

УДК 621.941-531.7.001.57

Б.О. Ткаченко, канд. техн. наук, доц.,
А.В. Баланюк, магістр,
Одес. нац. політехн. ун-т

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ ПРИ РАСТАЧИВАНИИ ОТВЕРСТИЙ С УЧЕТОМ ПЕРЕМЕННОЙ ЖЕСТКОСТИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Введение. При обработке протяженных отверстий на горизонтально-расточных станках расточными оправками возможно появление погрешностей обработки, связанных с причинами различного характера. Одной из существенных причин появления погрешности является переменная жесткость технологической системы в процессе обработки детали. Указанный фактор приводит к появлению погрешностей формы как в осевом сечении детали (седлообразность, конусность), так и в радиальном (отклонение от округлости).

Анализ последних исследований и публикаций. Для повышения жесткости обработки применяются различные технологические методы и подходы: применение расточных резцов специальных конструкций, режущих пластинок из прогрессивных материалов, использование борштанг с виброгасителями колебаний. Однако единого подхода, который позволил бы установить соответствия между режимами резания, конструктивными размерами расточных оправок, схемами растачивания, прочностными характеристиками материалов борштанги и детали с образующимися погрешностями обработки не существует.

Таким образом, актуальной является **цель работы** — разработка математической модели, описывающей погрешности, появляющиеся при растачивании, и включающей режимные, конструктивные и прочностные факторы.

Изложение основного материала. Одной из наиболее часто применяемых схем является схема растачивания в кондукторных плитах при шарнирном соединении расточной оправки со шпинделем станка с применением одного или двух расточных резцов [1].

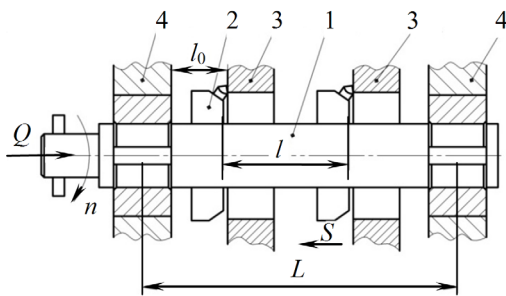


Рис. 1. Схема растачивания в кондукторах при шарнирном соединении расточной оправки со шпинделем станка: 1 — расточная оправка; 2 — расточной блок; 3 — деталь; 4 — кондукторная плита

Конструктивная схема расточной оправки с использованием двух расточных резцов приведена на рис. 1.

Расстояние между кондукторными плитами — L , расстояние между резцами на оправке — l . Оправка находится под воздействием сил резания $F_{y1}, F_{z1}, F_{y2}, F_{z2}$, действующих на резцы 1 и 2 (рис. 2), расположенные в различных плоскостях под углом α друг к другу.

Указанные силы непрерывно изменяют свое положение в пространстве, что обуславливает возникновение колебательного процесса. Суммарные составляющие возбуждающих сил в проекции на оси OY и OZ

$$\begin{cases} F_{y2} = -P_{y2} \sin(\alpha + \omega t) - P_{z2} \cos(\alpha + \omega t); \\ F_{z2} = P_{z2} \sin(\alpha + \omega t) - P_{y2} \cos(\alpha + \omega t), \end{cases}$$

DOI 10.15276/opus.2.44.2014.07

© Б.О. Ткаченко, А.В. Баланюк, 2014

$$\begin{cases} F_{y1} = -P_{y1} \sin \omega t - P_{z1} \cos \omega t; \\ F_{z1} = P_{z1} \sin \omega t - P_{y1} \cos \omega t, \end{cases}$$

где $\omega = 2\pi f$ — угловая скорость вращения расточной борштанги;

$$f = \frac{n}{60}; t \text{ — время обработки.}$$

Расчетная схема задачи (рис. 3) представляет собой двухмассовую колебательную систему, в которой положение масс m_{np1} и m_{np2} относительно оси AB изменяется с течением времени по закону

$$x(t) = l_0 + Snt,$$

где l_0 — расстояние от кондукторной плиты до детали.

