задач;
- використовуючи підхід, застосований до вирішення задачі несиметричного нагріву, розробити метод розв'язання задачі нестационарної теплопередачі через плоску стінку.

5.2.2 Метод побудови наближеної моделі задачі нестационарної теплопередачі

Наближене рішення може бути отримано різними шляхами. Як мінімум:

- спрощенням рішення більш точної і складної моделі;

- спрощенням самої моделі з подальшим її точним рішенням.

Аналіз літературних даних не виявив аналітичних рішень задачі нестационарної теплопередачі, які могли бути основою для їх спрощення. Тому зосередимося на другому шляху.

Для максимізації потужності сигналу, що передається від джерела до приймача, необхідне узгодження навантаження (зближення або зрівняння опорів джерела і навантаження). За аналогією можна припустити, що для максимізації інформативності рішення необхідно узгодити ступінь складності (деталізації) моделей частин спряженої задачі. На даний момент з цієї точки зору існує протиріччя в сучасних способах рішення задачі нестационарної теплопередачі. З одного боку, використовується диференціальна модель теплопровідності в частинній похідній (для нескінченної пластини - одномірна). З іншого - навіть не в зосередженій постановці, а нульмірна модель тепловіддачі від навколишнього середовища до пластини у вигляді постійного коефіцієнта тепловіддачі. Якщо не розглядати можливість ускладнення моделі тепловіддачі, залишається шлях спрощення моделі теплопровідності шляхом зведення її хоча-б до виду в зосередженій постановці. Але при такому підході виникає суперечність у вигляді неможливості обліку розподілу температури по товщині пластини.

Наближене рішення можна розглядати як апроксимацію точного. З цієї позиції необхідно вибрати функціональну залежність, за допомогою якої буде проводитися апроксимація. Процес нестационарної теплопередачі характеризується акумуляцією теплової енергії. Іншими словами, є інерційним і, відповідно, може бути описаний за допомогою експоненційної залежності. При цьому може бути враховано розподіл температури по товщині пластини. Перехід до моделі в зосередженій постановці забезпечується шляхом використання усередненого по товщині всього тіла значення температури.

Рішення будемо шукати через розгляд послідовно трьох задач, що ускладнюються:

5. 1. Симетричного нагріву нескінченної пластини;
5. 2. Несиметричного нагріву нескінченної пластини;
5. 3. Нестационарної теплопередачі через плоску стінку.

Перша задача вже має аналітичне рішення на основі більш складної моделі в розподіленій постановці [113, 114]. Розгляд її в рамках нового підходу має на меті відпрацювання запропонованого методу рішення. Наявність точного аналітичного рішення дозволить оцінити адекватність нових результатів. Вирішення другої задачі повинно дозволити розглянути підхід до вирішення шуканої задачі, сформульованої в третьому пункті. Оцінка адекватності результатів рішення другої і третьої задач буде проводитися шляхом їх порівняння з результатами числових розрахунків.

5.2.2.1 Симетричний нагрів нескінченної пластини

Розглядається нагрів при однакових температурах і коефіцієнтах тепловіддачі по обидва боки пластини. В силу симетричності розрахунки виконуються для половини товщини пластини. Початок координат розміщено по центру пластини і відлік ведеться в напрямку поверхні. У початковий момент температура тіла і навколишнього середовища однакові і рівні t_o . В деякий момент часу температура навколишнього середовища стрибком змінюється до величини $t_s = \text{const}$. Температура на поверхні t_n і в центрі пластини t_c змінні залежно від часу. Температура всередині пластини t_x залежить від координати точки, в якій вона визначається, і від часу. Розрахунок будемо вести в відхиленнях температур від температури тіла в початковий момент часу t_o :

$$\theta_x = t_x - t_o; \quad \theta_n = t_n - t_o; \quad \theta_c = t_c - t_o; \quad \theta_s = t_s - t_o \quad (5.39)$$

Пропонується апроксимувати значення температури усередині пластини в залежності від температур на поверхні і в центрі за допомогою виразу виду:

$$\theta_x = \theta_c + (\theta_n - \theta_c) \cdot \exp(1 - l / x). \quad (5.40)$$

Тут l - половина товщини пластини; x - координата розглянутої точки. Величини θ_n і θ_c як це буде визначено.

Запишемо вираз для визначення середньоінтегральної по товщині пластини температури у вигляді:

$$\tilde{\theta} = \frac{1}{V} \int_0^l \theta_x S_x dx, \quad (5.41)$$

а координату точки реалізації цієї температури будемо визначати із співвідношення:

$$\tilde{l} = \frac{1}{V} \int_0^l x \cdot \exp(1 - l / x) dx. \quad (5.42)$$

У виразах (5.41) і (5.42) V - об'єм тіла, S_x - площа поверхні, паралельної зовнішній і проходить через розглянуту точку. Для пластини ця величина дорівнює площі бокової поверхні $S_x = S_b$, а для кулі, наприклад, $S_x = 4\pi x^2$. Значення виразів (5.41) і (5.42) обчислюються після підстановки в них виразу (5.40) і з урахуванням для пластини $V = S_b l$. Інтеграли (5.41) і (5.42) можуть бути визначені точно при використанні інтегральної показникової функції Ei , що відноситься до розряду спеціальних. Їх рішення виражаються у вигляді:

$$\tilde{\theta} = \theta_c + (\theta_n - \theta_c) \cdot k; \quad \tilde{l} = k \cdot l; \quad (5.43)$$

Вихідна апроксимаційна залежність (5.40) спочатку носить наближений характер. Тому і величина коефіцієнта k , відображаючи основні особливості середньоінтегральної температури, для практичного застосування вимагає уточнення. Воно може бути вироблено на основі наявних аналітичних або числових рішень. Це буде виконано в подальшому. У поточних перетвореннях виразу (5.43) використовуємо в загальному вигляді.

З урахуванням (5.43) модель нагріву пластини в зосереджених параметрах може бути записана у вигляді:

$$c \cdot \rho \cdot V \frac{d\tilde{\theta}}{d\tau} = S_b \frac{\lambda}{l} (\theta_n - \tilde{\theta}); \quad (5.44)$$

$$\alpha \cdot S_b \cdot (\theta_s - \theta_n) = S_b \frac{\lambda}{l} (\theta_n - \tilde{\theta}). \quad (5.45)$$

Тут c , ρ , λ - відповідно теплоємність, щільність, теплопровідність матеріалу пластини, α - коефіцієнт тепловіддачі від навколишнього середовища до пластини. У першому з цих рівнянь відображений закон збереження енергії. У правій частині відзначена енергія, яка надходить від поверхні в тіло пластини за рахунок різниці температур на поверхні і всередині пластини. У лівій частині описується накопичується в розглянутому тілі енергія за рахунок його теплоємності. Записом рівняння (5.45) задано граничну умову III роду. Це рівняння виражає рівність енергій, що передається від навколишнього середовища до поверхні тіла і відводиться від поверхні всередину тіла.

Виконавши з урахуванням (5.43) перетворення рівнянь (5.44) і (5.45) щодо θ_c - температури в центрі пластини. В результаті отримаємо:

$$\frac{d\theta_c}{d\tau} = \frac{a}{l^2} \cdot \frac{S_b \cdot l}{V} \cdot \frac{Bi}{1 + k \cdot Bi} \cdot (\theta_s - \theta_c). \quad (5.46)$$

Тут $a = \lambda / (c \rho)$ - коефіцієнт температуропровідності, $Bi = (\alpha l) / \lambda$ - критерій Біо (Biot). Далі проведемо обезрозмірювання рівняння (5.46) за допомогою певних нормувань. Так, для температури це:

$$\bar{\theta}_c = \frac{\theta_c}{\theta_s}, \quad \bar{\theta}_s = \frac{\theta_s}{\theta_s} = 1. \quad (5.47)$$

Обезрозмірювання змінної часу виконаємо за методом, запропонованим в [127] за допомогою комплексу, що входить в рівняння (5.46) і має розмірність часу:

$$\frac{a}{l^2} \cdot \frac{S_b \cdot l}{V} \cdot \frac{Bi}{1 + k \cdot Bi}. \quad (5.48)$$

Такий підхід дозволяє зменшити кількість параметрів в рівнянні до величин менших, ніж пропонується π -теоремою. В результаті отримаємо:

$$\frac{d\bar{\theta}_c}{d(\hat{Ho})} = 1 - \bar{\theta}_c \quad \text{или} \quad \frac{d\bar{\theta}_c}{d(\hat{Ho})} + \bar{\theta}_c = 1. \quad (5.49)$$

Тут

$$\hat{Ho} = \frac{a\tau}{l^2} \cdot \frac{S_b \cdot l}{V} \cdot \frac{Bi}{1 + k \cdot Bi} \quad \text{или} \quad \hat{Ho} = Fo \cdot \frac{S_b \cdot l}{V} \cdot \frac{Bi}{1 + k \cdot Bi}. \quad (5.50)$$

У цьому виразі Fo - число Фур'є (Fourier). У завданнях нестационарного теплообміну воно виступає в якості обезрозміреного часу і має ще одну назву - число гомохронності (грец. *homos* - рівний, *chronos* - час). За аналогією назовемо (5.50) розширеним числом гомохронності. У нього крім Fo входить геометричний комплекс $(S_b l / V)$ і комплекс $Bi / (1 + k \cdot Bi)$. Критерій Біо будується як відношення термічного опору стінки l / λ до термічного опору теплопередачі $1 / \alpha$. Критерій Біо визначає подібність температурних полів

при геометричній подібності тіл, що нагріваються. Виходячи з цього комплекс $Bi/(1+k \cdot Bi)$ в (5.50) за аналогією можна назвати розширеним критерієм Біо:

$$\hat{Bi} = \frac{Bi}{1+k \cdot Bi}. \quad (5.51)$$

У теорії автоматичного управління рівнянням, подібним (5.49), описується інерційна ланка першого порядку. Воно має рішення виду:

$$\bar{\theta}_c = 1 - \exp(-\hat{Bi}o). \quad (5.52)$$

Рівняння (5.52) описує зміну обезрозмірної температури в центрі нескінченної пластини, що нагрівається. Але виконавши перетворення, подібні наведеним вище, можна отримати вирази для опису зміни температури в будь-якій точці розглянутого тіла. Крім того, за допомогою рівняння (5.52) можна описати зміну температури в центрі інших геометричних примітивів - нескінченного циліндра або кулі, а після відповідних перетворень і в будь-якій точці цих тіл. Зміни стосуються лише геометричного комплексу K_g . Він простий в обчисленнях і для нескінченної пластини, нескінченного циліндра і кулі буде мати відповідно значення:

$$K_g^{pl} = \frac{S_b \cdot l}{V} = \frac{S_b \cdot l}{S_b \cdot l} = 1; \quad K_g^{cyl} = \frac{S_b \cdot R}{V} = \frac{2\pi RL \cdot R}{\pi R^2 L} = 2; \quad K_g^{ball} = \frac{S_b \cdot R}{V} = \frac{4\pi R^2 \cdot R}{\frac{4}{3}\pi R^3} = 3 \quad (5.53)$$

Відзначимо, що в другому і третьому виразі з (5.53) в якості характерного розміру виступає радіус циліндра і кулі відповідно. У другому виразі з (5.53) величина L відповідає довжині циліндра. Хоча розглядається циліндр безкінечної довжини ($L=\infty$), ця величина є в чисельнику і в знаменнику для коректного відображення площі його бокової поверхні і об'єму. Потім вони взаємно скорочуються.

5.2.2.2 Оцінка похибки рішення задачі симетричного нагріву

Порівняємо результати наближеного розрахунку на підставі (5.52) з аналогічними результатами аналітичних розрахунків [113]. Зіставлення дозволяє уточнити величину коефіцієнта k , при якому наближені результати мають мінімальне відхилення від точних. При цьому визначається і сама величина цих відхилень. Порівняння проведемо для величини часу закінчення процесу нагріву. Будемо вважати процес нагріву тіла закінченим при температурі в центрі тіла $t_c=0,95 t_s$. Це відповідає похибці інженерних розрахунків. Крім того, в теорії автоматичного управління перехідний процес в інерційній ланці першого порядку (5.52) вважається завершеним при $\hat{N}o = 3$. Це веде до відхилення розраховуємої величини обезрозмірної температури $\bar{\theta}_c$ від шуканої $\bar{\theta}_s = 1$ не більше ніж на 5%. Іншими словами, момент обезрозмірного часу $\hat{N}o = 3$ відповідає $\bar{\theta}_c = 0,95 \cdot \bar{\theta}_s = 0,95$.

В роботі [113] відсутня величина, відповідна $\hat{N}o$. В ній в якості обезрозмірного часу виступає Fo . Для забезпечення порівнянності результатів з (5.50) з урахуванням (5.51) висловимо величину Fo :

$$Fo = \frac{\hat{N}o}{K_g \cdot \hat{V}i}. \quad (5.54)$$

Величину числа Фур'є, що використовується в [113] позначимо Fo_1 . Будемо порівнювати величини чисел Фур'є в обох випадках в обумовлений вище момент закінчення нагрівання тіла. Слід врахувати, що в [113] розглядається охолодження тіла. Але процеси нагрівання та охолодження симетричні. Тому порівняння отриманих на підставі (5.54) результатів наведених в [113] величин правомірно. Слід лише при охолодженні моментом закінчення процесу вважати досягнення температурою величини

$\bar{\theta}_{c1} = 0,05 \cdot \bar{\theta}_{s1} = 0,05$. Порівняння проводилося шляхом визначення відносної похибки ε обчислення Fo на підставі (5.54) по відношенню до Fo_1 . У процесі порівняння підбиралася величина k з (5.51), що забезпечує мінімальну величину відносної похибки ε . Результати наведені в табл. 5.5. Слід зазначити, що спочатку модель будувалася для нескінченної пластини. Проте, крім цього вона дозволяє при обліку (5.53) проводити розрахунки для нескінченного циліндра і кулі.

Таблиця 5.5 – Порівняння результатів точного [113] і наближеного (5.54) розрахунків обезрозміреного часу закінчення процесу нагріву тіл

Bi	Пластина, $k=0.42$			Циліндр, $k=0.39$			Куля $k=0.36$		
	Fo_1	Fo	$\varepsilon, \%$	Fo_1	Fo	$\varepsilon, \%$	Fo_1	Fo	$\varepsilon, \%$
0,005	600,3	601,3	0,15	300,1	300,6	0,18	200,1	200,4	0,15
0,01	300,9	301,3	0,1	150,4	150,6	0,15	100,2	100,4	0,17
0,1	31,1	31,3	0,5	15,5	15,6	0,7	10,3	10,4	0,7
1,0	4,20	4,26	1,4	2,0	2,1	3,3	1,31	1,36	3,7
10	1,58	1,56	1,3	0,725	0,735	1,3	0,45	0,46	1,4
100	1,34	1,29	3,6	0,61	0,6	1,9	0,38	0,37	3,0
1000	1,32	1,26	3,9	0,60	0,59	2,36	0,37	0,36	3,4

З результатів, наведених в табл. 5.5, випливає, що похибка визначення часу закінчення нагрівання тіл за допомогою виразу (5.54) в порівнянні з результатами точного аналітичного рішення не перевищує 4% у всьому розглянутому діапазоні зміни Bi.

Запропонований метод має похибку щодо точного аналітичного рішення. У той же час помилка не перевищує величини, допустимої для інженерних розрахунків (<5%). На підставі отриманих результатів запропоновані модель і метод розрахунку можна вважати працездатним.

5.2.2.3 Несиметричний нагрів нескінченної пластини

Розглянемо задачу несиметричного нагріву пластини. Несиметричність обумовлена різними коефіцієнтами тепловіддачі. Температурні умови навколишнього середовища аналогічні випадку симетричного нагріву: t_0 - початкова температура навколишнього середовища і тіла; t_s - температура навколишнього середовища після стрибкоподібної її зміни. Температура тіла після закінчення нагрівання постійна у всіх його точках і дорівнює t_s . В процесі симетричного нагріву формується мінімум температури, розташований на середній лінії перетину пластини. Точка мінімуму переміщається уздовж середньої лінії до досягнення t_s з вирівнюванням по всьому тілу пластини. Для випадку несиметричного нагріву характер руху мінімуму температури виявлено за допомогою числових досліджень. Як і в попередньому випадку, точка мінімуму переміщається уздовж поверхні пластини, але траєкторія руху зміщена в бік поверхні з меншим коефіцієнтом тепловіддачі. В процесі нагрівання цей мінімум також зміщується вздовж прямої, паралельної сторонам пластини. Відхилення від описаної схеми незначні і спостерігаються в початковий момент розглянутого процесу (мал. 5.5, а) і при наближеному вирішенні можуть не враховуватися.

Систему координат для перетину пластини побудуємо таким чином (мал. 5.5, б):

- вертикальна вісь відліку температур проходить через їх мінімум і паралельна сторонам перетину пластини. Температуру в цій точці позначимо як t_c температура в центрі;
- відлік координати розглянутої точки в перетині ведемо в обидві сторони від осі відліку температур (X_1 і X_2);
- відстань $x_{п1}$ від початку координат до однієї зі сторін пластини невідомо і підлягає визначенню;
- вважаючи товщину пластини рівній $2l$, відстань від початку координат до другої поверхні визначається зі співвідношення $x_{п2}=2l-x_{п1}$.

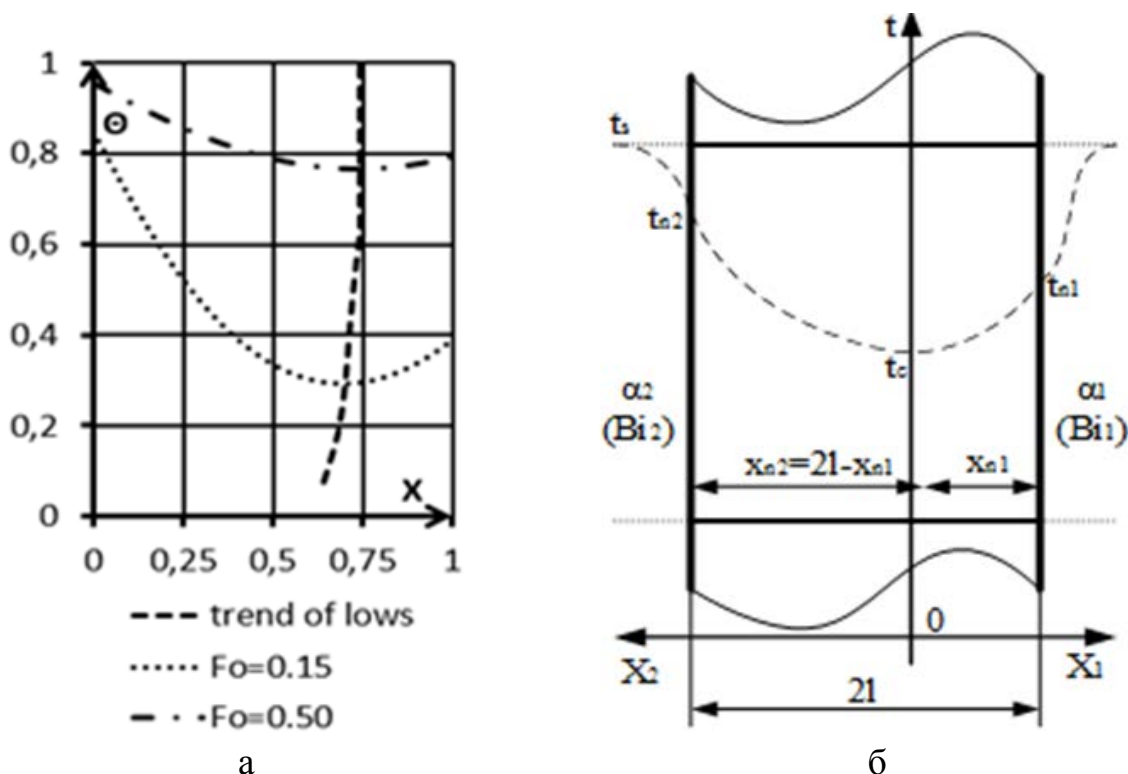


Рисунок 5.5 – Профіль температури при несиметричному нагріванні пластини: а – приклади результатів чисельного розрахунку відносної температури Θ в залежності від відносної координати X при різних значеннях Fo ; б – прийнята схема для аналітичних розрахунків

При таких умовах до кожної з частин пластини, відповідних координатах X_1 і X_2 , застосуємо підхід, використаний при симетричному нагріванні. Додаткова невідома величина $x_{п1}$ визначається з рівняння зв'язку, побудованого з урахуванням рівності температур t_c , розрахованих для кожної з частин пластини.

