

УДК 621.382

**В. Н. Крылов**, д-р техн. наук,  
**Г. Ю. Щербакова**, канд. техн. наук,  
**Р. А. Писаренко**

### ВОССТАНОВЛЕНИЕ СИГНАЛОВ ПОСРЕДСТВОМ СЛЕПОЙ ДЕКОНВОЛЮЦИИ НА БАЗЕ МУЛЬТИСТАРТОВОГО МЕТОДА ОПТИМИЗАЦИИ В ПРОСТРАНСТВЕ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

*Аннотация.* Представлена реализация алгоритма слепой деконволюции на основе мультистартового метода оптимизации в пространстве вейвлет-преобразования. Приведены результаты моделирования, подтверждающие повышение вероятности сходимости к глобальному оптимуму при определении коэффициентов фильтра для решения задачи слепой деконволюции с помощью этого метода оптимизации.

*Ключевые слова:* мультистартовый метод оптимизации, вейвлет-преобразование, мультимодальная целевая функция, адаптивная фильтрация, слепая обработка сигналов

**V. Krylov**, ScD.,  
**G. Shcherbakova**, PhD.,  
**R. Pisarenko**

### SIGNAL RESTORATION BY MEANS OF BLIND DECONVOLUTION BASED ON MULTISTART OPTIMIZATION METHOD IN WAVELET TRANSFORM DOMAIN

*Abstract.* An implementation of blind deconvolution algorithm based on multistart optimization method in the wavelet transform domain is shown. The results of simulation confirm the increased likelihood of convergence to a global optimum for determining the filter coefficients for the blind deconvolution problem solutions with help of this optimization method.

*Keywords:* multistart optimization method, wavelet transform, multimodal goal function, adaptive filtering, blind signal processing

**В. М. Крилов**, д-р техн. наук,  
**Г. Ю. Щербакова**, канд. техн. наук,  
**Р. О. Писаренко**

### ВІДНОВЛЕННЯ СИГНАЛІВ ЗА ДОПОМОГОЮ СЛІПОЇ ДЕКОНВОЛЮЦІЇ НА БАЗІ МУЛЬТІСТАРТОВОГО МЕТОДУ ОПТИМІЗАЦІЇ В ПРОСТОРІ ВЕЙВЛЕТ-ПЕРЕТВОРЕННЯ

*Анотація.* Представлено реалізацію алгоритму сліпої деконволюції на основі мультистартового методу оптимізації у просторі вейвлет-перетворення. Наведено результати моделювання, що підтверджують підвищенню ймовірності збіжності до глобального оптимуму при визначенні коефіцієнтів фільтра для вирішення завдання сліпої деконволюції за допомогою цього методу оптимізації.

*Ключові слова:* мультистартовий метод оптимізації, вейвлет-перетворення, мультимодальна цільова функція, адаптивна фільтрація, сліпа обробка сигналів

**Введение.** Многие физические процессы, такие, как прохождение сигнала через канал связи, геофизические измерения и наблюдения, линейные искажения изображений, могут быть описаны с помощью дискретной свертки. Для восстановления сигналов решается задача обращенной свертки — деконволюция. В классической постановке задачи выходной сигнал и искажающая функция (PSF, Point Spread Function) известны, и необходимо восстановить

оригинальный сигнал. Однако в ряде прикладных задач (анализ сейсмических данных, устранение размытости астрономических изображений, многоточечные сети связи, подавление эха в беспроводной телефонии, автоматизированные системы контроля качества печатных плат) требуется по наблюдаемому искаженному сигналу восстановить оригинал, не располагая сведениями об искажающей функции. Такая задача называется слепой деконволюцией [1]. Одним из путей ее решения является применение методов адаптивной фильтрации. При этом для подстройки коэффициентов фильтра ре-

© Крылов В.Н., Щербакова Г.Ю.,  
Писаренко Р.А., 2014

шается задача итеративной оптимизации выбранной целевой функции (ЦФ).

В указанных приложениях ЦФ часто является мультимодальной, поэтому традиционные подходы к решению этой задачи на основе градиентного спуска (итеративные алгоритмы слепой деконволюции класса Бассганга [2]: Decision Directed Mode [3], Godard [4], алгоритм слепого выравнивания для сигналов с постоянной амплитудой (СМА, Constant Modulus Algorithm) [5], Benaviste-Goursat [6]) могут привести к локальному минимуму [7]. Это связано с чувствительностью градиентных методов к начальной точке поиска.

