

ВСТУП

Сучасний розвиток інформаційно-керуючих і роботизованих систем йде відповідно до концепції Індустрія 4.0. В рамках цього магістрального напрямку виникає необхідність удосконалити існуючі, і розробляти нові підходи до розробки компонентів подібних систем з точки зору мобільності, гнучкості, здатності оперативної перебудови та адаптації систем до умов експлуатації. Одним із завдань у цьому напрямку є розробка нових компонентів, які могли б здійснювати комплексну перебудову своїх характеристик, самоналаштування і самонавчання [1].

Існуюча технологія Інтернету речей має на увазі використання обміну інформацією не тільки між людьми і «речами», але і між «речами», тобто машинами, пристроями, компонентами, датчиками. З одного боку, «речі», забезпечені датчиками, можуть обмінюватися даними і обробляти їх без участі людини, а з іншого - людина може активно брати участь в цьому процесі, наприклад, коли мова йде про «розумні пристрої» або «розумне виробництво».

«Розумне виробництво» є різновидом інтернету речей, як промисловий (індустріальний) Інтернет речей. Тому багато компонентів технологічного обладнання забезпечуються монофункціональними датчиками, виконавчими механізмами і контролерами. А застосування Інтернет технологій і бездротових мереж до них, сприяє оперативному збору даних, первинної обробки та поданням оператору в зручному вигляді для оперативного і своєчасного прийняття рішення. Однак підвищення рівня автоматизації на всіх ділянках підприємства дозволяє організувати виробництво без участі людей. В цьому плані робототехнічні виробництва розташовані на першому місці, як і робототехнічні платформи. Роль персоналу при цьому зводиться до контролю технологічного процесу і реакції на екстрені ситуації [1-6]. Особливо гостро таке завдання стоїть перед робототехнічними платформами і системами критичного застосування, які повинні працювати в складних умовах без доступу людини [7-10].

Тоді, завдання побудови компонентів комп'ютерних робототехнічних систем, які можуть комплексно перебудовувати свої характеристики програмно-апаратними засобами в залежності від умов функціонування для підвищення ефективності системи є **актуальною**. Слід зазначити, що в тракці обробки сигналів таких систем використовуються частотно-залежні компоненти (ЧЗК), які представляють собою сукупність апаратних і програмних засобів зі складною архітектурою [10-12].

Мета роботи – дослідити редукцію визначених виразів значень фази, за рахунок чого можливо описати залежність фазо-частотної характеристики на частотах зрізу від вхідних параметрів пульсації (рівня коливальності).

Об'єкт роботи – процес редукції виразів, отриманих у результаті аналізу фазо-частотної характеристики цифрових частотно-залежних компонентів другого порядку.

Предмет роботи – математичні методи, за допомогою яких можливо провести процес спрощення виразів, отриманих у результаті аналізу фазо-частотної характеристики цифрових частотно-залежних фільтрів другого порядку.

Методи дослідження – набір математичних алгоритмів, завдяки яким проводиться спрощення виразів опису значень фазо-частотних характеристик на частотах зрізу. Складається з методу апроксимації даних, нормалізації отриманих рівнянь, оцінки похибки цих апроксимацій.

Наукова новизна одержаних результатів.

Удосконалена редукція визначених виразів значень фази, за рахунок розкладання у степені ряди, що дозволило спростити описання залежності фазо-частотної характеристики на частотах зрізу від вхідних параметрів пульсації (рівня коливальності).

Практичне значення одержаних результатів. Отримані результати дозволяють удосконалити методи розробки цифрових фільтрів другого порядку.

Публікації. За результатами дослідження опублікована наукова стаття для публікації у фаховому виданні. Також, дана робота є складовою частиною загальної теми, яка також має ряд публікацій та апробацій.

1 АНАЛІТИЧНИЙ ОГЛЯД

Цифровий фільтр являє собою пристрій обробки сигналу, що перетворює одну послідовність чисел (звану вхідною) в іншу (звану вихідною). Він реалізується або як програма на комп'ютері, або апаратним способом у вигляді схеми, що містить регістри, помножувачі, суматори. Протягом ряду років програмне виконання було єдиним способом здійснення цифрової фільтрації і в даний час ще є переважаючим.[13]

В багатьох абстрактних видах фільтр – це система, яка характеризується набором пар функції типу вхід-вихід. [14].

Поділяються на фільтри з нескінченною імпульсною характеристикою (НІХ фільтри або рекурсивні) та фільтри з кінцевою імпульсною характеристикою (КІХ фільтри або нерекурсивні), в залежності від виду різницевого рівняння. Різниця між ними у тому, що рекурсивний фільтр має зворотній зв'язок, тобто, вихідна послідовність подається на вхід. Це говорить про те, що фільтри з нескінченною імпульсною характеристикою є точнішими ніж фільтри зі скінченною. Натомість, НІХ фільтри можуть бути нестійкими. Для того щоб рекурсивний фільтр був стійким достатньо того, аби усі його полюса передаточної функції по модулю були менш ніж одиниця, тобто лежали всередині єдиного круга на z -площині.

Таким чином, в даній роботі будуть розглядатися фільтри нескінченною імпульсною характеристикою. Передаточна функція рекурсивного фільтра порядку вище ніж n та m має наступний вигляд:

$$H(z) = \frac{A(z)}{B(z)} = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_N z^{-N}}{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_M z^{-M}}, \quad (1.1)$$

де a_0, a_1, a_2, a_N – дійсні коефіцієнти чисельника

b_1, b_2, b_N – дійсні коефіцієнти знаменника

n, m – порядок рівнянь, можливо, що $n = m$

На стійкість імпульсної характеристики також можуть впливати значення дійсних коефіцієнтів передаточної функції. При виході за певну границю значення певного коефіцієнта, фільтр відразу вийде з ладу і перетвориться в генератор сигналів. Такі границі іменуються трикутником стійкості. Приклад трикутника стійкості зображено на рисунку 1.1.[15]

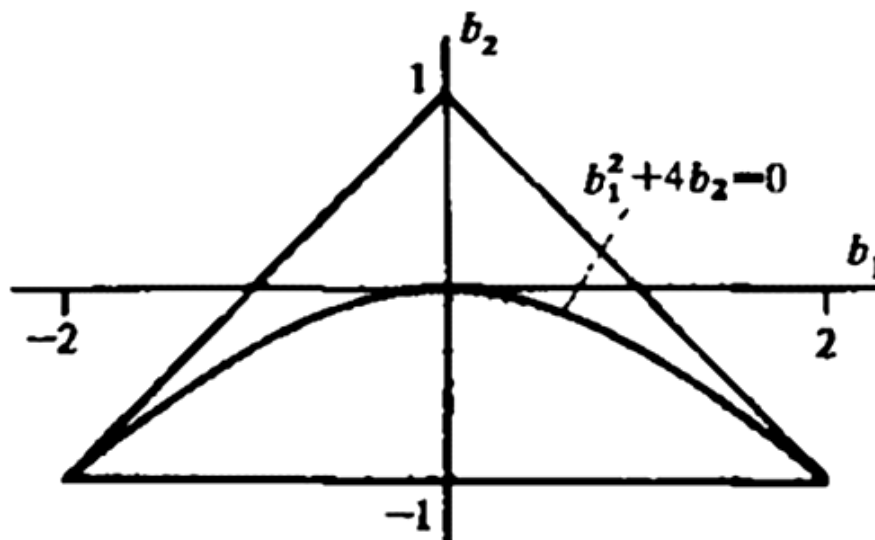


Рисунок 1.1 – Приклад трикутника стійкості для коефіцієнтів b_1 та b_2 фільтра другого порядку

Використовуючи перше рівняння (1.1), можна отримати передаточну функцію майже будь-якого порядку. Чим вище порядок фільтра, тим краще виділяється вхідний сигнал та краще окремі характеристики. Як правило, компоненти малих порядків мають обмежене використання, з огляду на неякісні характеристики.

Натомість, збільшується складність таких компонентів, ймовірність, що трапляться певні помилки при проектуванні, що отриманий фільтр буде справним, стійким. Тому, зазвичай компоненти високих порядків будують за допомогою каскадів, які складаються з компонентів маленьких порядків. Це дає майже теж самий ефект, ми отримаємо такі ж самі характеристики, що нам необхідні, але при цьому будемо мати справу з більш простими частинами системи. Наприклад, фільтр восьмого порядку можна розкласти як чотири фільтри другого у вигляді послідовного з'єднання.

Саме через це, можна сказати, що має сенс досліджувати фільтри малих порядків та їх характеристики, бо вони є основними та найчастішими компонентами каскадів.

1.1 Загальні характеристики цифрового фільтра другого порядку

Канонічна схема цифрового фільтра другого порядку показана на рисунку 1.2.

Загальними характеристиками цифрових фільтрів є:

- імпульсна характеристика;
- передаточна функція
- амплітудно-частотна характеристика
- фазо-частотна характеристика

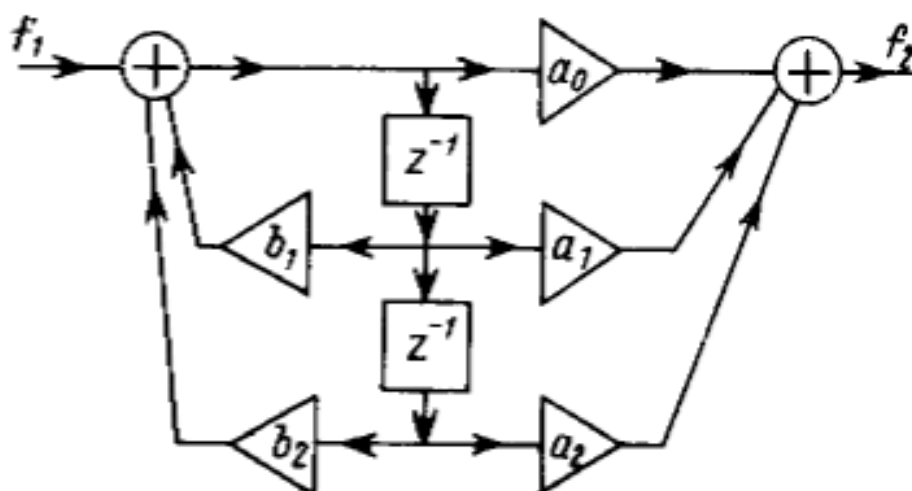


Рисунок 1.2 – Канонічна схема рекурсивного цифрового фільтра другого порядку

Однією з важливих часових характеристик дискретних систем є імпульсна характеристика, під якою розуміють реакцію системи $h(n)$ на одиничний імпульс $\delta(n)$ при початкових умовах. У рекурсивних фільтрів імпульсна характеристика може приймати відмінні від нуля значення на нескінченній множині значень $n = 1, 2, \dots, \infty$. Приклад характеристики зображено на рисунку 1.3.

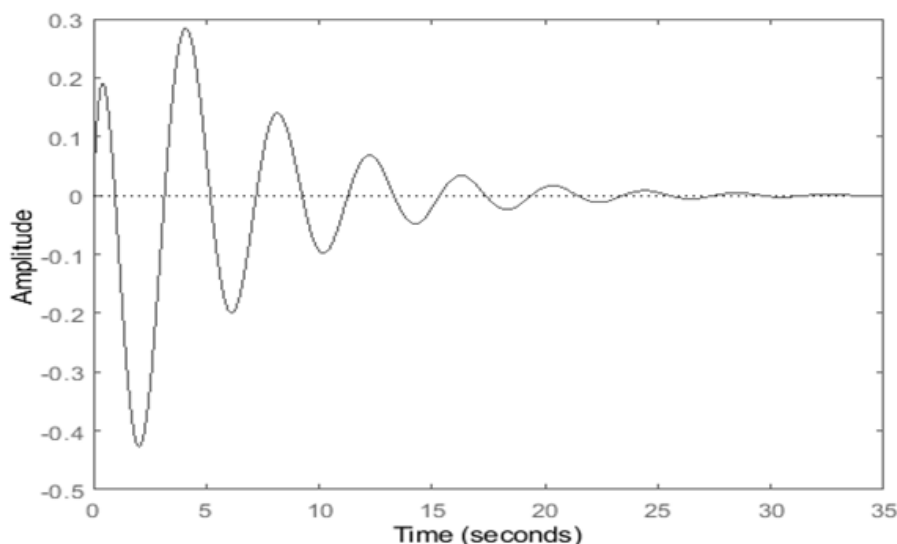


Рисунок 1.3 – Приклад імпульсної характеристики цифрового фільтра

1.1.1 Передаточна функція цифрового фільтра другого порядку

Згідно з загальним рівнянням передаточної функцій (1.1), можемо описати передаточну функцію для цифрового фільтра другого порядку, яка буде мати вигляд:

$$H(Z) = \frac{a_0 + a_1 Z^{-1} + a_2 Z^{-2}}{1 + b_1 Z^{-1} + b_2 Z^{-2}}, \quad (1.2)$$

В отриманий вираз можемо провести підстановку формули Ейлера, представленого у рівнянні (1.3). Це необхідно для отримання комплексного коефіцієнту передачі, та отримання частотних характеристик.

$$Z^{-1} = \cos \bar{\omega} - j \sin \bar{\omega} \quad (1.3)$$

де $\bar{\omega}$ – нормована кутова частота $\bar{\omega} \in [0; \pi]$, розраховується по формулі (1.4)

$$\bar{\omega} = 2\pi \frac{f}{f_d}, \quad (1.4)$$

де f – лінійна частота, Гц;

f_d – частота дискретизації, Гц.

Після підстановки виразу у передаточну функцію другого порядку отримаємо комплексний коефіцієнт передачі, його загальний вигляд можна описати наступним чином:

$$H(j\bar{\omega}) = \frac{(\alpha\gamma + \beta\theta) + j(\alpha\theta - \beta\gamma)}{\gamma^2 + \theta^2}, \quad (1.5)$$

$$\text{де } \alpha = a_0 + a_1 \cos \bar{\omega} + a_2 \cos 2\bar{\omega};$$

$$\beta = a_1 \sin \bar{\omega} + a_2 \sin 2\bar{\omega};$$

$$\gamma = 1 + b_1 \cos \bar{\omega} + b_2 \cos 2\bar{\omega};$$

$$\theta = b_1 \sin \bar{\omega} + b_2 \sin 2\bar{\omega}.$$

Отриманий вираз (1.5) можна представити у формі комплексного коефіцієнту передачі:

$$H(j\bar{\omega}) = \operatorname{Re}[H(\bar{\omega})] + j\operatorname{Im}[\phi(\bar{\omega})], \quad (1.6)$$

де $H(\omega)$ – амплітудо-частотна характеристика функції $H(j\bar{\omega})$;

$\phi(\omega)$ – фазо-частотна характеристика функції $H(j\bar{\omega})$.

Використовуючи експоненціальну форму формулу (1.5) можна записати як:

$$H(j\omega) = |H(j\bar{\omega})| e^{j\phi(\bar{\omega})}, \quad (1.7)$$

Даний вираз являє собою сукупність частотних характеристик фільтра. Він включає амплітудно-частотну характеристику як дійсну частину, та фазо-частотну характеристику як уявну. За допомогою саме цього виразу можна виділити ці частотні характеристики.

1.1.2 Амплітудно-частотна характеристика цифрового фільтра другого порядку

Амплітудно-частотна характеристика (АЧХ) в математичній теорії лінійних систем описує залежність модуля комплексної передаточної функції від частоти. Значення АЧХ на певній частоті показує у скільки раз амплітуда сигналу на виході системи цієї частоти буде відрізнятися від амплітуди на іншій частоті. Виражається як модуль комплексної частоти. Приклад АЧХ ідеального фільтра низьких частот показано на рисунку 1.4.

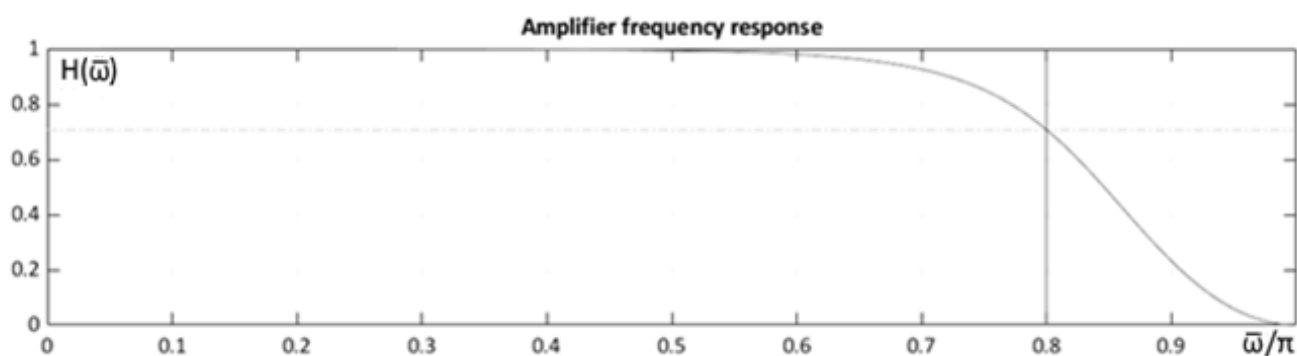


Рисунок 1.4 – Приклад амплітудно-частотної характеристики цифрового фільтра

За допомогою виразу комплексної передаточної функції (1.6) можемо описати загальне рівняння амплітудно-частотної характеристики:

$$|H(j\bar{\omega})|^2 = \{\text{Re}|H(j\bar{\omega})|\}^2 + \{\text{Im}|H(j\bar{\omega})|\}^2, \quad (1.8)$$

де $\text{Re}|H(j\bar{\omega})|$ – дійсна частина коефіцієнту передачі;

$\text{Im}|H(j\bar{\omega})|$ – уявна частина коефіцієнту передачі.

Із перетворення Лапласа випливає, що значення вихідного сигналу являє собою помножені величини вхідного сигналу з частотною характеристикою фільтра. Це означає, що якщо амплітудно-частотна характеристика фільтра $H(j\omega)$ дорівнює нулю для певного діапазону частот, то вихідний сигнал буде мати нульову величину. При цьому даний діапазон частот буде називатися полозо затримування фільтра.

Аналогічно, якщо амплітудо-частотна характеристика більше або дорівнює певному, близькому до одиниці числу в діапазоні частот, то цей інтервал буде називатися полосою пропускання.

Для цифрового фільтра другого порядку за допомогою загального виразу АЧХ (1.8) та отриманої комплексної передаточної функції (1.5) можемо отримати вираз:

$$H(\bar{\omega}) = \sqrt{(\alpha\theta - \beta\gamma)^2 + (\alpha\gamma + \beta\theta)^2}, \quad (1.9)$$

Підставивши усі рівняння, спростимо отриману характеристику, і отримаємо амплітудно-частотна характеристику цифрового фільтра другого порядку:

$$H(\bar{\omega}) = \sqrt{a_0^2 \frac{1 + \left(\frac{a_1}{a_0}\right)^2 + \left(\frac{a_2}{a_0}\right)^2 + 2\left(\frac{a_1}{a_0}\right)\left(1 + \frac{a_2}{a_0}\right)\cos(\bar{\omega}) + 2\frac{a_2}{a_0}\cos(2\bar{\omega})}{1 + b_1^2 + b_2^2 - 2b_1(1 + b_1)\cos(\bar{\omega}) + 2b_1\cos(2\bar{\omega})}}, \quad (1.10)$$

Отриманий вираз справедливий для усіх цифрових компонентів другого порядку, воно є універсальним. За допомогою цього, можна побудувати будь-який з типів фільтрів. Треба указати, що для певних типів фільтрів існують спрощенні версії даного виразу, бо в цих випадках виконуються прирівнювання коефіцієнтів, тому що вони дорівнюють один одному.

1.1.3. Фазо-частотна характеристика цифрового фільтра другого порядку

Фазо-частотна характеристика (ФЧХ) являє собою залежність різності фаз між вхідним та вихідним наборами даних від частоти на вході. Іншими словами, це зсув фази вихідного набору по відношенню до вхідного. Маючи фазо-частотну характеристику для певного частотно-залежного компонента, та знаючи частоту вхідного набору даних, можна узнати скільки часу потребує його обробка, яка буде затримка. Чим менше значення зсуву на певній частоті, тим швидше працює система у цілому. Дослідження даного напряму дасть певні результати, на основі яких можна прискорити обробку даних.

Взагалі, при проектуванні компонентів, в найчастіших випадках, фазо-частотну характеристику ігнорують, у зв'язку з тим, що вона є складною, а її поведінка незрозумілою. Тому, цифрові компоненти проектуються за іншими характеристиками, такими як амплітудно-частотна характеристика, та імпульсна характеристика. Але, наприклад, при перестройці характеристик тракту обробки інформації, якщо змінились умови роботи, обов'язково необхідно включати у розрахунок фазову характеристику пристрою.

Задача перестройки характеристик пристроїв при зміні умов роботи зустрічається досить часто. Такі системи зазвичай мають частотно-залежні компоненти для виділення інформаційного сигналу на фоні перешкод. Якщо об'єкт роботи, понад яким збудована система обробки, змінює частоту, з якою працює, або виробляє певні дані, то для максимальної продуктивності необхідно, щоб система змінювалась також. Такі системи, які підлаштовуються є автоматизованими. Участь людини в них є мінімальною, а значить вірогідність помилки в таких системах мусить прямувати до нуля.

У зв'язку з цим, дослідження фазо-частотної характеристики цифрових компонентів є доцільним. Це дозволить прискорить системи обробки інформації в цілому, та дозволить автоматизувати процес їх перебудов, що також помножить продуктивність таких систем.

Фазо-частотна характеристика розраховується як арктангенс відношення уявної частини передаточної функції (1.6) к дійсній:

$$\phi(\bar{\omega}) = \arctg \left(\frac{Im}{Re} \right), \quad (1.11)$$

де Im – уявна частина комплексної передаточної функції

Re – дійсна частина комплексної передаточної функції

Використовуючи отриманий вираз комплексної передаточної функції цифрового фільтра другого порядку (1.5), на основі загальної характеристики (1.11),

рівняння фазо-частотної характеристики цифрового фільтра другого порядку буде мати вигляд:

$$\phi(\bar{\omega}) = \operatorname{arctg} \left(\frac{\alpha\theta - \beta\gamma}{\alpha\gamma + \beta\theta} \right), \quad (1.12)$$

Підставивши усі рівняння, спростимо отриману характеристику, і отримаємо:

$$\phi(\bar{\omega}) = \operatorname{arctg} \left(\frac{(a_0b_1 - a_1 + a_1b_2 - a_2b_1)\sin(\bar{\omega}) + (a_0b_2 - a_2)\sin(2\bar{\omega})}{a_0 + a_1b_1 + a_2b_2 + (a_0b_1 + a_1 + a_1b_2 + a_2b_1)\cos(\bar{\omega}) + (a_0b_2 + a_2)\cos(2\bar{\omega})} \right), \quad (1.13)$$

Отримана характеристика також є справедливою для кожного типу фільтрів. На її основі можна побудувати фазо-частотну характеристику тільки для цифрових фільтрів другого порядку. Приклад фазочастотної характеристики зображено на рисунку 1.5.

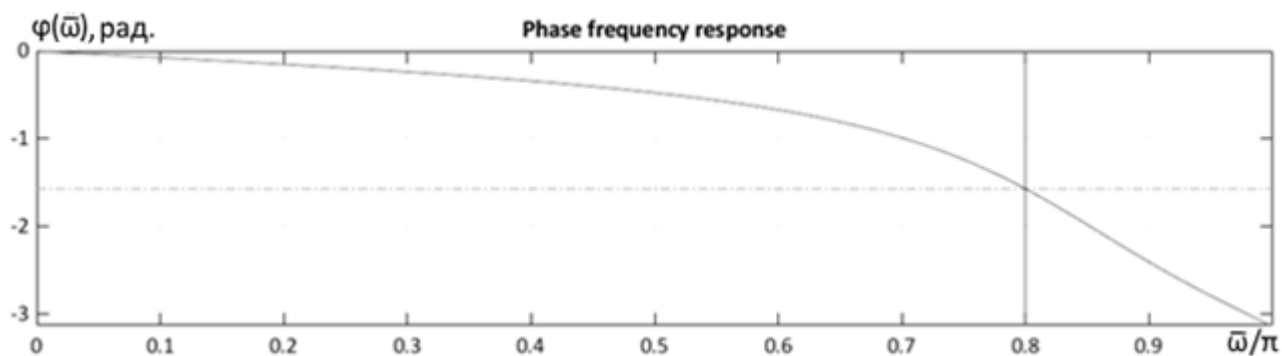


Рисунок 1.5. – Приклад фазо-частотної характеристики ідеального цифрового фільтра

Саме за використанням формули (1.13) буде розраховуватись фазовий відклик обраного фільтра. У зв'язку з тим, що коефіцієнти чисельника та знаменника можуть бути максимально розкидані, по діапазону чисел, у наслідок, можна сказати, що існує нескінченна кількість фільтрів другого порядку. Тому, існують типові фільтри лінійні

фільтри: фільтр Баттерворта, фільтри Чебишова, Еліптичний фільтр – використовуються найчастіше.

1.2 Визначення необхідних сутностей для дослідження фазо-частотної характеристики цифрового фільтра другого порядку

Важливе питання, як аналізувати фільтр використовуючи фазо-частотну характеристику. Зазвичай, вона представлена у вигляді графіку затримку вихідного сигналу від частоти вхідного. Це лише дає змогу оцінити отриманий фільтр; підходить отриманий компонент для майбутньої системи чи ні. Але невідомо, чи підходить елемент для обчислювальної системи, чи ні. Тоді, необхідно до початку проектування знати, що ми отримаємо на виході.