Виконавши перетворення, аналогічні використані при вирішенні завдання симетричного нагріву, можуть бути визначені температури в її мінімумі t_c і в будь-якій точці, в тому числі $t_{п1}$, $t_{п2}$ на поверхнях пластини. Так обезрозмірена температура в точці її мінімуму визначається виходячи зі співвідношення, ідентичного (5.52). Структура виразу для визначення розширеного числа гомохронності \hat{N}_o збігається зі структурою виразу (5.50). Воно включає: число Fo , геометричний комплекс K_g і розширений критерій

Біо. Відмінність зосереджено у визначенні останнього. З урахуванням (5.53)

$K_g^{pl} = 1$ і вираз для \hat{H}_o в даному випадку має вигляд:

$$\hat{H}_o = Fo \cdot 1 \cdot \frac{Bi_1 \left(1 + \frac{Bi_2}{Bi_1} + 2 \cdot k \cdot Bi_2 \right)^2}{(1 + k \cdot Bi_2) \cdot \left(1 + \frac{Bi_2}{Bi_1} + 2 \cdot k \cdot Bi_2 + k \cdot Bi_1 + k^2 \cdot Bi_1 \cdot Bi_2 \right)} \quad (5.55)$$

Відносна координата положення мінімуму температури може бути визначена зі співвідношення:

$$\frac{x_{n1}}{2l} = \frac{1 + k \cdot Bi_2}{1 + \frac{Bi_2}{Bi_1} + 2 \cdot k \cdot Bi_2}. \quad (5.56)$$

Слід враховувати, що в разі симетричного нагріву величини Fo і Bi визначаються для характерного розміру l . У той час, як для випадку несиметричного нагріву - для $2l$.

5.2.2.4 Оцінка похибки рішення задачі несиметричного нагріву

Оцінка похибки обчислень на основі (5.52) за допомогою виразів (5.55) і (5.56) виконана шляхом їх порівняння з результатами числових розрахунків. Для цього використовувався метод контрольних обсягів, одна з реалізацій якого описана в [122]. Числовий розрахунок виконаний за допомогою одновимірної сітки з 51 розрахунковими вузлами. Було розглянуто приклад при $Bi_1=1$ і $Bi_2=10$. Отримані результати визначають становище мінімуму температури з координатою $X=0.74$ (мал. 5.5, а). Координата носить відносний характер як частка від товщини пластини. Її розмір прийнятий рівним 1. При числовому розрахунку положення початку відліку геометричної координати (мал. 5.5, а) відрізняється від випадку моделі для

аналітичних досліджень (мал. 5.5, б). Тому отримане в числовому розрахунку значення координати мінімуму температури для варіанту аналітичних досліджень відповідає величині $x_{n1}/(2l)=1-0.74=0.26$. З іншого боку, ця ж величина була розрахована аналітично за допомогою формули (5.56) і виявилася рівною $x_{n1}/(2l)=0.2632$. В межах точності числових розрахунків ці величини збігаються. У табл. 5.6 наведені результати числового та наближеного аналітичного розрахунків обезрозмірної нормованої температури в точці її мінімуму при деяких значеннях критерію Fo . Крім того для розрахованих значень визначена відносна похибка аналітичних розрахунків по відношенню до числових.

Таблиця 5.6 – Порівняння результатів розрахунків мінімальної температури

Fo	0.05	0.30	0.55	0.80	1.05	1.30
$\Theta_{\Pi}^{\text{чис}}$	0,084	0,557	0,802	0,912	0,961	0,983
$\Theta_{\Pi}^{\text{аналіт}}$	0,115	0,519	0,739	0,858	0,923	0,958
$\epsilon, \%$	3,1	3,8	6,3	5,4	3,8	2,4

Величина помилки результатів аналітичних обчислень в деяких випадках перевершує зазвичай допустиму для інженерних розрахунків величину (<5%).

На підставі отриманих результатів запропоновані модель і аналітичний метод обліку несиметричності профілю температури при несиметричному нагріванні пластини можна вважати працездатним.

5.2.2.5 Нестационарна теплопередачі через плоску стінку

Рішення стаціонарної задачі теплопередачі тривіально. Поставивши собі за температурами навколишнього середовища t_{s1} і t_{s2} , а так же, коефіцієнтами тепловіддачі α_1 і α_2 по обидва боки пластини, можна визначити температури на обох її поверхнях t_{n1} і t_{n2} . Профіль температури

всередині пластини має лінійну залежність і визначається цими температурами. При переході від коефіцієнта тепловіддачі до критерію Bi , а від абсолютних значень температур t до їх обезрозмірених нормованих величин θ , температури на поверхнях можуть бути визначені з співвідношень:

$$\theta_{n1} = \theta_{s1} - \frac{\theta_{s1} - \theta_{s2}}{(1 + Bi_1 + Bi_1/Bi_2)}; \quad \theta_{n2} = \theta_{s2} - \frac{\theta_{s1} - \theta_{s2}}{(1 + Bi_2 + Bi_2/Bi_1)}. \quad (5.57)$$

Тут прийнято напрямок теплового потоку від навколишнього середовища з температурою θ_{s1} до θ_{s2} . При цьому внаслідок нормування $\theta_{s1}=1$, $\theta_{s2}=0$. Геометричний розмір (товщину) пластини також розглядаємо нормованим. Координата по товщині змінюється в межах $X \in [0, 1]$.

На підставі числових розрахунків [122] розглянемо зміну профілю температури всередині пластини при нестационарній теплопередачі в процесі переходу від одного стаціонарного стану до іншого (мал. 5.2, а-в). У всіх випадках профіль (пряма лінія), відповідний $Fo=0$, відноситься до початкового стаціонарного стану, а для $Fo=1.5$ (пряма лінія) моделює кінцеве також стаціонарний стан. У розглянутих випадках причиною нестационарного процесу є поетапна зміна критерію Bi з гріючої сторони. Підтвердженням цьому може бути аналіз мал. 5.2.

На мал. 5.6, а відображений процес з початкового стану $Bi_1=0$, $Bi_2=100$. Це відповідає однаковій температурі пластини у всіх точках і рівності її температурі середовища з охолоджувального боку $\theta_{s2}=0$ (на мал. 5.6, а - праворуч). Потім коефіцієнт тепловіддачі з гріючої сторони (на мал. 5.6, а - зліва) змінюється до величини, що відповідає $Bi_1=2$. Розвиток процесу нестационарної теплопередачі пов'язаний з акумуляцією енергії в пластині.

На мал. 5.6, б відображено процес з початкового стаціонарного стану $Bi_1=1$, $Bi_2=100$. Потім коефіцієнт тепловіддачі з гріючої сторони (на мал. 5.6, б - зліва) змінюється до величини, що відповідає $Bi_1=4$. Розвиток процесу

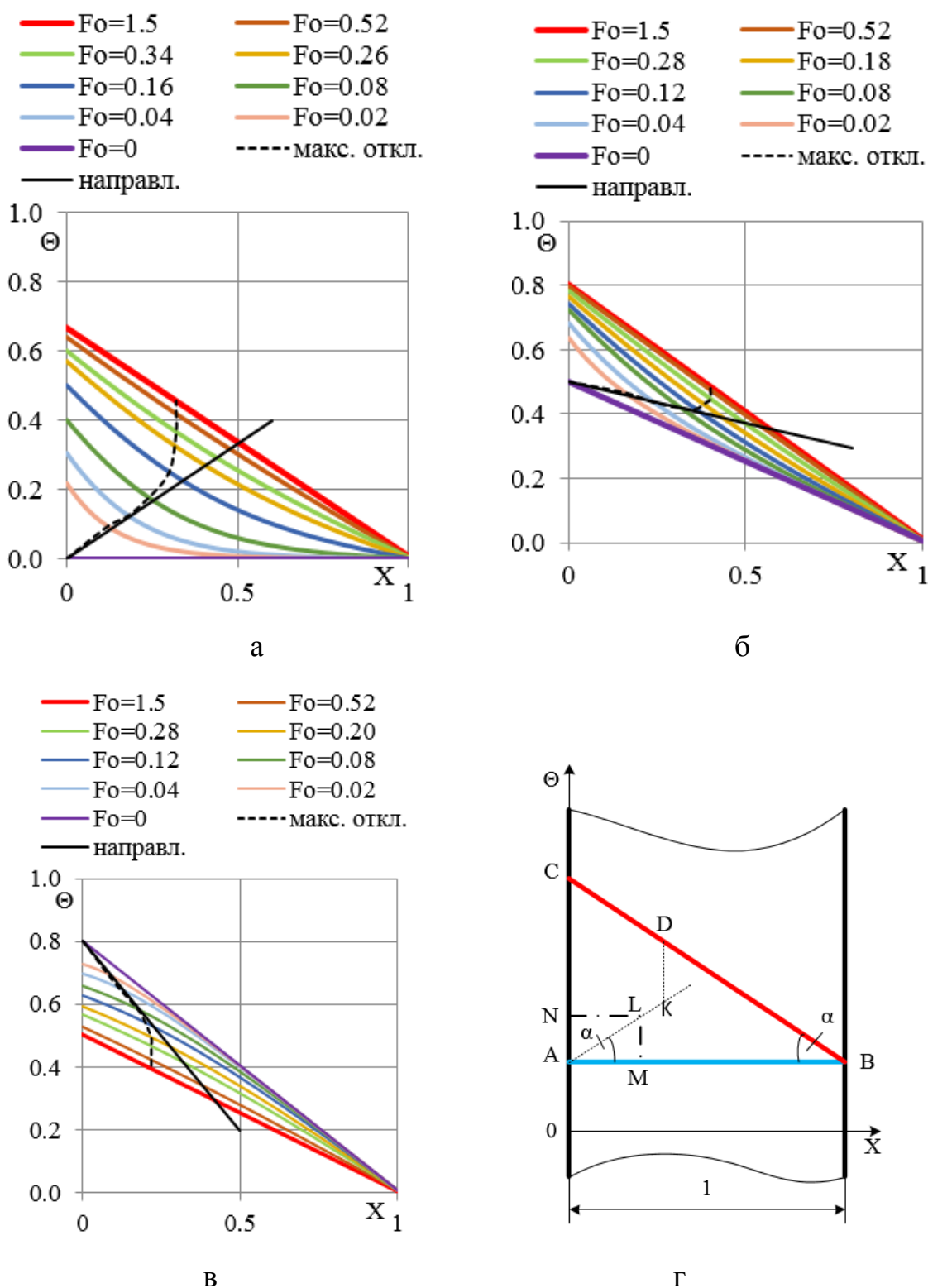


Рисунок 5.6 – Зміна температури Θ по товщині пластини X при нестационарній теплопередачі в різні моменти часу Fo : а - процес акумуляції енергії з початкового стану $Vi_1=0, Vi_2=100$; б - процес акумуляції енергії з початкового стану $Vi_1=1, Vi_2=100$; в - виділення енергії з початкового стану $Vi_1=4, Vi_2=100$; г - розрахункова схема

нестационарної теплопередачі пов'язано з акумуляцією енергії в пластині.

На мал. 5.6, в відображений процес з початкового стаціонарного стану $Bi_1=4$, $Bi_2=100$. Потім коефіцієнт тепловіддачі з грючої сторони (на мал. 5.6, в - ліворуч) змінюється до величини, що відповідає $Bi_1=1$. Розвиток процесу нестационарної теплопередачі пов'язано з виділенням енергії з пластини.

У кожен момент часу виділимо в тілі пластини подовжній перетин (точку), в якому температура в поточний момент часу має максимальне відхилення від величини температури в кінцевому стаціонарному стані в цьому ж перерізі. На профілі температури їй буде відповідати точка, максимально віддалена від профілю (прямий) в кінцевому стаціонарному стані. Для збереження наступності в термінології з раніше розглянутими випадками нагріву назвемо таку точку «мінімумом» температури. Розглянемо її переміщення з плином часу. На мал. 5.6, а-в воно відображено пунктирною лінією. У всіх випадках можна виділити дві ділянки (мал. 5.6, г), що апроксимуються відрізками прямої: вертикальний DK і похилий АК. Схема (мал. 5.6, г) побудована на базі мал. 5.6, а, але їй відповідають всі наведені варіанти мал. 5.6. За цією схемою характер переміщення «мінімуму» в даному випадку на ділянці DK відповідає переміщенню мінімуму в разі несиметричного нагріву пластини, розглянутого в розділі 5.3.2.3 Похилий ділянка починається (точка А) на стороні пластини, що нагрівається, в точці вихідної стаціонарної температури. При аналізі результатів числових розрахунків було зроблено припущення про те, що кут нахилу ділянки АК щодо вихідного стаціонарного профілю ($\angle KAB$) дорівнює куту між початковим і кінцевим стаціонарними профілями температури ($\angle CBA$). На графіки (мал. 5.6, а-в) були накладені відрізки прямих (суцільна чорна лінія), побудовані виходячи з цього припущення. Характер розташування цих ліній дозволяє зробити висновок про правомірність їх використання в якості апроксимації траєкторії переміщення «мінімуму» температури на похилій ділянці. На підставі виявлених особливостей була побудована модель і обраний алгоритм розрахунку процесу нестационарної теплопередачі.

При симетричному і несиметричному нагріванні пластини її подовжній перетин, уздовж якого переміщається мінімум температури, можна вважати своєрідною теплоізолюванною стінкою. Через цей переріз тепловий потік з однієї частини пластини в іншу не передається. Тому модель для кожної з частин складається тільки з рівняння збереження (5.44) і граничної умови III роду на поверхні пластини (5.45). У разі нестационарної теплопередачі картина інша. Як і в розділі 5.3.2.3, система координат прив'язується до «мінімуму» температури (мал. 5.5, б). Хоча «мінімум температури на ділянці DK також переміщається уздовж певного перерізу, через нього передається тепловий потік. Пластина, як і раніше, розглядається що складається з двох частин, але тепер не «теплоізолюваних» один від одного. Використовуючи той же підхід, що й у розділі 5.3.2.1, модель для кожної частини може бути записана в аналогічному вигляді, але розглядаючи пластину як складову. Крім корекції рівнянь виду (5.44), (5.45), до них необхідно додати граничну умову IV роду на кордоні складовою пластини. В результаті модель для, наприклад, першої частини має вигляд:

$$c \cdot \rho \cdot V_1 \frac{d\tilde{\theta}_1}{d\tau} = S_b \cdot \frac{\lambda}{x_{n1} - \bar{x}_1} \cdot (\theta_{n1} - \tilde{\theta}_1) - S_b \cdot \frac{\lambda}{\bar{x}_1} \cdot (\tilde{\theta}_1 - \theta_c) \quad (5.58)$$

$$S_b \cdot \frac{\lambda}{x_{n1} - \bar{x}_1} \cdot (\theta_{n1} - \tilde{\theta}_1) = \alpha_1 \cdot S_b \cdot (\theta_{s1} - \theta_{n1}) \quad (5.59)$$

$$S_b \cdot \frac{\lambda}{\bar{x}_1} \cdot (\tilde{\theta}_1 - \theta_c) = S_b \cdot \frac{\lambda}{\bar{x}_2} \cdot (\theta_c - \tilde{\theta}_2) \quad (5.60)$$

Тут: $\tilde{\theta}_1$ - усереднена температура в даній частині тіла; θ_{n1} - температура на поверхні пластини; θ_c - температура в поточній точці її «мінімуму»; $\tilde{\theta}_2$ - усереднена температура в другій, пов'язаній, частині тіла; θ_{s1} - температура навколишнього середовища, що омиває поверхню даної частини тіла; x_{n1} - відстань від початку координат, розташованого в «мінімуму» температури до

поверхні пластини (товщина даної частини); \bar{x}_1 - відстань від початку координат до точки прикладання осередненої температури в даній частині тіла; \bar{x}_2 - відстань від початку координат до точки прикладання осередненої температури в другій частині тіла; S_b - площа бокової поверхні пластини.

Розглядається нескінченна пластинка ($S_b = \infty$). Величина S_b записана для повноти моделі. Надалі вона скорочується. Всі величини температур і розмірів використовуються в обезрозміреному і нормованому вигляді.

У рівнянні (5.58), також як і в рівнянні (5.44), відображений закон збереження енергії. Зліва від знака рівності описується накопичується в даній частині тіла енергія за рахунок його теплоємності. У правій частині в першому доданку відзначена енергія, яка надходить від поверхні в тіло пластини за рахунок різниці температур на поверхні і всередині пластини. У другому доданку відзначена енергія, що йде від розглянутої частини тіла через межу, що проходить через «мінімум» температури. Записом рівняння (5.59) задано граничну умову III роду. Воно виражає рівність енергій, що передається від навколишнього середовища до поверхні тіла і відводиться від поверхні всередину тіла. Записом рівняння (5.60) задано граничну умову IV роду. Це рівняння виражає рівність енергій, що передається від розглянутої частини тіла до його внутрішньої межі і відводиться від цієї межі до другої частини тіла. Аналогічним чином записується модель для другої частини пластини, що знаходиться з боку охолодження.

Підхід, реалізований в розділі 5.3.2.1, дозволив і в даному випадку отримати рішення. Так, наприклад, температура в точці її «мінімуму» визначається зі співвідношення:

$$\theta_c = A_1 \cdot x_{n1} \cdot Bi_1 \cdot [1 - \exp(-Ho_1)], \quad (5.61)$$

де

$$Ho_1 = Fo \cdot \frac{1}{x_{n1}^2} \cdot \frac{1}{A_1 \cdot [1 + x_{n1} \cdot Bi_1 \cdot (1 - k)]}; \quad (5.62)$$

$$A_1 = \frac{[1 + (1 - x_{n1}) \cdot Bi_2]}{x_{n1} \cdot (Bi_1 + Bi_2 + Bi_1 \cdot Bi_2)}. \quad (5.63)$$

Тут Ho_1 - розширене число гомохронності (аналогічно величиною, визначеною в розділах 5.3.2.1 та 5.3.2.3); k - коефіцієнт, що визначає місце розташування точки прикладання осередненої температури; Bi_1 , Bi_2 - критерії Біо (Biot) з відповідних сторін пластини.