Для предотвращения этого недостатка в работе предложено для определения коэффициентов фильтра использовать мультистартовый метод оптимизации в пространстве вейвлет-преобразования (ММО в пространстве ВП), который в меньшей степени зависит от стартовой точки поиска [8].

В данной работе был проведен анализ существующих методов итеративной слепой деконволюции. Была исследована возможность применения ММО в пространстве ВП для повышения вероятности сходимости к глобальному оптимуму при определении коэффициентов фильтра для решения задачи слепой деконволюции.

**Постановка задачи.** Свертка используется для описания искажений сигналов. В одномерном виде наблюдаемый сигнал может быть записан

$$g(n) = f(n)*h(n) + v(n), \quad (1)$$

где  $f(n)$  – исходный дискретный сигнал,  $h(n)$  – искажающая функция (PSF),  $v(n)$  – аддитивный шум, \* – оператор дискретной свертки.

Восстановление  $f(n)$  и  $h(n)$  при наличии только наблюдаемого сигнала  $g(n)$  решается путем слепой деконволюции.

Для моделирования искажений изображений, таких как размытие и неправильная фокусировка вследствие недостаточной освещенности и низкого качества оптических средств, выражение (1) записывается в двумерном виде

$$g(m, n) = f(m, n)*h(m, n) + v(m, n), \quad (2)$$

где  $m, n$  – пространственные координаты пикселя на изображении размером  $M \times N$ ,  $f(m, n)$  – исходное неискаженное изображение,  $h(m, n)$  – искажающая функция (PSF),  $v(m, n)$  – аддитивный шум,  $g(m, n)$  – результат искажения, т.е. наблюдаемое изображение.

Устранение этих искажений изображений без повышения затрат на осветительно-фокусирующую аппаратуру имеет решающее значение в системах автоматизированной диагностики паяных соединений, контроля печатных плат и т.п. Поскольку доступно только наблюдаемое изображение  $g(m, n)$ , и в этом случае необходимо решить задачу слепой деконволюции, т.е. восстановления оригинала на основе частичной информации о его статистических свойствах.

Для решения поставленной задачи наиболее часто используются алгоритмы класса Бассганга [2 – 6]. К этому классу принадлежит наиболее изученный и применяемый в системах связи алгоритм слепого выравнивания для сигналов с постоянной амплитудой (СМА, Constant Modulus Algorithm) [5], минимизирующий целевую функцию

$$J_{CM} = E \left[ \left( |\hat{f}(n)|^2 - \gamma \right)^2 \right], \quad (3)$$

где  $E[\cdot]$  – оператор математического ожидания,  $|\hat{f}(n)|^2$  – приближение исходного сигнала, выходной сигнал фильтра на  $n$ -ой итерации,  $\gamma = \frac{E[f^4(n)]}{E[f^2(n)]}$  – дисперсионная константа [5].

В [9] была предложена двумерная версия этого алгоритма для восстановления зашумленных размытых изображений. Искаженное изображение проходит через двумерный фильтр с конечной импульсной характеристикой, параметры которого подстраиваются с целью минимизации дисперсии. В двумерном случае целевая функция принимает вид

$$J_{CM} = E \left[ \left( \hat{f}^2(m, n) - \gamma \right)^2 \right], \quad (4)$$

где  $E[\cdot]$  – оператор математического ожидания,  $\hat{f}(m, n)$  – приближение исходного изо-

бражения,  $\gamma = \frac{E[f^4(m, n)]}{E[f^2(m, n)]}$  – дисперсионная константа [9].

Поиск оптимума целевых функций (3) (4) традиционно проводится методами градиентного спуска.

Анализ целевой функции для двумерного случая аналогичен одномерному. В общем случае эта функция не является унимодальной. То есть, как и для всех алгоритмов Бассганга, сходимость к глобальному минимуму не может быть гарантирована [7]. В [10] предлагается контролировать качество работы алгоритма визуальными методами, однако, это не всегда удобно на практике.

Для обхода проблемы сходимости к локальному решению в литературе описаны три основных направления [11]:

1) поиск и определение условий удачной инициализации алгоритма (невозможно без априорных знаний о свойствах канала связи);

2) разработка гладких целевых функций с последующим применением градиентных методов (характеризуется большой ресурсоемкостью и может повысить погрешность);

3) использование субградиентных и градиентных методов оптимизации на основе случайного поиска (могут отличаться низкой скоростью сходимости, а также чувствительностью к начальной точке поиска).

