

Міністерство освіти і науки України  
Одеський національний політехнічний університет

На правах рукопису

**ГРИГОРЕНКО Юрій Васильович**

УДК 519.972.5:004.942.001.57

**МОДЕЛІ, МЕТОДИ ТА ЗАСОБИ МАТЕМАТИЧНОГО  
МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ПЕРВИННОЇ ПЕРЕРОБКИ СИРИХ  
ВУГЛЕВОДНІВ**

Спеціальність 01.05.02 — Математичне моделювання та обчислювальні  
методи

**Дисертація**  
на здобуття наукового ступеня  
кандидата технічних наук

Науковий керівник:  
доктор технічних наук, професор  
**ПОЛОЖАЄНКО С. А.**

Одеса — 2015

## ЗМІСТ

|  |    |
|--|----|
| СПИСОК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ ТА ПОЗНАЧОК.....  | 7  |
| ВСТУП.....   | 10 |
| 1. ОБГРУНТУВАННЯ ТЕХНОЛОГІЧНОЇ НЕОБХІДНОСТІ<br>ТА НАУКОВОГО ПІДХОДУ ЩОДО МАТЕМАТИЧНОГО<br>МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ПЕРВИННОЇ<br>ПЕРЕРОБКИ СИРИХ ВУГЛЕВОДНІВ..... | 20 |
| 1.1. Загальна характеристика, технологічні схеми та аналіз<br>процесів первинної переробки сирих вуглеводнів.....  | 20 |
| 1.2. Аналіз існуючих моделей та методів математичного<br>моделювання процесів первинної переробки сирих вуглеводнів..  | 25 |
| 1.2.1. Аналіз існуючих математичних моделей процесів<br>первинної переробки сирих вуглеводнів.....   | 25 |
| 1.2.2. Чисельні методи математичного моделювання<br>процесів первинної переробки сирих вуглеводнів.....  | 42 |
| 1.3. Проблематика основних задач математичного моделювання<br>процесів первинної переробки сирих вуглеводнів.....  | 45 |
| ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 1.....   | 52 |
| 2. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ПРОЦЕСІВ ПЕРВИННОЇ ПЕРЕРОБКИ<br>СИРИХ ВУГЛЕВОДНІВ ТА ЧИСЕЛЬНА РЕАЛІЗАЦІЯ ЦИХ<br>МОДЕЛЕЙ НА ОСНОВІ ПРИНЦИПУ ТИПІЗАЦІЇ.....              | 53 |
| 2.1. Математичні моделі процесів первинної переробки<br>сирих вуглеводнів та їх узагальнення.....  | 54 |
| 2.2. Якісний аналіз математичних моделей процесів первинної<br>переробки сирих вуглеводнів із застосуванням  |    |

|   |     |
|---|-----|
| їх узагальненого опису.....   | 67  |
| 2.3. Розробка кінцевовимірною (дискретного) аналога<br>узагальненої математичної моделі процесів первинної<br>переробки сирих вуглеводнів та метод його<br>чисельної реалізації.....              | 74  |
| 2.3.1. Побудова та дослідження якісних характеристик<br>різницевої схем, утворюваних при дискретизації<br>узагальненої математичної моделі процесів<br>первинної переробки сирих вуглеводнів..... | 74  |
| 2.3.2. Врахування при дискретизації нелінійного<br>характеру узагальненої математичної моделі<br>процесів первинної переробки сирих вуглеводнів.....  | 83  |
| 2.4. Чисельне дослідження процесів первинної переробки сирих<br>вуглеводнів на основі використання дискретного аналога<br>узагальненої математичної моделі.....                                   | 85  |
| 2.5. Синтез управління процесами первинної переробки<br>сирих вуглеводнів.....  | 92  |
| ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 2.....  | 99  |
| 3. ІДЕНТИФІКАЦІЯ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ПРОЦЕСІВ<br>ПЕРВИННОЇ ПЕРЕРОБКИ СИРИХ ВУГЛЕВОДНІВ.....  | 101 |
| 3.1. Постановка та якісне дослідження задачі параметричної<br>ідентифікації математичних моделей процесів первинної<br>переробки сирих вуглеводнів.....   | 101 |
| 3.2. Параметрична ідентифікація математичних моделей<br>процесів первинної переробки сирих вуглеводнів<br>на основі методу проекції градієнта.....  | 105 |
| 3.2.1. Мінімізація критерію якості за методом<br>проекції градієнта.....  | 107 |