Аналогічним шляхом можуть бути отримані вирази для визначення і інших величин, які використовуються в математичній моделі виду (5.58) - (5.60). Форма виразу (5.61) подібна виразу (5.52), використовуваному, також і під час розв'язання задачі несиметричного нагріву. Коефіцієнт k визначається з порівняння результатів числових і аналітичних розрахунків шляхом забезпечення мінімуму їх нев'язки.

Розглянемо, наприклад, визначення в залежності від часу величини та місця розташування «мінімуму» температури θ_c .

1. На початковому етапі алгоритм рішення будується на такому ж підході, як і в розділі 5.3.2.3. Для ділянки ДК (мал. 5.6, г) визначається його координата. Іншими словами, визначається місце розташування «мінімуму» температури - x_{n1} і, відповідно, x_{n2} . Далі, знаючи величину кута α (<CBA), будемо відрізок прямої АК до перетину з ДК в точці К. Шлях А-К-Д є апроксимацією траєкторії переміщення «мінімуму» температури.

2. У початкові моменти часу процесу нестационарної теплопередачі залежність температури від часу $\theta(\tau)$ за допомогою залежності (5.61) визначається виходячи з розв'язання оберненої задачі. Задаючись будь-якою абсциссою x_{n1} (точка М), через точку L визначається відповідна їй ординатам (точка N). Використовуючи ці дані, зі співвідношення (5.61) визначається відповідний їм момент часу (Fo).

3. Після проходження точки К на ділянці KD вирішується пряме завдання. Знаючи величину x_{n1} (координату ділянки KD) і задаючись деякою величиною τ , з (5.61) визначається θ_c .

5.2.2.6 Оцінка похибки рішення задачі нестационарної теплопередачі

Використовуючи викладений алгоритм, був виконаний ряд розрахунків і оцінена їх адекватність шляхом порівняння з результатами числового дослідження.

Були визначені положення вертикальних ділянок траєкторій руху «мінімуму» температури для трьох варіантів (мал. 5.6, а-в). На основі зіставлення в розглянутих варіантах результатів числових і аналітичних розрахунків було вибрано значення величини $k=0.67$, що забезпечує мінімальну їх розбіжність. Всі подальші розрахунки виконані з використанням цієї величини. Порівняння на основі відносної похибки з результатами числових розрахунків наведені в табл. 5.7. Похибка визначена щодо товщини пластини, яка дорівнює 1.

Таблиця 5.7 – Порівняння результатів визначення положення «мінімуму» температури на вертикальній ділянці

Спосіб обчислення	Мал. 5.2, а	Мал. 5.2, б	Мал. 5.2, с
x_{n1} аналіт.	0.32	0.36	0,28
x_{n1} числ.	0.32	0.4	0.22
ϵ , %	0	4%	6%

Далі були визначені ординати точок перетину вертикальних, обчислених аналітично, і похилих ділянок траєкторій переміщення «мінімуму» температури. Так, для варіантів, наведених на мал. 5.2, а і мал. 5.2, б, що відображають процес акумуляції енергії, ці величини вийшли рівними відповідно: $\theta_a=0.212$ і $\theta_b=0.451$.

Наступним кроком алгоритму на похилій ділянці траєкторії (АК мал. 5.2, г) були обрані абсциси, рівні $x_{n1}=0.2$ для розглянутих варіантів акумуляції енергії. Їм відповідають ординати $\theta^a_{0,2}=0.133$ і $\theta^b_{0,2}=0.451$. Використовуючи ці дані, з співвідношень (5.63) і (5.62) визначається величина A_1 , і далі No_1 . З останньої величини виділяється Fo - безрозмірний час. Для оцінки похибки визначення таким шляхом залежності $\theta=\theta(Fo)$ по відношенню до аналогічних числових розрахунків, останні [122] були виконані для знайдених моментів часу Fo . Результати порівняння наведені в табл. 5.8. Похибка визначена щодо діапазону зміни безрозмірної нормованої температури, рівної 1.

Таблиця 5.8 – Порівняння результатів визначення температур на похилій ділянці траєкторії їх «мінімуму»

Спосіб обчислення	Мал. 5.2, а	Мал. 5.2, b
θ аналіт.	0.133	0,451
θ числ.	0.140	0,491
ε, %	0.7%	4%

Шляхом розв'язання прямої задачі (5.61) для аналітично обчислених значень координати положення вертикальної ділянки KD (мал. 5.2, г) траєкторії переміщення «мінімуму» температури x_{n1} (табл. 5.7) для деякого безрозмірного моменту часу (Fo) визначалося значення «мінімуму» температури θ_c . Ця ж величина і при тому ж значенні Fo визначалася шляхом числових розрахунків [122]. Для розрахунків прийнято $Fo=0.52$. Результати їх порівняння наведені в табл. 5.9 Тут, як і в попередніх випадках, ε - відносна похибка.

Наведені в табл. 5.7-5.9 результати розрахунків дозволяють зробити висновок про можливість застосування розробленого методу для визначення температури всередині плоскої стінки в процесі нестационарної теплопередачі. Похибка розрахунків не перевищує або близька до допустимої для інженерних розрахунків величиною в 5%.

Таблиця 5.9 – Порівняння результатів визначення температур на похилій ділянці траєкторії їх «мінімуму»

Спосіб обчислення	Мал. 5.2, a	Мал. 5.2, b
θ аналіт.	0.456	0.516
θ числ.	0.420	0.475
ε , %	3.6%	4.0%

Процес теплопередачі за своєю природою є розподіленим. Спроба використання рішення для даної задачі в зосередженій постановці є поширеною. Підхід, пов'язаний з розбивкою об'єкта (пластини) на кілька шарів також відомий. Однією з особливостей запропонованого методу є розбиття пластини всього на два шари. Прийнятність подібного підходу відзначена в [122] для числових розрахунків. У наведеному ж випадку він застосований в аналітичних обчисленнях. Крім того в раніше розглянутих випадках розбиття на шари вироблялося з будь-яких геометричних міркувань. У розробленому методі це відбувається на фізичній основі. Межа шарів розташовується в екстремумі температури при нагріванні (охолодженні) пластини і його координата обчислюється. Більш того, при розрахунку в процесі теплопередачі в початковий момент часу зміни температурного поля межа між шарами («мінімум» температури) переміщається і координата її обчислюється. Слід зазначити, що ще в роботах [113, 114], в наведених рішеннях для симетричного нагріву пластини, межа розглянутої області також розташовувалася в екстремумі профілю температури. Але це обґрунтовувалося лише симетрією завдання.

Підхід до вирішення поставленого завдання був обраний на основі аналізу результатів числових досліджень. Вони служили не тільки для виявлення якісної картини протікання досліджуваного процесу. Аналітичні рішення отримані з точністю до деякого коефіцієнта « k », який акумулює в собі всі невраховані особливості. Отримані попередньо числові рішення дозволили визначити оптимальну величину цього коефіцієнта.

Похибки всіх отриманих рішень, наведених в табл. 5.5-5.9, не виходять за межі допустимої інженерної точності ($\varepsilon < 5\%$) або близькі до цього. Це істотно менше зазначених раніше можливих похибок у визначенні вихідних даних (коефіцієнти тепловіддачі), які можуть досягати 50%. Хоча запропонований метод є наближеним, він дозволяє отримати прийнятні з інженерної точки зору аналітичні рішення в усіх розглянутих випадках при відсутності їх точних форм.

Для створення ефективних систем управління необхідні кошти розрахунку температурних полів і акумулюючих властивостей елементів теплоенергетичного обладнання при нестационарних умовах теплообміну. На стадії проектування, при налаштуванні систем управління важливі результати аналітичних досліджень. Доступність результатів аналітичних досліджень стає ще більш актуальним при використанні палива змінного складу, що характеризується різким збільшенням кількості перехідних процесів. У цьому полягає актуальність і корисність виконаних досліджень.

5.3 Висновки по розділу 5

1. На прикладі завдання симетричного нагріву пластини, що має точний аналітичний розв'язок в розподіленій постановці, оцінена похибка запропонованого наближеного аналітичного рішення в зосередженій постановці. Показана допустимість отриманого результату в рамках точності інженерних розрахунків. Особливістю запропонованого методу є можливість його використання як складової частини у вирішенні задач нестационарної теплопередачі.

2. За допомогою числового дослідження було виявлено характер переміщення мінімуму температурного профілю по товщині пластини в разі її несиметричного нагріву. Це дозволило, при використанні запропонованого наближеного аналітичного методу, отримати рішення задачі несиметричного нагріву тіла. Особливістю рішення є розроблений підхід до визначення

положення по товщині пластини мінімуму температури. Такий підхід може бути використаний як ще одна складова частина в рішенні задачі нестационарної теплопередачі.

3. Нестационарна теплопередача через плоску стінку розглядалася як перехідний процес між двома стаціонарними станами, описаними профілями температури в вигляді прямих ліній: початковим та кінцевим. Числові дослідження дозволили виділити характерну точку змінного температурного профілю. Її поточний стан визначається максимальною відстанню від цієї точки до кінцевого стаціонарного профілю. Числові дослідження дозволили також визначити траєкторію руху цієї точки, названої для наступності термінології «мінімумом» температури. На підставі цих даних і використовуючи розроблений метод, була продемонстрована можливість наближеного аналітичного рішення задачі нестационарної теплопередачі через плоску стінку.

РОЗДІЛ 6.

ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДІВ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ У ВИРІШЕННІ ЗАВДАНЬ СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ

6.1 Причина розробки нового методу наближеного аналітичного рішення нелінійних звичайних диференціальних рівнянь

При вивченні поведінки систем управління в основному розглядаються динамічні режими. Математичним інструментом вивчення таких систем найчастіше є апарат звичайних диференціальних рівнянь. Загальні методи рішення мають лише їх лінійні форми. З цієї причини при побудові моделей об'єкта і контролера використовуються лінійні (лінеаризовані) підходи. Але більш точні моделі представляються нелінійними диференціальними рівняннями. Такий стан веде до того, що отримані результати можуть бути використані лише в діапазоні малих змін параметрів керованих процесів близько точки лінеаризації.

Односпрямованість методів обезрозмірювання і теорії груп на спрощення рішення диференціальних рівнянь привела до спроби їх об'єднання [137]. У більш вузькому додатку в [138] обезрозмірювання вихідних диференціальних рівнянь використано для спрощення аналізу отриманих з них, шляхом перетворення Лапласа, алгебраїчних рівнянь. Подібна операція є інструментом виявлення групи однорідних розтягувань. В рамках такого підходу в [139] розглядається питання: «Що ж все-таки є метою - обезрозмірити змінні або зменшити кількість параметрів моделі? Неупереджений погляд на це питання підказує, що мета полягає саме в зменшенні числа параметрів, а обезрозмірювання - всього лише засіб, який дозволяє в ряді випадків досягти саме такого результату ». Іноді це називають [140] "завданням приведення до мінімально-параметричної форми". Але як зазначалося вище, таке ставлення до обезрозмірювання

визначається застосуванням стандартним підходом. У розглянутій літературі [140] не вдалося знайти прикладів поєднання спеціальних методів обезрозмірювання, що дозволяють досягти автономності за параметрами (критеріями подібності) і ідей групових методів вирішення.

6.2 Побудови методу наближеного аналітичного рішення нелінійних звичайних диференціальних рівнянь

Метою роботи є розробка методу наближеного розв'язання нелінійних диференціальних рівнянь з використанням результатів обезрозмірювання, що приводить до автономності, і групових методів вирішення.

Для досягнення мети були поставлені такі завдання:

- показати можливість обезрозмірювання без використання характерних масштабів незалежних змінних, що має зменшити кількість критеріїв подібності до величин менших, ніж пропонується π -теоревою;
- вибрати зручні для розглянутого випадку початкові рішення, отримані з вихідних рівнянь, обезрозмірювання запропонованим способом;
- показати працездатність розробленого методу і оцінити можливість його застосування для інженерних розрахунків.

6.2.1 Обезрозмірювання математичних моделей без використання характерних масштабів незалежних змінних

Відповідно до теореми Фур'є, в разі багаточленних рівнянь всі члени, з'єднані один з одним знаком плюс або мінус, повинні мати однакову розмірність. При стандартному способі обезрозмірювання подібних рівнянь незалежні змінні нормуються за допомогою характерних масштабів. Всі масштаби, є константами і в кожному члені рівняння виносяться за оператор. В результаті кожен член рівняння являє собою добуток комплексу (параметру) постійних розмірних величин і оператора над

обезрозмірюваними незалежними змінними. Всі параметри мають однакові розмірності. Далі всі члени рівняння діляться на величину одного з параметрів. В результаті всі величини, які виступають в якості параметрів, стають також обезрозміреними. Параметр, на величину якого ділилися всі інші, залишається рівним одиниці. Таким чином, відбувається обезрозмірювання математичної моделі з одночасним зменшення кількості параметрів. Але такий спосіб не є єдиною можливістю зменшення їх кількості. Це, наприклад, показує порівняння форми запису закону Кулона

$$F = \varepsilon_0 \frac{q_1 \cdot q_2}{R^2}, \quad (6.1)$$

в системах виміру СІ і СГСЕ. Так в СІ електрична постійна $\varepsilon_0 = 8.99 \cdot 10^9$ [Н м² Кл²] - має певне значення і розмірність. У той час як в СГСЕ $\varepsilon_0 = 1$ і обезрозмірена. Аналогічну картину можна спостерігати під час запису магнітної постійної в законі Ампера для систем СІ та СГСМ і т.д. Причиною такого стану є різний набір незалежних розмірностей (незалежних змінних) для згаданих систем вимірювання.

При стандартному способі обезрозмірювання не розглядається можливість зміни виду масштабів в разі зміни рівнянь математичної моделі, наприклад при її деталізації. Це є обмеженням для зменшення кількості параметрів моделі, що визначається π -теоремою. Так, в [141], обговорюючи критерій подібності Фур'є (Fourier) Fo , що включає в себе масштаб часу t^Δ

$$Fo = \frac{a \cdot t^\Delta}{(l^\Delta)^2}, \quad (6.2)$$

відзначається неможливість виділення такого масштабу для багатьох процесів. У разі розгляду періодичного процесу в якості масштабу може бути прийнятий його період. А, наприклад, для процесу нестационарного нагріву

тіла характерного масштабу немає. У такій ситуації може бути використаний прийом внесення критерію подібності (постійної величини для даного процесу) під оператор диференціала часу у відповідному члені рівняння збереження енергії. З урахуванням (6.2) отримаємо:

$$\frac{1}{Fo} \cdot \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial \bar{t}} = \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial (Fo \cdot \bar{t})} = \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial \left[\frac{a \cdot t^\Delta \cdot \bar{t}}{(l^\Delta)^2} \right]} = \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial \left[\frac{a \cdot t}{(l^\Delta)^2} \right]} = \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial (Ho)}. \quad (6.3)$$

Тут: $\bar{\theta}, \bar{t}$ - безрозмірна температура і час відповідно.

В (6.3) враховано, що $t^\Delta \cdot \bar{t} = t$ - поточний розмірний час, а (Ho) в останньому виразі означає відносний час (в безрозмірному вигляді), що називається числом гомохронності. Порівняння першого і останнього виразів в (6.3) показує, що при збереженні безрозмірного виду записи в останньому відсутній параметр у вигляді $(1/Fo)$.

Такого роду перетворення можливі тільки з членами рівнянь, що мають в своєму складі змінні, що не входять до складу інших членів математичної моделі. Розглянемо для прикладу рівняння закону збереження імпульсу в формі Нав'є-Стокса (Navier-Stokes) без урахування масових сил для одновимірної розподіленої моделі

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (6.4)$$

яке при стандартному підході до безрозмірювання матиме вигляд:

$$Sh \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{t}} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} = -Eu \cdot \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{x}} + \frac{1}{Re} \cdot \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{x}^2}. \quad (6.5)$$

Тут Sh, Eu, Re - критерії відповідно Струхалія (Strouhal), Ейлера (Euler),

Рейнольдса (Reynolds).

Критерій Sh є для даного процесу критерієм гомохронності і може бути внесений під оператор диференціала часу аналогічно критерієм Fo в (6.3). Але таку операцію не вдається виконати для критерію Re . Ще складніше з критерієм Eu . У рівнянні (6.5) тиск в своєму складі містить теж тільки один член. Формально в цьому члені критерій Eu може бути внесений під оператор диференціала тиску. Але в даному випадку рівняння (6.5) представлено ізольовано і використовувалося лише для демонстрації можливої процедури. При записи математичної моделі і дослідженні питання можливості моделювання необхідно враховувати граничні умови. У початковій умові змінна часу $t=0$. Отже, і в безрозмірному стандартним способом вигляді $\bar{t} = t/t^A$, і у вигляді відносної змінної (Ho) вона буде дорівнювати нулю. Тому внесення Fo під знак диференціала в основному рівнянні не позначиться на величині часу в початковій умові. Члени ж в граничних умовах, що містять тиск, не мають в своєму складі критерію Eu . Тому внесення його під знак диференціала в основному рівнянні і використання змінної тиску в відносному вигляді входить в протиріччя з просто безрозмірною величиною тиску в граничній умові. Аналогічна картина і з іншими змінними. З цієї причини в [141], виконуючи описану процедуру для Fo , досягається автотельність лише форми подання (але не фізичної обстановки процесу). Ні в якому іншому випадку протягом усього тексту [141] така процедура не повторюється. І тільки в останньому реченні відзначається перспективність дослідження в цьому напрямку.

В роботі [132] на відміну від результатів [141] зазначено на можливість в простому окремому випадку досягнення автотельности форми уявлення для всіх членів математичної моделі. Розглядається випадок ідеальної коливальної системи (вантаж на пружині без дисипації енергії). Математична модель має вигляд:

$$m \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} + k \cdot x = 0; \text{ при } t = 0: x = \delta, \frac{dx}{dt} = 0. \quad (6.6)$$

Тут: m , k , δ - маса вантажу, жорсткість пружини, максимальне відхилення вантажу від положення рівноваги (амплітуда коливань) відповідно.

Виконавши обезрозмірювання наступним чином, отримаємо улюблену модель (6.6) у вигляді

$$\frac{d^2 \bar{x}}{d(\bar{t})^2} + \bar{x} = 0; \text{ при } \bar{t} = 0: \bar{x} = 1, \frac{d\bar{x}}{d\bar{t}} = 0, \quad (6.7)$$

справді не містить параметрів. Слід звернути увагу на обезрозмірювання часу не за допомогою масштабу t^Δ , а використовуючи вираз, що має розмірність часу. Тут можна спостерігати аналогію з перетворенням (6.3) і переходом до відносних обезрозмірених змінних.

