Метод розрахунку поля швидкості використовує рівняння руху ньютонівської рідини, що знайдені за допомогою класичного рівняння для суцільного середовища в напругах. Розглядається два способи розрахунку дотичних напруг. Приведено приклад використання метода для ламінарного режиму течії в трубі, описані рівняння, що впливають на поле швидкості в присутності вихорів. Виконано порівняння знайдених рівнянь з відомими

Ключові слова: нестислива рідина, Пуазейль, режими руху, градієнт швидкості, ротор швидкості

Метод расчета поля скорости основан на использовании уравнений движения ньютоновской жидкости, полученных с помощью классического уравнения сплошной среды в напряжениях. Рассматривается два способа расчета касательных напряжений. Приведен пример использования метода для ламинарного режима течения, описаны функциональные зависимости, влияющие на поле скорости при наличии вихреобразования. Выполнено сравнение найденных результатов расчета с известными

Ключевые слова: несжимаемая жидкость, Пуазейль, режимы течения, градиент скорости, ротор скорости

УДК 532.13
DOI: 10.15587/1729-4061.2016.65900

МЕТОД РАСЧЕТА ПОЛЯ СКОРОСТИ И КАСАТЕЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

В. А. Бударин
Кандидат технических наук, доцент
Кафедра теоретической, общей и нетрадиционной энергетики
Одесский национальный политехнический университет
пр. Шевченко, 1, г. Одесса, Украина, 65044
E-mail: vit-b@inbox.ru

1. Введение

Среди большого количества текучих сред наибольшее значение для практики имеет ньютоновская жидкость, в которой касательные напряжения пропорциональны градиенту скорости $\tau = \mu \cdot \mathrm{grad}\, u$ [1–4]. К таким жидкостям относятся вода, воздух и другие идеальные газы. Умение рассчитать касательные напряжения и поля скоростей для различных режимов течения с учетом их геометрии позволяет расширить область использования теоретических методов расчета. Реализация этого подхода в настоящее время затруднена в связи с отсутствием замкнутой системы уравнений для любого режима течения. В то же время наличие уже известных уравнений движения позволяет продвинуться по пути теоретического описания связей между силами тяжести, давления, инерции и трения. Касательные напряжения, которые характеризуют силы вязкого трения, занимают важное место в результатах расчета любого механического процесса, характеризуя затраченную мощность [1, 2, 4]. Их корректный учет позволяет теоретически рассчитать эффект диссипации механической энергии и означает переход от расчета идеализированного течения (без учета влияния вязкого трения) к расчету движения реального потока.

Проблема расчета поля скорости связана с расчетом касательных напряжений и выполняется теоретически только для некоторых точно решенных задач. Отсутствие общих методов расчета привело к необходимости использования экспериментальных методов, а также численного моделирования. Для этого используются многочисленные компьютерные программы (Flowvision, Phoenix и др.), которые дают хорошие результаты в проверенном диапазоне изменения влияющих факторов. Недостатком этого метода расчета является неустойчивость решений, особенно для новых задач. Считается, что причиной проблем являются сами расчетные уравнения, которые положены в основу численного моделирования (Навье-Стокса и Рейнольдса) [1, 2].

Таким образом, незначительное количество точных решений только для одного режима течения и проблемы использования численных методов требуют разработки новых методов расчета.

2. Анализ литературных данных и постановка задачи

Основное внимание при исследованиях уделяется определению полей скорости, которое характеризует не только течение жидкости, но и протекание множества сопутствующих процессов. Например, процессов теплообмена при движении воздуха в атмосфере, которые влияют на локальную погоду [5]; в элементах технических конструкций, использующих текучую среду в качестве рабочего тела [6]; процессов в магнитогидродинамическом генераторе, которые сопровождаются влиянием теплового и магнитного поля [7] и т. д.

Часть работ посвящено теоретическому и численному расчету течения вращающихся потоков, существующих в неограниченной среде (например, природные вихри, взаимодействие вихреисточника с плоскостью) [8]. Для технических приложений актуальным является исследование течений в циклонах. Поле скорости в таких устройствах определяет эффективность выпадения твердых частиц при трении потока о стенку. Анализ работы циклонов выполняется численными и экспериментальными методами [9, 10].

