

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ОДЕСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»  
Кафедра нафтогазового та хімічного машинобудування

## **КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ**

з дисципліни

### **НАДІЙНІСТЬ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ**

для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти  
спеціальності 133 Галузеве машинобудування

Затверджено на засіданні кафедри  
нафтогазового та хімічного  
машинобудування від 29 серпня 2021 р.,  
протокол № 1

**Одеса-2021**

Конспект лекцій з дисципліни «НАДІЙНІСТЬ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ» для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти спеціальності 133 Галузеве машинобудування. Укладач: Савельєва О.С. Одеса: «Одеська політехніка». 2021. – 109 с.

## Зміст

	Стор.
Вступ .....	4
1 ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ НАДІЙНОСТІ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ .....	5
1.1 Надійність як комплексна властивість об'єкта .....	5
1.2 Класифікація станів .....	6
1.3 Класифікація відмов.....	8
1.4 Часові поняття .....	9
Питання для самоперевірки.....	10
2 МАТЕМАТИЧНІ ОСНОВИ ТЕОРІЇ НАДІЙНОСТІ.....	11
2.1 Поняття події і випадкового процесу .....	11
2.2 Класифікація подій .....	11
2.3 Основні теореми теорії ймовірностей .....	14
2.4 Формула повної ймовірності .....	16
2.5 Формула статистичної перевірки гіпотез .....	16
2.6 Теорема про повторення дослідів (Бернуллі) .....	16
Питання для самоперевірки .....	17
3 ХАРАКТЕРИСТИКИ ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН .....	17
3.1 Якісні характеристики випадкової величини .....	17
3.2 Числові характеристики випадкових величин .....	21
Питання для самоперевірки .....	24
4 ЗАКОНИ РОЗПОДІЛУ .....	24
4.1 Біноміальний розподіл .....	24
4.2 Закон розподілу Пуассона .....	25
4.3 Нормальний закон розподілу .....	26
4.4 Експоненціальний закон розподілу .....	30
Питання для самоперевірки.....	32
5 ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА ПОКАЗНИКІВ НАДІЙНОСТІ .....	32
5.1 Види надійності .....	32
5.2 Вибір та обґрунтування показників надійності .....	33
5.3 Розрахунок показників надійності .....	37
5.4 Методи забезпечення і підвищення надійності .....	43
5.5 Розподіл нормованих показників надійності .....	44
Питання для самоперевірки .....	46
6 СТРУКТУРНІ СХЕМИ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ.....	47
6.1 Поняття складної технічної системи і її структури.....	47
6.2 Аналіз працездатності складної системи.....	50
Питання для самоперевірки.....	51
7 РОЗРАХУНКИ СИСТЕМ З РІЗНИМ СТРУКТУРНИМИ СХЕМАМИ .....	51
7.1 Розрахунок надійності системи з послідовним з'єднанням елементів.....	51
7.2 Розрахунок надійності системи з паралельним з'єднанням елементів.....	52
7.3. Структурні схеми надійності систем з іншими видами з'єднань елементів.....	53
Питання для самоперевірки.....	58

8 ОСНОВНІ ПОЛОЖЕННЯ РЕЗЕРВУВАННЯ ЯК СПОСОБУ ПІДВИЩЕННЯ НАДІЙНОСТІ.....	59
8.1 Класифікація методів резервування.....	59
8.2 Способи структурного резервування і види резерву.....	61
Питання для самоперевірки.....	64
9 РОЗРАХУНОК НАДІЙНОСТІ ТЕХНІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ ПРИ РІЗНИХ СПОСОБАХ РЕЗЕРВУВАННЯ НАДІЙНОСТІ .....	64
9.1 Резервування з постійно включеним резервом.....	64
9.2 Резервування способом заміщення.....	67
9.3 Резервування системи з плаваючим резервом.....	70
Питання для самоперевірки.....	71
10 ОЦІНКА ПОКАЗНИКІВ НАДІЙНОСТІ .....	71
10.1 Оцінка показників надійності за статистичною інформацією про відмови при експлуатації і випробуваннях .....	71
10.2 Оціна надійності на етапі проектування.....	73
10.3 Випробування на надійність .....	75
Питання для самоперевірки.....	83
11 РОЗРАХУНОК НАДІЙНОСТІ ДЕТАЛЕЙ МАШИН ОКРЕМИХ ГРУП .....	83
11.1 Розрахунок надійності з'єднань з натягом.....	84
11.2 Надійність зварових з'єднань.....	86
11.3 Надійність різьбових з'єднань.....	87
11.4 Розрахунок надійності зубчастих передач.....	89
Питання для самоперевірки.....	92
12 ЛОГІКО-ГРАФІЧНІ МЕТОДИ АНАЛІЗУ НАДІЙНОСТІ І РИЗИКІВ .....	92
12.1 . Визначення та символи, які використовуються при побудові дерев .....	94
12.2. Процедура аналізу дерева відмов .....	95
12.3. Якісна і кількісна оцінка дерева відмов.....	99
Питання для самоперевірки .....	100
Перелік використаних джерел .....	101
ДОДАТКИ .....	103

## Вступ

Проблема надійності є однією з ключових для сучасного науково-технічного прогресу, оскільки ні в кого не виникає сумнівів, щодо необхідності забезпечення високої надійності при створенні техніки самого різного призначення, постійного підвищення експлуатаційної надійності вже існуючих машин і обладнання, якісного і своєчасного їх технічного обслуговування, ремонту і збереження. Надійність є однією з важливих характеристик, які враховуються при проектуванні, розробці і експлуатації машин і апаратів.

Теорія надійності – наука, що вивчає закономірності розподілу відмов технічних пристроїв і конструкцій, причини і моделі їх виникнення. В рамках надійності вивчаються методи забезпечення стабільності роботи технічного устаткування в процесі проектування, виробництва, транспортування, експлуатації і зберігання; встановлюються і вивчаються кількісні показники надійності та досліджуються зв'язки між показниками ефективності і надійності.

Недостатня надійність технічних систем приводить до величезних витрат на ремонт, простою обладнання, наприклад, до припинення постачання електроенергією, водою, газом, зупинки транспорту; невиконанням відповідальних завдань, а, інколи, і до аварій, які пов'язані з економічними і людськими втратами.

**Метою вивчення дисципліни** є формування комплексу знань щодо методів теоретичної та практичної оцінки рівня надійності технічних об'єктів різного рівня складності для подальшого їх практичного застосування при розв'язанні прикладних задач.

**Задачі дисципліни.** Для досягнення мети вивчення дисципліни здобувачі повинні опанувати базовими поняттями теорії надійності, методами теоретичних розрахунків та прогнозування рівня надійності технічної системи на всіх стадіях її життєвого циклу, застосовувати закони розподілу ймовірності безвідмовної роботи, навчитися будувати структурні схеми для визначення надійності, вибору сучасних методів забезпечення надійної роботи обладнання нафтогазохімічної галузі та підприємств будівельних матеріалів.

Дисципліна «Надійність технічних систем» є однією з завершальних у системі підготовки бакалаврів за спеціальністю 133 Галузеве машинобудування. Вона узагальнює набуті здобувачами знання у галузі розрахунку та проектування об'єктів галузевого машинобудування, технології їх виготовлення, діагностування та ремонту та поширює їх в напрямку встановлення показників якості машин та обладнання як складних технічних систем та їх розрахунку, що базуються на сучасних математичних моделях і методах.

Дисципліна базується на знаннях, отриманих при вивченні таких дисциплін, як «Вища математика», «Деталі машин», «Матеріалознавство».

Дисципліна має націлити майбутніх професіоналів на осмислене і творче застосування отриманих знань в їх практичній діяльності.

Він стане в пригоді для підготовки здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти: денної форми здобуття вищої освіти до поточного та першого модульного контролю, заочної форми здобуття вищої освіти – для виконання контрольної роботи.

# 1 ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ НАДІЙНОСТІ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

## 1.1 Надійність як комплексна властивість об'єкта

Вивчення причин, що викликають відмови об'єктів, визначення закономірностей, яким вони підкоряються, розробка методу перевірки надійності виробів і способів контролю надійності, методів розрахунків і випробувань, пошук шляхів і засобів підвищення надійності – є предметом досліджень надійності.

Наука про надійність – комплексна, її розвиток відбувається в тісній взаємодії з іншими науками, такими як фізика, хімія, математика та ін., що особливо наочно проявляється при визначенні надійності систем великого масштабу і складності.

При вивченні питань надійності розглядають найрізноманітніші об'єкти – вироби, споруди, системи з їх підсистемами. Надійність виробу залежить від надійності його елементів.



**Надійність** – властивість об'єкта зберігати в часі в установлених межах значення всіх параметрів, що характеризують здатність виконувати необхідні функції в заданих режимах і умовах застосування, технічного обслуговування, зберігання і транспортування.

Недостатня надійність об'єкта призводить до величезних витрат на його ремонт, простою машин, припинення постачання населення електроенергією, водою, газом, транспортними засобами, невиконання відповідальних завдань, іноді до аварій, пов'язаних з великими економічними втратами, руйнуванням великих об'єктів і людськими жертвами. Чим менше надійність машин, тим більші партії їх доводиться виготовляти, що призводить до перевитрат металу, зростання виробничих потужностей, завищення витрат на ремонт і експлуатацію.

Надійність об'єкта є **комплексною властивістю**, її оцінюють за чотирма показниками – безвідмовністю, довговічністю, ремонтопридатністю і зберіганням або за поєднанням цих властивостей.

**Безвідмовність** – властивість об'єкта зберігати працездатність безперервно протягом деякого часу або деякого напрацювання. Ця властивість особливо важлива для машин, відмова в роботі яких пов'язана з небезпекою для життя людей. Безвідмовність властива об'єкту в будь-якому з можливих режимів його існування, в тому числі, при зберіганні і транспортуванні.

**Довговічність** – властивість об'єкта зберігати працездатний стан до настання граничного стану при встановленій системі технічного обслуговування і ремонту. На відміну від безвідмовності довговічність характеризується тривалістю роботи об'єкта за сумарним напрацюванням, переривається періодами для відновлення його працездатності в планових і непланових ремонтах і при технічному обслуговуванні.

**Ремонтпридатність** – властивість об'єкта, що полягає у його пристосованості до підтримання та відновлення працездатного стану шляхом проведення технічного обслуговування і ремонту. Важливість ремонтпридатності технічних систем визначається величезними витратами на ремонт машин.

**Збереженість** – властивість об'єкта зберігати в заданих межах значення параметрів, що характеризують здатність об'єкта виконувати необхідні функції, протягом і після зберігання та (або) транспортування. Практична роль цієї властивості велика для деталей, вузлів і механізмів, що знаходяться на зберіганні в комплекті запасних частин.

Для об'єктів, що працюють безперервно, таких, наприклад, як енергоблок електричної станції, магістральні нафто- і газопроводи важливо являються безвідмовність, ремонтпридатність і довговічність. А об'єкти, що працюють сезонно, повинні крім прийнятної безвідмовності, мати вищі показники ремонтпридатності, довговічності і зберігання (сільськогосподарська техніка).

## 1.2 Класифікація станів

Об'єкти поділяють на **невідновлювані**, які не можуть бути відновлені споживачем і підлягають заміні (наприклад, електричні лампочки, підшипники, резистори і т.д.), і **відновлювані**, які можуть бути відновлені (наприклад, телевізор, автомобіль, трактор, верстат тощо).

Надійність об'єкта характеризується наступними **станами**:

- справний,
- несправний,
- працездатний,
- непрацездатний.

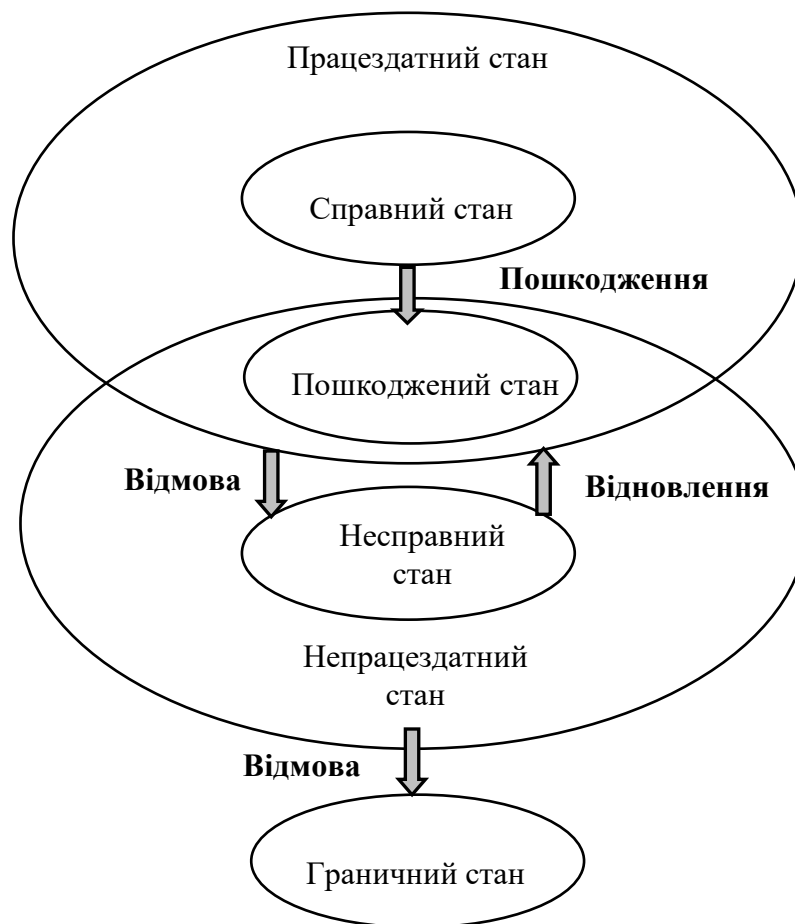


Рисунок 1.1 – Схема станів

**Справний стан** – такий стан об'єкта, при якому він відповідає всім вимогам нормативно-технічної і (або) конструкторської (проектної) документації. Справний виріб обов'язково працездатний.

**Несправний стан** – такий стан об'єкта, при якому він не відповідає хоча б одній з вимог нормативно-технічної і (або) конструкторської (проектної) документації. Розрізняють несправності, що не приводять до відмов, і несправності, що приводять до відмов. Наприклад, пошкодження фарбування автомобіля означає його несправний стан, але такий автомобіль працездатний.

**Працездатним** станом називають такий стан об'єкта, при якому він здатний виконувати задані функції, відповідають вимогам нормативно-технічної і (або) конструкторської (проектної) документації.

**Непрацездатний** виріб є одночасно несправним.

**Граничний стан** об'єкта – стан, при якому його подальша експлуатація або відновлення працездатного стану неможливе чи недоцільне. Ознаки (критерії) граничного стану встановлюються нормативно-технічною і (або) конструкторською (ю документацією на відповідний об'єкт).

**Відновлення** як переведення об'єкта з непрацездатного в працездатний стан включає в себе ідентифікацію відмови (визначення її місця і характеру), наладку або заміну елемента, що відмовив, регулювання і контроль технічного стану елементів об'єкта і заключну операцію контролю працездатності об'єкта в цілому.

Таким чином, **відновлюваність** – це сукупність властивостей ремонтпридатності елементів і заходів по обслуговуванню, які призводять систему, що відмовила, в працездатний стан.

**Відновлюваний об'єкт** – об'єкт, для якого в ситуації, що розглядається, проведення відновлення працездатного стану передбачено в нормативно-технічній і (або) конструкторській (проектній) документації.

**Ремонтований об'єкт** – об'єкт, для якого проведення ремонтів передбачено в нормативно-технічною і (або) конструкторською (проектною) документацією. Для неремонтованих об'єктів ремонти не передбачаються.

**Обслуговуваний об'єкт** – об'єкт, для якого проведення технічного обслуговування передбачено в нормативно-технічною і (або) конструкторською (проектною) документацією.

**Невідновлювальний об'єкт** досягає граничного стану при виникненні відмови або при досягненні заздалегідь встановленого (нормативного) гранично-допустимого значення терміну служби або сумарного напрацювання.

Для відновлюваних об'єктів граничний стан системи (елемента) характеризується неможливістю подальшої експлуатації системи (елемента) або:

- з технічних причин (зношування і / або старіння);
- з економічних причин (різке зростання експлуатаційних витрат і зниження ефективності виробництва);
- за вимогами безпеки експлуатації системи в цілому або окремих її елементів.

**Життєвий цикл** об'єкта (виробу) – його експлуатація до граничного стану.



### 1.3 Класифікація відмов

Важливими поняттями в теорії надійності і практиці експлуатації технічних систем (ТС) є пошкодження і відмови.

**Відмова** – випадкова подія, яка полягає в порушенні працездатного стану об'єкта.

**Пошкодження** – подія, яка полягає в порушенні справності ТС або її складових частин внаслідок впливу зовнішніх умов, що перевищують рівні, встановлені нормативно-технічною і (або) конструкторською (проектною) документацією.

Відмови об'єктів ТС можуть бути різних видів і класифікуються за різними ознаками.

Пошкодження може бути **істотним** і стати причиною відмови і **несуттєвим**, при якому працездатність ТС зберігається.

Стосовно до відмов і пошкоджень розглядають

- критерій,
- причину,
- ознаки прояву,
- характер
- наслідки.

**Критерієм** відмови є ознаки виходу хоча б одного заданого параметра за встановлений допуск. Критерії відмови повинні вказуватися в НТД на об'єкт.

**Причинами** відмови можуть бути прорахунки, допущені при конструюванні, дефекти виробництва, порушення правил і норм експлуатації, пошкодження, а також природні процеси зношування і старіння.

Для виявлення відмови будь-якого об'єкта необхідно встановити ознаки прояву та характер фактичного існування відмови.

**Ознаки** відмови або пошкодження виявляють безпосередній або опосередкований вплив на органи чуття спостерігача (оператора) явищ, характерних для непрацездатного стану об'єкта, або процесів з ними пов'язаних. Наприклад, виникнення певних шумів (стуку) при роботі машин, витік газів або рідин з апаратів, трубопроводів, машин; зміни встановлених технологічним регламентом значень тисків, температур, витрат і концентрації речовин; зростання гідравлічного і теплового опору; зниження випуску і якості продукції і т. п.

**Характер** відмови або пошкодження визначають конкретні фізико-хімічні, технологічні, механічні та інші фактичні зміни в об'єкті, пов'язані з виникненням відмови (пошкодження).

До **наслідків** відмови або пошкодження відносяться явища і події, що виникли після відмови або пошкодження і знаходяться в безпосередньому причинному зв'язку з нею.

Факт виникнення відмови встановлюється відповідно до певної відмітної ознаки або сукупності ознак непрацездатного стану об'єкта (критерію відмови).



**Поняття відмови є змістовним, оскільки дозволяє вводити чисельні характеристики надійності.**

Відмови за характером виникнення поділяють на випадкові і не випадкові (систематичні).

**Випадкові** відмови викликаються непередбачуваними навантаженнями, прихованими дефектами матеріалів, похибками виготовлення, помилками обслуговуючого персоналу.

**Невипадкові** відмови – це закономірні явища, що викликають поступове накопичення пошкоджень, пов'язані з впливом середовища, часу, температури, опромінення тощо.

Залежно від можливості прогнозувати момент настання відмови відмови поділяють на **раптові** (поломки, заїдання, відключення) і **поступові** (зношення, старіння, корозія).

**Раптова** відмова характеризується стрибкоподібною зміною значень одного або декількох параметрів об'єкта. Поступова відмова виникає в результаті поступової зміни цих параметрів, накопичення ушкоджень за деякий час. Раптові відмови технологічних елементів характеризуються тим, що зазвичай відсутні видимі ознаки їх наближення, тобто безпосередньо перед відмовою зазвичай не виявляються кількісні зміни характеристик елемента; вони є наслідками випадкових процесів неконтрольованої зміни будь-яких параметрів елементів (вважаються випадковими подіями). Їх настання не може бути передбачене попереднім контролем або діагностуванням. Останнє обумовлено тим, що або взагалі не існує надійних методів діагностування, або таке лабораторне обладнання дороге і може бути встановлено не на всіх апаратах.

Для обладнання, що не має обертових частин, раптові відмови обумовлені порушенням його герметичності внаслідок тріщин, локальних наскрізних руйнувань оболонок, зварних і рознімних з'єднань і т. п. До раптових відмов в хімічній технології відносяться також відмови аварійних систем безпеки, блокувань та інших засобів автоматичного керування процесом. Найбільшу небезпеку становлять раптові відмови в роботі засобів регулювання заданих параметрів: температури, тиску, рівнів рідини в апаратурі, які можуть привести до розгерметизації технологічного обладнання, викидам в атмосферу вибухонебезпечних продуктів і великих аварій. До раптових відмов схильні ущільнення, пристрої автоматичного контролю і управління технологічними процесами, клапани, насоси, фільтри, діафрагми і т. п.

Елементи відмовляють **поступово** за рахунок старіння, корозійно-ерозійного впливу, зношування (тертя сполучених елементів), змінних навантажень, втоми, хоча всі встановлені правила і норми проектування, виготовлення і експлуатації можуть дотримуватися (деградаційна відмова).

На відміну від раптових відмов в елементі, при аналізі моментів виникнення поступових відмов контролюється змінюваний конструкційний або технологічний параметр, при досягненні критичного значення якого настає відмова.

З причин виникнення відмови класифікують на конструктивні (викликані недоліками конструкції), виробничі (викликані порушеннями технології виготовлення) та експлуатаційні (спричинені неправильним використанням).

#### 1.4 Часові поняття

В ГОСТ 27.002-89 дані наступні визначення ряду понять, пов'язаних з часовими характеристиками в роботі об'єкта.

**Напрацювання** – **тривалість або обсяг роботи об'єкта**. Напрацювання може бути як безперервною величиною (тривалість роботи в годинах, кілометраж пробігу і т. п.), так і цілочисельною (число робочих циклів, запусків і т. п.).

**Напрацювання до відмови** – напрацювання об'єкта від початку експлуатації до

виникнення першої відмови.

**Напрацювання між відмовами** – напрацювання об'єкта від закінчення відновлення його працездатного стану після відмови до виникнення наступної відмови.

**Час відновлення** – тривалість відновлення працездатного стану об'єкта.

**Ресурс** – сумарне напрацювання об'єкта від початку його експлуатації або його відновлення після ремонту до переходу в граничний стан.

**Термін служби** – календарна тривалість експлуатації від початку експлуатації об'єкта або його відновлення після ремонту до переходу в граничний стан.

**Термін зберігання** – календарна тривалість зберігання і (або) транспортування об'єкта, протягом якого зберігаються в заданих межах значення параметрів, що характеризують здатність об'єкта виконувати задані функції. Після закінчення терміну зберігання об'єкт повинен відповідати вимогам безвідмовності, довговічності і ремонтпридатності, встановленим нормативно-технічною документацією на об'єкт.

**Залишковий ресурс** – сумарне напрацювання об'єкта від моменту контролю його технічного стану до переходу в граничний стан. Аналогічно вводяться поняття залишкової напрацювання до відмови, залишкового терміну служби і залишкового терміну зберігання.

**Призначений ресурс** – сумарне напрацювання, при досягненні якої експлуатація об'єкта має бути припинена незалежно від його технічного стану.

**Призначений термін служби** – календарна тривалість експлуатації, при досягненні якої експлуатація об'єкта має бути припинена незалежно від його технічного стану.

**Призначений термін зберігання** – календарна тривалість зберігання, при досягненні якої зберігання об'єкта повинно бути припинено незалежно від його технічного стану.

Після закінчення призначеного ресурсу (терміну служби, терміну зберігання) об'єкт повинен бути вилучений з експлуатації і має бути прийнято рішення, передбачене відповідною нормативно-технічною документацією – направлення в ремонт, списання, знищення, перевірка і встановлення нового призначеного терміну і т. д.

## Питання для самоперевірки



1. Опишіть предмет дослідження надійності.
2. Проаналізуйте поняття надійності як комплексної властивості об'єкта.
3. Ідентифікуйте окремі показники надійності, за якими оцінюють властивості об'єкта.
4. Назвіть основні стани, які характеризують надійність об'єкта і дайте їх коротку характеристику.
5. Поясніть відмінності між відновлюваним і невідновлюваним об'єктами.
6. Відтворіть термінологію стосовно відмов і пошкоджень: критерій, причина, ознаки прояву, характер і наслідки.
7. Порівняйте ряд понять, пов'язаних з часовими характеристиками в роботі об'єкта.
8. Поясніть різницю між ресурсом та терміном служби.
9. Поясніть різницю між напрацюванням до відмови і між відмовами.

## 2 МАТЕМАТИЧНІ ОСНОВИ ТЕОРІЇ НАДІЙНОСТІ

Теорія надійності – наука, що вивчає:

- закономірності виникнення відмов систем;
- нормовані критерії і кількісні характеристики надійності;
- методи аналізу складних систем за критеріями надійності;
- методи підвищення надійності;
- методи випробувань на надійність;
- методи експлуатації систем з урахуванням надійності (обґрунтування періодичності технічного обслуговування систем, норм запасних частин, методів відшукування несправностей);
- методи збору та аналізу статистичних даних про відмови систем.

### 2.1 Поняття події і випадкового процесу

*Випадковий характер* часу виникнення *відмов*, складність об'єктів дозволяє використовувати в якості математичного апарату теорії надійності теорію ймовірностей і математичну статистику, а також теорію масового обслуговування (теорію графів і ланцюги Маркова).



**Випадковою величиною** називається змінна величина, яка в результаті випробувань або при якихось явищах може приймати те чи інше значення (наприклад, відхилення розміру виробу від номінального значення, час безвідмовної роботи виробів та ін.).

Випадкові величини прийнято позначати великими латинськими літерами:  $X, Y, Z, \dots$ , а їх можливі значення – відповідними малими:  $x, y, z, \dots$

Випадкова величина називається *дискретною*, якщо її можливі значення є такими, що можна обчислити, але не обов'язково скінченні, і *неперервною*, якщо її можливі значення безперервно заповнюють деякий інтервал на числовій осі.

**Випадковим процесом** або **випадковою функцією** називається сукупність випадкових величин, що відповідають різним значенням деякого не випадкового параметра: зміна діаметра по довжині вала, внутрішні шуми, флуктуації в електричних ланцюгах і т.д.

### 2.2 Класифікація подій

Одним з основних понять теорії ймовірностей є поняття **події**.

*Під випадковою подією(подією) розуміють будь-який факт, який може статися в результаті дослідження або випробування.*

Розрізняють складені (або розкладні) події та елементарні події. Кожен нерозкладний результат дослідження можна представити однією і тільки однією елементарною подією.

Під дослідом, або випробуванням, розуміють здійснення певного комплексу умов. Прикладами подій можуть слугувати: влучення в ціль при пострілі з гармати (дослід – виконання пострілу; подія – влучення в ціль); випадання двох гербів при триразовому киданні

монети (дослід – триразове кидання монети; подія – випадання двох гербів); поява помилки вимірювання в заданих межах при вимірюванні дальності до мети (дослід – вимір дальності; подія – помилка вимірювання).

*Наприклад.* Дослід полягає в підкиданні гральної кості (шестигранного кубика, на сторонах якого нанесені цифри від 1 до 6). Простір елементарних подій цього експерименту можна представити у вигляді  $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6\}$ , де кожен з результатів відповідає числу очок, які випали на верхній грані.

Події, як правило, позначають великими літерами латинського алфавіту  $A, B, C$  і т.д.

Нехай подія  $A$  – випадання парної кількості очок;  $B$  – випадання числа очок, не більше двох,  $C$  – випадання числа очок, кратних трьом. Тобто ці події можна представити в вигляді сукупності сприятливих їм елементарних результатів:  $A = \{\omega_2, \omega_4, \omega_6\}$ ;  $B = \{\omega_1, \omega_2\}$ ;  $C = \{\omega_3, \omega_6\}$ .



**Відмова або її відсутність – основні випадкові події, які вивчаються наукою «надійність».**

Повністю попередити відмови неможливо через неможливість точного передбачення відмови як випадкової події за часом і місцем виникнення. Однак можуть бути житті заходи для зменшення їх частоти.

Якщо при масових подіях, наприклад, при масових випробуваннях, обов'язково відбувається деяка подія, то така подія називається **достовірною**. Достовірною подією обов'язково відбудеться в умовах даного дослідження.

Причини достовірної події очевидні і піддаються точному врахуванню. Наприклад, абсолютно достовірним є факт роботи справного насоса, якщо до нього підключений справний електромотор, до контактів якого прикладена напруга.

Якщо ж деяка подія свідомо не може статися, то її називають **неможливою**. Наприклад, подія, що полягає в тому, що з партії стандартних деталей буде взята стандартна деталь, є достовірною, а нестандартна – неможливою; якщо в мережі відсутня напруга, то робота мотора, що живиться від цієї мережі, є подією неможливою.

Події називаються **рівноможливими**, якщо за умовами випробування жодна з цих подій не є об'єктивно більш можливою, ніж інші. Наприклад, нехай магазину поставляють електролампочки (причому в рівних кількостях) кілька заводів-виготовлювачів. Події, що полягають в покупці лампочки будь-якого з цих заводів – рівноможливі.

Розрізняють події сумісні і несумісні. Події називаються **сумісними**, якщо настання однієї з них не виключає настання іншої. В іншому випадку події називаються **несумісними**.

Важливим поняттям є **повна група подій**. **Кілька подій в даному досліді утворюють повну групу, якщо в результаті обов'язково з'явиться хоча б одна з них.** Наприклад, в урні знаходиться десять куль, з них шість куль червоних, чотири білих, причому п'ять куль мають номери. Подія  $A$  – поява червоної кулі при одному витягу,  $B$  – білої кулі,  $C$  – кулі з номером. Події  $A, B, C$  утворюють повну групу спільних подій.

Розрізняють поняття **протилежної**, або **додаткової**, події. Під протилежною подією  $\bar{A}$  розуміється подія, яка обов'язково має відбутися, якщо не настала певна подія  $A$ .

*Протилежні події несумісні і єдино можливі. Вони утворюють повну групу подій.* Наприклад, якщо партія виготовлених виробів складається з придатних і бракованих, то при вилученні одного виробу він може виявитися або придатним – подія  $A$ , або бракованим – подія  $\bar{A}$ .

Розглядаючи випадки появи або відсутності події  $A$  в великій кількості випробувань, можна встановити певні закономірності появи цієї події. Якщо при проведенні  $n_1$  випробувань подія  $A$  мала місце  $m_1$  раз, то **відносну частоту появи події  $A$**  визначають із співвідношення:

$$P^*(A) = \frac{m_1}{n_1} . \quad (2.1)$$

Якщо подія  $A$  мала місце в кожному з  $n_1$  випробувань, тобто  $m_1 = n_1$ , то  $P^*(A) = 1$ . Якщо подія  $A$  не настала в жодному з  $n_1$  випробувань, тобто  $m_1 = 0$ , то  $P^*(A) = 0$ . При проведенні серії послідовних випробувань отримуємо співвідношення

$$P_1^* = \frac{m_1}{n_1}; \quad P_2^* = \frac{m_2}{n_2}; \dots; \quad P_i^* = \frac{m_i}{n_i} .$$

Відносна частота стає більш стійкою при збільшенні числа випробувань.

*Постійну величину, до якої наближається відносна частота випадкової події, називають **імовірністю випадкової події  $A$**  і позначають символом  $P(A)$* , тобто імовірністю випадкової події називається число, біля якого групуються частоти цієї події в міру збільшення числа випробувань.

Імовірність характеризує подію за ступенем її можливості. **Імовірність є чисельною мірою ступеня об'єктивної можливості даної події.**

На практиці при великій кількості випробувань ймовірність випадкової події наближено приймають рівною відносній частоті цієї події:

$$P(A) \approx P^*(A).$$

Математичним підставою цього твердження є закон великих чисел (Я. Бернуллі) – ймовірність відхилення відносної частоти деякої події  $A$  від ймовірності  $P(A)$  цієї події більш ніж на довільно задану величину  $\varepsilon > 0$  стає як завгодно малою, якщо число випробувань  $n$  необмежено зростає.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \left( \left| P(A) - \frac{n_A}{n} \right| < \varepsilon \right) = 1, \quad \varepsilon > 0.$$

Таким чином, ймовірність події  $P(A)$  – це число, яке знаходиться в інтервалі від нуля до одиниці, тобто справедлива нерівність

$$0 \leq P(A) \leq 1. \quad (2.2)$$

При **геометричному визначенні ймовірності** вважається, що потрапляння характеристичної точки – індикатора події до якої-небудь підобласті  $g$  в області  $G$  не залежить ні від її форми, ні від її розміщення у межах  $G$ , а пропорційно мірі  $g$ . Тоді ймовірність влучення випадкової характеристичної точки  $M$  до заданої підобласті може бути визначена у вигляді відношення параметрів вимірів областей (довжин відрізків, площ, об'ємів)



$$P(M \in g) = \frac{\text{mes } g}{\text{mes } G}.$$

## 2.3 Основні теореми теорії ймовірностей



Для визначення ймовірностей подій застосовуються не безпосередні прямі методи, а непрямі, що дозволяють за відомими ймовірностями одних подій визначати ймовірності інших подій, з ними пов'язаних.

Непрямі методи використовують основні теореми теорії ймовірностей: **теорему додавання ймовірностей** і **теорему множення ймовірностей**.

Сумою (об'єднанням) двох подій  $A$  і  $B$  називається подія  $C$ , що полягає у виконанні події  $A$  або події  $B$ , або обох разом. Сумою декількох подій називається подія, яка полягає у появі хоча б однієї з цих подій.

Добутком (перетином) двох подій  $A$  і  $B$  називається подія  $C$ , що полягає в спільному виконанні події  $A$  і події  $B$ . Добутком кількох подій називається подія, яка полягає у спільній появі всіх цих подій.

В прикладі з гральним кубиком сума двох подій  $A \cup B = \{\omega_1, \omega_2, \omega_4, \omega_6\}$  – випадання парної кількості очок, або не більше двох.  $A \cap B = \{\omega_2\}$ . Різниця цих подій полягає в здійсненні події  $A$  без здійснення події  $B$ :  $A \setminus B = \{\omega_2, \omega_4, \omega_6\}$  – випадання парної кількості очок, більше двох. Протилежна подія події  $\bar{A}$  – випадання непарної кількості очок,  $\bar{A} = \{\omega_1, \omega_3, \omega_5\}$ ,  $\bar{B} = \{\omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6\}$  – випадіння очок, більших за два. Події  $B$  і  $C$  є несумісними (тобто жодна елементарна подія одночасно не сприятлива ні події  $B$ , ні події  $C$ , оскільки на гральному кубуку не можливо одночасно, що випала кількість очок кратна трьом і менша, ніж два.

**Умовна ймовірність події  $A$  за умови події  $B$**  (позначається  $P(A|B)$ ) – це ймовірність події  $A$ , визначена за умови, що подія  $B$  відбулася. За визначенням

$$P(A|B) = P(AB) / P(B).$$

Визначення умовних ймовірностей – це, по суті, перехід в новий, обрізаний заданою умовою  $B$ , простір елементарних подій.

Аналогічно

$$P(B|A) = P(AB) / P(A).$$

Ці записи є формою запису теореми множення ймовірностей.

При визначенні ймовірностей складних подій доводиться представляти їх у вигляді комбінацій більш простих подій, застосовуючи і операцію додавання, і операцію множення подій.



### **Теорема додавання ймовірностей.**

Ймовірність суми двох **несумісних** подій дорівнює сумі ймовірностей цих подій

$$P(A+B) = P(A) + P(B), \quad (2.3)$$

ймовірність суми кількох подій дорівнює сумі ймовірностей цих подій

$$P(A_1 + A_2 + \dots + A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n). \quad (2.4)$$

Більш зручний запис теореми додавання:

$$P\left(\sum_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A_i). \quad (2.5)$$

Наслідок 1. Якщо події  $A_1, A_2, \dots, A_n$  утворюють повну групу несумісних подій, то їх сума їх імовірностей дорівнює одиниці:

$$\sum_{i=1}^n P(A_i) = 1. \quad (2.6)$$

Наслідок 2. Сума ймовірностей протилежних подій дорівнює одиниці.

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1. \quad (2.7)$$

Імовірність суми двох **сумісних** подій знаходиться за формулою:

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB), \quad (2.8)$$

яка для трьох таких подій має вигляд:

$$P(A + B + C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(AC) - P(BC) + P(ABC). \quad (2.9)$$

Імовірність суми будь-якої кількості **сумісних** подій знаходиться за формулою

$$P\left(\sum_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A_i) - \sum_{i,j} P(A_i A_j) + \sum_{i,j,k} P(A_i A_j A_k) + \dots + (-1)^{n-1} P(A_1 A_2 \dots A_n). \quad (2.10)$$

Подія  $A$  називається **незалежною** від події  $B$ , якщо ймовірність події  $A$  не залежить від того, відбулася подія  $B$  чи ні. Подія  $A$  називається **залежною** від події  $B$ , якщо ймовірність події  $A$  змінюється в залежності від того, відбулася подія  $B$  чи ні.



### **Теорема множення ймовірностей.**

Добутком двох **незалежних подій**  $A$  і  $B$  є така складна подія  $AB$ , яка полягає у тому, що відбувається і подія  $A$ , і подія  $B$  (або : ймовірність добутку двох подій дорівнює добутку ймовірності однієї з них на умовну ймовірність іншої, обчисленої за умови, що перша мала місце), при цьому:

а) у випадку незалежних подій  $A$  і  $B$ :

$$P(AB) = P(A)P(B). \quad (2.11)$$

б) при  $n$  незалежних подіях :

$$P(A_1 A_2 \dots A_n) = P(A_1)P(A_2) \dots P(A_n) = P\left(\prod_{i=1}^n A_i\right) = \prod_{i=1}^n P(A_i) \quad (2.12)$$

в) для залежних подій  $A$  і  $B$ :

$$P(AB) = P(B) P(A|B); \quad (2.13)$$

г) для  $n$  залежних подій:

$$P(A_1 A_2 \dots A_n) = P(A_1)P(A_2/A_1)P(A_3/A_1 A_2) \dots P(A_n/A_1 A_2 \dots A_{n-1}); \quad (2.14)$$

д) для двох сумісних подій:

$$P(AB) = P(A) + P(B) - P(A+B); \quad (2.15)$$

е) для трьох таких подій:

$$P(ABC) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A+B) - P(A+C) - P(B+C) + P(A+B+C); \quad (2.16)$$

ж) для  $n$  сумісних подій:

$$P(A_1 A_2 \dots A_n) = \sum_i P(A_i) - \sum_{i,j} P(A_i + A_j) + \sum_{i,j,k} P(A_i + A_j + A_k) + \dots + (-1)^{n-1} P(A_1 + A_2 + \dots + A_n)$$



## 2.4 Формула повної ймовірності



Наслідком обох основних теорем – теорема додавання ймовірностей і теорема множення ймовірностей – є **формула повної ймовірності: ймовірність події  $A$ , яка залежить від  $n$  несумісних подій  $B_1, B_2, \dots, B_n$ :**

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(B_i)P(A/B_i), \quad (2.18)$$

тобто ймовірність події  $A$  визначається як сума добутків ймовірностей кожної з несумісних подій на ймовірність події  $A$  при даній ймовірності.