Підводячи підсумки, відзначимо наведені вище прийоми, що дозволяють зменшити кількість параметрів в математичній моделі:

а) використання для обезрозмірювання замість характерних масштабів величин виразів, що мають відповідну розмірність;

б) зміна виду масштабів вимірювання при зміні виду розглянутих рівнянь;

в) перехід до обезрозмірених відносних змінних.

У наведених прикладах всі прийоми використовуються окремо. Можна припустити, що спільне їх використання дозволить отримати нові результати.

Як уже зазначалося, для адекватного моделювання необхідно розглядати основні рівняння моделі спільно з граничними умовами. Але, з одного боку, для складних моделей це може бути громіздко. З іншого боку, такий запис відображає всього лише окремий випадок. Тому для

демонстрації принципової можливості отримання нових результатів представляється раціональним використання загального окремого рівняння. З цією метою розглянемо ще раз рівняння (6.5). Обезрозміренні комплекси (критерії подібності) отримані для характерних масштабів описуваних процесів. У наведених виразах вони відзначені символом Δ :

$$\text{Sh} = \frac{x^\Delta}{t^\Delta \cdot u^\Delta}; \text{Eu} = \frac{\Delta P}{\rho \cdot (u^\Delta)^2}; \text{Re} = \frac{x^\Delta \cdot u^\Delta}{\nu}. \quad (6.8)$$

Тут ΔP , ρ , ν - перепад тиску між характерними точками розглянутого простору, щільність, в'язкість середовища в цьому просторі відповідно;

x^Δ , t^Δ , u^Δ - характерні масштаби для обезрозмірювання координати, часу, швидкості середовища в описуваному процесі відповідно.

При стандартному способі перетворення особливістю є відповідність фізичної природи характерних масштабів і величин, обезрозмірених з їх допомогою. Як x^Δ вибирається характерний розмір, u^Δ - характерна швидкість і т. д. Але ніде не обґрунтовується необхідність такого вибору. Насправді обов'язковим є лише відповідність розмірності масштабу і обезрозмірної з його допомогою величини. В якості масштабів можуть бути використані вирази:

$$u^\Delta = \sqrt{\frac{\Delta P}{\rho}}; x^\Delta = \nu \cdot \sqrt{\frac{\rho}{\Delta P}}; t^\Delta = \nu \cdot \frac{\rho}{\Delta P}. \quad (6.9)$$

Вони мають необхідні розмірності, а при підстановці в (6.8) перетворять всі критерії в величини, тотожні одиниці. Ця підстановка демонструє можливість при обезрозмірюванні виразів отримувати кількість параметрів меншим, ніж пропонується π -теоремою.

В даному випадку рівняння (6.5) вдається досягти автономності за всіма критеріями подібності. Слід зазначити, що вирази (6.9) не штучні, а

можуть бути пов'язані між собою або відображають певні співвідношення. Вираз $x^\Delta = u^\Delta t^\Delta$ відображає зв'язок швидкості, часу і координати. Величини ж у виразі для u^Δ відображають їх взаємозв'язок при визначенні об'ємної витрати:

$$\dot{Q} = u \cdot S = \varepsilon \cdot S \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta P}{\rho}} \Rightarrow u = \varepsilon \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{\Delta P}{\rho}}. \quad (6.10)$$

Розглянемо випадок, коли досліджуваний процес описується рівнянням, аналогічним (6.4), але розширеним шляхом введення члена, що враховує дію поля масових сил. Після обезрозмірювання стандартним способом воно буде мати вигляд, аналогічний (6.5)

$$\text{Sh} \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = \frac{1}{\text{Fr}} \cdot n_x - \text{Eu} \cdot \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} + \frac{1}{\text{Re}} \cdot \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2}, \quad (6.11)$$

відрізняється від нього появою нового члена і ще одного критерію Fr - Фруда (Froude). У цьому виразі n_x - перевантаження, величина, що показує у скільки разів напруженість діючого поля масових сил перевершує напруженість поля сил земного тяжіння (прискорення вільного падіння). Критерії Sh, Eu і Re залишаться незмінними і будуть мати вигляд (6.8). Критерій Fr виражається за допомогою тих же характерних масштабів і величин:

$$\text{Fr} = \frac{(u^\Delta)^2}{g \cdot x^\Delta}, \quad (6.12)$$

де g - прискорення вільного падіння. Використання нормуючих величин у вигляді (6.9) так само, як і в попередньому випадку дозволяє домогтися автомодельності за критеріями Sh, Eu, Re (перетворити в одиницю). Але цього не відбувається для Fr. Для досягнення в даному випадку автомодельності за всіма критеріями необхідно і можливо змінити вид

нормуючих величин:

$$u^\Delta = \sqrt[3]{v \cdot g} ; x^\Delta = \sqrt[3]{\frac{v^2}{g}} ; t^\Delta = \sqrt[3]{\frac{v}{g^2}} ; p^\Delta = \rho \sqrt[3]{(v \cdot g)^2}. \quad (6.13)$$

Слід зазначити, що як і в попередньому випадку (6.9) нормуючі величини (6.13) мають не тільки відповідні розмірності, але і можуть бути пов'язані між собою, відбиваючи загальнофізичні співвідношення для координати (переміщення) і витрати (6.10):

$$x^\Delta = u^\Delta \cdot t^\Delta ; u^\Delta = \sqrt{\frac{p^\Delta}{\rho}}. \quad (6.14)$$

Вид нормуючих величин (6.13) показує, що вони складаються тільки з фізичних властивостей досліджуваного середовища і напруги поля масових сил. Характерні розміри, наприклад, в них не входять. Це може служити основою для спотвореного моделювання, тобто, без обов'язкового збереження геометричної подібності.

Наведені вище приклади показують, що можливі різні підходи до обезрозмірювання. У багатьох випадках розглянуті процедури дозволяють зменшити кількість параметрів моделі в порівнянні з величиною, що пропонується π -теоремою. Кращий результат дає використання не масштабів, обраних на основі характерних розмірів і параметрів досліджуваних процесів, а побудова нормуючих величин типу (6.9) або (6.13). Використання характерних масштабів має на увазі збереження системи вимірювання і лише кратна або дольна зміна розмірності. Наприклад, характерний масштаб-діаметр вимірюється в метрах, а всі інші геометричні розміри в кількості цих діаметрів. Використання ж нормуючих величин виду (6.9), (6.13) фактично означає введення нової системи вимірювання. Таку систему можна назвати природними координатами. Особливістю такої системи вимірювання є зміна

природних координат при зміні задачі обезрозмірювання. При використанні повної математичної моделі (з урахуванням граничних умов) можна очікувати зміни нормуючих величин, але принцип обезрозмірювання залишається в силі. У такій постановці використання природних координат перегукується з методами вирішення в теорії груп.

Застосування природних координат не вичерпується наведеними прикладами. Рівняння Нав'є-Стокса є приватним вираженням узагальненого закону збереження [142], який в векторній формі можна записати у вигляді:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\Phi) + \operatorname{div}(\rho u\Phi) = \operatorname{div}[\Gamma \cdot \operatorname{grad}(\Phi)] + S. \quad (6.15)$$

У рівнянні (6.15) (в порядку запису) входять: нестационарний, конвективний, дифузійний і джереловий члени. При підстановці різних (за змістом задачі) величин залежною змінною Φ , дифузійного коефіцієнта Γ і джерелового члена S можна отримати вираз для законів збереження різних величин. Для закону збереження кількості руху досить виконати підстановку: $\Phi=u$ - швидкість, $\Gamma=\mu$ - в'язкість, $S=ng$ - поле масових сил. Для рівняння енергії: $\Phi =h$ питома ентальпія, $\Gamma=k$ - коефіцієнт теплопровідності. Взагалі величина Φ може позначати масову концентрацію хімічної компоненти, температуру, кінетичну енергію турбулентності або масштаб турбулентності і т. д. Рівняння нерозривності також є різновидом закону збереження і впливає з (6.15): при $\Phi=1$ і $S=0$ відсутність джерела:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho) + \operatorname{div}(\rho u) = 0. \quad (6.16)$$

Описана процедура обезрозмірювання може бути застосована до всіх рівнянь виду (6.15) або (6.16).

6.2.2 *Метод рішення безрозмірних нелінійних звичайних диференціальних рівнянь*

В [143] запропонований метод наближеного рішення задач, в яких вихідний опис досліджуваних процесів будується на основі розподілених математичних моделей. Для цього використовуються спрощені моделі в зосередженій постановці, що описують основні властивості розглянутих процесів і є ядром вирішення складніших моделей. Спрощені моделі будуються на основі інтегрального осереднення розподілених параметрів з використанням коефіцієнтів, що визначають повноту їх обліку. В кінцевому підсумку спрощена модель будується в безрозмірному вигляді, подібному описаному в попередньому розділі, а всі коефіцієнти відображаються у вигляді одного інтегрального. Всі ці коефіцієнти можуть розглядатися в якості коефіцієнтів розтягування в групових методах вирішення. Рішення з точністю до інтегрального коефіцієнта спрощеної моделі розглядається в якості шуканого. У свою чергу порядок величини інтегрального коефіцієнта може бути оцінений в результаті аналітичних обчислень. Але більш точне його значення визначається на основі нечислових модельних експериментів або точних рішень (як аналітичних, так і числових) частинних задач. Мала кількість необхідних експериментів або точних рішень обумовлюється застосуванням описаного вище методу безрозмірювання і, як наслідок, досягненням автоточності за всіма, або принаймні більшості, параметрам даного процесу. При цьому порівняння отриманих рішень з точними показує добрий їх збіг з допустимими для інженерних розрахунків відносними похибками ($\epsilon \sim 5\%$) при істотній їх простоті.

Подібний підхід може бути застосований і для наближеного рішення в аналітичному вигляді нелінійних звичайних диференціальних рівнянь теорії автоматичного управління, що мають вирішення своїх лінеаризованих форм. Лінеаризовані рівняння піддаються безрозмірюванню описаним вище

способом. Це дозволяє максимально зменшити кількість параметрів (в межі досягти автономності за всіма) і отримати рішення в найбільш простій формі. Далі вихідні нелінійні рівняння також піддаються обезрозмірюванню за допомогою нормуючих величин, отриманих при обробці їх лінеаризованих форм. Коефіцієнти розтягування, що перетворюють рішення лінеаризованих рівнянь в наближені рішення вихідних нелінійних моделей визначаються з обмеженою кількістю числових реалізацій останніх.

Як приклад застосування запропонованого методу розглянемо рішення нелінійних диференціальних рівнянь, що описують рух математичного маятника в двох випадках:

- а) при відсутності дисипації енергії;
- б) при наявності опору навколишнього середовища.

Перший випадок цікавий наявністю аналітичного рішення в термінах еліптичних інтегралів (інтеграл Якобі). Цей інтеграл сам вимагає числового рішення. Але існує параметр розглянутого процесу (період коливань), який може бути відносно просто визначено на основі обчислення суми швидко збіжного ряду. Тим самим ця величина є зручним прикладом для оцінки ефективності пропонованого наближеного методу.

Лінеаризована форма рівняння, що використовується для опису руху маятника в другому випадку, в лінійній теорії автоматичного управління є основою моделі інерційної ланки другого порядку. За допомогою нелінійного рівняння траєкторія руху тіла описується в більш широкому діапазоні зміни координати, але на відміну від випадку лінійної постановки не має рішення при використанні стандартних функцій. Тому навіть наближений розв'язок нелінійної задачі становить інтерес.

а) Рух математичного маятника при відсутності дисипації енергії.

На основі нелінійного рівняння, що описує рух математичного маятника без дисипації енергії

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + mg \sin(\alpha) = 0, \quad (6.17)$$

лінеаризована модель з урахуванням початкових умов і відповідного нормування в обезрозмірній формі матиме вигляд:

$$\frac{d^2 \bar{x}}{d\bar{t}^2} + \bar{x} = 0 \quad \text{при} \quad \begin{cases} \bar{t} = 0 & \bar{x} = 1; \\ \bar{t} = 0 & \frac{d\bar{x}}{d\bar{t}} = 0. \end{cases} \quad (6.18)$$

В (6.17) використані стандартні для запису рівняння руху маятника змінні і параметри. Лінеаризація виконана так само стандартно шляхом заміни $\sin(\alpha) \approx \alpha$. Тут $\alpha = x/r$ - кут відхилення нитки підвісу маятника від положення рівноваги, r - довжина нитки підвісу. А нормування і обезрозмірювання виконано за способом, розглянутим вище:

$$x = \bar{x} \cdot x^\Delta, \quad t = \bar{t} \cdot t^\Delta,$$

де нормуючи величини визначені в такий спосіб

$$x^\Delta = \delta; \quad t^\Delta = \sqrt{r/g}. \quad (6.19)$$

В (6.19) δ - координата тіла при його початковому відхиленні від положення рівноваги (амплітуда коливань), g - напруженість поля масових сил (прискорення вільного падіння).

У вихідному рівнянні (6.17) значення функції залежить від трьох величин: $x = f(t, m, g)$. При зазвичай застосовуваному способі обезрозмірювання значення функції залежить від двох величин: $\bar{x} = f(\bar{t}, \omega)$, де ω - власна частота коливань. Використання ж запропонованого способу

обезрозмірювання дозволило отримати вираз (6.18), в якому функція залежить лише від однієї змінної: Фактично це означає введення нової одиниці вимірювання часу: при вирішенні завдань час буде вимірюватися не в секундах (хвилинах, годинах), а в частках періоду коливань. Таке спрощення моделі (6.18) дозволяє отримати і рішення в гранично простому вигляді,

$$\bar{x} = \cos(\bar{t}), \quad (6.20)$$

в якому інформація про вихідний об'єкт (6.17) згорнута в нормуючих величинах (6.19), і період коливань для будь-якого співвідношення параметрів вихідного рівняння буде величиною постійною, рівною 2π .

Перед рішенням вихідного рівняння (6.17) проведемо його обезрозмірювання за допомогою нормуючих величин (6.19), отриманих на основі лінеаризованої моделі. В результаті отримаємо:

$$\alpha_\delta \frac{d^2 \bar{x}}{d \bar{t}^2} + \sin(\alpha_\delta \cdot \bar{x}) = 0. \quad (6.21)$$

Тут враховано, що $\alpha_\delta = \delta/\tau$ - кутова амплітуда коливань маятника. Будемо шукати рішення (6.21) на основі (6.20) у вигляді:

$$\bar{x} = \cos(\bar{t} / k). \quad (6.22)$$

У цьому виразі величина «k» виступає в якості коефіцієнта розтягування, коригуючого значення аргументу в лінеаризованій задачі. Для визначення цього коефіцієнта розглянемо відоме з практики вирішення рівнянь виду (6.17) співвідношення в вигляді ряду для визначення періоду коливань:

$$T_0 = \sqrt{\frac{r}{g}} \cdot 2\pi \cdot \kappa_p;$$

$$\kappa_p = 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 b^2 + \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right)^2 b^4 + \left(\frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}\right)^2 b^6 \dots \left[\frac{(2n-1)!!}{(2n)!!}\right]^2 b^{2n}, \quad (6.23)$$

де $b = \sin(\alpha_\delta/2)$. Тут вираз в першій частині відповідає періоду коливань маятника, описуваних лінеаризованим рівнянням. Коефіцієнт же « κ_p » є коригувальним та може розглядатися аналогічним « k » з (6.22).

Використовуємо значення « κ_p » в (6.22) для визначення \bar{x} . Для порівняння і оцінки результату рівняння (6.21) вирішено за допомогою методу Рунге-Кутта четвертого порядку. Обчислення виконані в діапазоні зміни аргументу $\bar{t} = 0 \dots 20$ з кроком $h = 0.1$. У кожній розрахунковій точці проведено порівняння результатів, отриманих за допомогою виразу (6.22) і числового методу: визначена похибка, віднесена до подвоєної амплітуди (розмахом коливань). Серед похибок для всіх точок обрана максимальна. Результати для різних початкових кутів відхилення (кутових амплітуд) наведені в табл. 6.1. На мал. 6.1 для прикладу наведені графіки, отримані на основі числового рішення рівняння (6.21) (Рунге-Кутта), аналітичних рішень (6.20) ($\kappa = 1$) лінеаризованого рівняння (6.18), і (6.22) ($\kappa = 1,1804$) нелінійного рівняння (6.21) при кутовій амплітуді $\alpha_\delta = 90^\circ$.

Таблиця 6.1 – Коефіцієнти розтягування і похибки аналітичних рішень для різних початкових кутів відхилення (кутових амплітуд) за відсутності дисипації енергії

α_δ , град.	30°	60°	90°
κ_p	1,0174	1,0732	1,1804
ε_{\max} , %	0,12	0,48	1,19

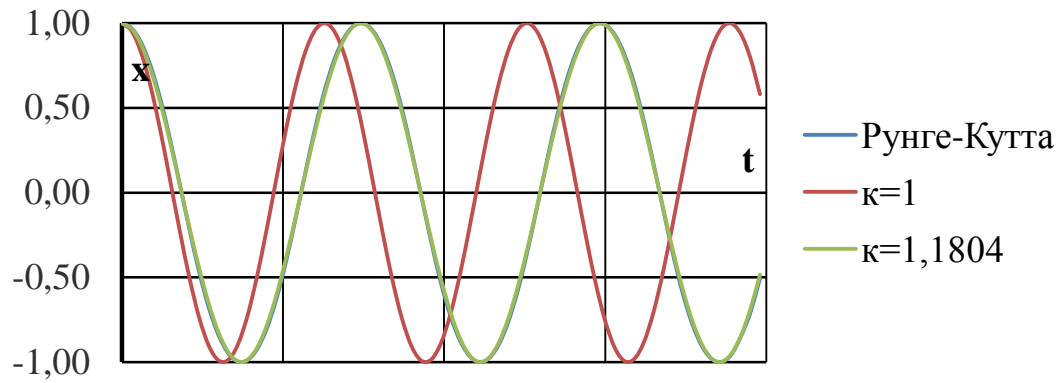


Рисунок 6.1 – Обезрозміренні координати x положення маятника в залежності від обезрозміреного часу t , отримані на основі різних способів вирішення нелінійного обезрозміреного рівняння (6.21)

Вибір такої амплітуди для графічної ілюстрації обумовлений отриманим при ній максимальним відносним відхиленням $\epsilon_{\max}=1.19\%$ між числовим і аналітичним рішенням (6.22). Але навіть за цієї умови на мал. 6.1 графіки, що їх відображають, практично неможливо розрізнити. Графік при $\kappa=1$ відображає відміну рішення вихідного обезрозміреного рівняння (6.21) від його лінеаризованої форми (6.18). Отримані результати показують можливість застосування в переважній більшості випадків простого рішення (6.22) замість вирішення у вигляді еліптичних інтегралів.

б) Рух математичного маятника при наявності опору навколишнього середовища.