Другой областью использования полей скорости являются различные устройства, находящиеся в окружающей среде. К ним относятся летательные аппараты со специальной геометрической формой, которая обеспечивает требуемое поле скорости и поле касательных напряжений, а также различные технические конструкции, которые не могут иметь хорошую обтекаемость. К ним относятся, например, высотные здания, радиотехнические антенны и солнечные коллектора [11].

Исследования в этом направлении проводятся в медицине с целью определения влияния профиля скорости на пропускную способность кровеносных сосудов при ламинарном режиме течения [12].

Ключевым фактором, влияющим на течение жидкости, является вязкость, которая определяет не только поле скорости, но и поле касательных напряжений.

Расчет касательных напряжений выполняется теоретически только для немногих точно решенных задач при ламинарном режиме течения или численно [1, 2, 4, 13].

На практике рассчитываются не касательные напряжения в соответствующих плоскостях, а их суммарный эффект – гидравлическое сопротивление, которое характеризует потерю механической энергии потока и не учитывает локальные эффекты.

Этот вид расчетов ведется с помощью справочников по гидравлическим сопротивлениям, в которых приведены уравнения и графики, полученные в результате проведения экспериментов [14]. Одним из примеров такого подхода является использование уравнения Бернулли, в которое добавляется седьмое слагаемое, учитывающее влияние вязкости [2, 4]. Это слагаемое существенно меняет физическую и геометрическую интерпретацию решения задачи и полностью подтверждается практикой для любого режима течения.

Модификация этого метода используется в некоторых компьютерных программах, где совмещается расчет конструкции проточной части и ее гидравлическое сопротивление. Такой подход повышает скорость и качество расчета, позволяя быстро сравнивать различные варианты конструкции по величине сопротивления, однако принцип расчета диссипации механической энергии остается неизменным.

Другим способом учета диссипации является использование понятия энтропии, которое получило широкое распространение в технической и статистической термодинамике для расчета реальных процессов в тепловых двигателях, процессах теплообмена, при фазовых переходах и др. Однако такой способ учета диссипации (вязкого трения) не нашел применения при течении несжимаемых жидкостей [15].

Для турбулентного режима течения используется метод расчета, основанный на уравнении движения осредненного турбулентного течения (уравнения Рейнольдса) и различных полуэмпирических теорий турбулентности [16, 17]. Этот подход реализуется с помощью компьютерных программ, дает приемлемую точность и наглядность результатов в областях устойчивых решений. Большая часть практически важных применений относится именно к этому режиму течения, однако в настоящее время нет точно решенных задач. Одной из причин неудовлетворительной ситуации является отсутствие в расчетных уравнениях слагаемых, которые учитывают вращение частиц жидкости [1, 2].

Отмеченные проблемы привели к появлению других методов расчета, которые не связаны с теоретическими или численными решениями. К числу таких методов можно отнести использование понятия подобия физических явлений и его применение к задачам гидродинамики и теплообмена [1, 3, 18]. Этот метод основан на трех теоремах подобия и не использует в явном виде физические законы сохранения. Расчетным инструментом являются критерии подобия, которые широко используются в задачах конвективного теплообмена для учета совместного влияния полей скорости потока и потоков теплоты. Такой подход оправдан, если не требуется определение локальных параметров процесса и допускается погрешность расчета около 20 %.

С целью упрощения расчетов используются многочисленные эмпирические уравнения, которые получены в результате обработки экспериментальных данных и имеют узкую область применения. В этих уравнениях не выполняются требования теории размерности и они не могут претендовать на универсальный статус [18].

Таким образом, известные примеры точных решений для ламинарного режима показывают прямую связь между величиной касательных напряжений и потерями механической энергии потока, однако общие расчетные уравнения, пригодные для этого и других режимов течения отсутствуют [1, 3].

Для решения отмеченных проблем необходим метод, который позволяет выполнить расчет трех полей – линейных и угловых скоростей, а также поля касательных напряжений. Для реализации этого метода в настоящей работе используется две общие системы уравнений, а также их частные случаи. Первой системой является уравнение движения в напряжениях (Навье), которое описывает поле касательных напряжений для любой сплошной среды. Второе уравнение является частным случаем уравнения Навье, преобразованное применительно к ньютоновской жидкости и содержащее линейные и угловые скорости движения частиц [19]. Таким образом, данный метод отличается от известных другими расчетными уравнениями и не использует уравнение Навье-Стокса.