|  |     |
|--|-----|
| 3.2.2. Організація ітераційного процесу уточнення параметрів математичної моделі.....  | 111 |
| 3.2.3. Мінімізації функціонала виду (3.5) у випадку нелінійного представлення параметрів математичної моделі.....                              | 112 |
| 3.3. Дискретне представлення задачі параметричної ідентифікації математичних моделей процесів первинної переробки сирих вуглеводнів.....       | 115 |
| 3.4. Чисельне дослідження задачі параметричної ідентифікації математичних моделей процесів первинної переробки сирих вуглеводнів.....          | 123 |
| ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 3.....   | 130 |
| 4. КОМП'ЮТЕРНІ ЗАСОБИ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ ПРИ РОЗВ'ЯЗАННІ ЗАДАЧ МОДЕЛЮВАННЯ І ІДЕНТИФІКАЦІЇ ПРОЦЕСІВ ПЕРВИННОЇ ПЕРЕРОБКИ СИРИХ ВУГЛЕВОДНІВ..... | 131 |
| 4.1. Структурна організація обчислювальних процедур в програмному комплексі.....   | 131 |
| 4.2. Моделювання динаміки процесу електро-(термо)знесолення та зневоднення сирої нафти при незмінних параметрах математичної моделі.....       | 140 |
| 4.3. Моделювання динаміки процесу електро-(термо)знесолення та зневоднення сирої нафти при ідентифікації параметрів математичної моделі.....   | 153 |
| ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 4.....   | 163 |
| ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ.....   | 164 |
| СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....  | 168 |

## ДОДАТКИ

|   |     |
|---|-----|
| А. ДОКУМЕНТИ, ЩО ПІДТВЕРДЖУЮТЬ ВПРОВАДЖЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДИСЕРТАЦІЙНОЇ РОБОТИ.....   | 183 |
| Б. ОПИС ТЕХНОЛОГІЧНОЇ СХЕМИ ПРОЦЕСУ ЕЛЕКТРО- (ТЕРМО)ЗНЕСОЛЕННЯ І ЗНЕВОДНЕННЯ СИРОЇ НАФТИ.....   | 190 |
| В. ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ПРОЦЕСІВ (АПАРАТІВ) ПЕРВИННОЇ ПЕРЕРОБКИ СИРИХ ВУГЛЕВОДНІВ ТА АНАЛІЗ ЗАСОБІВ ЇХ ЧИСЕЛЬНОЇ РЕАЛІЗАЦІЇ.....                                    | 198 |
| В.1. Лінеаризація нелінійних математичних моделей апаратів процесів первинної переробки сирої нафти.....  | 198 |
| В.2. Порівняльний аналіз технічних засобів математичного моделювання ЗП- та РП-процесів.....  | 200 |
| В.3. Доведення теореми 2.1 про існування та теореми 2.2 про єдиність розв'язку задачі (2.16) — (2.19).....  | 205 |
| В.4. Доведення теорем 2.3, 2.4 про керованість системи (2.16) — (2.19).....   | 210 |
| В.5. Характеристики усередненої похибки різницевої схеми (2.43).....  | 213 |
| В.6. Доведення теореми 3.1 (про існування та єдиність розв'язку) і теореми 3.2 (про диференційованість функціоналу якості) для оптимізаційної постановки задачі виду (3.9)..... | 216 |
| Г. ОБГРУНТУВАННЯ СТИСЛОСТІ ВІДОБРАЖЕННЯ $G: \phi \rightarrow \phi$ ПРИ РОЗВ'ЯЗУВАННІ НЕЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ РІЗНИЦЕВОЇ СХЕМИ (2.87) МЕТОДОМ ПРОСТОЇ ІТЕРАЦІЇ.....                   | 223 |