Додамо в вихідне рівняння (6.17) член, що враховує дію сил опору навколишнього середовища:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + mg \sin(\alpha) = 0. \quad (6.24)$$

Тут c - коефіцієнт опору. Далі, як і в пункті 1) розглянутого розділу

виконаємо лінеаризацію і обезрозмірювання цього рівняння. В результаті на його основі отримаємо модель руху маятника, подібну (6.18):

$$\frac{d^2\bar{x}}{d\bar{t}^2} + \frac{1}{\bar{m}} \frac{d\bar{x}}{d\bar{t}} + \bar{x} = 0 \text{ при } \begin{cases} \bar{t} = 0 & \bar{x} = 1; \\ \bar{t} = 0 & \frac{d\bar{x}}{d\bar{t}} = 0, \end{cases} \quad (6.25)$$

де нормуючи величини мають вигляд:

$$x^\Delta = \delta; t^\Delta = \sqrt{r/g}; m^\Delta = c\sqrt{r/g}. \quad (6.26)$$

Залежно від величини \bar{m} рішення (6.25) має вигляд:

1.1) при $\bar{m} > 0.5$

$$\bar{x} = e^{-\frac{\bar{t}}{2\bar{m}}} \left[\cos\left(\frac{p}{2\bar{m}}\bar{t}\right) + \frac{1}{p} \sin\left(\frac{p}{2\bar{m}}\bar{t}\right) \right], \text{ где } p = \sqrt{4\bar{m}^2 - 1}; \quad (6.27)$$

1.2) при $\bar{m} < 0.5$

$$\bar{x} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{p}\right) \cdot e^{(a_1\bar{t})} + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{p}\right) \cdot e^{(a_2\bar{t})},$$

$$p = \sqrt{1 - 4\bar{m}^2}; a_1 = -\frac{(1-p)}{2\bar{m}}; a_2 = -\frac{(1+p)}{2\bar{m}}. \quad (6.28)$$

За аналогією з операцією, виконаною в розділі а), в рішення (6.27) і (6.28) лінеаризованого рівняння (6.25) введемо коефіцієнт розтягування «к»:

$$\bar{x} = e^{-\frac{\bar{t}/k}{2\bar{m}}} \left[\cos\left(\frac{p}{2\bar{m}} \cdot \frac{\bar{t}}{k}\right) + \frac{1}{p} \sin\left(\frac{p}{2\bar{m}} \cdot \frac{\bar{t}}{k}\right) \right], \quad (6.29)$$

$$\bar{x} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{p} \right) \cdot e^{(a_1 \frac{\bar{t}}{k})} + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{p} \right) \cdot e^{(a_2 \frac{\bar{t}}{k})}. \quad (6.30)$$

За допомогою (6.29) і (6.30) можуть бути отримані наближені рішення вихідного нелінійного рівняння (6.24). Для оцінки похибки такого рішення обезрозмірюємо вихідне нелінійне рівняння (6.24) за допомогою нормуючих величин (6.26). В результаті маємо рівняння, аналогічне (6.21):

$$\alpha_\delta \frac{d^2 \bar{x}}{d \bar{t}^2} + \frac{1}{\bar{m}} \frac{d \bar{x}}{d \bar{t}} + \sin(\alpha_\delta \cdot \bar{x}) = 0. \quad (6.31)$$

Числове рішення отримаємо за допомогою методу Рунге-Кутта четвертого порядку в діапазоні зміни аргументу $\bar{t} = 0 \dots 20$ з кроком $h=0.1$. Порівняння результатів і пошук похибок виконаний за аналогією з подібною операцією в розділі а) з додаванням значень \bar{m} , визначають тип рішення: (6.29) або (6.30). Результати для різних початкових кутів відхилення наведені в табл. 6.2.

Таблиця 6.2 – Коефіцієнти розтягування і похибки аналітичних рішень для різних початкових кутів відхилення при наявності опору навколишнього середовища

α_δ , град.	30^0		60^0		90^0	
\bar{m}	0,4	20	0,4	20	0,4	20
к	1	1,0126	1,105	1,0515	1,25	1,126
ϵ_{\max} , %	1,25	0,66	1,00	2,73	2,18	5,50

На мал. 6.2 для прикладу наведені графіки, отримані на основі різних способів вирішення вихідного рівняння (6.24).

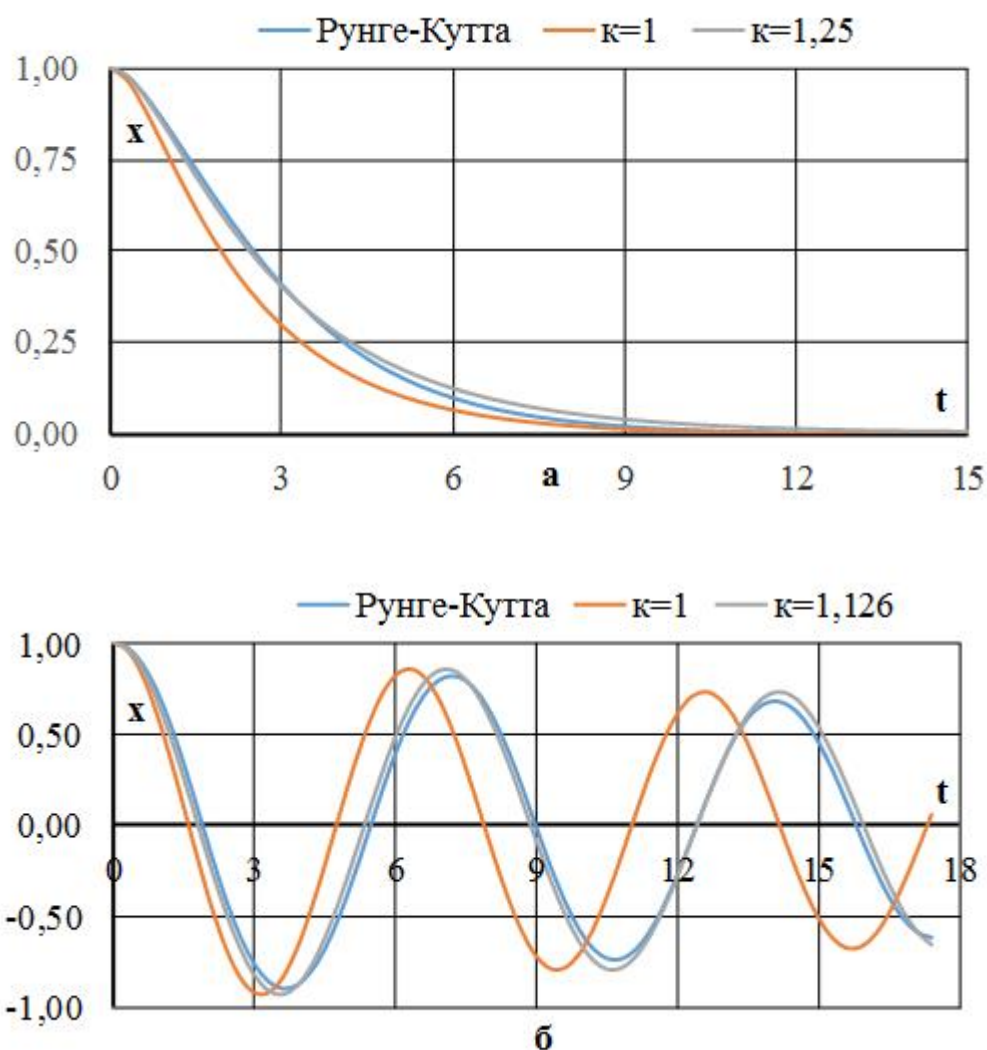


Рисунок 6.2 – Обезрозміренні координати x положення маятника в залежності від обезрозміреного часу t , отримані на основі різних способів вирішення нелінійного обезрозміреного рівняння (29): а - $\bar{m}=0.4$; б - $\bar{m}=20$

На мал. 6.2, а наведено результати для випадку $\bar{m} = 0.4$. На мал. 6.2, б - для випадку $\bar{m} = 20$. В обох випадках наведені результати, отримані на основі:

- числових розрахунків за допомогою методу Рунге-Кутта четвертого порядку;

- рішення при $\kappa=1$ лінеаризованого рівняння (6.25) у вигляді (6.28) для випадку $\bar{m} = 0.4$, (мал. 6.2, а) і рішення рівняння (6.25) у вигляді (6.27) для випадку $\bar{m} = 20$, (мал. 6.2, б);

- рішення вихідного нелінійного рівняння (6.24) у вигляді (6.30) при

$k=1.25$ для випадку $\bar{m}=0.4$ (мал. 6.2, а) і рішення рівняння (6.24) у вигляді (6.29) при $k=1.126$ для випадку $\bar{m}=20$ (мал. 6.2, б).

Результати наведені для випадку початкового відхилення маятника від положення рівноваги $\alpha_0 = 90^\circ$. Вибір такої амплітуди для графічної ілюстрації як і в випадку мал. 6.1 обумовлений отриманим при ній максимальним відносним відхиленням $\varepsilon_{\max}=5.5\%$ між числовим і аналітичним рішенням для випадку $\bar{m}=20$.

Відхилення результатів, отриманих наближених аналітичних рішень в порівнянні з числовими не перевищують або дорівнюють допустимих похибок інженерних розрахунків ($\sim 5\%$)

6.2.3 Особливості розробленого методу наближеного рішення нелінійних звичайних диференціальних рівнянь

Запропоновано метод обезрозмірювання математичної моделі, що дає кількість змінних менше, ніж пропонується π -теоремою. При використанні запропонованого методу в ряді випадків вдається виключити з розгляду всі критерії подібності або, іншими словами, досягти автотельності по ним. В рамках процедури обезрозмірювання це виражається в переході від критеріїв до чисел подібності. Таким чином відбувається згортка інформації без її втрати.

Граничне зменшення в математичної моделі кількості змінних полегшує використання аналітичних апроксимаційних залежностей для наближених рішень. В якості таких залежностей запропоновано вирішення лінеаризованих форм вихідних нелінійних рівнянь з використанням коефіцієнтів розтягування, характерних для групових методів рішень. Такий підхід дозволяє врахувати фізичний характер зміни досліджуваних величин в разі, коли рішення нелінійних рівнянь не мають реалізації при використанні стандартних функцій.

Граничне зменшення кількості змінних полегшує і визначення

коефіцієнтів розтягування. Особливістю їх пошуку в запропонованому методі наближеного розв'язання нелінійних рівнянь є використання не аналітичних перетворень, а числових рішень або експериментальних досліджень. Мінімальна кількість змінних мінімізує обсяг необхідних робіт.

Хоча запропонований метод є наближеним, він дозволяє отримати прийнятні з інженерної точки зору аналітичні рішення в разі відсутності їх точних форм. Працездатність методу проілюстрована на прикладі дослідження руху маятника, що є в теорії автоматичного управління аналогом інерційної ланки другого порядку.

6.3 Розробка функціональної схеми для модернізованої АСК

На основі проведених досліджень об'єкта управління розроблено функціональну модель системи керування теплоенергетичними об'єктами, яка включає модель визначення змінного складу газоподібного палива. Математична модель для газоподібного палива дозволяє визначити кількісний склад його умовної формули, ентальпію палива та склад продуктів згоряння. Більш детально це було представлено в підрозділі 2.2. Математична точність моделі дозволяє використовувати отримані на її основі дані для оцінки чутливості результатів розрахунків на значення величини похибки вимірювального каналу вихідних технологічних параметрів. При вирішенні поточних технологічних задач ентальпії та ентропії продуктів згоряння мають визначатися якомога точніше на підставі таблиць або програмних комплексів, які можуть представляти подібного роду таблиці. Поліноміальні залежності для визначення ентальпій і ентропій продуктів згоряння, внаслідок значних похибок апроксимації, не можуть бути використані для вирішення розширеної задачі. Використання альтернативних видів горючих газів веде до необхідності врахування зміни в широких границях їх теплотворних здатностей. При експлуатації встановленого обладнання будуть проявлятися особливості, пов'язані зі зміною витрати

палива і продуктів згоряння, які підлягають обов'язковому розрахунку для забезпечення можливості своєчасної зміни параметрів регуляторів на впливи що можуть задаватись. На відміну від звичайної схеми автоматизації парового котла (див. Рис. 1.1), на рис. 6.3 представлено функціональну схему АСК парового котла при використанні палива змінного складу. Схема відображає спосіб застосування результатів розрахунків на основі моделі визначення змінного складу газоподібного палива за рахунок використання вимірних об'ємних витрат палива і повітря, а також калориметричної температури продуктів згоряння. Розрахунок складу палива здійснюється в обчислювальному пристрої (ОП) по вимірним температурі горіння ($t_{гор}$) в камері згоряння (КЗ) та об'ємним витрат газу (V_T) і повітря (G_B).

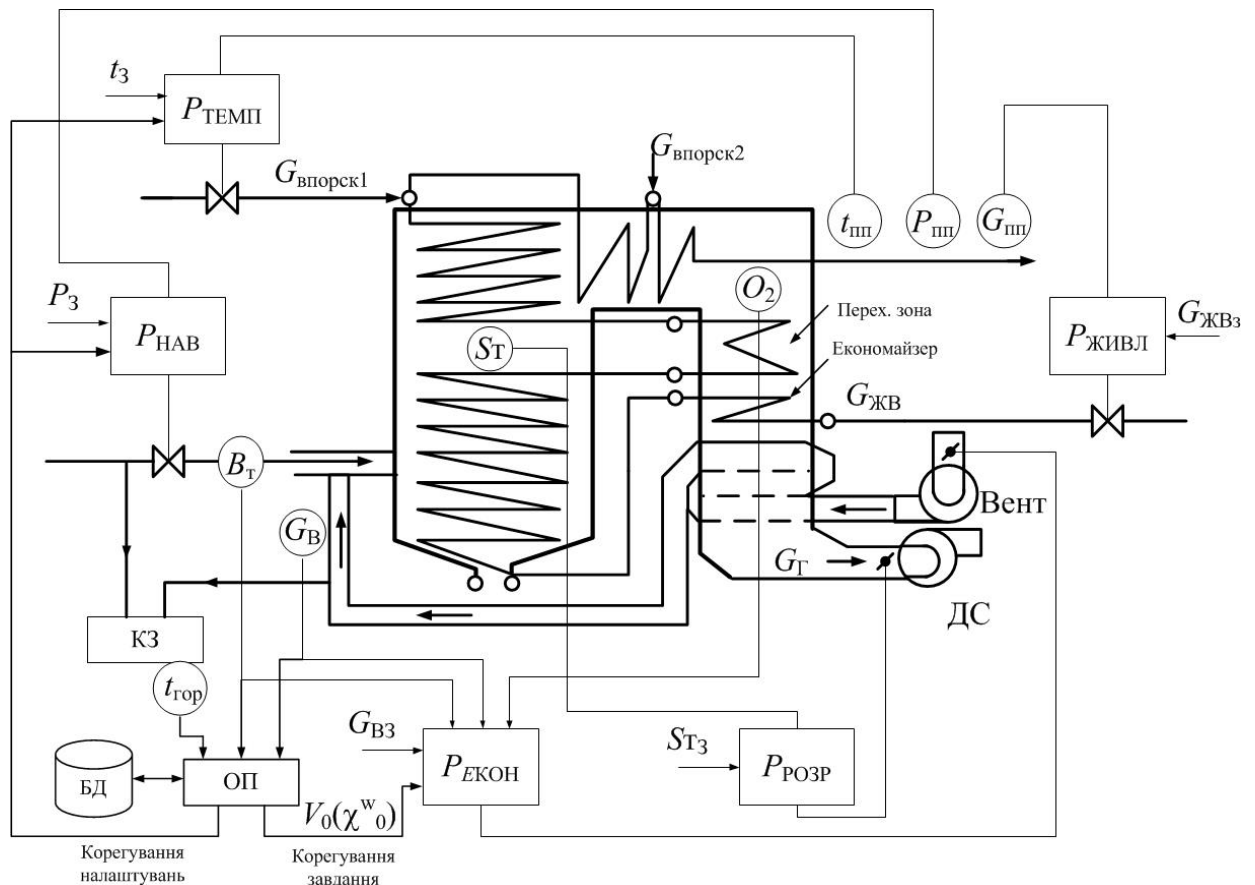


Рисунок 6.3 – Функціональна схема АСК парового котла при використанні палива змінного складу

На схемі відображено спосіб застосування методу коригування завдання для АСК відповідно до складу палива за рахунок корекції

узагальненої формули газоподібного палива для компенсації внутрішніх і зовнішніх збурень. Використовується принципова можливість отримання єдиного розв'язку на основі розробленої моделі визначення змінного складу газоподібного палива. Метод рішення вихідної моделі заснований на використанні заздалегідь сформованої бази даних (БД) можливих складів палива. Ця БД включає дані багаторазового розв'язку який добре сходиться при розрахунку прямої задачі визначення температури продуктів згоряння при будь яких комбінаціях видів умовної формули палива та його співвідношення до та окиснювача (повітря). При цьому відбувається виключення спотворених результатів розрахунків, що виникають внаслідок зміни складу палива, який визначається під час вимірювання технологічних параметрів. Більш детально це було викладено в підрозділі 3.3. Розрахунок відкоригованих величин складу палива ($V_0(\chi^w_0)$) в залежності від мольного стехіометричного коефіцієнту в завданні регулятора економічності ($P_{\text{ЕКОН}}$) і теплотворної здатності палива для регулятора навантаження ($P_{\text{НАВ}}$) здійснюється в ОП на основі визначеного в моделі складу, що зберігається в базі даних БД.

На запропонованій схемі відображено спосіб застосування методу визначення статичних та динамічних властивостей об'єкта керування за рахунок розв'язання задач нестационарної теплопередачі. За допомогою числового дослідження було виявлено характер переміщення мінімуму температурного профілю по товщині теплообмінних поверхонь. Більш детально це було викладено в підрозділі 5.2. Розрахунки були виконані для випадків симетричного і несиметричного нагріву, а також нестационарної теплопередачі через плоску стінку (пластину). Пластина розглядалася як основний елемент теплообмінних поверхонь в енергетичному обладнанні. Процес нестационарної теплопередачі через плоску стінку розглядався як перехідний процес між початковим та кінцевим стаціонарним станом, які описані профілями температури у вигляді прямих ліній. Числові дослідження дозволили виділити характерну точку зміни температурного профілю.

Поточний стан цієї точки визначається максимальною відстанню від неї до кінцевого стаціонарного профілю. Числові дослідження дозволили також визначити координати розташування цієї точки, яку було названо «мінімумом» температури. На підставі цих даних і використовуючи розроблений метод, було показано можливість наближеного аналітичного розв'язання задачі нестационарної теплопередачі через плоску стінку. Використовуючи цей метод було розраховано акумулюючу здатність елементів конструкції. Цей розрахунок було виконано на основі відкоригованого складу палива і продуктів згоряння. Результати розрахунку використано при визначенні завдань регуляторів температури ($P_{\text{ТЕМП}}$) і живлення ($P_{\text{ЖІВЛ}}$).