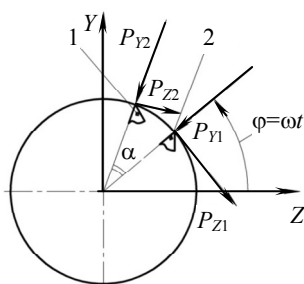


Рис. 2. Схема сил, действующих на режущий инструмент

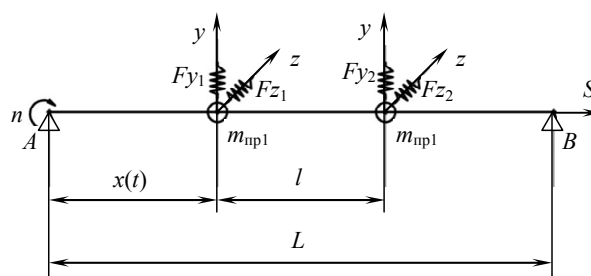


Рис. 3. Расчетная схема

Движение механической системы описывается следующими дифференциальными уравнениями [3]:

$$\begin{cases} y_1 + m_1 \delta_{11} \ddot{y}_1(t) + m_2 \delta_{12} \ddot{y}_2(t) = \delta_1 F_{y1} + \delta_1 F_{y2}; \\ y_2 + m_1 \delta_{21} \ddot{y}_1(t) + m_2 \delta_{22} \ddot{y}_2(t) = \delta_2 F_{y1} + \delta_2 F_{y2}, \end{cases} \quad (1)$$

$$y_1(0) = 0; \quad \dot{y}_1(0) = 0; \quad y_2(0) = 0; \quad \dot{y}_2(0) = 0,$$

$$\begin{cases} z_1 + m_1 \delta_{11} \ddot{z}_1(t) + m_2 \delta_{12} \ddot{z}_2(t) = \delta_1 F_{z1} + \delta_1 F_{z2}; \\ z_2 + m_1 \delta_{21} \ddot{z}_1(t) + m_2 \delta_{22} \ddot{z}_2(t) = \delta_2 F_{z1} + \delta_2 F_{z2}, \end{cases} \quad (2)$$

$$z_1(0) = 0; \quad \dot{z}_1(0) = 0; \quad z_2(0) = 0; \quad \dot{z}_2(0) = 0,$$

где $\delta_{i1}; \delta_{i2}$ — перемещения по направлению силы X_i , вызванные единичными силами X_1, X_2 , приложенными в точках нахождения соответствующих масс;

$\delta_i F_{y1}, \delta_i F_{y2}, \delta_i F_{z1}, \delta_i F_{z2}$ — перемещения по направлению X_i от соответствующей вибрационной нагрузки $F_{y1}, F_{y2}, F_{z1}, F_{z2}$.

Учитывая одинаковую жесткость в направлении осей Y и Z , указанные перемещения в механической системе одинаковы и определяются методом умножения эпюр Верещагина (рис. 4).

Таким образом, решение задачи сводится к решению систем уравнений (1) и (2), если

$$\delta_{11} = \frac{1}{3} \frac{1}{EI} \frac{(L-x)^2 x^2}{L},$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{3} \frac{1}{EI} \frac{(l-x)^2 (L-l-x)^2}{L},$$

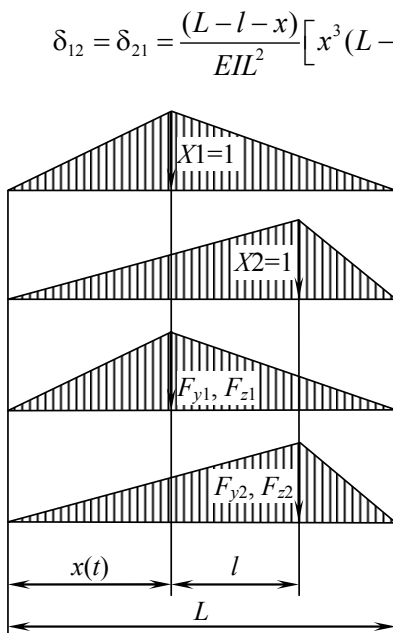


Рис. 4. Эпюры изгибающих моментов от единичных сил и вибрационной нагрузки

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{(L-l-x)}{EIL^2} \left[x^3(L-x) + (L-l-x)^2 x(l+x) + l(L-l-x) \left(\frac{l}{2} + x \right) x + \frac{1}{2} l^2 x \left(\frac{1}{3} l + x \right) \right],$$