|  |     |
|--|-----|
| Д. ОБЧИСЛЮВАЛЬНА РЕАЛІЗАЦІЯ ДИСКРЕТНИХ РІВНЯНЬ<br>ДИНАМІКИ ЗА РІЗНИЦЕВОЮ СХЕМОЮ (2.48)<br>З ГРАНИЧНИМИ ТА ПОЧАТКОВИМИ УМОВАМИ<br>ВИДУ (2.69), (2.70).....        | 227 |
| Є. ТЕОРЕТИЧНІ ТА ПРАКТИЧНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ПИТАНЬ<br>КЕРОВАНОСТІ ПРОЦЕСІВ ПЕРВИННОЇ ПЕРЕРОБКИ<br>СИРИХ ВУГЛЕВОДНІВ.....  | 232 |
| Є.1. Доведення теорем керованості процесів первинної переробки<br>сирих вуглеводнів у випадку наявності запізнень на змінні<br>простору стану та управління..... | 232 |
| Є.2. Корекція запізнювань на координати векторів стану<br>та управління.....   | 234 |
| Є.3. Чисельне дослідження задач управління процесами<br>первинної переробки сирих вуглеводнів.....   | 238 |
| Ж. ОЦІНКА ЗАЛИШКОВИХ ЧЛЕНІВ ПРИ ВИЗНАЧЕННІ<br>ПРИРОЩЕННЯ ФУНКЦІОНАЛУ ВИДУ (3.35) ДЛЯ ВИПАДКУ<br>ТЕРМІНАЛЬНОЇ ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧІ.....                              | 244 |
| І. ДОДАТКОВІ ВИХІДНІ ДАНІ ЩОДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ<br>ЗАДАЧІ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ МАТЕМАТИЧНИХ<br>МОДЕЛЕЙ АПАРАТІВ ОБ'ЄМНОГО ТЕПЛООБМІНУ.....                   | 247 |
| К. ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ ЗАСОБІВ МОДЕЛЮВАННЯ<br>ТА ІДЕНТИФІКАЦІЇ ПРОЦЕСІВ ПЕРВИННОЇ ПЕРЕРОБКИ<br>СИРИХ ВУГЛЕВОДНІВ.....   | 249 |
| Л. МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНОГО СТАНУ ПРОЦЕСУ<br>ЕЛЕКТРО-(ТЕРМО)ЗНЕСОЛЕННЯ ТА ЗНЕВОДНЕННЯ СИРОЇ<br>НАФТИ ПРИ НЕЛІНІЙНОМУ ХАРАКТЕРІ МАТЕМАТИЧНОЇ<br>МОДЕЛІ.....        | 251 |

## СПИСОК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ ТА ПОЗНАЧОК

- АСУ ТП — автоматизована система управління технологічним процесом;
- ЕЛОУ-АВТ — установка електрознесення — атмосферно-вакуумна трубчатка;
- ГУ — граничні умови;
- ДРЧП — диференційне рівняння у часткових похідних;
- ЗП-об'єкт — об'єкт із зосередженими параметрами;
- НПЗ — нафтопереробний завод;
- ММ — математична модель;
- ППСВ — процеси первинної переробки сирих вуглеводнів;
- ПУ — початкові умови;
- РП-об'єкт — об'єкт із розподіленими параметрами;
- СКВ — середньо-квадратичне відхилення;
- УППСВ — установки первинної переробки сирих вуглеводнів.
- $r, z, t$  — незалежні змінні за просторовими  $(r, z)$  та часовою  $(t)$  координатами;
- $\Omega$  — просторова область ( $\Omega \subset R^{M_k}$  або  $\Omega \subset \mathfrak{R}^n$ ) з границею  $\Gamma$ , в якій описано (формалізовано) фізичний процес;
- $\mathbf{y}(s), \mathbf{u}(s), \mathbf{d}(s)$  — перетворення за Лапласом відповідно вихідної величини  $y(t)$ , управління  $u(t)$  та контрольованого збудження  $d(t)$ ;
- $g(s), g_d(s)$  — передатні функції за управлінням та збудженням;