Классическое равнение Навье можно преобразовать с целью выделения давления в отдельное слагаемое. Тогда оно примет вид [1, 4]:

$$X-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p_x}{\partial x}+\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}\right)=\frac{du_x}{dt},$$

$$Y-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p_y}{\partial y}+\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z}\right)=\frac{du_y}{dt},$$

$$Z-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p_z}{\partial z}+\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y}+\right)=\frac{du_z}{dt}, \qquad (1)$$

где нормальные напряжение и давление связаны соотношениями: $p_{xx}=-p_x$, $p_{yy}=-p_y$, $p_{zz}=-p_z$ [1, 2, 4].

Преобразование этого уравнения выполнено путем выделения функций роторов и градиентов линейных скоростей, характеризующих вращательное и поступательное движение частиц. В результате получена система уравнений, которая имеет вид [19]:

$$X-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p_x}{\partial x}+$$
$$+\nu\left[\frac{\partial}{\partial y}\left(\left(\mathrm{rot}\,u\right)_z+2\frac{\partial u_x}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\left(\mathrm{rot}\,u\right)_y+2\frac{\partial u_z}{\partial x}\right)\right]=\frac{du_x}{dt},$$

$$Y-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p_y}{\partial y}+$$
$$+\nu\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\left(\mathrm{rot}\,u\right)_z+2\frac{\partial u_x}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\left(\mathrm{rot}\,u\right)_x+2\frac{\partial u_y}{\partial z}\right)\right]=\frac{du_y}{dt},$$

$$Z-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p_z}{\partial z}+$$
$$+\nu\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\left(\mathrm{rot}\,u\right)_y+2\frac{\partial u_z}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\left(\mathrm{rot}\,u\right)_x+2\frac{\partial u_y}{\partial z}\right)\right]=\frac{du_z}{dt},\quad(2)$$

где u – осредненная по времени t скорость течения, X,Y,Z – удельная массовая сила.

Слагаемые в квадратных скобках (2) характеризуют силы вязкого трения при совместном влиянии двух видов движения – вращения жидкости /функция $(\mathrm{rot}\,u)_i$ / и ее поступательное течение. Система (2) удовлетворяет определению турбулентного потока, если считать скорость течения осредненной по времени. При исключении из (2) слагаемых, учитывающих вращение частиц, можно получить уравнение для ламинарного течения, а при исключении поступательной скорости, можно получить уравнение для чистого вращения (3d вихрь).

Основными допущениями для системы (2) является постоянство массы сплошной среды и справедливость закона Ньютона для вязкого трения.

В настоящей работе рассматривается метод, в основе которого лежат две системы уравнений: уравнение движения в напряжениях (1) и его частный случай для ньютоновской жидкости (2), полученный без использования дополнительных допущений.

3. Цель и задачи исследования

Целью исследования является получение теоретических уравнений для расчета касательных напряжения и поля скоростей при различных режимах, учитывающих разный характер течения (без вращения частиц, только вращение частиц без поступательной скорости и сложное течение, состоящее из вращательного и поступательного течения).

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

–выполнить описание метода расчета касательных напряжений и поля скоростей несжимаемой жидкости на основе анализа уравнений (1) и (2);

–сравнить расчетные уравнения, полученные с помощью данного метода, с известными для частного случая течения в круглой трубе;

–выполнить анализ факторов, влияющих на поле скоростей при других режимах течения.

4. Описание метода расчета и его использование для частной задачи

Поле скорости описывается вторыми производными от скорости по координатам и локальной производной по времени. Для нахождения уравнения поля скорости необходимо решить уравнение второго порядка (2), упростив его в соответствии с частной задачей.

Рассмотрим использования этого метода на примере установившегося течения в горизонтальной круглой трубе.