**Якщо відомо, що в результаті дослідження подія  $A$  відбулася, то нові (апостеріорні) ймовірності гіпотез можна визначити за формулою Байєса.**

## 2.5 Формула статистичної перевірки гіпотез

Із теореми множення (2.13) та очевидної рівності  $P(AB) = P(BA)$  випливає, що

$$P(B) P(A|B) = P(A) P(B|A),$$

звідси

$$P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)}, \quad P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(B)}. \quad (2.19)$$



Ця формула застосовується при вирішенні практичних задач, коли подія  $A$ , що з'являється сумісно з будь-якою з подій  $B_1, B_2, \dots, B_n$ , які утворюють повну групу подій, відбулася і необхідно здійснити кількісне переоцінювання ймовірностей гіпотез  $B_1, B_2, \dots, B_n$ . Апостеріорні (до випробування) ймовірності  $P(B_1), P(B_2), \dots, P(B_n)$  відомі. Необхідно визначити апостеріорні (після випробування, під час якого подія  $A$  відбулася) ймовірності, тобто по суті, необхідно віднайти умовні ймовірності  $P(B_1|A), P(B_2|A), \dots, P(B_n|A)$ .

## 2.6 Теорема про повторення дослідів (Бернуллі)

Ймовірність настання хоча б однієї події із множини подій  $A_1, A_2, \dots, A_n$  у серії з  $n$  незалежних випробувань, які відбуваються з ймовірностями  $p_1, p_2, \dots, p_n$  відповідно, дорівнює:

$$P(A) = 1 - q_1 q_2 \dots q_n, \quad (2.20)$$

де  $q_i$  – ймовірність протилежної події  $\bar{A}_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ),  $q_i = 1 - p_i$ .

Якщо події  $A_1, A_2, \dots, A_n$  відбуваються з однаковою ймовірністю  $p$ , то ймовірність настання хоча б однієї з них дорівнює

$$P(A) = 1 - q^n. \quad (2.21)$$

Ймовірність  $t$  проявів події  $A$  у серії  $n$  незалежних випробувань визначається за біноміальною **формулою Бернуллі**



$$P_{m,n} = C_n^m p^m q^{n-m}, \quad (2.22)$$

де  $p$  – ймовірність події  $A$  в одному досліді;

$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$  – число поєднань і  $n$  елементів за  $m$  (біноміальний коефіцієнт),

$q = 1 - p$  – ймовірність протилежної події.

$$C_n^m = \frac{A_n^m}{P_n} = \frac{[(n-m+1) \dots (n-1)n]}{m(m-1) \dots 2 \cdot 1},$$

де  $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} = n(n-1) \dots (n-m+1)$  – число розміщень із  $n$  елементів по  $m$ ;

$P_n = n!$  – число можливих перестановок  $n$  елементів.



### Питання для самоперевірки

1. Назвіть основні методи та закономірності, які вивчає наука надійність.
2. Опишіть випадкову величину як змінну.
3. Поясніть відмінності між достовірними і неможливими подіями, сумісними і несумісними.
4. Проаналізуйте властивості повної групи подій.
5. Порівняйте запис теореми додавання ймовірностей для сумісних і несумісних подій.
6. Поясніть застосування теореми множення ймовірностей для незалежних, сумісних і залежних подій.
7. Поясніть для вирішення яких практичних задач застосовується формула статистичної перевірки гіпотез.
8. Поясніть для вирішення яких практичних задач застосовується теорема про повторення дослідів.

## 3 ХАРАКТЕРИСТИКИ ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН

### 3.1 Якісні характеристики випадкової величини

Очевидно, що для повного опису досліджуваного ймовірнісного експерименту (тобто для вичерпного завдання випадкової величини, яка його характеризує) недостатньо завдати тільки простір елементарних подій  $\Omega$ . До цього необхідно додати:

а) для дискретної випадкової величини – правило, за яким ставляться у відповідність кожному випадковому значенню  $x_i$ , ймовірність того, що в результаті експерименту випадкова величина  $X$  прийме це значення:  $x_i \rightarrow P(X = x_i)$

б) для неезперервної випадкової величини – правило, яке дозволяє поставити у відповідність будь-якій вимірювальній області  $\Delta X$  можливих значень випадкової величини  $X$  ймовірність потрапляння випадкової величини в цю область:  $\Delta X \rightarrow P(x \in \Delta X)$

Таким чином, закон розподілу випадкової величини – будь-яке співвідношення, яке встановлює зв'язок між відповідними значеннями випадкової величини і відповідним їй ймовірностям.

Для опису випадкових величин використовують два основних способи.

*Перший спосіб* передбачає введення так званих характеристик розподілу: **функцій розподілу та щільності ймовірності**.

*Другий спосіб* полягає у завданні **числових характеристик**, або **моментів**.

Випадкова величина буде повністю визначена з імовірнісної точки зору, якщо заданий **закон розподілу випадкової величини**, тобто точно зазначена ймовірність, з якою можлива поява кожного зі значень, яких набуває випадкова величина.

Закон розподілу може бути заданий у вигляді таблиці, що складається з двох рядків, у першому з яких перелічені можливі значення випадкової величини  $X$ , а у другому – відповідні ймовірності.

$X$	$x_1$	$x_2$	$\dots$	$x_n$
$P$	$P_1$	$P_2$	$\dots$	$P_n$

Така таблиця має назву **ряд розподілу**, а її графічне зображення – **багатокутник розподілу**.

**Рядом розподілу можуть бути задані лише дискретні випадкові величини.**

**Функція розподілу** випадкової величини  $X$  визначається як

$$F(x) = P(X < x). \quad (3.1)$$

З геометричної точки зору  $F(x)$  характеризує ймовірність того, що випадкова величина  $X$  знаходиться лівіше від точки (значення)  $x$  на числовій осі (рис. 3.1)



Рисунок 3.1 – Геометричне розташування точки



**Функція розподілу – універсальна характеристика випадкової величини. Вона існує для усіх без винятку випадкових величин: як дискретних, так і для неперервних, і повністю характеризує їх з ймовірнісної точки зору.**

Функція  $F(x)$  відноситься до неспадних функцій, тобто  $F(x_2) \geq F(x_1)$  при  $x_2 > x_1$ :  $x$  монотонно зростає при безперервних процесах і поступово зростає при дискретних процесах.

В межах зміни випадкової величини  $X$  ця функція змінюється від 0 до 1:  $0 \leq F(x) \leq 1$ , причому  $F(-\infty) = 0$ ;  $F(\infty) = 1$ .

Функція розподілу дискретної випадкової величини  $X$  визначається як

$$F(x) = P(X < x) = \sum_{x_k < X} P_k, \quad (3.2)$$

де нерівність під знаком суми вказує, що підсумовування поширюється на усі значення  $x_k$ , які

менші за  $X$ . При цьому стрибок  $F(x)$  у точці  $x_k$  дорівнює ймовірності потрапляння у цю точку:

$$P(x_k) = P(X = x_k) = P_k. \quad (3.3)$$

В загальному випадку, функція розподілу дискретної випадкової величини  $X$  є розривна східчаста функція (рис. 3.2), неперервна зліва, стрибки якої відбуваються в точках, що відповідають можливим значенням  $x_N$  випадкової величини і дорівнюють ймовірностям цих значень.

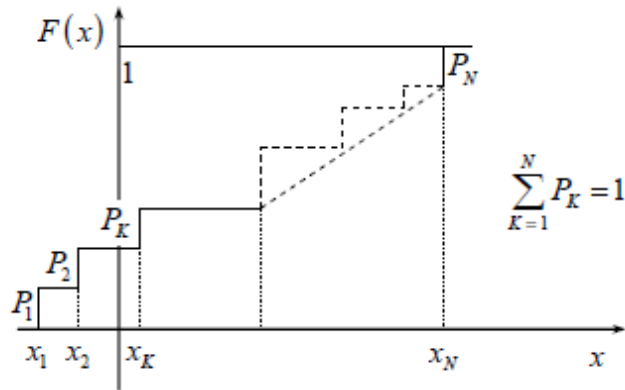


Рисунок 3.2 – Побудова функції розподілу дискретної величини

Для неперервно розподілених випадкових величин  $F(x)$  – неперервна неспадна монотонна функція (рис. 3.3). З її неперервності випливає, що ймовірність кожного окремого значення неперервної випадкової величини дорівнює нулю. Це означає, що в результаті досліду випадкова величина обов’язково прийме одне із своїх можливих значень, зокрема, це значення може виявитися рівним  $x_1$ .

Для неперервних випадкових величин поряд з законом розподілу ймовірностей розглядають щільність ймовірностей  $f(x)$ :

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P(x \leq X < x + \Delta x)}{\Delta x}, \quad (3.4)$$

де  $f(x)$  – **функція щільності ймовірності**, яка характеризує ймовірність потрапляння випадкової величини  $X$  у малий окіл точки  $x$ , тобто

$$f(x) dx = P(x < X < x + dx).$$

Величина  $f(x) dx$  геометрично є площею елементарного прямокутника, що спирається на відрізок  $dx$ . Ймовірність потрапляння випадкової величини  $X$  на скінчений інтеграл  $[a, b]$  дорівнює інтегралу від щільності ймовірності або приросту функції на цьому інтервалі (рис. 3.3):

$$P(a \leq x \leq b) = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a). \quad (3.5)$$

Ймовірність того, що  $X$  набуде одного визначеного значення (тобто ймовірність потрапляння  $X$  в точку  $x_k$ ), дорівнює нулю.

Властивості щільності ймовірності :

1.  $f(x) \geq 0$  – невід’ємна функція.
2.  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$  (умова нормування)

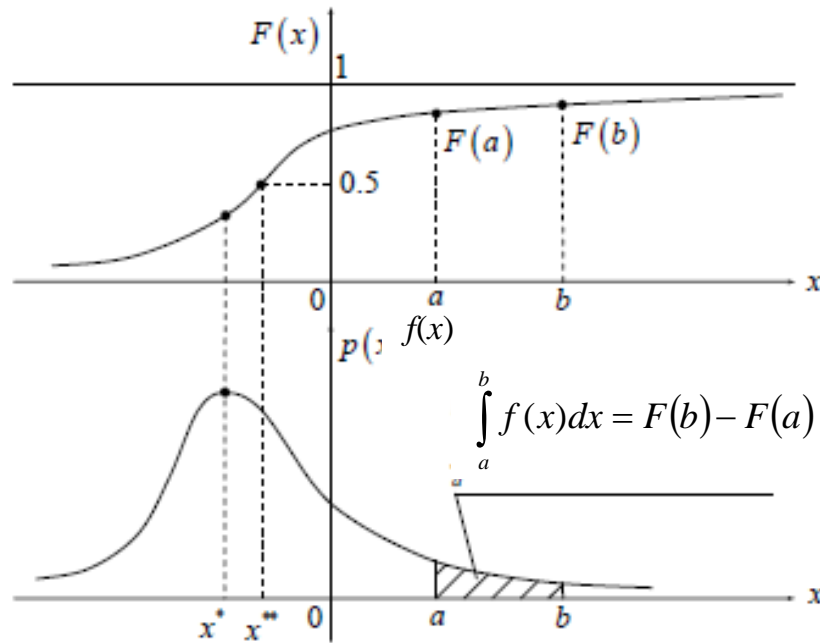


Рисунок 3.3 – Побудова функцій розподілу і щільності ймовірності неперервної величини

Функція розподілу  $F(x)$ , як і будь-яка ймовірність, є величиною безрозмірною. Розмірність щільності ймовірності є зворотною до розмірності випадкової величини.



**Щільність ймовірності випадкової величини так само, як і функція розподілу, є однією з форм закону розподілу.** Однак, на відміну від функції розподілу, ця форма не є універсальною, а існує лише для безперервно розподілених випадкових величин.

**Інтенсивність відмов.** Найбільш уживаною в теорії надійності є така характеристика як інтенсивність відмов. Вона характеризує частоту появи відмов в цьому інтервалі на деякому проміжку часу  $[t_1, t_2]$ .

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}, \quad (3.6)$$

тобто є умовною щільністю розподілу ймовірності справної роботи системи, визначеною за умови, що до моменту  $t$  система була справна.

Приймаючи до уваги, що інтенсивність відмов виражає якісні зміни, що відбуваються в обладнанні під час його експлуатації, вираз для визначення інтенсивності можна записати інакше як:

$$\lambda(t) = \frac{n(\Delta t)}{N_{cp}(t)\Delta t}, \quad (3.7)$$

де  $n(\Delta t)$  – число відмов за час  $\Delta t$ ;  $N_{cp}(t)$  – середнє число діючого в цей період часу апаратів.

Для практичного застосування у визначенні різних показників надійності і для цілей

прогнозування величини її показників дуже важливо знати вид і характер функції інтенсивності відмов  $\lambda(t)$ . Якісний характер цієї функції для інженерних розрахунків має такий вигляд (рис. 3.4):

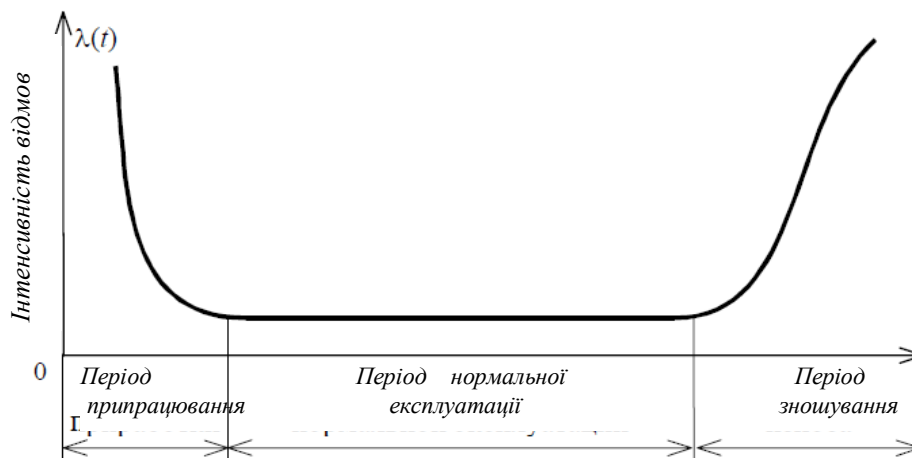


Рисунок 3.4 – Вигляд і характер функції інтенсивності відмов

Типова функція інтенсивності відмов може бути розділена на три періоди. Перший, порівняно невеликий за часом період, де спостерігається сильне зменшення інтенсивності відмов – період припрацювання виробів. Другий – характеризується постійним значенням інтенсивності відмов – період нормальної експлуатації.

Третій, протягом якого інтенсивність відмов постійно збільшується – період катастрофічного зношування (або закономірних поступових відмов).

### 3.2 Числові характеристики випадкових величин

У ряді випадків в якості характеристик розподілу випадкових величин достатньо використовувати деякі числові величини, зокрема мова йде про **математичне сподівання** (середнє значення), **мода і медіана** (характеризують стан центрів групування випадкових величин на числової осі), **дисперсія, середньоквадратичне відхилення і коефіцієнт варіації** (характеризують розсіювання випадкової величини).

Значення характеристик, отримані за результатами випробувань або експлуатації, називають статистичними оцінками.

Характеристики розподілу використовують для прогнозування надійності.

**Математичне сподівання:**

- для дискретно розподіленої випадкової величини  $X$  дорівнює сумі добутків всіх можливих значень  $X$  на ймовірності цих значень:

$$M[X] = \sum_{i=1}^n x_i P(x_i); \quad (3.8)$$

- для безперервно розподіленої випадкової величини  $X$  виражається інтегралом в нескінченних межах від добутку всіх можливих значень безперервної випадкової величини на щільність розподілу

$$M[X] = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx. \quad (3.9)$$

**Початковими моментами  $k$ -го порядку** є математичне очікування випадкової величини:

- для дискретно розподіленої випадкової величини  $X$

$$\nu_k = \sum_{i=1}^n x_i^k P(x_i), \quad (3.10)$$

- для безперервно розподіленої випадкової величини  $X$

$$\nu_k = \int_{-\infty}^{\infty} x^k f(x)dx. \quad (3.11)$$

**Центрована випадкова величина** визначається різницею власне випадкової величини та її математичного сподівання

$$\tilde{X} = X - M[X]. \quad (3.12)$$

Центрування відповідає перенесенню початку координат у точку математичного сподівання (рис. 3.5), тобто точку найбільш ймовірного прояву випадкової величини.

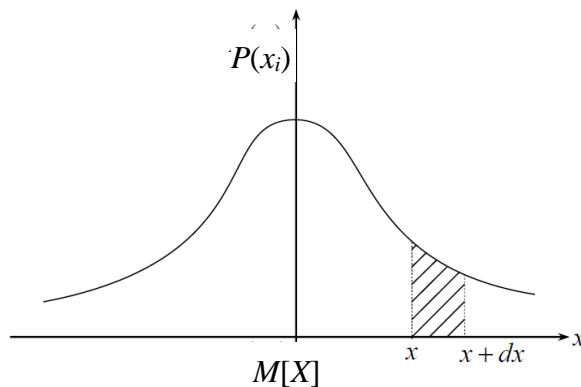


Рисунок 3.5 – Центрована випадкова величина

Математичне сподівання центрованої випадкової величини  $X$  дорівнює нулю.

**Центральним моментом  $k$ -го порядку** називають математичне сподівання величини  $[X - M(X)]^q$ ,

- для дискретно розподіленої випадкової величини  $X$

$$\mu_q = \sum_{i=1}^n (x_i - M[X])^q P(x_i), \quad (3.13)$$

- для безперервно розподіленої випадкової величини  $X$

$$\mu_q = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - M[X])^q f(x)dx \quad (3.14)$$

**Дисперсія випадкової величини  $D[X]$**  (центральний момент другого порядку) є мірою розсіювання випадкової величини. Тобто дисперсією випадкової величини називають математичне сподівання квадрата відхилення цієї величини від її математичного сподівання (інакше – *дисперсія дорівнює середньому квадрата без квадрата середнього*).

- для дискретно розподіленої випадкової величини  $X$

$$D[X] = \sum_{i=1}^n (x_i - M[X])^2 P(x_i) . \quad (3.15)$$

- для безперервно розподіленої випадкової величини  $X$

$$D[X] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - M[X])^2 f(x) dx . \quad (3.16)$$

Розмірність дисперсії відповідає квадрату розмірності випадкової величини.

Для наочності в якості характеристики розсіювання зручніше використовувати величину, розмірність якої збігається з розмірністю випадкової величини. Такою характеристикою може бути *середньоквадратичне відхилення*, яке визначається як корінь квадратний з дисперсії:

$$\sigma[X] = \sqrt{D[X]} . \quad (3.17)$$

Чим більше розкидані значення випадкових величин, тобто, чим більше воно відрізняється від математичного сподівання, тим більші дисперсія і середньоквадратичне відхилення.

*Модою* випадкової величини називають її найбільш ймовірне значення або те її значення, при якому щільність ймовірності максимальна.

*Медіана* характеризує розташування центру групування випадкової величини. Площа під графіком функції щільності розподілу ділиться медіаною навпіл.

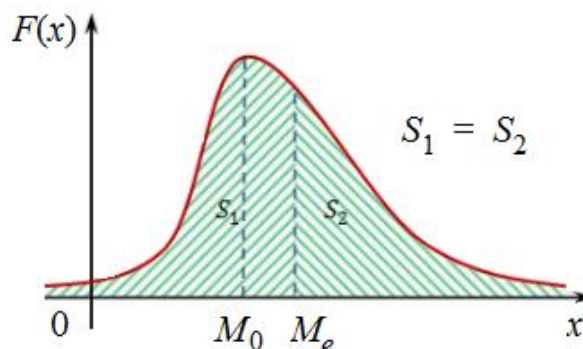


Рисунок 3.6 – Мода і медіана

Нормований центральний момент третього порядку служить характеристикою скошеності або асиметрії розподілу (*коефіцієнт асиметрії*):

$$\alpha = \frac{\mu_3}{\sigma^3} . \quad (3.18)$$

Нормований центральний момент четвертого порядку служить характеристикою гостровершинності або плосковершинності розподілення (*ексцес*):

$$\varepsilon = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 . \quad (3.19)$$

Він характеризує ступінь відхилення закону розподілу випадкової величини  $X$  від нормального, для якого  $\alpha = \varepsilon = 3$ .



## Питання для самоперевірки



1. Назвіть характеристики випадкової величини, які її характеризують якісно.
2. Поясніть різницю між дискретними і неперервними випадковими величинами.
3. Опишіть способи опису випадкових величин.
4. Оцініть функцію розподілу як характеристику випадкової величини.
5. Опишіть і назвіть основні характеристики розподілу.
6. Порівняйте графіки функції розподілу дискретної і неперервної випадкової величини.
7. Відтворіть термінологію, яка застосовується для числових характеристик випадкової величини: математичне сподівання, дисперсія, середньоквадратичне відхилення.

## 4 ЗАКОНИ РОЗПОДІЛУ



Вибір закону розподілу полягає в підборі аналітичної функції, яка найкращим чином апроксимує емпіричні функції надійності.

Вибір, в значній мірі, процедура невизначена і багато в чому суб'єктивна, при цьому багато що залежить від апріорних знань про об'єкт і його властивості, умови роботи, а також аналізу виду графіків  $P(t)$ ,  $f(t)$ ,  $\lambda(t)$ .

### 4.1 Біноміальний розподіл

Явище не завжди може приймати нескінчену або велику кількість станів (наприклад, проголосувати можна або за, або проти). В таких випадках дані відображають стан альтернативної ознаки – подія або настала, або ні. Досліди з такими даними називають схемами Бернуллі, коли при великій кількості дослідів співвідношення позитивних результатів і загальної кількості дослідів наближається до ймовірності настання такої події.

Нехай деякий дослід повторюється  $n$  раз і окремі досліди із цієї серії **не залежать один від одного**. Нехай в кожному досліді подія  $A$  може або відбутися, або ні, а ймовірність події не залежить від номеру дослідів і становить  $P(A) = p = const$ , то ймовірність появи події рівно  $m$  раз визначається за формулою:

$$P_{m,n} = C_n^m p^m q^{n-m}, \quad (4.1)$$

де  $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$  – число поєднань і  $n$  елементів за  $m$  (біноміальний коефіцієнт),  $q = 1 - p$  – ймовірність того, що подія  $A$  не з'явиться в досліді.

Випадкова величина (дискретна) є біноміально розподіленою з параметрами  $n$  і  $p$ , якщо можливі значення  $0, 1, 2 \dots n$  вона приймає з ймовірністю  $P_{m,n}$  (4.1).

Для наочності такі полігони часто з'єднують ламаними лініями.

Математичне сподівання і дисперсія біноміального розподілу:

$$M[X] = np; \quad (4.2)$$

$$D[X] = npq. \quad (4.3)$$

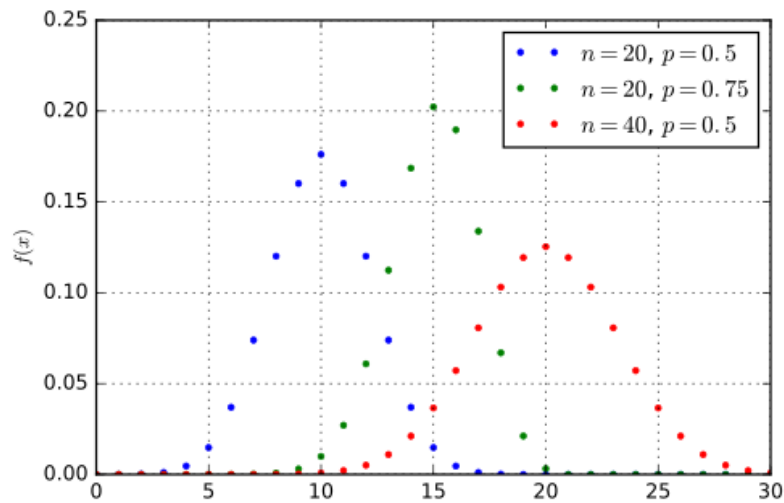


Рисунок 4.1 – Полігони біноміального розподілення для різних  $n$  і  $p$

Наочною схемою таких випробувань є послідовний вибір з поверненням куль з урни, що містить  $m_1$  і  $m_2$  білих чорних куль. Якщо  $X$  – число появи білих куль в вибірці з  $n \leq m_1 + m_2$  куль, то для визначення  $P(X)$  необхідно визначити  $p, q$  – ймовірність появи при одному вилученні відповідно білої і чорної кулі:  $q = 1 - (m_1 / (m_1 + m_2))$ .

Тобто біноміальний розподіл в загальному вигляді описує здійснення ознаки в вибірці об'ємом  $n$  з поверненням. Біноміальному розподілу підкоряється число об'єктів, що відмовили за фіксований час. Застосовується цей розподіл для сортування партії деталей на придатні і непридатні при обмеженій інформації про надійність; для розрахунку надійності у випадку перевірки працездатності елементів (з урахуванням резерву).

При великих вибірках біноміальний розподіл наближається до нормального закону.

## 4.2 Закон розподілу Пуассона

Розподіл Пуассона **описує закономірність появи випадкових відмов в складних системах**. Цей закон знайшов широке застосування при визначенні ймовірності **появи відмов і відновлення**.

Розподіл Пуассона – однопараметричний з параметром  $\lambda$  і описує розподіл **дискретної випадкової величини**. Розподіл Пуассона моделює випадкову величину, яка представляє число подій, що сталися за фіксований час, за умови, що дані події відбуваються з деякою фіксованою середньою інтенсивністю і незалежно один від одного.

Випадкова величина  $X$  розподілена за законом Пуассона, якщо ймовірність того, що ця величина прийме злічену кількість можливих значення  $m$ , (тобто  $0, 1, 2 \dots$ ) з ймовірністю:

$$P_m = \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}, \quad (4.4)$$

де  $\lambda$  – параметр розподілу (деяка позитивна величина);  $m = 0, 1, 2, \dots$

Математичне сподівання і дисперсія випадкової величини для закону Пуассона дорівнюють параметру розподілу  $\lambda$ :

$$M[X] = D[X] = \lambda. \quad (4.5)$$

Цю властивість розподілу Пуассона часто застосовують на практиці для вирішення питання, чи правдоподібна гіпотеза про те, що випадкова величина  $X$  розподілена за законом Пуассона. Для цього визначають з досліду статистичні характеристики – математичне сподівання і дисперсію випадкової величини. Якщо їх значення близькі, то це може служити доказом на користь гіпотези про пуассонівський розподіл; велика відмінність цих характеристик, навпаки, свідчить проти гіпотези.

Розподіл Пуассона також називається **розподілом рідких подій**, тоді для малих значень ймовірностей подій  $p$  ( $p \leq 0,1$ ) і великої кількості  $n$  приймають значення  $\lambda = n p$ .

Розподіл Пуассона – це дискретний розподіл. Він є одним з важливих граничних випадків біноміального розподілу. Існують таблиці розподілу Пуассона для різних значень  $\lambda$  та  $m$  від 0 до 29.

Графік функції розподілу має наступний вигляд:

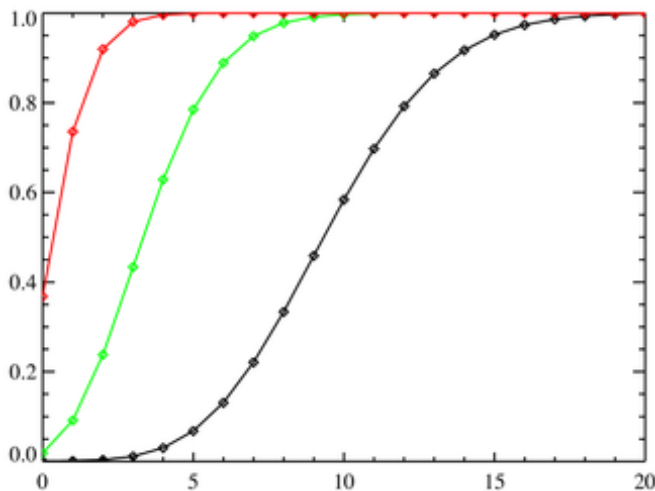


Рисунок 4.2 – Графіки функції розподілу

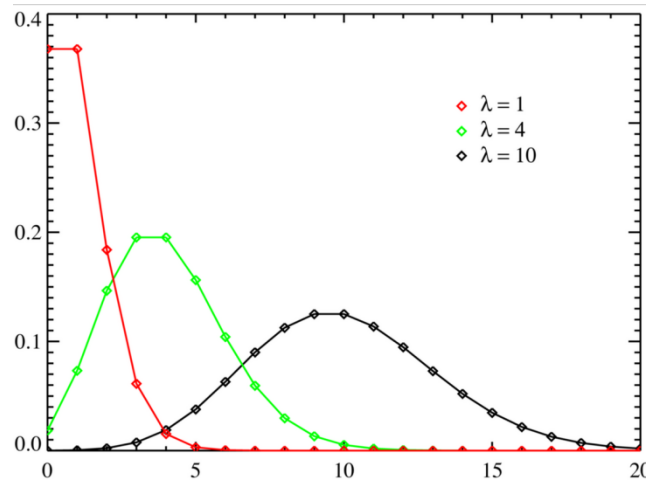


Рисунок 4.3 – Графіки функції ймовірності

### 4.3 Нормальний закон розподілу

Нормальний закон розподілу часто називають **законом Гаусса**. Цей закон відіграє важливу роль і найбільш часто використовується на практиці в порівнянні з іншими законами розподілу.

Основна особливість цього закону полягає в тому, що він є граничним законом, до якого наближаються інші закони розподілу. У теорії надійності його використовують **для опису поступових відмов**, коли розподіл часу безвідмовної роботи на початку має низьку щільність, потім максимальну і далі щільність знижується.

Розподіл завжди підпорядковується нормальному закону, якщо на зміну випадкової величини впливають багато, приблизно рівнозначних чинників, а її щільність ймовірності має вигляд:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma[X]\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-M[X])^2}{2(\sigma[X])^2}}, \quad (4.6)$$

де  $x \in (-\infty, +\infty)$ .

Дзвіночкоподібна крива щільності ймовірності розподілу приведена на рис. 4.4, інтегральної функції розподілу на рис. 4.5.

Параметр  $M[X]$  на рис. 4.4 – 4.5 (тут  $\mu = M[X]$ ) є математичним сподіванням (середнім значенням) випадкової величини  $X$ , а параметр  $\sigma[X]$  – середнім квадратичним відхиленням випадкової величини. Параметр  $M[X]$  характеризує положення (визначає центр розподілу, якому відповідає висота графіка щільності ймовірностей), а  $\sigma[X]$  – форму кривої щільності ймовірностей (розмах варіації, «розмитість» даних). Тобто величини цих двох параметрів визначають форму кривої щільності ймовірності.

$$M[X] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i; \quad \sigma[X] = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - M[X])^2}. \quad (4.7)$$

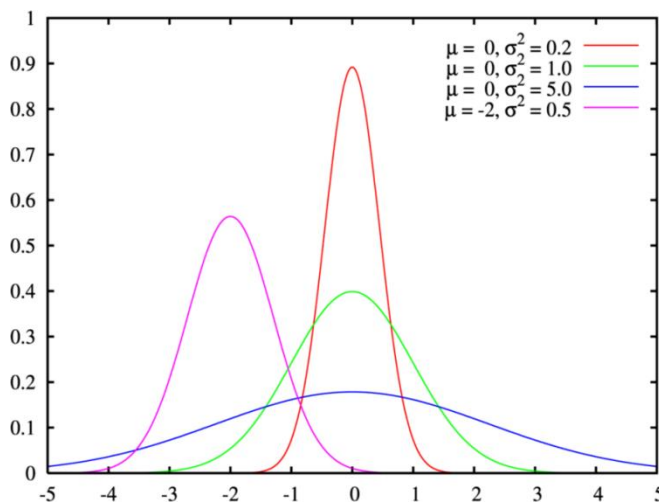


Рисунок 4.4 – Криві щільності нормального розподілу

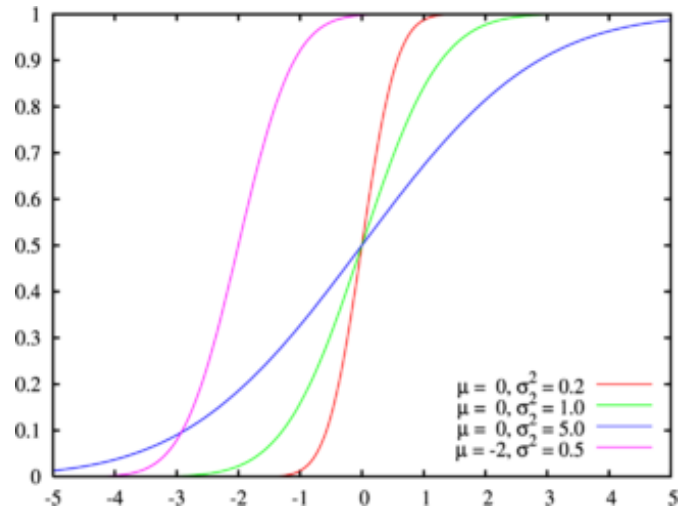


Рисунок 4.5 – Функція нормального розподілу

Нормальний закон розподілу описується функцією розподілу:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx = \frac{1}{\sigma[X]\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(x-M[X])^2}{2(\sigma[X])^2}} dx. \quad (4.8)$$

$$F(-x) = 1 - F(x).$$

Розподіл із  $M[X] = 0$  та  $\sigma[X] = 1$  називають **нормованим розподілом**.

Функція щільності ймовірності нормованого розподілу

$$f_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2}$$

Ця функція табульована.

Коефіцієнт  $1/\sqrt{2\pi}$  в даному виразі гарантує, що загальна площа під кривою  $f(x)$  дорівнює одиниці. Множник  $1/2$  в показнику експоненти гарантує, що розподіл має одиничну дисперсію

(тобто дисперсія дорівнює одиниці), а таким чином і одиничне стандартне відхилення. Ця функція симетрична довкола значення  $x = 0$ , де вона набуває свого максимального значення  $1/\sqrt{2\pi}$  і має дві точки перегину при  $x = +1$  і  $x = -1$ .

Графік щільності для нормованого розподілу показаний на рис. 4.6.

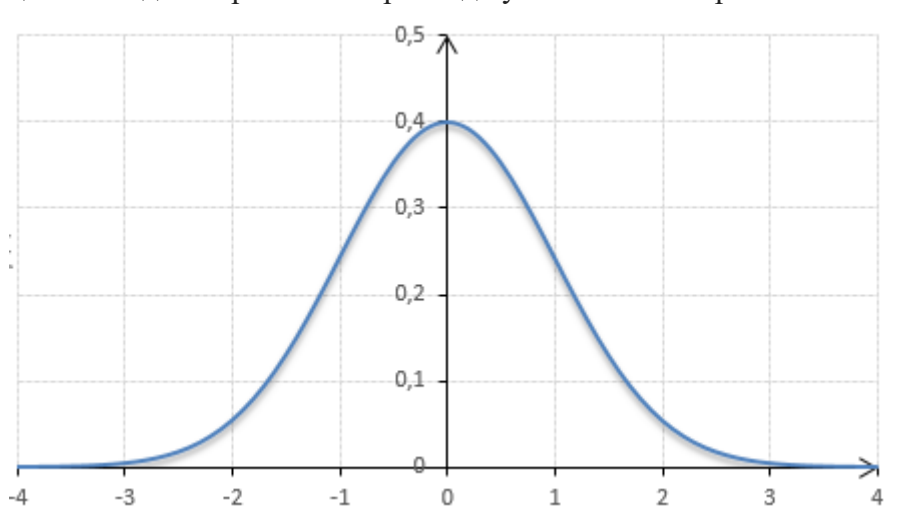


Рисунок 4.6 – Графік щільності для нормованого розподілу

На графіку чітко прослідковується, що значення  $x$ , які мало відрізняються від  $M[X]$ , випадають частіше, а ті, що значно відрізняються – рідше.

Функція нормованого розподілу

$$F_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$

Ця функція табульована. Вона дозволяє розраховувати ймовірності для різних  $z$ . Функція розподілу симетрична відносно свого значення 0,5.

$$F(x) = 1 - F_0(x).$$

Ймовірність потрапляння нормованої нормальної величини  $X$  в інтервал  $(0, x)$  можна знайти за допомогою табульованої функції Лапласа:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz.$$

$$P(0 < X < x) = \int_0^x f_0(x) dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-z^2/2} dz = \Phi(x).$$

Приймаючи до уваги, що

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_0(x) dx = 1.$$

і симетричність графіка щільності нормованого розподілу відносно нуля:  $\int_{-\infty}^0 f_0(x) dx = 0,5$ .

Тобто  $P(-\infty < X < 0) = 0,5$  маємо

$$f_0(x) = 0,5 + \Phi(x).$$

Показники надійності можна визначити через  $\Phi(x)$ , зокрема

$$P(t) = 0,5 - \Phi(x).$$

Найчастіше при оцінці надійності об'єкта приходиться вирішувати пряму задачу – при заданих параметрах  $M[X]$  та  $\sigma[X]$  нормально розподіленої величини визначається, наприклад ймовірність цієї величини. Виконуючи проектні роботи необхідно вирішувати і зворотню задачу – визначення, наприклад, напрацювання при встановленій (чи визначеній) ймовірності. Для вирішення подібних задач використовують квантилі нормованого нормального розподілу.

Якщо зробити заміну  $\frac{x - M[X]}{\sigma[X]} = u_p$ , де величина  $u_p$  – квантиль нормованого нормального розподілу, який табульований (табл. функції Лапласа), то маємо:

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{x-M[X]}{\sigma[X]}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^0 e^{-\frac{t^2}{2}} dt + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\frac{x-M[X]}{\sigma[X]}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = 0,5 + \Phi\left(\frac{x - M[X]}{\sigma[X]}\right), \quad (4.9)$$

де  $\Phi(x) = \Phi\left(\frac{x - M[X]}{\sigma[X]}\right)$  функція Лапласа.

Обчислення інтегралів замінюють використанням таблиць нормального розподілу

Для практичного використання важливими є властивості випадкової величини, що має нормальний закон розподілу.

1. Ймовірність потрапляння випадкової величини  $X$  в заданий інтервал значень від  $\alpha$  до  $\beta$  визначають за формулою

$$P(\alpha < X < \beta) = \Phi\left(\frac{\beta - M[X]}{\sigma[X]}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - M[X]}{\sigma[X]}\right) \quad (4.10)$$

*Наприклад.* Випадкова величина  $X$  розподілена за нормальним законом. Математичне очікування і середньоквадратичне відхилення відповідно дорівнюють 30 і 10. Знайти ймовірність того, що  $X$  прийме значення, яке належить інтервалу (10, 50).

За формулою (4.10)  $\alpha = 10$ ,  $\beta = 50$ ,  $M[X] = 30$ ,  $\sigma[X] = 10$ .

$$P(10 < X < 50) = \Phi\left(\frac{50 - 30}{10}\right) - \Phi\left(\frac{10 - 30}{10}\right) = 2\Phi(2).$$

За таблицею значень інтегральної функції лапласа знаходимо значення функції при  $x = 2$ :  $\Phi(2) = 0,4772$ . Звідси шукана ймовірність

$$P(10 < X < 50) = 2 \cdot 0,4772 = 0,9544.$$

2. Можливо визначити ймовірність того, що відхилення нормально розподіленої випадкової величини  $X$  за абсолютною величиною менше заданого позитивного числа  $\delta$ . Тобто потрібно знайти ймовірність виконання нерівності  $|X - M[X]| < \delta$ .

Замінімо цю нерівність рівносильною їй подвійною нерівністю

$$-\delta < X - M[X] < \delta$$

або

$$M[X] - \delta < X < M[X] + \delta.$$

Тоді за (4.10)

$$P(|X - M[X]| < \delta) = P(M[X] - \delta < X < M[X] + \delta) = \\ = \Phi\left(\frac{(M[X] + \delta) - M[X]}{\sigma[X]}\right) - \Phi\left(\frac{(M[X] - \delta) - M[X]}{\sigma[X]}\right) = \Phi\left(\frac{\delta}{\sigma[X]}\right) - \Phi\left(-\frac{\delta}{\sigma[X]}\right).$$

Приймаючи до уваги, що

$$\Phi\left(-\frac{\delta}{\sigma[X]}\right) = -\Phi\left(\frac{\delta}{\sigma[X]}\right),$$

маємо

$$P(|X - M[X]| < \delta) = 2\Phi\left(\frac{\delta}{\sigma[X]}\right) \quad (4.11)$$

*Наприклад.* Випадкова величина  $X$  розподілена за нормальним законом. Математичне очікування і середньоквадратичне відхилення відповідно дорівнюють 20 і 10. Знайти ймовірність того, що відхилення за абсолютною величиною буде менше трьох.