В данной работе для улучшения сходимости СМА предлагается использовать ММО в пространстве ВП, обладающий пониженной чувствительностью к локальным экстремумам и лучшей скоростью сходимости для функций типа «овраг» [8].

**Алгоритм слепой обработки сигналов на основе ММО в пространстве ВП.** На основе упомянутого выше метода оптимизации был разработан алгоритм обновления коэффициентов адаптивного фильтра по следующей схеме:

$$\mathbf{w}^{(n)} = \mathbf{w}^{(n-1)} - \mu^{(n)} WT_k(J_{CM}(\hat{f}^{(n)}, \mathbf{w}^{(n-1)})), \quad (5)$$

где  $\mu^{(n)}$  – шаг алгоритма,  $n$  – номер итерации,  $k$  – номер старта;  $WT_k(J_{CM}(\hat{f}^{(n)}, \mathbf{w}^{(n-1)})) = \{G_{1k}, G_{2k}, \dots, G_{Nk}\}$  – оценка направления поиска минимума целевой

функции в пространстве ВП при старте  $k$ , вычисляемая по формуле:

$$G_{jk} = \frac{1}{s_k} \sum_{i=-\frac{s_k}{2}}^{\frac{s_k}{2}} J(\hat{f}^{(n)}, w_j^{n-1} + ia) \cdot \Psi_k(i), \quad (6)$$

где  $a$  – шаг дискретизации вейвлет-функции (ВФ),  $s_k$  – длина носителя ВФ на  $k$ -ом старте,  $\Psi_k(i)$  – ВФ на  $k$ -ом старте (табл. 1),  $j=1, \dots, N$  – размерность вектора параметров (вектора весовых коэффициентов).

Для оценки направления поиска координаты экстремума (коэффициентов фильтра  $\mathbf{w}$  в (5)) используются симметричные и нестационарные вейвлет-функции.

В данной работе на первом этапе была

выбрана ВФ  $\Psi_1(i) = \begin{cases} 1, & \text{если } i=1, \dots, \frac{s_1}{2} \\ -1, & \text{если } i=-1, \dots, -\frac{s_1}{2} \end{cases}$ ,

а на последующих этапах – нестационарные ВФ указанного класса, полученные по схеме (табл. 1).

### 1. Параметры ВФ для ММО в пространстве ВП

Название	Обозначение	Значение параметра			
		2	3	4	5
Номер старта	$k$	2	3	4	5
Масштаб ВФ	$\alpha_k$	1	2	3	–
Длина носителя	$s_k$	10	6	4	2
Вид ВФ	$\Psi_k(i)$	$\begin{cases} \frac{1}{\alpha_k ( i +1)}, & i > 0, \\ \frac{1}{\alpha_k ( i +1)}, & i < 0, \\ i \in [-\frac{s_k}{2}, +\frac{s_k}{2}], & i \neq 0 \end{cases}$			$\begin{cases} 1, & i = 1 \\ -1, & i = -1 \end{cases}$

**Результаты моделирования.** В данном разделе приведены результаты моделирования, показывающие целесообразность использования предлагаемого алгоритма. Без

нарушения общности исследуем случай обработки одномерного сигнала.

Для сравнения алгоритма на основе ММО в пространстве ВП с традиционным градиентным СМА был проведен ряд экспериментов.

**Эксперимент 1.** Через канал связи с функцией передачи  $F(z) = \frac{1}{1+0,6z^{-1}}$  проходит сигнал с амплитудно-импульсной модуляцией с уровнями  $\pm 1$ . Количество весовых коэффициентов для наглядности выберем равным двум. В данном случае целевая функция (3) симметрична относительно начала координат и содержит 2 локальных и 2 глобальных минимума с координатами  $\pm[0; 0,5575]$  и  $\pm[1; 0,6]$  соответственно.

Исследование работы алгоритмов проводилось для четырех наборов начальных координат:  $[-1; 1]$ ,  $[-0,5; 1,5]$ ,  $[0,5; 1,5]$ ,  $[1,5; -0,5]$ . Результаты моделирования приведены в табл. 2 (размер шага алгоритма  $\mu = 5 \cdot 10^{-3}$ , шаг дискретизации ВФ ( $a=0,001$ ) [12].