$$\delta_{11} F_{y1} = \frac{1}{3} \frac{F_{y1}}{EI} \frac{(L-x)^2}{L} x^2,$$

$$\delta_{22} F_{y2} = \frac{1}{3} \frac{F_{y2}}{EIL} (l+x)^2 (L-l-x)^2,$$

$$\delta_{12} F_{y2} = \frac{1}{EI} F_{y2} \frac{(L-l-x)}{L^2} \left[x^3(L-x) + (L-l-x)^2 x(l+x) + l(L-l-x) \left(\frac{l}{2} + x \right) x + \frac{1}{2} l^2 x \left(\frac{1}{3} l + x \right) \right],$$

$$\delta_{21} F_{y1} = \frac{1}{EIL^2} F_{y1} (L-l-x) \left[x^3(L-x) + (L-l-x)^2 x(x+l) + x(L-l-x) \left(\frac{l}{2} + x \right) l + \frac{1}{2} l^2 x \left(\frac{1}{3} l + x \right) \right],$$

$$\delta_{11} F_{z1} = \frac{1}{3} \frac{F_{z1}}{EI} \frac{(L-x)^2}{L} x^2,$$

$$\delta_{21} F_{z2} = \frac{1}{3} \frac{F_{z2}}{EIL} (l+x)^2 (L-l-x)^2,$$

$$\delta_{12} F_{z2} = \frac{1}{EI} F_{z2} \frac{(L-l-x)}{L^2} \left[x^3(L-x) + (L-l-x)^2 x(l+x) + l(L-l-x) \left(\frac{l}{2} + x \right) x + \frac{1}{2} l^2 x \left(\frac{1}{3} l + x \right) \right],$$

$$\delta_{21} F_{z1} = \frac{1}{EIL^2} F_{z1} (L-l-x) \left[x^3(L-x) + (L-l-x)^2 x(x+l) + x(L-l-x) \left(\frac{l}{2} + x \right) l + \frac{1}{2} l^2 x \left(\frac{1}{3} l + x \right) \right],$$

где E — модуль упругости материала расточной оправки,

I — момент инерции сечения оправки относительно оси, $I = 0,049d^4$.

Особенностью решаемой задачи является наличие переменных коэффициентов в системе дифференциальных уравнений (1) и (2). Поэтому для решения применяется численный метод — метод конечных разностей. Решая систему уравнений (1) относительно вторых производных, получаем

$$\begin{aligned} \ddot{y}_1(t) &= \frac{m_2 \delta_{22} (\delta_{11} F_{y1} + \delta_{12} F_{y2} - y_1(t)) - m_2 \delta_{12} (\delta_{21} F_{y1} + \delta_{22} F_{y2} - y_2(t))}{m_1 m_2 (\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12}^2)}, \\ \ddot{y}_2(t) &= \frac{m_1 \delta_{11} (\delta_{21} F_{y1} + \delta_{22} F_{y2} - y_2(t)) - m_1 \delta_{21} (\delta_{11} F_{y1} + \delta_{12} F_{y2} - y_1(t))}{m_1 m_2 (\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12}^2)}. \end{aligned} \quad (3)$$

Производные второго порядка аппроксимируются конечными разностями [2]

$$\ddot{y}_1(t) \approx \frac{Y_1(t+h) - 2Y_1(t) + Y_1(t-h)}{h^2},$$

$$\ddot{y}_2(t) \approx \frac{Y_2(t+h) - 2Y_2(t) + Y_2(t-h)}{h^2},$$

где Y_1, Y_2 — сеточные функции;

h — шаг сетки.

Из начальных условий задачи следует, что

$$\begin{aligned} Y_1(0) &= 0 & Y_2(0) &= 0 \\ Y_1(h) &= 0 & Y_2(h) &= 0 \end{aligned}$$

Для упрощения записи системы уравнений (3) вводятся обозначения следующих переменных величин:

$$\begin{aligned} \frac{m_2 \delta_{22}}{m_1 m_2 (\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12}^2)} &= A(t), & \frac{m_2 \delta_{12}}{m_1 m_2 (\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12}^2)} &= B(t), \\ \frac{m_1 \delta_{11}}{m_1 m_2 (\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12}^2)} &= C(t), & \frac{m_1 \delta_{21}}{m_1 m_2 (\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12}^2)} &= D(t), \\ \delta_{11} F_{y1} + \delta_{12} F_{y2} &= R(t), & \delta_{21} F_{y1} + \delta_{22} F_{y2} &= E(t). \end{aligned} \quad (4)$$