За умови, що  $\delta = 3$ ,  $M[X] = 20$ ,  $\sigma[X] = 10$  за формулою (4.11) маємо

$$P(|X - 20| < 3) = 2\Phi\left(\frac{3}{10}\right)$$

Шукана ймовірність для значення 0,3 за таблицею інтегральної функції Лапласа

$$P(|X - 20| < 3) = 2 \cdot 0,1179 = 0,2358.$$

3. «Правило трьох сигм».

Якщо представити

$$\delta = \sigma[X] \cdot t,$$

то з (4.11) отримаємо

$$P(|X - M[X]| < \sigma[X] \cdot t) = 2\Phi(t),$$

Якщо прийняти, що  $t = 3$ , тоді  $\sigma[X] \cdot t = 3 \cdot \sigma[X]$  і

$$P(|X - M[X]| < 3 \cdot \sigma[X]) = 2\Phi(3) = 2 \cdot 0,49865 = 0,9973. \quad (4.12)$$

Тобто, ймовірність того, що відхилення за абсолютною величиною буде менше потроєного середнього квадратичного відхилення, дорівнює 0,9973. (Ймовірність виходу за ці межі складає всього 0,0027). Тобто, знаючи  $M[X]$  і  $\sigma[X]$  можна орієнтовно визначити інтервал практичних значень випадкової величини.

На практиці правило трьох сигм застосовують наступним чином: якщо розподіл випадкової величини не відомий, але умова приведенного правила виконується, то є підстава припустити, що ця випадкова величина розподілена нормально.

#### 4.4 Експоненціальний закон розподілу

Експоненціальний закон розподілу, (**основний закон надійності**), часто використовують для **прогнозування надійності в період нормальної експлуатації виробів**, коли поступові відмови ще не проявилися і надійність характеризується *рантовими відмовами*. Ці відмови викликані збігом багатьох несприятливих обставин і тому мають *постійну інтенсивність*.

Експоненціальний розподіл знаходить досить широке застосування в теорії масового

обслуговування, описує розподіл напрацювання на відмову складних виробів, час безвідмовної роботи елементів масового виробництва (наприклад, радіоелектронної апаратури).

Функція розподілу експоненціального закону описується співвідношенням (рис. 4.6):

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x}; \quad (4.13)$$

щільність розподілу (рис. 4.7):

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}; \quad (4.14)$$

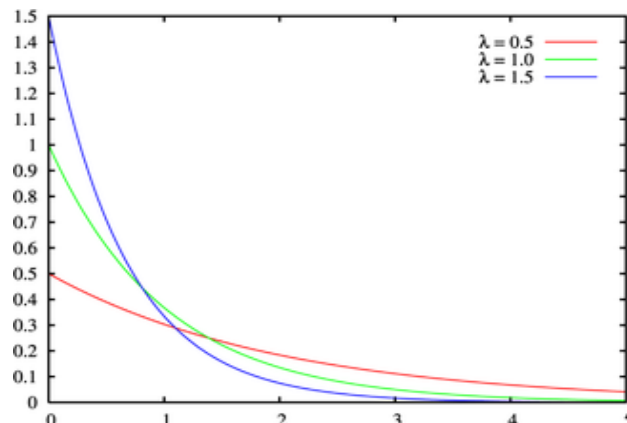
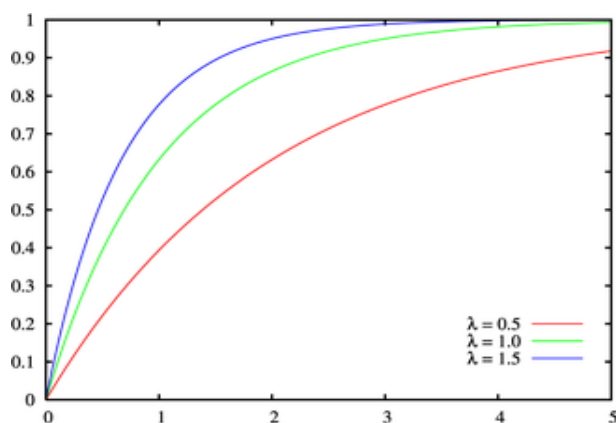


Рисунок 4.6 – Вигляд функції ймовірності експоненціального розподілу

Рисунок 4.7 – Графіки щільності експоненціального розподілу

функція ймовірності безвідмовної роботи (ВБР):

$$P(x) = 1 - F(x) = e^{-\lambda x}; \quad (4.15)$$

математичне сподівання

$$M[X] = \int_0^{\infty} x \lambda e^{-\lambda x} dx = \frac{1}{\lambda}; \quad (4.16)$$

дисперсія

$$D[X] = \int_0^{\infty} x^2 \lambda e^{-\lambda x} dx - \frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda^2}. \quad (4.17)$$

Експоненціальний закон в теорії надійності знайшов широке застосування, оскільки він простий для практичного використання. Майже всі завдання, які вирішуються в теорії надійності, при використанні експоненціального закону виявляються набагато простіше, ніж при використанні інших законів розподілу.

Основна причина такого спрощення полягає в тому, що при експоненціальному законі ймовірність безвідмовної роботи залежить тільки від тривалості інтервалу і не залежить від часу попередньої роботи.





## Питання для самоперевірки

1. Поясніть сутність процедури вибору закону розподілу функції надійності.
  2. Порівняйте закони розподілу, які застосовуються для опису розподілу дискретної випадкової величини.
  3. Порівняйте закони розподілу, які застосовуються для опису розподілу неперервної випадкової величини.
  4. Виділіть особливості застосування закону розподілу Пуассона.
  5. Виділіть особливості застосування нормального закону розподілу.
  6. Поясніть який період роботи обладнання описують експоненціальним законом розподілу і чому.
  7. Проаналізуйте властивості нормального закону розподілу.
- 

## 5 ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА ПОКАЗНИКІВ НАДІЙНОСТІ

### 5.1 Види надійності



При дослідженні надійності складних об'єктів або систем можна виділити наступні види надійності:

- проектно-розрахункову надійність (або надійність проектних рішень);
- конструкційну надійність;
- експлуатаційну надійність;
- надійність автоматизованих систем управління технологічними процесами (АСУ-ТП);
- надійність технологічної топології

**Проектно-розрахункова надійність**, або надійність проектних рішень системи, залежить від двох чинників: від правильного вибору моделі машини або апарату і від точності початкових даних про конструкційні і технологічні параметри їх елементів.

**Конструкційна надійність** – це надійність системи в залежності від якості конструкційних матеріалів, прийнятих для виготовлення її елементів (трубопроводів, арматури, клапанів і т. п.). Конструкційну надійність визначають термінами міжремонтного пробігу елементів без простоїв, без витоків рідини і без виділень газу через нещільності в з'єднаннях, без корозії елементів.

**Експлуатаційна надійність** – надійність системи, що залежить від якості монтажу, експлуатації та ремонту елементів, а також зберігання резервних елементів до пуску їх в роботу.

**Надійність АСУ-ТП** – надійність системи, яка визначається якістю роботи контрольно-вимірювальних приладів і регуляторів, що залежить від правильності вибору каналів управління і прийнятої блок-схеми алгоритмів управління

**Надійність технологічної топології** – це надійність системи, яка залежить від структури

технологічних зв'язків її елементів і дозволяє оцінювати надійність устаткування вже на стадії проектування. Аналіз надійності технологічної топології об'єкта полягає в знаходженні прихованих структурних недоліків в технологічній схемі системи і у визначенні мінімального множини елементів, відмова яких призводить до відмови системи в цілому, тобто у визначенні елементів, які є «вузькими» місцями системи (найбільш навантажених технологічними зв'язками), з метою вибору їх оптимальної структури.

## 5.2 Вибір та обґрунтування показників надійності

При дослідженні та визначенні надійності нафтогазохімічного обладнання, а також для розробки заходів щодо забезпечення і оптимізації їх надійності необхідно, перш за все, мати відповідні **кількісні** характеристики (або оцінки) цієї комплексної властивості.



**Показниками надійності називають кількісні характеристики однієї або декількох властивостей, які складають надійність об'єкта. Показник надійності може бути розмірною або безрозмірною величиною.**

В теорії надійності розрізняють:

- одиничні показники надійності (показники надійності, що характеризують одну з властивостей, які складають надійність об'єкта);
- комплексні показники надійності (показники надійності, що характеризують кілька властивостей, які складають надійність об'єкта);
- розрахункові показники надійності (показники надійності, значення яких визначаються розрахунковим методом);
- експериментальні показники надійності (показники надійності, точкові або інтервальні оцінки яких визначається за даними випробувань);
- експлуатаційні показники надійності (показники надійності, точкова або інтервальна оцінки яких визначаються за даними експлуатації);
- екстрапольовані показники надійності (показник надійності, точкова або інтервальна оцінка яких визначається на підставі результатів розрахунків, випробувань і (або) експлуатаційних даних шляхом екстрапольовання на іншу тривалість експлуатації та інші умови експлуатації).

Найперше визначенню підлягають два класи показників: одиничні та комплексні.

Нормативні документи встановлюють такий перелік одиничних показників надійності:

	Показники
Безвідмовність	Імовірність безвідмовної роботи Середнє напрацювання до відмови Гамма-процентне напрацювання до відмови Середнє напрацювання на відмову Інтенсивність відмов Параметр потоку відмов
Довговічність	Середній ресурс Гамма-процентний ресурс Призначений ресурс Середній строк служби Гамма-процентний строк служби

	Призначений строк служби
Ремонтопридатність	Імовірність відновлення в заданий час Середній час відновлення Інтенсивність відновлення
Збережуваність	Середній строк збережуваності Гамма-процентний строк збережуваності

Методи оцінювання надійності та ефективності для виробів хімічного машинобудування встановлюються ДСТУ і керівними нормативними документами (наприклад, РД 26-01-143-83 «НАДІЙНІСТЬ ВИРОБІВ ХІМІЧНОГО МАШИНОБУДУВАННЯ»). Оцінювання надійності та ефективності при проектуванні» У цьому документі надаються числові значення показників надійності і обґрунтування чисельних значень показників надійності і ефективності виробів, що підлягають включенню в конструкторську і нормативно-технічну документацію. Представлено обґрунтування техніко-економічних вимог до виробу, що розробляється, які покликані забезпечувати заданий рівень його надійності і ефективності. Завданнями є, також, забезпечення порівняння варіантів конструктивних рішень виробів та прогнозування надійності та ефективності функціонування виробів для врахування в системі ціноутворення.

Оцінювання показників надійності і ефективності функціонування виробів хімічного машинобудування здійснюється *розрахунковим методом*. Для виробів, які не мають аналогів оцінювання показників надійності здійснюється *експертним методом* (наприклад за ГОСТ 23554.0-79, ГОСТ 23554.1-79 і ГОСТ 23554.2-81).

Оцінювання показників надійності виробів повинна здійснюватися у взаємозв'язку з ефективністю їх функціонування та економічною ефективністю.

Розрахунок показників надійності виконують:

- На стадії технічного завдання на розробку виробу з метою оцінки значень показників в висунутих вимогах замовника виробу – попередній (орієнтовний) розрахунок – служить основою для внесення в технічне завдання.
- На стадії технічного проекту (уточнений розрахунок) – з метою підтвердження відповідності показників вимогам технічного завдання, що, також, служить основою для їх включення в технічну документацію.

Зокрема, для виробів хімічного машинобудування, необхідні для розрахунку ефективності показники надійності, нормуються у відповідності до РД РТМ 26-01-135-81 і ОСТ 26-01-150-82:

Таблиця 5.1

Назва показника	Позначення	Визначаються за
<b>Показник безвідмовності</b> Напрацювання на відмову, год	$T$	ГОСТ 13377-75
<b>Показники довговічності</b> Ресурс між плановими ремонтами поточними, год середніми, год капітальними, год	$T_{pt}$ $T_{pe}$ $T_{pk}$	
Строк служби до списання, років	$T_{cl}$	ГОСТ 13377-75
<b>Показники ремонтпридатності</b>		

Середній час відновлення, год	$T_v$	ГОСТ 18322-78
Тривалість планових ремонтів		
поточного, год	$T_{nm}$	
середнього, год	$T_{nc}$	
капітального, год	$T_{nk}$	
<b>Комплексні показники</b>		ГОСТ 13377-75
Коефіцієнт готовності	$K_g$	
Коефіцієнт технічного використання	$K_{mu}$	

Розрахунок надійності повинен передувати аналіз умов експлуатації і конструкції виробу. Під час аналізу встановлюються елементи (складальні одиниці, деталі), відмова яких призводить до відмови виробу, і взаємозв'язок між елементами, які відмовляють; виявляють фактори, що призводять до руйнування елементів виробу, встановлюють відповідний їм характер прояви руйнування (поступовий або раптовий) та можливість спостереження за руйнуванням (або його проявом). Наявність останньої обставини дає можливість попереджати відмови шляхом своєчасного проведення ремонту (технічного обслуговування) і є основою при визначенні системи планово-попереджувальних ремонтів і технічного обслуговування.

**Початковими даними** для розрахунку надійності і ефективності функціонування розроблюваного виробу можуть служити:

1) показники надійності елементів (складальних одиниць, деталей) аналогу, який експлуатується в подібних умовах, отримані у відповідності до РД РТМ 26-01-136-81 в вигляді «точкових» оцінок;

2) технічна характеристика розроблюваного виробу, обумовлена в конструкторській документації.

У відповідності до ДСТУ «Надійність в техніці. Розрахунок надійності. Основні положення.» початковими даними можуть також бути:

1) апріорні дані про надійність об'єктів-аналогів, складових частин і комплектуючих виробів даного об'єкту з досвіду їх застосування в аналогічних або близьких умовах;

2) оцінки показників надійності (параметри законів розподілу характеристик надійності) складових частин об'єкта і параметрів застосованих в об'єкті матеріалів, отримані експериментальним або розрахунковим способом безпосередньо в процесі розробки (виготовлення, експлуатації) даного об'єкту і його складових частин;

3) розрахункові та / або експериментальні оцінки параметрів навантаженості застосованих в об'єкті складових частин і елементів конструкції.

**Джерелами початкових даних** для розрахунку надійності об'єкта можуть бути:

- стандарти і технічні умови на складові частини об'єкта, комплектуючі елементи міжгалузевого застосування, речовини і матеріали що застосовуються в ньому;

- довідники з надійності елементів, властивостей речовин і матеріалів, нормативів тривалості (трудомісткості, вартості) типових операцій ТО і ремонту та інші інформаційні матеріали;

- статистичні дані (банки даних) про надійність об'єктів-аналогів, елементів, що входять до їх складу, властивості застосовуваних в них речовин і матеріалів, параметри операцій ТО і ремонту, зібрані в процесі їх розробки, виготовлення, випробувань і експлуатації;

- результати міцності, електричних, теплових та інших розрахунків об'єкта і його складових частин, включаючи розрахунки показників надійності складових частин об'єкта.

При наявності декількох джерел вихідних даних для розрахунку надійності об'єкта пріоритети в їх використанні або методи об'єднання даних з різних джерел повинні бути встановлені методикою розрахунку. У розрахунку надійності, який включається в комплект робочої документації на об'єкт, перевага надається використанню початкових даних зі стандартів і технічних умов на складові частини, елементи і матеріали.

Відомості про умови і режими роботи системи використовують для оцінки впливу факторів навколишнього середовища на працездатність проекрованої системи, а також впливу діючих зовнішніх і внутрішніх навантажень на несучу здатність елементів системи. Кількісні значення цих оцінок є вихідними даними, наприклад, для розрахунку міцності і стійкості елементів і вузлів металоконструкцій.

#### **Вимоги до надійності включають в наступні документи:**

- технічні завдання (ТЗ) на розробку або модернізацію виробів;
- технічні умови (ТУ) на виготовлення дослідної та серійної продукції;
- стандарти загальних технічних вимог (ОТТ), загальних технічних умов (ОТУ) і ТУ.

У паспортах, формулярах інструкціях і іншій експлуатаційній документації вимоги щодо надійності (показники надійності) вказують за погодженням між замовником (споживачем) і розробником (виробником) в якості довідкових.

#### **Вимоги по надійності можуть включатися в договори на розробку і постачання виробів.**

У стандартах технічних умов, а також в ТУ вимоги до надійності приводять:

- в розділі «Технічні вимоги» – показники надійності і критерії відмов і граничних станів (КОПС) обладнання, стосовно яких встановлені показники;
- в розділі «Приймання» – види і періодичність випробувань на надійність, вихідні дані для контролю показників надійності (число виробів, які обирають для спостережень, тривалість випробувань, ризику постачальника і споживача, вирішальне правило);
- в розділі «Методи контролю (випробувань, аналізу, вимірювань, визначень)» – методи підтвердження показників надійності, вимоги до обробки, оформлення та оцінки результатів;
- в розділі «Вказівок щодо експлуатації (застосування)» – характеристику системи технічного обслуговування і ремонту, умов і режимів експлуатації, в яких повинно бути забезпечено виконання вимог до надійності.

Характеристику системи технічного обслуговування і ремонту (ТО і Р) рекомендується приводити у вигляді структури ТО і Р (див. приклад табл. 5.2) і необхідних вказівок з організації ремонту і технічного обслуговування.

Норми (кількісні значення) показників надійності, що включаються в нормативно-технічну та конструкторську документацію, мають:

- бути обґрунтовані техніко-економічними розрахунками;
- забезпечувати виконання виробами своїх функцій в задані терміни і з регламентованими вимогами до їх якості;
- відповідати вимогам замовника (за умови їх здійсненості).

Таблиця 5.2 – Структура ТО и Р сепаратора СДС 531К-01

Види технічного обслуговування і ремонту	Періодичність (напрацювання), год	Тривалість, год
1. Технічне обслуговування	200	2
2. Поточний ремонт	720	8
3. Середній ремонт	4320	72
4. Капітальний ремонт	17280	120

Обґрунтування норм надійності проводиться з метою визначення кількісних значень показників надійності, що забезпечують в заданих умовах експлуатації максимальну ефективність (що характеризується співвідношенням корисного ефекту від експлуатації виробу (в натуральному або вартісному вираженні) і сумарних витрат на його виготовлення та експлуатацію).

Крім основних нормованих показників надійності, за погодженням між замовниками і розробником (виробником) допускається нормувати інші показники надійності з числа наведених у ГОСТ 27.003. Значення нормованих показників надійності враховують при призначенні ціни об'єкта (виробу) гарантійного терміну і гарантійного напрацювання.

Вимоги до рівня надійності обладнання встановлюються на стадії розробки технічного завдання.

До виробництва має передаватися обладнання, показники надійності якого підтвержені результатами випробувань, розрахунками або іншими матеріалами.

### 5.3 Розрахунок показників надійності

Для виробів загального призначення за відсутності спеціальних вимог замовника нормують наступні показники надійності:  $T_p$ ,  $T_{сл}$ ,  $K_{ти}$  (**середній ресурс до капітального ремонту, середній строк служби до повного списання, коефіцієнт технічного використання**). На вимогу замовника додатково нормують  $T_0$  або  $T_B$  (**середнє напрацювання на відмову, середній час відновлення**).

Для виробів, що не підлягають капітальному ремонту, показник  $T_p$  (середній ресурс до капітального ремонту) не нормується.

Всі останні показники можуть нормуватися як для виробу в цілому, так і для окремих складових виробу. Наприклад: призначений повний ресурс ротора – 40000 год (нормують для відцентрових сепараторів типу СДС 531 з метою запобігання їх втомному руйнування).

Якщо за умовами застосування систему **передбачається ремонтувати** в умовах експлуатації, то в якості одного з основних показників надійності слід вибирати **коефіцієнт готовності  $K_g$**  або **коефіцієнт технічного використання  $K_{ти}$** .

У разі, якщо відмова системи або окремих її елементів призводить до невиконання важливого завдання або порушує безпеку роботи обслуговуючого персоналу, а також викликає загрозу для здоров'я і життя людей, які перебувають в зоні дії системи, то для таких систем основним показником надійності є безвідмовність, що виражається в вигляді **напрацювання на відмову** або **ймовірності безвідмовної роботи**.

Якщо в результаті простою системи після відмови виникають великі матеріальні витрати, то така система повинна мати хорошу ремонтпридатність і високі показники безвідмовності.

Якщо система за умовами експлуатації підлягає тривалому зберіганню (очікуванню роботи) або вона повинна транспортуватися на спеціальних транспортних засобах, то така система повинна володіти високими показниками збережуваності у відповідних умовах зберігання і транспортування.

Всі показники надійності проекрованої системи повинні забезпечувати нормальне її функціонування протягом заданого терміну експлуатації.

**5.3.1 Визначення показників безвідмовності.** В якості початкових даних для розрахунку безвідмовності виробу використовують значення напрацювання на відмову (середнього напрацювання до відмови) елементів виробу-аналогу або іншого виробу в подібних умовах експлуатації, а також показники безвідмовності комплектуючих виробів, включених в технічну документацію (ТУ, стандарти).



**Середнє напрацювання до відмови ( $T_i$ ) – математичне очікування напрацювання об'єкта до першої відмови.**

При зміні масштабу елемента в порівнянні з елементом аналогічного призначення і конструктивного виконання визначення середнього напрацювання до відмови елемента може бути виконано з використанням масштабного перерахунку за формулою:

$$T_i = T_{iA} \cdot M^{\frac{1}{b}}, \text{ год} \quad (5.1)$$

де  $T_{iA}$  – середнє напрацювання на відмову  $i$ -го елемента аналога, год;  $M$  – масштаб елемента (за табл. 5.3);  $b$  – параметр, який визначається в залежності від коефіцієнта варіації напрацювання на відмову  $V$ .

Таблиця 5.3 – Визначення величини масштабу елемента

Основна причина руйнування елемента виробу	Величина масштабу ( $M$ ) визначається
Руйнування зварових швів і інших нероз'ємних з'єднань	Відношенням довжини швів з'єднань
Корозійне руйнування поверхонь, гідро- і газоабразивне руйнування поверхонь	Відношенням площ зношуваних поверхонь
Стирання робочих поверхонь (в тому числі торцевих і сальникових ущільнень, підшипників ковзання)	Відношенням площ зношуваних поверхонь
Втомленісне і крихке руйнування, пластичне деформування, деструкція чи розміцнення	Відношення об'ємів навантажених ділянок елементів

При відсутності даних про відмови елементів, але відомому розподілі ресурсу для таких елементів (це можливо при відомих закономірностях зношування елементів), середнє напрацювання до відмови елемента за **період експлуатації виробу між ремонтами**,  $T_p$ , під час яких проводиться його заміна або відновлення, визначають за формулою (год):

$$T_i = \frac{T_p}{\ln \frac{1}{P(T_p)}}, \quad (5.2)$$

де  $P(T_p)$  – ймовірність безвідмовної роботи елемента за напрацювання  $T_p$ .

При відсутності даних про елементи їх середнє напрацювання до відмови може бути визначена орієнтовно за довідниковими даними з використанням залежності  $T_i = 1/l_i$ , год. (тут  $l_i$  – інтенсивність відмов, яка приймається за відповідною таблицею РД РТМ 26-01-136-81).



Середній час безвідмовної роботи і середнє напрацювання до відмови можна отримати за результатами випробувань. Для цього потрібно проводити випробування доти, доки не відмовить останній із елементів.

Нехай *час життя* кожного із елементів відповідно дорівнює  $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$ . Тоді **середнє напрацювання до відмови**:

$$T_i = \frac{\tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_N}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \tau_i \quad (5.3)$$

Оскільки практично неможливо здійснити випробування всіх елементів до відмови, то при великому значенні  $n$  середнє напрацювання до відмови можна визначити за формулою:

$$T_i \approx \frac{\tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_n + (N - n)t}{N}, \quad (5.4)$$

де  $n$  – кількість елементів, що відмовили,  $N$  – кількість елементів, поставлених на випробування; *час життя* кожного із елементів відповідно становить  $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$ .



**Середнє напрацювання на відмову – відношення сумарного напрацювання відновлюваного об'єкта до математичного очікування числа його відмов протягом цього напрацювання.**

Цей показник введений стосовно до **відновлюваних** об'єктів, при експлуатації яких допускаються багаторазово повторювані відмови. Експлуатація таких об'єктів може бути описана наступним чином: в початковий момент часу об'єкт починає працювати і працює до першої відмови; після відмови відбувається відновлення працездатності, і об'єкт знову працює до відмови і т. д.

$$T_o = \frac{t}{M(r(t))}. \quad (5.5)$$

Тут  $t$  – сумарне напрацювання,  $r(t)$  – число відмов, що наступили протягом цього напрацювання,  $M\{r(t)\}$  – математичне сподівання цього числа.

У загальному випадку середнє напрацювання на відмову є функцією  $t$ . Для стаціонарних потоків відмов середнє напрацювання на відмову від  $t$  не залежить.

Для **відновлюваного** елемента середнє напрацювання на відмову – це напрацювання, яке припадає, в середньому, на одну відмову в розглянутому інтервалі сумарного напрацювання або певної тривалості експлуатації:

$$T_o = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n t_i, \quad (5.6)$$

де  $t_i$  – напрацювання елемента до  $i$ -ої відмови;  $m$  – кількість відмов в розглянутому інтервалі сумарного напрацювання.

**5.3.2 Визначення показників довговічності.** Оцінка довговічності виробу повинна включати в себе визначення ресурсу до поточного, середнього і капітального ремонту, терміну служби до списання та складання структури ремонтного циклу.

За ремонтний цикл приймають ресурс до капітального ремонту, протягом якого планується проведення поточних (середніх) ремонтів. Чисельні значення ресурсів до планових ремонтів визначають на підставі аналізу структур ППР діючих аналогів.

Значення ресурсу між поточними ремонтами визначають по гамма-відсоткового ресурсу найменш довговічного швидкозношуваного елемента. Періодичність поточних, ремонтів призначають кратною місячному напрацюванню (при безперервній експлуатації 720 год) або (для малонадійних елементів) добовому напрацюванню (24 год.).

Значення ресурсу до капітального ремонту виробу визначають за гамма-відсотковим



ресурсом найменш довговічного базового елемента. До базових елементів відносять основні частини виробу, призначені для його компонування і встановлення складових частин.

При наявності у виробі елементів з ресурсом значно більшим, ніж ресурс швидкозношуваних елементів, але меншим гамма-процентного ресурсу базових елементів, в ремонтний цикл включають середні ремонти з періодичністю, яка дорівнює гамма-відсотковому ресурсу зазначених елементів.

Нормоване значення показника довговічності «середній повний термін служби» має відповідати нормам амортизаційних відрахувань і бути кратним середньому ресурсу до капітального ремонту.

Повний термін служби (до списання) обладнання слід визначати по мінімуму питомих сумарних витрат при його експлуатації або (при відсутності достатніх даних) за формулою:

$$T_{cl} = [T_{PK} (d + 1)] / 8640, \text{ років} \quad (5.7)$$

де  $d$  – доцільне число капітальних ремонтів; для хімічного обладнання дорівнює 1 – 5; кількість капітальних ремонтів повинна бути обґрунтована і призначена з урахуванням умов експлуатації і системи ППР.

**5.3.3. Визначення показників ремонтпридатності. Напрацювання між відмовами** визначається об'ємом роботи елемента від  $i$ -ої відмови до  $(i + 1)$ -ї, де  $i = 1, 2, \dots, m$ .

**Середній час відновлення** після однієї відмови в розглянутому інтервалі сумарного напрацювання або певної тривалості експлуатації:

$$T_B = T_O \sum_{i=1}^n \left( \frac{n_i T_{Bi}}{T_i} \right), \quad (5.7)$$

де  $T_{Bi}$  – середній час відновлення елемента, взятий за результатами експлуатації аналога або визначений розрахунковим шляхом.

Його можна визначити інкаше

$$T_B = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m t_{Bi} \quad (5.8)$$

де  $t_{Bi}$  – час відновлення  $i$ -ої відмови;  $m$  – сумарне число відмов в розглянутому інтервалі сумарного напрацювання.

Для визначення мети і змісту кожного з планових ремонтів слід використовувати рекомендації ГОСТ 18322 і «Системи технічного обслуговування і ремонту устаткування підприємств хімічної промисловості».

Тривалість простою в кожному з планових ремонтів слід приймати за даними експлуатації аналога, або додатковим розрахунком, виходячи з припущення, що ремонти виконуються однією бригадою послідовним методом по групах складальних одиниць.

Тривалість поточного ремонту повинна визначатися за часом, необхідним для заміни (ремонту) елементів, що лімітують безвідмовність виробу.

Тривалість середнього ремонту повинна визначатися за часом, необхідним для заміни (ремонту) елементів, що мають ресурс, рівний періодичності середніх ремонтів.

Тривалість капітального ремонту повинна визначатися часом, необхідним на відновлення базових елементів.

На додаток до основного має враховуватися час, що витрачається на видалення продуктів переробки, підготовчі операції, розбирання виробу і подальше складання, регулювання та випробування після ремонту.

Технічне обслуговування виробу, яке виконується без зупинки виробу, в розрахунку надійності не враховується. При необхідності зупинки тривалість простою повинна

визначатися аналогічно тривалості простою в плановому ремонті.

Дані про структуру ремонтних циклів і тривалості простою в планових ремонтах представляються у формі таблиці.

**5.3.4** **Визначення комплексних показників надійності** здійснюється за формулами (5.9) і (5.10).



*Коефіцієнт готовності  $K_G$  – ймовірність того, що виріб буде працездатний в довільний момент часу, крім періодів виконання планового технічного обслуговування, коли застосування виробу за призначенням виключено.*

Цей показник є комплексним, оскільки кількісно характеризує одночасно два показники: безвідмовність і ремонтпридатність.

У стаціонарному (усталеному) режимі експлуатації і при будь-якому вигляді закону розподілу часу роботи між відмовами і часу відновлення коефіцієнт готовності визначають за формулою

$$K_G = T_O / (T_O + T_B) \quad (5.9)$$

де  $T_O$  – середнє напрацювання на відмову;  $T_B$  – середній час відновлення однієї відмови.

З аналізу цієї формули випливає, що надійність виробу є результатом не тільки безвідмовності, а й ремонтпридатності. Це означає, що низька надійність може бути дещо компенсована поліпшенням ремонтпридатності. Чим вище інтенсивність відновлення, тим вище готовність виробу. Якщо час простою великий, то готовність буде низькою.



*Коефіцієнт технічного використання  $K_{ТИ}$  – відношення напрацювання виробу в одиницях часу за певний період експлуатації до суми цього напрацювання і часу всіх простоїв, обумовлених усуненням відмов, технічним обслуговуванням і ремонтами за цей період:*

$$K_{ТИ} = \frac{8640 - t_n}{8640} K_G, \quad (5.10)$$

де  $t_n$  – сумарна тривалість технічного обслуговування і планових ремонтів в рік.

Тобто, це ймовірність того, що виріб буде працювати в належному режимі за час  $T$ . Таким чином,  $K_{ТИ}$  визначається двома основними факторами – надійністю і ремонтпридатністю і характеризує частку часу перебування елемента в працездатному стані щодо даної тривалості експлуатації.

Період експлуатації, для якого визначається коефіцієнт технічного використання, повинен містити всі види технічного обслуговування і ремонтів.

**Коефіцієнт технічного використання враховує витрати часу на планові і непланові ремонти, а також регламенти, і може визначатися за формулою**

$$K_{ТИ} = t_H / (t_H + t_B + t_P + t_O), \quad (5.11)$$

де  $t_H$  – сумарне напрацювання виробу за розглянутий проміжок часу;  $t_B$ ,  $t_P$  і  $t_O$  – відповідно сумарний час, витрачений на відновлення, ремонт і технічне обслуговування за той же проміжок часу.

Результати розрахунку використовують для обґрунтування чисельних значень показників надійності при виборі варіанту конструктивно-схемного рішення виробу, а також в якості вихідних даних для розрахунку техніко-економічних показників і при оцінці рівня

якості.

Значення показників надійності визначаються в результаті розрахунку повинні бути включені в нормативно-технічні документи, а також в розрахунково-пояснювальну записку (розділ розрахунку надійності).

## ПРИКЛАДИ НОРМУВАННЯ, ПОКАЗНИКІВ НАДІЙНОСТІ ХІМІЧНОГО ОБЛАДНАННЯ.

### 1. Фільтр вакуумний барабанний БН 20-3,0-ІУ-01.

Середнє напрацювання на відмову, год,	не менше 8000
Середній ресурс до капітального ремонту, год,	не менше 28000
Середній повний термін служби, років,	не менше 10
Коефіцієнт технічного використання,	не менше 0,9

**Критерії відмов:** поломки підшипників, зубчастих коліс і шестерень, вала мішалки, ножа, відмови розподільної головки, редукторів, електродвигунів, непереборні операціями технічного обслуговування.

#### Критерії граничного стану фільтра:

граничне зношення зубчастого колеса барабана - поломка або зношення зубів до товщини менше 90% від початкової;

зношення підшипників зубчастого колеса до радіального зазору більше 0,5 мм;

корозійно-ерозійний зношення стінок корита або барабана на глибину понад 2 мм

### 2. Сепаратор відцентровий СДС 31 К-01

Середнє напрацювання на відмову, год,	не менше 8000
Середній ресурс до капітального ремонту, год,	не менше 20000
Призначений повний ресурс ротора, год,	40000
Призначений повний термін служби, років	5
Коефіцієнт технічного використання, не менше	0,8

**Критерії відмов:** сильна вібрація (більше 10 мм / с) на чаші на рівні горловий опори; перевищення струму холостого ходу електродвигуна 25 А; перевищення температури підшипників в маслі 70 С; збільшення часу розгону ротора до робочого числа обертів більше 5 хв; контакт зрошуваних деталей приводу і ротора з нерухомими, що супроводжується різким шумом; відмова електродвигуна.

**Критерії граничних станів:** критерії необхідності середнього ремонту: биття посадочних поверхонь вала веретена, більше 0,04 мм; рівномірне зношування бандажа розгінної муфти понад 2 мм на сторону або поява на його робочій поверхні канавок зносу глибиною понад 1 мм; наявність кольорів мінливості на вал-шестерні; зношування підшипників до радіального зазору більше 0,33 мм; поломка або зношування зубів вінця гвинтової передачі до товщини менше 90% від номінальної; зношування склянок підшипників до появи радіального люфту; знос пружин і інших деталей наполегливої підшипника, який зумовлює зменшення зазору між напірним диском і кришкою напірної камери менше 1,5 мм; знос склянки підшипника горловий опори під стаканчиками пружини понад 0,5 мм глибиною.

**Критерії необхідності капітального ремонту** (або списання): зношування посадочних місць підшипників в станині; поява тріщин на станині; ерозійний знос і поява осередків корозії на відповідальних деталях ротора понад норму, встановлену в «Інструкції з обстеження деталей роторів відцентрових сепараторів, 37-87»; деформації кришок сепараторів, що викликає ексцентриситет напірного диска понад 1 мм.

### 3. Реактор спеціального призначення періодичної дії.

Дев'яностопрцентне напрацювання до відмови, ч,	не менше 8000
Призначений повний ресурс, циклів	9000
Повний дев'яностопрцентний термін служби, років не менше	6
Коефіцієнт технічного використання не менше	0,95

Критерії відмов: порушення герметичності в з'єднаннях.

Критерії граничного стану: вичерпання призначеного ресурсу або потоншення стінки до 16 мм, поява виразок глибиною більше 5 мм.

При встановленні критеріїв відмов деталей машин і приладів необхідно враховувати умови їх використання, так як один і той же стан деталі в одних умовах може розглядатися як працездатний, в інших – як непрацездатний.

Так, наприклад, одна і та ж величина зношування підшипників кочення може бути допустимою – для апаратів з пристроями і неприпустимою – для відцентрових сепараторів. Крім того, слід враховувати можливу відмінність причин їх відмов.

Так, наприклад, відмови підшипників кочення можуть відбуватися внаслідок наявності в них прихованих дефектів, попадання в підшипник корозійної або абразивного середовища, погане їх змащування і ін. Тому при встановленні критеріїв відмов і граничних станів деталей слід зазначати ознаки, які є загальними для більшості виробів (деталей):

- порушення цілісності деталей (поломка вала, руйнування підшипника, поява тріщин в корпусі);
- зміна стану поверхні (поява виразок, подряпин, сітки тріщин і т.п.);
- зміна розмірів (знос втулок, корозійне руйнування оболонок і т.п.);
- для комплектуючих виробів і вузлів досить вказати критерії відмов і граничних станів для виробів (вузлів) в цілому, наприклад, відмова електродвигуна (не уточнюючи елемента, що відмовив: обмоток, ротора, колектора і т.п.).

Для інших вузлів слід застосовувати ознаки зовнішнього прояву відмов:

- підвищення температури;
- підвищення вібрації, шуму;
- порушення герметичності;
- заїдання або не спрацювання окремих елементів;
- припинення функціонування.

### **5.4 Методи забезпечення і підвищення надійності**

З метою створення працездатних і високонадійних хіміко-технологічних об'єктів (систем) на кожній стадії застосовуються відповідні **методи забезпечення і підвищення надійності**.

На стадії проектування – це вибір (або розробка) високонадійних вузлів, складових частин елементів і систем, раціональних конструктивних і технологічних схем, оптимальних режимів, номенклатури нормованих показників надійності, використання науково обґрунтованих методик розрахунку надійності і прогнозування ресурсу з урахуванням всіх можливих умов експлуатації, внутрішніх процесів і зовнішніх впливів.

Конструкційну надійність об'єкта можна підвищити за рахунок:

- вдосконалення кінематичних схем апаратів і конструкції елементів, оптимізації конструктивних рішень, розробки надійної і прогресивної технології їх складання і монтажу;
- застосування стандартизованого типового обладнання, уніфікації вузлів і одиниць обладнання;
- застосування високоякісних конструкційних матеріалів для виготовлення обладнання і нових технологій зміцнення;
- збільшення запасу міцності вузлів і деталей;
- передбачення зручності підходу до обладнання для обслуговування і ремонту;

- захисту устаткування від зносу, втоми матеріалів, корозії, ерозії та інших впливів зовнішнього навколишнього середовища.

На стадії виготовлення – це контроль якості сировини, матеріалів і комплектуючих, автоматизація і роботомеханізація процесів виготовлення вузлів і одиниць обладнання, організація раціональних технологічних процесів, застосування зміцнюючих технологій, відпрацювання системи контрольних і приймально-здавальних випробувань.

Експлуатаційну надійність об'єкта підвищують за рахунок:

- розроблення раціональних способів і умов зберігання технологічних елементів до експлуатації;

- стабілізації параметрів технологічних режимів;

- зниження рівня навантажень;

- розроблення інструкцій по монтажу, експлуатації, ремонту апаратів і обладнання;

- підвищення якості складання, монтажу та відновлення елементів;

- усунення прихованих дефектів на стадії пуску і підробітки;

- проведення попередніх випробувань елементів;

- оптимального планування термінів проведення технічного обслуговування (ремонт) елементів і систем.

Надійність АСУ об'єкта може бути підвищена за рахунок застосування високонадійних датчиків, контрольно-вимірювальних і регулюючих приладів, шляхом оптимального вибору керуючих змінних і структури блок-схем (алгоритмів автоматичного керування) для АСУ.