На запропонованій схемі відображено спосіб застосування методу розв'язання нелінійних диференціальних рівнянь для вдосконалення математичного забезпечення АСК, а саме, для регуляторів економічності ($P_{\text{ЕКОН}}$) і навантаження ($P_{\text{НАВ}}$), робота яких може бути описана ланкою другого порядку. Метод, що було використано, побудовано на перетворенні змінних математичних моделей на основі відмови від застосування в якості величин, які нормують, характерних одиниць вимірювання незалежних змінних. В процесі перетворення змінних від величин, які нормують, формується з фізичних параметрів досліджуваних процесів. Це відповідає введенню нової системи координат. Такий підхід дозволяє зменшити кількість критеріїв подібності до величин, що менше, ніж пропонується π -теоремаю. У ряді випадків вдається повністю виключити критерії з розгляду — зменшити мірність моделі. При груповому підході до вирішення безрозмірної нелінійної моделі запропоновано в якості початкових розв'язків вибирати їх лінеаризовані форми. Більш детально це було викладено в підрозділі 6.2.2. Працездатність методу продемонстрована за рахунок порівняння отриманих з його допомогою результатів з даними числових розрахунків. Порівняння зроблено на прикладі дослідження руху маятника, що є в теорії автоматичного керування аналогом інерційної ланки другого

порядку. Відхилення результатів отриманих аналітичних рішень в порівнянні з числовими не перевищують або дорівнюють допустимих похибок інженерних розрахунків ($\sim 5\%$). Запропонований метод може бути використано в теорії автоматичного керування при розв'язанні нелінійних диференціальних рівнянь, що використовують при дослідженні інших ланок. Цікавим є дослідження можливості застосування запропонованого методу для наближеного рішення інших видів диференціальних рівнянь, наприклад, в частинних похідних.

Розроблена схема дозволить визначити напрями модернізації існуючого обладнання АСУ ТП.

6.4 Висновки по розділу 6

1. Розроблено метод обезрозмірювання математичних моделей на основі відмови від використання в якості нормуючих величин характерних масштабів незалежних змінних. В процесі обезрозмірювання вид нормуючих величин формується з фізичних параметрів досліджуваних процесів, що рівносильно введенню нової системи координат. Такий підхід дозволяє зменшити кількість критеріїв подібності до величин менших, ніж пропонується π -теоремою. У ряді випадків вдається повністю виключити критерії з розгляду - зменшити мірність моделі.

2. При груповому підході до вирішення обезрозміреної нелінійної моделі запропоновано в якості початкових вибирати рішення їх лінеаризованих форм.

3. Працездатність розробленого методу наближеного рішення нелінійних звичайних диференціальних рівнянь продемонстрована шляхом порівняння отриманих з його допомогою результатів з даними числових розрахунків. Порівняння виконано на прикладі дослідження руху маятника, що є в теорії автоматичного управління аналогом інерційної ланки другого порядку. Відхилення результатів отриманих аналітичних рішень в порівнянні

з числовими не перевищують або дорівнюють допустимих похибок інженерних розрахунків ($\sim 5\%$). Запропонований метод може бути використаний в теорії автоматичного управління при вирішенні нелінійних диференціальних рівнянь, що описують поведінку інших ланок. Цікавим є дослідження можливості застосування запропонованого методу для наближеного рішення інших видів диференціальних рівнянь, наприклад, в частинних похідних.

4. Розроблено модель визначення змінного складу газоподібного палива та функціональну модель керування. Ця модель використовує перетворення змінних і осереднення параметрів, зменшення простору змінних, розв'язання нелінійних диференціальних рівнянь, визначення статичних і динамічних властивостей об'єкта керування.

ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі дано вирішення науково-практичної проблеми розробки теоретичних основ побудови автоматизованих систем керування на основі обґрунтованих методів та моделей математичного забезпечення перспективних систем керування процесами в теплоенергетичному устаткуванні, які враховують зміну складу та теплотворну здатність палива і забезпечують стійку роботу обладнання, що дозволяє забезпечити економічне використання палива змінного складу для зниження енергоємності виробництва. Основні отримані наукові та практичні результати дозволяють сформулювати наступні висновки.

1. На основі аналізу літературних джерел виявлено недосконалість моделей і методів, необхідних для опису нестационарних і потенційно нестійких процесів у системі управління енергообладнанням, що не дозволяє коригувати в режимі реального часу величини впливів і параметрів регуляторів, що задаються при використанні палива змінного складу.

2. На основі рівнянь хімічної кінетики, законів збереження матеріального балансу та закону Дальтона запропоновано математичну модель визначення змінного складу газоподібного палива у вигляді його узагальненої формули, яка дозволяє за рахунок використання вимірних об'ємних витрат палива і повітря, а також калориметричної температури відпрацьованих газів визначати склад палива і його теплотворну здатність. Це забезпечує можливість врахування зміни складу, властивостей палива і продуктів згоряння в режимі реального часу, що є основою для визначення особливостей роботи елементів енергетичного обладнання та систем управління.

3. За рахунок використання надлишкових вимірювань витрати пального, повітря й температури полум'я, вперше запропоновано детермінантний метод корекції узагальненої формули газоподібного палива для компенсації внутрішніх і зовнішніх збурень, що дозволяє знайти стійке розв'язки для співвідношення паливо – повітря. Точне визначення змінного

складу палива дозволяє в режимі реального часу забезпечити економічну роботу обладнання при одночасному дотриманні екологічних нормативів.

4. За рахунок застосування спеціальних підходів до перетворення змінних ММ і осереднення значень величин, що досліджуються, знайдено подальший розвиток методів математичного і фізичного моделювання процесів, які дозволяють зменшити простір змінних і перейти від розподілених параметрів у моделях до їх величин у зосередженій постановці, що дозволило в нестационарних задачах мінімізувати кількість критеріїв з можливістю переходу до автотельної постановки задачі для створення засобів математичного забезпечення систем управління енергетичного обладнання.

5. За рахунок застосування розроблених методів перетворення змінних і осереднення знайдено подальший розвиток методу розв'язання задач нестационарної теплопередачі, що дозволило отримати аналітичне розв'язання задачі з використанням зосереджених параметрів і визначити статичні та динамічні властивості об'єкта керування для вдосконалення математичного забезпечення автоматизованих систем керування.

6. За рахунок зменшення кількості змінних і використання методу груп Лі знайшов подальший розвиток метод розв'язання рівняння інерційної ланки другого порядку в нелінійній постановці, що дозволило отримати його наближений аналітичний розв'язок для вдосконалення математичного забезпечення автоматизованих систем керування.

7. За рахунок розробленої моделі визначення змінного складу газоподібного палива та запропонованих в роботі методів розроблено функціональну модель керування теплоенергетичним обладнанням. Ця модель використовує методи визначення складу палива, перетворення змінних і осереднення параметрів моделі, зменшення простору змінних, розв'язання нелінійних диференціальних рівнянь, визначення статичних і динамічних властивостей об'єкта керування. Такий підхід дозволить на

існуючому обладнанні та з використанням АСК, що знаходяться в експлуатації, використовувати паливо змінного складу.

8. Результати дисертаційної роботи впроваджені на ряді проектно-виробничих і експлуатаційних підприємств – ЗАТ «Одесакондитер», ПП "КБ Теплоенерго", ООО «Телекарт–Прибор», Одеська національна академія зв'язку ім. О.С. Попова, та в Одеському національному політехнічному університеті.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. [Туренко С. С.](#) Пути снижения энергоемкости за счет новых знаний / С. С. Туренко // [Энергосбережение. Энергетика. Энергоаудит.](#) - 2010. - № 6. - С. 45-48. - Режим доступа: http://nbuv.gov.ua/UJRN/ecee_2010_6_7
2. Сурков А. Энергоемкость украинской экономики – самая высокая в Европе / А. Сурков, Н Кабаш // [Капитал.](#) – 2014. - № 064 (241). – Режим доступа: <http://www.capital.ua/ru/publication/19016-energoemkost-ukrainskoy-ekonomiki-samaya-vysokaya-v-evrope-industriya-khochet-modernizirovatsya>
3. Сурков А. Энергоемкость украинских предприятий за 10 лет снизилась на треть / А. Сурков // [Капитал.](#) – 2013. - № 107 (107). – Режим доступа: <http://www.capital.ua/ru/publication/5755-energoemkost-ukrainskikh-predpriyatiy-za-10-let-snizilas-na-tret-no-vse-esche-v-razy-vyshe-srednikh-pokazateley-po-evrope-likvidatsiya-etogo-otstavaniya-potrebuuet-milliardnykh-investitsiy-i-uchastiya-gosudarstva>
4. Поклонский Ф.Е. Основные направления решения проблем энергоемкости продукции металлургических предприятий Украины / Ф.Е. Поклонский, В.Н. Ращупкина // [Економіка промисловості.](#) – 2010. - №3 (51) С. 74-79. - Режим доступа: <http://dspace.nbuv.gov.ua/handle/123456789/13250>
5. Гаврюшин А.Д. Основные направления снижения энергоемкости производства цемента / А.Д. Гаврюшин, И.В. Дмитренко, А.И. Здоров // [Цемент и его применение.](#) - 2009. - №4. – С. 62-65. - Режим доступа: <https://elibrary.ru/item.asp?id=12964765>
6. Капица П.Л. Энергия и физика. / П.Л. Капица // Доклад на научной сессии, посвященной 250-летию Академии наук СССР, Москва, 8 октября 1975 г.: Вестник АН СССР. - 1976. - № 1. С. 34-43. - Режим доступа: http://vivovoco.astronet.ru/VV/PAPERS/KAPITZA/KAP_10.HTM.
7. [Heinberg Richard "Powerdown: options and actions for a post-carbon world" / Heinberg R. // European Business Review, Vol. 17 Issue: 5,](#) <https://doi.org/10.1108/ebr.2005.05417eab.002>

8. Polpred.com Новости. Обзор СМИ. [Электронный ресурс] Режим доступа: https://polpred.com/?ns=1&ns_id=1044991
9. Фиалко Н.М. Анализ состояния и перспектив использования вторичных энергетических ресурсов в теплоэнергетике Украины / Н.М. Фиалко, В.Г. Прокопов, Р.А. Навродская, Н.О. Меранова, Н.В. Гнедой // Современная наука. Исследования, идеи, результаты, технологии. Институт технической теплофизики НАН Украины – Киев, Украина. – 2013 - №2 (13), С. 99-104.
10. Сайт подразделения «GE Energy» компании General Electric [Электронный ресурс]. – Режим доступа: www.URL: http://www.ge-energy.com/products_and_services/products/gas_engines_power_generation/gas_engines_jenbacher_type_2.jsp
11. Глушко В.П. Термодинамические и теплофизические свойства продуктов сгорания: справ. АН СССР, ВИНТИ / В.П. Глушко – 1972. – Т. 1. – 266 с.: ил.
12. Максимов М.В. Модель и метод определения условной формулы углеводородного топлива при сжигании / М.В. Максимов, А.И. Брунеткин, А.В. Бондаренко // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2013. – Т. 6. – № 8(66). – С. 20–27.
13. Kento T. Sensitivity of hazardous air pollutant emissions to the combustion of blends of petroleum diesel and biodiesel fuel / T. Kento, M. Gomez, M. Olson, T. Okuda, A. Walz, J. Schauer // Atmospheric Environment. – 2012. – Т. 50. – P. 307–313.
14. Barbella R. The emission of heavy hydrocarbons from a diesel engine and a spray flame / R. Barbella, A. Ciajolo, A. D'Anna // Fuel. – 1989. – Т. 68, June, – P. 690–696.
15. Fokion N. Non-premixed hydrocarbon ignition at high strain rates / N. Fokion, P.E. Dimotakis // Twenty-Seventh Symposium (International) on Combustion / The Combustion Institute. – 1998. – P. 641–648.

16. Sangiovanni J.J. Soot formation characteristics of well-defined spray flames / J.J. Sangiovanni, D.S. Liscinsky // Twentieth Symposium (International) on Combustion / The Combustion Institute. – 1984. – P. 1063–1073.

17. Alfe M. The effect of temperature on soot properties in premixed methane flames / M. Alfe, B. Apicella, J.-N. Rouzaud, [et al] // Combustion and Flame. – 2010. – Т. 157. – P. 1959–1965.

18. Buipham M. The asymptotic structure of premixed methane-air flames with slow CO oxidation / M. Buipham, K. Seshadri, F.A. Williams // Combustion and Flame. – 1992. – Т. 89. – P. 343–362.

19. Shigeyuki T. A reduced chemical kinetic model for HCCI combustion of primary reference fuels in a rapid compression machine / T. Shigeyuki, F. Ayala, J.C. Keck // Combustion and Flame. – 2003. – Т.133. – P. 467–481.

20. Максимов М.В. Модель и метод определения условной формулы углеводородного топлива при сжигании / М.В. Максимов, А.И. Брунеткин, А.В. Бондаренко // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2013. – Т. 6. – № 8(66). – С. 20–27.

21. Давыдов В.О. Метод расчета температуры горения произвольной смеси газообразного углеводородного топлива при произвольном избытке воздуха / В.О. Давыдов, А.В. Бондаренко // Труды Одесского политехнического университета - 2013. – Вып. 3 (42). – С. 98–102.

22. Бондаренко А.В. Моделирование образования продуктов сгорания газообразного углеводородного топлива / А.В. Бондаренко // Судовые энергетические установки – 2013. – Вып. 31. – С. 178–187.

24. Термодинамические и теплофизические свойства продуктов сгорания: справ / Под ред. В.П. Глушко. АН СССР, ВИНТИ – 1972. – Т. 2. Топлива на основе кислорода– 490 С.

25. Использование газа метантенков <http://ru-ecology.info/post/101054102480015/>

26. Гурви Л.В Термодинамические свойства индивидуальных веществ. Справочное издание: в 4-х т. / Л.В. Гурвич, И.В. Вейц, В.А. Медведев и др.-3-

е изд., перераб. и расширен.- Т. II. Кн. 2.-М.: Наука – 1978. – 344 С.

27. Термодинамические свойства индивидуальных веществ. Справочное издание: в 4-х т./Л.В. Гурвич, И.В. Вейц, В.А. Медведев и др.-3-е изд., перераб. и расширен.- Т. I. Кн. 2.-М.: Наука – 1978. – 328 С.

28. Форсайт Дж., Численное решение систем линейных алгебраических уравнений (пер. с англ.) / Дж. Форсайт, К. Молер – М.: Мир – 1969. – 168 С.

29. Жулин С.С. Метод продолжения по параметру и его приложение к задачам оптимального управления // Вычислительные методы и программирование. Научно-исследовательский вычислительный центр МГУ им. Ломоносова. – 2007. – Т. 8. С. 205-217 (<http://num-meth.srcc.msu.ru/>).

30. Глушко, В. П. Термодинамические и теплофизические свойства продуктов сгорания / В. П. Глушко Справочник АН СССР, ВИНТИ – 1973. – Т. 3 - 624 С.

31. Кафаров В.В. Системный анализ процессов химической технологии: Основы стратегии / В.В. Кафаров, И.Н. Дорохов - Москва, Наука – 1976. – 499 С.

32. Кафаров В.В. Системный анализ процессов химической; технологии. Топологический принцип формализации / В.В. Кафаров, И.Н. Дорохов – М.: Наука 1979. – 394 С.

33. Хилл П. Наука и искусство проектирования / П. Хилл – М.: Мир – 1973. - 263 С.

34. Кочубиевский И.Д. Динамическое моделирование и испытания технических систем. / И.Д. Кочубиевский, В.А. Стражмейстер, Л.В. Калиновская, П.А. Матвеев / под ред. И.Д. Кочубиевского. -М.: Энергия, 1978. -303 С.

35. Джонс Д.К. Инженерное и художественное конструирование. Современные методы проектного анализа / Д.К. Джонс – М.: Мир – 1976. – 374 С.

36. Пэнтл Р. Методы системного анализа окружающей среды / Р. Пэнтл – М.: Мир – 1979 – 213 с.

37. Баженов Л.Б. Моделирование / Л.Б. Баженов, Б.В. Бирюков, В.А. Штофф – В кн.: Философская энциклопедия, т. 3,– М.: Советская энциклопедия – 1964 –С.478-481.
38. Гастев Ю.А. Модель / Ю.А. Гастев – В кн.: Философская энциклопедия, т. 3,– М.: Советская энциклопедия – 1964, с.481-483.
39. Уемов А.И. Аналогия в практике научного исследования / А.И. Уемов – М.: Наука – 1970 – 264 С.
40. Гастев Ю.А. Гомоморфизмы и модели. Логико-алгебраические аспекты моделирования / Ю.А. Гастев – М.: Наука – 1975 – 152 С.
41. Пойя Д. Математика и правдоподобные рассуждения / Д. Пойя – М.: Изд. ин. лит. – 1957 – 535 С.
42. Ольсон Г.Ф. Динамические аналогии / Г.Ф. Ольсон – М.: ГИИЛ – 1947 – 224 С.
43. Бартон В.И. Сравнение как средство познания / В.И. Бартон - Минск: БГУ – 1978 – 127 С.
44. Баженов Л.Б. Строение и функции естественнонаучной теории / Л.Б. Баженов – М.: Наука – 1978 – 231 С.
45. Эйнштейн А. Собрание научных трудов / А. Эйнштейн – М.: Наука – 1967 - 599 С.
46. Морозов Е.К. Математическое моделирование в научном познании / Е.К. Морозов – М.: Мысль – 1969 – 212 С.
47. Пойя Д. Математическое открытие. Решение задач: основные понятия, изучение и преподавание / Д. Пойя – М.: Наука – 1970 – 452 С.
48. Моисеев Н.Н. Математика ставит эксперимент / Н.Н. Моисеев – М.: Наука – 1979 – 223 С.
49. Клайн Дж.С. Подобие и приближенные метода / Дж.С. Клайн - М.: Мир – 1968 – 304 С.
50. Седов Л.И. Метода подобия и размерности в механике / Л.И. Седов - М.: Наука – 1981 – 448 С.
51. Гухман А.А. Применение теории подобия к исследованию процессов

- тепло-массообмена (процессы переноса в движущейся среде) / А.А. Гухман - М.: Высшая школа – 1974. -328 с.
52. Седов Л.И. Механика сплошной среды т.І. / Л.И. Седов - М.: Наука – 1976, - 536 с.
53. Седов Л.И. Механика сплошной среды т.ІІ. / Л.И. Седов - М.: Наука – 1976, - 576 С.
54. Вентцель Е.С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология / Е.С. Вентцель - М.: Наука – 1980. -208 С.
55. Мак-Лоун Р.Р. Математическое моделирование - искусство применения математики / Р.Р. Мак-Лоун - В. кн.: Математическое моделирование – М.: Мир – 1979, С.9-20.
56. Нейлор Т. Машинные имитационные эксперименты с моделями экономических систем / Т. Нейлор - М.:Мир – 1975, - .500 С.
57. Эндрюс Д.Д. Сверление лазером / Д.Д. Эндрюс, Д.Р. Этси. – В кн.; Математические модели – М.:Мир – 1979 – С.81-92.
58. Мартенс Н.Р. Логический метод построения графов связей при моделировании динамических систем / Н.Р. Мартенс, А.С. Белл – В.кн. Применение теоріи графов связей в технике – М.: Мир – 1974 – С.12-18.
- 59 Ландау Л.Д. Механика сплошных сред / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц - М.:Гос. издат. технико-теоретической литературы – 1953 - 788 С.
60. Биркгоф Г. Струи, следы и каверны / Г. Биркгоф, Э. Сарантонелло — М:Мир – 1964 – 466 С.
61. Слеттери Дж. С. Теория переноса импульса энергии и массы в сплошных средах / Дж. С. Слеттери – М.:Энергия – 1978 – 448 С.
62. Ильюшин А.А. Механика сплошной среды / А.А. Ильюшин - М.:МГУ – 1978 — 288 С.
63. Биркгоф Г. Гидродинамика. Методы. Факты. Подобие / Г. Биркгоф - М.:Издательство иностранной литературы – 1963 – 244 С.
64. Картвелишвили Н.А. Идеализация сложных динамических систем с примерами из электроэнергетики / Н.А. Картвелишвили, Ю.И.