В соответствии с определением ламинарного течения в нем отсутствует мелкомасштабное вращение частиц жидкости и функция ротора скорости должна быть равна нулю. Тогда из (2) получим:

$$X-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p_x}{\partial x}+2\nu\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u_z}{\partial x\partial z}\right)=\frac{du_x}{dt},$$

$$Y-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p_y}{\partial y}+2\nu\left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2}+\frac{\partial^2 u_x}{\partial x\partial y}\right)=\frac{du_y}{dt},$$

$$Z-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p_z}{\partial z}+2\nu\left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u_y}{\partial y\partial z}\right)=\frac{du_z}{dt}.\quad(3)$$

Из последнего уравнения системы (3), записанного в цилиндрических координатах (r, z), можно получить соотношение между градиентом давления вдоль оси z и распределением скорости вдоль радиуса для горизонтальной трубы в виде $\frac{\partial p_z}{\partial z}=2\mu\frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2}$. После двукратного интегрирования найдем:

$$u_z(r)=\frac{1}{4\mu}\frac{\partial p_z}{\partial z}\cdot r^2+c_1r+c_2.\quad(4)$$

Использование стандартных граничных условий /при $r=0,\ \frac{\partial u_z}{\partial r}=0$, а при $r=r_0, u_z=0$/ приводит к $c_1=0$ и уравнение (4) приобретает вид

$$u_z(r)=\frac{1}{4\mu}\frac{\partial p_z}{\partial z}\cdot\left(r^2{}_0-r^2\right),$$

которое получено ранее и приведено в [1, 4]. Отличие уравнения (4) от известного заключается в наличии дополнительной константы, которая указывает на более сложное распределение скорости вдоль радиуса трубы. В общем случае (или при других граничных условиях) константа c_1 может отличаться от нуля, а уравнение эпюры скорости будет отличаться от идеальной параболы. Можно предположить, что влияние этой константы должно проявляться вблизи стенки, характеризуя течение в вязком подслое [1, 2].

Необходимо отметить, что стандартные граничные условия не вполне корректны, так как предполагают, что параболический закон распределения скорости распространяется на весь радиус трубы. Экспериментальные исследования течения вблизи стенки показывают, что на малых расстояниях закон изменения скорости меняется и стремится к линейному [2, 4].

Определить касательные напряжения можно с помощью закона Ньютона для вязкого трения. Используя уравнение (4), получим:

$$\tau = \mu \frac{du_z(r)}{dr} = \partial p_z \big/ \partial z \cdot \frac{r}{2} + c'. \quad (5)$$

Уравнение (5) с точностью до константы совпадает с известным решением, полученным в результате применения уравнения равновесия к частной задаче [1, 4].

Расчет касательных напряжений можно также выполнить с помощью системы уравнений движения в напряжениях. Как следует из (1), касательные напряжения находятся под знаком производной и для решения частной задачи необходимо выделить и решить дифференциальное уравнение, а также сформулировать и применить граничные условия. Воспользуемся цилиндрическими координатами (r, θ, z) в которых система (1) для координаты z имеет вид [1]:

$$Z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p_z}{\partial z} + \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \tau_{zr}}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial \tau_{\theta r}}{\partial \theta} + \frac{\tau_{zr}}{r}\right) = \frac{du_z}{dt}. \quad (6)$$

Максимально упростим это уравнение, полагая, что массовые силы отсутствуют, течение установившееся и осесимметрично.

Тогда получим:

$$\frac{\partial \tau_{zr}}{\partial r} + \frac{\tau_{zr}}{r} = \frac{\partial p_z}{\partial z}. \quad (7)$$

Так как при постоянном диаметре трубы $\frac{\partial p}{\partial z} = \text{const}$, решение уравнения (7) имеет вид:

$$\tau_{zr} = \frac{c_1}{r} + \frac{dp\big/dz \cdot r}{2}. \quad (8)$$

Тогда при $c_1 = 0$ получим конечный результат $\tau_{zr} = dp\big/dz \cdot \frac{r}{2}$, который совпадает с известной формулой.

Общий интеграл (8) показывает, что рассматриваемый метод расчета приводит к более общему результату по сравнению с известным решением для течения Пуазейля [2, 4]. Отличие состоит в наличии дополнительной константы, которая в общем случае может быть не равна нулю. Причина отличия вызвана более общим характером системы (1), которая относится к любой сплошной среде, а не только к ньютоновской жидкости. Физический смысл первого слагаемого в уравнении (8) неясен и требует проведения дополнительного исследования.