2. Сравнительная таблица результатов первого эксперимента

№	Начальные значения коэффициентов	Результирующие значения коэффициентов	
		СМА	ММО в пространстве ВП
1	$[-1; 1]$	$[0,0064; 0,588]$	$[0,9983; 0,5983]$
2	$[-0,5; 1,5]$	$[0,028; 0,5432]$	$[0,9978; 0,5982]$
3	$[0,5; 1,5]$	$[1; 0,6]$	$[0,9973; 0,5980]$
4	$[1,5; -0,5]$	$[1; 0,6]$	$[0,9988; 0,5991]$

Из табл. 2 видно, что для первых двух вариантов стартовой точки поиска градиентный алгоритм (СМА) сходится к нежелательному решению, в то время как предложенный алгоритм на основе ММО в пространстве ВП во всех случаях попадает в глобальный минимум.

Контурная диаграмма ЦФ и траектории движения в точку минимума приведены на рис. 1 – для СМА (рис. 1, а), для ММО (рис. 1, б).

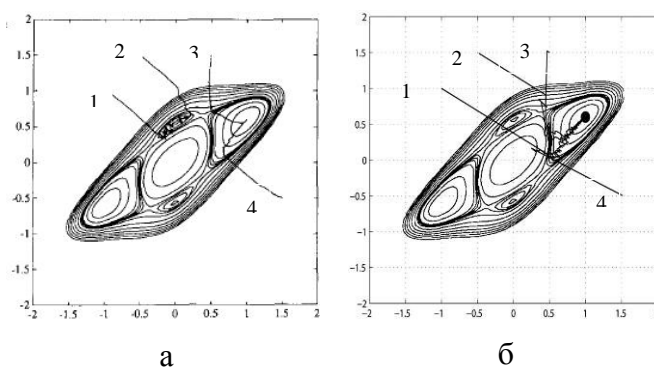


Рис. 1. Траектории движения в точку минимума для СМА (а) и для ММО в пространстве ВП (б)

На рис. 2 приведены графики среднеквадратичной ошибки для СМА (кривая 1) и ММО в пространстве ВП (кривая 2) при первом наборе настроек инициализации.

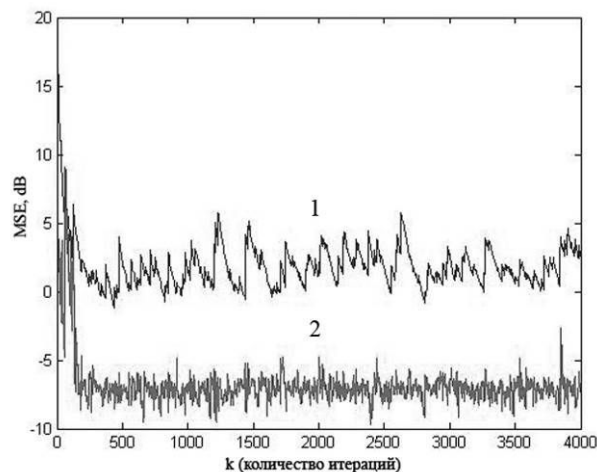


Рис. 2. Среднеквадратичная ошибка сходимости сравниваемых методов

**Эксперимент 2.** Рассмотрим теперь канал связи с функцией передачи  $F(z) = \frac{1}{0,8575(1+0,6z^{-1})}$  и шумом  $\text{SNR}=26 \text{ dB}$ ,

через который проходит сигнал с амплитудно-импульсной модуляцией с уровнями  $\pm 3$  и  $\pm 1$ . Координаты глобальных и локальных минимумов ЦФ (3)  $\pm[0,8531; 0,5117]$  и  $\pm[0; 0,5706]$  соответственно. Как видно, из-за присутствия шума положение минимума сместилось от идеальной обратной импульсной характеристики канала ( $\pm[0,8575; 0,5145]$ ) на некоторую величину.

Отобразим траектории итеративных изменений коэффициентов фильтра для срав-

ниваемых алгоритмов (рисунки 3, 4 и 5). Начальные значения:  $[0; 1]$ ,  $[0,4; 0,8]$ ,  $[0; 0,5]$ . Размер шага алгоритма  $\mu = 4 \cdot 10^{-4}$ , шаг дискретизации ВФ ( $a=0,001$ ) [13].

Как ожидалось, при неудачно выбранных начальных точках поиска СМА снова

попадает в локальный минимум (рисунки 3, 4 и 5). В то время как ММО в пространстве ВП сходится к глобальному минимуму для всех выбранных стартовых значений.