Так як ми маємо загальне рівняння фазо-частотної характеристики для цифрових фільтрів другого порядку, можна сказати, що існує нескінченна кількість варіантів цих фільтрів. При змінненні значення певних вхідних параметрів, наприклад коефіцієнтів передаточної функції, ми отримаємо нові характеристики, а значить отримаємо новий фільтр. Тоді, можна сказати, що показники характеристик фільтра залежать від вхідних параметрів. Значить, що при визначенні набору параметрів, буде відомо, які характеристики будуть отримані на виході, а саме буде підходити майбутній компонент чи ні.

Проектування фільтра можна представити як певний модуль, в який можна ввести набір вхідних параметрів, та отримати характеристики у вигляді амплітудно-частотної характеристики та фазо-частотної характеристики. Таку абстракцію можна структурувати, та представити у вигляді програмних модулів, використовуючи механізми інкапсуляції, щоб автоматизувати та приховати реалізацію. Структурну схему проектування фільтра відображено на рисунку 1.6:

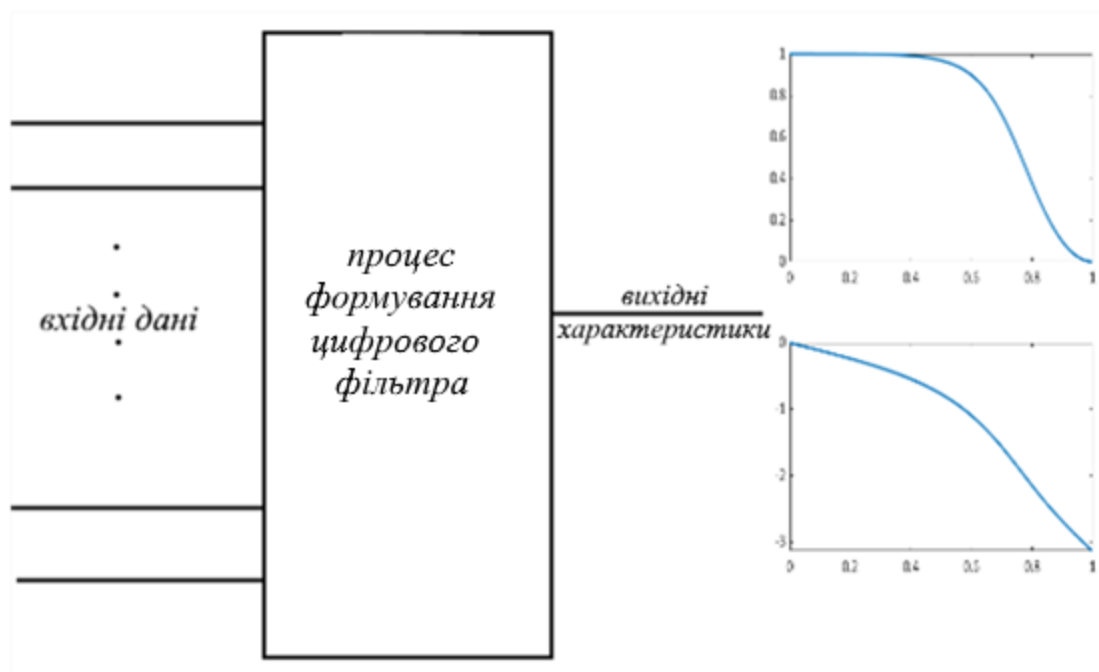


Рисунок 1.6. – Модуль проектування цифрового фільтра

Існують певні математичні описи, які дозволяють, при наявності достатньо простих передаточних функцій, представити як будуть виглядати характеристики цього компонента. Дані методи небажано використовувати для реальних системи, які необхідно проектувати. В таких ситуаціях обирають програмні інструменти, в них вже реалізовані ці модулі, з якими може працювати проектувальник. За допомогою таких реалізацій можна провести автоматизацію дослідження характеристик, при володінні вхідних параметрів.

1.3 Опис вхідних параметрів цифрових фільтрів другого порядку при проектуванні

Першим вхідним параметром, як приклад, при проектуванні фільтра являє собою порядок компонента. Раніше було описано, як впливає значення цього параметра на характеристики, та чому обирається саме цей порядок. В контексті вхідних параметрів, можна доповнити, що величина порядку цифрового фільтра в дослідженні ФЧХ є константою, що дорівнює $N = 2$.

Наступним параметром при проектуванні фільтра є частота зрізу $\bar{\omega}_c$. Це певна частота, яка поділяє полюсу пропускання та полюсу пригнічення. Значення необхідне для реалізації як амплітудо-частотної характеристики так і фазо-частотної характеристики. Величина може змінюватись на діапазоні частот, та при її зміні отримуються різні характеристики. Вплив на характеристики зображено на рисунку 1.7. Може лежати в діапазоні:

$$\bar{\omega}_c \in [0: \pi]$$

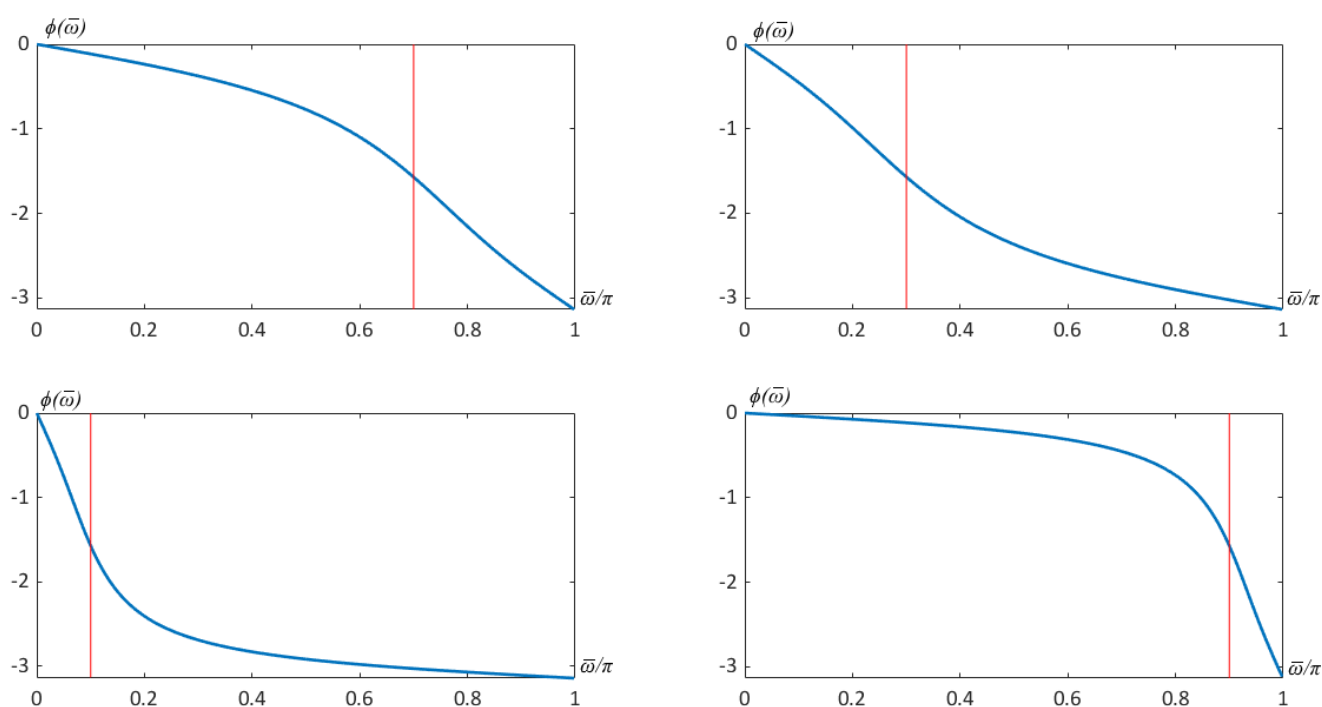


Рисунок 1.7 – Вплив змінення частоти зрізу $\bar{\omega}_c$ на ФЧХ

1.4 Опис типів фільтрів по методу пропускання або пригнічування певних частот

Одним з загальних параметрів проектування цифрового фільтра, за допомогою якого визначається, які частоти будуть пропускатись або пригнічуватись є тип фільтра.

По методу пропускання або пригнічування певних частот фільтри поділяються наступним чином:

- фільтр нижніх частот (ФНЧ);
- фільтр високих частот (ФВЧ);
- смуговий фільтр (ПФ);
- режекторний (РФ);

Вибір типу залежить від того, які частоти необхідно виділити на діапазоні частот. Щоб обрати який тип необхідний для системи, треба вивчити проблематику предмету, для якого проводиться проектування таких систем. Також можливі ситуації, коли при певних умовах потрібен ФНЧ, а при інших ФВЧ. Тоді, автоматизація вибору типу фільтра необхідно проводити через розрахунок коефіцієнтів передаточної функції. Саме вони визначають, який тип характеристик будуть отримані.

1.4.1 Фільтр нижніх частот

Фільтр нижніх частот – це фільтр з смугою пропускання від 0 до деякої частоти ω_p і смугою затримування від деякої частоти ω_s до нескінченності з частотою зрізу $\bar{\omega}_c$, при цьому виконується наступна нерівність $\bar{\omega}_p < \bar{\omega}_c < \bar{\omega}_s$. Є одним з найчастіших виборів дослідження фільтрів. Амплітудно-частотна характеристика та фазо-частотна характеристика ФНЧ представлена на рисунку 1.8.

Вище було сказано, що тип фільтру другого порядку визначають коефіцієнти передаточної функції. У фільтра нижніх частот виконуються певні рівності між коефіцієнтами. При виконанні цих рівнянь, завжди отримується фільтр даного типу. [16].

$$a_0 = a_2,$$

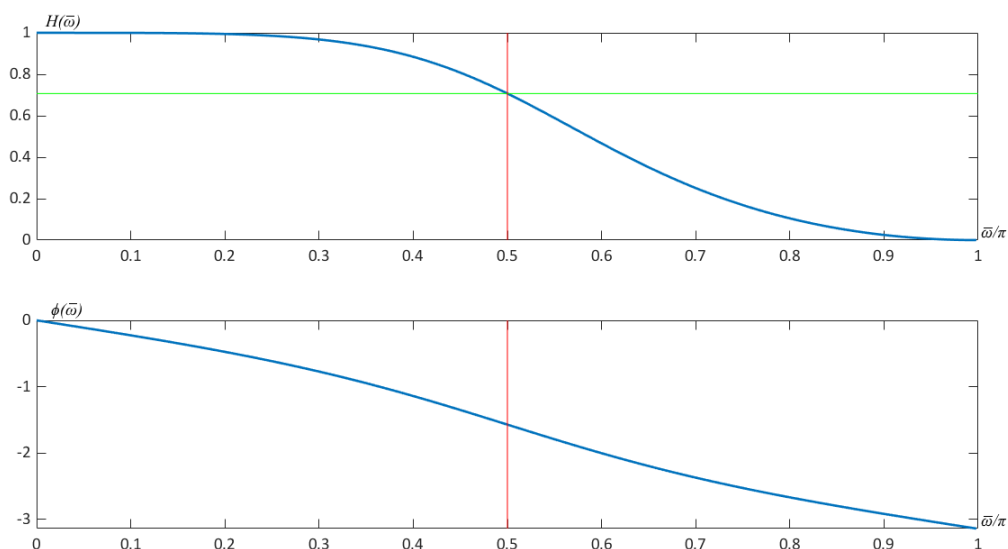


Рисунок 1.8. – АЧХ та ФЧХ фільтра нижніх частот

1.4.2 Фільтр високих частот

Фільтр високих частот - фільтр з смугою пропускання від деякої частоти ω_p до нескінченності і смугою затримування від 0 до ω_s зі частотою зрізу $\bar{\omega}_c$, де виконується $\bar{\omega}_s < \bar{\omega}_c < \bar{\omega}_p$. Виконує дзеркальні функції до фільтра нижніх частот, то має схожі та дзеркальні рівності коефіцієнтів передаточної функції. Амплітудно-частотна характеристика та фазо-частотна характеристика фільтра високих частот зображені на рисунку 1.9. [16]

$$a_0 = a_2,$$

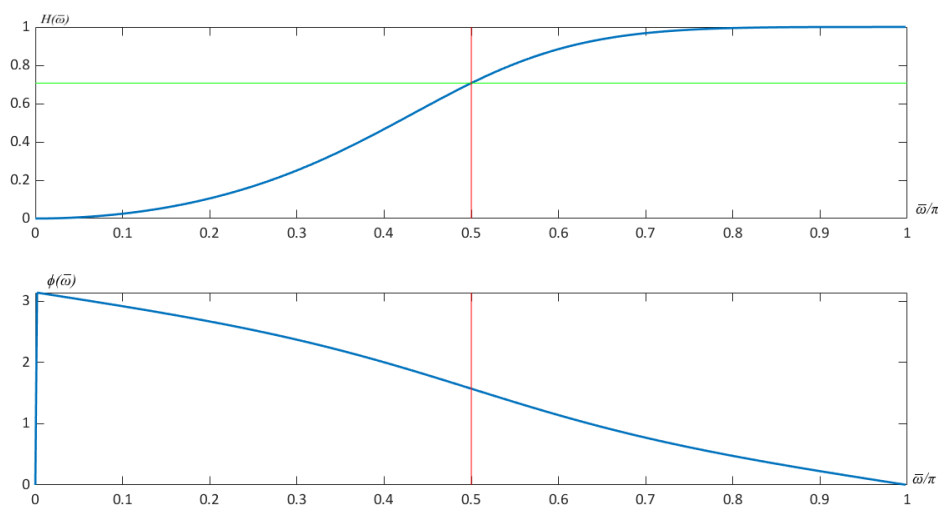


Рисунок 1.9 – АЧХ та ФЧХ фільтра високих частот

1.4.3. Смуговий фільтр

Смуговий фільтр (полосовий)- фільтр з смугою пропускання від деякої частоти ω_{p1} до іншої частоти ω_{p2} і смугами затримування від 0 до ω_{s1} , та від ω_{s2} до нескінченності, з частотами зрізу $\bar{\omega}_{c1}$, $\bar{\omega}_{c2}$ де виконується $\omega_{s1} < \bar{\omega}_{c1} < \omega_{p1} < \omega_{p2} < \bar{\omega}_{c2} < \omega_{s2}$.

Треба зазначити, що у полосового фільтра дві частоти зрізу ніж у попередніх прикладів. Полосовий фільтр виділяє певну частоту від першої до другої. Цей тип має дві полоси затримування. Амплітудно-частотна характеристика та фазо-частотна характеристика представлені на рисунку 1.10. Полосовий фільтр можна представити як перетин двох фільтрів нижніх частот з фільтром високих частот на АЧХ

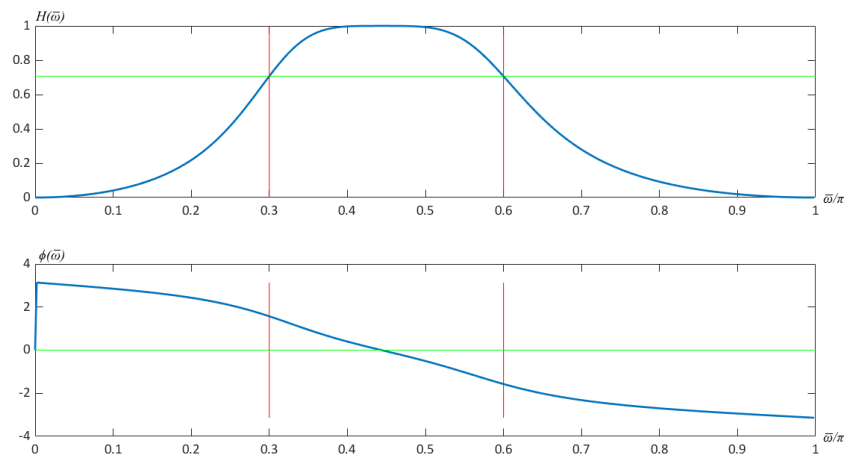


Рисунок 1.10 – АЧХ та ФЧХ полосового фільтра

Для полосового фільтра другого порядку виконуються наступні рівняння коефіцієнтів[16]:

$$a_1 = 0, a_2 < 0, a_0 = |a_2|$$

1.4.4 Режекторний фільтр

Режекторний фільтр - фільтр з смугами пропускання від 0 до ω_{p1} і від ω_{p2} до ∞ і смугою затримування від ω_{s1} до ω_{s2} , як і полосовий фільтр має дві частоти зрізу $\bar{\omega}_{c1}$, $\bar{\omega}_{c2}$ де $\omega_{p1} < \bar{\omega}_{c1} < \omega_{s1} < \omega_{s2} < \bar{\omega}_{c2} < \omega_{p2}$.

Даний тип має дві полоси пропускання. На вигляд віддзеркалює полосовий фільтр. Його АЧХ можна представити як АЧХ ФНЧ та АЧХ ФВЧ, які не перетинаються, залишивши простір між ними. Амплітудно-частотна характеристика та фазо-частотна представленні на рисунку 1.11. Виконуються наступні рівняння коефіцієнтів[16]:

$$a_1 = b_1$$

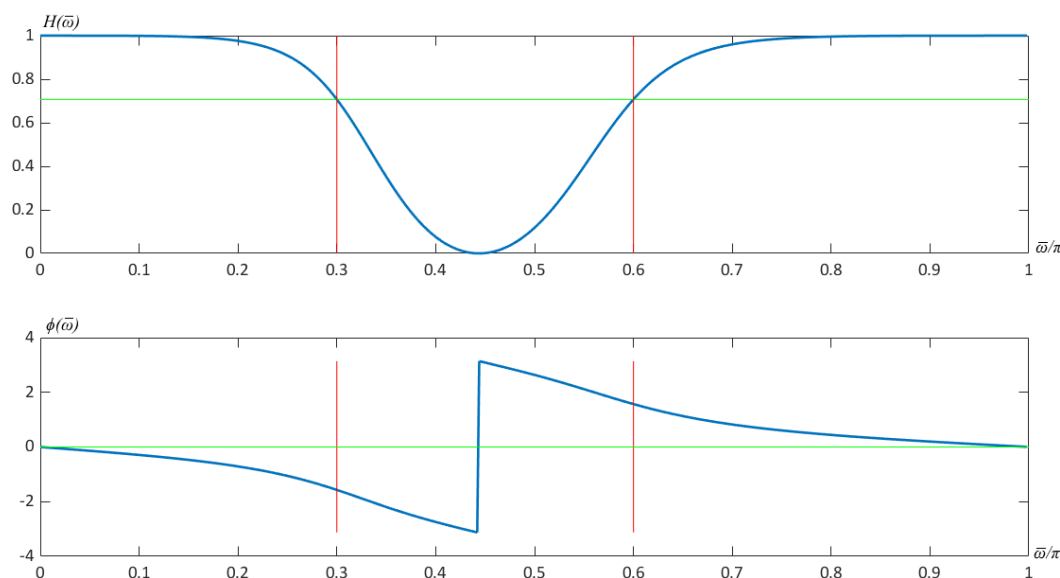


Рисунок 1.11 – АЧХ та ФЧХ режекторного фільтра

Таким чином, визначення коефіцієнтів дають змогу виділити кожний тип фільтра у рамки, та перш за все спростити опис цифрових фільтрів, зменшити відношення та закономірності в проєктованих системах.

Коефіцієнти також можна вважати вхідними параметрами до проєктованого компонента. Це би максимально спростило реалізацію в середині модуля. Необхідно було б просто підставити вхідні аргументи, та отримати характеристики.

1.5 Визначення методу дослідження фазо-частотної характеристики цифрових фільтрів другого порядку

Було виділено набір вхідних параметрів для проектування цифрового фільтра, та сказано, що коефіцієнти передаточної функції мають певні залежності для кожних типів фільтрів, хоча їх реалізація скрита від розробника системи.

Якщо фазо-частотна характеристика є метою пошуку для дослідження цифрових фільтрів другого порядку, то необхідно знати усі вхідні параметри для побудови фільтра. Однак, якщо відома фазо-частотна характеристика, то є можливість узнати як визначаються вхідні параметри, а саме які залежності коефіцієнтів від ФЧХ існують. Для того, щоб дізнатися яке значення приймає коефіцієнт для другого порядку фільтра з певною частотою зрізу, необхідно знати значення ФЧХ на цієї частоті зрізу.[17]

Тому, необхідно визначити значення фазо-частотної характеристики на частотах зрізу для кожного з типів фільтрів на усьому діапазоні частот без урахування коефіцієнтів передаточної функції. Приклад позначення значення ФЧХ на частоті зрізу показано на рисунку 1.12.

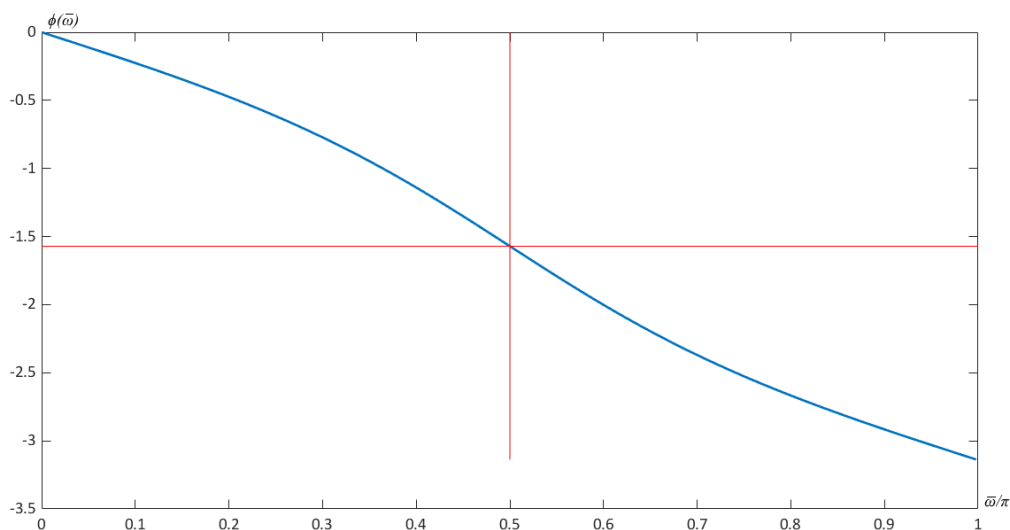


Рисунок 1.12 – Ціль пошуку- значення ФЧХ на частоті зрізу

Розрахунок коефіцієнтів передаточної функції зазвичай виконується за допомогою програмних пакетів, які пропонують інтерфейси розрахунку цифрових фільтрів, та також отримання їх характеристик. Саме після отримання вихідних

даних, проводиться їх аналіз. Реалізовані певні алгоритми, що будуть знаходити значення ФЧХ на частотах зрізу, проводити вибірку отриманих даних. Отримані залежності треба апроксимувати та спростити, для того щоб не ускладняти існуючу реалізацію цифрового фільтра.

Отримані дані представляють собою певні залежності, набір чисел, або графіків. Цими результатами необхідно оперувати якимось чином. Для цього треба представити їх у вигляді виразів, за допомогою яких можна отримувати цю характеристику. Залежності представлені у додатку А, таблиця А.1.

Одним з важливіших моментів полягає в тому, що усі отримані вирази можуть розраховуватись на пристроях. Ці пристрої можуть бути частинами спеціалізованих комп'ютерних систем. Незалежно від того, що системи бувають як мобільними, так і стаціонарними, вони можуть мати слабку обчислювальну потужність. При складних отриманих виразах, такі системи не зможуть вчасно обчислити нові значення коефіцієнтів. Як системи, що підлаштовуються, вони є непридатні в тих ситуаціях, коли необхідно розробити досить швидкий пристрій. Для їх прискорення, треба спростити отримані вирази. Тому, однією з тем дослідницької роботи є зменшення складності отриманих рівнянь фазо-частотної характеристики.

Реалізація дослідження фазо-частотної характеристики може виконуватись за допомогою підбору коефіцієнтів чисельника та знаменника. Отримані результати являють собою певні залежності, чи то від частоти зрізу, чи від інших вхідних параметрів. Це тягне за собою ці залежності. Від того можуть виконуватись рекурсивні взаємозв'язки, коли фазо-частотна характеристика залежить від певного вхідного параметра, і саме це параметр залежить від характеристики. Тому, необхідно проводити спрощення отриманої залежності.

Результати певної вибірки, в яку входять взаємозв'язки, після проведення усіх алгоритмів, завдяки яким ми і отримуємо необхідні результати, зазвичай представлені у вигляді масивів значень, що можна розмістити на двомірному графіку, де по осі ординат - отримане значення, а по осі абсцис розміщено значення, від якого залежать результати. Ці підрахунки також можна описати виразами, завдяки яким можна і отримувати необхідні характеристики. Саме ці представлення можуть бути складними або величезними. Тому необхідно проводити їх спрощення, а саме позбавлятися непотрібної залежності, старатися уникати дуже великих значень, чи дуже маленьких, бо через них збільшується час на обчислення.

Такі описи будуть мати велику обчислювальну складність. При великій розмірності вхідних даних, ми повинні отримати більш точнішу характеристику, але із-за знання розмірності збільшується час розрахунку цих самих характеристик. Це тягне за собою збільшення часу на перестройку компонента, та усієї обчислювальної системи у цілому. Тому, алгоритми необхідно реалізувати при урахуванні їх складності.

Результати спрощення, які задовольняють розробника, можуть бути незадовільними для систем, що проектуються. При редукції певних характеристик або виразів, може збільшитися помилка вихідних значень системи. Такі системи є неспроможними для функціонування. Тому, необхідно виконувати баланс, коли помилка після спрощення, задовольняє потреби системи.

Повертаючись до фазо-частотної характеристики, треба зауважити, що раніше було вже сказано, що проводити аналіз на нескінченності кількості цифрових фільтрів другого порядку на частотах зрізу є неможливим завданням. Для цього необхідно обирати типові цифрові фільтри. Серед множини рекурсивних фільтрів зазвичай виділяють, так як вони є частими виборами при проектуванні систем обробки інформації, наступні фільтри: фільтр Баттерворта, фільтр Чебишова, Еліптичний фільтр. Їх класифікація визначає тип амплітудно-частотної характеристики компонента, що буде отримуватись, а при зміні форми однієї частотної характеристики, може змінюватись інша. Саме за допомогою цих типів, зможемо провести дослідження фазо-частотної характеристики цифрових компонентів.