Надійність технологічної топології системи підвищують або шляхом зміни структури технологічних зв'язків, або шляхом введення резервних технологічних зв'язків і резерву для елементів, які є її «вузькими» місцями. Для цих елементів також необхідно забезпечити підвищення їх конструкційної або фізичної надійності вже на стадії монтажу з оптимальною організацією і контролем якості монтажних робіт, оскільки це забезпечить підвищення експлуатаційної надійності об'єкта в цілому.

Для підвищення надійності об'єктів хімічного машинобудування, в першу чергу, необхідно проаналізувати можливість підвищення надійності її елементів, причому ефект буде тим значніше, чим складніше система і чим більше в ній елементів. Однак найчастіше більш надійні елементи мають великі габарити і масу, більш складну власну структуру і більш високу вартість. Крім того, здійснення деяких методів підвищення надійності елементів часто вимагає проведення складних конструктивних, технологічних, експлуатаційних та організаційних заходів, тому в кожному конкретному випадку необхідно співвіднести корисний ефект від підвищення надійності елемента з витратами на її здійснення.

Для ряду систем можливе підвищення надійності за рахунок скорочення числа елементів. Наприклад, для системи з послідовним з'єднанням 10 елементів при  $p = 0,99$  зменшення числа елементів в 2 рази зменшує ймовірність її відмови з 9,6% до 4,9%. Однак перебудова технологічної системи, як правило, означає зміну її функціональної і конструктивної схеми (за винятком структурного резервування) і застосовується вкрай рідко.

При заданій конструкції елементів системи можливості підвищення їх безвідмовності дуже обмежені. У цих умовах основним найпоширенішим способом підвищення надійності хіміко-технологічної системи (установки, технологічної лінії) вже на стадії проектування є структурне резервування окремих її елементів, надійність яких буде визначальною для всієї системи.

## **5.5 Розподіл нормованих показників надійності**

Нормований показник надійності – показник, який прямо чи опосередковано входить в загальну оцінку функціонування об'єкта у вигляді деякої функції корисності або критерію ефективності. Він характеризує кількісні показники надійності з врахуванням ступеню і характеру їх впливу на виконання функцій об'єктом.

Розподіл норм надійності проводять на етапах ескізного і робочого проектування технічної системи. Передбачається, що на будь-якому з цих етапів конструювання систему можна розбити на деяке число підсистем у вигляді окремих складальних одиниць і виходити з початкової надійності кожної підсистеми, отриманої розрахунком або за результатами випробувань підсистем.

Позначимо, для прикладу, надійності підсистем  $p_1, p_2, \dots, p_n$ . Якщо припустити, що відмова будь-якої підсистеми призводить до відмови системи в цілому (тобто їх структурна схема послідовна), то надійність системи на підставі теореми множення ймовірностей визначається виразом:

$$P = p_1 p_2 \dots p_n \quad (5.12)$$

При проектуванні задаються необхідним рівнем надійності системи  $P^{TP}$ . Задача полягає в тому, щоб підвищити хоча б одне із значень  $p_j$ , на стільки, щоб  $P > P^{TP}$ .

Для підвищення надійності необхідно здійснити додаткові витрати, пов'язані або з введенням резервування в цій системі, або з введенням в систему більш надійних елементів.

Розглянемо одну з методик підвищення надійності до необхідного значення  $P^{TP}$  зводиться до наступного. Надійності  $p_1, p_2, \dots, p_n$  розташовують в неубуваючій послідовності:

$$p_1 \leq p_2 \leq \dots \leq p_n \quad (5.13)$$

Кожну з надійностей  $p_1, p_2, \dots, p_k$  збільшують до одного і того ж значення  $p_0^{TP}$ , а надійність, починаючи з  $p_{k+1}, \dots, p_n$ , залишаються незмінними. Номер  $k$  вибирають з максимального значення  $j$ , для якого

$$p_j < \left[ P^{TP} / \prod_{j=1}^{n+1} p_j \right]^{1/j} = r_j, \quad (5.14)$$

де  $p_{n+1} = 1$  за визначенням.

Значення  $p_0^{TP}$  визначають із співвідношення:

$$p_0^{TP} = \left[ P^{TP} / \prod_{j=k+1}^{n+1} p_j \right]^{1/k}. \quad (5.15)$$

Очевидно, що надійність системи після визначення  $p_0^{TP}$  буде задовольняти заданій, оскільки нова надійність дорівнює:

$$(p_0^{TP})^k p_{k+1} \dots p_n = (p_0^{TP})^k \prod_{j=k+1}^{n+1} p_j = P^{TP}. \quad (5.16)$$



### Питання для самоперевірки

1. Назвіть види надійності, які можна виділити при дослідженні надійності технічних об'єктів.
2. Поясніть різницю між проектно-розрахунковою і конструкційною надійністю.
3. Поясніть різницю між конструкційною і експлуатаційною надійністю.
4. Порівняйте мету розрахунку показників надійності на стадії технічного завдання і



технічного проекту.

5. Назвіть показники безвідмовності.
  6. Назвіть показники довговічності.
  7. Назвіть показники ремонтпридатності.
  8. Складіть список показників надійності, які необхідно вибирати в якості основних для технічних об'єктів, які передбачається ремонтувати.
  9. Порівняйте методи забезпечення підвищення надійності на різних стадіях.
  10. Поясніть на прикладі сутність підвищення надійності системи за рахунок зміни надійності її елементів.
- 

## 6 СТРУКТУРНІ СХЕМИ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

### 6.1 Поняття складної технічної системи і її структури

Сучасні потреби науки, техніки, практичної діяльності в цілому висувають задачу розробки системного підходу до досліджень будь-яких явищ і процесів. Цілком природно, що і до проблем надійності і безпечності технічних об'єктів загалом, машин і апаратів хімічного машинобудування зокрема, також необхідно підходити системно.



**«Система» – множина (сукупність) діючих елементів, які взаємопов'язані між собою і розглядаються як єдине структурне ціле.**

Ці зв'язки (відношення) і відрізняють систему від простого конгломерату (поєднання, набору) частин. Відношення розглядаються в певному контексті і цілком залежать від задачі, яка вирішується. Для кожної конкретної задачі приймаються до уваги ті чи інші зв'язки, що нас цікавлять, і виключаються тривіальні зв'язки.

Система (підсистема, елемент) має входи і виходи. Входом називається дискретна або безперервна множина «контактів», через які вплив середовища передається системі. Вихід – множина контактів, через які система впливає на середовище. Будь-який елемент системи має принаймні один вихід і один вхід. Вплив може полягати в передачі речовини, енергії, інформації або комбінації цих компонентів. Таким чином, система – множина підсистем, а цілісний об'єкт – об'єкт, що допускає різні членування на підсистеми (можливо, навіть нескінченне число членувань). Тому система не тотожна ніяким її поділам на окремі елементи.

В залежності від специфічних особливостей систем розрізняють різні їх класи, зокрема, наприклад системи поділяють на **штучні і природні, відкриті і закриті, прості і складні, організаційні, технічні, інформаційні, агрегатовані** тощо.

Багато існуючих нині систем (наприклад, енергетичні, виробничі, транспортні, інформаційні) є штучними, тобто створеними людиною, хоча одночасно і природними, оскільки включають в себе і людину. Одночасно системи можуть бути і простими, і складними.



**Технічна система – сукупність технічних елементів, які призначені для виконання певної функції (функцій).**

Поділ технічної системи на елементи умовний і залежить від постановки задачі.

Розрахунок показників надійності технічних систем здійснюється в рамках системного аналізу. Сутність системного аналізу при дослідженні надійності полягає

в інженерному аналізі відмов об'єкта і причин їх виникнення, виборі організаційно-технічних і технологічних способів підвищення надійності, методів синтезу високонадійних технічних систем.



Системний аналіз надійності технічних об'єктів включає, як правило, такі стадії: аналіз технічної системи як об'єкта дослідження надійності; розробка математичної моделі надійності системи; аналіз надійності системи; розрахунок показників надійності; вибір способів забезпечення і підвищення надійності, оптимізація показників надійності або синтез технічної системи з заданими показниками надійності; розробка організаційних і інженерно-технологічних заходів з підвищення ефективності функціонування технічної системи.

Аналіз технічної системи як об'єкта дослідження надійності проводиться в декілька етапів:

- декомпозиція технічної системи на окремі підсистеми і елементи;
- вибір критеріїв ефективності функціонування елементів, підсистем і системи в цілому (конструктивні, технологічні і проектні розрахунки);
- інженерно-технологічний аналіз відмов елементів, підсистем і системи в цілому (виявлення характеру і ознак, причин виникнення відмов, вивчення впливу відмов елементів і підсистем на працездатність системи в цілому, розрахунок показників надійності елементів і підсистем).



**Математична модель надійності – формальний математичний опис функціонування системи з певним ступенем наближеності. Математичні моделі є символічні і топологічні (структурні).**

**Топологічні моделі надійності** – наочні графічні зображення впливу відмов елементів системи на працездатність системи в цілому, які дозволяють визначати показники надійності системи з урахуванням особливостей її структури, взаємодії елементів, експлуатації і технічного обслуговування. Топологічні моделі надійності складаються у вигляді структурних, структурно-логічних схем, орієнтованих або неорієнтованих графів.

Більшість технічних систем є складними системами, такими, що складаються з окремих вузлів, деталей, агрегатів, систем управління і т.п.

**Під складною системою розуміють об'єкт, призначений для виконання заданих функцій, який може бути розчленований на елементи (компоненти), кожен з яких також виконує певні функції і знаходиться у взаємодії з іншими елементами системи.**

Часто інтуїтивно поняття складність системи поєднують з такими властивостями технічного об'єкта як кількість елементів, масою, габаритними розмірами; розгалуженістю зв'язків між елементами і ступенем їх взаємодії; кваліфікацією персоналу, який здійснює виготовлення, монтаж, налагодження, експлуатацію об'єкта; вартістю виготовлення; важкістю оцінки його ефективності, надійності і безпечності (багатокритеріальність, комплексність). Таким чином, в поняття «складна система» включається як складність структури системи, так і складність функцій, які цією системою реалізуються.

**З позицій надійності складна система володіє як негативними, так і позитивними властивостями.**

Фактори, що **негативно** впливають на надійність складних систем, наступні:



1. велике число елементів, відмова кожного з яких може привести до відмови всієї системи;
2. оцінити працездатність складних систем ускладнено з точки зору отримання статистичних даних, оскільки вони є часто унікальними або виготовлені в невеликих кількостях;
3. навіть у систем однакового призначення кожен екземпляр має свої незначні варіації властивостей окремих елементів, що позначається на початкових параметрах системи. Чим складніше система, тим більшими індивідуальними особливостями вона володіє.

Однак складні системи володіють і такими властивостями, які **позитивно** впливають на їх надійність:

- складним системам властива самоорганізація, саморегулювання або самоприспособлення, коли система здатна знайти найбільш стійкий для свого функціонування стан;
- для складної системи часто можливе відновлення працездатності по частинах, без припинення її функціонування;
- в повному обсязі елементи системи однаково впливають на надійність складної системи.

Під структурно-складними системами (за Рябіним І. О.) розуміють такі системи, які при їх математичному описі не зводяться до послідовних, паралельних чи деревовидних структур. Структурно-складні системи описуються сценаріями мережевого типу з циклами і непереборною повторюваністю аргументів при їх формалізації. Незалежно від природи структурно-складної системи (ССС) при розв'язанні задач використовуються одні і ті ж самі абстрактні моделі (логіко-ймовірнісні).

Єдиним практичним реальним і доступним шляхом для проектування і дослідження СССР є моделювання.

Для розрахунку надійності і ефективності функціонування на підставі конструктивної схеми виробу та критеріїв його відмови формують структурну схему розрахунку надійності.



*Структурна схема надійності визначає функціональний взаємозв'язок між роботою підсистем (або елементів) в певній послідовності.*

Цю схему складають за принципом функціонального призначення відповідних підсистем (або елементів) при виконанні ними певної частини роботи, що виконується системою в цілому.

На етапі складання схеми, по-перше: класифікується поняття (вид) відмов, який істотно впливає на працездатність системи. По-друге, визначається склад системи у вигляді окремих елементів, в якості яких можуть виступати, наприклад, електричні з'єднання паянням, стисненням або зварюванням, а також інші сполучення (штепсельні й ін.). Оскільки на їх частку припадає 10 – 50 % загального числа відмов. По-третє, як правило, є неповна інформація про показники надійності елементів, тому доводиться або інтерполювати показники, або використовувати показники аналогів.

Технічна система може бути сконструйована таким чином, що для успішного її функціонування необхідна справна робота всіх її елементів. У цьому випадку її називають системою з *послідовним з'єднанням* (послідовною системою).

Якщо при відмові одного елемента системи інший елемент здатний виконати його функції, то таку систему називають *паралельною*.

Дуже часто системи мають властивості як паралельних, так і послідовних систем – це системи зі *змішаним з'єднанням*.

Структурна схема для розрахунку надійності в загальному випадку суттєво відрізняється

від функціональної схеми. Оскільки структурна схема однозначно визначає працездатний (або непрацездатний) стан системи за працездатними (або непрацездатними) станами елементів, які графічно відображені в ній.

## 6.2 Аналіз працездатності складної системи

Залежно від умов розв'язуваної задачі один і той же об'єкт може розглядатися або як елемент, або як система.

Кожен елемент виконує одну або кілька певних функцій. При експлуатації внаслідок різних причин (зносу, корозії, перевантаження, впливу зовнішніх впливів) елемент частково або повністю втрачає свою працездатність, що призводить до невиконання ним відповідних функцій, знижує ефективність функціонування об'єкта, створює умови, що сприяють виникненню аварій, або безпосередньо їх викликає.

Наприклад, типові елементи апарату з мішалкою (реактора, промивача) – корпус, пристрій для перемішування, електродвигун приводу мішалки, вхідний і вихідний патрубки. Для рекуперативного теплообмінника – це кожух, трубки, вхідний і вихідний патрубки, насоси для прокачування рідини.

Під словом «елемент» слід розуміти не тільки неподільні частини системи, а й будь-який пристрій, блок, надійність якого вивчається незалежно від надійності частин, що його складають.

*Аналіз працездатності складної системи пов'язаний з вивченням її структури і тих взаємозв'язків, які визначають її надійне функціонування.*

При аналізі надійності складних систем їх розбивають на елементи (компоненти) з тим, щоб спочатку розглянути параметри і характеристики елементів, а потім оцінити працездатність всієї системи. При цьому можливе відновлення працездатності елемента незалежно від інших частин і елементів системи.

Аналіз надійності складних систем має свої специфічні особливості. Вплив різних відмов і зниження працездатності елементів системи по-різному позначається на надійності всієї системи.

При аналізі надійності складної системи всі її елементи і компоненти доцільно розділити на наступні групи.

1) Елементи, відмова яких практично не впливає на працездатність системи (деформація захищає кожуха машини, зміна забарвлення поверхні і т.п.). Відмови (тобто несправний стан) цих елементів можуть розглядатися ізольовано від системи.

2) Елементи, працездатність яких за розглянутий період часу практично не змінюється (станіни і корпусні деталі, малонавантажених елементи з великим запасом міцності).

3) Елементи, ремонт або регулювання яких можливе при роботі виробу або під час зупинок, які не впливають на його ефективність (підналагоджування і заміна ріжучого інструменту на верстаті, регулювання холостого ходу карбюратора автомобільного двигуна).

4) Елементи, відмова яких призводить до відмов системи

Таким чином, розгляду та аналізу надійності підлягають лише елементи останньої групи. Як правило, є обмежене число елементів, які в основному і визначають надійність виробу. Ці елементи і підсистеми виявляються при розгляді структурної схеми параметричної надійності.

При аналізі надійності складної системи, як правило, виконуються наступні операції.

1. Аналізуються пристрій і функції, які виконуються системою і її складовими частинами, а також і взаємозв'язки складових.
2. Формулюється зміст понять «безвідмовна робота» і «відмова».

3. Визначаються всі можливі відмови системи і її складових, їх причина і можливі наслідки.
4. Оцінюють вплив відмов складових частин на працездатність системи.
5. Система розділяється на елементи, показники надійності яких відомі.
6. Складається графічна модель – структурна схема.
7. За структурною схемою складаються розрахункові залежності для визначення показників надійності системи.

### Питання для самоперевірки



1. Назвіть характеристики систем.
2. Поясніть аналіз надійності технічних об'єктів як системний процес.
3. Опишіть етапи аналізу технічної системи як об'єкта дослідження надійності.
4. Опишіть позитивні і негативні фактори, які впливають на надійність складних систем.
5. Поясніть сутність поняття «елемент» при аналізі працездатності системи.
6. Проаналізуйте відмінності між чотирма групами компонентів і елементів в залежності від їх впливу на працездатність складної системи.

## 7 РОЗРАХУНОК СИСТЕМ З РІЗНИМИ СТРУКТУРНИМИ СХЕМАМИ

### 7.1 Розрахунок надійності систем з послідовним з'єднанням елементів

Існують структурні схеми надійності системи з послідовним з'єднанням елементів (рис. 7.1), коли відмова одного елемента викликає відмову іншого елемента, а потім третього і т.д. Наприклад, більшість приводів машин і механізми передач підкоряються цій умові. Так, якщо в приводі машини вийде з ладу будь-яка шестерня, підшипник, муфта, важіль управління, електродвигун, насос мастила, то весь привід перестане функціонувати. При цьому окремі елементи в цьому приводі не обов'язково повинні бути з'єднані послідовно.



У випадку структурної схеми з послідовним з'єднанням елементів надійність системи визначають за теоремою множення для залежних подій.

Нехай  $A$  – подія, яка полягає в тому, що система працює безвідмовно, а  $A_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) – події, які полягають в справній роботі всіх її елементів. Далі припустимо, що подія  $A$  має місце тоді і тільки тоді, коли мають місце всі події  $A_i$ , тобто система справна тоді і тільки тоді, коли справні всі її елементи.

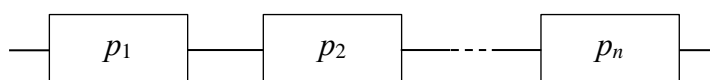


Рисунок 7.1 – Структурна схема надійності системи з послідовним з'єднанням елементів

Відомо, що відмова будь-якого елемента такої системи приводять, як правило, до відмови системи. Тому ймовірність безвідмовної роботи системи визначають як добуток ймовірностей для незалежних подій.

$$P(A) = \prod_{i=1}^n P(A_i). \quad (7.1)$$

Позначимо для спрощення  $P(A) = P$ ;  $P(A_i) = p_i$ , отримаємо

$$P = \prod_{i=1}^n p_i. \quad (7.2)$$

Якщо надійність всіх елементів, які утворюють систему однакова, то:

$$P(t) = P^n.$$

Складні системи, що складаються з елементів високої надійності, можуть мати низьку надійністю за рахунок наявності великої кількості елементів.

Наприклад, якщо вузол складається всього з 50 деталей, а ймовірність безвідмовної роботи кожної деталі за вибраний проміжок часу становить  $P_i = 0,99$ , то ймовірність безвідмовної роботи вузла буде становити  $P(t) = (0,99)^{50} = 0,55$ .

Якщо ж вузол з аналогічною безвідмовністю елементів складається з 400 деталей, то  $P(t) = (0,99)^{400} = 0,018$ , тобто вузол стає практично непрацездатним.

## 7.2 Розрахунок надійності систем з паралельним з'єднанням елементів

У практиці проектування складних технічних систем часто використовують схеми з паралельним з'єднанням елементів (рис. 7.2), які побудовані таким чином, що відмова системи можлива лише в разі, коли відмовляють всі її елементи, тобто система справна, якщо справний хоча б один її елемент. Такі схеми надійності характерні для ТС, в яких елементи дублюються або резервуються, тобто паралельне з'єднання використовується як метод підвищення надійності.

Для відмови системи з паралельним з'єднанням елементів протягом напрацювання  $t$  необхідно і достатньо, щоб всі її елементи відмовили протягом цього напрацювання. Так що відмова системи полягає в спільній відмові всіх елементів, ймовірність чого (при допущенні незалежності відмов) може бути знайдена за теоремою множення ймовірностей як добуток ймовірностей відмови елементів:

$$Q(t) = q_1 q_2 \dots q_n = \prod_{i=1}^n q_i = \prod_{i=1}^n (1 - p_i), \quad (7.3)$$

Відповідно, ймовірність безвідмовної роботи

$$P(t) = 1 - Q(t) = 1 - \prod_{i=1}^n q_i = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - p_i).$$

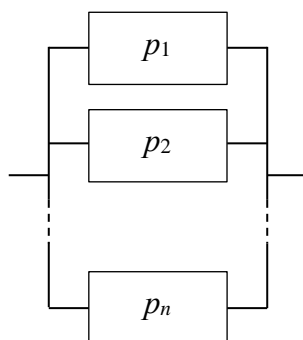


Рисунок 7.2 – Структурна схема надійності системи з паралельним з'єднанням елементів

Для систем, які складаються з рівнонадійних елементів ( $p_i = p$ )

$$P(t) = 1 - (1 - p)^n. \quad (7.4)$$

тобто надійність системи з паралельним з'єднанням підвищується при збільшенні кількості елементів (наприклад, при  $p = 0,9$  і  $n = 2$   $P = 0,99$ , а при  $n = 3$  –  $P = 0,999$ ).

Оскільки  $q_i < 1$ , то добуток в правій частині (7.3) завжди менший, ніж будь-якого з множників, тобто **ймовірність відмови системи не може бути вище ймовірності самого надійного її елемента** («краще кращого»).

### 7.3 Структурні схеми надійності систем з іншими видами з'єднання елементів

**7.3.1. Паралельно-послідовне з'єднання елементів.** В практиці проектування технічних систем часто застосовують структурні схеми надійності з **паралельно-послідовним з'єднанням** (змішаним) елементів (див. приклад рис.7.3).

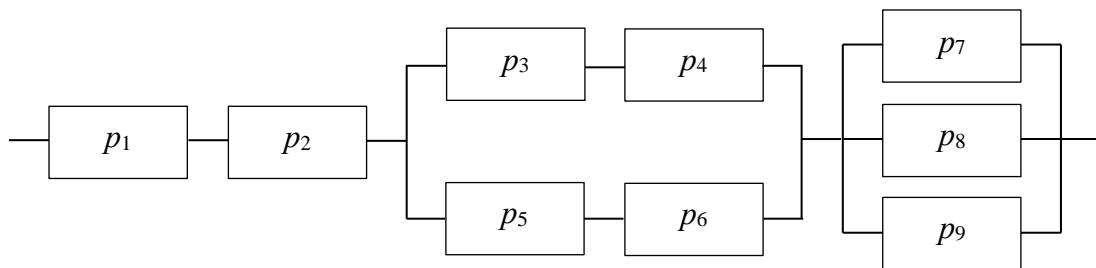


Рисунок 7.3 – Структурна схема технічної системи зі змішаним з'єднанням

Для визначення ймовірності безвідмовної роботи такої системи необхідно записати вираз для знаходження ймовірності безвідмовної роботи системи при відповідній структурній схемі її надійності з урахуванням як послідовного, так і паралельного з'єднань її елементів:

$$P = p_1 p_2 [1 - (1 - p_3 p_4)(1 - p_5 p_6)] [1 - (1 - p_7)(1 - p_8)(1 - p_9)] .$$

Таким чином, розрахунок надійності системи починається з побудови її структурної схеми, в якій елементи, відмова яких призводить до відмови всієї системи, зображуються послідовно, а резервні елементи або ланцюги – паралельно.

Конструктивне оформлення елементів, їх послідовне або паралельне з'єднання в конструкції ще не означає аналогічного зображення в структурній схемі надійності.

Різницю між конструктивною (монтажною) і структурною схемами можна показати на прикладі роботи двох фільтрів гідросистеми, які для підвищення надійності роботи системи можуть бути встановлені (рис. 7.4) послідовно або паралельно.

Відмова фільтра може статися в результаті двох основних причин – засмічення сітки і її розриву.

У разі засмічення сітки структурна схема надійності відповідає конструктивній. Послідовне з'єднання фільтрів в цьому випадку тільки знизить надійність системи, оскільки відмова будь-якого з фільтрів призведе до відмови системи, бо необхідний потік рідини не буде проходити крізь фільтр.

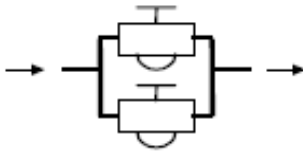
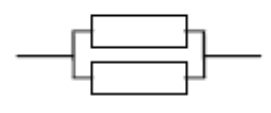
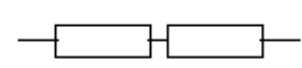
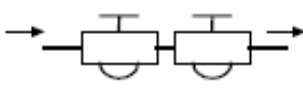

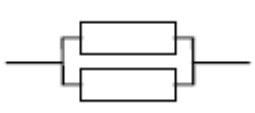
Конструктивна схема	Структурна схема	
	Засмічення сітки	Розрив сітки
		
		

Рисунок 7.4 – Конструктивні і структурні схеми надійності з'єднання фільтрів при різних видах відмов

При відмові фільтра через розрив сітки структурна схема надійності протилежна конструктивній.

При паралельному конструктивному виконанні відмова будь-якого фільтра буде означати відмову системи, так як при розриві сітки потік рідини піде через даний фільтр і не буде відбуватися її фільтрація. Тому структурна схема надійності зображена у вигляді послідовних елементів. При послідовному конструктивному включенні фільтрів, навпаки, розрив сітки одного з них не буде означати відмови, оскільки дублюючий фільтр продовжує виконувати свої функції. Тому структурна схема надійності зображена у вигляді паралельного з'єднання.

**7.3.2. Системи типу « $m$  із  $n$ ».** Таку систему можна розглядати як варіант системи з паралельним з'єднанням елементів, відмова якої відбудеться, якщо  $n$  елементів, з'єднаних паралельно, працездатними виявляться менше, ніж  $m$  елементів ( $m < n$ ).

На рис. 7.5 представлена система «2 з 5», яка працездатна, якщо з п'яти її елементів працюють будь-які два, три, чотири або всі п'ять (на схемі пунктиром обведені функціонально необхідні два елементи, причому виділення елементів 1 і 2 виконано умовно, насправді все п'ять елементів рівнозначні).

Системи типу « $m$  з  $n$ » найчастіше зустрічаються в електричних схемах або схемах зв'язку (при цьому елементами виступають сполучні канали), технологічних лінях, а також при структурному резервуванні.

Для розрахунку надійності систем типу « $m$  з  $n$ » при порівняно невеликій кількості елементів можна скористатися методом прямого перебору. Він полягає у визначенні працездатності кожного з можливих станів системи, які визначаються різними поєднаннями працездатних і непрацездатних станів елементів.

Всі стани системи «2 з 5» занесені в табл. 7.1 (в таблиці працездатні стани елементів і системи відмічені знаком «+», непрацездатні – знаком «-»).

Для даної системи працездатність визначається лише кількістю працездатних елементів.

За теоремою множення ймовірностей ймовірність будь-якого стану визначається як добуток ймовірностей станів, в яких перебувають елементи.

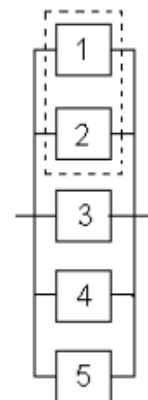


Рисунок 7.5 – Система «2 з 5»

Наприклад, в рядку 9 описаний стан системи, в якій відмовили елементи 2 і 5, а інші працездатні. При цьому умова «2 з 5» виконується, таким чином, система в цілому працездатна. Імовірність такого стану (передбачається, що всі елементи рівнонадійні):

$$P_9 = p_1q_2p_3p_4q_5 = p^3q^2.$$

З урахуванням всіх можливих станів ймовірність безвідмовної роботи системи може бути знайдена за теоремою додавання ймовірностей всіх працездатних поєднань. Оскільки в табл. 7.1 кількість непрацездатних станів менша, ніж працездатних (відповідно 6 і 26), простіше обчислити вірогідність відмови системи. Для цього підсумовуються ймовірності непрацездатних станів (де не виконується умова «2 з 5»).

Таблиця 7.1 – Стани системи «2 з 5»

№ стану	Стани елементів					Стан системи	Ймовірність працездатного стану системи
	1	2	3	4	5		
1	+	+	+	+	+	+	$p^5$
2	+	+	+	+	-	+	$p^4(1-p)$
3	+	+	+	-	+		
4	+	+	-	+	+		
5	+	-	+	+	+		
6	-	+	+	+	+		
7	+	+	+	-	-		
8	+	+	-	+	-	+	$p^3(1-p)^2$
9	+	-	+	+	-		
10	-	+	+	+	-		
11	+	+	-	-	+		
12	+	-	+	-	+		
13	-	+	+	-	+		
14	+	-	-	+	+		
15	-	+	-	+	+		
16	-	-	+	+	+		
17	+	+	-	-	-		
18	+	-	+	-	-		
19	-	+	+	-	-		
20	+	-	-	-	+		
21	-	+	-	-	+		
22	-	-	-	+	+		
23	+	-	-	+	-		
24	-	+	-	+	-		
25	-	-	+	-	+		
26	-	-	+	+	-		
27	+	-	-	-	-	-	$p(1-p)^4$
28	-	+	-	-	-		
29	-	-	+	-	-		
30	-	-	-	+	-		
31	-	-	-	-	+		
32	-	-	-	-	-		

Ймовірність відмови системи:

$$Q = P_{27} + P_{28} + P_{29} + P_{30} + P_{31} + P_{32} =$$

$$= 5 p(1-p)^4 + (1-p)^5 = 1 - 10 p^2 + 20 p^3 - 15 p^4 + 4 p^5$$

Тоді ймовірність безвідмовної роботи:

$$P = 1 - q = 10 p^2 - 20 p^3 + 15 p^4 - 4 p^5.$$

Розрахунок надійності системи « $m$  з  $n$ » може виконуватися комбінаторним методом, в основі якого лежить формула біноміального розподілу.

Біноміальному розподілу підпорядковується дискретна випадкова величина  $k$  – число появи деякої події в серії з  $n$  дослідів, якщо в окремому досліді ймовірність появи події становить  $p$ . При цьому ймовірність появи події рівно  $k$  разів визначається як:

$$P_k = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}, \quad (7.5)$$

де  $C_n^k$  – біноміальний коефіцієнт, число поєднань по  $k$  із  $n$  (тобто скількома різними способами можна реалізувати ситуацію « $k$  з  $n$ »).

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}. \quad (7.6)$$

Оскільки для відмови системи « $m$  з  $n$ » достатньо, щоб кількість справних елементів була меншою за  $m$ , ймовірність відмови можна знайти за теоремою додавання ймовірностей для  $k = 0, 1, \dots, (m-1)$ :

$$Q = \sum_{k=0}^{m-1} P_k = \sum_{k=0}^{m-1} C_n^k p^k (1-p)^{n-k}. \quad (7.7)$$

Аналогічно можна знайти ймовірність безвідмовної роботи як суму (7.5) для  $k = m, m+1, \dots, n$ :

$$P = \sum_{k=m}^n P_k = \sum_{k=m}^n C_n^k p^k (1-p)^{n-k}. \quad (7.8)$$

Для системи «2 з 5» (рис. 7.5) за формулою (7.8) отримаємо:

$$\begin{aligned} P &= C_5^2 p^2 (1-p)^3 + C_5^3 p^3 (1-p)^2 + C_5^4 p^4 (1-p) + C_5^5 p^5 = \\ &= 10 p^2 (1-p)^3 + 10 p^3 (1-p)^2 + 5 p^4 (1-p) + p^5. \end{aligned}$$

Тоді ймовірність безвідмовної роботи системи становитиме:

$$P = 10 p^2 - 20 p^3 + 15 p^4 - 4 p^5$$

В табл. 7.2 приведені формули для розрахунку ймовірності безвідмовної роботи систем типу « $m$  з  $n$ » при  $m \leq n \leq 5$ . Очевидно, при  $m = 1$  система перетворюється в звичайну систему з паралельним з'єднанням елементів, а при  $m = n$  – з послідовним з'єднанням.

Таблиця 7.2 – Формули для розрахунку ймовірності безвідмовної роботи систем типу « $m$  з  $n$ » при  $m \leq n \leq 5$

		Загальна кількість елементів $n$				
$m$	1	2	3	4	5	
1	$p$	$2p - p^2$	$3p - 3p^2 + p^3$	$4p - 6p^2 + 4p^3 - p^4$	$5p - 10p^2 + 10p^3 - 5p^4 + p^5$	
2	-	$p^2$	$3p^2 - 2p^3$	$6p^2 - 8p^3 + 3p^4$	$10p^2 - 20p^3 + 15p^4 - 4p^5$	
3	-	-	$p^3$	$4p^3 - 3p^4$	$10p^3 - 15p^4 + 6p^5$	
4	-	-	-	$p^4$	$5p^4 - 4p^5$	
5	-	-	-	-	$p^5$	



**7.3.3. Місткові схеми.** Широке застосування в проектуванні знайшли так звані *місткові схеми*. Структура схеми (рис. 7.6, а, б) в цьому випадку не зводиться ні до паралельного, ні до послідовного типу з'єднання елементів, а є **паралельним з'єднанням послідовних ланцюжків** елементів з діагональними елементами, включеними між вузлами різних паралельних гілок (елемент 3 на рис. 7.6, а; елементи 3 і 6 на рис. 7.6, б). Працездатність такої системи визначається не тільки кількістю елементів, що відмовили, але й їхнім положенням в структурній схемі.

Наприклад, працездатність технічної системи (рис. 7.6, а), буде втрачена при одночасній відмові елементів 1 і 2, або 4 і 5, або 2, 3 і 4 і т.д. В той же час, відмова елементів 1 і 5, або 2 і 4, або 1, 3 і 4, або 2, 3 і 5 до відмови системи не приводить.

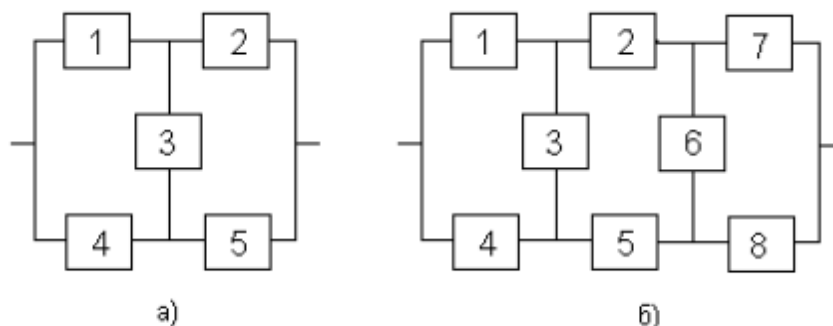


Рисунок 7.6 – Місткові схеми

Для розрахунку надійності місткових систем можна скористуватися *методом прямого перебору*, так, як це виконується для систем «*m з n*» (див. п. 7.3.2), але при аналізі працездатності кожного стану системи необхідно враховувати не тільки число елементів, що відмовили, але і їх положення в схемі (табл. 7.3).

Ймовірність безвідмовної роботи системи визначається як сума ймовірностей всіх працездатних станів:

$$\begin{aligned}
 P = & p_1 p_2 p_3 p_4 p_5 + p_1 p_2 p_3 p_4 q_5 + p_1 p_2 p_3 q_4 p_5 + p_1 p_2 q_3 p_4 p_5 + \\
 & + p_1 q_2 p_3 p_4 p_5 + q_1 p_2 p_3 p_4 p_5 + p_1 p_2 q_3 p_4 q_5 + p_1 q_2 p_3 p_4 q_5 + \\
 & + q_1 p_2 p_3 p_4 q_5 + p_1 p_2 q_3 q_4 p_5 + p_1 q_2 p_3 q_4 p_5 + q_1 p_2 p_3 q_4 p_5 + \\
 & + p_1 q_2 q_3 p_4 p_5 + q_1 p_2 q_3 p_4 p_5 + q_1 q_2 q_3 p_4 p_5 + p_1 q_2 q_3 p_4 q_5
 \end{aligned}
 \tag{7.9}$$

В випадку рівнонадійних елементів:

$$P = p^5 + 5p^4q + 8p^3q^2 + 2p^2q^3 = 2p^5 - 5p^4 + 2p^3 + 2p^2.
 \tag{7.10}$$

Таблиця 7.3 – Таблиця станів місткової системи

№ стану	Стан елементів					Стан системи	Ймовірність працездатного стану системи при рівнонадійних елементах
	1	2	3	4	5		
1	+	+	+	+	+	+	$p^5$
2	+	+	+	+	-	+	$p^4(1-p)$
3	+	+	+	-	+		
4	+	+	-	+	+		
5	+	-	+	+	+		
6	-	+	+	+	+		

7	+	+	+	-	-	-	$p^3(1-p)^2$
8	+	+	-	+	-		
9	+	-	+	+	-		
10	-	+	+	+	-		
11	+	+	-	-	+		
12	+	-	+	-	+		
13	-	+	+	-	+		
14	+	-	-	+	+		
15	-	+	-	+	+		
16	-	-	+	+	+	-	
17	+	+	-	-	-	$p^2(1-p)^3$	
18	+	-	+	-	-		
19	-	+	+	-	-		
20	+	-	-	-	+		
21	-	+	-	-	+		+
22	-	-	-	+	+		-
23	+	-	-	+	-		+
24	-	+	-	+	-	$p(1-p)^4$	
25	-	-	+	-	+		
26	-	-	+	+	-		
27	+	-	-	-	-		-
28	-	+	-	-	-		
29	-	-	+	-	-		
30	-	-	-	+	-		
31	-	-	-	-	+		
32	-	-	-	-	-	$(1-p)^5$	

Метод прямого перебору ефективний тільки при невеликій кількості елементів  $n$  оскільки число станів системи складає  $2^n$ .

Наприклад, для схеми на рис. 7.6, б їх кількість складе вже 256. Деякі спрощення досягаються, якщо в таблицю станів включати тільки поєднання, які відповідають працездатному (або тільки непрацездатному) стану системи загалом.



Для аналізу надійності ТС, структурні схеми яких не приводяться до паралельного або послідовного типу, можна скористуватися також *методом логічних схем із застосуванням алгебри логіки* (булевої алгебри). Застосування цього методу зводиться до складення для технічної системи формули алгебри логіки, яка визначає умову працездатності системи. При цьому для кожного елемента і системи в цілому розглядаються дві протилежних події – відмова і збереження працездатності.



### Питання для самоперевірки

1. Дайте характеристику складної системи. Назвіть фактори, які негативно впливають на її надійність?
2. Назвіть фактори, які позитивно впливають на надійність складної системи
3. Дайте характеристику структурної схеми надійності з послідовним з'єднанням елементів. Запишіть вираз для визначення ймовірності безвідмовної роботи системи з такою структурною схемою.
4. Дайте характеристику структурної схеми надійності з паралельним з'єднанням

елементів. Запишіть вираз для визначення ймовірності безвідмовної роботи системи з такою структурною схемою.

5. Наведіть послідовність визначення ймовірності безвідмовної роботи системи з послідовно-паралельним з'єднанням елементів?

6. Вкажіть особливості розрахунку надійності складних систем, структура яких представлена у вигляді місткових схем

---

## 8 РЕЗЕРВУВАННЯ ЯК СПОСІБ ПІДВИЩЕННЯ НАДІЙНОСТІ

**Резервування** – це один із основних засобів забезпечення заданого рівня надійності (особливо безвідмовності) об'єкта при недостатньо надійних елементах.



**Резервування – це застосування додаткових засобів і (або) можливостей з метою збереження працездатного стану об'єкта при відмові одного або декількох елементів.**

Таким чином – це метод підвищення надійності об'єкта шляхом введення надмірності. У свою чергу надмірність – це додаткові кошти і (або) можливості надмірно мінімально необхідні для виконання об'єктом заданих функцій. Завданням введення надмірності є забезпечення нормального функціонування об'єкта після виникнення відмови в його елементах.