Общность уравнений примера можно расширить с целью получения других решений. Для этого необходимо уменьшить число ограничений и учесть влияние наклона трубы (величина Z), ускорения потока (величина $du_z\big/dt$) и т. д.

Рассмотрим пример использования метода для нахождения распределения скорости в наклонной трубе. В этом случае сила тяжести оказывает влияние на течение, которое можно оценить с помощью системы (3) в (r, z) координатах. Частный случай уравнения движения примет вид:

$$\frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2} = \frac{1}{2\mu}\left(\frac{\partial p_z}{\partial z} - \rho Z\right).$$

После двукратного интегрирования получим:

$$u_z(r) = \frac{1}{4\mu}\left(\frac{\partial p_z}{\partial z} - \rho Z\right) r^2 + c_1 r + c_2. \quad (9)$$

Уравнение (9) показывает, что распределение скорости вдоль радиуса меняется за счет изменения коэффициента параболы, а величина константы при r^2 зависит от направления векторов скорости и силы тяжести.

Выполним анализ факторов, влияющих на поле скорости и касательные напряжения. Тогда система (2) при отсутствии поступательной скорости примет вид:

$$X - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p_x}{\partial x} + 2\nu\left[\frac{\partial \omega_z}{\partial y} + \frac{\partial \omega_y}{\partial z}\right] = \frac{du_x}{dt},$$

$$Y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p_y}{\partial y} + 2\nu\left[\frac{\partial \omega_z}{\partial x} + \frac{\partial \omega_x}{\partial z}\right] = \frac{du_y}{dt},$$

$$Z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p_z}{\partial z} + 2\nu\left[\frac{\partial \omega_y}{\partial x} + \frac{\partial \omega_x}{\partial y}\right] = \frac{du_z}{dt}. \quad (10)$$

Выражения в квадратных скобках представляют собой касательные напряжения от вращательного течения вдоль соответствующей координаты и могут быть преобразованы с целью выделения функции ротора от ω. Для координаты x преобразование этого слагаемого в уравнении (10) имеет вид:

$$\left[\frac{\partial \omega_z}{\partial y} + \frac{\partial \omega_y}{\partial z}\right] - \frac{\partial \omega_y}{\partial z} + \frac{\partial \omega_y}{\partial z} = \left[(\text{rot } \omega)_x + 2\frac{\partial \omega_y}{\partial z}\right].$$

В результате (10) примет вид:

$$X - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p_x}{\partial x} + 2\nu\left[(\text{rot } \omega)_x + 2\frac{\partial \omega_y}{\partial z}\right] = \frac{du_x}{dt},$$

$$Y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p_y}{\partial y} + 2\nu\left[(\text{rot } \omega)_y + 2\frac{\partial \omega_z}{\partial x}\right] = \frac{du_y}{dt},$$

$$Z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p_z}{\partial z} + 2\nu\left[(\text{rot } \omega)_z + 2\frac{\partial \omega_x}{\partial y}\right] = \frac{du_z}{dt}. \quad (11)$$

Система (11) показывает, что вязкое трение от вращательного движения характеризуются суммой двух слагаемых, первое из которых является функцией двойного ротора, а второе – функцией одинарного ротора от соответствующих линейных скоростей u_i.

Сложим соответствующие слагаемые в квадратных скобках из уравнений (3) и (11). Тогда получим:

$$X - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p_x}{\partial x} + 2\nu\left[\frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial x \partial z} + (\text{rot } \omega)_x + 2\frac{\partial \omega_y}{\partial z}\right] = \frac{du_x}{dt},$$

$$Y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p_y}{\partial y} + 2\nu\left[\frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial y} + (\text{rot } \omega)_y + 2\frac{\partial \omega_z}{\partial x}\right] = \frac{du_y}{dt},$$

$$Z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p_z}{\partial z} + 2\nu\left[\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y \partial z} + (\text{rot } \omega)_z + 2\frac{\partial \omega_x}{\partial y}\right] = \frac{du_z}{dt}. \quad (12)$$

Системы (2) и (12) эквивалентны, но имеют разную форму записи, причем первые два слагаемых в скобках характеризуют вязкое трение при поступательном (ламинарном) течении, а вторые два – при вращательном движении частиц. Все четыре слагаемых в скобках характеризуют вязкое трение при осредненном турбулентном течении. Это позволяет использовать различные формы уравнения движения в зависимости от известных исходных данных.