Результати дослідження для кожного з типів перерахованих фільтрів є різними для кожного з типів фільтрів, а значить можуть бути залежними від типу. Існують попередні дослідження, в яких описані фазо-частотні характеристики для типових фільтрів. Завдяки ним було встановлено, що значення фазо-частотної характеристики не залежить від частоти зрізу. Приклад зображено на рисунку 2.1.[18]

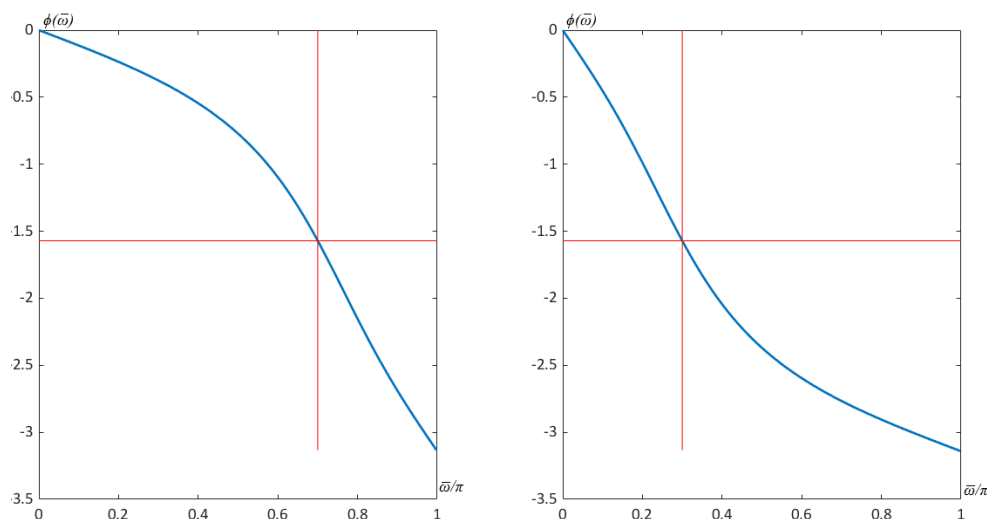


Рисунок 2.1 Приклад незалежності значення фазо-частотної характеристики на частоті зрізу від частоти зрізу

Це дуже спрощує проектування фільтра на основі ФЧХ, та дає змогу проектувальнику не замислюватися про дану вхідну характеристику. Частота зрізу не впливає на значення фазо-частотної характеристики на цієї частоті, але впливає, саме

де знаходиться ця частота. На основі цього можна викинути частоту зрізу з розрахунків фазо-частотної характеристики.

Це спрощення саме легше можна побачити у типових фільтрів Баттерворта. Фільтр характеризується своєю простотою. Його називають фільтром з максимально плавними характеристиками у перехідній зоні фільтра. Після дослідження цифрового фільтра Баттерворта було становлено, що значення фазо-частотної характеристики на частотах зрізу можна вважати константою, але для кожного типу фільтрів воно є різним.

Для фільтра нижніх частот значення складає:

$$\varphi(\bar{\omega}_c) = -\frac{\pi}{2}$$

Для фільтра високих частот:

$$\varphi(\bar{\omega}_c) = \frac{\pi}{2}$$

Для смугових фільтрів:

$$\varphi(\bar{\omega}_{lc}) = \frac{\pi}{2}, \quad \varphi(\bar{\omega}_{rc}) = -\frac{\pi}{2}$$

Для фільтрів, що загороджують:

$$\varphi(\bar{\omega}_{lc}) = -\frac{\pi}{2}, \quad \varphi(\bar{\omega}_{rc}) = \frac{\pi}{2}$$

Дана особливість спрощує проектування цифрового фільтра Баттерворта. Але у нього присутня монотонність та менша крутизна в перехідній зоні між полосами пропускання та затримування в амплітудо-частотній характеристиці. Для певної мети використовувати фільтр Баттерворта не ефективно.

2.1 Цифрові фільтри Чебишова другого порядку

В обчислювальних системах, де необхідно використовувати фільтри маленьких порядків, з максимально ефективними характеристиками, зазвичай, обирають фільтри Чебишова. Цей тип має більш кривий перехід з полоси пропускання до полоси подавлення, що відрізняє його від більш гладкого Баттерворта. Гарантує гарне затримання сигналу в зоні затримання. Ефективний, якщо гладкість характеристик на діапазоні частот не настільки важлива.

При проектуванні фільтрів Чебишова виникає додатковий параметр пульсації, який видно при будівні амплітудо-частотної характеристики. Саме даний параметр дозволяє мати більш криву характеристику. Вплив пульсації описано на рисунку 2.2.

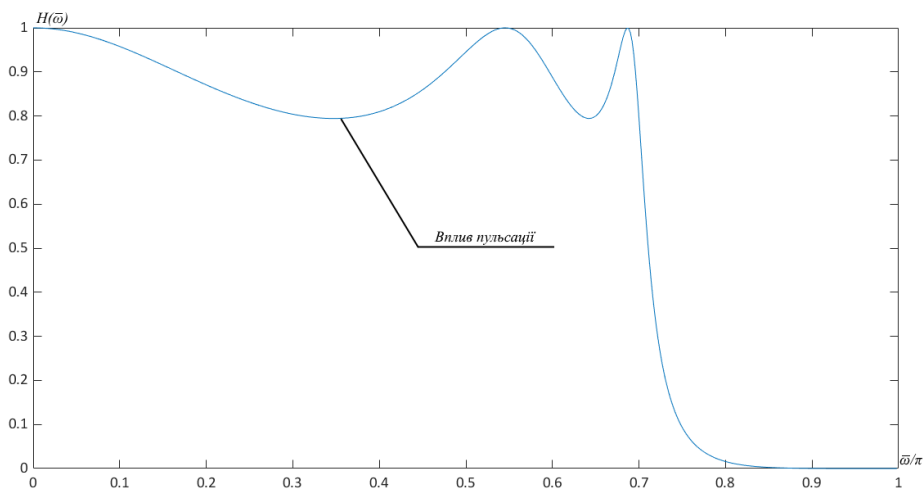


Рисунок 2.2 – Вплив пульсації на полосу пропуску фільтра Чебишова

Параметр пульсації лежить в діапазоні $0 < c < 1$, та позначається як:

$$c = \frac{1}{\sqrt{10^{0,17rp}}}, \quad (2.1)$$

де rp – значення пульсації, дБ

По знаходженню параметра пульсації фільтри Чебишова поділяють на фільтр першого роду (прямий) та фільтр другого роду (інверсний). Різниця між ними у тому, що у прямого фільтра пульсація знаходиться у полосі пропускання, а у інверсного у полосі затримання.

Попередні дослідження фазо-частотної характеристики фільтрів Чебишова другого порядку показали, що значення ФЧХ на частотах зрізу залежать саме від вхідного параметру пульсації. Існує залежність фази від пульсації в полосах фільтра. Для кожного типу вона різна, але приймає майже однаковий вигляд.[18]

2.1.1 Прямий фільтр Чебишова другого порядку

Вище було описано, що у фільтра Чебишова першого роду пульсація знаходиться в полосі пропускання. Значення полоси пропуску для амплітудно-частотної характеристики лежить в діапазоні від 1 до c , а це підтверджує залежність від параметру пульсації.

Для фільтра нижніх частот була отримана залежність, яка прямує до значення $-\pi$. Була розрахована у діапазоні пульсації $1 < rp < 100$. Отримана характеристика зображена на рисунку 2.3.

На основі отриманої залежності можна припустити, що коефіцієнти передаточної функції будуть теж залежить від пульсації в полосі пропускання. Коефіцієнти прямого фільтра Чебишова другого порядку нижніх частот виглядають як[19]:

$$b_2 = \frac{2\sqrt{1 + \phi(rp)^2} + (1 + \cos(\bar{\omega}_c)) - \phi(rp) \sin(\bar{\omega}_c)}{2\sqrt{1 + \phi(rp)^2} + (1 + \cos(\bar{\omega}_c)) + \phi(rp) \sin(\bar{\omega}_c)}$$

де ϕ – значення фазо-частотної характеристики на частоті зрізу при вхідній пульсації rp

$$b_1 = - \left[(1 + b_2) \cos(\bar{\omega}_c) + \frac{(1 - b_2)}{\phi(rp)} \sin(\bar{\omega}_c) \right]$$

$$a_0 = \frac{c}{4} \left[(1 + b_2)(1 - \cos(\bar{\omega}_c)) - \frac{(1 - b_2)}{\phi(rp)} \sin(\bar{\omega}_c) \right]$$

$$a_1 = 2a_0$$

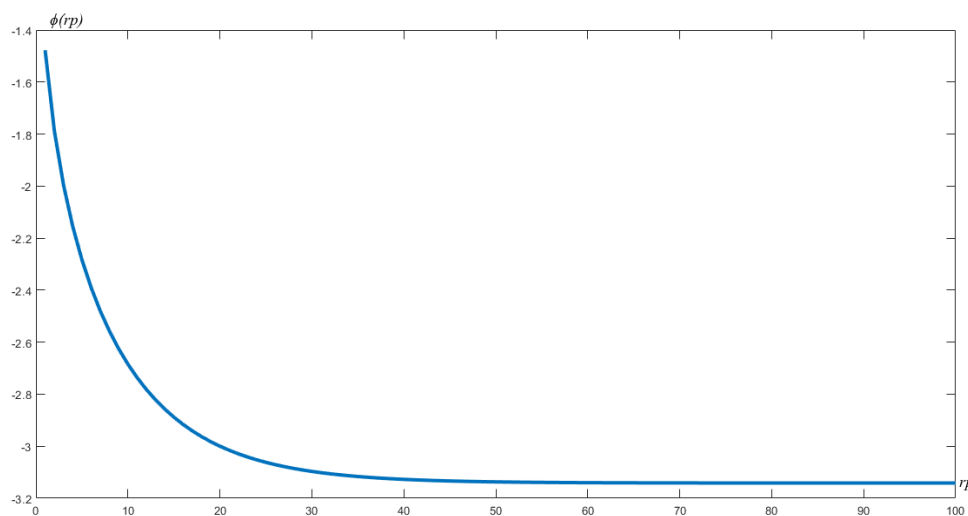


Рисунок 2.3 – Залежність фазо-частотної характеристики на частотах зрізу від значення пульсації для фільтру нижніх частот

Для фільтру високих частот отримана дзеркальна характеристика. Вона прямує до значення π . Залежність зображено на рисунку 2.4.

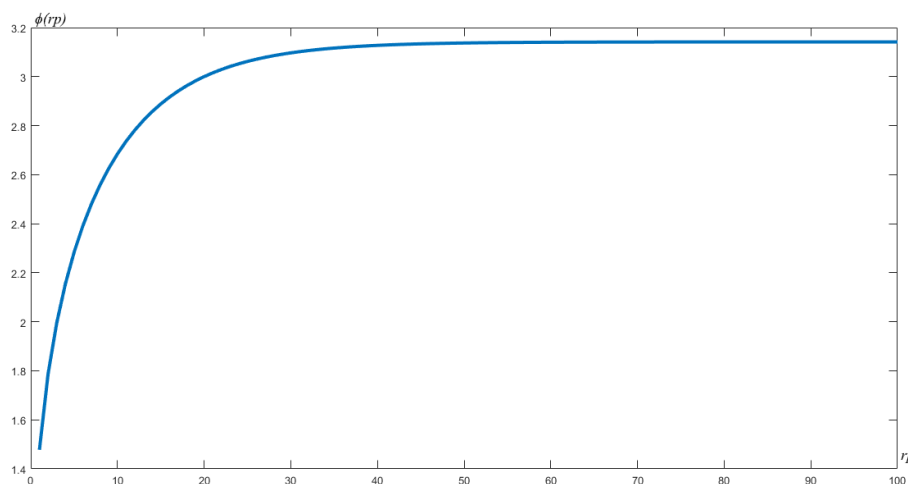


Рисунок 2.4 - Залежність фазо-частотної характеристики на частотах зрізу від значення пульсації для фільтру високих частот

Коефіцієнти передаточної функції для ФВЧ цифрового фільтру Чебишова описуються як[19]:

$$b_2 = \frac{2\sqrt{1 + \phi(rp)^2} + (1 - \cos(\bar{\omega}_c)) + \phi(rp) \sin(\bar{\omega}_c)}{2\sqrt{1 + \phi(rp)^2} + (1 - \cos(\bar{\omega}_c)) - \phi(rp) \sin(\bar{\omega}_c)}$$

$$b_1 = - \left[(1 + b_2) \cos(\bar{\omega}_c) + \frac{(1 - b_2)}{\phi(rp)} \sin(\bar{\omega}_c) \right]$$

$$a_0 = \frac{c}{4} \left[(1 + b_2)(1 + \cos(\bar{\omega}_c)) - \frac{(1 - b_2)}{\phi(rp)} \sin(\bar{\omega}_c) \right]$$

$$a_1 = -2a_0$$

На основі отриманих даних для прямого фільтра Чебишова можна виділити, що отримані характеристики дзеркальні одна до одної, це добре відображено на коефіцієнтах обох типів, різниця становить лише у зміні знаків в певних місцях рівнянь коефіцієнтів.

Смугові та фільтри, які загороджують мають дві частоти зрізу, треба зазначити, що значення фазо-частотної характеристики також не залежить від цих частот. Залежність ФЧХ від параметру пульсації смугового фільтра для лівої зображено на рисунку 2.5, для правої на рисунку 2.6.

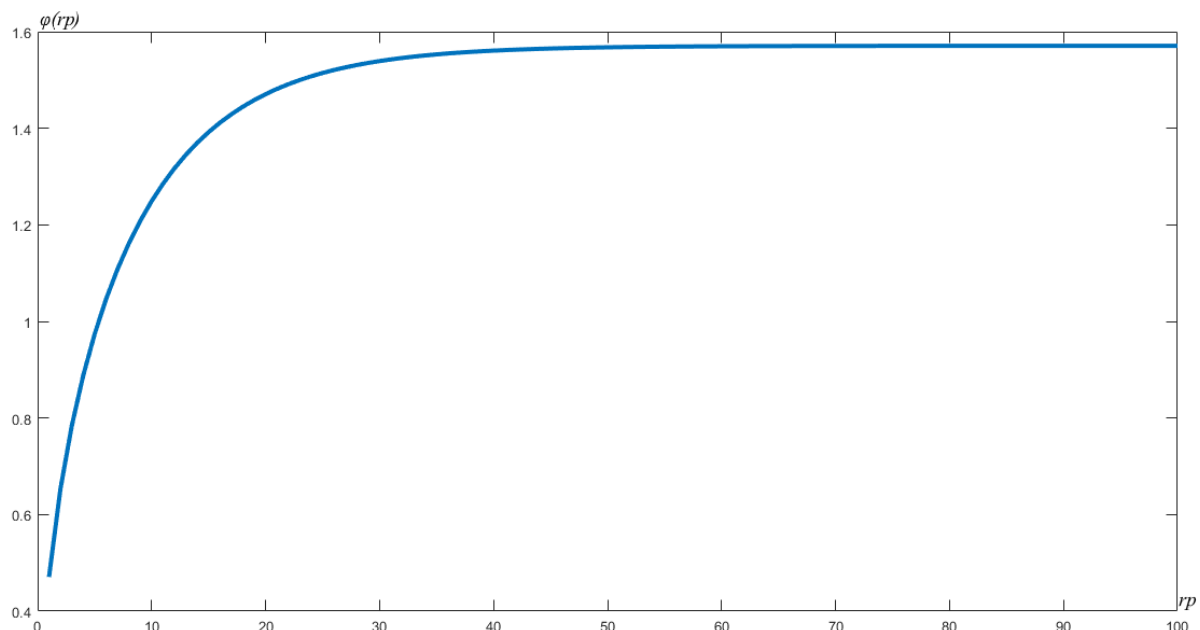


Рисунок 2.5 – Залежність значень фазо-частотної характеристики на лівій частоті зрізу від параметру пульсації смугового фільтра

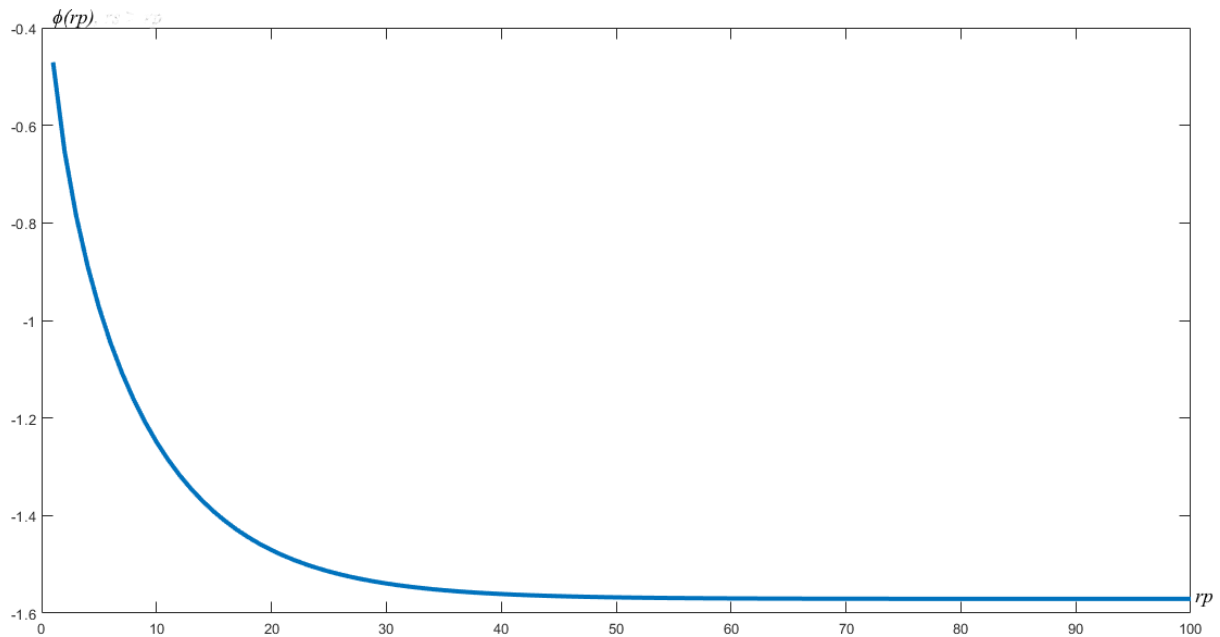


Рисунок 2.6 – Залежність значень фазо-частотної характеристики на правій частоті зрізу від параметру пульсації смугового фільтра

Коефіцієнти для прямого смугового фільтра Чебишова описуються як для передаточної функції першого порядку[19]:

$$b_2 = \frac{\cos(\bar{\omega}_{lc}) - \cos(\bar{\omega}_{rc} - \xi)}{\cos(\bar{\omega}_{rc}) - \cos(\bar{\omega}_{lc} - \xi)}, \quad (2.2)$$

де $\xi = 2 \arccos(c)$

$$b_1 = -\frac{\cos(\bar{\omega}_{lc} + \frac{\xi}{2}) + b_2 \cos(\bar{\omega}_{lc} + \frac{\xi}{2})}{\cos(\frac{\xi}{2})}, \quad (2.3)$$

$$a_0 = \frac{1 - b_2}{2}, \quad (2.4)$$

$$a_2 = -a_0, \quad (2.5)$$

Значення ФЧХ на частотах зрізу для лівої та правої частоти зображені на рисунках 2.7 – 2.8. Для фільтра другого порядку коефіцієнти першого порядку описуються як:

$$b_1 = -(1 + b_2) \cos(\overline{\omega}_1) + (1 - b_2) \sin(\overline{\omega}_1) \operatorname{ctg}\left(\frac{\xi}{2}\right), \quad (2.6)$$

$$b_2 = \frac{\cos(\overline{\omega}_1) + \cos(\overline{\omega}_2 + \xi)}{\cos(\overline{\omega}_2) + \cos(\overline{\omega}_1 + \xi)}, \quad (2.7)$$

$$a_0 = \frac{1 + b_2}{2}, \quad (2.8)$$

$$a_1 = b_1, \quad (2.9)$$

$$a_2 = a_0, \quad (2.10)$$

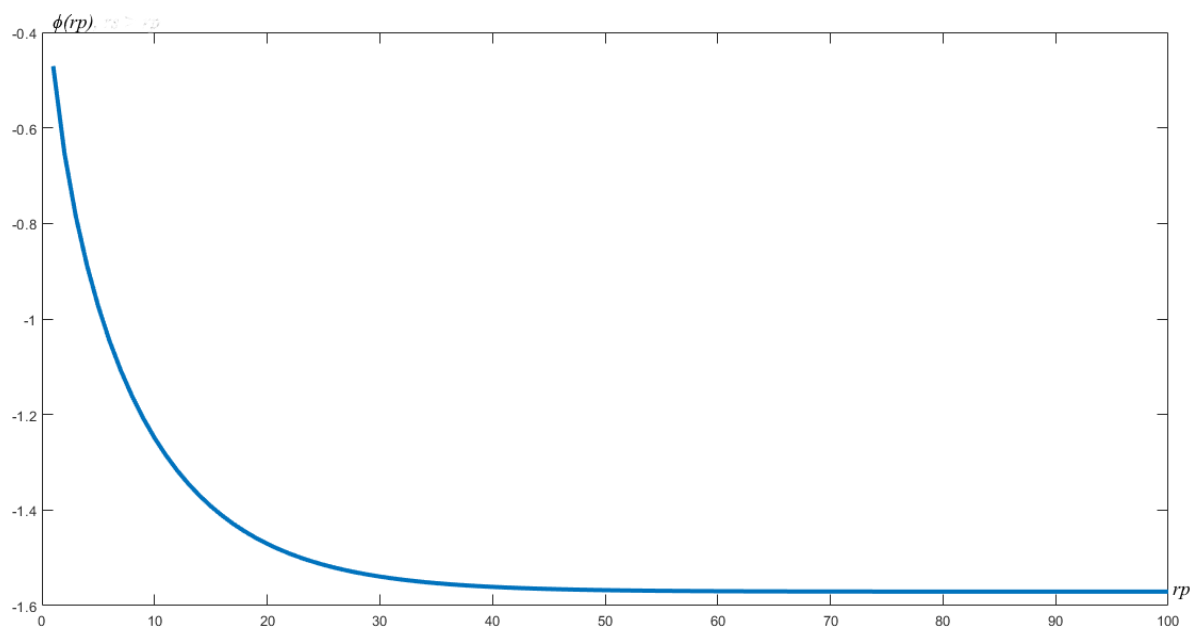


Рисунок 2.7 – Залежність значень фазо-частотної характеристики на лівій частоті від значення параметра пульсації для фільтра, що загороджує

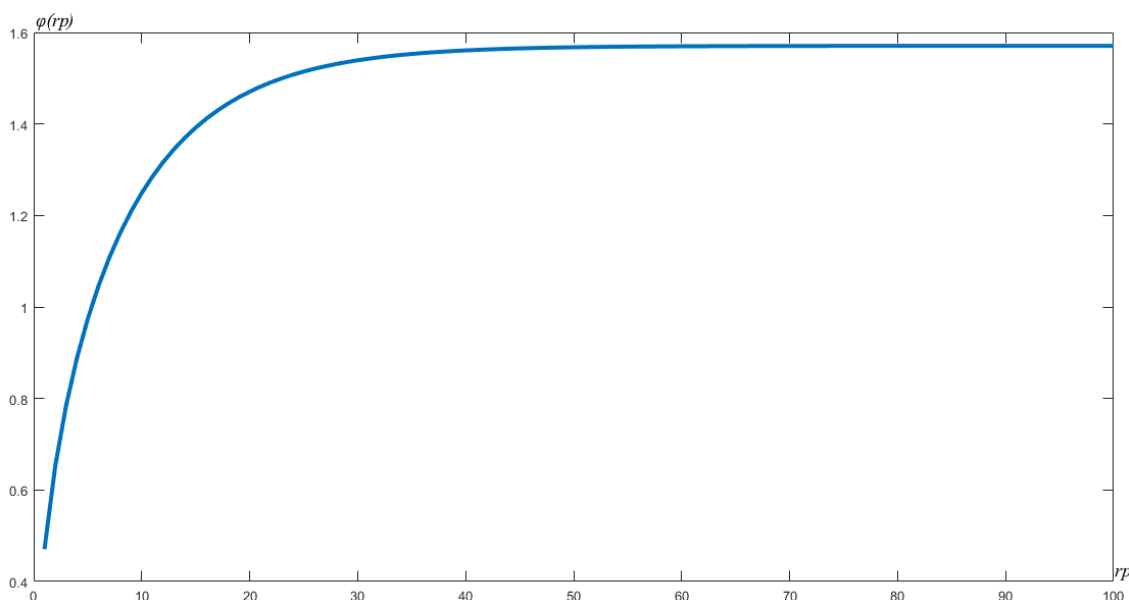


Рисунок 2.8 – Залежність значень фазо-частотної характеристики на правій частоті від значення параметра пульсації для фільтра, що загороджує

На основі рисунків 2.5 – 2.8 можна зробити висновок, що характеристики прямують до значення $-\frac{\pi}{2}$ для правої частоти смугового фільтра та лівої фільтра, що загороджує. Характеристики смугового на лівій частоті та режекторного на правій прямують до $\frac{\pi}{2}$.

2.1.2. Інверсний фільтр Чебишова другого порядку

Інверсний фільтр Чебишова використовується рідше ніж прямий фільтр зважаючи на менш крутий спад амплітудної характеристики. Різницею між першим родом фільтра та другим є те, що в останньому немає пульсації в полосі пропускання, пульсація з'являється в полосі затримання. Як і для першого, для другого типу фільтру виконуються ті ж самі правила. пропускання, пульсація з'являється в полосі затримання.[13]

Таким чином, ми викидаємо параметр rp з розрахунків, та замість вставляється параметр rs – значення пульсації в полосі затримання в дБ. Сама реалізація фільтра схожа с реалізацією першого роду, а значить буде здійснена за допомогою ті ж самих інструментів.