### 8.1 Класифікація методів резервування

За видами резервування прийнята така класифікація методів резервування (рис. 8.1).

**Структурне резервування** (апаратне, елементне, схемне) передбачає застосування резервних елементів структури об'єкта. **Сутність структурного резервування полягає в тому, що в мінімально необхідний варіант об'єкта вводяться додаткові елементи.**

Елементи в структурній схемі поділяють на **основні** (елемент, необхідний для виконання об'єктом необхідних функцій при відсутності відмов його елементів і **резервні** (елемент, призначений для виконання функцій основного елемента в разі відмови останнього). Визначення основного елемента не пов'язане з поняттям мінімальності основної структури об'єкта, оскільки елемент, який є основним в одних режимах експлуатації, може служити резервним в інших умовах. Резервований елемент – основний елемент, на випадок відмови якого в об'єкті передбачений резервний елемент.

**Тимчасове резервування** пов'язане з використанням резерву часу. При цьому передбачається, що на виконання об'єктом необхідної роботи відводиться час, свідомо більший ніж мінімально необхідний. Резерви часу можуть створюватися за рахунок підвищення продуктивності об'єкта, інерційності його елементів і т.д.

Для об'єктів хімічного машинобудування такий вид резервування реалізується з використанням наступних прийомів і операцій:

1) збільшення в умовах експлуатації розрахункового часу функціонування, необхідного для виконання поставленої мети або для випуску заданої кількості хімічної продукції;

2) апарати і машини розробляються на більші значення продуктивності, ніж це потрібно за розрахунком, і, отже, об'єкти можуть виконувати завдання за короткий проміжок часу, ніж це встановлено планом;

3) введення в структуру технологічної схеми проміжних ємностей (резервуарів і бункерів для накопичення продукту) між окремими апаратами виробництва. Цей прийом створює

умови, що дозволяють продовжувати функціонування технологічної схеми, навіть, якщо частина обладнання до проміжного резервуара або бункера зупинена. Подібну функцію виконують, також, газгольдери, склади тощо;

4) функціональна інерційність об'єктів, наприклад теплова інерційність печей, обумовлена масивним футеруванням, запобігає швидкому зниженню температури печі при перерві в подачі пального. Інерційність об'єктів дозволяє за малий можливий проміжок часу ліквідувати аварію, переключивши процес на будь-який резервний об'єкт або виконання будь-якої іншої операції.

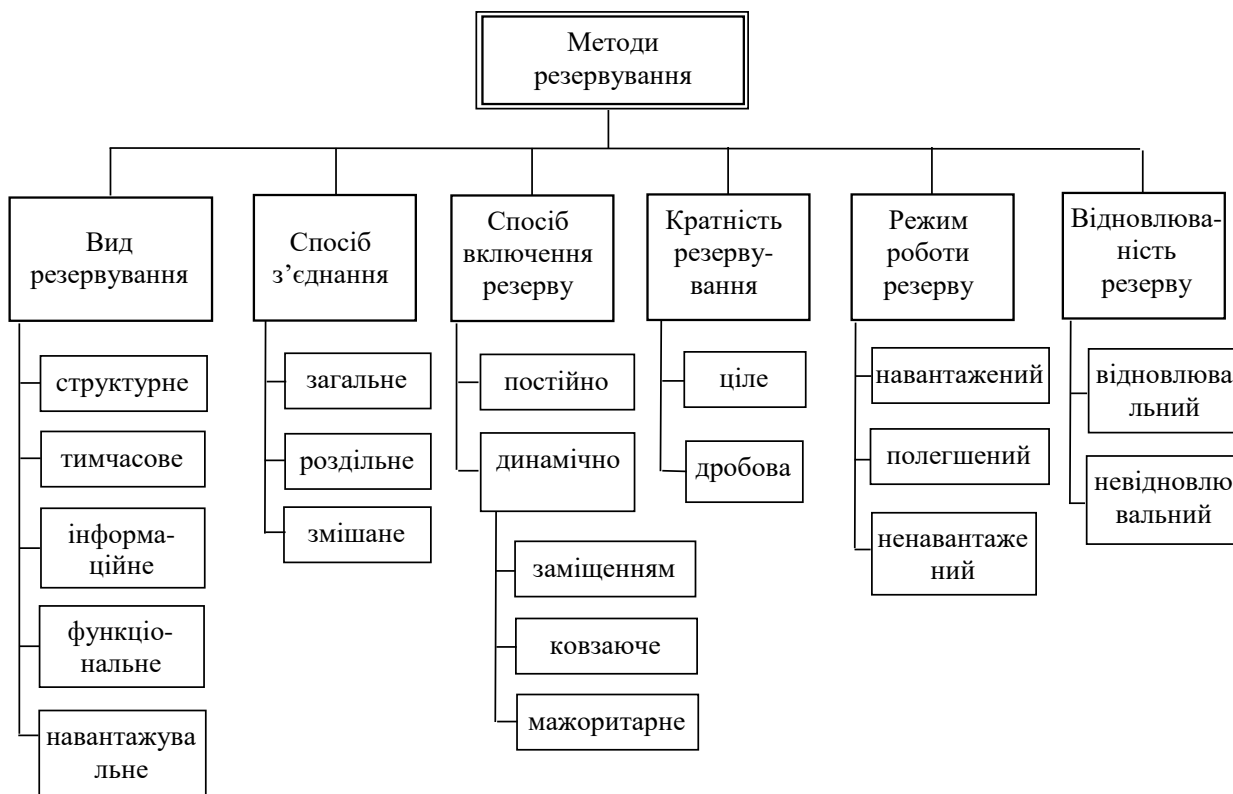


Рисунок 8.1 – Класифікація методів резервування

**Інформаційне резервування** – це резервування із застосуванням надмірності інформації. Прикладами інформаційного резервування є багаторазова передача одного і того ж повідомлення по каналу зв'язку; застосування при передачі інформації по каналах зв'язку різних кодів, що виявляють і виправляють помилки, які з'являються в результаті відмов апаратури і впливу перешкод; введення надлишкових інформаційних символів при обробці, передачі і відображенні інформації. Надлишок інформації дозволяє компенсувати спотворення переданої інформації або усунути його.

**Функціональне резервування** – резервування, при якому задана функція може виконуватися різними способами і технічними засобами.

Наприклад, для виготовлення деталі використовується група верстатів, кожен з яких може виконувати одну з послідовних операцій обробки. Функціональним резервуванням буде в цьому випадку введення в технологічну лінію універсального або багатоопераційного верстата. Інший приклад: створення конструкційно суміщених реакційно-масообмінних процесів, що протікають в одному апараті.

До функціонального резервування відноситься і виробничо-надлишкова надмірність (наприклад, виготовлення виробів з підвищеним класом точності), яку часто використовують для забезпечення і підвищення надійності об'єктів хімічного машинобудування. При цьому створюються умови для збільшення надійності і довговічності, оскільки спочатку в процесі

функціонування об'єкт зношується до традиційного класу точності, а потім вже йде звичайний процес зношування.

**Навантажувальне** (або режимне) **резервування** – резервування із застосуванням навантажувальних резервів – передбачає використання здатності об'єкта сприймати додаткові, або надлишкові, навантаження. У хімічному машинобудуванні його реалізують шляхом введення коефіцієнтів запасу міцності, зниження допустимих режимних параметрів функціонування (тиск, частота обертання).

Резервування в хімічній промисловості широко використовують для підвищення надійності систем енергопостачання (електро-, тепло-, водопостачання), резервуються пристрої, що забезпечують безпеку протікання процесу (наприклад, встановлюють кілька запобіжних клапанів на один резервуар високого тиску).

Резервування дозволяє створювати об'єкти, надійність яких вища, ніж надійність елементів, що їх складають. Однак можливості застосування резервування обмежені, оскільки викликають необхідність збільшення маси і виробничої площі системи, а, також, і підвищують вартість одиниці продукту в порівнянні з нерезервованими. Це призводить до задачі вибору оптимального способу резервування і оптимального числа резервних елементів.



Для аналізу структурної надійності технічних систем інтерес представляє **структурне резервування** – введення в структуру об'єкта додаткових елементів, що виконують функції основних елементів в разі їх відмови.

## 8.2 Способи структурного резервування і види резерву

Класифікація різних способів структурного резервування здійснюється за такими ознаками (рис. 8.2):

### 1) за схемою включення резерву:

- загальне резервування, при якому резервується об'єкт в цілому;
- окреме резервування, при якому резервуються окремі елементи або їх групи;
- змішане резервування, при якому різні види резервування поєднуються в одному об'єкті;

### 2) за способом включення резерву:

- постійне резервування, без перебудови структури об'єкта при виникненні відмови його елемента;
- динамічне резервування, при якому при відмові елемента відбувається перебудова структури схеми.

У свою чергу динамічне резервування поділяється на:

а) резервування заміщенням, при якому функції основного елемента передаються резервному тільки після відмови основного;

б) ковне резервування, при якому кілька основних елементів резервується одним або декількома резервними, кожен з яких може замінити будь-який основний (тобто групи основних і резервних елементів ідентичні);

### 3) за режимом роботи резерву:

- навантажене резервування, при якому резервні елементи (або один з них) знаходяться в режимі основного елемента;
- полегшене резервування, при якому резервні елементи (принаймні один з них) знаходяться в менш навантаженому режимі порівняно з основними;
- ненавантажене резервування, при якому резервні елементи до початку виконання ними функцій знаходяться в ненавантаженому режимі.

4) за умовами відновлення працездатності в процесі експлуатації:

- резервування з відновленням;
- резервування без відновлення.

Основною характеристикою структурного резервування є **кратність резервування – відношення числа резервних елементів до числа елементів, що резервуються** (основних).

**Кратність резервування** – це співвідношення між загальною кількістю однотипних елементів і елементів, необхідних для роботи системи:

$$m = (n - r)/r,$$

де  $n$  – загальна кількість елементів резервованої системи;  $r$  – число елементів, необхідних для функціонування системи.  $n - r$  – число резервних елементів. Наприклад, запис  $m = 4/2$  означає, що кратність резервування дробова, для нормальної роботи системи потрібно не менше двох елементів, а кількість резервних елементів дорівнює чотирьом; загальна кількість елементів в системі дорівнює шести. Запис  $m = 2$  означає, що має місце резервування з цілою кратністю, резервних елементів два, а загальна кількість елементів системи – 3.

При  $m = 1$  кратність називають цілою, при  $m > 1$  – дробовою.

Резервування одного основного елементу одним резервним (тобто з кратністю 1:1) називається **дублюванням**.

При резервуванні з дробовою кратністю нормальна робота резервованого з'єднання можлива за умови, коли число справних елементів не менше необхідного для нормальної роботи. При резервуванні з дробовою кратністю один резервний елемент системи доводиться на два або більше основних елементів. **До резервування з дробовою кратністю відноситься також резервування зі змінним (плаваючим) резервом.**

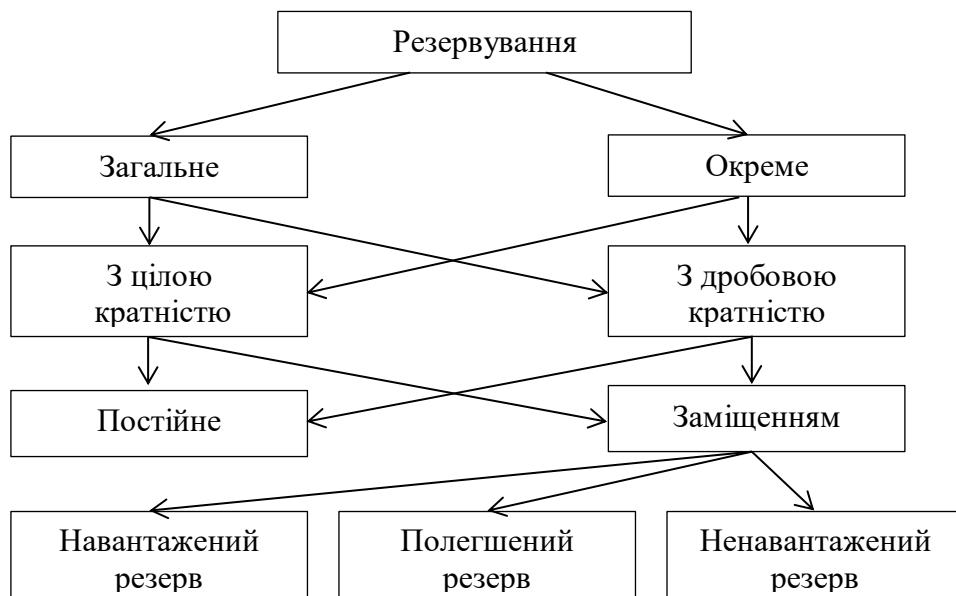


Рисунок 8.2 – Способи структурного резервування

При **ненавантаженому резервуванні** заміщенням резервні елементи включаються в роботу при відмові основного, потім першого резервного і т. д., тому надійність елементів в кожен момент часу залежить від моменту їх переходу з резервного стану в основний. При цьому вважається, що заміна елемента, що відмовив резервним відбувається миттєво, відмова системи відбудеться тоді, коли відмовить останній елемент. В неробочому стані елемент не

може відмовити і його надійність не змінюється.

Невантажене резервування зустрічається часто, оскільки воно аналогічно заміні елементів, що відмовили (деталей, вузлів, агрегатів), на запасні. Напрацювання на відмову системи при невантаженому резерві може бути знайдене з фізичних міркувань. Оскільки кожен наступний резервний елемент при невантаженому резерві починає працювати тільки після відмови попереднього, то напрацювання системи в цілому буде становити собою суму напрацювань основного і всіх резервних ланцюгів:

$$T_{0m} = \sum_{i=1}^{m+1} T_{0i},$$

де  $T_{0i}$  – напрацювання на відмову  $i$ -ї ланки.

Коли всі резервні ланцюги однакові, напрацювання системи дорівнює:

$$T_{0m} = (m+1)T_0 = \frac{m+1}{\lambda_c}.$$



В хімічному машинобудуванні надійність невідновлювальних апаратів і технологічних ліній, як правило, підвищують за рахунок:

- загального і окремого резервування з постійно включеним резервом;
- загального і окремого резервування способом заміщення;
- резервування системи зі змінним (плаваючим) резервом.

За схемою включення резерву при **загальному резервуванні** резервується об'єкт в цілому. При **окремому резервуванні** резервуються окремі елементи (підсистеми) об'єкта або їх групи.

Використання ж такого виду структурного резервування як ковзне можливо лише при наявності спеціального діагностичного пристрою, що дозволяє відшукати несправний елемент і підключити замість нього резервний. При цьому, резервні елементи повинні бути однотипними. Однак, такий вид резервування дає найбільший вигаш надійності.

Доцільність застосування резервування визначається наступними факторами:

- початковим рівнем надійності комплектуючих виробів;
- заданого часу експлуатації;
- наявністю ефективної системи контролю та періодичністю проведення профілактики;
- можливостями використання менш надлишкових методів підвищення надійності.

Аналіз резервованих систем показує, що інтенсивність відмов резервованої системи швидко зростає з плином часу, хоча інтенсивність відмов нерезерованої системи від часу не залежить, з чого випливає що настає такий момент часу, після якого використання резервованої системи себе не виправдовує.

Тому, якщо не враховувати особливості профілактики систем, то резервування вигідно застосовувати для систем короткочасного використання, а для критично важливих систем і систем тривалого використання використовувати інші методи підвищення надійності.

Кількісно підвищення надійності системи в результаті резервування або застосування високонадійних елементів можна оцінити за **коефіцієнтом виграшу надійності (коефіцієнтом підвищення надійності)**, що визначається як відношення показника надійності до і після перетворення системи.

Найчастіше використовуються такі критерії якості резервування систем:



$W_Q = \frac{Q_{PC}(t)}{Q_0(t)}$  - коефіцієнт виграшу надійності протягом часу  $t$  за ймовірністю відмов;

$W_P = \frac{P_{PC}(t)}{P_0(t)}$  - коефіцієнт виграшу надійності протягом часу  $t$  за ймовірністю

безвідмовної роботи;

$W_T = \frac{T_{PC}}{T_0}$  - коефіцієнт виграшу надійності за середнім часом безвідмовної роботи.



### Питання для самоперевірки

1. Поясніть сутність і необхідність резервування.
2. Порівняйте основні методи резервування.
3. Опишіть основні прийоми та операції тимчасового резервування, які застосовуються для об'єктів хімічного машинобудування.
4. Дайте приклади функціонального резервування, які застосовуються для об'єктів хімічного машинобудування.
5. Поясніть відмінності способів резервування за режимами роботи резерву.
6. Поясніть сутність кратності резервування.
7. Наведіть залежності, за якими можна визначити коефіцієнти підвищення надійності.

## 9 РОЗРАХУНОК НАДІЙНОСТІ ТЕХНІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ ПРИ РІЗНИХ СПОСОБАХ РЕЗЕРВУВАННЯ

### 9.1 Резервування з постійно включеним резервом

Це резервування без перебудови структури об'єкта при виникненні відмови його елемента. Суттєвим для такого виду резервування є те, що у випадку відмови основного елемента не потрібно спеціальних пристроїв, що вводять в дію резервний елемент, а також відсутні перерви в роботі. Постійне резервування в найпростішому випадку є паралельним з'єднанням елементів без переключаючих пристроїв.

Розрахункова схема загального резервування з постійним включенням резерву для системи з послідовним з'єднанням  $n$  елементів ( $O_1, O_2, \dots, O_n$ ) зображена на рис. 9.1.

Кожний з  $m$  резервованих ланцюгів містить у собі  $n$  елементів ( $P_1, P_2, \dots, P_n$ ).

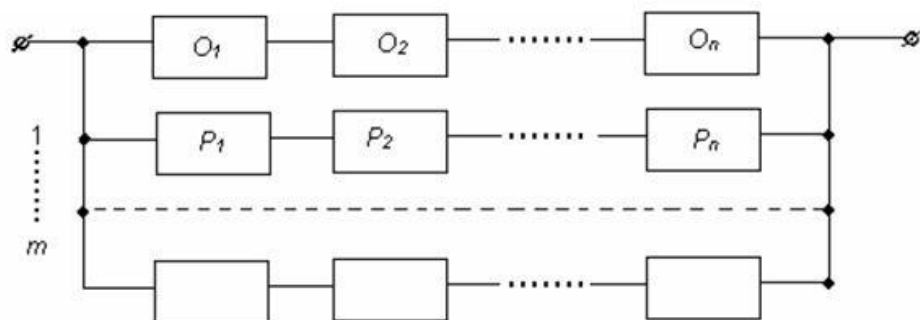


Рисунок 9.1 – Розрахункова схема загального резервування з постійним включенням резерву для системи з послідовним з'єднанням  $n$  елементів



Якщо для спрощення прийняти, що основний і резервні ланцюги мають однакову надійність і вмикаються в роботу одночасно (*навантажений резерв*), але використовується лише один ланцюг – основний, то дана схема відповідає випадку, коли відмова системи настає при відмові усіх  $(m + 1)$  ланцюгів як основних, так і резервних.

При відмові основного ланцюга його функції без усякої перерви починає виконувати один з резервних.

У цьому випадку ймовірність безвідмовної роботи резервованої системи буде визначатися за такою формулою:

$$P_{PC}(t)_{носл} = 1 - \prod_{i=1}^{m+1} \left[ 1 - \prod_{j=1}^n p_j(t) \right], \quad (9.1)$$

де  $p_j(t)$  – ймовірність безвідмовної  $j$ -го елемента протягом часу  $t$ ;  $n$  – число елементів основного або будь-якого резервного ланцюга;  $m$  – кратність резервування.

Якщо час до відмови кожного ланцюга резервованої системи розподілено за експоненціальним законом, то в цьому випадку ймовірність безвідмовної роботи можна записати як:

$$P_{PC}(t)_{носл} = 1 - \left[ 1 - e^{-\lambda_0 t} \right]^{m+1}. \quad (9.2)$$

Середнє напрацювання до відмови для експоненціального розподілу буде дорівнювати:

$$T_0 = \int_0^{\infty} P(t) dt. \quad (9.3)$$

де  $\lambda_0 = \sum_{i=1}^n \lambda_i$  – інтенсивність відмов основного ланцюга, або кожного з резервних.

Якщо всі елементи рівнонадійні, то ймовірність безвідмовної роботи становитиме:

$$P(t) = 1 - \left[ 1 - e^{-\lambda n t} \right]^{m+1}, \quad (9.4)$$

А середнє напрацювання на відмову резервованої системи:

$$T_{PC\text{носл}} = \int_0^{\infty} P(t) dt = \int_0^{\infty} \left( 1 - \left[ 1 - e^{-\lambda n t} \right]^{m+1} \right) dt = \sum_{i=1}^{m+1} \frac{1}{i \lambda n}. \quad (9.5)$$

Виграш надійності за середнім часом безвідмовної роботи при роботі системи, що має структурну схему з загальним резервуванням з постійним включенням резерву в порівнянні з середнім часом безвідмовної роботи основної системи при експоненційному законіві розподілу в такому випадку становитиме:

$$W_T\text{носл} = \frac{\int_0^{\infty} \left[ 1 - \left( 1 - e^{-\lambda n t} \right)^{m+1} \right] dt}{\int_0^{\infty} e^{-n \lambda t} dt} = \frac{\sum_{i=1}^{m+1} \frac{1}{i \lambda n}}{\frac{1}{n \lambda}} = \sum_{i=1}^{m+1} \frac{1}{i}. \quad (9.6)$$

Розрахункова схема окремого резервування з постійним включенням резерву для системи з послідовним з'єднанням  $n$  елементів ( $O_1, O_2, \dots, O_n$ ) зображена на рис. 9.2.

При окремому резервуванні кожен елемент основного кола  $O_i$  має свої резервні елементи  $P_i$  і, відповідно, свою кратність резервування  $m_i$  (рис. 9.2), яка може бути, зокрема, й однаковою для всіх основних елементів.

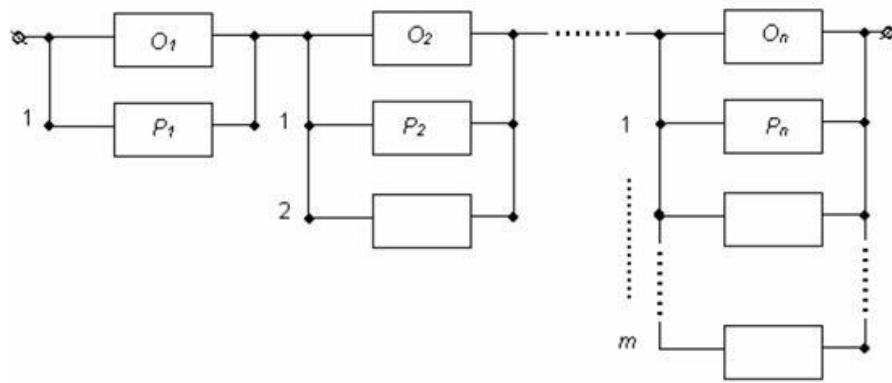


Рисунок 9.2 – Розрахункова схема окремого резервування з постійним включенням резерву

Для системи з окремим резервуванням за формулою (9.1) можуть бути визначені ймовірність безвідмовної роботи окремих елементів з резервуванням.

Тоді загальна ймовірність безвідмовної роботи системи з окремим резервуванням визначається за формулою:

$$P_{PC}(t)_{ок} = \prod_{i=1}^n \left( 1 - \prod_{j=1}^{m_j+1} (1 - p_j(t)) \right). \quad (9.7)$$

Тут:  $p_{ij}$  – ймовірність безвідмовної роботи  $j$ -го елемента  $i$ -го ланцюга ( $j = 1, \dots, n$ );  $n$  – число послідовно з'єднаних елементів ланцюга.

Для випадку, коли всі елементи рівнонадійні, ймовірність безвідмовної роботи системи з окремим резервуванням дорівнює:

$$P_{PC}(t)_{ок} = \left[ 1 - (1 - p(t))^{m+1} \right]^n. \quad (9.8)$$

І при експоненційному законі розподілу ймовірність безвідмовної роботи системи можна визначити як:

$$P_{PC}(t)_{ок} = \left[ 1 - (1 - e^{-\lambda_0 t})^{m+1} \right]^n. \quad (9.9)$$

Середнє напрацювання до відмови резервованої системи при цьому буде визначатися за формулою:

$$T_{0PC_{ок}} = \frac{(n-1)!}{\lambda_0(m+1)} \sum_{i=0}^m \frac{1}{v_i(v_i+1) \cdots (v_i+n-1)}, \quad (9.10)$$

де  $v_i = \frac{i+1}{m+1}$

Виграш надійності за середнім часом безвідмовної роботи при роботі резервованої системи в порівнянні з середнім часом безвідмовної роботи основної системи при експоненційному законі розподілу:

$$W_{T_{ок}} = \frac{\int_0^{\infty} \left[ 1 - (1 - e^{-\lambda t})^{m+1} \right]^n dt}{\int_0^{\infty} e^{-n\lambda t} dt} = \frac{(n-1)!}{(m+1)} \sum_{i=0}^m \frac{1}{v_i(v_i+1) \cdots (v_i+n-1)}. \quad (9.11)$$

При постійному резервуванні резервні елементи приєднані до основних протягом всього часу роботи і знаходяться в однаковому з ними робочому режимі. Постійне включення резерву є єдино можливим в системах, де неприпустима навіть короточасна перерва в роботі (наприклад, в регулюючих системах технологічних процесів). Хоча воно відрізняється простотою (відсутністю перемикачів і короточасних зупинок в роботі апаратів), основним недоліком постійного резервування є підвищена витрата ресурсу резервних елементів.

За цим способом зазвичай резервуються насоси, фільтри і тощо.

## 9.2 Резервування способом заміщення

Якщо не вдається застосувати постійну паралельну роботу апаратів в хімічному машинобудуванні, то необхідно використовувати резервування заміщенням. Заміщення проводиться автоматично або вручну.

При резервуванні заміщенням (або «заміщенням з ненавантаженим резервом») система проектується таким чином, що при появі відмови елемента вона перебудовується і відновлює свою працездатність шляхом заміщення елемента, що відмовив, резервним. При цьому не потрібно регулювання в момент включення резервного елемента; резервний апарат до включення його в роботу може перебувати в «теплому» або «холодному» стані – це зберігає ресурс надійності кожного з пристроїв і підвищує загальну надійність всієї системи. У разі однотипних елементів кілька резервних (або один) можуть бути використані для заміни основних елементів в разі відмови.

При резервуванні заміщенням можливі три види умов роботи резервних елементів до моменту їх включення в роботу:

а) навантажений (гарячий) резерв. Зовнішні умови резерву повністю збігаються з умовами, в яких знаходиться робочий апарат. Резервні елементи працюють в тому ж режимі, що і основний елемент, їх надійність (ймовірність безвідмовної роботи) не залежить від того, в який момент вони включилися на місце основного. При цьому ресурс резервних елементів об'єкта починає витрачатися з моменту включення в роботу всієї системи;

б) ненавантажений (холодний) резерв. Резервні елементи вимкнені і за умовою (до моменту їх включення на місце основного) не можуть відмовити. Зовнішні умови, в яких знаходиться резерв, настільки легше робочих, що практично резервні елементи починають витрачати свій ресурс тільки з моменту включення в роботу замість елемента, що відмовив;

в) полегшений (теплий) резерв. Зовнішні умови, що впливають на апарат до моменту його включення в роботу, – полегшені. Резервні елементи знаходяться в полегшеному режимі до моменту їх включення на місце основного. Під час очікування в резерві вони можуть відмовити, але з ймовірністю меншою, ніж ймовірність відмови основного елемента (резерв, що знаходиться в більш легких умовах, ніж основний елемент).

Якщо припустити наявність «ідеального» («абсолютно надійного») перемикача, то розрахунок ймовірності безвідмовної роботи резервованої системи можна виконати за такою рекурентною формулою:

$$P_{m+1}(t) = P_m(t) + \int_0^t P(t-T) a_m(T) dt, \quad (9.12)$$

де  $P_{m+1}(t)$ ,  $P_m(t)$  – ймовірність безвідмовної роботи резервованого об'єкта кратності  $(m + 1)$  і  $m$  відповідно;  $P(t - T)$  – ймовірність безвідмовної роботи основного ланцюга (або елемента) об'єкта протягом часу  $(t - T)$ ;  $a_m(T)$  – частота відмов резервованого об'єкта кратності  $m$  у момент часу  $T$ .

Рекурентна формула (9.12) дозволяє одержувати розрахункові співвідношення для технічного об'єкту будь-якої кратності резервування. При цьому для отримання формул розрахунку надійності необхідно виконати інтегрування в правій частині рівняння (9.12), підставивши замість  $P(t)$  і  $a_m(t)$  їхні значення відповідно до вибраного закону розподілу та стану резерву.

При загальному резервуванні заміщенням і навантаженому резерві (рис. 9.3, а) для підрахунку  $P(t)$  і  $T_0(t)$  як правило використовують вирази (9.1), (9.4) - (9.5).

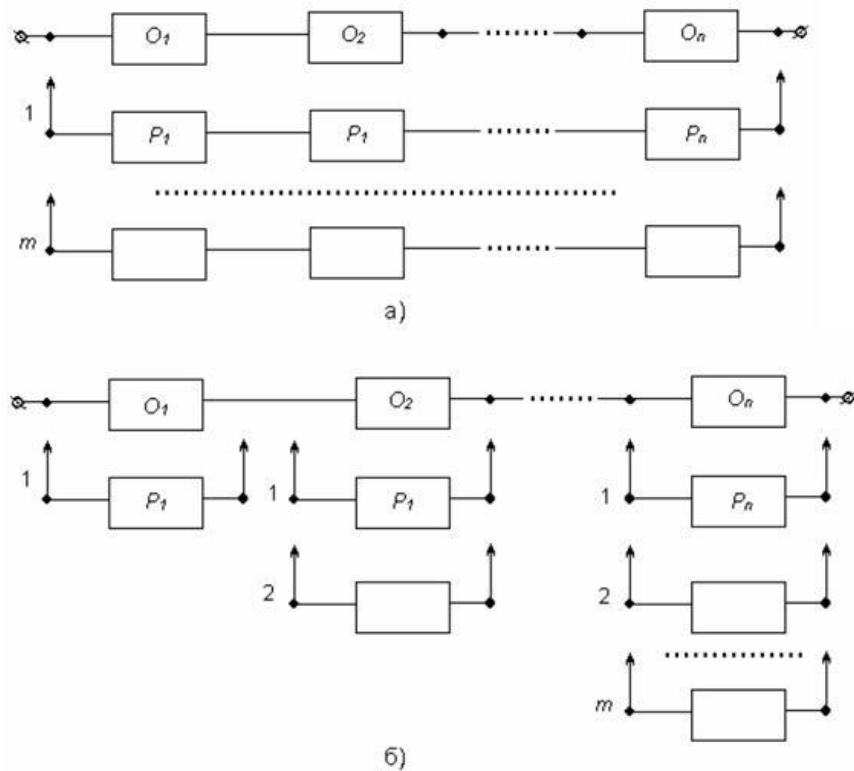


Рисунок 9.3 – Резервування заміщенням: а) – загальне; б) – окреме

При *ненавантаженому резерві* й експоненційному законі розподілу часу безвідмовної роботи ймовірність  $P(t)$  і середнє напрацювання до відмови визначаються за такими виразами:

$$P(t) = e^{-\lambda_0 t} \sum_{i=1}^{m+1} \frac{(\lambda_{0oc} t)^i}{i!}, \quad (9.13)$$

$$T_0(t) = T_{0oc} (m + 1), \quad (9.14)$$

де  $\lambda_{0oc}$ ,  $T_{0oc}$  – інтенсивність відмови і середнє напрацювання до відмови основного кола об'єкта.

При *полегшеному резерві* й експоненційному розподілі відповідно маємо:

$$P(t) = e^{-\lambda_0 t} \left[ 1 + \sum_{i=1}^{m+1} \frac{a_i}{i!} (1 - e^{-\lambda_0 t})^i \right], \quad (9.15)$$

$$T_0 = \frac{1}{\lambda_0} \sum_{i=1}^{m+1} \frac{1}{1 + iK}, \quad (9.16)$$

де  $a_i = \prod_{j=0}^n \left( j + \frac{\lambda_0}{\lambda_1} \right)$ ;  $K = \lambda_1/\lambda_0$ ;  $\lambda_1$  – інтенсивність відмов резервного ланцюга до заміщення.

У випадку **окремого резервування заміщенням** (див. рис. 9.3, б), кожен елемент основного кола  $O_i$  має свої резервні елементи  $P_i$  і відповідно свою кратність резервування, що в окремому випадку може бути й однаковою для всіх основних елементів. Отже, поєднуючи в окрему групу кожен елемент основного кола разом з своїми резервними елементами, ми отримуємо послідовне з'єднання окремих резервованих груп, що в сукупності і складають резервованій технічний об'єкт в цілому. Таким чином, розрахунок надійності кожної резервованої групи елементів можна зробити за відомими формулами загального резервування заміщенням.

Для визначення показників надійності резервованих технічних об'єктів в цілому розрахунок ведеться в подальшому за відомими формулами для послідовного з'єднання елементів.

**Ковзне резервування** – це резервування заміщенням, при якому група основних елементів резервується одним або декількома резервними елементами, кожен з яких може замінити будь-який з відмовили елементів даної групи.

Ковзне резервування використовується для резервування кількох однакових або взаємозамінних елементів системи одним або декількома резервними, причому резервування може бути як *навантаженим* так і *ненавантаженим*.

Відмова системи відбудеться, якщо число основних елементів, які відмовили, перевищить число резервних. При ковзному (плаваючому) резерві будь-який з резервних елементів може замінити будь-який основний елемент системи (наприклад, холодильники, насоси).

Ковзний резерв дає найбільший виграш в підвищенні надійності, але істотний його недолік в тому, що він можливий лише для однотипних елементів (підсистем).

*Приклад.* Схема змінного резервування в блоці очищення моноетаноламіна показана на рис. 9.4.

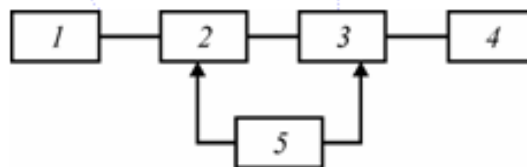


Рисунок 9.4 – Схема ковзного резервування в блоці очищення моноетаноламіна:  
1 – абсорбер; 2, 3 – насоси; 4 – вузол регенерації; 5 – резервний насос

При *навантаженому ковзному* резервуванні з ідеальними перемикачами розрахунок надійності системи аналогічний розрахунку системи типу « $m$  з  $n$ ».

Нехай резервована система складається з  $n$  основних і  $m$  резервних елементів. При відмові одного з основних елементів на його місце без перерви в роботі включається один з резервних елементів (резервні елементи також можуть відмовляти). Таких заміщень, що не порушують роботу резервованої системи в цілому, не може бути більше  $m$ . Середнє напруження до відмови такої резервованої системи приймаючи, що пристрої переключення абсолютно надійні, а елементи рівнонадійні, мають кожний інтенсивність відмов  $\lambda$ , дорівнює :

$$T_{PC_{ков}} = \frac{1}{n\lambda} + \frac{1}{(n+1)\lambda} + \dots + \frac{1}{(n+m)\lambda}. \quad (9.17)$$

Якщо інтенсивності відмов основних і резервних елементів постійні і однакові, то ймовірність безвідмовної роботи системи, що складається з  $n$  основних і  $m$  резервних елементів, в режимі навантаженого резерву можна визначати за формулою:

$$P_{PC} = \sum_{k=0}^m C_{n+m}^k p^{n+m-k} (1-p)^k. \quad (9.18)$$

Система буде працювати безвідмовно протягом часу  $t$ , якщо за цей час здійсниться хоча б одна з гіпотез:  $H_0$  – всі елементи справні;  $H_1$  – один елемент відмовив,  $(m+n-1)$  елементів справні;  $(H_m - m)$  елементів відмовили,  $n$  – елементів справні. Кількість різних варіантів дорівнює

$$C_{n+m}^k = \frac{(n+m)!}{k!(m+n-k)!}.$$

Якщо ймовірність безвідмовної роботи елементів підпорядковується експоненціальному закону, то можна розрахувати і середнє напруження на відмову системи:

$$T_{PC_{\text{кос}}} = \frac{1}{n\lambda} + \frac{1}{(n+1)\lambda} + \dots + \frac{1}{(n+m)\lambda} = \frac{1}{\lambda} \sum_{k=n}^{n+m} \frac{1}{k}. \quad (9.19)$$

При ненавантаженому ковзному резервуванні в загальному випадку характеристики надійності системи виражаються складними формулами. Однак, якщо інтенсивності відмов основних і резервних елементів постійні і однакові, тобто ймовірність безвідмовної роботи елементів підпорядковується експоненціальному закону, то ймовірність безвідмовної роботи системи, що складається з  $n$  основних і  $m$  резервних елементів, в режимі ненавантаженого резерву можна визначати за формулою Пуассона:

$$P = \sum_{k=0}^m \frac{(n\lambda t)^k}{k!} e^{-n\lambda t}. \quad (9.20)$$

Так як при ненавантаженому ковзному резервуванні сумарна інтенсивність відмов дорівнює  $n$  і відмова системи відбудеться в момент відмови  $(m + 1)$ -го елемента, середнє напрацювання на відмову системи

$$T = \frac{(m+1)}{n\lambda}. \quad (9.21)$$

### 9.3 Резервування системи з плаваючим резервом

Відноситься до виду резервування з дробовою кратністю та навантаженим резервом, коли на один резервний елемент системи приходить два або більше основних елемента (рис. 11.5).

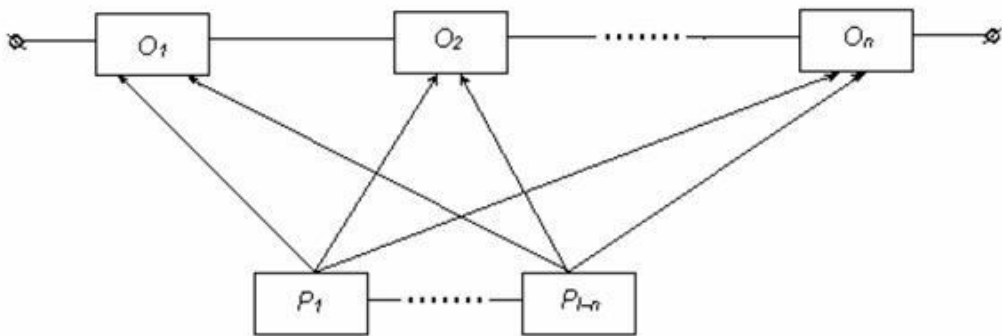


Рисунок 9.5 – Схема резервування з дробовою кратністю

Резервований технічний об'єкт складається з  $n$  основних однотипних і  $(l - n)$  резервних елементів, що знаходяться в навантаженому резерві ( $n > (l - n)$ ). При відмові одного з основних елементів на його місце без перерви в роботі включається один з резервних. Причому резервні елементи також можуть відмовляти. Таких заміщень, що не порушують роботу об'єкта в цілому, може бути не більше  $(l - n)$ .

Середнє напрацювання до відмови такого об'єкта в припущенні абсолютно надійних перемикаючих пристроїв і рівнонадійних елементів, кожний з яких має однакову інтенсивність відмов  $\lambda_0$ , може бути визначене за формулою

$$T_{PC_{\text{ок}}} = \frac{1}{\lambda_0} \left( \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \dots + \frac{1}{l} \right), \quad (9.22)$$

де  $l$  – загальна кількість основних і резервних елементів об'єкта.