- Галактионов – М.:Наука – 1976 – 272 С.
65. Лаврентьев М.А. Проблемы гидродинамики и их математические модели / Л.М. А.аврентьев, Б.В. Шабат – М.:Наука – 1973 – 416 С.
66. Де Гроот С.Р. Неравновесная термодинамика / С.Р. Де Гроот, П. Мазур – М.:Мир – 1964 – 456 С.
67. Айзатуллин Т.А. Океан. Активные поверхности и жизнь / Т.А. Айзатуллин, В.Л. Лебедев, К.М. Хайлов – Л.:Гидрометеоздат – 1979 – 192 С.
68. Джефферис Д. Введение в системный анализ: применение в экологии / Д. Джефферис – М.:Мир – 1981 – 253 С.
69. Лойцянский Л.Г. Методы подобия и размерности в механике жидкости и газа / Л.Г. Лойцянский – Сб. научно-методических статей по теоретической механике. Вып. II – М.:Высшая школа – 1981 –, с.22-31.
70. Конаков П.К. Теория подобия и ее применение в теплотехнике / П.К. Конаков – М.-Л.:Госэнергоиздат – 1959 – 208 С.
71. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена / С.С. Кутателадзе – Новосибирск:Наука СО – 1970 – 659 С.
72. Кутателадзе С.С. Анализ подобия в теплофизике. -Новосибирск: Наука СО, 1982. -280 с.
73. Алабужев П.М. Теория подобия и размерностей. Моделирование / П.М. Алабужев, В.Б. Гронимус, Л.М. Минкевич, Б.А. Шеховцов -- М.: Высшая школа – 1968 – 203 С.
74. Поляков Л.П. Моделирование строительных конструкций / Л.П. Поляков, В.М. Файнбурд – Киев: Будивельник – 1975 – 159 С.
75. Веников В.А. Теория подобия и моделирование применительно к задачам электроэнергетики / В.А. Веников – М.: Высшая школа – 1966 – 488 С.
76. Staicu C.I. General Dimensional Analysis / C.I. Staicu – I. of The Franklin Institute, vol. 292, №6 – 1971 – P. 433-439.
77. Дьяконов Г.К. Вопросы теории подобия в области физико-химических процессов / Г.К. Дьяконов – М.: Изд-во АН СССР – 1956 – 206 С.

78. Новиков И.И. Теория подобия в термодинамике и теплопередаче / И.И. Новиков, В.М. Боришанский – М.: Атомиздат – 1979 – 184 С.
79. Курт Р. Анализ размерностей в астрофизике / Р. Курт – М.: Мир – 1975 – 229 С.
80. Macagno E.O. Historico-critical Review of Dimensional Analysis / E.O. Macagno – I. of The Franklin Institute, vol. 292, №6 – 1971 – P. 391-402.
81. Налимов В.В. Статистические метода планирования экстремальных экспериментов / В.В. Налимов, Н.А. Чернова – М.: Наука – 1975 – 340 С.
82. Протодьяконов М.М. Методика рационального планирования эксперимента / М.М. Протодьяконов, Р.И. Тедер – М.: Наука – 1970 – 76 С.
83. Кирпичев М.В. Теория подобия / М.В. Кирпичев – М.: АН СССР – 1953.
84. Гухман А.А. Введение в теорию подобия / А.А. Гухман – М.: Высшая школа – 1973 – 296 С.
85. Михеев М.А. Основы теплопередачи / М.А. Михеев – М.–Л.: Госэнергоиздат – 1956. – 392 С.
86. Гухман А.А. Автомодельные переменные / А.А. Гухман, А.А. Зайцев – Тепло-физика высоких температур, 8, № 1 – 1970 – С. 136-146.
87. Гухман А.А. Автомодельные переменные / А.А. Гухман, А.А. Зайцев – Теплофизика высоких температур, 8, № 4 – 1970 – С.847-855.
88. Основы автоматического управления / Под ред. В.С.Пугачева. - М.: Наука – 1968 – 680 С.
89. Андронов А.А. Теория колебаний / А.А. Андронов, А.А. Витт, С.Э. Хайкин – М.: Наука – 1981 – 586 С.
90. Гудмен Т. Применение интегральных методов в нелинейных задачах нестационарного теплообмена / Т. Гудмен – Сб.: Проблемы теплообмена. - М.: Атомиздат – 1967 – С.41-96.
91. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя / Г. Шлихтинг – М.: Наука – 1969 – 742 С.
92. Зайцев А.А. Автомодельность и автомодельные решения / А.А. Зайцев –

- В сб.: Теплообменные процессы и аппараты химического производства – М. – 1976 – С.26-31.
93. Баренблатт Г.И. Автомодельность: подобие и промежуточная асимптотика / Г.И. Баренблатт – Известия ВУЗов, т. XIX, № 5-6, "Радиофизика" – 1976 –С.902-931.
94. Накозин В.Н. Приведение математической модели к автомодельному виду и допустимость физического моделирования процесса / В.Н. Накозин -Сб. научн. тр., Челябинский политехнический институт, № 243 – 1980 – С.36-41.
95. Хованский А.Н. Приложение цепных дробей и их обобщения к вопросам приближенного анализа / А.Н. Хованский – М.: Гостехиздат – 1959. — 203 С.
96. Чижиков Ю.М. Теория подобия и моделирования в практике обработки металлов давлением / Ю.М. Чижиков – М.: Metallurgizdat – 1970 – 295 С.
97. Haberland C. Untersuchungen zur thermodynamischen Ähnlichkeit von Raketentanks mit kryogenen Treibstoffen / C. Haberland – Fortschritt Berichte VDI-Z, R. 6, №23 – 1969 – 110 S.
98. Дибай Э.А. Размерности и подобие астрофизических величин / Э.А. Дибай, С.А. Каплан – М.: Наука – 1976 – 399 С.
99. Karvinen R. Use of Analytical Expressions of Convection in Conjugated Heat Transfer Problems / R. Karvinen – J. Heat Transfer 134(3), 031007 (Jan 11, 2012) (9 pages)
100. Shupikov A.N. Nonstationary Heat Conduction in Complex-Shape Laminated Plates / A.N. Shupikov, N.V. Smetankina, Y.V. Svet – J. Heat Transfer 129(3), 335-341 (Jun 19, 2006) (7 pages)
101. Grysa K. Trefftz Functions Applied to Direct and Inverse Non-Fourier Heat Conduction Problems / K. Grysa, A. Maciag, J. Adamczyk-Krasa – J. Heat Transfer 136(9), 091302 (Jun 24, 2014) (9 pages) doi: 10.1115/1.4027770

102. Seem J. E. Transfer Functions for Efficient Calculation of Multidimensional Transient Heat Transfer / J. E. Seem, S. A. Klein, W. A. Beckman, J. W. Mitchell – J. Heat Transfer 111(1) – 2009
103. Vahabzadeh A. Analytical investigation of the one dimensional heat transfer in logarithmic various surfaces / A. Vahabzadeh, M. Fakour, D.D. Ganji, H. Bakhshi – Alexandria Engineering Journal Volume 55, Issue 1, March – 2016, P. 113–117
104. Mahapatra T. Dual Solutions in Magnetohydrodynamic Stagnation-Point Flow and Heat Transfer Over a Shrinking Surface With Partial Slip / T. R. Mahapatra, S. K. Nandy, I. Pop – J. Heat Transfer 136(10), (Jul 02, 2014) (6 pages) doi: 10.1115/1.4024592
105. Zhang Li-Zhi An Analytical Solution to Heat and Mass Transfer in Hollow Fiber Membrane Contactors for Liquid Desiccant Air Dehumidification / Li-Zhi Zhang – J. Heat Transfer 133(9), (Jul 27, 2011) (8 pages)
106. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости / С. Патанкар – М.:Энергоатомиздат – 1984 – С.124.
107. Брунеткин А.И. Модифицированный метод контрольного объема, использованный в решении нелинейных задач динамики жидкости со свободной поверхностью в емкостях сложных форм / А.И. Брунеткин, В.Н. Накозин – Сб. докладов VI симпозиума «Колебания упругих конструкций с жидкостью» Новосибирск: Сибирский научно-исследовательский институт авиации им. С.А. Чаплыгина – 1990 – С. 26-30
108. Kuznetsov G. Numerical Simulation of Convective Heat Transfer Modes in a Rectangular Area With a Heat Source and Conducting Walls / G. Kuznetsov, M. Sheremet – J. Heat Transfer 132(8), 081401 (May 20, 2010) (9 pages) doi:10.1115/1.4001303
109. Łapka P. Immersed Boundary Method for Radiative Heat Transfer Problems in Nongray Media With Complex Internal and External Boundaries / P. Łapka,

- P. Furmański – J. Heat Transfer 139(2), 022702 (Nov 08, 2016) (13 pages) doi: 10.1115/1.4034772
110. He Ya-Ling. Numerical Solutions of Nano/Microphenomena Coupled With Macroscopic Process of Heat Transfer and Fluid Flow: A Brief Review / Ya-Ling He, Wen-Quan Tao – J. Heat Transfer 137(9), 090801 (Sep 01, 2015) (12 pages) doi: 10.1115/1.4030239
111. Brunetkin A.I. Integrated approach to solving the fluid dynamics and heat transfer problems / A.I. Brunetkin, – Праці Одеського політехнічного університету Одеса, Вип. 2(44), – 2014 – С. 108-115.
112. Брунеткин А.И. Метод определения состава горючих газов при их сжигании / А.И. Брунеткин, М.В. Максимов – Науковий вісник Національного гірничого університету. Науково-технічний журнал №5 (149) – 2015 – С. 83-90.
113. Карслоу Г. Теплопроводность твердых тел / Г. Карслоу, Д. Егер, Пер. с англ., под ред. Померанцева А.А. – М.: Наука – 1964 – 488 С.
114. Лыков А.В. Теория теплопроводности / А.В. Лыков – М.: Высшая школа – 1967 – 600 С.
115. Grysa K. Trefftz Functions Applied to Direct and Inverse Non-Fourier Heat Conduction Problems / K. Grysa, A. Maciag, J. Adamczyk-Krasa – J. Heat Transfer 136(9), 091302 (Jun 24, 2014) (9 pages) doi: 10.1115/1.4027770
116. Hoshan N A The Triple Integral Equations Method for Solving Heat Conduction Equation / N. Hoshan – Journal of Engineering, Thermophysics 18(3): (2009) – С.258-262
117. Zarubin V. S. Two-sided thermal resistance estimates for heat transfer through an anisotropic solid of complex shape / V. S. Zarubin, G. N. Kuvyrkin, I. Y. Savelyeva – International Journal of Heat and Mass Transfer Vol. 116, January 2018, Pages 833-839.
118. Damle R. M. Numerical investigation of transient behaviour of the recuperative heat exchanger in a MR J–T cryocooler using different heat

- transfer correlations / R. M. Damle, P. M. Ardhapurkar, M. D. Atrey – Cryogenics Volume 80, Part 1, December – 2016 – P. 52-62.
119. Kang Z. A method for predicting thermal waves in dual-phase-lag heat conduction / Z. Kang, P. Zhu, D. Gui, L. Wang – International Journal of Heat and Mass Transfer Vol. 115, Part A, December – 2017 – P. 250-257.
120. Karvinen R. Use of Analytical Expressions of Convection in Conjugated Heat Transfer Problems / R. Karvinen – J. Heat Transfer 134(3), 031007 (Jan 11, 2012) (9 pages)
121. Shupikov A.N. Nonstationary Heat Conduction in Complex-Shape Laminated Plates / A.N. Shupikov, N.V. Smetankina, Y.V. Svet – J. Heat Transfer 129(3), 335-341 (Jun 19, 2006) (7 pages)
122. Брунеткин А.И. Упрощенный метод численного расчета нестационарной теплопередачи через плоскую стенку / А.И. Брунеткин, М.В. Максимов, А. В. Лысюк – Восточно-Европейский журнал передовых технологий №2/5 (86). 2017. с. 4-13. ISSN 1729-3774 (online). doi: 10.15587/1729-4061.2017.96090.
123. Профос П. Регулирование паросиловых установок / Пер. с англ., под ред. Давыдова Н.И. – М.: Энергия – 1967 – 368 С.
124. Брунеткин А.И. Визначення діапазону зміни конвективного коефіцієнта тепловіддачі при спалюванні альтернативних видів газоподібного пального / А. И. Брунеткин, А. В. Гусак – Праці Одеського політехнічного університету, Вип. 2(46).. – Одеса: ОНПУ – 2015, - С. 79-84. ISSN 2223-3814 (online)
125. Кузнецов Ю.Н. Теплообмен в проблеме безопасности ядерных реакторов / Ю.Н. Кузнецов – М.:Энергоиздат – 1989.
126. Марценюк Е. В. Идентификация граничных условий теплообмена турбины по результатам испытаний / Е. В. Марценюк, Ю. А. Зеленый, С. Б. Резник [и др.] – Вестник НТУ «ХПИ», № 41 (1150). – Х., 2015. — С. 72 – 76.

127. Brunetkin O Development of the method of approximate solution of nonlinear ordinary differential equations on the example of the pendulum movement / O. Brunetkin, M. Maksymov, O. Maksymova, A. Zosymchuk – Eastern-European advanced technology magazine. (Mathematics and cybernetics - applied aspects) vol 5, № 4 (89) (2017), pp 4-11.
128. Брунеткин А.И. Метод определения состава горючих газов при их сжигании / А.И. Брунеткин, М.В. Максимов – Науковий вісник Національного гірничого університету. Науково-технічний журнал №5 (149) – 2015 – С. 83-90.
129. Максимов М.В. Модель и метод определения условной формулы углеводородного топлива при сжигании / М.В. Максимов, А.И. Брунеткин, А.В. Бондаренко – Восточно-Европейский журнал передовых технологий №6/8 (66) – 2013 – С. 20-27
130. Atherton M.A. Dimensional Analysis Using Toric Ideals: Primitive Invariants / M.A. Atherton, R.A. Bates, H.P. Wynn – PLoS One 9(12): e112827. 2014. doi: 10.1371/journal.pone.0112827.
131. Сонин А. А. Обобщение П-теоремы и размерного анализа / А.А. Сонин – Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America. 2004, 101 (23): 8525-8526. doi: 10.1073 / pas.0402931101
132. Клайн С.Дж. Подобие приближенные методы / С.Дж. Клайн – пер. с англ. под ред. И.Т. Аладьева, К.Д. Воскресенского – Москва, Мир – 1968, 302 С.
133. Oliveri Fr. Lie Symmetries of Differential Equations / Fr. Oliveri – Classical Results and Recent Contributions. Symmetry, 2, – 2010 – С. 658-706; doi:10.3390/sym2020658. ISSN 2073-8994.
134. Chhay M. Lie Symmetry Preservation by Finite Difference Schemes for the Burgers Equation / M. Chhay, A. Hamdouni – Symmetry. № 2 – 2010 – P. 868-883. doi:10.3390/sym2020868, ISSN 2073-8994.
135. Gazizov R. K. Integration of ordinary differential equation with a small parameter via approximate symmetries: Reduction of approximate symmetry

- algebra to a canonical form / R. K. Gazizov N. H. Ibragimov V. O. Lukashchuk – Lobachevskii Journal of Mathematics, April, Volume 31, Issue 2 – 2010 – P. 141–151
136. Starrett J. Solving Differential Equations by Symmetry Groups / J. Starrett – American Mathematical Monthly Vol. 114, № 9 – 2007 – P. 778-792(15).
137. Лёгенький В. И. О расслоении алгебраических уравнений / В.И. Лёгенький – Симметрии дифференциальных уравнений. Сб. научных трудов – М.: МФТИ – 2009 – С. 118-128
138. Brennan S. Dimensionless Robust Control With Application to Vehicles / S. Brennan, A. Alleyne – IEEE Trans. on Control Systems Technology, Vol. 13, No. 4, July – 2005 – P. 624 – 630.
139. Лёгенький В.И. Безразмерные переменные: теоретико–групповой подход / В.И. Лёгенький, Г.Н. Яковенко – Симметрии дифференциальных уравнений. Сб. научных трудов – М.: МФТИ – 2009 – С. 1-12
140. Seshadri R. Group Invariance in Engineering Boundary Value Problems / R. Seshadri, T.Y. Na – Springer–Verlag, New York Inc. – 1985 – 224 P.
141. Гухман А. А. Введение в теорию подобия / А. А. Гухман – 2-е изд., Москва, Высшая школа – 1973 – 296 С.
142. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости / С. Патанкар – М.: Энергоатомиздат – 1984 – С.124.
143. Brunetkin A. I. Integrated approach to solving the fluid dynamics and heat transfer problems / А.І. Brunetkin – Праці Одеського політехнічного університету, Вип. 2(44) – 2014 – С. 108-114.

ДОДАТОК А

Документи про впровадження

ЗАКРИТЕ АКЦІОНЕРНЕ ТОВАРИСТВО
«ОДЕСАКОНДИТЕР»

3-й Водопровідний пров., 9,
м.Одеса, 65007, Україна
р/р 2600501639294
в Одеській філії ВАТ«Укресімбанк»
МФО 328618, ЄДРПОУ 32833927
Тел: (048) 722-39-35
Факс: (048) 705-40-99
e-mail: Priemnaya@odessalux.com.ua



Joint Stock Company "ODESSAKONDITER"
9, 3-rd Vodoprovodny lane,
Odessa, 65007, Ukraine,
Tel: (048) 722-39-35
Fax: (048) 705-40-99
e-mail: Priemnaya@odessalux.com.ua

Уск. н 28 от 14.05.2018.

Ректору ОНПУ
проф. Оборскому Г.А.