Залежність ФЧХ від пульсації для ФНЧ зображено на рисунку 2.9. Для ФВЧ залежність зображено на 2.10.

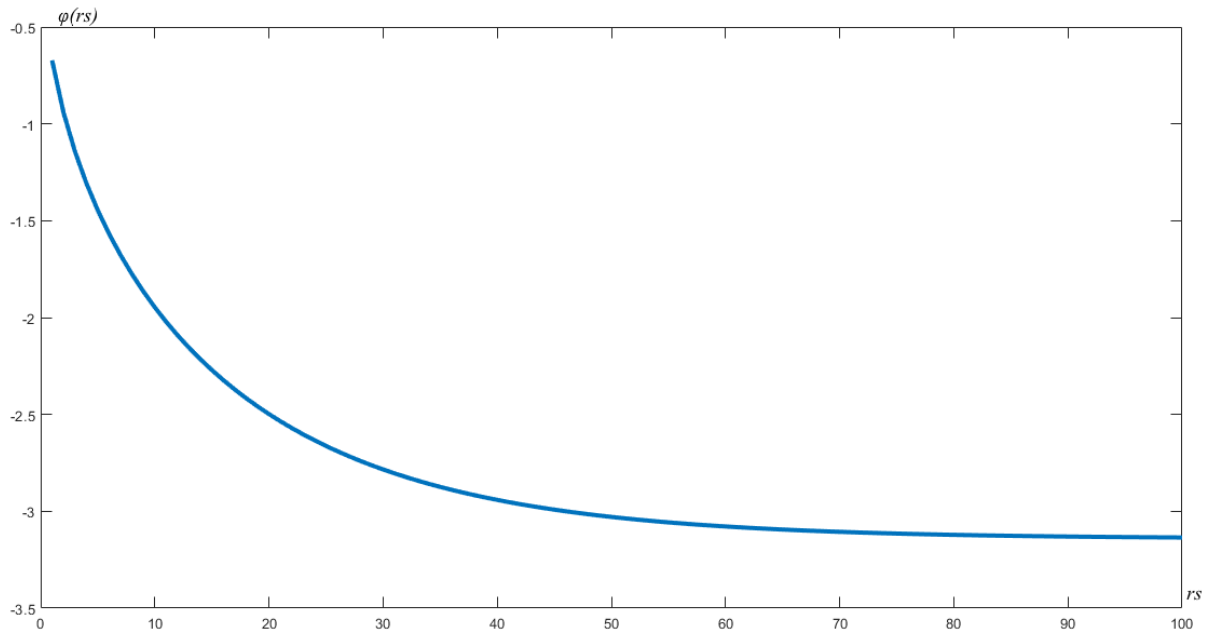


Рисунок 2.9 – Залежність фазо-частотної характеристики від пульсації інверсного фільтра Чебишова низьких частот

Отримана характеристика на рисунку 2.9 відрізняється від характеристики 2.3 прямого фільтра, так як отримані значення не є рівними між собою, то коефіцієнти повинні бути різними по відношенню до прямого фільтра. Коефіцієнти для інверсного фільтра другого порядку описуються як[19]:

$$b_2 = \frac{2c\sqrt{1+\phi(rs)^2}+(1+c)-(1-c)\cos(\bar{\omega}_c)+\phi(rs)(1-c)\sin(\bar{\omega}_c)}{2c\sqrt{1+\phi(rs)^2}-(1+c)-(1-c)\cos(\bar{\omega}_c)-\phi(rs)(1-c)\sin(\bar{\omega}_c)},$$

$$b_1 = -\frac{(1-b_2)\sin(\bar{\omega}_c)+(1+b_2)\phi(rs)\cos(\bar{\omega}_c)}{\phi(rs)},$$

$$a_0 = \frac{b_1(1-c)+(1+b_2)(1+c)}{4},$$

$$a_1 = \frac{b_1(1+c)+(1+b_2)(1-c)}{2},$$

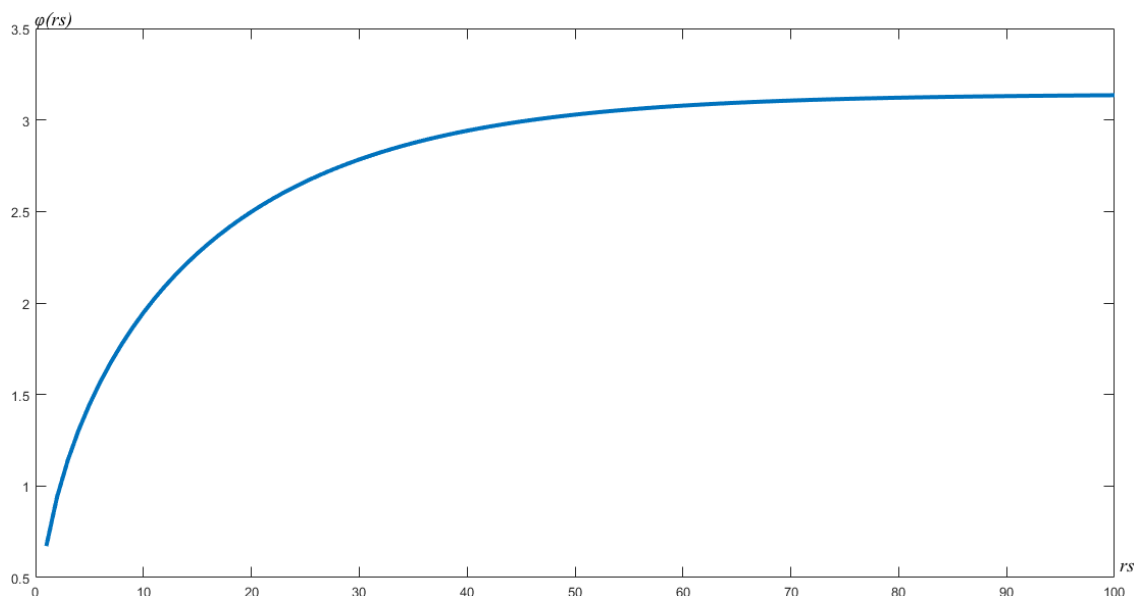


Рисунок 2.10 – Залежність фазо-частотної характеристики від пульсації інверсного фільтра Чебишова високих частот

Як і у фільтра першого роду, характеристика для ФВЧ є дзеркальною по відношенню до низьких частот, тобто і коефіцієнти повинні бути максимально схожими, с різницею лише у знаках:

$$b_2 = \frac{-2c\sqrt{1+\phi(rs)^2}+(1+c)-(1-c)\cos(\bar{\omega}_c)+\phi(rs)(1-c)\sin(\bar{\omega}_c)}{2c\sqrt{1+\phi(rs)^2}-(1+c)+(1-c)\cos(\bar{\omega}_c)+\phi(rs)(1-c)\sin(\bar{\omega}_c)},$$

$$b_1 = -\frac{(1-b_2)\sin(\bar{\omega}_c)+(1+b_2)\phi(rs)\cos(\bar{\omega}_c)}{\phi},$$

$$a_0 = \frac{-b_1(1-c)+(1+b_2)(1+c)}{4},$$

$$a_1 = \frac{b_1(1+c)-(1+b_2)(1-c)}{2},$$

Характеристики для смугових фільтрів та режекторних на лівих та правих частотах зображено на рисунках 2.11 – 2.14.

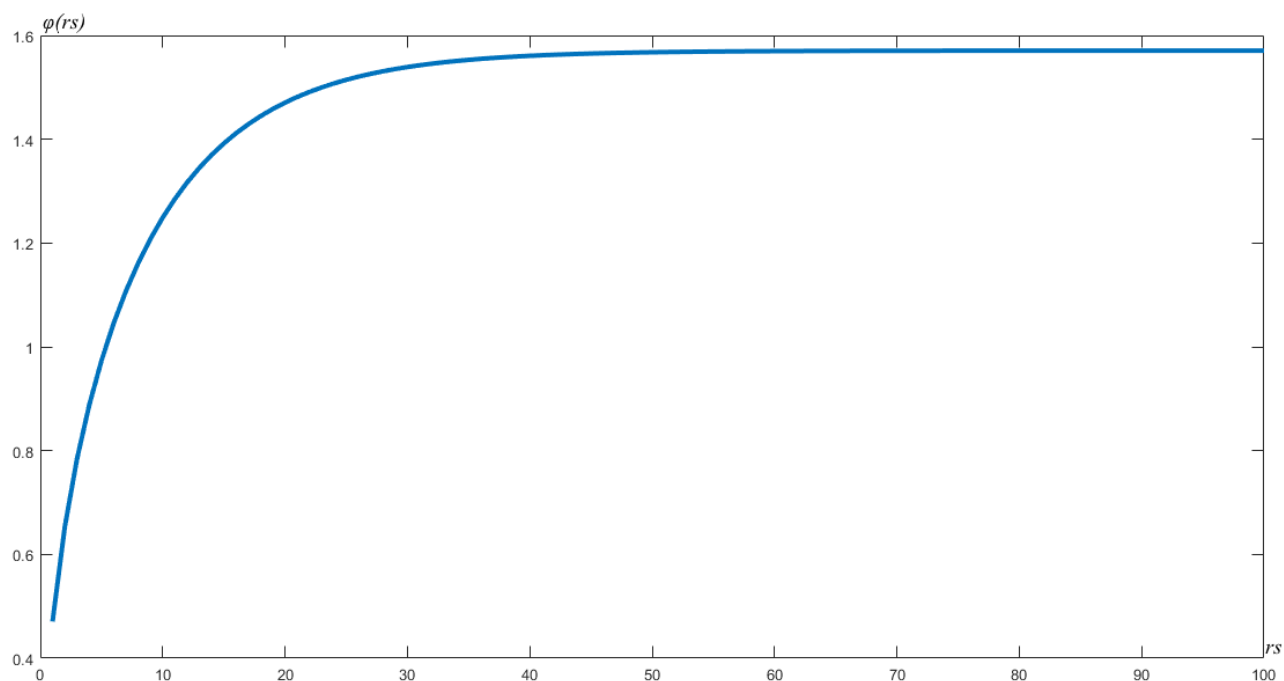


Рисунок 2.11 – Залежність значень фазо-частотної характеристики на лівій частоті від значення параметра пульсації смугового фільтра для інверсного фільтра Чебишова

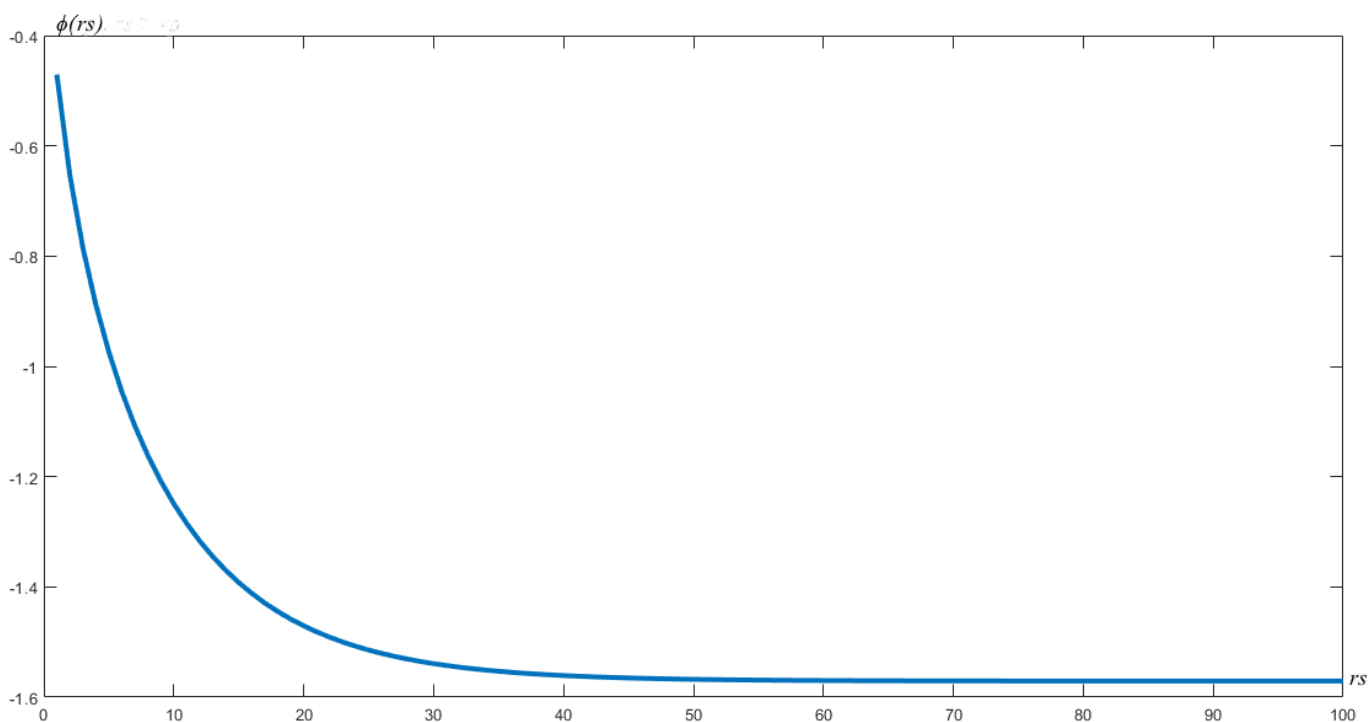


Рисунок 2.12 – Залежність значень фазо-частотної характеристики на правій частоті від значення параметра пульсації смугового фільтра для інверсного фільтра Чебишова

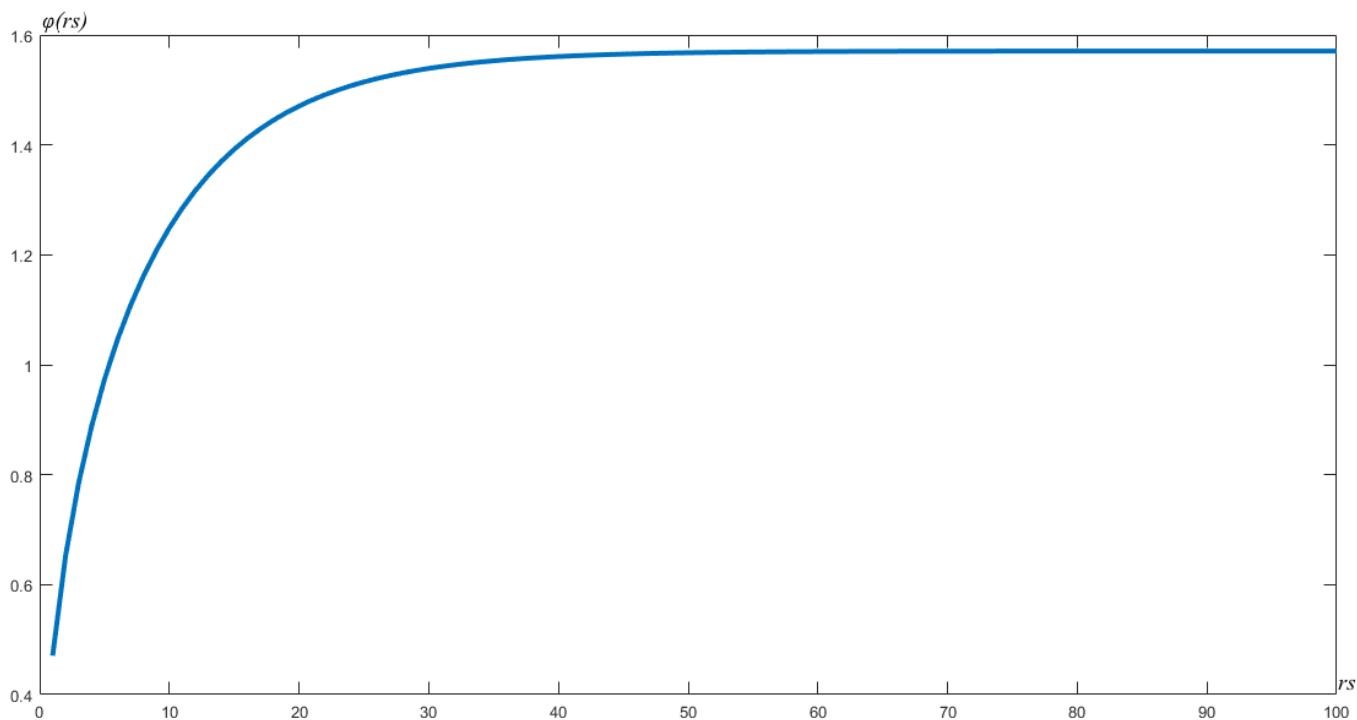


Рисунок 2.13 – Залежність значень фазо-частотної характеристики на лівій частоті від значення параметра пульсації режекторного фільтра для інверсного фільтра Чебишова

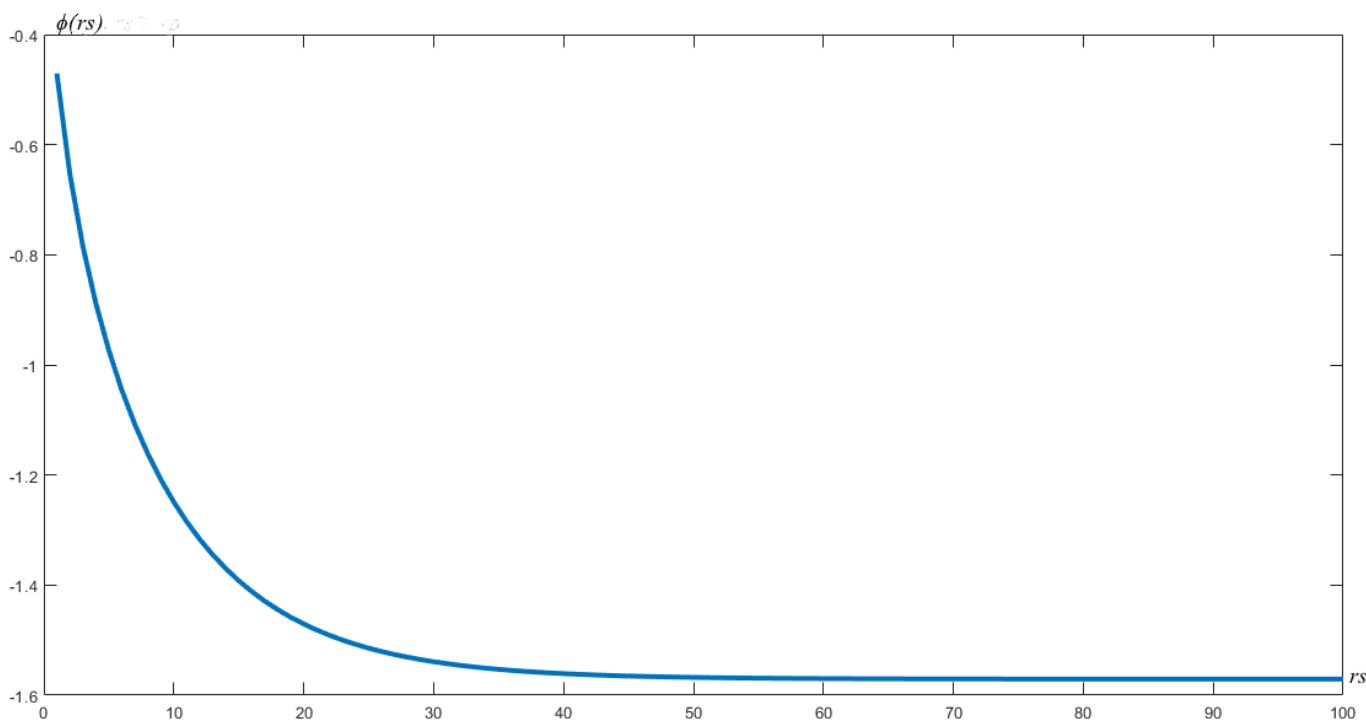


Рисунок 2.14 – Залежність значень фазо-частотної характеристики на правій частоті від значення параметра пульсації режекторного фільтра для інверсного фільтра Чебишова

Коефіцієнти для смугових та режекторних інверсних фільтрів другого порядку описуються як і для прямого фільтра, вони представлені відповідно до рівнянь (2.2 – 2.10)

2.1.3 Висновки на основі отриманих характеристик фільтра Чебишова

На основі отриманих характеристик з рисунків 2.3 – 2.14, на яких зображена залежність значення фазо-частотних характеристик на частотах зрізу, можна зробити загальний висновок. Усі графіки прагнуть до певного значення. Усі отримані вирази можна описати одним загальним рівнянням, бо усі вони мають однаковий вигляд асимптоти, що прагне до певної величини.

Характеристики для смугових фільтрів для прямого та інверсного фільтрів рівні між собою. Значення фазо-частотної характеристики на лівій частоті рівне до значення правої по модулю:

$$\varphi(\bar{\omega}_{lc}) = |\varphi(\bar{\omega}_{rc})|$$

Так само для фільтрів, що загороджують, але з умовою, що воно дзеркальне до смугового фільтра:

$$\varphi(\bar{\omega}_{rc}) = |\varphi(\bar{\omega}_{lc})|$$

Отримані значення для смугових та фільтрів, що загороджують, показують, що не залежать від типу обраного фільтра (по типу амплітудно-частотної характеристики), можна сказати, що для них існує загальне рівняння.

Це повинно бути пов'язано з тим, що смугові та режекторні фільтри другого порядку описуються передаточними функціями першого порядку. Для них існують загальні рівняння коефіцієнтів, ці коефіцієнти можна використовувати незалежно від типу фільтра (прямого, інверсного, еліптичного).

Таким чином, значення фазо-частотної характеристики прямого та інверсного фільтрів Чебишова для смугового або режекторного, з урахуванням того, що асимптота прямує до певного значення, можна описати наступним рівнянням:

$$\varphi(x) = \pm \frac{\pi}{2} f(x), \quad (2.11)$$

де x – пульсація, в залежності від обраного типу фільтра Чебишова

$f(x)$ – функція, яка описує асимптоту

Описавши функцію $f(x)$, з'явиться змога реалізувати графіки для смугового чи режекторного фільтра Чебишова, незалежно від типу фільтра. Ця функція повинна бути абстрактною, і це дасть змогу максимально спростувати реалізацію цих фільтрів.

Але треба зазначити, що, коефіцієнти смугових або режекторних фільтрів залежать від пульсації, але не залежать від значення фазо-частотної характеристики на частотах зрізу, що тягне за собою недоцільність дослідження в цьому напрямі.

Роблячи висновки на основі результатів фільтрів нижніх частот та фільтрів високих частот, можна сказати, що отримані характеристики дзеркальні по відношенню одна до одної для кожного з типів Чебишова.

$$\varphi(\bar{\omega}_c)_{\text{ФВЧ}} = |\varphi(\bar{\omega}_c)_{\text{ФНЧ}}|$$

Також, як і смугові із режекторними фільтрами, ці асимптоти прямують до певного значення, це значення можна винести з виразу, таким чином спростувати вираз, що він прямував до 1.

В залежності від типу фільтра Чебишова, були отримані різні характеристики, але вони, як і інші, являють собою асимптотичну функцію. Таким чином, їх можна описати теж одним рівнянням. Ця різниця можливо пов'язана з тим, що грає роль в якій полосі маються пульсації, та мабуть пульсації в полосі пропускання більш значимі для фазо-частотної характеристики ніж пульсації в полосі затримання.

Значення фазо-частотної характеристики на частотах зрізу для фільтрів Чебишова нижніх частот та високих частот незалежно від типу фільтру можна описати наступним рівнянням:

$$\varphi(x) = \pm \pi f(x), \quad (2.12)$$

Отримавши вираз, можна буде реалізувати як ФНЧ так і ФВЧ. Треба зазначити, що для прямого фільтра та інверсного цей вираз буде різним, бо було отримано різні характеристики для цих типів. Спрощення виконуються тільки для типів нижніх частот та високих частот.

Отримавши вираз, можна буде отримати коефіцієнти передаточної функції фільтрів Чебишова другого порядку. Після чого, можна буде провести підстановку в рівняння коефіцієнтів, та спростити вирази. Тому, доцільно виконувати дослідження в цьому напрямку.

2.2. Цифрові еліптичні фільтри другого порядку

Аналіз фазо-частотної характеристики еліптичного фільтра, іноді фільтр Кауера, потребує використання обох параметрів пульсації в полосі пропускання, полоси затримання. За їх включенням даний типовий фільтр має дуже крутий спад амплітудо-частотної характеристики, саме за допомогою цього фільтра можна досягти більш ефективного розподілу частот, ніж за допомогою інших типових фільтрів.[13] Можна визначити, що даний тип є найефективнішим для виділення частот з вхідних даних фільтрів.

Реалізація даного фільтра також не відрізняється від попередників, різниця в тому, що в розрахунку беруть участь і rp , і rs . Наявність обох пульсації впливає на фазову характеристику фільтра. Він приймає вигляд відразу і прямого фільтра Чебишова, і інверсного фільтра. Тому, залежність являє собою не двомірний графік,

а матрицю, де по двох осях знаходяться пульсації в полосах фільтра, а на третій осі знаходиться значення фазо-частотної характеристики на частоті зрізу.

Одним з необхідних вимог проектування еліптичних фільтрів являється виконання нерівності, коли значення пульсації в полосі пропускання повинно бути меншим чим значення пульсації в полосі затримання

$$r_p < r_s, \quad (2.13)$$

Дотримуючись нерівності (2.13), є можливість отримати матрицю у трикутному вигляді, так як певні значення отримати неможливо.