Ймовірність безвідмовної роботи резервованого об'єкта протягом часу  $t$  для даного випадку (див. рис. 9.5) визначається з такого виразу

$$P_{PC_{\text{ок}}} = \sum_{i=0}^{l-n} C_l^i (1 - P_0(t))^i (P_0(t))^{l-i}. \quad (9.23)$$



## Питання для самоперевірки

- 1 Проаналізуйте особливості резервування з постійно включеним резервом для загального і окремого резервування.
  - 2 Наведіть вирази для визначення ймовірності безвідмовної роботи резервованої системи при загальному і окремому резервуванні з постійно включеним резервом.
  - 3 Поясніть, як визначити виграш за середнім часом безвідмовної роботи при роботі системи з загальним резервуванням з постійно включеним резервом.
  - 4 Поясніть, як визначити виграш за середнім часом безвідмовної роботи при роботі системи з окремим резервуванням з постійно включеним резервом.
  - 5 Дайте характеристику резервування заміщенням при трьох різних умовах роботи резервних елементів.
  - 6 Побудуйте приклади схем загального і окремого резервування заміщенням.
  - 7 Поясніть, як визначити ймовірність безвідмовної роботи і середнє напрацювання на відмову при навантаженому резервуванні заміщенням.
  - 8 Наведіть приклад визначення ймовірності безвідмовної роботи і середнього напрацювання на відмову при ненавантаженому резервуванні заміщенням.
  - 9 Наведіть приклад визначення ймовірності безвідмовної роботи і середнього напрацювання на відмову при полегшеному резервуванні заміщенням.
  - 10 Поясніть, як визначити ймовірність безвідмовної роботи і середнє напрацювання на відмову у випадку окремого резервування заміщенням.
  - 11 Дайте характеристику ковзного резервування.
- 

## 10 ОЦІНКА ПОКАЗНИКІВ НАДІЙНОСТІ

### 10.1 Оцінка показників надійності за статистичною інформацією про відмови при експлуатації і випробуваннях

При оцінюванні показників надійності технічних об'єктів **за статистичною інформацією про відмови при експлуатації визначається закон розподілу відмов і його параметри**. За знайденим законом розраховується будь-яка характеристика надійності технічних об'єктів.

Методика визначення закону розподілу складається з етапів:

- підготовка отриманих даних,
- побудова гістограми
- перевірка відповідності закону розподілу з використанням одного з критеріїв згоди (Колмогорова, Пірсона, Стьюдента, Фішера чи ін.).

**Етап I.** Отримана інформація систематизується в порядку зростання часу спостереження, з розбиванням на однакові інтервали часу (див. табл. 10.1).

Таблиця 10.1 – Початкові дані для визначення закону розподілу відмов

$\Delta t_i$	$n(\Delta t_i)$	$P(t) = 1 - n(t)/N_0$	$a(t) = n(\Delta t_i)/(N_0 \Delta t_i)$	$\lambda(\Delta t_i) = n(\Delta t_i)/(N_{CP} \Delta t_i)$
1	2	3	4	5

**Етап II.** За даними табл. 10.1 будується гістограма необхідного показника надійності та апроксимується кривою, за виглядом якої орієнтовно встановлюється закон розподілу відмов шляхом порівняння із відповідними теоретичними кривими (рис. 10.2).

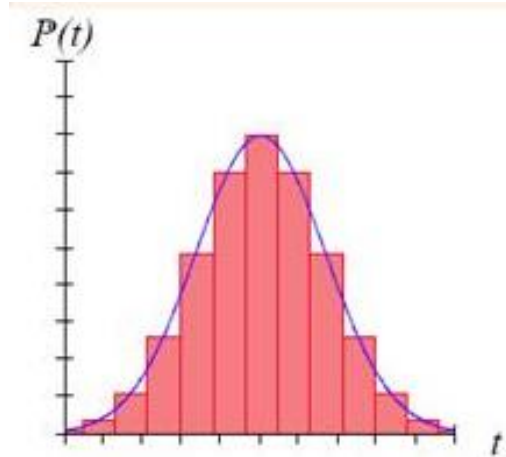


Рисунок 7.2 – Експериментальна гістограма показника надійності

**Етап III.** Перевірка відповідності прийнятого закону розподілу відмов здійснюється за критеріями згоди, найбільш поширеними є критерії Пірсона і Колмогорова.

За критерієм Пірсона обчислюють ймовірність вигляду:

$$P(\chi^2 \leq \Delta < \infty) = \int_{\chi^2}^{\infty} k_r(u) du, \quad (10.1)$$

$$k_r(u) = \frac{u^{(r/2)-1} e^{-u/2}}{2^{r/2} \Gamma(r/2)}, \quad (10.2)$$

де  $r = k - 1$  – кількість ступенів вільності розподілу;  $k$  – число інтервалів статистичного ряду (або число спостережень);  $\Delta$  – міра розбіжності;  $\chi^2$  – функція щільності розподілу.

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}, \quad (10.3)$$

де  $n$  – загальна кількість елементів технічних об'єктів, що випробовуються;  $p_i = n_i/n$  частота  $i$ -го інтервалу статистичного ряду.

Якщо ймовірність

$$P(\chi^2 \leq \Delta < 0,1) \geq 0,1,$$

то експериментальний розподіл відповідає теоретичному.



За критерієм Колмогорова відповідність теоретичного і експериментального розподілів перевіряється виконанням умови

$$D\sqrt{k} \leq 1, \quad (10.4)$$

де  $D$  – найбільше відхилення теоретичної кривої розподілу від експериментальної;  $k$  – загальна кількість експериментальних точок.

У результаті досліджень одержують точкові та інтервальні оцінки (довірчі інтервали).

При інтервальних оцінках визначається, який інтервал оцінок із заданою довірчою ймовірністю  $\alpha$  накриває математичне очікування параметра  $\theta$ , що оцінюється

$$\alpha = P(\theta_H \leq \theta \leq \theta_B), \quad (10.5)$$

де  $\theta_H$ ,  $\theta_B$  – нижня і верхня довірчі межі параметра  $\theta$ .

Ймовірність того, що значення  $\theta$  вийде з інтервалу  $[\theta_H, \theta_B]$ , називають **рівнем значущості**  $\beta$

$$\beta = P(\theta_H \leq \theta \leq \theta_B) = 1 - \alpha. \quad (10.6)$$

Часто встановлюють одну з меж інтервалу: нижню або верхню з довірчими ймовірностями  $\alpha_1$  або  $\alpha_2$ , відповідно (односторонній довірчий інтервал):

$$\alpha_1 = P(\theta \geq \theta_H), \quad (10.7)$$

$$\alpha_2 = P(\theta \leq \theta_B), \quad (10.8)$$

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 - 1. \quad (10.9)$$

## 10.2 Оцінка надійності на етапі проектування

Рівень надійності визначається у процесі проектування і на наступних етапах виготовлення, збирання і постачання системи. За цією причиною не можливо підвищити закладений рівень надійності. На етапі проектування визначається, також, структура системи, яка впливає на рівень надійності і визначає витрати, які необхідні для досягнення цього рівня. Таким чином, попередній аналіз надійності і визначення багатьох інших конструктивних параметрів необхідно виконувати на етапі проектування.

Конструктор, створюючи систему, повинен бути ознайомлений з основними методами теорії надійності, які можуть застосовуватися для оцінки конструкції. Тільки після закінчення проектування спеціальна група надійності може виконати розрахункову і експериментальну оцінку показників надійності виробу. Тому інженеру дуже важливо попередньо оцінити всі можливі варіанти конструктивних рішень з точки зору їх надійності та вартості, перш ніж зробити остаточний вибір.

В основу розрахунків надійності закладено те, що кожен елемент має певну міцність по відношенню до навантажень.

Звичайний спосіб проектування, заснований на застосуванні таких вельми довільних коефіцієнтів, як коефіцієнт запасу міцності, не дозволяє судити про ймовірність відмови елемента. Деякі конструктори вважають, що відмову елемента можна повністю виключити, використовуючи коефіцієнт запасу, що перевищує деяке певне значення. Насправді ж при одному і тому ж коефіцієнті запасу ймовірність відмови може коливатися в досить широких межах.

Використання коефіцієнта запасу виправдано тільки тоді, коли його значення задано на основі великого досвіду застосування аналогічних елементів. Крім того, конструктивні параметри часто є випадковими величинами, що ігноруються при звичайних методах проектування.

Ясно, що звичайний детерміністський підхід до проектування не є задовільним з точки зору аналізу надійності. Тому необхідна інша методика проектування, яка враховувала б імовірнісний характер конструктивних параметрів, з тим щоб надійність елементів можна було оцінювати на етапі проектування. В цьому випадку в явному вигляді задаються всі конструктивні параметри, які в свою чергу визначають розподіл напружень і міцності. Якщо обидва розподіли визначені, то можна легко обчислити ймовірність безвідмовної роботи елемента.

Розраховуючи міцність виробу необхідно враховувати властивості матеріалу, а також і розподіл ймовірностей таких факторів, що впливають на міцність, як чистота і спосіб обробки поверхні. Розрахунок напружень має виконуватися з урахуванням статистичних даних про навантаження і розподіл факторів, які впливають на напруження, наприклад концентрації напружень і температури. Шляхом таких розрахунків можна знайти розподіли напружень і міцності і їх параметри. Потім ці розподіли використовуються для обчислення такого показника надійності елемента (щодо певного виду відмов), як імовірність того, що міцність елемента перевищує навантаження, що діє на елемент. Для ефективного застосування цієї методики інженер повинен мати у своєму розпорядженні достатню інформацію про розподіл міцності, мати дані про її погіршення і розрахункові дані про розподіл навантажень.

Процес аналізу надійності складається з наступних етапів:

- 1 Проведення попереднього проектування.
- 2 Оцінювання зовнішніх факторів.
- 3 Аналіз попереднього варіанту системи, включаючи діючі на елементи навантаження з урахуванням щільності їх розподілу.
- 4 Вибір матеріалів на підставі їх механічних і фізичних властивостей, а також економічної доцільності застосування.
- 5 Характеристика міцності матеріалу і руйнівних навантажень, включаючи їх розподіли.
- 6 Кількісна оцінка міцності елементів і руйнівних навантажень, які залежать від характеристик матеріалу, геометричної конфігурації елементів, очікуваних робочих навантажень.
- 7 Опис спільного впливу міцності і руйнівних навантажень.

Якщо розглядати повну програму забезпечення надійності при проектуванні, то вона повинна включати наступні етапи:

- 1 Постановка завдання.
- 2 Визначення конструктивних параметрів.
- 3 Аналіз характеру, наслідків та важливості відмов.
- 4 Перевірка правильності вибору найбільш важливого конструктивного параметра.
- 5 Формулювання співвідношення між критичними параметрами і критеріями, що визначають появу відмови.
- 6 Розрахунок величини напружень, що визначає появу відмови.
- 7 Вибір розподілу напружень, що визначає появу відмови.
- 8 Розрахунок міцності, що визначає появу відмови.
- 9 Вибір розподілу міцності, що визначає появу відмови.
- 10 Розрахунок показників надійності, пов'язаних з цими розподілами, що визначають появу відмови, для кожного критичного виду відмови.
- 11 Повторний цикл проектування для забезпечення заданої надійності.
- 12 Оптимізація конструкції з точки зору робочих характеристик, вартості, ваги і т.д.
- 13 Повторний цикл оптимізації для кожного відповідального елемента системи.
- 14 Розрахунок показників надійності системи.
- 15 Повторення всіх етапів з метою оптимізації надійності системи.

Наприклад, необхідно спроектувати новий елемент з урахуванням надійності, коли відомо, що елемент сприймає розтягуючі зусилля, відомі його характеристики міцності і їх закон розподілу (нормальний).

Метою розрахунку є визначення максимального середньоквадратичного відхилення міцності, що гарантує задану ймовірність безвідмовної роботи.

1 Середнє ефективне напруження, МПа

$$\bar{\sigma} = \bar{\sigma}_t - \bar{\sigma}_c,$$

де  $\bar{\sigma}_t$ ,  $\bar{\sigma}_c$  – розтягуюче і залишкове стискуjące напруження, МПа.

2 Середнє квадратичне відхилення середнього ефективного напруження

$$S_\sigma = S_t - S_c,$$

де  $S_t$ ,  $S_c$  – середнє квадратичне відхилення розтягуючого і залишкового стискующего напруження, відповідно, МПа.

3 За допомогою таблиці для нормального розподілу визначається значення квантилю нормального розподілу  $u_p$ , що відповідає необхідній ймовірності безвідмовної роботи  $P$ .

4 Використовуючи рівняння зв'язку

$$u_p = -\frac{\bar{\sigma}_s - \bar{\sigma}}{\sqrt{S_s^2 + S_\sigma^2}}$$

і знаючи  $\bar{\sigma}_s$  – середнє значення ефективної міцності, МПа, визначають максимальне значення середнього квадратичного відхилення міцності

$$S_s = \sqrt{\frac{(\bar{\sigma}_s - \bar{\sigma})^2}{u_p^2} - S_\sigma^2}.$$

### 10.3 Випробування на надійність

**10.3.1 Випробування на надійність** поділяються на **визначальні та контрольні**. **Визначальні випробування** на надійність проводяться з метою визначення фактичних кількісних показників надійності для одного з варіантів випробувань, що відповідають заданим умовам застосування.

Визначальні випробування проводяться після освоєння знову розроблених або модернізованих на зразках, виготовлених уже за технологією, що відповідає передбачуваному виду (серійному або масовому) виробництва. При визначальних випробуваннях виконується також перевірка закону розподілу відмов для даного виду технічного об'єкту.

Результати визначальних випробувань служать підставою для оцінки відповідності фактичних показників надійності технічного об'єкту вимогам технічних умов (ТУ).

**Контрольні випробування** на надійність проводяться з метою контролю відповідності кількісних показників надійності відповідним стандартам або ТУ. Ці випробування проводяться періодично в терміни, передбачені стандартами або технічними умовами на даний технічний об'єкт.

Оскільки контроль надійності виконується на основі випробувань вибірки, то при прийнятті рішень можливі два види помилок:

- помилка першого роду, коли хороша партія бракується;
- помилка другого роду, коли погана партія приймається за хорошу.

Ймовірність помилки першого роду називається ризиком виробника і позначається буквою  $\alpha$ . Ймовірність помилки другого роду називається ризиком споживача і позначається

буквою  $\beta$ . Дуже часто беруть  $\alpha = \beta = 0,2$ .

Існує три основних статистичних методи контролю надійності:

- метод одноразової вибірки (одиначний контроль);
- метод дворазової вибірки (подвійний контроль);
- метод послідовного аналізу.

Сукупність умов випробувань контрольованих технічних об'єктів і правил прийняття рішень називається **планом контролю**. Під сукупністю умов випробувань розуміються умови приймання і бракування, задані значення  $\alpha$  і  $\beta$ , встановлений об'єм випробувань тощо. Правила прийняття рішень визначаються методами контролю.

Через те що число сполучень різних умов випробувань і правил прийняття рішень може бути значущим, то і кількість різних планів досить велика.

**10.3.2** Для різних законів розподілу відмов складають різні **плани випробувань**.

При проведенні випробувань найбільш часто застосовуються такі закони розподілу: **експоненційний, нормальний, біноміальний і гама-розподіл**. Оцінки показників надійності розраховуються за формулами, наведеними у табл. 7.3 для різних законів розподілу відповідно до планів випробувань, що позначаються за допомогою трьох букв:

- перша буква  $n$  означає об'єм вибірки;
- друга буква  $B$  або  $V$  означає плани без відновлення або з відновленням вибірки;
- третя буква  $n$ ,  $t_0$  або  $d$ .

Плани випробувань та інтервальні оцінки показників надійності згідно з цими планами наведені в табл. 10.3.

Плани, що закінчуються при відмові всіх зразків вибірки, позначаються буквою  $n$ ; плани, що закінчуються через заданий час, позначаються буквою  $t_0$ ; плани, що закінчуються після появи встановленої кількості відмов, позначаються буквою  $d$ ;  $t_d$  – час від початку випробувань до  $d$ -ої відмови;  $t_\Sigma$  – сумарне напрацювання.

Значення квантилів  $\chi^2$  розподілів вибираються з довідникових таблиць залежно від заданої довірчої ймовірності та числа ступенів вільності.

Значення коефіцієнта  $r_0$  для довірчої ймовірності  $\alpha = 0.8 \div 0.999$  наведені в табл. 10.4.

Експоненційний розподіл використовується для оцінки раптових відмов.

Інтервальні оцінки показників безвідмовності розраховуються за формулами

$$P_H(t) = \exp(-\lambda_B t) = \exp\left(-\frac{t}{T_H}\right), \quad (10.10)$$

$$P_B(t) = \exp(-\lambda_H t) = \exp\left(-\frac{t}{T_B}\right), \quad (10.11)$$

$$T_K = \frac{1}{\lambda_B}, \quad T_B = \frac{1}{\lambda_H}. \quad (10.12)$$

Нормальний закон розподілу відмов використовується для оцінки поступових відмов.

Щільність нормального розподілу для випадкової величини  $T$  в інтервалі  $[-\infty; +\infty]$  дорівнює:

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(t-T)^2}{2\sigma^2}\right].$$

Оскільки випадкова величина  $T$  лежить в інтервалі  $[0; +\infty]$ , то для оцінки показників надійності береться усічений нормальний розподіл із щільністю розподілу

$$f(t) = \frac{c}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(t-T_1)^2}{2\sigma^2}\right], \quad (10.13)$$

де  $c$  – нормувальний множник, що визначається з виразу:

$$c \int_0^{\infty} f(t) dt = 1, \quad (10.14)$$

$$c = \frac{1}{F\left(\frac{T_1}{\sigma}\right)} = \frac{1}{\left[0,5 + \Phi_0\left(\frac{T_1}{\sigma}\right)\right]}, \quad (10.15)$$

Де  $F\left(\frac{T_1}{\sigma}\right)$  – інтегральна функція нормального розподілу;  $\Phi_0\left(\frac{T_1}{\sigma}\right)$  – центрована і нормована функція Лапласа.

Таблиця 10.3 – Плани випробувань та інтервальні оцінки

Плани випробувань	Сумарне напрацювання, $t_{\Sigma}$	Оцінка інтенсивності відмов, $\bar{\lambda}$	Нижня межа, $\lambda_{\text{ж}}$	Верхня межа, $\lambda_{\text{в}}$
[nBn]	$\sum_{i=1}^n t_i$	$\frac{n}{t_{\Sigma}}$	$\frac{\chi^2_{(1-\alpha, \chi^2n)}}{2t_{\Sigma}}$	$\frac{\chi^2_{(\alpha, \chi^2n)}}{2t_{\Sigma}}$
[nBt <sub>0</sub> ] d ≠ 0	$\sum_{i=1}^d t_i + (n-d)t_0$	$\frac{d}{t_{\Sigma}}$	$\frac{\chi^2_{(1-\alpha, \chi^2d)}}{2t_{\Sigma}}$	$\frac{\chi^2_{(\alpha, \chi^2d)}}{2t_{\Sigma}}$
[nBt <sub>0</sub> ] d = 0	$nt_0$	-	0	$\frac{r_0}{t_{\Sigma}}$
[nBd]	$\sum_{i=1}^d t_i + (n-d)t_0$	$\frac{d-1}{t_{\Sigma}}$	$\frac{\chi^2_{(1-\alpha, \chi^2d)}}{2t_{\Sigma}}$	$\frac{\chi^2_{(\alpha, \chi^2d)}}{2t_{\Sigma}}$
[nBt <sub>0</sub> ]	$nt_0$	$\frac{d}{t_{\Sigma}}$	$\frac{\chi^2_{(1-\alpha, \chi^2d)}}{2t_{\Sigma}}$	$\frac{\chi^2_{(\alpha, \chi^2d+2)}}{2t_{\Sigma}}$
[nBd]	$nt_d$	$\frac{d-1}{t_{\Sigma}}$	$\frac{\chi^2_{(1-\alpha, \chi^2d)}}{2t_{\Sigma}}$	$\frac{\chi^2_{(\alpha, \chi^2d)}}{2t_{\Sigma}}$

Таблиця 10.4 – Значення коефіцієнта  $r_0$

$\alpha$	0.999	0.990	0.975	0.950	0.900	0.800
$r_0$	6.91	4.60	3.69	3.00	2.30	1.61

Середнє напрацювання до відмови і параметр  $T_1$  усіченого нормального перерозподілу зв'язані залежністю:

$$T = T_1 + \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi F\left(\frac{T_1}{\sigma}\right)}} e^{-\frac{T_1^2}{2\sigma^2}}. \quad (10.16)$$

При випробуванні вибірки об'ємом в  $n$  виробів з напрацюванням  $t_1, t_2, \dots, t_n$  параметри розподілу  $T$  та  $\sigma$  оцінюються за формулами:

$$\bar{T} = \sum_{i=1}^n \frac{t_i}{n}, \quad (10.17)$$

$$\bar{\sigma} = S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (t_i - \bar{T})^2}, \quad (10.18)$$

Нижня та верхня межі середньоквадратичного відхилення визначаються з виразів:

$$\sigma_H = S \sqrt{\frac{n-1}{\chi^2_{\left(1-\frac{\beta}{2}\right)}(n-1)}}, \quad (10.19)$$

$$\sigma_B = S \sqrt{\frac{n-1}{\chi^2_{\left(\frac{\beta}{2}\right)}(n-1)}}, \quad (10.20)$$

де  $\chi^2_{\left(1-\frac{\beta}{2}\right)}(n-1)$  – квантиль Хі-квадрат розподілу при ймовірності  $p = 1 - \beta/2$  і числі ступенів вільності:  $k = n - 1$ ;  $\chi^2_{\left(\frac{\beta}{2}\right)}(n-1)$  – те ж для ймовірності  $p = \beta/2$ .

Якщо час безвідмовної роботи об'єкта має нормальний розподіл, то оцінка ймовірності безвідмовної роботи за час  $t$  визначається за формулою:

$$\bar{P}(t) = 1 - \left[ \Phi_0\left(\frac{t - \bar{T}}{S}\right) + \Phi_0\left(\frac{\bar{T}}{S}\right) \right], \quad (10.21)$$

де  $\Phi_0(z)$  – центрована і нормована функція Лапласа.

Оскільки функція  $\Phi_0(z)$  непарна, тобто,  $\Phi_0(-z) = -\Phi_0(z)$ , то

$$P_H(t) \approx P(t) - u_\alpha \bar{\sigma}, \quad (10.22)$$

де  $u_\alpha$  – квантиль нормального розподілу (при  $T = 0$  і  $\sigma = 1$ );  $\bar{\sigma}$  – оцінка стандартного відхилення:

$$\bar{\sigma} = k \sqrt{\frac{1}{n} \left[ 1 + 0.5 \left( \frac{t - \bar{T}}{S} \right)^2 \right]}, \quad (10.23)$$

$$k = 0,4 \exp \left[ -0,5 \left( \frac{t - \bar{T}}{S} \right)^2 \right]. \quad (10.24)$$

Якщо при випробуваннях не реєструється напрацювання, а реєструються тільки відмови, то оцінки ймовірності безвідмовної роботи та ймовірності відмови будуть визначатись за формулами:

$$\bar{P} = \frac{n-d}{n}, \quad \bar{Q} = \frac{d}{n}, \quad (10.25)$$

де  $\bar{P}$  і  $\bar{Q}$  – оцінки ймовірності безвідмовної роботи та ймовірності відмов, відповідно;  $n$  – об'єм вибірки;  $d$  – кількість зареєстрованих відмов.

Довірчі межі ймовірності відмови визначаються за формулами:

$$Q_H = \frac{\chi_{(1-\alpha_1)(2d)}^2}{2n-d+1+0,5\chi_{(1-\alpha_1)(2d)}^2}, \quad (10.26)$$

$$Q_B = \frac{\chi_{(\alpha_2)(2d+2)}^2}{2n-d+1+0,5\chi_{(\alpha_2)(2d+2)}^2}, \quad (10.27)$$

де  $\chi_{(1-\alpha_1)(2d)}^2$  – квантиль Хі-квадрат розподілу з  $k = 2d$  ступенями вільності для ймовірності  $\alpha_1$ ;  $\chi_{(\alpha_2)(2d+2)}^2$  – квантиль Хі-квадрат розподілу з  $k = 2(d+1)$  ступенями вільності для ймовірності  $\alpha_2$ .

Якщо число відмов  $d = 0$ , то

$$\bar{Q} \approx \frac{1}{n+1}, \quad Q_H = 0, \quad Q_B = 1 - \sqrt[n]{1 - \alpha_2}. \quad (10.28)$$

Об'єм вибірки  $n$  при проведенні випробувань для оцінки  $Q$  з абсолютною похибкою  $\Delta$  при довірчій ймовірності  $\alpha$  розраховується за рівнянням

$$n = \frac{u_\alpha^2}{\Delta^2} Q_0(1-Q), \quad (10.29)$$

де  $u_\alpha$  – квантиль нормального розподілу для  $p = \alpha$ ;  $Q_0$  – орієнтовне значення ймовірності відмови.

Метод одноразової вибірки полягає в тому, що з контрольованої партії об'ємом  $N$  береться одна випадкова вибірка обсягом  $n$ .

Виходячи з  $N$ ,  $n$ ,  $\alpha$  і  $\beta$ , встановлюються оціночні нормативи (приймальний і бракувальний рівні)  $A_0$  і  $A_1$ .

Якщо вибіркоче значення контрольованого параметра менше або дорівнює  $A_0$ , то партія приймається, якщо більше або дорівнює  $A_1$ , то партія бракується.

Коли обсяг партії  $N > 500$  при випробуваннях відновлюваних технічних об'єктів або коли  $n < 0,1 N$ , то використовують біноміальний закон розподілу відмов, відповідно до якого:

$$1 - \alpha = \sum_{d=0}^{A_0} \binom{d}{n} q_0^d (1 - q_0)^{n-d}, \quad (10.30)$$

$$\beta = \sum_{d=0}^{A_1-1} \binom{d}{n} q_z^d (1 - q_z)^{n-d}. \quad (10.31)$$

де  $\binom{d}{n}$  – число поєднань із  $n$  елементів по  $d$  ( $d$  – встановлена кількість відмов).

Послідовний метод контролю не передбачає попереднього визначення об'єму вибірки. Інформація про надійність технічних об'єктів, що випробовуються, накопичується при послідовно зростаючому об'ємі випробувань.

На кожному етапі випробувань  $z_m$  із заздалегідь визначеними оціночними нормативами:

$$A = (1 - \beta) / \alpha, \quad (10.32)$$

$$B = \beta / (1 - \alpha). \quad (10.33)$$

При цьому можуть бути прийняті три рішення:

- якщо  $z_m \leq B$  – партія приймається;
- якщо  $z_m \geq A$  – партія бракується;
- якщо  $B < z_m < A$  – випробування продовжуються.

При послідовному методі контролю можливі два способи контролю: **контроль числа дефектних об'єктів і контроль за напрацюванням**.

При контролі числа дефектних об'єктів для малосерійної партії ( $N \leq 150$ ), що складається з  $N$  об'єктів, відношення правдоподібності  $z_m$  буде дорівнювати:

$$z_m = \frac{\binom{d}{D_1} \binom{m-d_m}{N-D_1}}{\binom{d_m}{D_0} \binom{m-d_m}{N-D_0}}, \quad (10.34)$$

де  $d_m$  – число дефектних об'єктів у вибірці об'ємом  $m$ ;  $D_0$  – число дефектних об'єктів у партії високої надійності;  $D_1$  – число дефектних елементів у партії низької надійності.

Для визначених значень  $d_m = 1, 2, 3, \dots$  розраховуються приймальні  $m_{np}$  і бракувальні  $m_{бр}$  об'єми випробувань:

$$m_{np} \geq N \left\{ \left[ 1 - \frac{\binom{D_0 - d_m}{D_1 - d_m} B}{\binom{D_0}{D_1}} \right]^{\frac{1}{D_1 - D_0}} \right\}, \quad (10.35)$$

$$m_{бр} \leq N \left\{ \left[ 1 - \frac{\binom{D_0 - d_m}{D_1 - d_m} A}{\binom{D_0}{D_1}} \right]^{\frac{1}{D_1 - D_0}} \right\}, \quad (10.36)$$

і будується графік (план) випробувань (рис. 10.4).

Графік контролю надійності будується за трьома характеристичними точками:

$$d_m = 0; \quad m = N \left[ 1 - B^{1/(D_1 - D_0)} \right], \quad (10.37)$$

$$d_m = D_1; \quad m = N \left[ 1 - A / \binom{D_0}{D_1}^{1/(D_1 - D_0)} \right], \quad (10.38)$$

$$d_m = (D_0 + D_1/2); \quad m = N. \quad (10.39)$$

Для контролю надійності великих партій ( $N \geq 1000$ ) і відновлюваних об'єктів користуються біноміальними планами

$$z_m = \frac{\binom{q_1}{q_0}^{d_m} \left( \frac{1-q_1}{1-q_0} \right)^{m-d_m}}{\binom{q_1}{q_0}^{d_m} \left( \frac{1-q_1}{1-q_0} \right)^{m-d_m}}, \quad (10.40)$$

де  $q_0$  – ймовірність відмови в кожному одиночному випробуванні для партії з високою надійністю;  $q_1$  – ймовірність відмови в кожному одиночному випробуванні для партії з низькою надійністю.



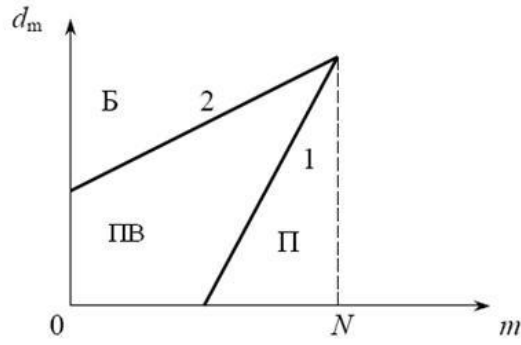


Рисунок 10.4 – Графік випробувань для малосерійної партії: П – область приймання, що лежить нижче лінії 1; Б – область бракування, що лежить вище лінії 2; ПВ – область продовження випробувань, що лежить між лініями 1 та 2.

Приймальні і бракувальні числа дефектних об'єктів для  $m$  випробувань визначаються з умов:

$$d_{\text{пр}} \leq h_1 + ms, \quad d_{\text{бр}} \leq h_2 + ms, \quad (10.41)$$

де

$$h_1 = \frac{\lg B}{\lg \frac{q_1}{q_0} + \lg \frac{1-q_0}{1-q_1}}, \quad (10.42)$$

$$h_2 = \frac{\lg A}{\lg \frac{q_1}{q_0} + \lg \frac{1-q_0}{1-q_1}}, \quad (10.43)$$

$$s = \frac{\lg \frac{1-q_0}{1-q_1}}{\lg \frac{q_1}{q_0} + \lg \frac{1-q_0}{1-q_1}}. \quad (10.44)$$

План випробувань, поданий на рис. 10.5 і побудований за трьома характеристичними точками:

$$d_m = 0; \quad m_0 = -\frac{h_1}{s}, \quad (10.45)$$

$$d_m = h_1; \quad m = 0, \quad (10.46)$$

$$d_m = h_2; \quad m = 0. \quad (10.47)$$

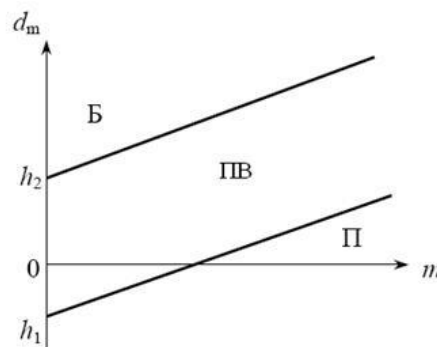


Рисунок 10.5 – Графік випробувань для великих партій

При  $q_1 \leq 0,1$  можна використовувати розподіл Пуассона, тоді:

$$z_m = \left( \frac{q_1}{q_0} \right)^{d_m} e^{-\frac{q_1 - q_0}{m}}, \quad (10.48)$$

$$h_1 = \frac{\lg B}{\lg \left( \frac{q_1}{q_0} \right)}, \quad (10.49)$$

$$h_2 = \frac{\lg A}{\lg \left( \frac{q_1}{q_0} \right)}, \quad (10.50)$$

$$s = \frac{0,4343(q_1 - q_0)}{\lg \left( \frac{q_1}{q_0} \right)}. \quad (10.51)$$

**Контроль за напрацюванням** при експоненційному розподілі відмов здійснюється відповідно до правил ( $t_\Sigma$  – сумарна кількість напрацювань усіх об’єктів, що підлягають випробуванням):

- при  $t_\Sigma \geq h_1 + d_m s$  – партія приймається;
- при  $t_\Sigma \geq h_2 + d_m s$  – партія бракується;
- при  $h_2 + d_m s < t_\Sigma < h_1 + d_m s$  – випробування продовжуються.

Коефіцієнти  $h_1$ ,  $h_2$  та  $s$  визначаються за формулами:

$$h_1 = -2,303 \lg(B) / (\lambda_1 - \lambda_0), \quad (10.52)$$

$$h_2 = -2,303 \lg(A) / (\lambda_1 - \lambda_0), \quad (10.53)$$

$$s = \frac{2,303 \lg \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_0} \right)}{\lambda_1 - \lambda_0}, \quad (10.54)$$

де  $\lambda_0$  – інтенсивність відмов надійної партії;  $\lambda_1$  – інтенсивність відмов ненадійної партії.

План випробувань, побудований за трьома характеристичними точкам при експоненційному розподілі відмов, показаний на рис. 7.6.

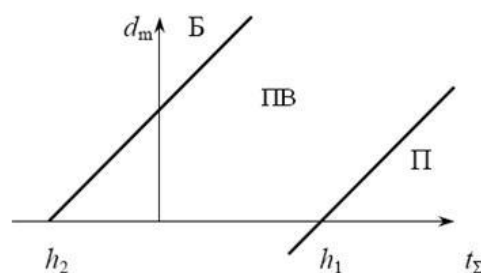


Рисунок 10.6 – Графік випробувань при експоненційному розподілі відмов

Характеристичні точки плану такі:

$$d_m = -h_2 / s; \quad t_\Sigma = 0, \quad (10.55)$$

$$d_m = 0; \quad t_\Sigma = h_2, \quad (10.56)$$

$$d_m = 0; \quad t_\Sigma = h_1. \quad (10.57)$$

При нормальному розподілі відмов і відомому середньому квадратичному відхиленні

контроль за напрацюванням здійснюється відповідно до правил:

- при  $t_{\Sigma} \geq h_1 + s m$  – партія приймається;
- при  $t_{\Sigma} \geq h_2 + s m$  – партія бракується;
- при  $h_1 + s m > t_{\Sigma} > h_2 + s m$  – випробування продовжуються.

При нормальному розподілі відмов значення  $t_{\Sigma}$ ,  $h_1$ ,  $h_2$  та  $s$  визначаються за формулами:

$$t_{\Sigma} = \sum_{i=1}^m t_i, \quad (10.58)$$

$$h_1 = -2,303 \frac{\sigma^2 \lg B}{T_0 - T_1}, \quad (10.59)$$

$$h_2 = -2,303 \frac{\sigma^2 \lg A}{T_0 - T_1}, \quad (10.60)$$

$$s = (T_0 + T_1)/2, \quad (10.61)$$

де  $T_0$  – середнє напрацювання до відмови в партії з високою надійністю;  $T_1$  – середнє напрацювання до відмови в партії з низькою надійністю.

Характеристичні точки плану такі:

$$m = -h_2 / s; \quad t_{\Sigma} = 0, \quad (10.61)$$

$$m = 0; \quad t_{\Sigma} = h_2, \quad (7.62)$$

$$m = 0; \quad t_{\Sigma} = h_1. \quad (7.63)$$

### Питання для самоперевірки



1. Поясніть сутність і оцінки показників надійності за статистичною інформацією.
2. Порівняйте основні етапи методики визначення закону.
3. Виконайте опис визначальних випробувань.
4. Порівняйте визначальні і контрольні випробування на надійність.
5. Дайте характеристики складання планів випробувань.
6. Поясніть сутність методу одноразової вибірки.
7. Поясніть сутність послідовного методу контролю.
8. Опишіть графік випробувань для малосерійної партії.

## 11 РОЗРАХУНОК НАДІЙНОСТІ ДЕТАЛЕЙ МАШИН ОКРЕМИХ ГРУП

Працездатність механічних вузлів і металоконструкцій характеризується рядом критеріїв (параметрів) – міцністю, зносостійкістю, жорсткістю, стійкістю, точністю і ін. Розрахунок надійності ґрунтується на порівнянні розрахункового значення заданого критерію з його граничним значенням, вибраним за нормативними або довідковими даними або встановлюються при випробуваннях або спостереженнях в експлуатації.

Працездатність деталей або вузлів оцінюють за заданим критерієм, якщо розрахункове його значення  $Y$  менше граничного  $Y_n$ . У загальному випадку значення  $Y$  не повинно перевищувати граничного значення. Таким чином, для забезпечення працездатності заздалегідь задають коефіцієнт безпеки  $n = Y_n / Y$ . Розрахункові параметри розглядають як детерміновані величини, хоча в дійсності вони мають розсіювання. Тому розрахунок проводять за найбільш несприятливим значенням параметрів, при цьому справжнє значення коефіцієнта безпеки залишається невідомим.

З переходом на імовірнісні методи розрахунку параметри  $Y$  і  $Y_n$  розглядають як випадкові

величини, і ймовірність безвідмовної роботи  $P$  за заданим критерієм визначають за табл. А.4 додатка в залежності від величини квантилю:

$$u_p = \frac{Y_{n\text{cp}} - Y_{cp}}{\sqrt{(\sigma_n^2 + \sigma_Y^2)}} \quad (11.1)$$

де  $Y_{cp}$  і  $Y_{n\text{cp}}$  – середнє значенні величин  $Y$  і  $Y_n$ ;  $\sigma_Y$  і  $\sigma_n$  – середньоквадратичне відхилення величин  $Y$  і  $Y_n$ .

Співвідношення (11.1) можна представити через коефіцієнт безпеки і коефіцієнт варіації, розділивши чисельник і знаменник дробу на  $Y_{cp}$ :

$$u_p = \frac{n-1}{\sqrt{(n^2 v_n^2 + v_Y^2)}}, \quad (11.2)$$

де  $n = Y_n / Y$ ,  $v_n = \sigma_n / Y_{n\text{cp}}$ ,  $v_Y = \sigma_Y / Y_{cp}$ .

В загальному випадку параметр  $Y$  може бути виражено функціональною залежністю

$$Y = \varphi(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (11.3)$$

де  $x_1, x_2, \dots, x_n$  – випадкові фактори.

Середнє значення  $Y_{cp}$  і середнє квадратичне відхилення  $\sigma_Y$  параметра  $Y$  як відомої функції випадкових аргументів визначаються за наступною залежністю:

$$Y_{cp} = \varphi(x_{1cp}, x_{2cp}, \dots, x_{ncp}), \quad (11.4)$$

$$\sigma_Y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_i^2}, \quad (11.5)$$

де  $\frac{\partial \varphi}{\partial x_i}$  – часткова похідна функції  $\varphi$  по фактору  $x_i$ , в яку підставляють середні значення  $x_{1cp}, x_{2cp}, \dots, x_{ncp}$ ;  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$  – середньо квадратичні відхилення факторів.