Тогда аппроксимация системы уравнений (3)

$$\begin{aligned} Y_1(t+h) &= h^2 A(t)(R(t) - Y_1(t)) - h^2 B(t)(E(t) - Y_2(t)) + 2Y_1(t) - Y_1(t-h), \\ Y_2(t+h) &= h^2 C(t)(E(t) - Y_2(t)) - h^2 D(t)(R(t) - Y_1(t)) + 2Y_2(t) - Y_2(t-h). \end{aligned}$$

Результатом работы является разработанная прикладная программа для определения перемещений $Y_1(t)$ и $Y_2(t)$, блок-схема которой приведена на рис. 5.

Программа работает следующим образом. По команде запуска осуществляется ввод исходных данных задачи $Y_1(0) = 0; Y_1(h) = 0; Y_2(0) = 0; Y_2(h) = 0$ (блоки 1...4). Далее задается шаг решаемой задачи (сетки) (блок 5), по формулам (4) вычисляются переменные коэффициенты (блок 7). Затем рассчитываются перемещения Y_1 и Y_2 в заданный момент времени t . Производится табулирование функции Y_1 и Y_2 (блоки 8 и 9).

Переменная задачи t увеличивается на шаг h (блок 11). Сохраняются значения сеточной функции в предшествующих расчетных точках (блоки 12 и 13), для функции Y_1 , а также для функции Y_2 (блоки 14 и 15). Далее по программе осуществляется сравнение с заданной величиной времени (время обработки): в случае, если условия блока 15 не выполняются, программа завершается.

Математическое моделирование колебаний на основе решений системы уравнений (1) и (2) позволяет назначить рациональные режимы резания S и v при растачивании длинных отверстий небольшого диаметра на горизонтально расточных станках еще на этапе проектирования технологического процесса. Это, в свою очередь, позволяет повысить точность горизонтально-расточной операции с применением расточных оправок описанной конструкции.

Выводы. Разработана математическая модель, описывающая погрешности, появляющиеся при растачивании. На основе расчета определяются следующие динамические параметры системы: резонансные амплитуды колебаний, собственные частоты и значения переменной жесткости в технологической системе.

Исследовано влияние взаимного расположения резцов на уровень колебаний инструмента. Определены параметры технологической системы, обеспечивающие эффективное уменьшение погрешностей формы отверстия в продольном и поперечном сечениях.

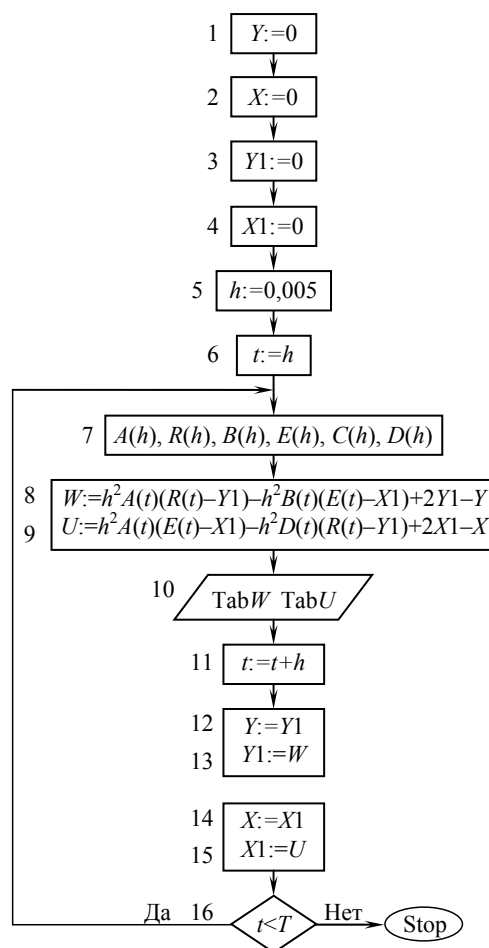


Рис. 5. Блок-схема решений системы уравнений

Литература

1. Наукоемкие технологии в машиностроении: монография / А.Г. Суслов [и др.]; под ред. А.Г. Суслова. — М.: Машиностроение, 2012. — 527 с.
2. Прохоров, С.А. Аппроксимативный анализ случайных процессов / С.А. Прохоров. — Самара: СГАУ, 2001. — 329 с.
3. Карлов, Н.В. Колебания, волны, структуры: монография / Н.В. Карлов, Н.А. Кириченко. — М.: Физматлит, 2003. — 496 с.