5. Краткий анализ уравнений для расчета поля скорости и касательных напряжений

Метод расчета поля скорости основан на использовании частного случая уравнения движения в напряжениях для ньютоновской жидкости (2), в котором выделены два вида слагаемых. Одно из слагаемых учитывает влияние поступательного течения, а второе вращение частиц жидкости. Такой подход позволяет разделить сложное (турбулентное) течение на два более простых течения [19].

Уравнения поля скорости могут быть получены путем упрощения (2) в соответствии с частной задачей. Пример такого упрощения для течения Пуазейля показал, что уравнение поля скорости является более сложным по сравнению с известным. Совпадение двух уравнений, найденных разными способами, можно получить только для некоторых граничных условий.

Метод позволил учесть влияние дополнительного фактора, который отсутствует в известном решении [1, 2]. Этим фактором является проекция силы тяжести, которая приводит к увеличению или уменьшению константы параболы в зависимости от угла наклона трубы по отношению к горизонту.

Определение касательных напряжений можно выполнить двумя способами. Первый способ основан на законе Ньютона для вязкого трения и сводится к дифференцированию уравнения поля скорости.

Второй способ основан на использовании уравнения движения в напряжениях. Анализ системы (1) показывает, что при любом режиме течения выполняется закон парности касательных напряжений, т. е. $\tau_{xy} = \tau_{yx},\ \tau_{zy} = \tau_{yz},\ \tau_{xz} = \tau_{zx}$ [1, 2]. Таким образом, одинаковые касательные напряжения входят в (1) по два раза и находятся под знаком производной, что приводит к необходимости составления и решения дифференциальных уравнений для их нахождения.

Использование второго способа для известной частной задачи (течение Пуазейля) позволило составить дифференциальное уравнение, которое имеет точное решение. Сравнение уравнений для касательных напряжений, полученных первым и вторым способом, показывает наличие некоторых отличий, причина которых заключается в более общем характере системы (1) [1–3].

Из (3) следует, что поле скорости в ламинарном потоке характеризуются двумя видами частных производных второго порядка. В потоке только с вращательным течением характерные функции меняются и величина скорости зависит от одинарного ротора и градиента угловой скорости частиц (или двойного и одинарного ротора от линейной скорости). Поле скорости осредненного турбулентного течения рассматривается как сумма предыдущих слагаемых. Данный метод позволяет записать различные формы расчетных уравнений, например (2) и (12).

В уравнениях для 3d вихря (10), а также для турбулентного течения присутствует функция ротора скорости, влияние которой на касательные напряжения недостаточно ясно и требует дополнительного анализа.

Рассмотренный в работе подход позволяет улучшить понимание сложных взаимосвязей между различными видами движений в ньютоновской жидкости, однако использование данного метода для любой задачи затруднено в связи с отсутствием полного количества требуемых уравнений.

6. Выводы

1. Метод расчета поля скорости основан на использовании частных случаев уравнений движения для ньютоновской жидкости, полученных с помощью классического уравнения движения сплошной среды в напряжениях (Навье). Показано, что расчет касательных напряжений можно выполнить двумя способами: с помощью уравнения Ньютона для вязкого трения и с помощью общего уравнения движения сплошной среды в напряжениях. Реализация первого способа сводится к дифференцированию уравнения поля скорости. Для реализации второго способа используется классический способ нахождения искомой величины, находящейся под знаком производной. Для этого требуется выделить соответствующие слагаемые из общей системы уравнений, составить и решить дифференциальное уравнение, а также наложить граничные условия.
2. Метод использован для нахождения уравнений поля скорости и касательных напряжений для известной задачи расчета ламинарного течения в круглой трубе. Выполнено сравнение найденных уравнений с известными. Показано, что метод приводит к более общим уравнениям для обеих полей. Отличия заключаются в наличии дополнительных констант, которые возникают при интегрировании уравнений. Показано, что метод может использоваться для учета новых влияющих факторов.
3. Выполнен анализ уравнений с целью упрощения использования метода применительно к осредненному турбулентному потоку, который рассматривается как сумма двух более простых течений: ламинарного и 3d вихря. Каждое из этих течений имеет свои закономерности изменения поля скоростей и касательных напряжений. В ламинарном потоке поле скорости характеризуются вторыми производными от линейных скоростей течения. Поле скорости в 3d вихре характеризуются градиентами от угловой скорости (s) или двойным ротором от линейной скорости (u). Касательные напряжения в турбулентном потоке вычисляются как сумма напряжений для предыдущих двух течений.