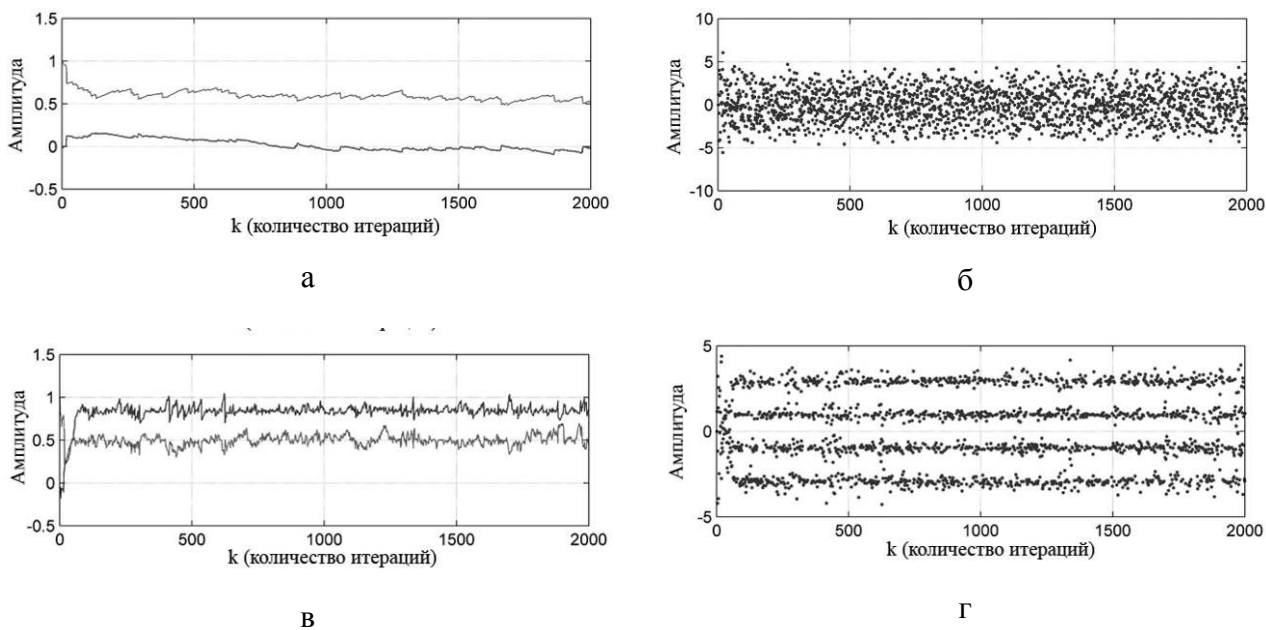


Рис. 3. Результаты моделирования при старте в  $[0; 1]$ : траектории коэффициентов (а) и результат деконволюции (б) для СМА, траектории коэффициентов (в) и результат деконволюции (г) для ММО в пространстве ВП