У даного фільтра амплітудно-частотна характеристика в полосі пропускання варіюється від 1 до значення sr , що визначає пульсацію в полосі пропускання. У полосі затримання від 0 до cs – пульсації в полосі затримання, які розраховуються за допомогою рівняння (2.1).

З попередніх досліджень можна сказати, що значення частот зрізу при збільшенні параметрів пульсації прямує до значення $\pm\pi$ як в інших випадків. Також можна побачити, що при встановленні одного значення пульсації в полосі пропускання, та при збільшенні значення параметру пульсації в полосі затримання, графік прямує до графіка фільтра Чебишова першого роду. Незрозуміло, яку роль при цьому відіграє графік інверсного фільтра, бо отримані результати, на перший погляд, не покривають певних значень фільтра Чебишова.

Для фільтра нижніх частот була отримана матриця залежності від обох пульсації відразу. Ці пульсації лежать у діапазоні:

$$1 \leq (r_p, r_s) \leq 60$$

Отримана характеристика представлена на рисунку 2.15. Характеристика для ФВЧ зображена на рисунку 2.16.

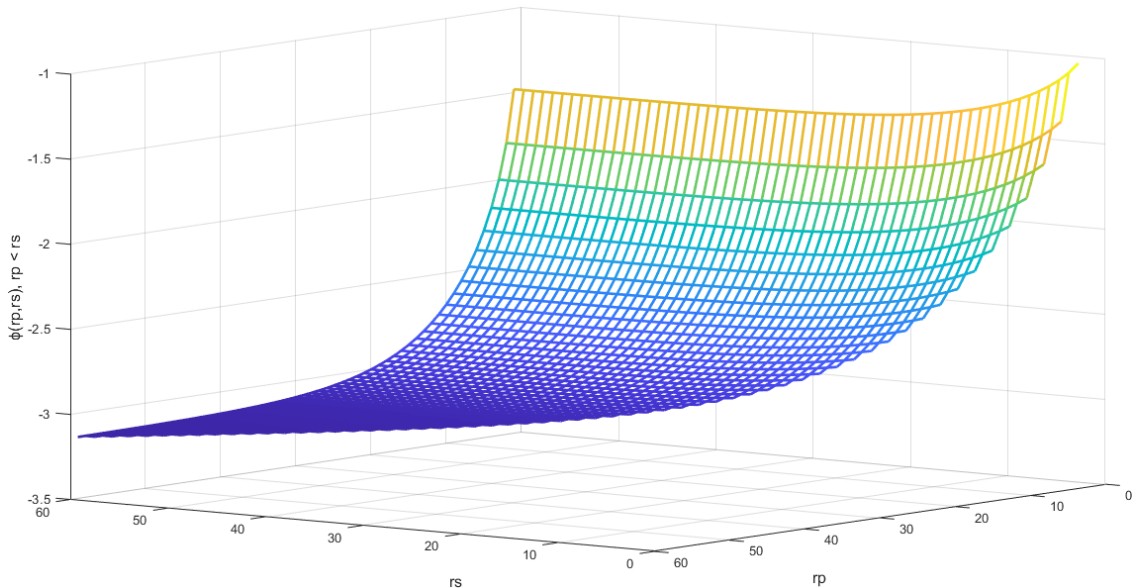


Рисунок 2.15 – Залежність значення фазо-частотної характеристики на частотах зрізу від пульсації в полосі пропускання та полосі затримання для фільтра нижніх частот

Завдяки отриманій характеристиці можна сказати, що і коефіцієнти передаточної функції еліптичного фільтра можуть бути залежні від двох пульсації одразу. Коефіцієнти описуються наступним чином [19]:

$$b_2 = \frac{2cs\sqrt{1 + \phi(rp, rs)^2} + (cr + cs) + (cr - cs) \cos(\bar{\omega}_c) - \phi(rp, rs)(cr - cs) \sin(\bar{\omega}_c)}{2cs\sqrt{1 + \phi(rp, rs)^2} + (cr + cs) + (cr - cs) \cos(\bar{\omega}_c) + \phi(rp, rs)(cr - cs) \sin(\bar{\omega}_c)}$$

$$b_1 = -\frac{(1 - b_2) \sin(\bar{\omega}_c) + (1 + b_2)\phi(rp, rs) \cos(\bar{\omega}_c)}{\phi(rp, rs)}$$

$$a_0 = \frac{b_1(cr - cs) + (1 + b_2)(cr + cs)}{4},$$

$$a_1 = \frac{b_1(cr + cs) + (1 + b_2)(cr - cs)}{2}$$

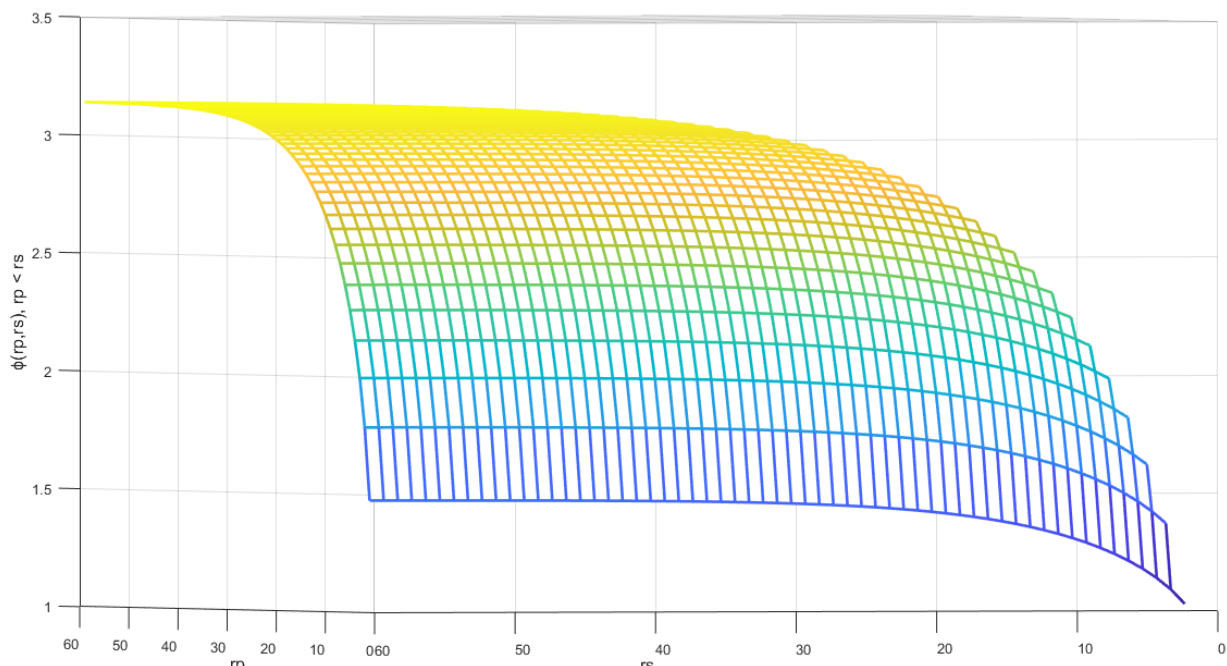


Рисунок 2.16 - Залежність значення фазо-частотної характеристики на частотах зрізу від пульсації в полосі пропускання та полосі затримання для фільтра нижніх частот

Отримана характеристика для фільтра високих частот, як і випадку фільтра Чебишова, віддзеркалює фільтр нижніх частот. Можемо припустити, що їх коефіцієнти також повинні бути максимально схожими, з різницею у знаках [19]:

$$b_2 = \frac{2cs\sqrt{1 + \phi(rp, rs)^2} - (cr + cs) + (cr - cs) \cos(\bar{\omega}_c) - \phi(rp, rs)(cr - cs) \sin(\bar{\omega}_c)}{2cs\sqrt{1 + \phi(rp, rs)^2} - (cr + cs) + (cr - cs) \cos(\bar{\omega}_c) + \phi(rp, rs)(cr - cs) \sin(\bar{\omega}_c)}$$

$$b_1 = -\frac{(1 - b_2) \sin(\bar{\omega}_c) + (1 + b_2)\phi \cos(\bar{\omega}_c)}{\phi(rp, rs)}$$

$$a_0 = \frac{b_1(cr - cs) + (1 + b_2)(cr + cs)}{4}$$

$$a_1 = \frac{b_1(cr + cs) - (1 + b_2)(cr - cs)}{2}$$

Для смугових фільтрів та режекторних, як і для фільтрів Чебишова першого та другого родів, виконується те ж правило, вони описуються рівняннями першого порядку. Таким чином коефіцієнти для них описуються як рівняння (2.2 – 2.10)

Для проектування еліптичних фільтрів смугових чи режекторних, необхідно, також, дотримуватись нерівності (2.13). Але, так як ці фільтри описуються рівняннями першого порядку, то і характеристики у них не такі як графіки 2.15 – 2.16. Вони не є трьох мірними, бо в цих типах залежать тільки від пульсації в полосі пропускання. Тому, результати будуть отримані як у прямого фільтра Чебишова. Залежність ФЧХ на частотах зрізу від пульсації для смугового фільтра зображено на рисунка 2.17 – 2.18. Для фільтрів, що загороджують, зображені на рисунках 2.19 – 2.20.

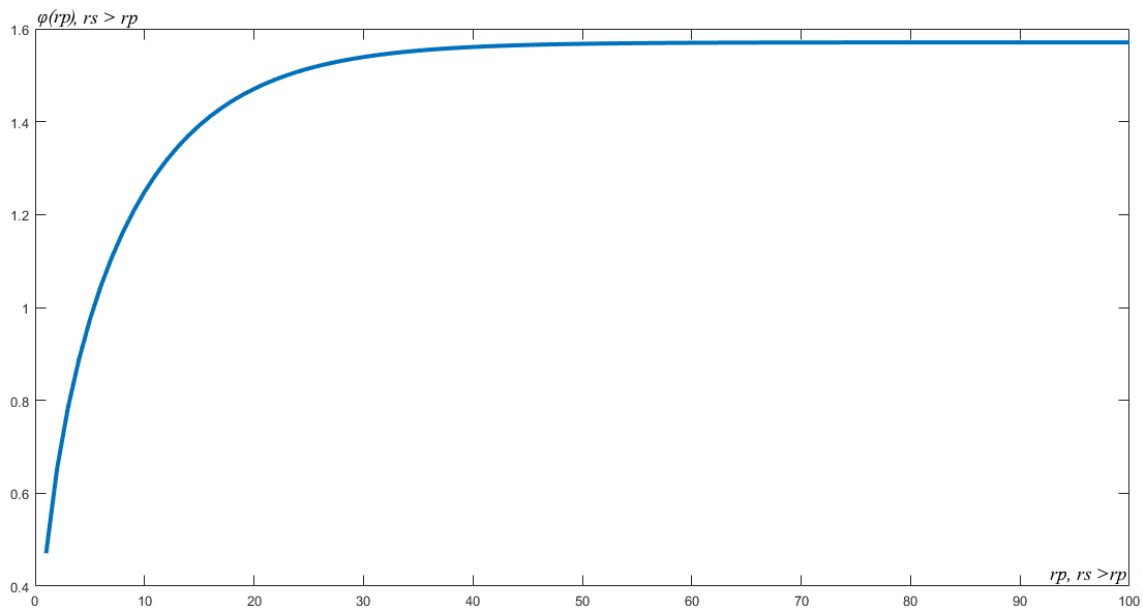


Рисунок 2.17 – Залежність значень фазо-частотної характеристики на лівій частоті від значення параметра пульсації смугового фільтра для еліптичного фільтра

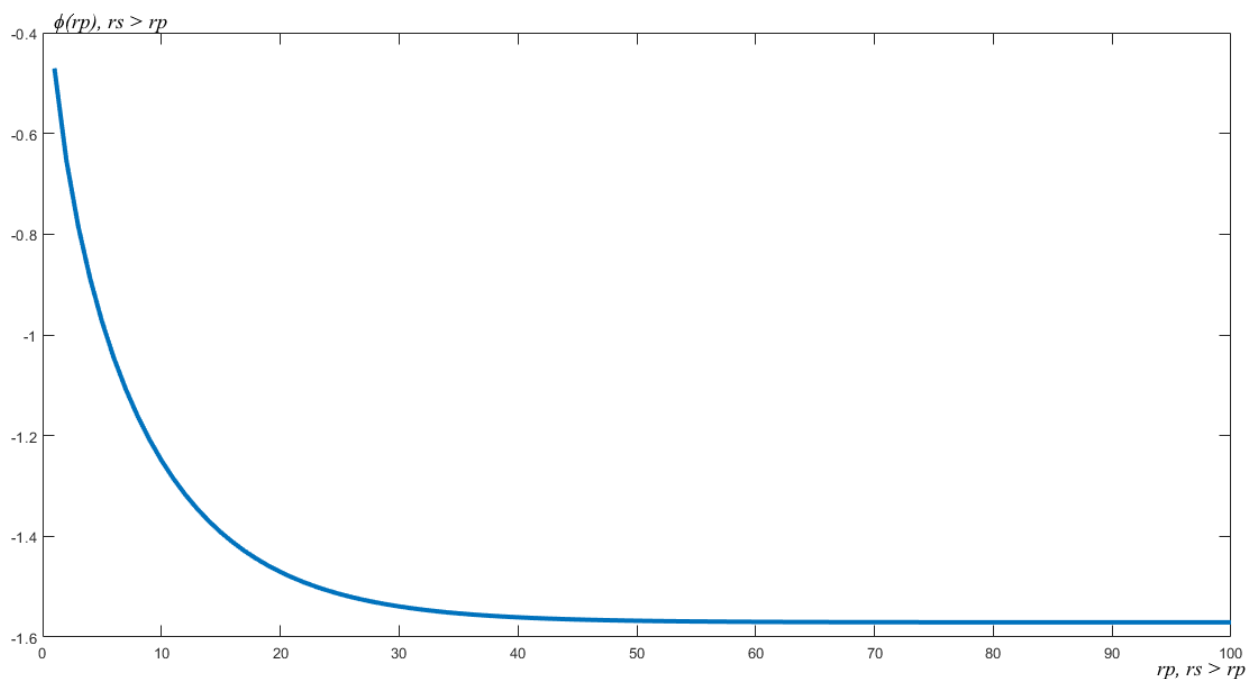


Рисунок 2.18 – Залежність значень фазо-частотної характеристики на правій частоті від значення параметра пульсації смугового фільтра для еліптичного фільтра

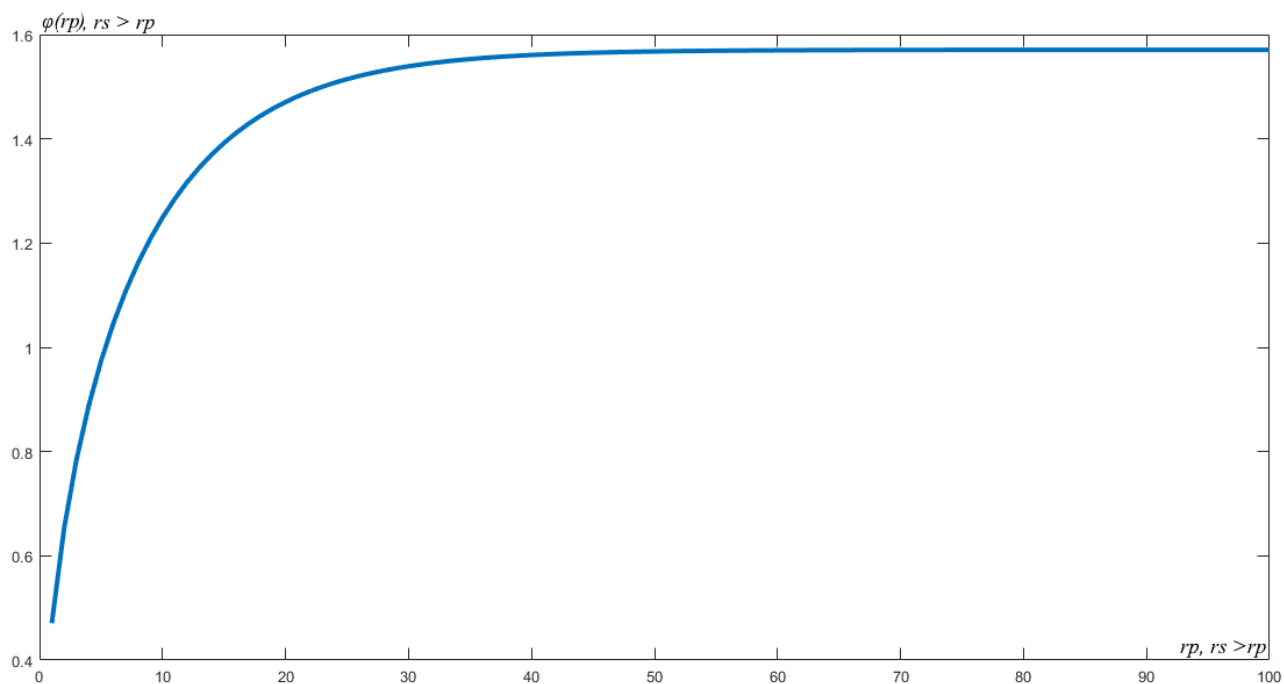


Рисунок 2.19 – Залежність значень фазо-частотної характеристики на лівій частоті від значення параметра пульсації режекторного фільтра для еліптичного фільтра

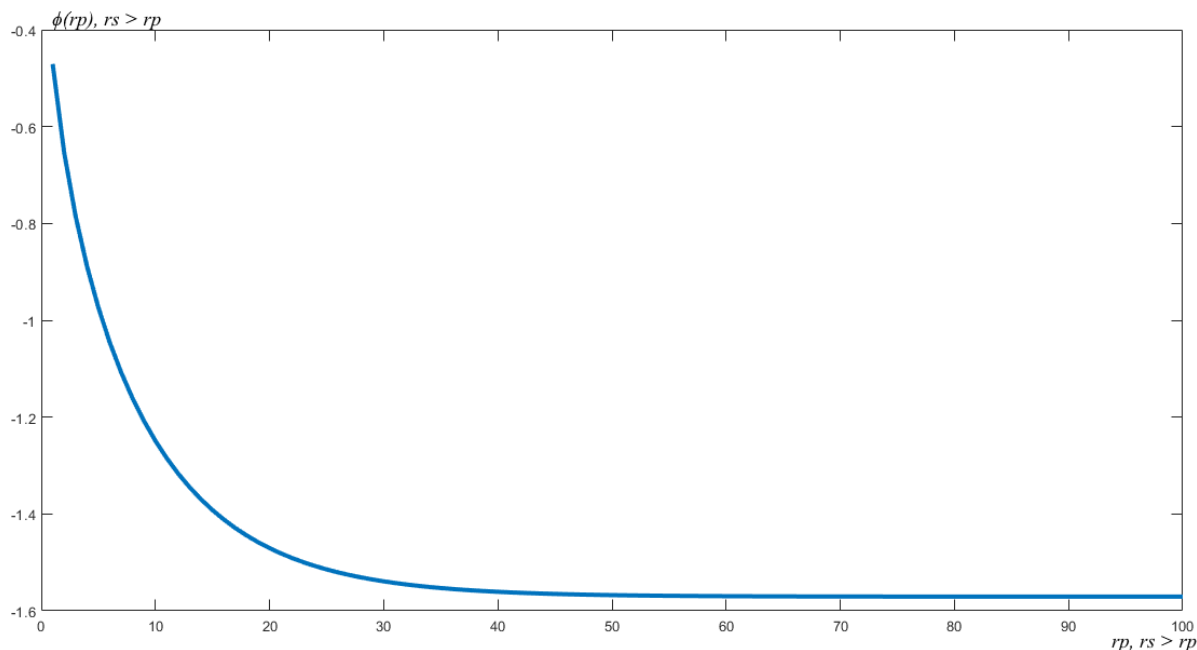


Рисунок 2.20 – Залежність значень фазо-частотної характеристики на правій частоті від значення параметра пульсації режекторного фільтра для еліптичного фільтра

2.2.1 Висновки на основі отриманих характеристиках для еліптичного фільтра

Отримані результати показують, що ФЧХ у еліптичних смугових чи режекторних фільтрів другого порядку, залежить тільки від пульсації в полосі пропускання. Можливо, це пов'язано з тим, що в таких випадках пульсація в полосі затримання ігнорується, або при розрахунках прагне до нуля. В таких випадках еліптичний фільтр перетворюється у прямий фільтр Чебишова.

Результати повторяють характеристики прямого та інверсного фільтрів Чебишова, а це значить, що для еліптичного фільтра можна представити таке ж рівняння. Для усіх типових цифрових фільтрів другого порядку смугових чи режекторних діє загальне рівняння, що описує фазо-частотну характеристику на частотах зрізу. Це рівняння описано в (2.11).

Для фільтрів нижніх та високих частот дотримується умова дзеркальності для характеристик, як і для прямого та інверсного фільтрів Чебишова.

Отримані трикутні матриці також мають тенденцію прямувати до певного значення, їх можна назвати асимптотами. Результати дуже схожі між собою, це дає змогу провести редукцію отриманих виразів.

Тому, залежність значень фазо-частотної характеристики еліптичного фільтра нижніх частот і високих частот від пульсації в полосі пропускання та полосі затримання можна описати як:

$$\varphi(rp, rs) = \pm \pi f(rp, rs)$$

Вираз буде являти собою комплексне рівняння, з урахуванням двох характеристик одразу. Буде загальним для ФНЧ та ФВЧ, але відрізнятися від фільтрів Чебишова із-за залежності від двох параметрів.

Отримавши вираз, можна буде отримати коефіцієнти передаточної функції фільтрів Чебишова другого порядку. Після чого, можна буде провести підстановку в рівняння коефіцієнтів, та спростити вирази. Тому, доцільно виконувати дослідження в цьому напрямку.

2.3. Опис методів апроксимації характеристик ФЧХ на частотах зрізу

При обробці експериментальних даних часто виникає необхідність апроксимувати їх певною функцією.

Апроксимацією, або наближенням, функції $f(x)$ називається знаходження такої функції (апроксимуючої функції) $f'(x)$, яка була б близька заданій. Критерії близькості функцій можуть бути різні. У разі якщо наближення будується на дискретній наборі точок, апроксимацію називають точковою або дискретною.[20]

У нашому випадку мається набір значень фазо-частотної характеристики на частотах зрізу для фільтру з параметром пульсації, який задається індексом комірки. Раніше було визначено, що набір точок буде становити в певному діапазоні, визначається як вхідний аргумент функції.

Головною метою даного пункту – описати методи, за допомогою якої можна знайти вирази для отриманих даних, зображених на попередніх графіках. Для цього необхідно провести певний математичний аналіз, спочатку знайти відповідну функцію, потім по її прикладу привести отримані графіки.

По перше, усі отримані асимптоти вже є спростованими, з них виділена стаціонарна складова, зараз вони усі прямують до 1. Це дасть змогу представити загальні методи для усіх типів компонентів, та знайти загальний приклад функції, якою можна описати отримані графіки. наприклад експоненціальну, або гіперболічну функцію.

Також, можна автоматизувати процесу апроксимації під знайдену функцію, так як вираз є абстрактним, з'являється можливість швидко отримувати необхідні математичні представлення.

2.3.1 Метод апроксимації гіперболічного тангенсу

Після аналізу можливих видів функцій єдиною, яка підходить максимально приблизно, є гіперболічний тангенс. Він як і отримані графіки являються асимптотою, та завжди прямує до значення 1. Гіперболічний тангенс зображено на рисунку 2.21. Він задається наступною формулою

$$\tanh(x) = \frac{sh(x)}{ch(x)} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}, \quad (2.14)$$

де x – вхідний аргумент функції

$sh(x)$ – гіперболічний синус;

$ch(x)$ – гіперболічний косинус.

Представимо функцію 2.14 у вигляді, та назвемо її $g(x)$:

$$g(x) = \frac{g'(x)-1}{g'(x)+1}, \quad (2.15)$$

Де $g'(x)$ – підстановка в формулу (2.14), яка розраховується через формулу (2.16)

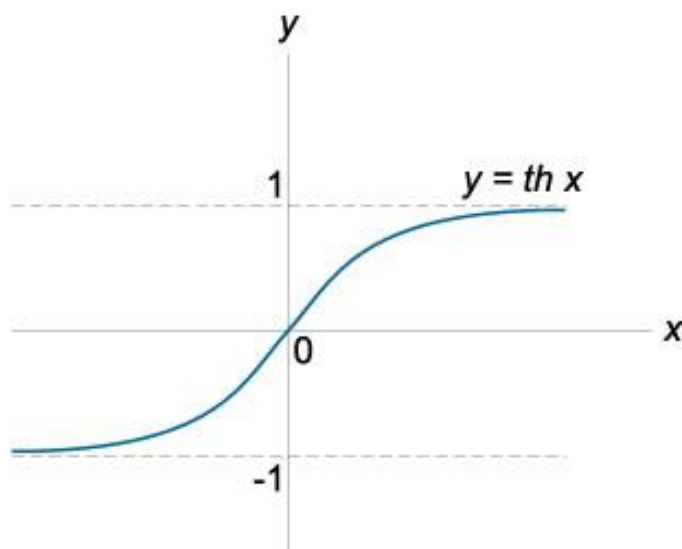


Рисунок 2.21 – Зображення гіперболічного тангенсу

$$g'(x) = e^{2arg(x)}, \quad (2.16)$$

де $arg(x)$ – параметр xz формули (2.14), представлений у вигляді функції.