Литература

1. Лойцянский, Л. Г. Механика жидкости и газа [Текст] / Л. Г. Лойцянский. – М.: Наука, 1978. - 756 с.
2. Munson, B. R. Fundamentals of fluid mechanics [Text] / B. R. Munson. - Wiley, 2009. – 730 p.

3. Pijush, K. K. Fluid mechanics [Text] / K. K. Pijush, I. M.Cohen, R. D. David. - Elsiver, 2012. – 891 p.
4. Штеренлихт, Д. В. Гидравлика [Текст] / Д. В. Штеренлихт. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 351 с.
5. Ингель, Л. Х. К теории восходящих конвективных струй. [Текст] / Л. Х. Ингель // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. – 2008. – Т. 44, № 2. – С. 178–185.
6. Kumar, J. P. Free convection of Walter's fluid flow in a vertical double-passage wavy channel with heat source [Text] / J. P. Kumar, J. C. Umavathi, H. Prema. // International Journal of Engineering, Science and Technology. – 2011. – Vol. 3, Issue 1. doi: 10.4314/ijest.v3i1.67643
7. Бескачко, В. П. МГД эффекты в экспериментах с вращающимся диском в присутствии осевого магнитного поля [Текст] / В. П. Бескачко, Н. А. Болотникова, П. О. Цацин // Вестник ЮУГУ. Математика. Механика. Физика. – 2006. – Т. 7. – С. 187–191.
8. Гольдштик, М. А. Вихревые потоки [Текст] / М. А. Гольдштик. – Новосибирск: Наука, 1981. – 366 с.
9. Любомирский, Н. В. Методика расчета поля скорости взаимодействующих вращающихся потоков [Текст] / Н. В. Любомирский, О. Н. Зайцев // Строительство и техногенная безопасность. – 2008. – Вып. 26. – С. 94–97.
10. Ватин, Н. И. Численное моделирование трехмерного поля скорости в циклоне [Текст] / Н. И. Ватин, А. А. Гиргидов, К. И. Стрелец // Инженерно-строительный журнал. – 2011. – Т. 5. – С. 5–9.
11. Hachicha, A. Numerical simulation of wind flow around a parabolic trough solar collector [Text] / A. Hachicha, I. Rodriguez, J. Castro, A. Oliva // Applied energy. – 2013. – Vol. 107. – P. 426–437. doi: 10.1016/j.apenergy.2013.02.014
12. Smith, B. W. Velocity profile method for time varying resistance in minimal cardiovascular system models [Text] / B. W. Smith, J. G. Chase, R. I. Nokes, G. M. Shaw, T. David // Physics in Medicine and Biology. – 2003. – Vol. 48, Issue 20. – P. 3375–3387. doi: 10.1088/0031-9155/48/20/008
13. Ferziger, J. H. Numerical methods for engineering application [Text] / J. H. Ferziger. – Wiley, New York, 1998. – 400 p.
14. Идельчик, И. Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям [Текст] / И. Е. Идельчик. – М.: Машиностроение, 1992. – 672 с.
15. Беляев, Н. М. Термодинамика [Текст] / Н. М. Беляев. – К.: Вища шк. 1987. – 344 с.
16. Фрик, П. Г. Турбулентность: модели и подходы [Текст] / П. Г. Фрик. – Пермь, ПГТУ, 1998. – 108 с.
17. Mathieu, J. An Introduction to Turbulent Flow [Text] / J. Mathieu. – Cambridge University Press, 2000. – 374 p.
18. Исаченко, В. П. Теплопередача [Текст] / В. П. Исаченко, В. А. Осипова, А. С. Сукомел. – М., Энергия, 1981. – 417 с.
19. Бударин, В. А. Преобразование уравнения движения в напряжениях для несжимаемой жидкости [Текст] / В. А. Бударин // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2015. – Т. 2, № 7 (74). – С. 38–41. doi: 10.15587/1729-4061.2015.39886