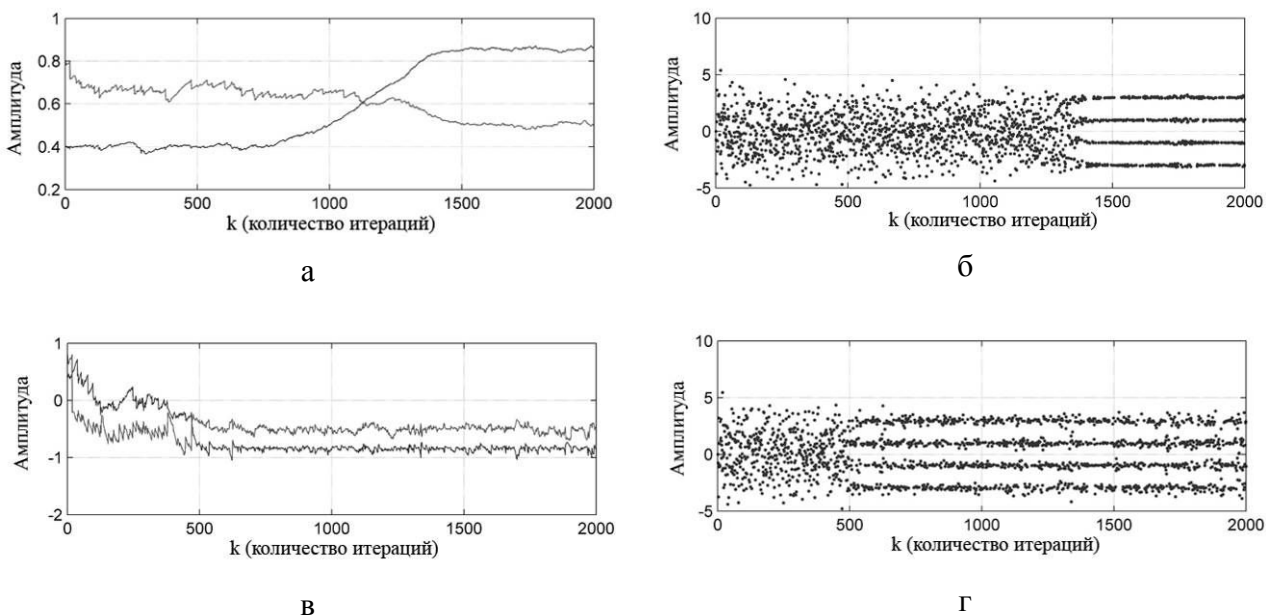


Рис. 4. Результаты моделирования при старте в  $[0,4; 0,8]$ : траектории коэффициентов (а) и результат деконволюции (б) для СМА, траектории коэффициентов (в) и результат деконволюции (г) для ММО в пространстве ВП

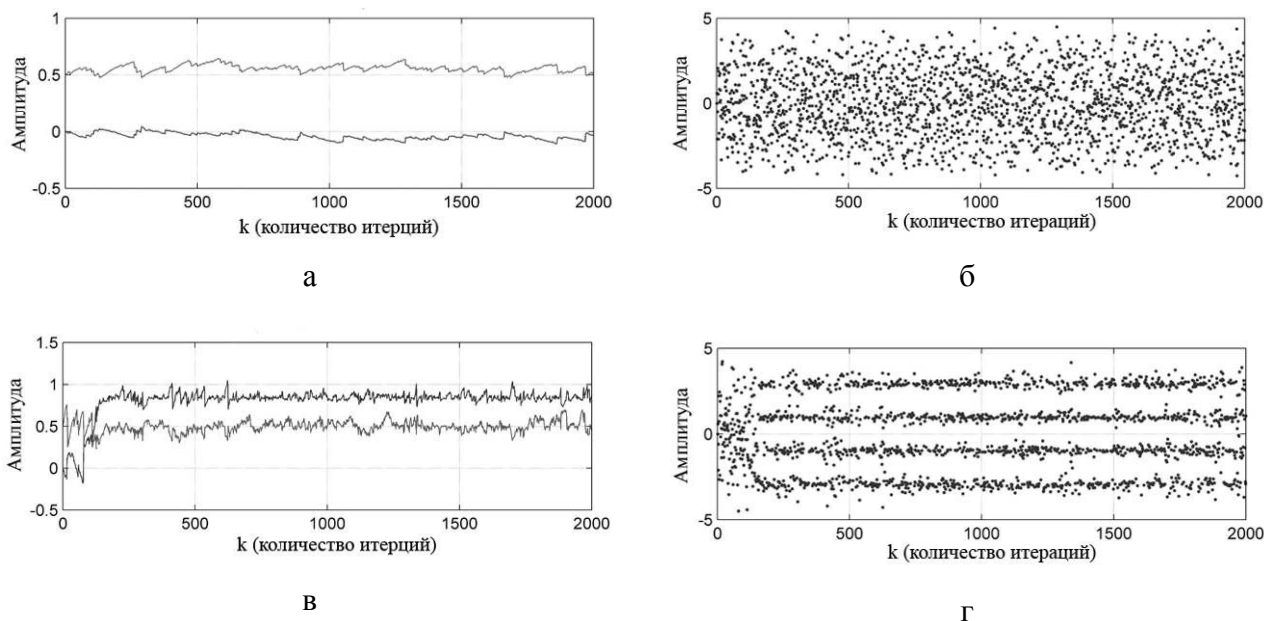


Рис. 5. Результаты моделирования при старте в  $[0; 0,5]$ : траектории коэффициентов (а) и результат деконволюции (б) для СМА, траектории коэффициентов (в) и результат деконволюции (г) для ММО в пространстве ВП

Приведены также графики примера работы алгоритма ММО в пространстве ВП во временной области (рис. 6) и кривой обучения (рис. 7) для сигнала с четырехуровневой амплитудно-импульсной модуляцией со значениями  $\pm 3$  и  $\pm 1$ .