При аналізі масиву x , можна сказати, що з кожним параметром пульсації, збільшується шаг значень масиву. Саме значення $arg(x)$ і є головною ціллю цього розрахунку. Щоб знайти необхідні значення, необхідно масив g' логарифмувати через натуральний логарифм, рівняння виглядає наступним чином:

$$arg(x) = \frac{\ln(g'(x))}{2}, \quad (2.17)$$

Таким чином, можемо отримати масив з Мелементів, що є значеннями певної формули, яка також розраховується від значень пульсації. Назвемо цю функцію аргументом функції гіперболічного тангенсу у формулі (2.14). Тоді апроксимована функція буде мати вигляд після підстановки:

$$\tanh(\arg(x)) = \frac{\operatorname{sh}(\arg(x))}{\operatorname{ch}(\arg(x))} = \frac{e^{\arg(x)} - e^{-\arg(x)}}{e^{\arg(x)} + e^{-\arg(x)}} = \frac{e^{2\arg(x)} - 1}{e^{2\arg(x)} + 1}$$

Треба зазначити, що гіперболічний тангенс може бути розкладеним у ряд. Так як в дослідження входить можливість виконання алгоритмів на слабких обчислювальних пристроях, то недопустимо виконувати складні обчислювальні операції, тому іноді гіперболічний тангенс треба розкладувати. Кількість членів у ряді не повинна перевищувати п'яти [21]. Тоді, ряд буде мати вигляд:

$$\tanh(\arg(x)) = \arg(x) - \frac{1}{3}\arg(x)^3 + \frac{2}{15}\arg(x)^5 - \frac{17}{315}\arg(x)^7 + \frac{62}{2835}\arg(x)^9, \quad (2.18)$$

При більш широких діапазонах вхідних аргументів, даний ряд необхідно представити в іншому виді. Із формули (2.14) показано, що гіперболічний тангенс можна представити як відношенні гіперболічного синуса до гіперболічного косинуса, які мають вигляд:

$$\operatorname{sh}x = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!}, \quad (2.19)$$

$$\operatorname{ch}x = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!}, \quad (2.20)$$

Підставивши формули (2.19) та (2.20) в (2.18) у кінці отримаємо наступний вираз гіперболічного тангенсу, що можна спробувати реалізувати на слабких пристроях[12]:

$$\tanh(\arg(x)) = \frac{\arg(x)[(1 + 0.1666 \arg(x)^2) + 0.008\arg(x)^4(1 + 0.0241\arg(x)^2)]}{(1 + 0.5\arg(x)^2) + 0.0417\arg(x)^4(1 + 0.0335\arg(x)^2)}$$

Отриманий вираз може бути також складним для слабких мобільних пристроїв, бо в ньому використовуються операції возведення у ступінь. Також із-за

спрощення кількості елементів ряду, може мити велику похибку порівняно від моделі.

Апроксимація аргументу функції виглядає простішою ніж гіперболічного тангенсу. З'являється можливість використовувати більш прості приклади функції, бо такі аргументи нагадають лінійні функції, параметричні, квадратичні:

$$f(x) = ax + b,$$

$$f(x) = ax^2 + bx + c,$$

$$f(x) = ax^b.$$

Обираючи із запропонованих функції, найкращім вибором була би лінійна функція. Вона є самою легкою функцією для обчислення, вона не включає операції зведення у ступінь, тільки помноження та підсумування. У таких функції лише два коефіцієнта.

Проблема такого вибору складається в тому, що підвищується помилка апроксимації. Зазвичай, аргументи стають лійними тільки при збільшені вхідного значення, але дуже часто проєктуються компоненти з маленькими значеннями пульсації. Тому апроксимовані лінійні функції можуть не підійти для певних типів фільтрів.

2.3.2 Метод кусково-лінійної апроксимації ФЧХ

Через те, що бажана крива має нелінійний вигляд описати її лінійно приведе к величезній похибці. Але є можливість розбити її на декілька частин, які вже можуть мати лінійний вигляд. Кількість частин може складати значенню діапазону, тоді втрачається сенс апроксимації. Ця кількість буде обмежена п'ятьма частинами.

Завдяки цьому методу можна розбити діапазон вхідних значень на кілька зон і провести лінійну апроксимацію кожної зони, при тому, що точки будуть знаходитися як:

$$x_1 < x_2 < \dots < x_n$$

де x_1, x_2, x_n – точки на вхідному діапазоні

Між цими точками буде виконуватись своя лінійна функція для підрахунку результату. Такий метод буде мати вигляд як набір лінійних функцій, який представлений на рисунку 2.22. Зазвичай, математично описується як система:

$$f(x) \begin{cases} a_0x + b_0, x < x_1 \\ a_1x + b_1, x_1 < x_2 \\ \vdots \\ a_nx + b_n, x_n < x \end{cases}$$

Представлення такого рівняння дуже ускладнюється при збільшенні кількості точок, які поділяють діапазон. Чим більше кількість, тим точніше буде отриманий результат, але складніше система. Також збільшується алгоритмічна складність, а значить час розрахування необхідних значень.

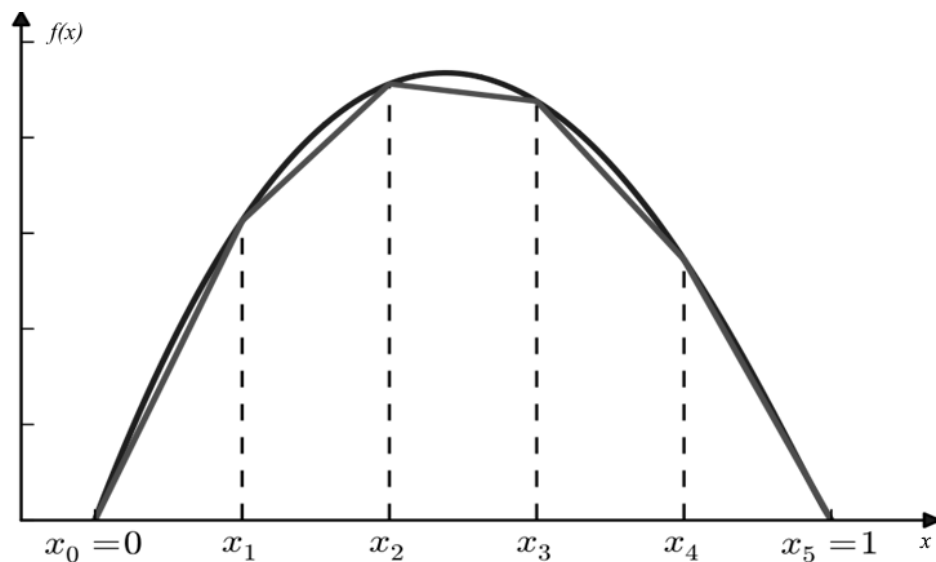


Рисунок 2.22 – Приклад кусково-лінійної функції

2.3.3 Метод нормалізації коефіцієнтів

Вище було описано, що вирази, які отримуються, мають свої коефіцієнти, за допомогою яких і визначається потрібні характеристики. Також, було сказано, що необхідно урахувати максимально слабкі обчислювальні характеристики систем, так як вони можуть стати компонентами мобільних чи стаціонарних систем. З приводу цього було сказано, що необхідно спрощувати отримані вирази. І так як, ці самі вирази можуть являти собою типові функції (лінійні, параметричні, квадратичні), то вони будуть складатись з коефіцієнтів, які можуть являти собою певні складні рівняння, чи дуже великі чи маленькі значення. Від цього необхідно відходити при досліджуванні математичних моделей.

Коефіцієнти повинні бути максимально простими, а саме бути рівними простим числам, бажано, щоб кількість значень після коми складало два знаки. Або щоб вони також були примітивними функціями, коефіцієнти яких вже прості числа.

Отримані коефіцієнти можна спростити, підставивши в рівняння найлегші значення для системи, що розробляється. Приклад зображено на рисунку 2.23.

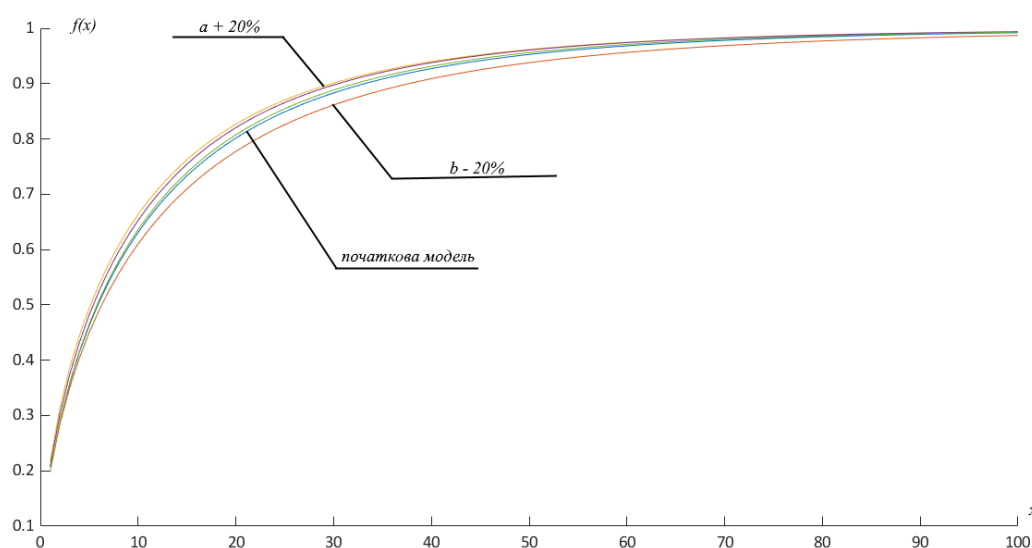


Рисунок 2.23 – Приклад спрощенні коефіцієнтів шляхом підбору коефіцієнтів у діапазоні.

Також, можна провести спрощення коефіцієнтів шляхом їх підбору на приблизному діапазоні. Взявши для коефіцієнта діапазон $\pm 20\%$ від його значення з певним шагом, з урахуванням похибки, що розраховується для кожного шагу, можна

знайти більш точніші значення коефіцієнтів для цієї моделі з меншою похибкою, порівняно з першим результатом. Серед отриманого набору коефіцієнтів, які підходять під необхідний критерій похибки, можна обрати найлегші для обчислювальної системи.

2.3.4 Метод оцінки апроксимації

Отримані результати апроксимованих виразів не можуть один в один відповідати модельним значенням, а значать у них є параметр похибки. Наприклад, розкладений ряд гіперболічного тангенсу в п'ять членів ряду, буде стовідсотково мати похибку. Помилка може сильно відобразитися на кінцевому результаті. Вона також може накопичуватись з більш менших абстракції, та дати результат, який не буде підходити для розроблювальної системи. Тому необхідно визначитись з максимальним значенням похибки апроксимації, при перевищенні цього результату, модель вважатись неробочою. Помилка апроксимації в межах 5 - 7% свідчить про хороший підбор моделі до вихідних даних. Допустима межа значень A - не більше 8-10%:

$$Error_{max} = 10\%$$

Існують велика кількість видів похибок, які взаємопов'язані між собою. Для визначення якості моделі будуть використовуватись наступні: абсолютна, відносна, середньоквадратичне відхилення.

Абсолютна помилка описується як різниця істинних значень від модельних значень:

$$err_{abs} = y_i - \hat{y}_i, \quad (2.21)$$

де y_i – значення моделі коефіцієнту;

\hat{y}_i – значення результату коефіцієнту;

i – індекс масиву коефіцієнтів на усьому діапазоні.

Форма відносної похибки розраховуються за допомогою абсолютної похибки:

$$err_{rel} = \left| \frac{err_{absolute_i}}{y_i} \right|, \quad (2.22)$$

Щоб мати перше загальне судження про якість моделі з відносних відхилень по кожному спостереженню, визначають середню помилку апроксимації як середню арифметичну просту:

$$A = \frac{100\%}{k} \sum_{i=1}^k err_{rel}, \quad (2.23)$$

де k – кількість елементів в масиві.

Похибки для окремих отриманих моделей дозволяють оцінити якість майбутніх комп'ютерних системи. Якщо на даному етапі модель є неякісною, то необхідно буде провести її перегляд. Це можливо саме за допомогою метода оцінки апроксимації.

2.4. Висновок дослідження

У висновку можна сказати, що існують певні залежності фазо-частотної характеристики від вхідних параметрів, які представлені у загальному вигляді. Тобто, дійсні для усіх типів цифрових фільтрів, та схожі між собою. Якщо, вони мають загальний вигляд, та існує абстракція, що дозволяє їх описати. За допомогою цього, у розробника з'являється можливість прискорити розробку цифрових фільтрів і систем у цілому.

Так як залежності мають певні тенденції, то виходить, що існують методи, завдяки яким можна описати абстракції. Тому були представлені методи для опису цих абстракції. Методів може існувати більше чим описано. Для збільшення

ефективності дослідження, їх необхідно поєднувати. Поєднання цих методів може бути розкритою у інших напрямках дослідження.

Якщо опис є абстрактним, то різниця між описами різних типів є різні аргументи до цих абстракцій. Можна сказати, що завдяки загальним описам, можна реалізувати чорний ящик, в який можна положити певні вхідні данні, та отримати на виході необхідні характеристики для фільтра. Завдяки описаним методам, є можливість реалізувати вирази для кожного з типів, запропонованих раніше.

Ймовірно, будуть отримані складні рівняння. Тоді, необхідно буде провести спрощення та оцінку цих рівнянь. Спрощення і оцінка також були запропоновані в методах дослідження.

3 МОДЕЛЮВАННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ МОДЕЛІ РЕДУКЦІЇ ФАЗО-ЧАСТОТНОЇ ХАРАКТЕРИСТИКИ НА ЧАСТОТАХ ЗРІЗУ

Щоб описати моделі для кожного з типових цифрових фільтрів другого порядку, необхідно дотримуватись запропонованих методів опису. Тоді, буде отримано вирази, за допомогою яких можна розрахувати значення фазо-частотної характеристики на частотах зрізу, в залежності від вхідних параметрів. Вхідним параметром в даному випадку є пульсація в полосах затримання або пропускання, в залежності від типу фільтра.

Не факт, що наступні моделі будуть точними. Тому, необхідно проводити їх оцінку. На основі оцінок будуть проводитись висновки отриманих моделей, так як вони можуть не відповідати реальним значенням характеристик.

Отримання усіх наступних моделей буде проводитись за однаковим алгоритмом, що складається з:

- вибір методу апроксимації реальних значень;
- проведення апроксимації в залежності від обраного типу;
- нормалізація коефіцієнтів отриманого рівняння, спрощення ;
- оцінка отриманої моделі шляхом розрахунку похибки;
- висновок на основі отриманої моделі.

Невідомо, як характеристики будуть відповідати при тестуванні моделей. На мою думку, процес оцінки не є тестуванням на реальних пристроях. Але можливості для використання реальних моделей на зараз не існує. Вона може з'явитись при наступних дослідженнях. Це є важливим питанням, так як загальний напрям досліджень повинен проводитись для використання їх в реальних умовах. В рамках даної теми, необхідно вивчати проблематику питання, для тої обчислювальної системи, для якої вона розробляється. Це також може стати окремим дослідженням, де необхідно дізнатись, чи можна використовувати отримані моделі для усіх можливих варіантів обчислювальних систем

3.1 Опис моделі редукції фазо-частотної характеристики смугових фільтрів другого порядку та фільтрів, що загороджують

3.1.1 Отримання аргументу гіперболічного тангенсу смугових та фільтрів, що загороджують другого порядку

Раніше було встановлено, що усі смугові та фільтри, що загороджують, можуть бути описані одним рівнянням, приклад в (2.11). Отже, в даному пункті буде представлено загальне рівняння для цих типів фільтрів. Його можна отримати, використовуючи методи, які були описані при дослідженні. Цим рівнянням з'явиться можливість описати значення фазо-частотної характеристики на частотах зрізу для цих типів фільтрів. Використовуючи значення з додатку А для смугових фільтрів та фільтрів, що загороджують, була представлена залежність значень від параметра пульсації. За допомогою формул (2.14 – 2.17) ми отримуємо аргумент функції гіперболічного тангенсу. Графік аргументу зображено на рисунку 3.1

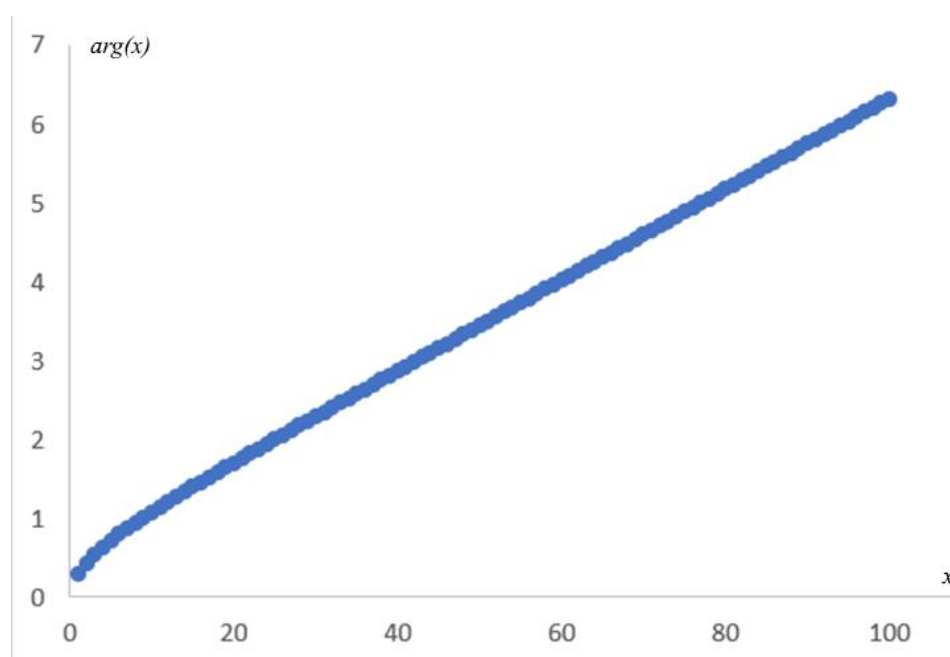


Рисунок 3.1 – Отриманий аргумент гіперболічного тангенсу загального рівняння смугових та фільтрів, що загороджують

Аргумент функції являє собою майже лінійну форму. Нелінійність присутня лише у початковому діапазоні графіку. Це може впливати на кінцевий результат.

3.1.2 Апроксимація аргументу гіперболічного тангенсу для смугових та фільтрів, які загороджують

Для того, що апроксимувати аргумент гіперболічного тангенсу, необхідно використовувати математичний метод найменших квадратів (МНК). Завдяки даному методу можна проводити оцінку параметрів лінійної регресії. Результат МНК представлено у лінійному рівнянні:

$$y = ax + b = 0.0586x + 0.5021, \quad (3.1)$$

Коефіцієнти аргументу гіперболічного тангенсу у вигляді лінійної функції:

$$a = 0.0586, b = 0.5021, \quad (3.2)$$

Графік лінійної функції зображено на рисунку 3.2.

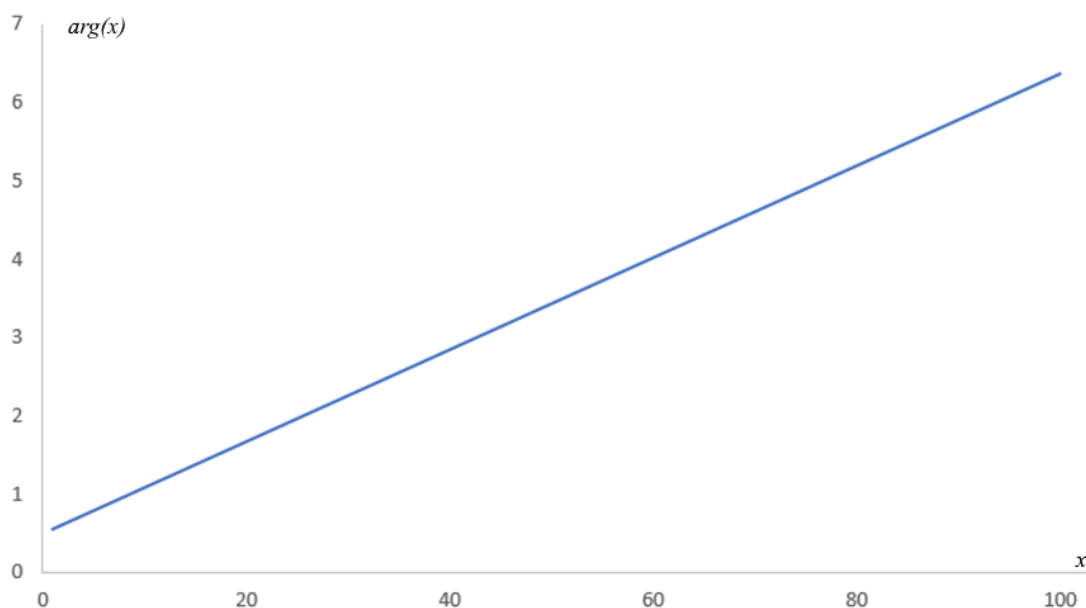


Рисунок 3.2 – Лінійна функція аргументу гіперболічного тангенсу, отримана за допомогою МНК

Отримані коефіцієнти можуть являти собою складними для обчислення на слабких системах, їх можна спростити до наступних значень:

$$a = \frac{1}{20}, b = \frac{1}{2}$$

3.1.3 Опис загального виразу ФЧХ на частотах для смугових та фільтрів, що загороджують, другого порядку

Використовуючи отримані можемо описати загальне рівняння для необхідних фільтрів за допомогою рівняння (2.11)

$$f(x) = \pi \tanh(ax + b) = \frac{\pi}{2} \tanh\left(\frac{1}{20}x + \frac{1}{2}\right), \quad (3.3)$$

Загальний вираз для смугових та фільтрів, що загороджують, можна зобразити на рисунку у порівнянні з реальними значеннями, буде представлено на рисунку 3.3.

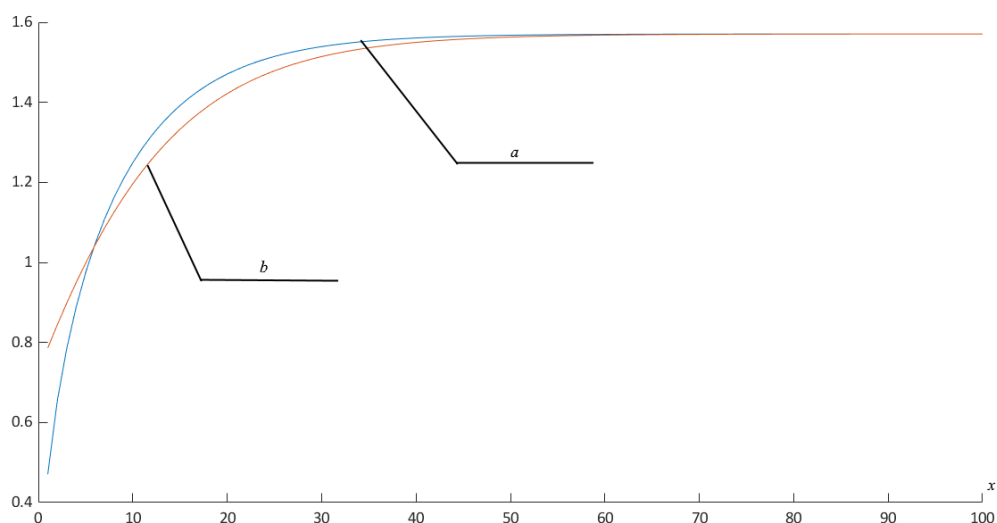


Рисунок 3.3 – Залежність ФЧХ на частотах зрізу від параметру пульсації: а) реальні значення; б) апроксимована функція

На зображенні 3.3 можна побачити, як впливає нелінійність отриманого аргументу лінійної функції на кінцевий результат. Так як фільтри в найчастіших випадках проектуються при малих значеннях пульсації, то отримана модель не задовольняє необхідні потреби. Цей висновок зроблено на основі рисунку 3.3.

3.1.4 Нормалізація коефіцієнтів загального виразу смугових та фільтрів, що загороджують другого порядку

Тоді, необхідно провести нормалізацію коефіцієнтів отриманого лінійного рівняння. Так як ми знаємо їх значення. Можемо встановити певний діапазон, і провести алгоритми нормалізації. Алгоритм нормалізації представлено у додатку Б. Отримані коефіцієнти мають наступний вигляд:

$$a = \frac{1}{10}, b = \frac{1}{5}$$

Тоді, смугові та фільтри, що загороджують можна буде описати наступним рівнянням:

$$f(x) = \pi \tanh(ax + b) = \frac{\pi}{2} \tanh\left(\frac{1}{10}x + \frac{1}{5}\right), \quad (3.4)$$

Порівняємо отримане рівняння (3.4) за реальними значеннями на графіку 3.4

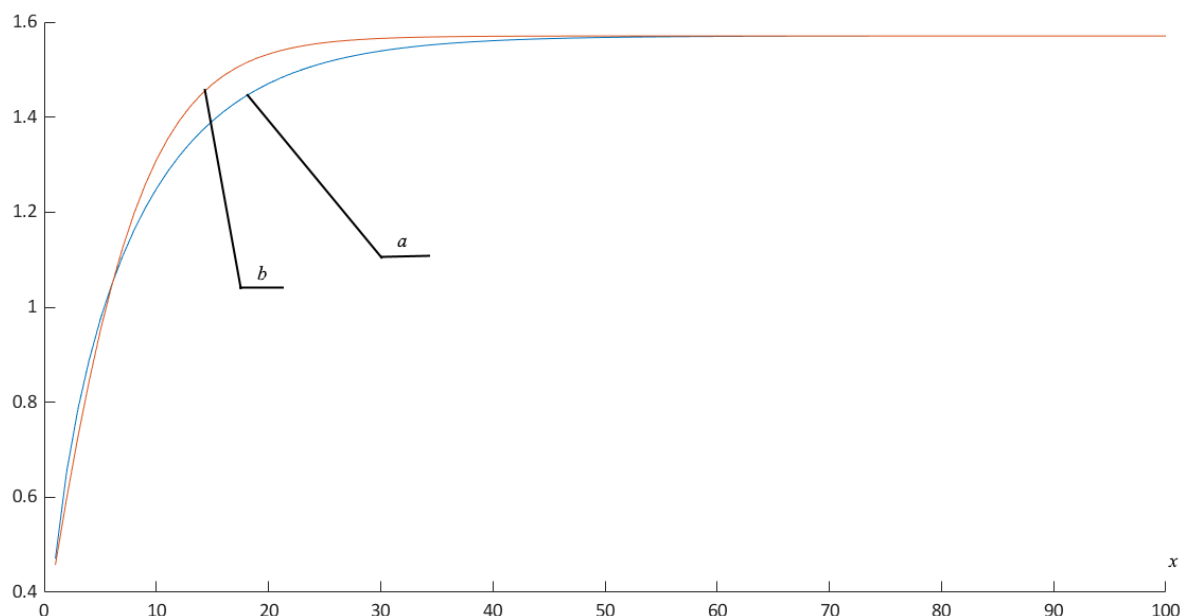


Рисунок 3.4 – Значення ФЧХ на частотах зрізу смугових та фільтрів, що загороджують: а) реальні значення; б) апроксимовані після нормалізації коефіцієнтів

У порівнянні з зображенням 3.3 отриманий результат має більш точніші значення ФЧХ при малих значеннях пульсації, Якщо, обирати між двома виразами, то більше ефективнішим буде обрати другий варіант. Але невідомо, як нормалізовані коефіцієнти впливатимуть на слабких обчислювальних системах.