$A$  — гіперболічний (або параболічно-гіперболічний) диференційний оператор;

$\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}, \mathbf{G}(s), \mathbf{G}_d(s), \mathbf{W}, \mathbf{Y}, \mathbf{S}$  — матриці коефіцієнтів;

$\mathbf{x}(t), \mathbf{y}(t), \mathbf{d}(t)$  — вектор-функції змінних простору стану, вихідних координат та зовнішніх збуджень, відповідно;

$f[\cdot], h[\cdot]$  — лінійні (або нелінійні) функції;

$\Phi = \bar{\Phi}(r, z, t)$  — вектор-функція стану фізичного процесу;

$\phi_{\Phi}^*(r, z, t)$  — зведена до  $\bar{\Phi}(r, z, t)$  функція (розділ 3);

$T(t), T(r, z, t)$  (або  $Q(r, z, t)$ ) — функція температури (зосереджена або розподілена);

$F(t), F(r, z, t)$  — функція витрати (зосереджена або розподілена);

$\rho, C_p$  — фізичні параметри густини та теплоємності відповідних рідин;

$A_c, S_{\pi}$  — поперечний перетин;

$h(t), h(r, z, t)$  — зосереджена або розподілена функція рівня (наприклад, рівня рідини у технологічному апараті);

$v(r, z, t)$  — розподілена функція швидкості;

$H_0^1(\Omega), L^2(\Omega), L^p(\Omega), L^\infty(\Omega)$  — простори Гільберта (перший) та Соболева, в яких визначено відповідні функції;

$I(\cdot), J(\cdot)$  — критерії якості, що введено для відповідних оптимізаційних задач;

$\|\cdot\|$  — норми відповідних функцій;

$\bar{\omega}_{\Delta g \Delta t} = \bar{\omega}_{\Delta g} \times \bar{\omega}_{\Delta t} = \left\{ (l \Delta \bar{g}, m \Delta t), l = \overline{1, L}, m = \overline{0, M} \right\}$  — сітка дискретизації з кроками по просторових координатах  $\Delta \bar{g} = (\Delta r_j, \Delta z)$ ;  $\Delta r_j = r_{\max} / L_r$ ;

$j = \overline{1, N}$ ;  $\Delta z = z_{\max} / L_z$  (для рівномірних сіток  $\Delta r_j = \Delta z$ ) та по часовій координаті  $\Delta t = t_k / M$  ( $t_k$  — в загальному випадку час спостереження);

$\Phi_g^m$  — сіткова функція, визначена на сітці  $\bar{\omega}_{\Delta g \Delta t}$ ;



$E_{\text{cp}}(m)$  — похибка дискретних математичних моделей;

$\varepsilon_{\rho} > 0$  — похибка методу проекції градієнта (розділ 3)

Тлумачення інших скорочень та позначок, які не мають поширеного застосування, розкрито по тексту дисертаційної роботи.

## ВСТУП

Розвиток нафтогазопереробної та нафтохімічної промисловості при сучасному рівні потреб економіки України характеризується необхідністю значного розширення асортименту та підвищення якості продукції, що випускається; збільшення «глибини» переробки сирих вуглеводнів (насамперед, нафти та газового конденсату); будівництва, поряд із установками великої одиничної потужності, модульних малотонажних установок комплексної підготовки та переробки сирих вуглеводнів і газу, які дозволяють отримувати широку гаму нафтопродуктів з урахуванням попиту в них господарського комплексу держави [1, 2].