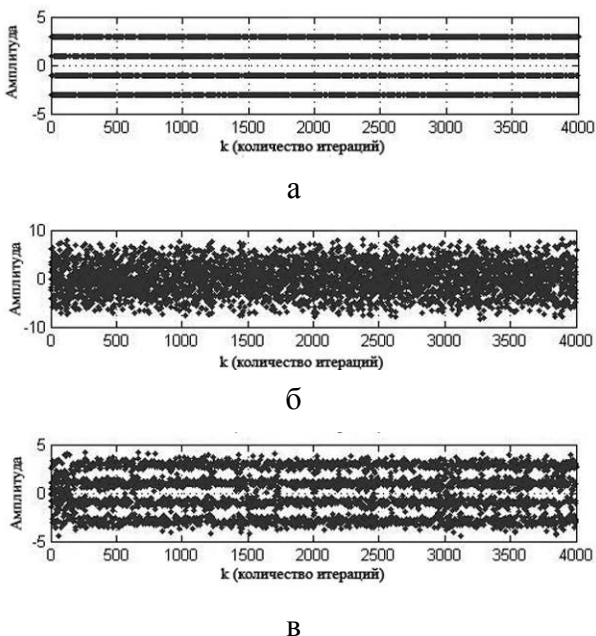


Рис. 6. Пример работы алгоритма ММО в пространстве ВП во временной области: а – исходный сигнал; б – искаженный сигнал; в — восстановленный сигнал с помощью ММО в пространстве ВП

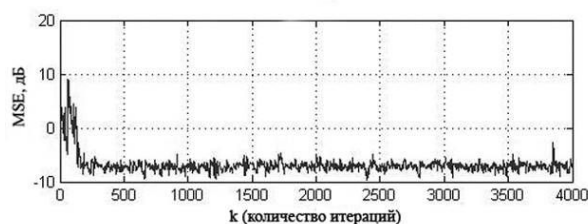


Рис. 7. Кривая обучения алгоритма ММО в пространстве ВП

**Выводы.** В данной работе представлен алгоритм слепой деконволюции на основе мултистартового метода оптимизации в пространстве вейвлет-преобразования для случая обработки одномерных сигналов, который минимизирует многоэкстремальные целевые функции, характерные для алгоритмов класса Бассганга.

В результате проведенных экспериментов была продемонстрирована способность нового алгоритма достигать глобального минимума целевой функции при различных начальных условиях, даже в тех случаях, когда традиционный алгоритм слепого выравнивания для сигналов с постоянной амплитудой (СМА, Constant Modulus Algorithm) сошелся к локальному решению. Оценка особенностей применения данного метода для обработки изображений определяет направление дальнейших исследований.

Список использованной литературы

1. Gonzalez R. C., Woods R. E., and Eddins S. L. *Digital Image Processing Using MATLAB*. – Upper Saddle River, N.J.: Pearson Prentice Hall; 2004. – 620 p.

2. Bellini S. *Bussgang Techniques for Blind Equalization* // *IEEE GLOBECOM Conf. Rec.* – 1986. – Pp. 1634 – 1640.

3. Haykin S. *Adaptive Filter theory*. – Englewood Cliffs, N.J. : Prentice-Hall, 1986. – 704 p.

4. Godard D. *Self-recovering Equalization and Carrier Tracking in Two-dimensional data Communication Systems* // *Transactions on Communications*. – 1980. – No. 28(11). – Pp. 1867 – 1875.

5. Treichler J., and Agee B. *A New Approach to Multipath Correction of Constant Modulus Signals* // *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*. – 1983. – No. 31(2), – Pp. 459 – 472.

6. Benveniste A., Goursat M. *Blind Equalizers* // *IEEE Transactions on Communications*. – 1983. – No. 32. – Pp. 871 – 883.

7. Godfrey R., Rocca F. *Zero Memory Nonlinear Deconvolution*. // *Geophys. Prospecting*. – 1981. – No. 29. – Pp. 189 – 228.

8. Щербакова Г. Ю. Исследование сходимости мультистартового субградиентного метода оптимизации в пространстве вейвлет преобразования / Г. Ю. Щербакова, В. Н. Крылов // *Наукові праці ДонНТУ. Серія «Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка»* – 2010.– № 12 (165). – С. 162 – 168.

9. Vural C., Sethares W. A. *Blind Image Deconvolution via dispersion minimization* // *Digital Signal Processing* – 2006. –No. 16(2). – Pp. 137 – 148.