СПРАВКА

о внедрении в работу системы теплогенерации ЗАО «Одессакондитер» результатов диссертационной работы Брунеткина Александра Ивановича «Повышение эффективности АСУ за счет совершенствования математического и информационного обеспечения процесса использования топлива переменного состава. (Модели и методы)» выполненной на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.13.07 «Автоматизация процессов управления»

В системе производственно-технологической теплогенерации ЗАО «Одессакондитер» используются следующие результаты диссертационной работы Брунеткина Александра Ивановича:

– математическая модель определения переменного состава газообразного горючего в модельном представлении его условной формулы, которая позволяет в результате использования замеренных в процессе сжигания горючего в воздухе их расходов и температуры пламени, определять состав условной формулы газообразного горючего и его теплотворной способности, дающая возможность организовать процесс эффективного управления процессом сжигания топлива переменного состава;

– метод коррекции условной формулы газообразного горючего в основу которого положена модель определения состава горючего, а так же введение избыточных измерений расходов горючего, воздуха и температуры пламени;

– базы результатов расчетов возможных составов топлива, на основе которой реализован метод коррекции условной формулы газообразного горючего, компенсирующий неопределенности, возникающие вследствие внутренних и внешних возмущений.

Технический директор



А.М. Удод



КБ ТЕПЛОЭНЕРГО

реконструкция - проектирование - монтаж

Код за ЄДРПОУ 305430834
 ІПН 3054308155093
 www.teploenergo.org.ua
 ☎ (048) 777-50-09

65012 м. Одеса, вул. В. Чорновола, 3

Уч. № 26 от 14.05.2018г.

Ректору ОНПУ

проф. Оборскому Г.А.

СПРАВКА

о внедрении в проектно-конструкторскую работу ЧП «КБ Теплоэнерго» результатов диссертационной работы Брунеткина Александра Ивановича «Повышение эффективности АСУ за счет совершенствования математического и информационного обеспечения процесса использования топлива переменного состава. (Модели и методы)» выполненной на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.13.07 «Автоматизация процессов управления»

При выполнении проектных работ объектов теплогенерации для промышленных предприятий и гражданского строительства используются следующие результаты диссертационной работы Брунеткина Александра Ивановича:

- метод решения задачи нестационарной теплопередачи, что дало возможность получить приближенное аналитическое решение и усовершенствовать информационное обеспечение автоматизированных систем управления;
- метод решения нелинейного уравнения инерционного звена 2^{го} порядка, что дало возможность получить приближенное аналитическое решение для усовершенствования информационного обеспечения автоматизированных систем управления;
- модель пароперегревателя, позволяющая учитывать аккумулирующие свойства элементов конструкции в процессе нестационарной теплопередачи.

Директор

ЧП «КБ Теплоэнерго»

П.А. Ищенко



ООО «ТЕЛЕКАРТ-ПРИБОР»

Исх. № 684
От «16» 05 2018

Ректору ОНПУ
проф. Оборскому Г.А.

СПРАВКА

о внедрении в работу системы теплогенерации ООО «Телекарт-Прибор» результатов диссертационной работы Брунеткина Александра Ивановича «Повышение эффективности АСУ за счет совершенствования математического и информационного обеспечения процесса использования топлива переменного состава. (Модели и методы)»

выполненной на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.13.07 «Автоматизация процессов управления»

В системе производственно-технологической теплогенерации ООО «Телекарт-Прибор» используются следующие результаты диссертационной работы Брунеткина Александра Ивановича:

– модель определения переменного состава газообразного горючего в модельном представлении его условной формулы, позволяющая определять состав условной формулы газообразного горючего и его теплотворной способности, дающая возможность организовать процесс эффективного управления процессом сжигания топлива переменного состава;

– базы результатов расчетов возможных составов топлива, на основе которой реализован метод коррекции условной формулы газообразного горючего, компенсирующий неопределенности, возникающие вследствие внутренних и внешних возмущений.

Первый зам.ген.директора



Пугачёв Н.Л.



МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ ЗВ'ЯЗКУ ім. О. С. ПОПОВА
 (ОНАЗ ім. О. С. Попова)

вул. Кузнечна, 1, м. Одеса, 65029, тел. (048) 705-03-33, факс (048) 705-04-31
<http://www.onat.edu.ua>, e-mail: onat@onat.edu.ua, код ЄДРПОУ 01180116

На № _____ № _____
 від _____

ЗАТВЕРДЖУЮ

Проректор з НР ОНАЗ ім. О.С. Попова
 проф. О.В. Бондаренко
 _____ 20__ р

А К Т

про використання результатів дисертаційної роботи

Брунеткіна Олександра Івановича

представленої на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук
 за спеціальністю 05.13.07 - «Автоматизація процесів керування»

Наданий акт затверджує, що матеріали дисертаційного дослідження Брунеткіна О.І. «Підвищення ефективності АСК за рахунок вдосконалення математичного та інформаційного забезпечення процесу використання палива змінного складу. (Моделі та методи)» використовуються при підготовці магістрів та бакалаврів за спеціальністю 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» на кафедрі комп'ютерно-інтегрованих технологічних процесів і виробництв в наступних курсах:

- бакалаврат:
 - «Ідентифікація та моделювання технологічних об'єктів»;
 - «Автоматизація технологічних процесів і виробництв»;
- магістратура:
 - «Енергозберігаючі технології»;
 - «Моделювання складних систем управління».

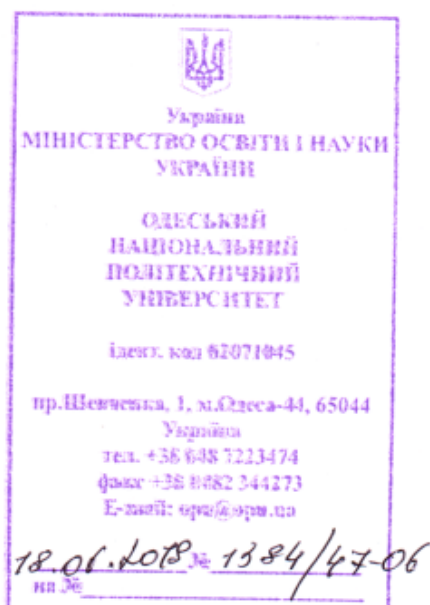
Довідка надана для подання до спеціалізованої вченої ради Д 41.052.01.

Директор Навчально-наукового інституту
 «Комп'ютерних технологій,
 автоматизації та логістики»

С.С. Кріль

Завідувач кафедри комп'ютерно-інтегрованих технологічних процесів і виробництв

Ю.В. Флейта



ДОВІДКА

про використання результатів дисертаційної роботи
 Брунеткіна Олександра Івановича,
 представленої на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук
 за спеціальністю 05.13.07 - «Автоматизація процесів керування»

Надана довідка затверджує, що матеріали дисертаційного дослідження Брунеткіна О.І. «Моделі та методи математичного забезпечення автоматизованих систем керування процесом використання палива змінного складу» виконана відповідно до планів, затверджених Міністерством освіти і науки України, і є складовою частиною держбюджетних НДР:

- 0115U000411 «Удосконалення теоретичних та експериментальних методів дослідження перехідних процесів в енергетичних установках за рахунок структурної оптимізації моделей і технічних систем», відповідальний виконавець;
 - 0109U008453 «Вивчення можливості навантаження енергоблоку АЕС з ВВЕР-1000 до 110 % від номіналу з метою визначення моменту граничного стану захисних бар'єрів безпеки», виконавець;
 - 0111U010454 «Фізико-технічні методи керування властивостями ТВЗ для забезпечення балансу безпеки та ефективності», виконавець;
 - 0115U000407 «Теоретичні основи експлуатації ВВЕР-1000 з мінімальною ймовірністю накопичення пошкодження оболонок ТВЕЛів», виконавець.
- Довідка надана для подання до спеціалізованої вченої ради Д 41.052.01.

Проректор з наукової та
 науково-педагогічної роботи



Д.В. Дмитришин

Вик. Максимов М.В.
 Тел. 705-83-71



ДОВІДКА

про використання результатів дисертаційної роботи
 Брунеткіна Олександра Івановича,
 представленої на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук
 за спеціальністю 05.13.07 - «Автоматизація процесів керування»

Надана довідка затверджує, що матеріали дисертаційного дослідження Брунеткіна О.І. «Моделі та методи математичного забезпечення автоматизованих систем керування процесом використання палива змінного складу» використовуються в навчальному процесі на кафедрі «Комп'ютерних технологій автоматизації» Одеського національного політехнічного університету при викладанні дисциплін:

- «Ідентифікація та моделювання технологічних об'єктів»;
- «Моделювання теплоенергетичних систем з розподіленими параметрами»;
- «Моделювання об'єктів управління в комп'ютерно-інтегрованих системах керування»;
- «Математичне забезпечення комп'ютерно-інтегрованих систем керування».

Довідка надана для подання до спеціалізованої вченої ради Д 41.052.01.

Проректор з науково-педагогічної
та виховної роботи



С.А. Нестеренко

Вик. Максимов М.В.
Тел. 705-83-71

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА

Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації:

1. Brunetkin A.I. Метод определения состава горючих газов при их сжигании / А.И. Brunetkin, М.В. Максимов // Науковий вісник НГУ. – 2015. - №5. – С. 83-90. (Журнал включен до НМБД SCOPUS)
2. Максимов М.В. Модель и метод определения условной формулы углеводородного топлива при сжигании / М.В. Максимов, **А.И. Brunetkin**, А.В. Бондаренко // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2013. - №6/8 (66). С. 20-27.
3. **Brunetkin A.I.** Идентификация количественного состава неизвестного газообразного горючего и его продуктов сгорания на основе измеренных технологических параметров процесса сжигания топлива / А.И. Brunetkin, М.В. Максимов, А.В. Бондаренко // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування – Х.: НТУ «ХПІ», 2014. – № 12(1055) – С. 131-141.
4. **Brunetkin O.** Development of the method for reducing a model to the nondimensionalized form / O. Brunetkin, O. Maksymova, F. Trishyn // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2018. - 3/4 (93). – P. 26-33. (Журнал включено до НМБД SCOPUS).
5. **Brunetkin A.I.** Снижение мерности пространства моделирования путем приведения математической модели к автомодельному по критериям виду / А.И. Brunetkin, М.В. Максимов // Праці Одеського політехнічного університету. – 2011. – Вип. 1(35). – С. 1-10.
6. **Brunetkin O.** A simplified method for the numerical calculation of nonstationary heat transfer through a flat wall / O. Brunetkin, M. Maksymov, O. Lysiuk // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2017. - 2/5 (86).

– Р. 4-13. doi: 10.15587/1729-4061.2017.96090 (Журнал включен до НМБД **SCOPUS**).

7. **Брунеткин А.И.** Приближенный аналитический метод расчета несимметричного нагрева бесконечной пластины // А.И. Брунеткин, М.В. Максимов // Вісник НТУ «ХП». Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування. – 2017. №9 (1231). С. 71-75. doi: 10.20998/2078-774X.2017.09.11

8. **Brunetkin O.** Development of the method of approximate solution to the nonstationary problem on heat transfer through a flat wall / O. Brunetkin, M. Maksymov, O. Maksymova, A. Zosymchuk // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2017. - 6/5 (90). – Р. 31-40. doi: 10.15587/1729-4061.2017.118930 (Журнал включено до НМБД **SCOPUS**).

9. **Brunetkin O.** Development of a method for approximate solution of nonlinear ordinary differential equations using pendulum motion as an example / O. Brunetkin, M. Maksymov, O. Maksymova, A. Zosymchuk // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2017. - 5/4 (89). – Р. 4-11. doi: 10.15587/1729-4061.2017.109569 (Журнал включен до НМБД **SCOPUS**).

10. **Брунеткин А.И.** Определение собственной частоты колебаний жидкости с помощью метода интегральных коэффициентов / А.И. Брунеткин, М.В. Максимов // Вісник Харківського національного університету. «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління» – 2011. – Випуск 17. №977. – С. 60-65.

11. Максимов М.В. Определение собственной частоты колебаний жидкости с помощью метода интегральных коэффициентов / М.В. Максимов, **А.И. Брунеткин**, Т.С. Добровольская // Вісник НТУ "ХП" Математичне моделювання в техніці та технологіях. – 2012. - № 27. С. 134-143.

12. Лысюк, А.В. Модель и метод сжигания в теплоэнергетической установке углеводородного газа переменного состава / А. В. Лысюк, А. В.Бондаренко, М. М. Максимов, **А. И. Брунеткин**// Автоматизація

технологічних і бізнес-процесів. – Одеса, 2017. – Volume 9, Issue 2–
С. 21 – 27.

13. **Brunetkin A.I.** Determining the quantitative composition of an unknown gaseous fuel and combustion products from the measured process parameters in the fuel combustion process / A.I. Brunetkin, A.V. Bondarenko, A.V. Lysyuk // *Праці Одеського політехнічного університету.* – 2014. – Вип. 1(43). – Р. 127-136.

14. Максимов М.В. Моделирование сжигания смесей углеводородных газов / М.В. Максимов, **А.И. Брунеткин** // *Автоматизація технологічних та бізнес-процесів.* – 2014. – №8. С. 22-28.

15. Lysiuk O. Determining the transient process time by the example of bodies heating using a modified homochronicity number / O. Lysiuk, **A. Brunetkin**, M. Maksymov // *Автоматизація технологічних та бізнес-процесів.* – 2016. – Vol. 8, Issue 4. P. 43-49.

16. **Brunetkin A.I.** Integrated approach to solving the fluid dynamics and heat transfer problems / A.I. Brunetkin // *Праці Одеського політехнічного університету.* – 2014. – Вип. 2(44). – Р. 108-115.

17. **Брунеткін О.І.** Інтегральні розв'язання задач динаміки теплофізичних процесів / О.І. Брунеткин // *ВІСНИК Херсонського національного технічного університету.* – 2017. – Т2. № 3(62). – С. 55-59.

18. **Брунеткин А.И.** Экспериментальное определение частоты собственных колебаний жидкости со свободной поверхностью между коаксиальными цилиндрами / А.И. Брунеткин, Т.С. Добровольская // *Праці Одеського політехнічного університету.* – 2012. – Вип. 1(37). – С. 261-266.

19. **Брунеткін О.І.** Визначення діапазону зміни конвективного коефіцієнта тепловіддачі при спалюванні альтернативних видів газоподібного пального / О.І. Брунеткін, А.В. Гусак // *Праці Одеського політехнічного університету.* – 2015. – Вип. 2(46). – С. 79-84.

20. **Brunetkin O.I.** Heat transfer optimization of heat exchange surfaces of boiler equipment with decrease in consumption of combustion products / O.I.

Brunetkin, S.O. Gorban // Праці Одеського політехнічного університету. – 2017. – Вип. 3(53). – С. 32-36.

21. Бондаренко А.В. Исследование высокотемпературного измерительного канала на основе хромель-алюмелевых термопар / А.В. Бондаренко, **А.И. Брунеткин**, А.В. Лысюк // Праці Одеського політехнічного університету. – 2012. – Вип. 2(39). – С. 268-272.

22. **Брунеткин А.И.** Усовершенствованная типовая система управления тепловой нагрузкой барабанных котлов / А.И. Брунеткин, А.А. Максименко, О.В. Лысюк // Актуальные научные исследования в современном мире. Сб. научных тр. Переяслав-Хмельницкий. - 2018. – Вип. 2(34), часть 6. – С. 163-178.

23. Максимов М.В. Математическая модель определения состава смеси углеводородных кислородосодержащих газов сжигаемого топлива / М.В. Максимов, **А.И. Брунеткин**, А.А. Максименко, О.В. Лысюк // Вчені записки таврійського національного університету ім. В.І. Вернадського серія "Технічні науки". Том 29(68) №1, 2018. с.77-84.

Опубліковані праці апробаційної характеру:

24. Бондаренко А.В. Стенд для исследования динамики коэффициента излучения твердых тел при длительном нагреве / А.В. Бондаренко, **А.И. Брунеткин**, А. Вальтер // Информационные технологии и автоматизация – 2012: доклады 5 Всеукраинской научно-производственной конференции, 10-11 октября 2012 г., г. Одесса, ОНАПТ.

25. **Брунеткин А.И.** Идентификация количественного состава неизвестного газообразного горючего и его продуктов сгорания на основе измеренных технологических параметров процесса сжигания топлива / А.И. Брунеткин М.В. Максимов А.В. А.В. Бондаренко // X Международная научно-техническая конференция «Проблемы энергосбережения и пути их

решения Энергетические и теплотехнические процессы и оборудование», 23-24 апреля 2014 г., г. Харьков, НТУ ХПИ. – программа.

26. **Брунеткин А.И.** Приближенный аналитический метод расчета несимметричного нагрева бесконечной пластины / А.И. Брунеткин, М.В. Максимов // XIII Международная научно-техническая конференция «Энергетические и теплотехнические процессы и оборудование», 26–27 апреля 2017 г., г. Харьков, НТУ ХПИ. – программа.

27. **Брунеткин А.И.** Интегральный подход к решению задач динамики / А.И. Брунеткин // Матеріали XVIII міжнародній конференції з математичного моделювання МКММ. Секція: математичне моделювання фізичних і технологічних процесів і систем, 18 - 22 вересня 2017 р., м. Херсон, ХНТУ. – С. 11-12.

28. **Брунеткин А.И.** Упрощенный численный расчет нестационарной теплопередачи на основе метода контрольного объема / А.И. Брунеткин // X Международная научно-практической конференция «Информационные технологии и автоматизация – 2017», 2-6 октября 2017 г., Одесса, ОНАПТ. С. 36-37.

29. **Брунеткін О.І.** Визначення складу суміші горючих газів при їхспалюванні / О.І. Брунеткін, Лисюк О.В. // Міжнародна науково-практична конференція «Сучасні методика, інновації та досвід практичного застосування у сфері технічних наук», 27–28 грудня 2017 р., Люблін, Республіка Польща.

30. Бутенко А.В. Метод идентификации состава газообразного горючего / А.В. Бутенко, **А.И. Брунеткин**, Э.В. Демиденко // Матеріали II міжнародній науково-практичної конференції «Сучасні тенденції розвитку науки», 17-18 березня 2018 р. (частина II), Київ, МНЦД, с. 39-40.

31. Бутенко О.В. Метод ідентифікації складу газоподібного пального / О.В. Бутенко, **О.І. Брунеткін**, В.Е. Демиденко // Матеріали міжнародній науково-практичної конференції «Перспективні напрямки наукової думки»,

18 квітня 2018 р. Том 5, Тернопіль, ГО «Європейська наукова платформа», с. 63-69

32. Бутенко О.В. Модель і метод визначення витрати продуктів згорання газів природного і штучного походження / О.В. Бутенко, О.І. Брунеткін, В.Е. Демиденко, В.В. Бондаренко // Матеріали XVIII міжнародної науково-технічної конференції «Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах (ВОТТП_18_2018)» 8-13 червня 2018 р., Одеса (Затока), с. 56-59.

33. Бутенко А.В. Разработка метода моделирования технических систем / А.В. Бутенко, В.Э. Демиденко, А.И. Брунеткин // Science: discoveries and progress: Proceedings of articles the III International scientific conference. Czech Republic, Karlovy Vary - Russia, Moscow, 2018, April, 28-29 [Electronic resource] / Editors prof. A.V. Belinskaya. – Electron. txt. d. (1 file 2,6 MB). – Czech Republic, Karlovy Vary: Skleněný Můstek – Russia, Kirov: MCNIP, 2018. – 1 elektr. opt. drive (CD-ROM). - ISBN 978-80-7534-188-4 + ISBN 978-5-00090-136-6. – Title from disc label.