## 11.1 Розрахунок надійності з'єднань з натягом

З'єднання з натягом – технологічна операція отримання умовно роз'ємного з'єднання, яке утворюється при вставлянні однієї деталі (або частини її) в отвір іншої деталі при посадці з натягом. Зазвичай з'єднують деталі з циліндричними або конічними поверхнями, ці поверхні можуть бути, також, еліптичними, призматичними і ін. Для отримання нерухомого з'єднання необхідний натяг (позитивна різниця діаметрів валу і отвору). Після складання вал і отвір завдяки пружним і пластичним деформаціям приймають один розмір.

Збирання з'єднання виконується запресовуванням або температурним деформуванням.

Актуальність розрахунку надійності з'єднань з натягом викликана великим розсіюванням, зокрема, наприклад, натягів, утворених як різниця великих близьких розмірів – діаметрів валу і отворів; коефіцієнтів тертя, що залежать від багатьох факторів – стану поверхні, оксидних плівок, випадкового потрапляння масла, а також зовнішніх навантажень.

Прикладом такого з'єднання є з'єднання валу і ступиці зубчастого колеса.

Для визначення запресовки знаходять контактний тиск, що залежить від коефіцієнтів запасу щеплення, крутного моменту, номінального діаметру, довжини з'єднання і коефіцієнту тертя ковзання. Далі знаходять розрахунковий натяг і оскільки профілі мають нерівності, які деформуються і утруднюють просування запресування, одержане значення збільшують на величину поправки (з урахуванням середньоарифметичних відхилень профілів мікронерівностей посадочних поверхонь) і отримують практичний натяг.

Визначення ймовірності безвідмовної роботи такого з'єднання, наприклад, за критерієм міцності з'єднання, виконують у певній послідовності. Зокрема визначають такі величини.

1 Середнє значення натягу  $\bar{N}$  (мкМ):

$$\bar{N} = \bar{e} - \bar{E} = ei + 0,5(t_e - t_E), \quad (11.6)$$

де  $\bar{e}$  і  $\bar{E}$  – середні значення відхилень валу і отвору, відповідно. Ці значення можна виразити через табличні значення допусків діаметрів валу  $t_e$  і отвору  $t_E$  (табл. А.1) і нижнє відхилення діаметра вала  $ei$  (табл. А.2).

Середньоквадратичне відхилення натягу

$$S_N = \frac{1}{6} \sqrt{t_e^2 + t_E^2}. \quad (11.7)$$

Коефіцієнт варіації натягу

$$v_N = \frac{S_N}{N}. \quad (11.8)$$

При виготовленні валу і отвору з однаковим квалітетом точності  $t_e = t_E = t$

$$\bar{N} = ei, \quad v_N = \frac{\sqrt{2}t}{6ei} = 0,236 \frac{t}{ei}. \quad (11.9)$$

2 Поправку на обм'яття мікронерівностей (мкм) розраховуємо як суму висот посадочних поверхонь  $R_{z1}$  і  $R_{z2}$ :

$$u = 1,2 (R_{z1} + R_{z2}), \quad (11.10)$$

де  $R_{z1}$  і  $R_{z2}$  – табличні значення, величина яких залежить від посадки і розмірів деталей (табл. табл. А.3).

3 Середнє значення тиску на посадочні поверхні для з'єднання суцільного валу зі ступецею з зовнішнім діаметром  $D$ , мм, із матеріалів з однаковим модулем пружності  $E$ , МПа, і однаковим коефіцієнтом поперечного стискання:

$$\bar{p} = \frac{(\bar{N} - u)E \cdot 10^{-3}}{d(1 + \psi)}, \quad (11.11)$$

де  $\psi$  – безрозмірний коефіцієнт, який визначає співвідношення геометричних розмірів (діаметрів) валу  $d$  і колеса  $D$ .

$$\psi = \frac{1 + \left(\frac{d}{D}\right)^2}{1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2}. \quad (11.12)$$

4 Коефіцієнт варіації тиску на посадочній поверхні

$$v_p = v_N \frac{1}{\left(1 - \frac{u}{N}\right)}. \quad (11.13)$$

5 Розрахунок надійності з'єднання зубчастого колеса і суцільного валу за критерієм міцності зчеплення.

5.1 Середнє значення граничного за міцністю зчеплення моменту розраховується за середнім значенням тиску  $\bar{p}$  на посадочній поверхні

$$\bar{T}_{lim} = 0,5 \cdot 10^{-3} \pi d^2 l \bar{p} \bar{f} \frac{1}{K}, \quad (11.14)$$

де  $l$  – довжина посадочної поверхні,  $\bar{f}$  – середнє значення коефіцієнта тертя;  $K$  – коефіцієнт, який враховує зменшення тиску контакту з часом.

5.2 Коефіцієнт варіації граничного за міцністю зчеплення моменту розраховується в залежності від коефіцієнтів варіації тиску  $v_p$  і варіації тертя  $v_f$

$$v_{lim} = \sqrt{v_p^2 + v_f^2}. \quad (11.15)$$

### 5.3 Коефіцієнт запасу міцності за середніми значеннями

$$\bar{n}_c = \frac{\bar{T}_{lim}}{\bar{T}}, \quad (11.16)$$

де  $\bar{T}$  – середнє значення обертального моменту, Н·м.

### 5.4 Квантиль нормованого нормального розподілу

$$u_p = -\frac{\bar{n}_c}{\sqrt{\bar{n}_c^2 v_{lim}^2 + v_T^2}}. \quad (11.17)$$

5.5 За значенням цього квантилю по таблиці (табл. А.4) визначають величину ймовірності безвідмовної роботи  $P_c$  з'єднання зубчастого колеса з суцільним валом за критерієм міцності зчеплення.

6 Розрахунок надійності з'єднання зубчастого колеса і суцільного валу за критерієм міцності деталі, що охоплює (ступиці колеса) визначається з урахуванням напружень.

Зокрема до уваги приймаються виконання умови міцності:

$$\sigma_E < \sigma_{t2}, \quad (11.18)$$

де  $\sigma_E$  – найбільше еквівалентне напруження;  $\sigma_{t2}$  – границя текучості матеріалу деталі, що охоплює. Небезпечні напруження виникають на внутрішній поверхні зубчастого колеса.

6.1 Середнє значення еквівалентного напруження поблизу посадочної поверхні ступиці колеса дорівнює

$$\bar{\sigma}_E = \frac{2\bar{p}}{1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2}. \quad (11.19)$$

6.2 Коефіцієнт варіації еквівалентного напруження поблизу посадочної поверхні ступиці колеса  $v_E$  дорівнює коефіцієнту варіації тиску на посадочній поверхні  $v_p$ :  $v_E = v_p$ .

6.3 Коефіцієнт запасу міцності за середніми напруженнями

$$\bar{n}_p = \frac{\bar{\sigma}_t}{\sigma_E}. \quad (11.20)$$

6.4 Квантиль нормованого нормального розподілу

$$u_p = -\frac{\bar{n}_p - 1}{\sqrt{\bar{n}_p^2 v_t^2 + v_E^2}}. \quad (11.21)$$

Ймовірність безвідмовної роботи в залежності від величини квантилю визначається за табл. А.4.

## 11.2 Розрахунок надійності зварових з'єднань

Для великої кількості машин і апаратів їх надійність визначається від опору втомленості зварових з'єднань.

Межі витривалості зварових з'єднань має значне розсіювання. Щоб оцінити коефіцієнт його варіації до уваги взято результати втомленісних випробувань. На величину останнього значний вплив здійснюють якість підготовки деталей під зварювання (розкидування кута оброблення країв, розкидування зазору між краями, ступінь неспівпадання поверхонь, що стикаються, засмічування країв), наявність поверхневих дефектів шва (підрізів, кратерів, припалювань), неоднорідність шва (наявність пор, шлакових включень, несплавов, непроварів, тріщин).

При допущенні, що зваровий шов виконаний якісно; контролювалися підготовчі операції, режим зварювання; застосовувалися різні методи дефектоскопії (радіаційний, ультразвуковий, капілярний, магнітний) після зварювання, ймовірнісний розрахунок втомленості зварового з'єднання можна представити в наступному вигляді.

1. Середнє значення межі витривалості (МПа)

$$\bar{\sigma}_{-1\sigma} = \frac{\bar{\sigma}_{-1}\varepsilon_{\sigma}\beta\gamma}{k_{\sigma}}, \quad (11.22)$$

де  $\bar{\sigma}_{-1}$  – середнє значення межі витривалості гладкого разка, МПа;  $\varepsilon_{\sigma}$  – коефіцієнт впливу абсолютних розмірів;  $\beta$  – коефіцієнт, який враховує зміцнення,  $\beta \geq 1,0$ ;  $\gamma$  – коефіцієнт, який враховує стан поверхні,  $\gamma \leq 1,0$ ;  $k_{\sigma}$  – ефективний коефіцієнт концентрації напружень, який залежить від характеристик зварового шва (табл. Б.1).

2. Коефіцієнт запасу міцності за середніми напруженнями

$$n = \frac{\bar{\sigma}_{-1\sigma}}{\sigma_a}, \quad (11.23)$$

де  $\bar{\sigma}_a$  – середнє значення діючих напружень, МПа.

3. Коефіцієнт варіації межі витривалості зварової деталі

$$v_{-1\sigma} = \sqrt{v_{\sigma}^2 + v_{\sigma\sigma}^2 + v_{\sigma_{пл}}^2 + v_{\sigma_{пов}}^2}, \quad (11.24)$$

де  $v_{\sigma}$  – коефіцієнт варіації межі витривалості деталі однієї плавки без зварового шва ( $v_{\sigma} = 0,04 \dots 0,06$  – чим менший найбільш напружений об'єм, тим більша величина  $v_{\sigma}$ );  $v_{\sigma_{пл}}$  – коефіцієнт варіації середньої межі витривалості по плавкам, приймається  $v_{\sigma_{пл}} = 0,06 \dots 0,08$ ;  $v_{\sigma_{пов}}$  – коефіцієнт варіації середньої межі витривалості в залежності від стану поверхонь деталей, що зварюються, якщо окалина видалена, краї деталей не пошкоджені кисневою різкою, то  $v_{\sigma_{пов}} = 0$ , інакше  $v_{\sigma_{пов}} = 0,06$ ;  $v_{\sigma_{св}}$  – коефіцієнт варіації межі витривалості внаслідок розкидування якості зварового шва (табл. Б.2).

4. Квантиль нормованого нормального розподілу

$$u_p = - \frac{\bar{n} - 1}{\sqrt{\bar{n} v_{-1\sigma}^2 + v_a^2}}. \quad (11.25)$$

5. Імовірність безвідмовної роботи зварового шва  $P_{зв}$  визначається за табл. А.4 у відповідності від значення квантиля нормованого нормального розподілу.

### 11.3 Розрахунок надійності різьбових з'єднань

Питання про надійність різьбових з'єднань виникає в основному у зв'язку з розсіюванням навантажень, межі витривалості болтів, розкидом їх ударної міцності при низьких температурах і з недостатньою надійністю багатьох застосовуваних засобів стопоріння.

Розглянемо визначення надійності болтів за критерієм міцності при статичних і змінних навантаженнях. При розрахунку різьбових з'єднань на надійність враховують розсіювання початкової зтяжки і уточнюють величину розсіювання концентрації напружень. В якості випадкових величин в такому розрахунку приймаються величина зовнішнього навантаження, сила початкової зтяжки, границя витривалості матеріалу і ефективний коефіцієнт концентрації напружень, що пов'язаний з розкидом радіусу викрутки різьб.

Сильне зтягування підвищує надійність роботи нарізного сполучення, оскільки при цьому підвищується жорсткість стику і істотно знижується частка змінного навантаження, що припадає на болт.

Щоб забезпечити необхідну зтяжку болтів, силу зтяжки контролюють. Методи контролю засновані на вимірі: подовження болта (шпильки), кута повороту гайки, крутного моменту при зтягуванні гайки. Перший метод найбільш точний, третій – найбільш поширений внаслідок простоти і пристосованості для великосерійного виробництва. Контроль в цьому випадку здійснюють за допомогою ключа граничного моменту або динамометричного ключа.

Вважається, що при зтягуванні динамометричним ключем розкид сили зтяжки

становить  $\pm (25 \dots 30)\%$ , при затягуванні на певний кут повороту гайки  $\pm 15\%$ , при контролі затягування по деформації тарованій пружною шайби  $\pm 10\%$ , при контролі подовження болта  $\pm (3 \dots 5)\%$ . Цим значенням розкиду відповідають приблизно такі коефіцієнти варіації сили затягування: 0,09; 0,05; 0,04; 0,02.

Імовірнісний розрахунок працездатності і надійності болтового з'єднання (рис. 11.1) зводиться до оцінки ймовірності безвідмовної роботи з'єднання, в найпростішому припущенні що дорівнює добутку ймовірностей безвідмовної роботи за основними критеріями: нерозкриття стику, незсувності стику, міцності болтів і т.д. Природно, що кількість врахованих критеріїв визначається в залежності від їх значимості.

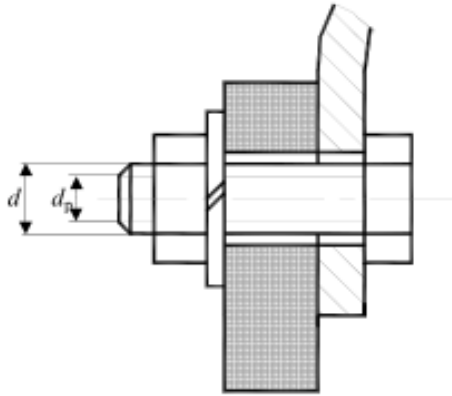


Рис. 11.1. – Схема болтового з'єднання

1 Визначасмо середнє значення сили затягування:

$$\bar{F}_{зам} = \frac{0,5\sigma_i \pi d_p^2}{4} \quad (11.26)$$

де  $\sigma_i$  – границя текучості матеріала болта, яка приймається в залежності від класу міцності болта і його діаметра, МПа (табл. С. 1);  $d_p$  – діаметр різьби, який визначається в залежності від діаметра болта ( $d_p = d_1$ ), мм (табл. С. 2).

2. Коефіцієнт запасу не розкриття стику за середніми навантаженнями

$$\bar{n}_1 = \frac{\bar{F}_{зам}}{\beta_c \bar{F}(1-\chi)}, \quad (11.27)$$

де  $\beta_c$  – коефіцієнт, який враховує можливе ослаблення затягування внаслідок зім'яття стиків  $\beta_c = 1,1$ ;  $\bar{F}$  – середнє значення сили, Н;  $(1-\chi)$  – множник, що характеризує частку зовнішнього навантаження на стик; в робочому діапазоні зовнішніх навантажень при достатніх силах затягування болтів для сталевих і чавунних деталей можна прийняти

$$\chi = 0,2 \dots 0,3.$$

3 Квантиль нормального розподілу

$$u_{p1} = -\frac{\bar{n}_1 - 1}{\sqrt{\bar{n}_1 v_{зам}^2 + v_f^2}}, \quad (11.28)$$

де  $v_{зам}$  – коефіцієнт варіації зусилля затягування.

За величиною квантилю за таблицею А.4 встановлюємо значення ймовірності безвідмовної роботи  $P_1$ .

4 Середнє значення розрахункового напруження, МПа:

$$\bar{\sigma}_{роз} = \frac{4}{\pi d_p^2} (1,3\bar{F}_{зам} + \chi\bar{F}). \quad (11.29)$$

5. Коефіцієнт запасу міцності за середніми напруженнями



$$\bar{n}_3 = \frac{\bar{\sigma}_t}{\sigma_{роз}} \quad (11.30)$$

Приймаючи, що  $v_{роз} = v_{зат}$ , квантиль нормального розподілу

$$u_{p3} = -\frac{\bar{n}_3 - 1}{\sqrt{n_3 v_{\sigma_t}^2 + v_{зам}^2}} \quad (11.31)$$

де  $v_{\sigma_t}$  – коефіцієнт варіації границі текучості матеріала болта.

6. За величиною квантилю за таблицею А.4 встановлюємо значення ймовірності безвідмовної роботи  $P_3$ .

7. Середнє значення границі витривалості болта, МПа:

$$\bar{\sigma}_{-1\delta} = \bar{\sigma}_{-1} \frac{\varepsilon_{\sigma}}{k_{\sigma}} \beta \beta_{уп}, \quad (11.32)$$

де  $\bar{\sigma}_{-1}$  – середнє значення границі витривалості гладкого зразка, МПа;  $\varepsilon_{\sigma}$  – коефіцієнт впливу абсолютних розмірів;  $\bar{k}_{\sigma}$  – середнє значення ефективного коефіцієнта концентрації напружень, приймають в залежності від границі міцності матеріалу  $\sigma_B$  (табл. С. 3);  $\beta$  – коефіцієнт, який приймають: для з'єднання стандартними болтами  $\beta = 1$ , для з'єднань типу стяжки  $\beta = 1,5 \dots 1,6$ ;  $\beta_{уп}$  – коефіцієнт технологічного зміцнення, для болтів з нарізаною різьбою  $\beta_{уп} = 1,0$ , для болтів з накатаною різьбою  $\beta_{уп} = 1,2 \dots 1,3$ .

8. Середнє значення межі витривалості гладкого зразка визначається за наближеною емпіричною залежністю для випадку навантаження з симетричним циклом. Для вуглецевої сталі при розтягуванні або стисканні

$$\bar{\sigma}_{-1} = (0,40 \dots 0,46) \sigma_B \quad (11.33)$$

9. Середнє значення діючих напружень

$$\bar{\sigma}_a = \frac{4}{\pi d_p^2} \left[ 0,5 \chi \bar{F} + \frac{\Psi}{k_{\sigma}} (\bar{F}_{зам} + 0,5 \chi \bar{F}) \right], \quad (11.34)$$

де  $0,5 \bar{F}$  – середнє значення амплітуди навантаження;  $\Psi$  – коефіцієнт чутливості матеріалу до асиметричних навантажень ( $\Psi = 0,1$ ).

10. Коефіцієнт запасу міцності за середніми напруженнями

$$\bar{n}_4 = \frac{\bar{\sigma}_{-1\delta}}{\sigma_a} \quad (11.35)$$

11. Коефіцієнт варіації границі витривалості болта

$$v_{-1\delta} = \sqrt{v_{\delta}^2 + v_{nl}^2 + v_a^2}, \quad (11.36)$$

де  $v_{\delta}$  – коефіцієнт варіації границі витривалості деталі однієї плавки ( $v_{\delta} = 0,06 \dots 0,08$ );  $v_{nl}$  – коефіцієнт варіації середньої границі витривалості по плавкам,  $v_{nl} = 0,08$ ;  $v_a$  – ефективний коефіцієнт концентрації напружень,  $v_a = 0,023$ .

12 Квантиль нормального розподілу

$$u_{p4} = -\frac{\bar{n}_4 - 1}{\sqrt{n_4 v_{-1\delta}^2 + v_a^2}} \quad (11.37)$$

Імовірність безвідмовної роботи за критерієм опору втомі  $P_4$  визначаємо за таблицею А.4.

Імовірність безвідмовної роботи з'єднання

$$P_3 = P_1 P_3 P_4 \quad (11.38)$$

## 12.4 Розрахунок надійності зубчатих передач

Розрахунок надійності зубчастих передач (рис. 19) складається з двох етапів: на першому етапі проводиться розрахунок надійності на опір контактної втомі, на другому – розрахунок

на опір втоми при вигині.

1 Розрахунок на опір контактної втоми.

Ймовірність безвідмовної роботи  $P_H$  за критерієм опору контактної втоми визначається як ймовірність того, що контактне напруження (розрахунковий параметр)  $\sigma_H$  не перевищує границі контактної витривалості (граничного значення розрахункового параметра)  $\sigma_{Hlim}$ , тобто  $P_H = P(\sigma_H < \sigma_{Hlim})$ .

1.1 Коефіцієнти варіації окремих коефіцієнтів навантаження.

1.1.1 Коефіцієнт варіації коефіцієнта, що враховує розподіл навантаження по ширині вінця  $\bar{K}_{H\beta}$

$$\upsilon_{H\beta} = \frac{1}{9} \frac{\bar{K}_{H\beta} - 1}{\bar{K}_{H\beta}}. \quad (11.39)$$

1.1.2 Коефіцієнт варіації коефіцієнта, що враховує динамічне навантаження, яке виникає в зчепленні  $\bar{K}_{HV}$

$$\upsilon_{HV} = 0,17 \frac{\bar{K}_{HV} - 1}{\bar{K}_{HV}}. \quad (11.40)$$

1.1.3 Коефіцієнт варіації  $\upsilon_{H\alpha}$  коефіцієнта, що враховує розподіл навантаження між зубцями  $\bar{K}_{H\alpha}$ , вибирається за табл. С.4.

1.2 Коефіцієнти варіації коефіцієнта навантаження

$$\upsilon_{H\Sigma} = \sqrt{\upsilon_A^2 + \upsilon_{H\beta}^2 + \upsilon_{HV}^2 + \upsilon_{H\alpha}^2}. \quad (11.41)$$

де  $\upsilon_A$  – коефіцієнт варіації коефіцієнта зовнішнього навантаження  $\bar{K}_A$

1.3 Коефіцієнти варіації контактного напруження

$$\upsilon_{\sigma_H} = 0,5 \upsilon_{H\Sigma}. \quad (11.42)$$

1.4 Коефіцієнти варіації зубчастого колеса

$$\upsilon_{Hlim} = \sqrt{(\upsilon_{Hlim}^0)^2 + 0,05^2}, \quad (11.43)$$

де  $\upsilon_{Hlim}^0$  – коефіцієнт варіації базового зразка.

1.5 Коефіцієнт запаса міцності за середніми навантаженнями

$$\bar{n}_H = \frac{\bar{\sigma}_{Hlim}}{\sigma_H}. \quad (11.44)$$

де  $\bar{\sigma}_H$  – середнє значення контактних напружень, МПа;  $\bar{\sigma}_{Hlim}$  – середнє значення границі витривалості, МПа

1.6 Квантиль нормованого нормального розподілу

$$u_p = -\frac{\bar{n}_H - 1}{\sqrt{\bar{n}_H \upsilon_{Hlim}^2 + \upsilon_{\sigma_H}^2}}. \quad (11.45)$$

За табл. А.4 додатка в залежності від величини квантилю нормованого нормального розподілу  $u_p$  визначаємо ймовірність безвідмовної роботи за критерієм опору контактної втоми  $P_H$ .

2 Розрахунок на опір втоми при вигині. За розрахунковий параметр приймають напругу на перехідній поверхні зуба  $\sigma_F$  (МПа).

2.1 Середнє значення границі витривалості базового зразка визначається за формулою:

$$\bar{\sigma}_{Flim}^0 = (1,35HB + 100) \frac{1}{1 + 1,28\upsilon_{Flim}^0}, \quad (11.46)$$

де HB – твердість зуба колеса;  $\upsilon_{Flim}^0$  – коефіцієнт варіації границі витривалості зубців базового зразка. Для нормалізованих і покращених зчбчастих колес  $\upsilon_{Flim}^0 = 0,08 \dots 0,10$ , для зубчастих колес з об'ємним закалюванням ТВЧ  $\upsilon_{Flim}^0 = 0,1 \dots 0,14$ , для азотованих  $\upsilon_{Flim}^0 = 0,1 \dots 0,12$ .

2.2 Зубчасте колесо можна розглядати як послідовну систему, що складається з  $z$  елементів – зубів. Руйнування колеса (системи) ототожнюємо з руйнуванням найменш міцного зуба – «слабкої ланки». Середнє значення і коефіцієнт варіації границі витривалості найменш міцного зуба менше, ніж аналогічні показники границі витривалості зубів. Це враховується введенням в розрахункові залежності коефіцієнтів:  $K_z$  – при визначенні середнього значення  $\bar{\sigma}_{F\lim}$ ;  $\alpha_z$  – при визначенні коефіцієнта варіації  $\nu_{F\lim}$  границі витривалості колеса, що розраховується.

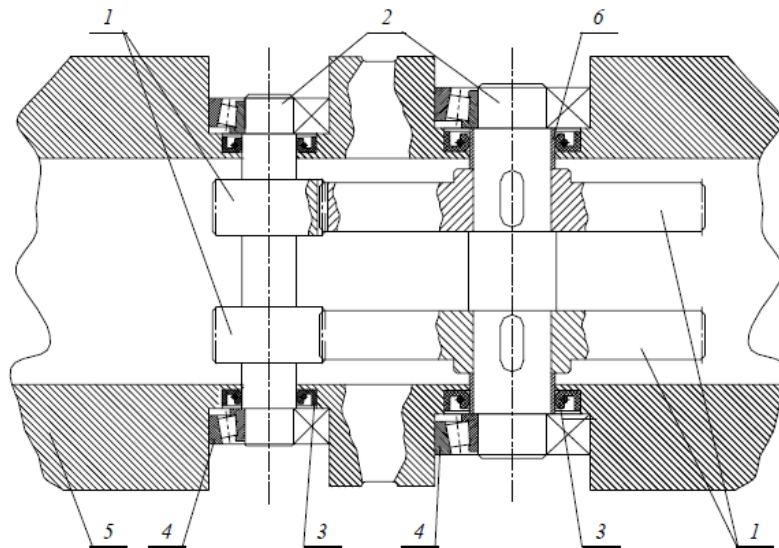


Рисунок 11.2 – Конструктивна схема зубчастої передачі:  
1 – зубчасті колеса; 2 – вхідний і вихідний вали; 3 – манжетне ущільнення;  
4 – підшипниковий вузол; 5 – корпус; 6 – втулка

Значення коефіцієнтів  $K_z$  і  $\alpha_z$  для числа зубів  $z = 20 \dots 100$  наведено в табл С.5. В таблиці менші значення  $K_z$  і  $\alpha_z$  відповідають більшим числам зубів.

2.3 Середнє значення границі витривалості зубчастого колеса, що розраховується (МПа):

$$\bar{\sigma}_{F\lim} = \bar{\sigma}_{F\lim}^0 K_z K_{FL} \prod_{i=1} K_i, \quad (11.47)$$

де  $K_{FL}$  – коефіцієнт довговічності;  $\prod_{i=1} K_i$  – добуток корегуючих коефіцієнтів, які враховують відмінність коефіцієнтів концентрації і шорсткостей поверхонь викружек базового колеса і колеса, що розраховується, масштабний фактор, технологію виготовлення, які назначаються на основі накопичуваних раніше дослідів.

2.4 Коефіцієнти варіації границі витривалості колеса, що розраховується

$$\nu_{F\lim} = \sqrt{(\alpha_z \nu_{F\lim}^0)^2 + 0,14^2}. \quad (11.48)$$

2.5 Коефіцієнт запасу міцності за середніми напруженнями

$$\bar{n}_F = \frac{\bar{\sigma}_{F\lim}}{\sigma_F}. \quad (11.49)$$

2.6 Квантиль нормального розподілу

$$u_p = -\frac{\bar{n}_F - 1}{\sqrt{\bar{n}_F^2 \nu_{F\lim}^2 + \nu_{\sigma_F}^2}}. \quad (11.50)$$

За табл. А.4 додатка в залежності від величини квантилю нормованого нормального розподілу  $u_p$  визначаємо ймовірність безвідмовної роботи за критерієм опору втомі

зубчастого колеса при вигині  $P_F$ .

3. Надійність зубчастих передач в комплексі. Імовірність безвідмовної роботи  $P$  зубчастої передачі визначається як добуток ймовірностей безвідмовної роботи за окремими критеріями. Для широкого кола зубчастих передач, у яких найбільш небезпечні втомні руйнування, ймовірність безвідмовної роботи дорівнює:

$$P = P_F P_H, \quad (11.51)$$



### Питання для самоперевірки

- 1 Поясніть, якими критеріями характеризується працездатність механічних вузлів і металоконструкцій.
2. Конкретизувати послідовність знаходження середнього значення натягу при визначенні ймовірності безвідмовної роботи з'єднання з натягом за критерієм міцності з'єднання.
3. Коментувати послідовність розрахунку надійності з'єднання зубчастого колеса і суцільного валу за критерієм міцності зчеплення.
4. Пояснити сутність визначення величини ймовірності безвідмовної роботи  $P_c$  з'єднання зубчастого колеса з суцільним валом за критерієм міцності зчеплення.
5. Коментувати величини, які здійснюють вплив на визначення коефіцієнта варіації.
6. Пояснити, які випадкові величини приймаються до уваги при розрахунку різьбових з'єднань на надійність.

---

## 12 ЛОГІКО-ГРАФІЧНІ МЕТОДИ АНАЛІЗУ НАДІЙНОСТІ І РИЗИКІВ

Аналіз причин промислових аварій показує, що виникнення і розвиток великих аварій, як правило, характеризується комбінацією випадкових локальних подій, що виникають з різною частотою на різних стадіях аварії (відмови устаткування, людські помилки при експлуатації / проектуванні, зовнішні впливи, руйнування / розгерметизація, викид / витік, протік речовини, випаровування, розсіювання речовин, займання, вибух, інтоксикація і т.д.). Для виявлення причинно-наслідкових зв'язків між цими подіями використовують логіко-графічні методи дерев відмов і подій.

Моделі процесів в людино-машинних системах повинні відображати процес появи окремих передумов і розвитку їх в причинний ланцюг події у вигляді відповідних діаграм причинно-наслідкових зв'язків – діаграм впливу. Такі діаграми є формалізованими уявленнями модельованих об'єктів, процесів, цілей, властивостей у вигляді множини графічних символів (вузлів, вершин) і відносин – передбачуваних або реальних зв'язків між ними.

Широке поширення отримали діаграми в формі потокових графів (графів станів і переходів), дерев подій (цілей, властивостей) і функціональних мереж різного призначення і структури.

В останні десятиліття інтенсивно розробляються діаграми впливу з класу семантичних або функціональних мереж, які є графами, але з додатковою інформацією, що містяться в їх вузлах і дугах (ребрах). Переваги таких мереж – можливість об'єднання логічних і графічних способів подання досліджуваних процесів, облік стохастичності інформації, вираженої вузлами і дугами, доступність для моделювання циклічних і багаторазово можна побачити подій, найбільші (в порівнянні з іншими типами діаграм) логічні можливості.

Іншим і найбільш широко використовуваним типом діаграм впливу є «дерева». Діаграми даного класу часто називають «деревом відмов» і «деревом їх результатів». Вони є по суті

графами з розгалужених структурою і з додатковими (логічними) умовами.

Основні переваги цих моделей: порівняльна простота побудови; дедуктивний характер виявлення причинно-наслідкових зв'язків досліджуваних явищ; спрямованість на їх істотні фактори; легкість перетворення таких моделей; наочність реакції досліджуваної системи на зміну структури; декомпозируемість «дерева» і процесу його вивчення; можливість якісного аналізу досліджуваних процесів; легкість подальшої формалізації та алгоритмізації; пристосованість до обробки на засобах обчислювальної техніки; доступність для статистичного моделювання і кількісної оцінки досліджуваних явищ, процесів і їх властивостей.

Створення дерева полягає у визначенні його структури: а) елементів – головної події і передумов, що їй передують; б) зв'язків між ними – логічних умов, дотримання яких необхідно і достатньо для його виникнення. На практиці зазвичай використовують зворотну або пряму послідовність виявлення умов виникнення конкретних подій або аварійності і травматизму в цілому: а) від головної події дедуктивно до окремих передумов, або б) від окремих передумов індуктивно до головної події.

З аналізу структури діаграми впливу випливає, що основними її компонентами служать вузли (вершини) і зв'язку (відносини) між ними. У якості вузлів зазвичай приймають до уваги найпростіші елементи модельованих категорій (змінні або константи) – події, стани, властивості, а в якості зв'язків – активності, роботи, ресурси та інші взаємодії. Відносини або зв'язку між змінними або константами в вузлах діаграми графічно подаються у вигляді ліній, званих дугами або ребрами.

Кожні два з'єднаних між собою вузла утворюють гілку діаграми. У тих випадках, коли вузли пов'язані спрямованими дугами таким чином, що кожен з них є загальним рівно для двох гілок, виникають цикли або петлі.

Змінні в вузлах характеризуються фреймами даних – множиною виходів (значень, прийнятих змінними, незмінних в часі і між собою не перетинаються) і умовними розподілами ймовірностей появи кожного з них.

Ідея прогнозування розмірів збитку від подій в людино-машинних системах базується на використанні дерев спеціального типу (дерев результатів) – імовірнісних графів. Їх побудова дозволяє враховувати різні варіанти руйнівного впливу потоків енергії або шкідливої речовини, що вивільняються в результаті події.

За допомогою попередньо побудованих діаграм – графів, мереж, і дерев можуть бути отримані математичні моделі аварійності і травматизму.

У дослідженні безпеки широкого поширення набули діаграми впливу розгалуженої структури, які називають «деревом» подій (відмов).

Деревом відмов називають не орієнтований граф, який не має циклів, що є кінцевим і зв'язаним. У ньому кожна пара вершин повинна бути пов'язаною (з'єднаною ланцюгом), проте всі з'єднання не повинні утворювати петель (циклів), тобто містити такі маршрути, вершини яких одночасно є початком одних і кінцем інших ланцюгів.

Дерево відмов представляє собою імовірнісну модель системи, в якій враховано можливі відмови всіх елементів, їх взаємозв'язок та взаємозалежність.

Дерево відмов використовують для: розрахунку ймовірності відмови систем на основі характеристик надійності її елементів; вивчення взаємозалежностей між відмовами елементів; отримання інформації про «слабкі місця» систем.

Структура дерева подій зазвичай включає одну, що розміщується зверху, небажану подію (аварію, нещасний випадок, катастрофу), яка з'єднується з набором відповідних подій – передумов (помилки, відмов, несприятливих зовнішніх впливів), що утворюють певні їх ланцюги або «гілки». «Лістям» на гілках дерева подій служать передумови – ініціатори причинних ланцюгів, що розглядаються як початкові події, подальша деталізація яких не доцільна. Вузлами дерева подій можуть виступати як окремі події або стани, так і логічні умови їх об'єднання (складання або множення).

## 12.1 . Визначення та символи, які використовуються при побудові дерев

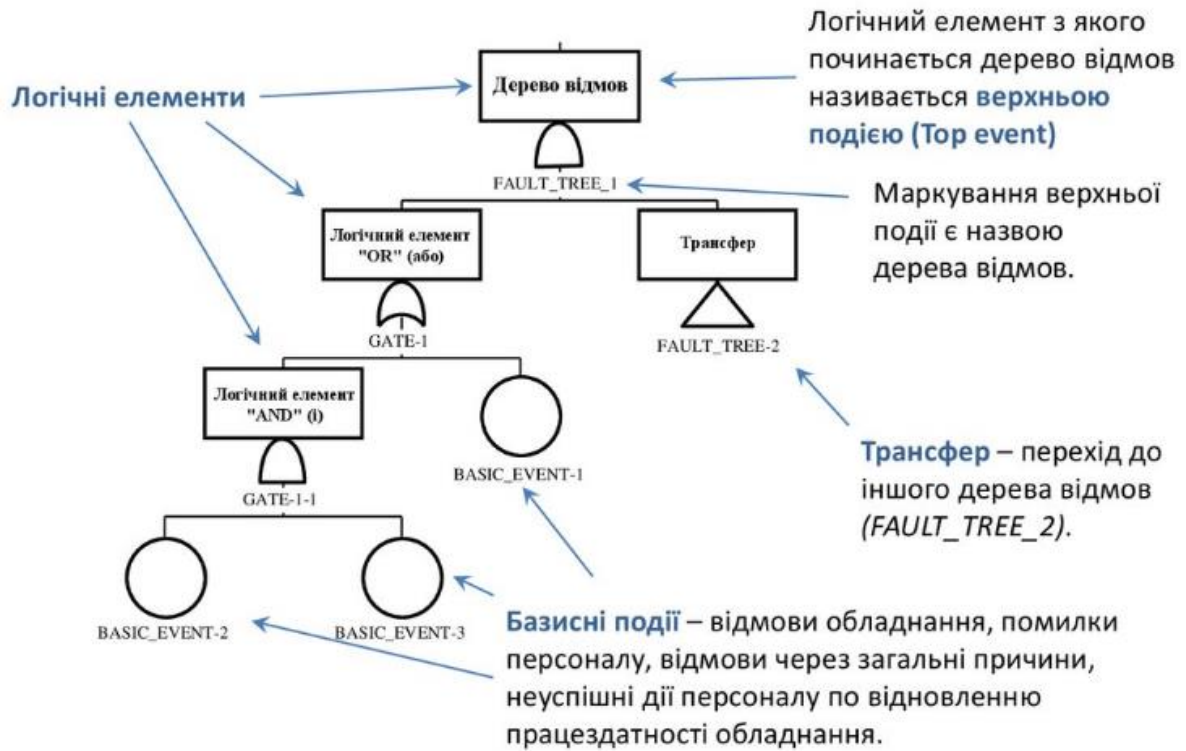


Рисунок 12.1. – Структура дерева відмов

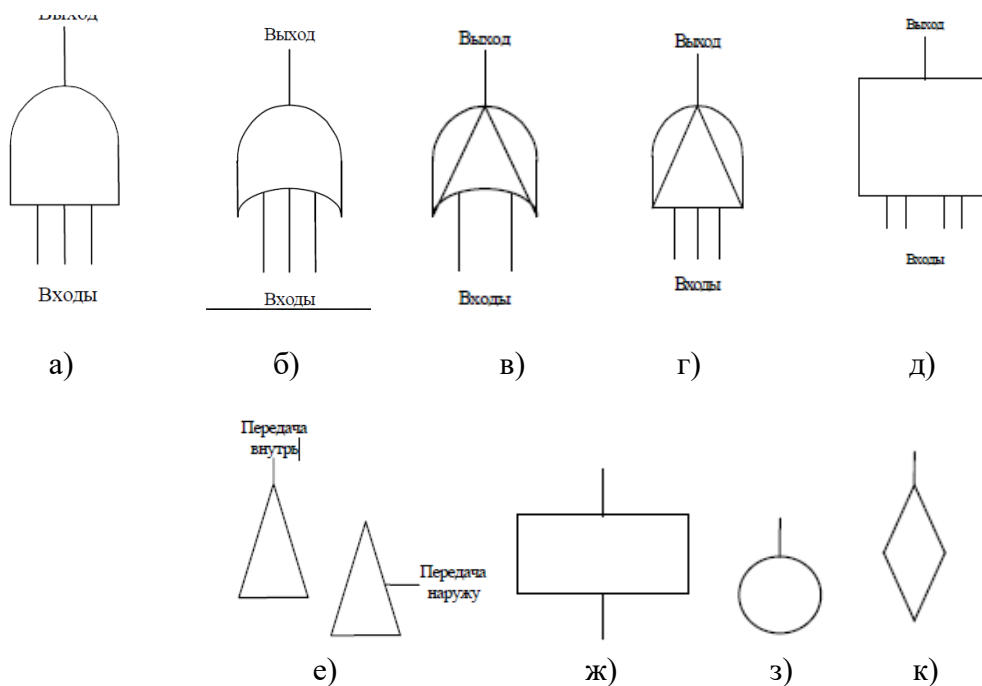


Рисунок 12.2. – Логічні елементи, які використовуються при побудові дерева  
а) елемент «І»; б) елемент «АБО»; в) елемент «виключаюче АБО»; г) схема «І» з

пріоритетом; д) спеціальна схема; е) вхід або вихід; ж) результуюча подія; з) подія – первинна відмова; к) неповна подія

Схема І (схема збігу): сигнал на виході з'являється тільки тоді, коли надходять всі вхідні сигнали; для зображення використовуються символи.

Схема АБО (схема об'єднання): сигнал на виході з'являється під час подання на вхід будь-якого одного або більшої кількості сигналів.

Схема «виключаюче АБО»: сигнал на виході розглядається як проміжна подія і з'являється під час подання на вхід одного і тільки одного сигналу.