3.1.5 Оцінка отриманого загального виразу

Щоб мати загальне судження про якість моделі з відносних відхилень по кожному спостереженню, необхідно оцінити модель 3.4 за допомогою розрахунку похибки апроксимації. Використовуючи формули (2.21 – 2.23) є можливість отримати середню помилку апроксимації на основі відносної похибки. Середня помилка на загальному діапазоні має наступний вигляд:

$$A = 1.34\%$$

Середня помилка на половинному діапазоні становить:

$$A = 2.65\%$$

Середня помилка на діапазоні від 1 до 25 становитиме:

$$A = 4.35\%$$

Середня помилка на діапазоні від 1 до 10 становитиме:

$$A = 4.01\%$$

3.1.6. Висновки на основі отриманих оцінок

Отже, отримані оцінки для різних вхідних діапазонів підтверджують якість моделі 3.4. Можна сказати, що вираз дає змогу отримати найближчі значення фазо-частотної характеристики з урахуванням того, що це повинно обчислюватись на слабких процесорах. Таким чином, значення залежності фазо-частотної характеристики для цифрових смугових або фільтрів, що загороджують, другого порядку від параметру пульсації можна описати за допомогою наступного виразу незалежно від типового фільтру або знаходження лівої чи правої частоти:

$$\varphi(p) = \pm \frac{\pi}{2} \tanh\left(\frac{1}{10}p + \frac{1}{5}\right)$$

де p – параметр пульсації

3.2. Опис моделі редукції фазо-частотної характеристики на частотах зрізу для цифрових фільтрів Чебишова першого роду другого порядку для ФНЧ та ФВЧ

3.2.1 Отримання аргументу гіперболічного тангенсу цифрового фільтра Чебишова першого роду другого порядку

Значення фазо-частотної характеристики прямого фільтра Чебишова вказано в додатку А. Треба зазначити, що асимптота прямує до значення $\pm\pi$ в залежності від типу фільтра по знаходженню полоси пропускання. Вона була представлена на рисунках 2.3 – 2.4. Для знаходження аргументу, також, необхідно використовувати такий ж самий алгоритм, що і для смугового та фільтра, що загороджує, який був описаний у формулах (2.14 – 2.17). Для спрощення моделі є можливість встановити після певного діапазону значення на частоті зрізу рівному $\pm\pi$. Починаючи з вхідного параметра більш ніж 60, значення фазо-частотної характеристики на частоті зрізу максимально приблизно дорівнює цьому значенню. Тому можемо зазначити, що

$$\varphi(p) = \pm\pi, p \in [60: 100]$$

Аргумент функції гіперболічного тангенсу матиме наступний вигляд, представлений на рисунку 3.5.

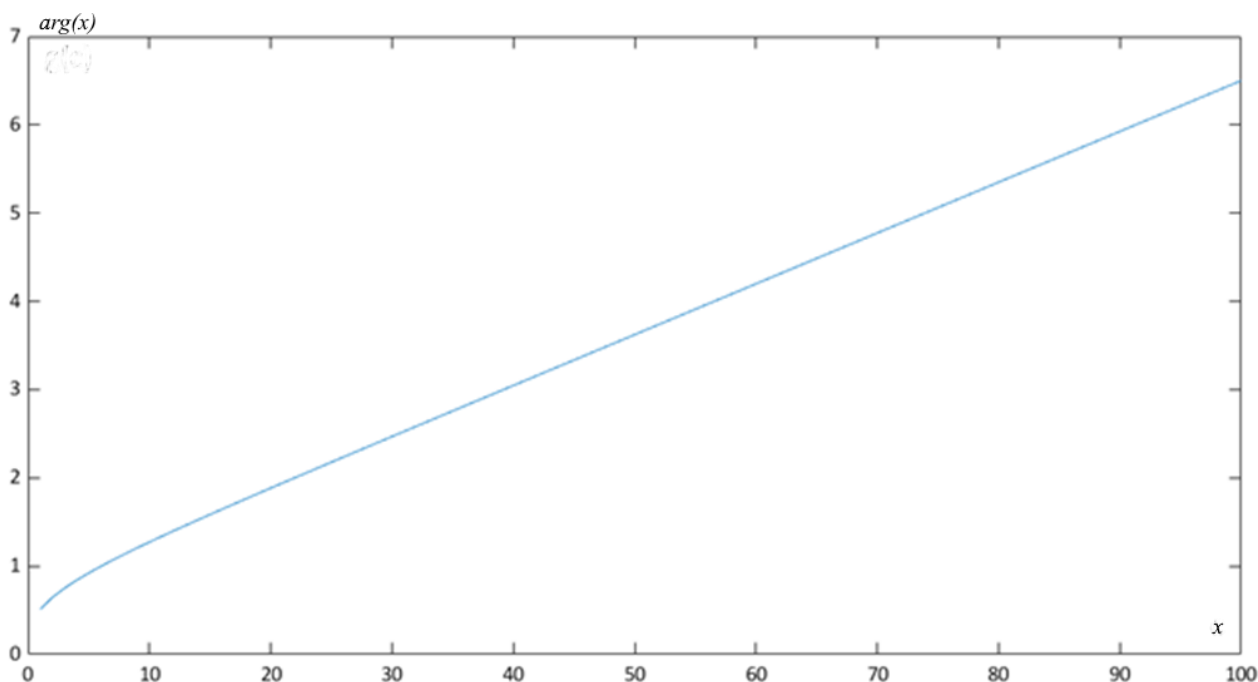


Рисунок 3.5 – Аргумент гіперболічного тангенсу для фільтра Чебишова ФНЧ або ФВЧ

По отриманому графіку можна сказати, що при збільшенні параметра x , він стає більш лінійним, це спрощує апроксимацію, але лінійність на початку відсутня. У результаті ми не зможемо знехтувати цією нелінійністю за прикладом смугових чи режекторних фільтрів.

3.2.2 Апроксимація вхідного параметру функції гіперболічного тангенсу цифрового фільтра Чебишова для ФНЧ та ФВЧ

Використовуючи метод найменших квадратів є можливість отримати залежність вихідних аргументів від вхідних, за допомогою якої можна описати загальний вираз для даного типу фільтра. Результат буде мати форму лінійного рівняння, що спрощує навантаження на його реалізацію, матиме наступний вигляд:

$$\arg(x) = 0,0584x + 0,6873, \quad (3.5)$$

Коефіцієнти для отриманого рівняння:

$$a = 0,0584, b = 0,6873$$

3.2.3 Нормалізація коефіцієнтів апроксимації прямого фільтра Чебишова для ФНЧ та ФВЧ

У зв'язку з тим, що був отриманий аргумент з нелінійністю на початку вхідного діапазону, можна відразу провести нормалізацію коефіцієнтів. Це буде виконано за допомогою представленого алгоритму нормалізації коефіцієнтів у додатку А. Нормалізовані коефіцієнти будуть мати наступний вигляд:

$$a = 0,1, b = 0,4$$

3.2.4. Опис загального виразу для фільтра Чебишова першого роду для ФНЧ та ФВЧ

Тоді, на основі отриманих аргументів гіперболічного тангенсу, можна описати загальний виріз для прямого фільтра Чебишова ФНЧ або ФВЧ:

$$f(x) = \pm \pi \tanh\left(\frac{1}{10}x + \frac{2}{5}\right), \quad (3.6)$$

Треба зазначити, що отриманий вираз гіперболічного тангенсу можна розкласти у ряд за допомогою рівняння (2.18), з використанням того, що це рівняння також можна розкласти як відношення гіперболічного синусу до гіперболічного косинусу, які описані у формулах (2.19-2.20).

Порівняємо отримане рівняння з реальними значеннями, та зобразимо на рисунку 3.6. Отриманий вираз на вигляд може мати певну похибку на діапазоні від 10 до 40, тому необхідно оцінити отриману модель за допомогою розрахунку похибки.

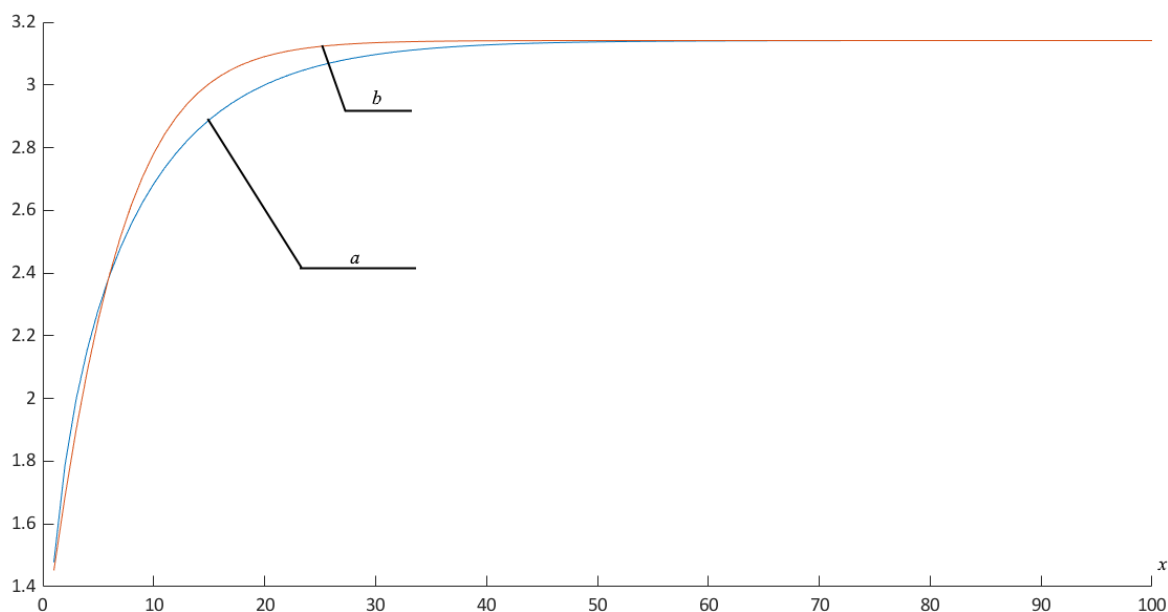


Рисунок 3.6 – Значення фазо-частотної характеристики на частотах зрізу фільтра Чебишова першого роду: а) реальні значення; б) апроксимовані

3.2.5. Оцінка отриманого загального виразу прямого фільтра Чебишова для ФНЧ та ФВЧ

Оцінка моделі буде проводитись за допомогою формул (2.21 – 2.24), з урахуванням того, що буде проводитись розрахунок для різних вхідних діапазонів. Від 1 до 60 вхідного діапазону середня відносна похибки:

$$A = 2.29\%$$

Для діапазону від 1 до 45, похибка буде мати наступний вигляд:

$$A = 2.07\%$$

Для діапазону від 1 до 30, середня відносна похибка виглядає як:

$$A = 2.81\%$$

При діапазоні від 1 до 15, похибка буде виглядати наступним чином:

$$A = 3.18\%$$

3.2.6. Висновки на основі отриманих оцінок

Отримані оцінки відносної похибки дозволяють сказати, що модель є вдалою, вираз був отриманий не з першого разу, а послідовно, при попередніх випадках значення похибок було більшим ніж зараз. Треба зазначити, що модель розраховувалась з урахуванням того, що завжди існує вірогідність, що вираз може розраховуватись на слабких обчислювальних мобільних системах. Завдяки цьому, коефіцієнти були спрощенні до максимально легких значень.

Тому, залежність значень фазо-частотної характеристики на частотах зрізу від параметру пульсації для цифрових фільтрів Чебишова першого роду нижніх та верхніх частот можна описати наступним рівнянням та реалізувати його:

$$\varphi(rp) = \pm\pi \tanh\left(\frac{1}{10}rp + \frac{2}{5}\right)$$

Треба згадати, що для фільтрів нижніх частот значення буде мати результати нижче нуля, а для фільтрів високих частот буде мати позитивні значення у результатах обчислення.

3.3. Опис моделі редукції фазо-частотної характеристики на частотах зрізу для цифрових фільтрів Чебишова другого роду другого порядку для ФНЧ та ФВЧ

3.3.1 Отримання аргументу гіперболічного тангенсу цифрового фільтра Чебишова другого роду другого порядку

Значення фазо-частотної характеристики на частотах зрізу для інверсного фільтра відрізняються від значень прямого, при тому, що вони дуже схожі між собою. Значення для інверсного фільтра представлені в додатку А. Використовуючи

асимптоту, за допомогою формул (2.14 – 2.17) отримаємо аргумент гіперболічного тангенсу для даного типу фільтра, який буде зображено на рисунку 3.7

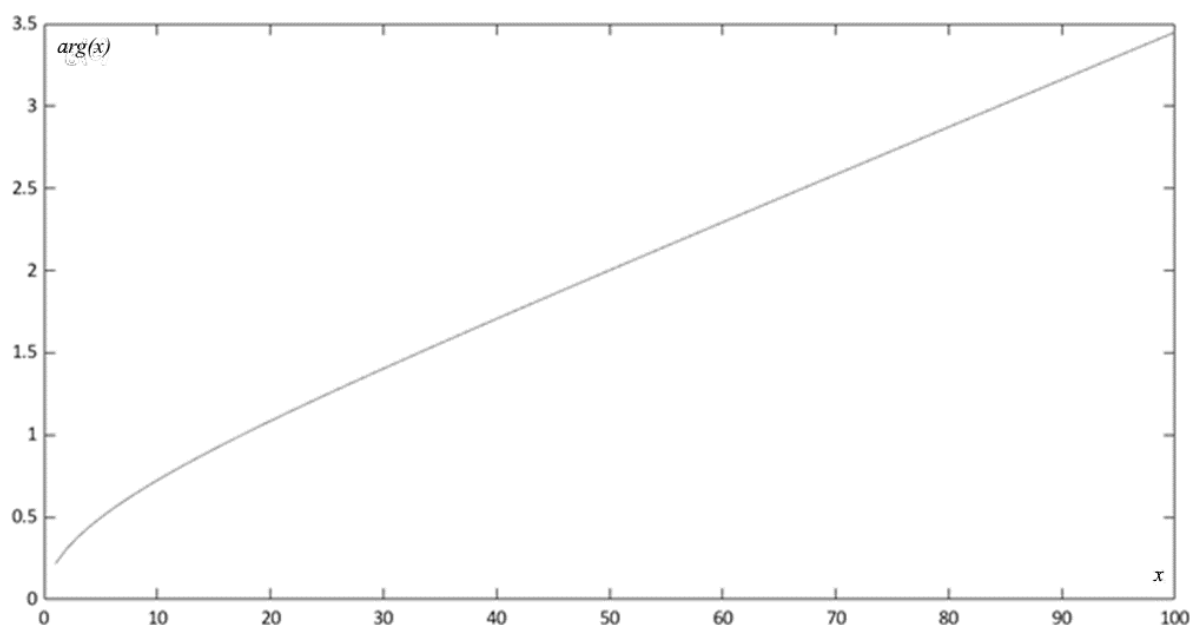


Рисунок 3.7 – Аргумент гіперболічної функції, яка описує вигляд ФЧХ для інверсного фільтра Чебишова

При аналізі отриманого графіку, можна сказати, що він також, як і фільтр першого роду, приймає лінійність зі збільшенням вхідного параметру. Але на початкових значеннях лінійність відсутня, і так як при збільшенні параметру пульсації, фазо-частотна характеристика на частотах зрізу прямує до значення π , то апроксимація на більших значеннях не має великого сенсу, бо все одно буде отримане значення, близьке до π . Також важливим необхідно зазначити, що в більшості випадків інверсні фільтри проектуються в діапазоні від 1 до 60 дБ. Тому, лінійна апроксимація аргументу може дати велику похибку моделі.

3.3.2 Апроксимація вхідного параметру функції гіперболічного тангенсу інверсного цифрового фільтра Чебишова для ФНЧ та ФВЧ

Як і випадку з іншими типами фільтрів, апроксимацію аргументу можна провести за допомогою методу найменших квадратів. Незважаючи на потенційну похибку, для даного типу також буде представлено лінійна апроксимація аргументу

для максимально простої реалізації. Аргумент можна описати наступним лінійним рівнянням:

$$\arg(x) = 0.0306x + 0.4408$$

Коефіцієнти якого можна виділити:

$$a = 0.0306, b = 0.4408$$

3.3.3. Нормалізація коефіцієнтів апроксимації інверсного фільтра Чебишова для ФНЧ та ФВЧ

У зв'язку з потенційною великою похибкою для майбутнього виразу, можна відразу провести нормалізацію коефіцієнтів. Як і випадку з іншими типами, нормалізація буде виконуватись за допомогою алгоритму, який приведений у додатку Б. Після нормалізації коефіцієнти будуть мати наступний вигляд:

$$a = \frac{1}{20}, b = \frac{1}{5}$$

Необхідно встановити, що значення підібрані для максимальної простоти реалізації. Для більш точнішої моделі можна використовувати більш складні.

3.3.4. Опис загального виразу для фільтра Чебишова другого роду для ФНЧ та ФВЧ

Виходячи з отриманих результатів загальний вираз для інверсного фільтра можна описати як:

$$f(x) = \pm\pi \tanh\left(\frac{1}{20}x + \frac{1}{5}\right), \quad (3.7)$$

Порівняємо отриманий вираз з реальними значеннями ФЧХ на рисунку 3.8. У порівнянні, можна виділити, що похибка у даної апроксимації повинна бути більшою

ніж у прямого фільтра Чебишова. Цей висновок зроблено на основі вигляду отриманої апроксимації. Порівняння знаходиться на рисунку 3.8.

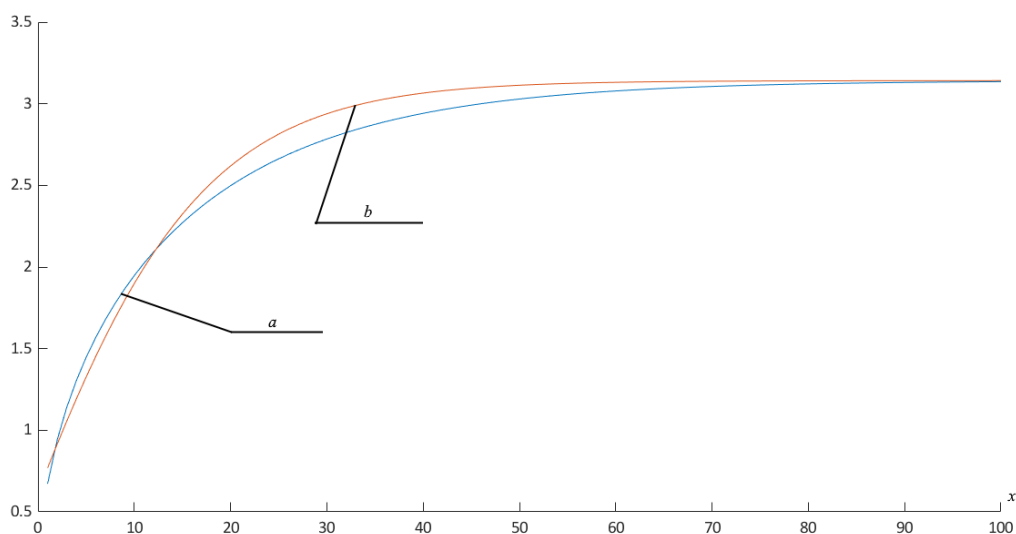


Рисунок 3.8 – Значення фазо-частотної характеристики на частотах зрізу інверсного фільтра Чебишова: а) реальні значення, б) апроксимовані

3.3.5. Оцінка загального опису інверсного фільтра Чебишова ФНЧ та ФВЧ

Оцінка буде проводитись за допомогою формул (2.21 – 2.24) на різних інтервалах для відносної похибки. У зв'язку з тим, що потенційно похибка в даному випадку може бути більшою ніж у інших типів, необхідно збільшити кількість інтервалів, на яких буде виконуватись розрахунки помилок. Для загального діапазону середня відносна похибка становить:

$$A = 2.81\%$$

Для половини діапазону відносна помилка апроксимації становитиме:

$$A = 4.62\%$$

Від 1 до 30 вхідного діапазону відносна помилка становить:

$$A = 4.94\%$$

Діапазон від 1 до 20 дає значення відносної помилки:

$$A = 4.64\%$$

Діапазон від 1 до 10 пропонує наступне значення:

$$A = 6.66\%$$

На маленьких значеннях діапазону отримується похибка, яка перевищує значення 5%, що дає змогу підставити під сумнів якість отриманої моделі. Так як раніше була встановлена границя отриманої похибки, а результат підходить під дану границю, можна сказати, що модель є якісною, але менш ніж у порівнянні з іншими.

3.3.6 Висновки для моделі інверсного фільтра Чебишова

Була отримана більш менш задовільна модель, яка підходить від встановлені раніше рамки. Можна сказати, що для даного типу фільтра може підійти інший шлях апроксимації аргументу, наприклад, параметричною функцією, але такий результат може збільшити потреби до розробляємо обчислювальної системи. У даному випадку була отримана модель, яка пропонує максимально легкі коефіцієнти для її обчислення. Тому, залежність значень фазо-частотної характеристики на частоті зрізу від параметра пульсації в полосі затримання цифрового фільтра Чебишова другого роду нижніх або верхніх частот можна описати наступним рівнянням:

$$\varphi(rs) = \pm\pi \tanh\left(\frac{1}{20}rs + \frac{1}{5}\right)$$

3.4. Опис моделі редукції фазо-частотної характеристики на частотах зрізу для цифрових еліптичних фільтрів другого порядку для ФНЧ та ФВЧ

3.4.1. Опис реалізації для еліптичного фільтра другого порядку

Раніше було встановлено, що значення фази на частоті зрізу залежить від обох параметрів пульсацій у полосі пропускання та у полосі затримання. Був запропонований трикутний графік у трьох вимірах. У зв'язку з цим, необхідно провести апроксимацію для двох вхідних параметрів, та описати графік у трьох вимірах. Апроксимувати залежність від більше чим один параметр є складною задачею, тому необхідно спрощувати кількість до одного.

Отже. Буде запропоновано реалізувати апроксимацію тривимірного графіку наступним чином:

- один з параметрів буде встановлено в набір констант;
- на кожному з елементів набору буде проведено апроксимацію аргументу гіперболічного тангенсу;
- реалізація алгоритму нормалізації коефіцієнтів для кожної з апроксимації;
- приведення усіх рівнянь до загального вигляду;
- апроксимація отриманих коефіцієнтів з загального вигляду.

Для реалізації апроксимації значень ФЧХ еліптичного фільтра від двох параметрів константою буде встановлено значення пульсації в полосі затримання. Це пов'язано з тим, що таким чином отримані асимптоти будуть прямувати до значення $\pm\pi$, що дає змогу використати такі ж самі алгоритми, що і для фільтрів Чебишова. Якщо значення константи встановити як пульсація у полосі пропускання, то наступні асимптоти будуть прямувати до значення прямого фільтра Чебишова. Дану особливість було зазначено також у смугових та фільтрів, що загороджують.

Отже значення пульсації в полосі затримання буде складатись з наступного набору:

$$rs \in \{60, 50, 40, 30, 20, 15, 10, 7, 5\}$$

Треба зазначити, що для кожного значення константи виконується правило, що пульсація в полосі пропускання буде меншим ніж пульсація в полосі затримання, яке зазначено у формулі (2.13).

3.4.2 Опис аргументів еліптичного фільтра другого порядку

Для кожного з визначених значень r необхідно визначити аргумент функції, за допомогою методу найменших квадратів провести апроксимацію аргументу, з урахуванням того, що він повинен мати загальний для усіх рівнянь вигляд. Після чого, для кожного з отриманих рівнянь, провести нормалізацію коефіцієнтів.

У зв'язку з тим, що графіки 2.15 – 2.16 на вигляд не мають лінійну складову, то опис через лінійні аргументи приведе до великої похибки на виході. Тому аргументи будуть описуватись квадратичними рівняннями, за допомогою яких можливо буде отримуватись гнучкість площини.