Установки первинної переробки сирих вуглеводнів (ППСВ) є головними на нафтопереробних заводах (НПЗ) [3 — 17] і призначені для отримання, зокрема, з сирої нафти товарних продуктів (прямогінний бензин, сірчане паливо, тощо) та нафтопродуктів для подальшої переробки (бензинова фракція, оливні дистиляти, тощо). У будь-якій технологічній схемі первинної переробки сирих вуглеводнів (зокрема, сирої нафти), незалежно від її технічної реалізації, можна виділити чотири основних технологічних процеси: змішування промивної води та первинної сирої нафти (утворення водонафтової емульсії); дестабілізація водонафтової емульсії за допомогою деемульгаторів; зневоднення та знесолення водонафтової емульсії; відокремлення промивної води та зневодненої (знесоленої) сирої нафти. Кожний з цих технологічних процесів (стадій) характеризується притаманною йому складною сукупністю взаємно пов'язаних фізико-хімічних явищ.

Зважаючи на значний накопичений досвід експлуатації установок ППСВ їх конструктивне оформлення добре відпрацьовано на практиці, а технологічне обладнання типізовано та уніфіковано [18 — 26]. Однак, часто одні й ті самі установки ППСВ з принципово однаковими конструктивними рішеннями використовуються для сировини із значно

відмінними властивостями. Виникають ситуації, коли технологічне обладнання використовується не з повною віддачею і не в змозі забезпечити необхідну «глибину» та якість переробки сирих вуглеводнів (нафти). Одним з дієвих шляхів вирішення цих задач слід розглядати удосконалення математичного забезпечення АСУ ТП первинної переробки сирих вуглеводнів (ППСВ) [16, 26 — 33].

Існуючі емпіричні та рекурентні математичні моделі (ММ) [1, 4, 6, 11, 25, 34], а також комп'ютерні засоби [2, 19, 20, 35, 36] дозволяють успішно розв'язувати певне коло практичних задач у складі математичного забезпечення АСУ ТП ППСВ. Завдяки простоті математичної формалізації, емпіричні та рекурентні ММ процесів ППСВ потребують незначних обчислювальних ресурсів при чисельній реалізації, що, безумовно, є їх важливою перевагою. Однак, вказані ММ мають низку суттєвих недоліків, що обмежує ефективну область використання цих моделей. Зокрема, емпіричні та рекурентні ММ забезпечують достатню точність лише в стаціонарних (та близьких до них) режимах і не можуть застосовуватися в нештатних та аварійних режимах. Крім того, вид емпіричних та рекурентних ММ в значній мірі визначається конструктивними особливостями та продуктивністю технологічних апаратів, процеси в яких вони (моделі) описують, а тому ці ММ не можуть бути *уніфікованими* для однотипних, але конструктивно відмінних технологічних апаратів.

Вказаних недоліків позбавлено ММ процесів ППСВ, які представлено у вигляді диференційних рівнянь у часткових похідних (ДРЧП), оскільки ці ММ складено на основі фундаментальних законів збереження маси та енергії. Разом з тим, для ММ процесів ППСВ у вигляді ДРЧП не вирішеною залишається задача врахування *нелінійності коефіцієнтів* при диференційних операторах, яка проявляється у вигляді залежності фізико-хімічних параметрів сировини (наприклад, густини або теплопровідності) від шуканих функцій процесу (температури, тиску,

концентрації тощо). Нелінійність ММ проявляється на перехідних режимах роботи технологічних апаратів (перехідні режими складають 25 — 40 % часу плин технологічного процесу), а також її необхідно враховувати при одночасному перебуванні в технологічному процесі сировини з різними фізико-хімічними параметрами. Враховуючи останнє виникає проблема невизначеності фракційного складу первинної сировини, що потребує необхідність розв'язання задачі параметричної ідентифікації ММ (як лінійних, так і нелінійних).