10. Colonnese S., Campisi P., Panci G., and Scarano G. *Blind Image Deblurring Driven by Nonlinear Processing in the Edge Domain* // *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*. – 2004. – No.16. – Pp. 2462 – 2475.

11. Hatzinakos D., and Nikias C. *Blind Equalization Using a Tricestrum-based Algorithm* // *IEEE Transactions on Communications*. – 1991. – No. 39(5). – Pp. 669 – 682.

12. Ding Z., Kennedy R. A., Anderson B. D., and Johnson C. R. *Ill-convergence of Godard blind Equalizers in data Communication Systems* // *IEEE Transactions on Communications*. – 1991 – No. 39(9). – Pp. 1313 – 1327.

13. Ilow J., Hatzinakos D., and Venetsanopoulos A. *Blind Equalizers with Simulated Annealing Optimization for Digital Communication Systems* // *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*. – 1994. – No. 8(5). – Pp. 501 – 522.

Получено 03.03.2014

References

1. Gonzalez R.C., Woods R.E., and Eddins, S.L. (2004), *Digital Image processing using MATLAB*, *Pearson Prentice Hall, Upper Saddle River, N.J.*, 620 p. (In English).

2. Bellini S. (1986), *Bussgang techniques for blind equalization*, *IEEE GLOBECOM Conf. Rec.*, pp. 1634 – 1640 (In English).

3. Haykin S. (1986), *Adaptive filter theory*, *Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.*, 704 p. (In English).

4. Godard, D. (1980), *Self-recovering Equalization and Carrier Tracking in Two-dimensional data Communication Systems*, *IEEE Transactions on Communications*, No. 28(11), pp. 1867 – 1875 (In English).

5. Treichler J., and Agee B., (1983). *A New Approach to Multipath Correction of Constant Modulus Signals*, *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, No. 31(2), pp. 459 – 472 (In English).

6. Benveniste A., and Goursat M., (1983), *Blind equalizers*, *IEEE Transactions on Communications*, No. 32, pp. 871 – 883 (In English).

7. Godfrey R., and Rocca F. (1981), *Zero Memory Nonlinear Deconvolution*, *Geophys. Prospecting*, No. 29, pp. 189 – 228 (In English).

8. Shherbakova G., and Krylov V. (2010), *Issledovanie shodimosti mul'tistartovogo subgradientnogo metoda*

optimizaciji v prostanstve vejvlet preobrazovanja, [Convergence of Multistart Subgradient Method of Optimization in the Wavelet Transform Domain], *Naukovi Praci DonNTU. Serija "Informatika, Kibernetika ta Obchisljuval'na Tehnika"*, No. 12(165), pp. 162 – 168 (In Russian).

9. Vural C., and Sethares W.A., (2006), Blind Image Deconvolution via Dispersion Minimization, *Digital Signal Processing*, No. 16(2), pp. 137 – 148 (In English).

10. Colonnese S., Campisi P., Panci G., and Scarano G. (2004), Blind Image Deblurring Driven by Nonlinear Processing in the edge Domain, *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, No. 16, pp. 2462 – 2475 (In English).

11. Hatzinakos D., and Nikias C.L. (1991), Blind Equalization using a Tricestrum-based Algorithm, *IEEE Transactions on Communications*, No. 39(5), pp. 669 – 682 (In English).

12. Ding Z., Kennedy R. A., Anderson B. D., and Johnson C.R. (1991), Ill-convergence of Godard blind Equalizers in data Communication Systems, *IEEE Transactions on Communications*, No. 39(9), pp. 1313 – 1327 (In English).

13. Ilow J., Hatzinakos D., and Venetsanopoulos A., (1994), Blind Equalizers with Simulated Annealing Optimization for Digital Communication Systems, *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, No. 8(5), pp. 501 – 522 (In English).



Крылов Виктор Николаевич,  
д-р техн. наук, проф.  
каф. прикладной математики и информационных технологий в бизнесе Одесского нац. политехн. ун-та,  
тел. 779-7453,  
E-mail:  
victor\_krylov@inbox.ru



Щербакова Галина Юрьевна,  
канд. техн. наук,  
доц. каф. электронных средств и информационно-компьютерных технологий Одесского нац. политехн. ун-та,  
тел. 734-8621,  
E-mail:  
galina\_onpu@mail.ru



Писаренко Радмила Алексеевна,  
аспирантка каф. электронных средств и информационно-компьютерных технологий Одесского нац. политехн. ун-та,  
тел. (066) 646-97-31,  
E-mail:  
skazzi@bk.ru