Тоді, вираз для еліптичного фільтра повинен мати наступний вигляд:

$$f(x, y) = \pm\pi \tanh(ax^2 + bx + c), \quad (3.8)$$

де a, b, c – коефіцієнти квадратичного рівняння, які повинні бути реалізовані як функція від y

Алгоритм нормалізації коефіцієнтів приведено у додатку Б. Таким чином, після проведення апроксимації та нормалізації, будуть отримані рівняння для кожного з значень r , для значення 60 матиме наступний вигляд:[22]

$$y = -0.0001x^2 + 0.9193x + 0.4398$$

Для r рівної 50 дБ буде описано як:

$$y = -0.0003x^2 + 0.0968x + 0.4277$$

Для 40:

$$y = -0.0004x^2 + 0.0981x + 0.4235$$

Для 30 матиме наступний вигляд

$$y = -0.0007x^2 + 0.09677x + 0.4252$$

Для 20 можливо описати як:

$$y = -0.00014x^2 + 0.1x + 0.4048$$

Для 15 опис буде мати наступний вигляд:

$$y = -0.0022x^2 + 0.1034x + 0.3807$$

Опис для r рівної 10:

$$y = -0.0039x^2 + 0.1134x + 0.3439$$

Для 7 значень:

$$y = -0.0063x^2 + 0.1236x + 0.3050$$

Для r рівним 5 буде описуватись як:

$$y = -0.0097x^2 + 0.1343x + 0.2709$$

3.4.3 Опис коефіцієнтів аргументів еліптичного фільтра другого порядку

З отриманих результатів на кожному значенні пульсації в полосі затримання є можливість винести кожний к коефіцієнтів квадратичного рівняння та представити як функцію, що залежить від значення пульсації. Для кожного з коефіцієнтів також можна провести нормалізацію вже їхніх коефіцієнтів, там отримати біль легкі значення. Функція залежності для коефіцієнта a від параметру пульсацій в полосі затримання після нормалізації буде мати наступний вигляд, Графік представлено на рисунку 3.9.

$$a(y) = -0.1y^{-\frac{3}{2}}, \quad (3.9)$$

Для коефіцієнта b залежність виглядатиме, графік зображено на рисунку 3.10:

$$b(y) = 0.19y^{-0.2}, \quad (3.10)$$

Для коефіцієнта c матиме вигляд, із зображенням графіку на рисунку 3.11:

$$c(y) = 0.2y^{0.2}, \quad (3.11)$$

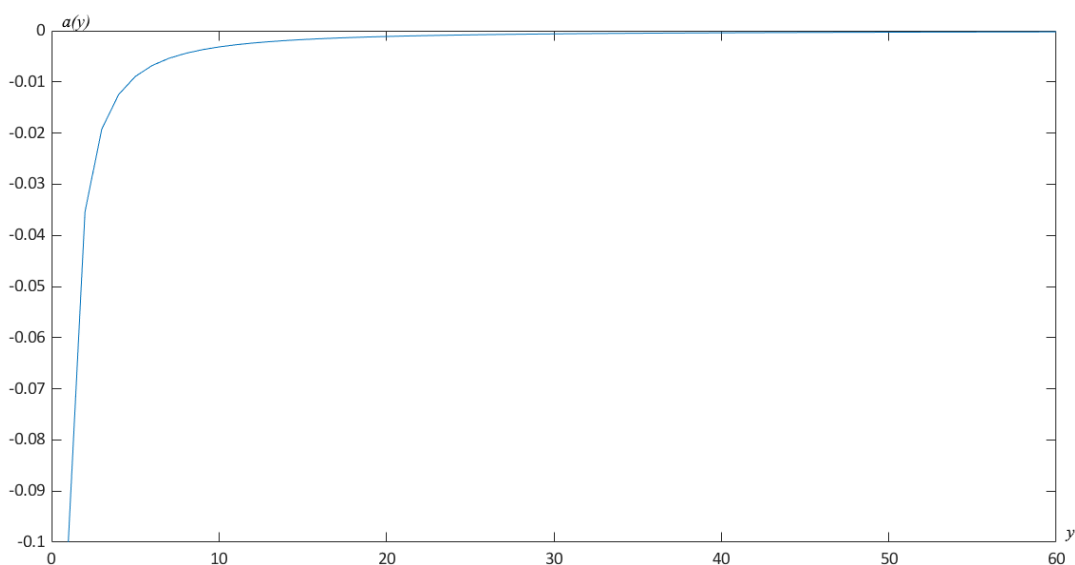


Рисунок 3.9 – Графік залежності коефіцієнта a від значення пульсації в полосі затримання

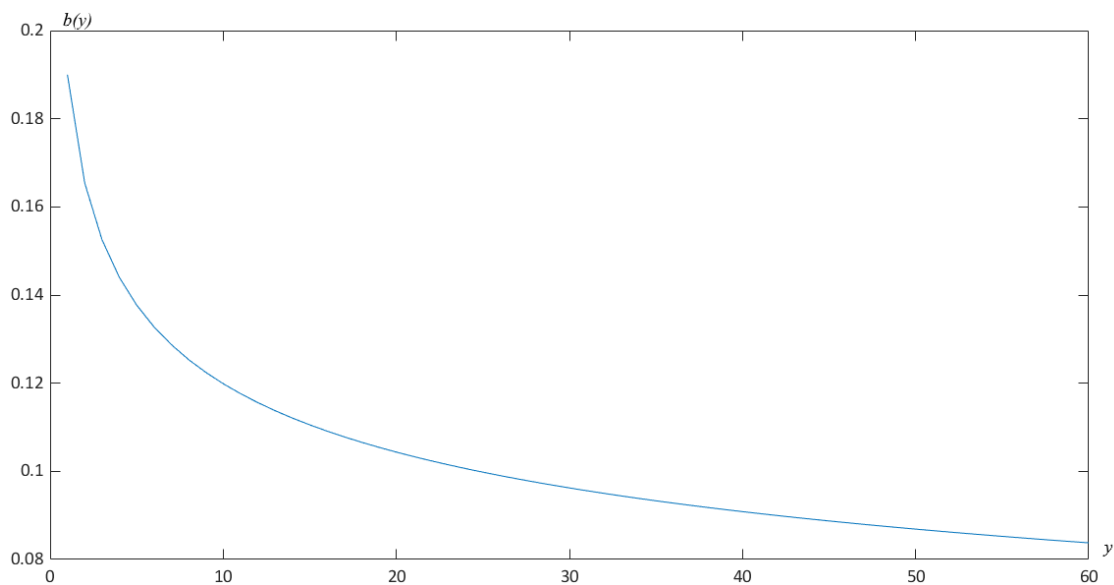


Рисунок 3.10 – Графік залежності коефіцієнта b від пульсації в полосі затримання

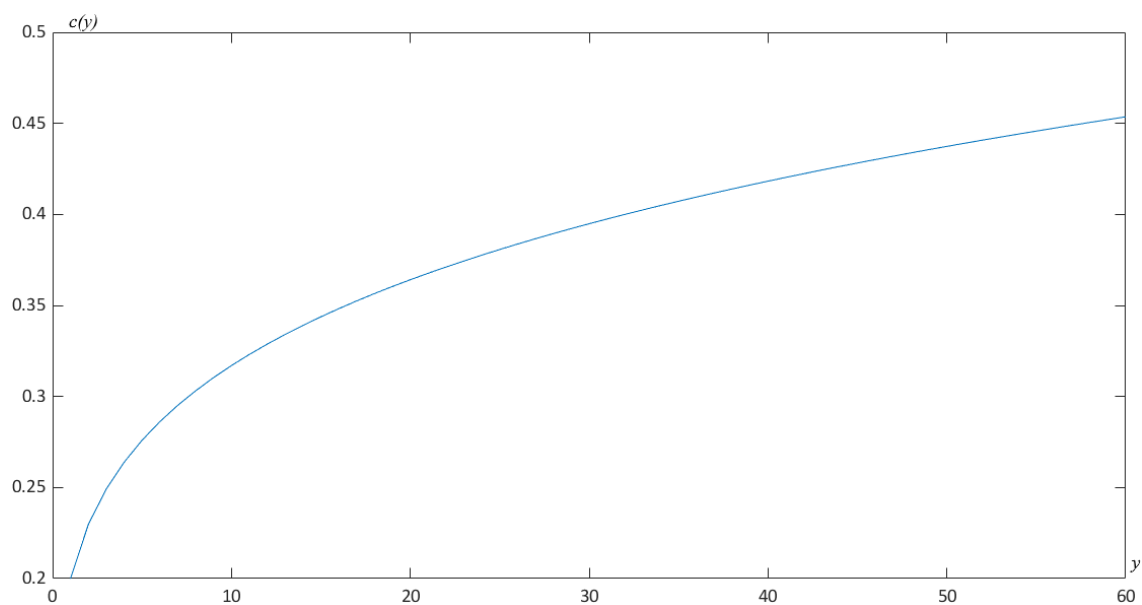


Рисунок 3.11 – Графік залежності коефіцієнта c від пульсації в полосі затримання

Коефіцієнти такого виду не можливо описати лінійними рівняннями без мізерної похибки. Такі дані є можливість описати тільки параметричними рівняннями, що ускладнює реалізацію.

3.4.4. опис загального рівняння для еліптичного фільтра другого порядку

Використовуючи отримані коефіцієнти загального рівняння (3.9 – 3.11), та абстрактну форму загального виразу (3.8), є можливість отримати загальне рівняння, та порівняти його з реальними значеннями:

$$f(x, y) = \pm \pi \tanh\left(-0.1y^{-\frac{3}{2}}x^2 + 0.19y^{-0.2}x + 0.2y^{0.2}\right)$$

Навіть використовуючи нормалізацію коефіцієнтів, та максимально спрощуючи моделі коефіцієнтів, отримати максимально простої та максимально легкої моделі не вдалося. У даному випадку було зроблено ухил в сторону більш точнішої моделі ніж простішої.

Отриманий вираз представлено на рисунку 3.12 у порівнянні з ідеальними.

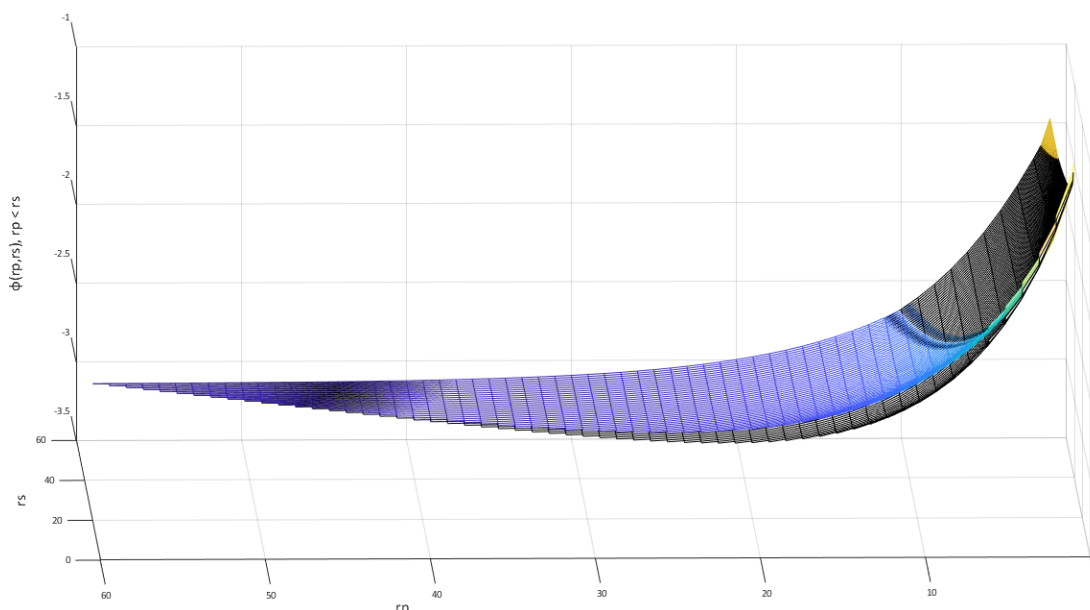


Рисунок 3.12 – Значення ФЧХ на частотах зрізу еліптичного фільтра другого порядку: а) – реальні значення; б) апроксимовані

3.4.5 Оцінка моделі еліптичного фільтра другого порядку для ФНЧ та ФВЧ

Отриманий графік є тривимірним, що свідчить про те, що оцінити його якість є складною задачею. Але, з урахуванням того, що при апроксимації рівнянь при константних значеннях, коли є можливість розрахувати похибки для кожного

значення, можна робити висновки про якість моделі. Якщо жодна з отриманих моделей не перевищує порогового значення, то можна вважати кінцеву модуль вдалою.

Також на якість моделі буде впливати моделі коефіцієнтів, що необхідно отримувати також для розрахунку. Отримані коефіцієнти мають в певних місцях велику похибку, що небажано відобразиться на кінцевій моделі.

Буде представлено графік, по якому можна оцінити добротність моделі, який зображено на рисунку 3.13. на даному рисунку видно, що не одна похибка отриманої моделі не перевищує порогово значення. Тільки при маленьких значеннях параметра пульсації в полосі пропускання існують похибку більш ніж 5%.

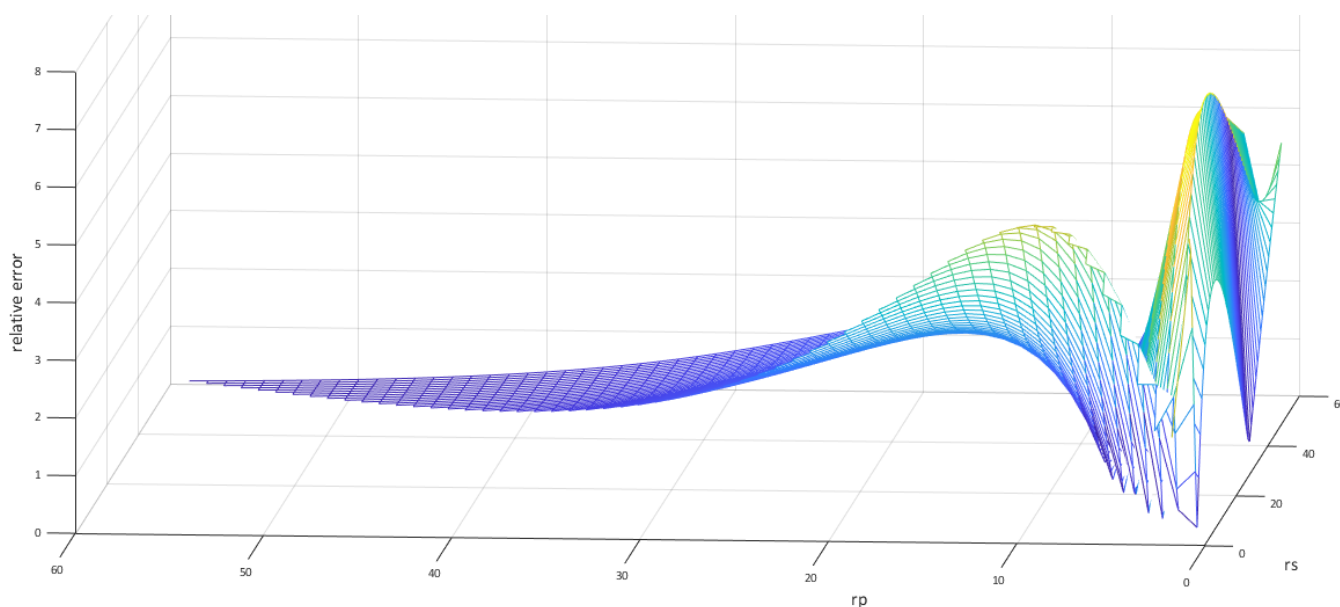


Рисунок 3.13 –Відносні похибки для кожної різності моделі від реальних значень для еліптичного фільтра

3.4.6 Висновки на основі моделі еліптичного фільтра

У результаті була отримана модель з ухилом точність, ніж у простоту реалізації. Вона підтверджує якість апроксимації, має гарну добротність. Можливо необхідно переглянути цю реалізацію, дослідити інші шляхи. Багато знайти таку, реалізацію, де існують легкі коефіцієнти загального виразу. Це би спростило

реалізацію даної моделі на реальних пристроях. Все ж невідомо як на реальних пристроях буде вести себе отриманий вираз

Залежність значення фазо-частотної характеристики на частотах зрізу від параметрів пульсацій в полосі пропускання та полосі затримання цифрового еліптичного фільтра другого порядку нижніх частот та високих частот є можливість описати наступним рівнянням:

$$\varphi(rp, rs) = \pm\pi[\tanh(-0.1rs^{-\frac{3}{2}}rp^2 + 0.19rs^{-0.2}rp + 0.2rs^{0.2})]$$

3.5 Висновки моделювання

В пункті моделювання були запропоновані моделі для кожної з спрощеної абстракції фільтра, за допомогою яких були описані значення фазо-частотної характеристики на частотах зрізу в залежності від параметрів пульсації при дослідженні. Кожна з моделей, являє собою загальну форму гіперболічного тангенсу, різниця між якими полягає в тому, що для певного типу фільтра існує своя версія аргументу.

Треба зауважити, що це велика вдача, що смугові та фільтри, що загороджують, описуються одним загальним рівнянням. Інші типи, мають кожен свою реалізацію, при тому, що вони також представлені у зручному форматі.

Запропоновані аргументи, при реалізації, були максимально спрощені. Це необхідно для того, щоб отримані моделі можна було використовувати в системах з слабкими обчислювальними характеристиками. Були обрані максимально легкі коефіцієнти. Можливо, виключенням вважається еліптичний фільтр, модель якого реалізована в ухил точності ніж простоти. На мою думку, при реалізації максимально простої моделі, вона була би не якісною для використання.

Тому, усі отримані моделі мають гарну добротність апроксимації. Їх можна запропонувати використовувати для розрахунків реальних модулів цифрових фільтрів другого порядку.

ВИСНОВКИ

Дослідження редукції значень фазо-частотної характеристики на частотах зрізу цифрових фільтрів другого порядку показало, що його можливо виконати за допомогою математичних методів, в яких входять регресійний аналіз, логічні прийоми перетворення певних даних к більш зручному вигляду. Також показало, що існують інші путі спрощення сутностей, відкрило наступні шляхи дослідження в більш глобальній темі проектування цифрових фільтрів.

Включає в себе аналіз проблематики проектування, а саме навіщо виконувати досліди в цьому напрямі. Шляхом опису фільтра як певної абстракції – чорного ящика, було зображено які необхідні дискретні входні набори даних можуть реалізувати необхідні характеристики цифрового фільтра. Яку в цьому відіграє роль фазо-частотна характеристика. Описано, як за допомогою значень фази на частотах зрізу можливо реалізувати фільтр другого порядку, що відкрило можливість досліджувати ці реалізації, на основі яких можна будувати пристрої, які можна було би назвати системами, які перебудовуються.

Дослідження використовує дані з інших напрямів, що складають глобальну тематику цифрових рекурсивних фільтрів. Описує, які існують залежності фазо-частотної характеристики в кожному з типів фільтрів по розташуванню та вигляду фазових характеристик. Показує, які можливі спрощення можна провести для кожного з типів, на основі яких можна зробити певні висновки, та вивести загальні відомості. Це дає змогу виділити абстракції на основі типів, якими можливо описати декілька типів відразу.

Пропонує методи, завдяки яким можна провести апроксимацію та спрощення отриманих результатів, оцінити отримані моделі. В них входять математичні описи типових функції, на основі яких і були виконані моделі. Методи спрощення дозволяють привести моделі до вигляду, що задовольняють потреби систем, на яких вони можуть бути виконаними. Такі системи можуть потребувати найлегші для

реалізації абстракції, у зв'язку з тим, що необхідно виконати максимально швидко, або обчислювальні характеристики таких систем можуть бути мінімальними.

Запропоновані моделі для кожної з абстракції, описаної раніше, використовуючи методи дослідження. На основі отриманих моделей зроблені висновки, що вони задовільняють встановлені раніше потреби до них. Але можуть не підходити до певних систем. Тому, можна сказати, що необхідно проводити інші дослідження, які б дозволили зробити висновки щодо отриманих рівнянь як на слабких системах, так і на звичайних.

Дослідження дозволяє заявити про те, що на зараз існує можливість, за допомогою отриманих результатів, проектувати цифрові фільтри другого порядку новим шляхом. На основі цього, з'являється можливість з'єднувати результати даної роботи з іншими напрямками, такими як: дослідження каскадів, дослідження системи, що перебудовуються та інші.

В першу чергу, дослідження дозволяє побудувати певний модуль, завдяки якому можливо отримати значення фазо-частотної характеристики на частотах зрізу, в залежності від вхідних параметрів пульсації, частоти зрізу. Його можна використовувати в інших напрямках дослідження.

По-друге, з'являється можливість побудувати модуль, який за допомогою модуля обчислення ФЧХ на частотах зрізу дає змогу проектувати цифровий фільтр другого порядку, а саме отримувати необхідні фазові характеристики.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. The Industry 4.0 Standards Landscape from a Semantic Integration Perspective Conference Paper (PDF Available) · September 2017 with 4,699 Reads DOI: 10.1109/ETFA.2017.8247584 Conference: Conference: 2017 IEEE 22nd International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA), At Limassol, Cyprus, available: https://www.researchgate.net/publication/318208930_The_Industry_40_Standards_Landscape_from_a_Semantic_Integration_Perspective
2. Industry 4.0: an overview. Conference Paper (PDF Available) · July 2018 with 7,147 Reads, available at: https://www.researchgate.net/publication/326352993_Industry_40_an_overview
3. Industry 4.0, available: <https://www.cognex.com/ru-ru/what-is/industry-4-0-machine-vision/development>.
4. Semenov, S., Voloshyn, D., Ahmed, A.N. Mathematical model of the implementation process of flight task of unmanned aerial vehicle in the conditions of external impact, International Journal of Advanced Trends in Computer Science and Engineering, vol. 8(1), pp. 7-13, 2019.
5. Zhuravska, I., Musyienko, M., Tohoiev, O. Development the heat leak detection method for hidden thermal objects by means the information-measuring computer system. CEUR Workshop Proceedings, 2353, pp. 350-364, 2019.
6. Musiyenko, M.P., Denysov, O.O., Zhuravska, I.M., Burlachenko, I.S. Development of double median filter for optical navigation problems. Proceedings of the 2016 IEEE 1st International Conference on Data Stream Mining and Processing, DSMP 2016, 7583535, pp. 177-181, 2016.
8. Eliseenko V.V., Information and control systems of NPPs produced by SNPO "Impulse". State, prospects, Jadernajairadiatsionnajabezopasnost, No 4(60), 2013, 61-64 pp. (in Russian)

9. NishaHaridas, Elizabeth Elias, “Efficient variable bandwidth filters for digital hearing aid using Farrow structure”, *Journal of Advanced Research*, vol. 7(2), 2016, pp. 255–262.
10. SumedhDhabu, Abhishek Ambede, Smitha K. G., SumitDarak, A. P. Vinod, “Variable Cut-off Frequency FIR Filters: A Survey”, 2018, available: <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1804/1804.02891.pdf>
11. ShunsukeKoshita, Masahide Abe and Masayuki Kawamata, *Recent Advances in Variable Digital Filters*, 2018, available: <https://www.intechopen.com/books/digital-systems/recent-advances-in-variable-digital-filters>
12. Korn G., Korn T. *Mathematical handbook for scientists and engineers* – McGraw Hill Book Company, N.York, 1974 – 832 p.
13. Карташов В. Г., *Основы теории дискретных сигналов та цифрових фільтрів*. М.: Висш. Школа, 1982 – 109 с;
14. Лэм Г. *Аналогові та цифрові фільтри*. М: Мир, 1982 – 592 с;
15. Ухина, А. В. *Применение треугольника устойчивости для анализа устойчивости компьютерных систем высокого порядка / А. В. Ухина, М. Р. Шульгин, В. С. Ситников // ModernInformationTechnology 2018 = Сучасні інформ. технології 2018 : матеріали 8-ої Міжнарод. наук. конф. студентів та молодих вчених, 23-25 трав. 2018 р. / Одес. нац. політехн. ун-т. – Одеса, 2018. – С. 187–188.*
16. Ukhina H., IvanAfanasyev, Sytnikov V., Streltsov O., Stupen P. *Features of Mobile Platforms' Equipment Second Order Digital Frequency-Dependent Components Phase-Frequency Response at Tuning.* 8. *European conference on renewable energy systems. Istanbul – Turkey. 2020, pp. 256-263*
17. Ukhina H., Afanasyev I., Sytnikov V., Streltsov O., Stupen P. *The phase response values application of second-order digital frequency-dependent components for calculating transfer function coefficients in robotics systems.* *CEUR Workshop Proceedings, 2020, pp. 107-120*

17. H. Ukhina, I. Afanasyev, V. Sytnikov, O. Streltsov, P. Stupen. ThePhase-FrequencyResponseInfluenceontheTunableFrequency-DependentComponentCoefficients.Proceedingsofthe 2020 11th IEEE InternationalConferenceonIntelligentDataAcquisitionandAdvancedComputingSystems: TechnologyandApplications, IDAACS 2020
18. Афанасьев І.С., Кваліфікаційна робота бакалавра на тему: «Аналіз фазо-частотної характеристики цифрових частотно-залежних компонентів другого порядку» - ОНПУ 2019.
19. Ухина А.В., Афанасьев И.А., Ситников В.С., Стрельцов О.В., Ступень П.В. Исследование фазочастотной характеристики для расчета коэффициентов передаточной функции частотно-зависимого компонента. Монография: Актуальные проблемы информационных систем и технологий; под науч. ред. В. Вычужанина – Одесса: НУ «ОМА», 2020, С. 45-57.
20. Г. Д. Левин. Ф. И. Голдберг. — Аппроксимация. / Гуманитарная энциклопедия: Концепты [Электронный ресурс] // Центр гуманитарных технологий, 2002–2020 (последняя редакция: 11.11.2020).
21. HannaUkhina, IvanAfanasyev, ValeriiSytnikov, OlegStreltsov, PavelStupen.ThePhaseResponseValuesApplicationofSecond-OrderDigitalFrequency-DependentComponentsforCalculatingTransferFunctionCoefficientsinRoboticSystems. Proceedingsofthe 9th InternationalConference "InformationControlSystems&Technologies", Odessa, 2020, pp. 107-120.
22. Значення фазо-частотної характеристики на частотах зрізу еліптичного фільтра низьких та високих частот [Електронний ресурс] / docs.google– таблиця. – Режим доступу <https://drive.google.com/file/d/15SxHAYjCDu9v8Wxw2WGbrDwmffNGonAt/view>