Не дивлячись на те, що методологія *системного аналізу та математичного моделювання* на поточний час досить глибоко занурилася у загальну нафтохімічну технологію [2, 18, 20 — 33, 36 37], цього не можна сказати щодо технологічних процесів ППСВ, оскільки існує брак теоретичних та прикладних досліджень в області розробки ММ процесів ППСВ, а також чисельних методів та комп'ютерних засобів реалізації цих ММ.

Таким чином, систематизація і аналіз вказаної області досліджень свідчать про те, що *актуальною* і не повною мірою розв'язаною є науково-технічна задача створення, удосконалення та ефективного застосування моделей, методів та засобів математичного моделювання процесів ППСВ.

У *першому* розділі, на характерному випадку сучасної технологічної схеми переробки сирої нафти, виконано аналіз основних технологічних процесів, апаратів та режимів щодо промислових прикладів первинної переробки сирих вуглеводнів. Вивчено питання математичного опису, а також чисельних методів дослідження технологічних процесів та апаратів переробки сирих вуглеводнів. У зв'язку з цим розглянуто сукупність фізичних явищ та відповідних ММ, притаманних процесам ППСВ. Обґрунтовано адекватність представлення ММ досліджуваного класу процесів у вигляді ДРЧП. Дано аналіз існуючим підходам щодо розв'язання задач моделювання і параметричної ідентифікації процесів

ППСВ та чисельної реалізації їх ММ. Сформульовано проблематику основних нерозв'язаних задач дослідження процесів ППСВ, а також сформульовано задачі дисертаційного дослідження.

У *другому* розділі виконано систематизацію процесів ППСВ за сукупністю фізико-хімічних явищ, які в них відбуваються. Розроблено ММ виділених при систематизації класів технологічних процесів ППСВ у вигляді ДРЧП та виконано їх узагальнення з метою типізації та уніфікації математичного опису. Запропоновано метод та реалізуючий його алгоритм розв'язання ДРЧП, що утворюють узагальнену ММ, який (метод) зводиться до дискретизації неперервної узагальненої ММ за схемою з вагами та подальшого розв'язання отриманої системи нелінійних дискретних рівнянь за процедурою простої ітерації. Розглянуто задачу побудови дискретних ММ досліджуваних процесів ППСВ, які враховують основні якісні властивості неперервних ММ. Виконано чисельне дослідження отриманих дискретних ММ та обґрунтовано їх спроможність. Показано можливість застосування запропонованих ММ процесів ППСВ в прикладних задачах управління даними процесами.

В *третьому* розділі виконано формулювання та якісне дослідження задачі ідентифікації ММ процесів ППСВ. Запропоновано підхід до розв'язування задачі параметричної ідентифікації ММ процесів ППСВ, який ґрунтується на подальшому розвитку методу, що використовує градієнтну процедуру оптимізації. Виконано чисельне дослідження алгоритмів параметричної ідентифікації ММ процесів ППСВ.

В *четвертому* розділі розроблено комп'ютерні засоби для розв'язування задач моделювання динаміки та параметричної ідентифікації процесів ППСВ. Крім того, розглянуто питання апробації та досвід практичного застосування розроблених у дисертаційній роботі ММ і методів їх реалізації.

У *додатках* до дисертаційної роботи представлено документи, які підтверджують впровадження результатів дисертаційного дослідження, а також містяться деякі математичні викладки.