Схема «І» з пріоритетом логічно еквівалентна схемі «І», але вхідні сигнали мають подаватися в певному порядку.

Спеціальна схема відображає будь-яку дозволена комбінацію вхідних сигналів.

Вхід або вихід зображуються за допомогою трикутників, що дозволяє уникнути повторення окремих ділянок дерева. Пряма, що входить в вершину трикутника, означає перехід всередину відповідної гілки, а пряма, що бере початок з середини бічної сторони трикутника, - перехід до іншої гілки.

Результуюче подія: настає в результаті конкретної комбінації несправностей на вході логічного схеми.

## 12.2. Процедура аналізу дерева відмов

Небезпеки носять потенційний, тобто прихований характер. Умови реалізації потенційної небезпеки називаються причинами.

Процедура побудови дерева несправностей (відмов) включає, як правило, такі етапи:

1. Визначення небажаної (завершальної) події в даній системі.
2. Ретельне вивчення можливої поведінки і передбачуваного режиму використання системи.

3. Визначення функціональних властивостей подій більш високого рівня для виявлення причин тих чи інших несправностей системи і проведення більш глибокого аналізу поведінки системи з метою виявлення логічного взаємозв'язку подій нижчого рівня, здатних привести до відмови системи.

4. Побудова дерева відмов для логічно пов'язаних подій на вході. Ці події повинні визначатися в термінах ідентифікованих незалежних первинних відмов. Щоб отримати кількісні результати для завершальної небажаної події дерева, необхідно задати ймовірність відмови, коефіцієнт неготовності, інтенсивність відмов, інтенсивність відновлень і інші показники, що характеризують первинні події, за умови, що події дерева відмов не є надлишковими.

Більш строгий і систематичний аналіз передбачає виконання таких процедур, як (1) визначення меж системи, (2) побудова дерева відмов, (3) якісна оцінка, (4) кількісна оцінка.

Однією з основних вимог, що пред'являються до граничних умов, є завдання завершальної небажаної події, встановлення якої вимагає особливої ретельності, оскільки саме для неї як для основної відмови системи будується дерево. Крім того, щоб проведений аналіз був зрозумілий всім зацікавленим особам, дослідник зобов'язаний скласти перелік усіх припущень, прийнятих при визначенні системи і побудові дерева відмов.

Найзручнішим способом виявлення умов виникнення і попередження випадків є виділення з таких підмножин так званих «мінімальних поєднань подій», тобто тих з них, поява яких мінімально необхідно і достатньо для досягнення бажаного результату.

Дерево відмов – це топологічна модель надійності і безпеки, яка відображає логіко-ймовірнісні зв'язки між окремими випадковими початковими подіями в вигляді первинних відмов або результуючих відмов, сукупність яких призводить до головної події.



Таким чином, дерево відмов – це орієнтовний граф у вигляді дерева.

Основною метою побудови дерева відмов є символічне представлення існуючих в системі умов, здатних викликати її відмову. Крім того, побудоване дерево дозволяє показати в явному вигляді слабкі місця системи і є наочним засобом представлення та обґрунтування прийнятих рішень, а також засобом дослідження компромісних співвідношень або встановлення ступеня відповідності конструкції системи заданим вимогам.

Структура «дерева відмов» включає одну головну подія (аварію, інцидент), яка з'єднується з набором відповідних наступних подій (помилки, відмов, несприятливих зовнішній впливів), що утворюють причинні ланцюги (сценарії аварій).

Для зв'язку між подіями в вузлах «дерев» використовуються знаки «І» та «АБО». Логічний знак «І» означає, що вищестояще подія виникає при одночасному настанні нижчестоящих подій (відповідає перемножуванню їх ймовірностей для оцінки ймовірності вищестоящої події). Знак «АБО» означає, що вищестояще подія може відбутися внаслідок виникнення одного з нижчих подій.

Зазвичай передбачається, що дослідник, перш ніж приступити до побудови дерева несправностей, ретельно вивчає систему. Тому опис системи має бути частиною документації, складеної в ході такого вивчення.

Залежно від конкретних цілей аналізу дерева несправностей для побудови останнього фахівці з надійності зазвичай використовують або метод первинних відмов, або метод вторинних відмов, або метод ініційованих відмов.

*Метод первинних, відмов.* Відмова елемента є первинною, якщо вона відбувається в розрахункових умовах функціонування системи. Побудова дерева на основі врахування лише первинних відмов не представляє великої складності, так як дерево будується тільки до тієї точки, де ідентифіковані первинні відмови елементів викликають відмову системи.

*Приклад 1.* Побудувати дерево відмов для простої системи – освітлення кімнати. В системі є лише вимикач і лампочка. Відмова вимикача викликає завершальну подію – відсутність освітлення в кімнаті.

Основними, або первинними подіями є : (1) відмова джерела струму  $E_1$ , (2) відмова запобіжника  $E_2$ ; (3) відмова вимикача  $E_3$ ; (4) перегорання лампочки  $E_4$ .

Проміжною подією є припинення подачі електроенергії. Найбільший інтерес представляє завершальна подія - «відсутність світла в кімнаті», і тому саме йому приділяється основна увага при аналізі.



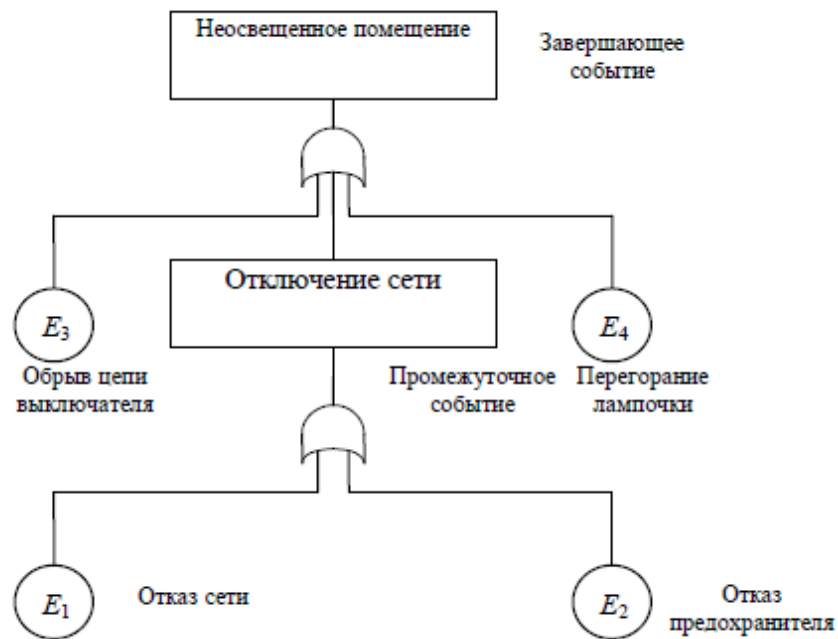


Рисунок 12.1 – Дерево відмов для випадку первинних відмов

Дерево, зображене на рис. 12.1, показує, що вихідні події є входи схем АБО: при настанні будь-якої з чотирьох первинних подій  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$ ,  $E_4$  здійснюється завершальна подія (відсутність світла в кімнаті).

*Метод вторинних відмов.* Щоб аналіз охоплював і вторинні відмови, потрібно більш глибоке дослідження системи. При цьому аналіз виходить за рамки розгляду системи на рівні відмов її основних елементів, оскільки вторинні відмови викликаються несприятливим впливом навколишніх умов або надмірними навантаженнями на елементи системи в процесі експлуатації.

*Приклад. 2.* На рис 12.2 показано просте дерево відмов з завершальною подією «припинення вироблення електроенергії генератором». Дерево відмов відображає такі первинні події, як відмова вимикача (відсутність замикання), несправність внутрішніх ланцюгів двигуна, джерела живлення і запобіжника. Вторинні відмови зображуються прямокутником як проміжна подія.

Вторинні відмови, зображені на рис. 12.2, відбуваються внаслідок незадовільного технічного обслуговування, несприятливого впливу зовнішнього середовища, стихійного лиха і т. д.

*Метод ініційованих відмов.* Подібні відмови виникають при правильному використанні елемента, але в невстановлений час або в недозволеному місці. Іншими словами, ініційовані відмови – це збої операцій координації подій на різних рівнях дерева: від первинних відмов до завершальної події (небажаної або кінцевої).

*Приклад 3.* Типовим прикладом ініційованої відмови є надходження помилкового сигналу на будь-який електротехнічний пристрій (наприклад, двигун або перетворювач). Взаємозв'язок між основними і ініційованими відмовами показано на рис. 13.3.

Різноманіття причин аварійності та травматизму найбільш повно і зручно представляється у вигляді діаграми-дерева причин, що відбиває процес появи і розвитку ланцюга передумов. Основними компонентами діаграми причин або небезпек є вузли (або

вершини) і взаємозв'язки між ними. У якості вузлів маються на увазі події, властивості і стану елементів даної системи, а також логічні умови їх трансформації (додавання «АБО» і множення «І»).

Операція «І» означає, що перед тим, як відбудеться деяка подія «А», має відбутися кілька подій, наприклад, «Б» і «В». У імовірнісному аспекті така операція виражається логічним виразом:

$$P(A) = P(B) \cdot P(V)$$

Операція «АБО» означає, що деяка подія «Г» матиме місце, якщо відбудеться хоча б одна з кількох подій або всі події, наприклад, «Д» і «Е». У цьому випадку ймовірність появи події «Г» матиме вигляд алгебраїчної суми:

$$P(\Gamma) = P(D) + P(E) - P(D) \cdot P(E).$$

*Приклад 4.* Загибель людини від електричного струму може статися при включенні його тіла в електричний ланцюг з достатньою для цього силою струму. Отже, щоб стався нещасний випадок (головна подія «А»), необхідно одночасне існування трьох умов (рис. 12.4).

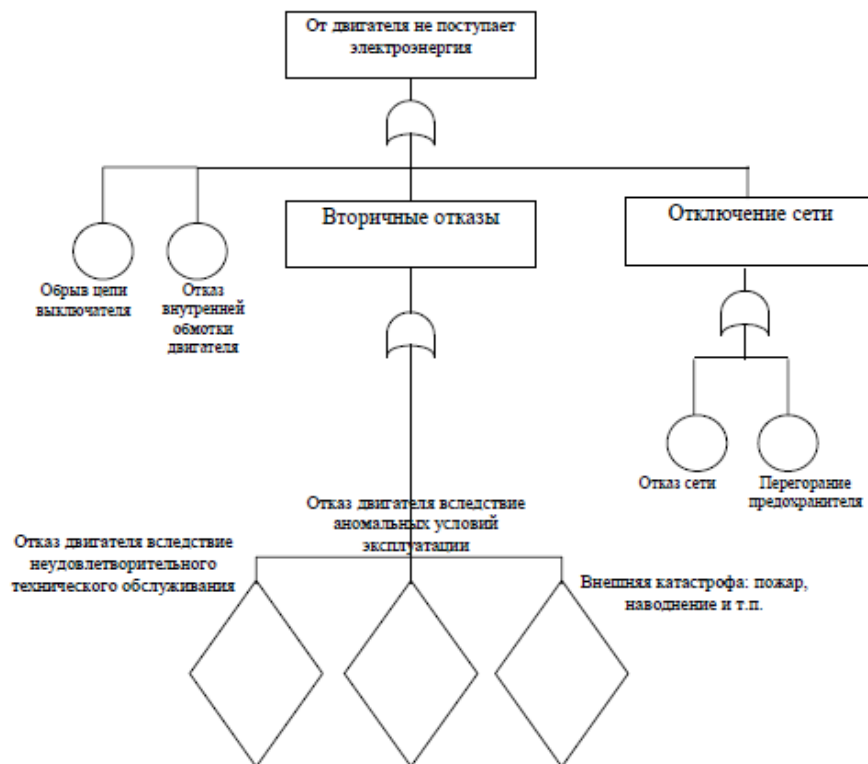


Рисунок 12.2 – Дерево відмов для випадку вторинних відмов

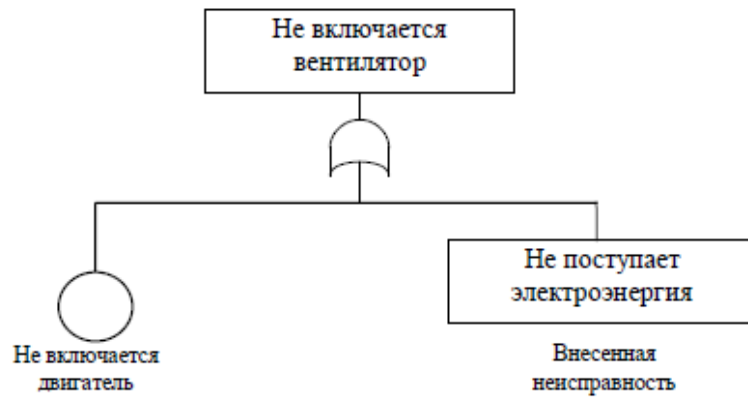


Рисунок 12.3 – Дерево відмов для випадку ініційованих відмов

Подія «Б» – наявність потенційно високої напруги на корпусі електричної установки.

Подія «В» означає поява людини на струмопровідній основі, з'єднаній з землею.

Подія «Г» – дотик тілом людини корпусу електроустановки.

В свою чергу, подія «Б» може бути наслідком будь-якого з двох подій – передумов «Д» і «Е», де «Д» – зниження опору ізоляції струмоведучих частин, а подія «Е» – дотик ними корпусу установки.

Подія «В» також обумовлюється двома передумовами: «Ж» – наступ людини на струмопровідну основу і «З» – дотик його тулубом заземлених елементів приміщення.

Подія «Г» є результатом появи однієї з трьох передумов: «И» – потреба ремонту, «К» – потреба техобслуговування і «Л» – використання електроустановки за призначенням, або нормальна експлуатація установки.

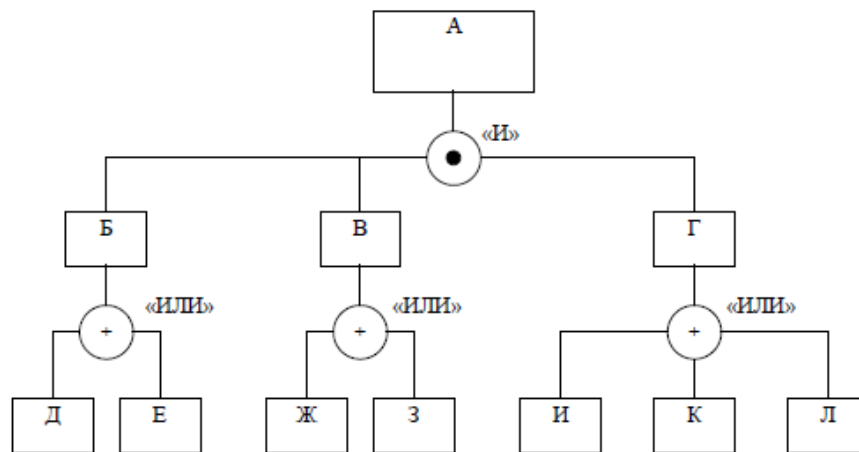


Рисунок 12.4. – Дерево причин ураження людини електричним струмом

Аналіз дерева полягає у виявленні умов, мінімально необхідних і достатніх для виникнення або невиникнення головної події «А». Аналітично вираз умови реалізації даного нещасного випадку має вигляд:

$$P(A) = P(B) P(V) P(\Gamma) = [P(D) + P(E)] [P(\text{Ж}) + P(\text{З})] [P(\text{И}) + P(\text{К}) + P(\text{Л})]$$

### 12.3. Якісна і кількісна оцінка дерева відмов

Якісну і кількісну оцінку розглянемо з використанням методу мінімальних перерізів.

Перетин визначається як множина елементарних подій, що призводять до небажаного результату. Якщо з множини подій, що належать деякому перетину, не можна видалити жодної і в той же час ця множина подій призводить до небажаного результату, то в цьому випадку говорять про наявність мінімального перетину.

Виявлення мінімальних перетинів вимагає великих витрат часу, і для їх знаходження потрібно машинний алгоритм.

Приклад якісної оцінки дерева несправностей представлений на рис. 12.5.

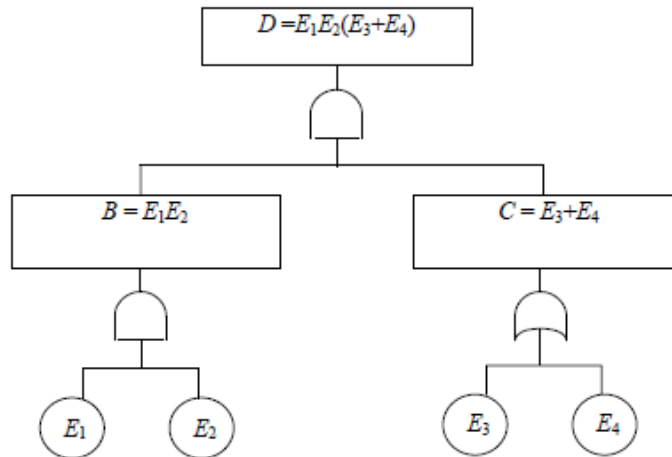


Рисунок 12.5. – Приклад представлення дерева несправностей

Кількісна оцінка проводиться на підставі інформації про таких кількісних показниках надійності для завершальної події, як ймовірність відмови, інтенсивність відмов або інтенсивність відновлень. Спочатку обчислюють показники надійності елемента, потім знаходять критичний шлях і, нарешті, оцінюють завершальну подію.

Кількісна оцінка дерева здійснюється або статичним моделюванням, або аналітичним методом.

Проміжна відмова  $B$  може з'явитися тільки в тому випадку, коли мають місце обидві події  $E_1$  і  $E_2$ . Що стосується проміжної події  $C$ , то вона може відбутися тільки при появі події  $E_3$  або  $E_4$ . Завершальна подія настає тільки при одночасній появі проміжних подій  $B$  і  $C$ .

У першому випадку дерево несправностей моделюється на ЕОМ зазвичай для декількох тисяч або навіть мільйонів циклів функціонування системи. При цьому основними етапами моделювання є:

- завдання показників надійності для елементарних подій;
- представлення всього дерева несправностей на обчислювальному засобі;
- складання переліку відмов, що призводять до завершальної події, і переліку відповідних мінімальних перетинів;
- обчислення необхідних кінцевих результатів.

У другому випадку використовують існуючі аналітичні методи.



### Питання для самоперевірки

- 1 Коментувати випадкові події, які можуть слугувати причиною виникнення і розвитку великих аварій.
- 2 Проаналізувати переваги діаграм впливу і мережевих структур.
- 3 Встановити етапи процедури побудови дерева.
- 4 Порівняти методи побудови дерева відмов в залежності від цілей аналізу.



## Перелік використаних джерел

1. Надійність технологічних систем та обладнання / Г. О. Оборський, О. С. Савельєва, А. В. Торопенко, О. Л. Становський. – Одеса: Бахва, 2013. – 560 с.
2. Байхельт, Ф. Надежность и техническое обслуживание: Математический подход / Ф. Байхельт, П. Франкен. – М.: Ридио и связь, 1988. – 392 с.
3. Барлоу, Р. Статистическая теория надежности и испытания на безотказность. Пер. с англ. / Р. Барлоу, Ф. Прошан. – М.: Наука, 1984. – 328 с.
4. Ветошкин, А.Г. Надежность технических систем и техногенный риск / А. Г. Ветошкин. – Пенза: ПГУАиС, 2003. – 154 с.
5. Вопросы математической теории надежности / Е. Ю. Барзилович, Ю. К. Беляев, В. А. Каштанов и др. Под ред. Б. В. Гнеденко. – М.: Радио и связь, 1983. – 376 с.
6. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Учеб. пособие для вузов. Изд. 7-е, стер. / В. Е. Гмурман. – М.: Высш. шк., 1999.-479с.
7. Гнеденко, Б.В. Математические методы в теории надежности / Б. В. Гнеденко, Ю. К. Беляев, А. Д. Соловьев. – М.: Наука, 1965. – 524 с.
8. Гнеденко, Б. В. Надежность и эффективность в технике. Справочник. Т. 2. / Б.В. Гнеденко и др. – М.: Машиностроение, 1987.
9. ГОСТ 27.002-89. Надежность в технике. Основные понятия. Термины и определения.
10. ГОСТ 27.003–90. Надежность в технике. Состав и общие требования по надежности. М.: Изд-во стандартов, 1990.
11. ГОСТ 27.310 – 95. Надежность в технике. Анализ видов, последствий и критичности отказов. Основные положения.
12. Дунин-Барковский, И. В. Теория вероятностей и математическая статистика в технике / И. В. Дунин-Барковский, Н. В. Смирнов. – М.: Гос. изд-во техн.-теорет. лит., 1955.
13. Заміховський, Л.М. Основи теорії надійності і технічної діагностики систем: Навч. посібник / Л. М. Заміховський, В. П. Калявін. – Івано-Франківськ: Полум'я, 2004. – 360 с.
14. Зубова, А. Ф. Надежность машин и аппаратов химических производств. / А. Ф. Зубова. – Л.: Машиностроение, 1978.
15. Кафаров, В.В. Обеспечение и методы оптимизации надежности химических и нефтехимических производств / В.В. Кафаров. – М.: Химия, 1987.
16. Климов А.М. Надежность технологического оборудования : учебное пособие / А.М. Климов, К.В. Брянкин. – 2-е изд., стер. – Тамбов : Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2008. – 104 с.
17. Матвеевский, В. Р. Надежность технических систем. Уч. Пособие / В. Р. Матвеевский – М.: Московский государственный институт электроники и математики, 2002. – 113 с.
18. МР 159 – 85. Надежность в технике. Выбор видов распределений случайных величин. Методические рекомендации.
19. МР 252 – 87. Надежность в технике. Расчет показателей ремонтпригодности при разработке изделия. Методические рекомендации.
20. МЭК 60812: 1985 Техника анализа надежности систем. Метод анализа вида и последствий отказов (FMEA).
21. МЭК 61025: 1990. Анализ дерева неисправностей.
22. Надежность в машиностроении: Справочник. Под ред. В. В. Шашкина, Г. П. Карзова. – СПб.: Политехника, 1992. – 719 с.

23. Надежность и эффективность в технике. Справочник в 10 т. – т. 2. Под ред. Б. В. Гнеденко. – М. Машиностроение, 1987. – 280 с.
24. Надежность и эффективность в технике. Справочник в 10 т. – т. 5. Под ред. В. И. Петрушева и А. И. Рембезы. – М. Машиностроение, 1988. – 224 с.
25. Проников, А. С. Надежность машин / А. С. Проников. – М.: Машиностроение, 1978.
26. Р 50 – 54 – 82 – 88. Надежность в технике. Выбор способов и методов резервирования.
27. Решетов, Д. Н. Надежность машин / Д. Н. Решетов, А. С. Иванов, В. З. Фадеев. – М.: Высшая школа, 1988.
28. Рябинин, И. А. Надежность и безопасность структурно-сложных систем. / И.А. Рябинин. – С-Пб: Политехника, 2000.
29. Хазов, Б. Ф. Справочник по расчету надежности машин на стадии проектирования / Б. Ф. Хазов, Б. А. Дидусев. – М. : Машиностроение, 1986. – 224 с.

## ДОДАТКИ

Таблица А.1. – Допуски розмірів до 500 мм (по ГОСТ 25346 – 89 і ГОСТ 25348 – 82)

Номинальные размеры, мм	Квалитеты																		
	01	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
	Допуски																		
	мкм													мм					
До 3	0,3	0,5	0,8	1,2	2	3	4	6	10	14	25	40	60	0,12	0,14	0,25	0,4	0,6	1
Св. 3 до 6	0,4	0,6	1	1,5	2,5	4	5	8	12	18	30	48	75	0,14	0,18	0,3	0,48	0,75	1,2
Св. 6 до 10	0,4	0,6	1	1,5	2,5	4	6	9	15	22	36	58	90	0,15	0,22	0,36	0,58	0,9	1,5
Св. 10 до 18	0,5	0,8	1,2	2	3	5	8	11	18	27	43	70	110	0,18	0,27	0,43	0,7	1,1	1,8
Св. 18 до 30	0,6	1	1,5	2,5	4	6	9	13	21	33	52	84	130	0,21	0,33	0,52	0,84	1,3	2,1
Св. 30 до 50	0,6	1	1,5	2,5	4	7	11	16	25	39	62	100	160	0,25	0,39	0,62	1,00	1,6	2,5
Св. 50 до 80	0,8	1,2	2	3	5	8	13	19	30	46	74	120	190	0,3	0,46	0,74	1,2	1,9	3,0
Св. 80 до 120	1	1,5	2,5	4	6	10	15	22	35	54	87	140	220	0,35	0,54	0,87	1,4	2,2	3,5
Св. 120 до 180	1,2	2	3,5	5	8	12	18	25	40	63	100	160	250	0,4	0,63	1,00	1,6	2,5	4,0
Св. 180 до 250	2	3	4,5	7	10	14	20	29	46	72	115	185	290	0,46	0,72	1,15	1,85	2,9	4,6
Св. 250 до 315	2,5	4	6	8	12	16	23	32	52	81	130	210	320	0,52	0,81	1,3	2,1	3,2	5,2
Св. 315 до 400	3	5	7	9	13	18	25	36	57	89	140	230	360	0,57	0,89	1,4	2,3	3,6	5,7
Св. 400 до 500	4	6	8	10	15	20	27	40	63	97	155	250	400	0,63	0,97	1,55	2,5	4,0	6,3



Таблица А.2. – Допуски і посадки. Граничні відхилення валів в посадках з натягом при розмірах від 1 до 500 мм (система отворів)

Номинальные размеры, мм	Квалитеты													
	4	5				6				7	8			
	Поля допусков													
	h4	p5	r5	g5	ps	rs	s6	t6	z7	u7	u8	x8	z8	
От 1 до 3	+7 +4	+10 +6	+14 +10	+18 +14	+12 -6	+16 +10	+20 +14	-	+24 -14	+28 -18	+32 +18	+34 -20	+40 +26	
Св. 3 до 6	+12 +8	+17 +12	+20 +15	+24 +19	+20 +12	+23 +15	+27 +19	-	+31 +19	+35 +23	+41 +23	+46 +28	+53 +35	
Св. 6 до 10	+14 +10	+21 +15	+25 +19	+29 +23	+24 +15	+28 +19	+32 +23	-	+38 +23	+43 +28	+50 +28	+56 +34	+64 +42	
Св. 10 до 14	+17 +12	+26 +18	+31 +23	+36 +28	+29 +18	+34 +23	+30 +28	-	+46 +28	+51 +33	+60 +33	+67 +40	+77 +50	
Св. 14 до 18						+34 +23	+30 +28	-	+46 +28	+51 +33	+60 +33	+67 +45	+77 +60	
Св. 18 до 24	+21 +15	+31 +22	+37 +28	+44 +35	+35 +22	+41 +28	+48 +35	-	56 +35	+62 +41	+74 +41	+87 +54	+106 +73	
Св. 24 до 30						+41 +28	+48 +35	+54 +41	56 +35	+69 +48	+81 +48	+97 +64	+121 +88	
Св. 30 до 40	+24 +17	+37 +26	+45 +34	+54 +43	+42 +26	+50 +34	+59 +43	+64 +48	+68 +43	+85 +60	+99 +60	+119 +80	+151 +112	
Св. 40 до 50						+50 +34	+59 +43	+70 +54	+68 +43	+95 +70	+109 +70	+136 +97	+175 +136	
Св. 50 до 65	+28 +20	+45 +32	+54 +41	+66 +53	+51 +32	+60 +41	+72 +53	+85 +66	+83 +53	+117 +87	+133 +87	+168 +122	+218 +172	
Св. 65 до 80			+56 +43	+72 +9	+32	+62 +43	+78 +59	+94 +75	+89 +59	+132 102	+148 +102	+192 +146	+256 +210	
Св. 80 до 100	+33 +23	+52 +37	+66 +51	+86 +71	+59 +37	+73 +51	+93 +71	+113 +91	+106 +71	+117 +124	+173 +124	+232 +178	+312 +258	
Св. 100 до 120			+69 +54	+94 +79	+37	+76 +54	+101 +79	+126 +104	+114 +79	+179 +144	+198 +144	+264 +210	+364 +310	
Св. 120 до 140			+81 +63	+110 +92		+88 +63	+117 +92	+147 +122	+132 +92	+210 +170	+233 +170	+311 +248	+428 +365	
Св. 140 до 160	+39 +27	+61 +43	+83 +65	+118 +100	+68 +43	+90 +65	+125 +100	+159 +134	+140 +100	+230 +190	+253 +190	+343 +280	+478 +415	
Св. 160 до 180			+86 +68	+126 +108		+93 +68	+133 +108	+171 +146	+148 +108	+250 +210	+273 +210	+373 +310	+528 +465	
Св. 180 до 200			+97 +77	+142 +122		+106 +77	+151 +122	+195 +166	+168 +122	+282 +236	+308 +236	+422 +350	+592 +520	
Св. 200 до 225	+45 +31	+70 +50	+100 +80	+150 +130	+79 +50	+109 +80	+159 +130	+209 +180	+176 +130	+304 +258	+330 +258	+457 +385	+647 +575	
Св. 225 до 250			+104 +84	+160 +140		+113 +84	+169 +140	+225 +196	+186 +140	+330 +284	+356 +284	+497 +425	+712 +640	
Св. 250 до 280	+50 +34	+79 +56	+117 +94	+181 +158	+88 +56	+126 +94	+190 +158	+250 +218	+210 +158	+362 +315	+396 +315	+556 +475	+791 +710	
Св. 280 до 315			+121 +98	+193 +172		+130 +98	+202 +170	+272 +240	+222 +170	+402 +350	+431 +350	+606 +525	+871 +790	
Св. 315 до 355	+55 +37	+87 +62	+133 +108	+215 +190	+98 +62	+133 +108	+215 +190	+304 +268	+247 +190	+447 +390	+479 +390	+679 +590	+980 +900	
Св. 355 до 400			+139 +114	+233 +208		+158 +114	+244 +208	+330 +294	+265 +208	+447 +390	+492 +435	+740 +660	+1089 +1000	
Св. 400 до 450	+60 +40	+95 +68	+153 +126	+256 +232	+108 +68	+166 +126	+272 +232	+370 +330	+295 +232	+553 +490	+587 +490	+837 +740	+1197 +1100	
Св. 450 до 500			+159 +132	+279 +252		+172 +132	+292 +252	+400 +360	+315 +252	+603 +540	+637 +540	+917 +820	+1347 +1250	

НХ - предпочтительные поля допусков.

Таблиця А.3 – Поверхні отворів і валів в системі отвору в залежності від класу точності

Клас точності (квалітет)	Обозначение полей допусков		РАЗМЕРЫ, мм												
			1...3	3...6	6...10	10...18	18...30	30...50	50...80	80...120	120...180	180...260	260...360	360...500	500...630
2 (6-7)	ОТВЕРСТИЕ	A	H7	Ra=2,5											
		Гр	u7	Ra=1,25						Ra=2,5					
	БАЛ	Пр	r6,s6	Ra=2,5						Rz=20					
		Г	u6	Ra=1,25						Ra=2,5					
		Н	k6	Ra=0,63						Ra=2,5					
		П	js6	Ra=1,25						Ra=2,5					
		С	h6	Ra=0,63						Ra=2,5					
		Д	g6	Ra=1,25						Ra=2,5					
		Х	f7	Ra=0,63						Ra=2,5					
		Л	e7	Ra=1,25						Ra=2,5					
2а (7-8)	ОТВЕРСТИЕ	A2а	H8	Ra=1,25						Rz=20					
	БАЛ	Пр2а	s7,u8	Ra=1,25						Ra=2,5					
		A3	H8,H9	Ra=2,5						Rz=20					
	3 (8-9)	ОТВЕРСТИЕ	Пр23	u8	Ra=2,5						Rz=20				
Пр13			x8,u8, s8	Ra=2,5						Rz=20					
БАЛ		C3	h8, h9	Ra=2,5						Rz=20					
		X3	f9, e9, e8	Ra=2,5						Rz=20					
4 (11)	ОТВЕРСТИЕ	Ш3	d9	Ra=2,5						Rz=20					
	БАЛ	A4	H11	Rz=20						Rz=40					
		C4	h11	Rz=20						Rz=40					
		X4	d11	Rz=20						Rz=40					
5 (12)	ОТВЕРСТИЕ	Л4	b11, c11	Rz=40						Rz=80					
		Ш4	a11	Rz=40						Rz=80					
	БАЛ	A5	H12	Rz=40						Rz=80					
		C5	h12	Rz=40						Rz=80					
7 (14)	ОТВЕРСТИЕ	X5	b12	Rz=40						Rz=160					
		A7	H14	Rz=80						Rz=160					

Таблица А.4. – Значення квантилів нормального розподілу в залежності від значення ймовірності безвідмовної роботи

№	Квантиль $u_p$	Вероятность безотказной работы $P(t)$	№	Квантиль $u_p$	Вероятность безотказной работы $P(t)$
1	0,000	0,5000	28	-1,751	0,9600
2	-0,100	0,5398	29	-1,800	0,9641
3	-0,126	0,5500	30	-1,881	0,9700
4	-0,200	0,5793	31	-2,000	0,9772
5	-0,253	0,6000	32	-2,054	0,9800
6	-0,300	0,6179	33	-2,100	0,9821
7	-0,385	0,6500	34	-2,170	0,9850
8	-0,400	0,6554	35	-2,200	0,9861
9	-0,500	0,6915	36	-2,300	0,9893
10	-0,524	0,7000	37	-2,326	0,9900
11	-0,600	0,7257	38	-2,400	0,9918
12	-0,674	0,7500	39	-2,409	0,9920
13	-0,700	0,7580	40	-2,500	0,9938
14	-0,800	0,7881	41	-2,576	0,9950
15	-0,842	0,8000	42	-2,600	0,9953
16	-0,900	0,8159	43	-2,652	0,9960
17	-1,000	0,8413	44	-2,700	0,9965
18	-1,036	0,8500	45	-2,748	0,9970
19	-1,100	0,8643	46	-2,800	0,9974
20	-1,200	0,8849	47	-2,878	0,9980
21	-1,282	0,9000	48	-2,900	0,9981
22	-1,300	0,9032	49	-3,000	0,9986
23	-1,400	0,9192	50	-3,090	0,9990
24	-1,500	0,9332	51	-3,291	0,9995
25	-1,600	0,9452	52	-3,500	0,9998
26	-1,645	0,9500	53	-3,719	0,9999
27	-1,700	0,9554			

Таблица Б.1. – Эффективный коэффициент концентрации напряжений

№	Расчетное сечение основного металла	$k_\sigma$
1	Вдали от сварных швов	1,00
2	В месте перехода к стыковому или лобовому шву (металл обработан наждачным кругом)	1,00
3	В месте перехода к стыковому или лобовому шву (металл обработан строганием)	1,10
4	В месте перехода к стыковому шву без механической обработки последнего	1,40
5	без механической обработки последнего, но с плавным переходом при ручной сварке	2,00
6	В месте перехода к лобовому шву при наличии выпуклого валика и небольшого подреза	3,00
7	В месте перехода к продольным (фланговым) швам у концов последних	3,00

Таблица Б.2. – Коэффициент межграницы выносливости

№	Вид соединения	$\nu_\sigma$
1	Стыковое, сварка ручная	0,05
2	Стыковое, сварка полуавтоматическая или автоматическая	0,03
3	Внахлестку	0,06
4	Втавр с разделкой кромок и глубоким проплавлением	0,04
5	Втавр без разделки кромок и глубокого проплавления	0,06
6	С элементами, не передающими нагрузки	0,03
7	Балки двутавровые	0,05
8	Коробчатые балки	0,09

Таблица С.1. – Механические свойства болтов, гаек и шпилек из углеродистых и легированных сталей (по ГОСТ 1759.4–87)

Механические свойства		Класс прочности											
		3,6	4,6	4,8	5,6	5,8	6,6	6,8	8,8		9,8	10,9	12,9
									≤ M16	> M16			
Временное сопротивление разрыву $\sigma_B$ , МПа	Номин.	300	400		500		600		800	800	900	1000	1200
	Наиб.	330	400	420	500	520	600		800	830	900	1040	1220
Твердость по Бринеллю НВ	Наим.	90	114	124	147	152	181		238	242	276	304	366
	Наиб.	238							304	318	342	361	414
Предел текучести $\sigma_t$ , МПа	Номин.	180	240	320	300	400	360	480	–	–	–	–	–
	Наиб.	190	240	340	300	420	360	480	–	–	–	–	–
Условный предел текучести $\sigma_{0,2}$ , МПа	Номин.	–							640	640	720	900	1080
	Наим.	–							640	660	720	940	1100
Напряжение от пробной нагрузки $\sigma_n$	$\sigma_B / \sigma_t$ или $\sigma_B / \sigma_{0,2}$	0,94	0,94	0,91	0,93	0,90	0,92	0,92	0,91	0,91	0,90	0,88	0,88
	МПа	180	225	310	280	380	440	440	580	600	650	830	970

Таблица С.2. – Основні розміри метричних різьб

Диаметр резьбы			Шаг резьбы $P$ , мм	Раб. высота профиля $h$ , мм	Диаметр резьбы			Шаг резьбы $P$ , мм	Раб. высота профиля $h$ , мм
наружный $d$ , мм	средний $d_2$ , мм	внутренний $d_1$ , мм			наружный $d$ , мм	средний $d_2$ , мм	внутренний $d_1$ , мм		
3	2,675	2,459	0,500	0,270	22	20,376	19,294	2,500	1,353
4	3,546	3,242	0,700	0,379	24	22,051	20,752	3,000	1,624
5	4,489	4,134	0,800	0,433	27	25,051	23,752	3,000	1,624
6	5,350	4,918	1,000	0,541	30	27,727	26,211	3,500	1,894
7	6,350	5,918	1,000	0,541	33	30,727	29,211	3,500	1,894
8	7,188	6,647	1,250	0,676	36	33,402	31,670	4,000	2,165
9	8,188	7,647	1,250	0,676	39	36,402	34,670	4,000	2,165
10	9,026	8,376	1,500	0,812	42	39,077	37,129	4,500	2,435
11	10,026	9,376	1,500	0,812	45	42,077	40,129	4,500	2,435
12	10,863	10,106	1,750	0,947	48	44,752	42,587	5,000	2,706
14	12,701	11,835	2,000	1,082	52	48,752	46,587	5,000	2,706
16	14,701	13,835	2,000	1,082	56	52,428	50,046	5,500	2,977
18	16,376	15,294	2,500	1,353	60	56,428	54,046	5,500	2,977
20	18,376	17,294	2,500	1,353	64	60,103	57,505	6,000	3,247

Таблица С.3. – Эффективный коэффициент концентрации напряжений в зависимости от межмощности материала

Предел прочности, $\sigma_B$ , МПа	400	600	800	1000
Коэффициент концентрации, $\bar{k}_\sigma$	3,0	3,9	4,8	5,2

Таблица С.4 – Значения коэффициента вариации в зависимости от отдельного коэффициента

$\bar{K}_{H\alpha}$	1,00 ... 0,95	0,95 ... 0,90	0,90 ... 0,85	0,85 ... 0,80	менше 0,80
$\nu_{H\alpha}$	0,0	0,05	0,08	0,05	0,0

Таблиця С.5. – Значення коефіцієнтів  $K_z$  і  $\alpha_z$

$\nu_{F\text{lim}}^0$	0,08	0,10	0,12	0,14
$K_z$	0,85 ... 0,8	0,8 ... 0,75	0,77 ... 0,7	0,75 ... 0,65
$\alpha_z$	0,62 ... 0,54	0,65 ... 0,57	0,68 ... 0,6	0,7 ... 0,66