References

1. Suslov, A.G. (ed.) (2012). *Knowledge-Intensive Technologies in Mechanical Engineering*. Moscow: Mashinostroenie.
2. Prokhorov, S.A. (2001). *Approximate Analysis of Stochastic Processes*. Samara: Samara State Aerospace University.
3. Karlov, N.V. and Kirichenko, N.A. (2003). *Oscillations, Waves, Structures*. Moscow: Fizmatlit.

АНОТАЦІЯ / АННОТАЦИЯ / ABSTRACT

Б.О. Ткаченко, Г.В. Баланюк. **Моделювання коливань при розточці отворів з урахуванням змінної жорсткості технологічної системи.** При розточуванні протяжних отворів можливе утворення різних похибок, а саме: хвилястості поверхні, похибки форми в осьовому перерізі. Метою є встановлення закономірності утворення зазначених похибок залежно від конструктивних параметрів технологічної системи, властивостей матеріалу, що оброблюється, та режимів різання. Знаходження зазначених закономірностей дозволяє на етапі проектування технологічного процесу обирати оптимальні значення режимів різання і конструктивні параметри ріжучого інструменту. В якості методології дослідження застосований метод математичного моделювання горизонтально-розточної операції з урахуванням змінної жорсткості технологічної системи. Розроблено математичну модель, що дозволяє прогнозувати похибки обробки, що утворюються на горизонтально-розточній операції, з метою їх подальшої мінімізації. Практичне застосування розробленої моделі дає можливість побудови монограм, що дозволяють робітникам-розточникам обирати раціональні режими різання залежно від умов обробки.

Ключові слова: коливання, жорсткість, розточування, оптимальний режим, технологічна система.

Б.О. Ткаченко, А.В. Баланюк. **Моделирование колебаний при растачивании отверстий с учетом переменной жесткости технологической системы.** При растачивании протяженных отверстий возможно образование различных погрешностей, а именно: волнистости поверхности, погрешности формы в осевом сечении. Целью является установление закономерности образования указанных погрешностей в зависимости от конструктивных параметров технологической системы, свойств обрабатываемого материала, режимов резания. Нахождение указанных закономерностей позволяет на этапе проектирования технологического процесса выбирать оптимальные значения режимов резания и конструктивные параметры режущего инструмента. В качестве методологии исследования применен метод математического моделирования горизонтально-расточной операции с учетом переменной жесткости технологической системы. Разработана математическая модель, позволяющая прогнозировать образующиеся на горизонтально-расточной операции погрешности обработки с целью их дальнейшей минимизации. Практическое применение разработанной модели дает возможность построения монограмм, позволяющих рабочему-расточнику выбирать рациональные режимы резания в зависимости от условий обработки.

Ключевые слова: колебания, жесткость, растачивание, оптимальный режим, технологическая система.

B.O. Tkachenko, A.V. Balaniuk. **Simulation models of vibrations at holes boring factored in the technological system's variable rigidity.** At elongated holes boring several imperfections can occur, namely, the surface waviness and shape inaccuracies in the axial section. This research purpose is to establish the regularities of such imperfections formation depending on the technological system design parameters, on the processed material properties and on the cutting modes. Searching and establishing those common factors will allow, as early as at the technological process design stage, to choose the cutting mode optimal parameters as well as the cutting tools design parameters. As the research methodical basis, the method of horizontal boring operations mathematical modeling has been applied, taking into account the technological system variable rigidity. A mathematical model for predicting the surface imperfections formed when horizontal boring has been developed with the aim of such flaws occurrence further minimization. The developed model practical application provides the possibility to build graphs allowing the boring tool operator to choose rational cutting modes depending on the conditions of processing.

Keywords: vibrations, rigidity, boring, optimal mode, technological system.

Рецензент д-р техн. наук, проф. Одес. нац. политехн. ун-та Оргиян А.А.

Поступила в редакцию 22 мая 2013 г.