**Зв'язок з науковими програмами, планами, темами.** Цільову спрямованість досліджень, виконаних у дисертаційній роботі, тісно пов'язано з планами наукових досліджень Одеського національного політехнічного університету (ОНПУ). Робота виконувалася у рамках держбюджетних науково-дослідницьких робіт: «Алгоритми, програми та пристрої систем контролю, діагностики і управління технологічними процесами» № 548-63, 2005 — 2008 р. р., (№ держ. реєстр. 0105U007208); «Моделі складних технологічних об'єктів і процесів та апаратно-програмні засоби їх реалізації в системах управління» № 18-63, 2009 — 2012 р. р., (№ держ. реєстр. 0109U008452); «Моделі та інформаційні технології діагностування і управління складними динамічними об'єктами» № 80-63 2013 — 2016 р. р. (№ держ. реєстр. 0113U007625).

**Мета та задачі дослідження.** Мета дисертаційної роботи полягає у створенні та подальшому розвитку методів математичного та чисельного моделювання процесів первинної переробки сирих вуглеводнів на основі застосування принципу типізації та уніфікації, а також у розробці комп'ютерно-орієнтованих засобів, які забезпечують ефективне розв'язування прикладних задач при дослідженні класу промислово вживаних процесів первинної переробки сирих вуглеводнів.

Для досягнення поставленої мети необхідно розв'язати наступні задачі:

— на основі аналізу поширених типових промислових технологій відокремити та систематизувати процеси ППСВ, а також дати характеристику особливостей цих процесів;

— на прикладах типових прикладних задач дослідження процесів (апаратів) ППСВ обґрунтувати підхід до їх математичного опису,

заснованому на застосуванні ДРЧП (в тому числі для нестационарної та нелінійної постановки задач);

— розробити ММ процесів ППСВ, що являють собою крайові задачі для відповідних ДРЧП, виконати узагальнення та аналіз якісних характеристик отриманих моделей;

— розробити дискретні ММ процесів ППСВ, які враховують основні якісні властивості динаміки досліджуваних процесів, та метод чисельної реалізації цих моделей;

— розробити метод параметричної ідентифікації ММ процесів ППСВ на основі якого розв'язати відповідні лінійну та нелінійну задачі;

— розробити інструментальні засоби, які реалізують запропоновані методи дослідження процесів ППСВ та виконати оцінку прикладних можливостей цих методів шляхом розв'язування задач, поширених у промисловій практиці.

**Об'єктом дослідження** є процеси первинної переробки сирих вуглеводнів.

**Предметом дослідження** є математичні моделі процесів первинної переробки сирих вуглеводнів та обчислювальні методи їх чисельної і комп'ютерної реалізації.

**Методи дослідження.** В дисертаційній роботі використано положення теорій: рівнянь математичної фізики (розробка неперервних ММ процесів ППСВ); оптимального управління та оцінювання (станів та параметрів) просторово-розподілених фізичних процесів (розробка та удосконалення методів обчислювальної реалізації ММ у вигляді ДРЧП при розв'язуванні задач моделювання та ідентифікації); чисельного аналізу (розробка алгоритмів реалізації дискретних ММ); організації комп'ютерних засобів моделювання (розробка програмного забезпечення); обчислювального експерименту (дослідження алгоритмів та програмних

засобів при розв'язуванні прикладних задач). Комп'ютерне моделювання проводилось методами обчислювального експерименту за допомогою пакету Matlab (Реквізити використаного пакету License number: 21808 Platform: All License option: Group Term: Perretual Use: Classroom).

**Наукова новизна** результатів, які виносяться на захист, полягає у наступному.

*Вперше:*

— запропоновано нестационарні та нелінійні ММ процесів ППСВ у вигляді ДРЧП, які отримано на основі фундаментальних законів фізики, що забезпечує адекватність цих моделей у широкому діапазоні змін технологічних параметрів, на відміну від існуючих емпіричних та рекурентних ММ;

— запропоновано узагальнену ММ систематизованої сукупності процесів ППСВ, що дозволило поставити та розв'язати задачу пошуку методу реалізації досліджуваних ММ окремих процесів на основі принципу типізації та уніфікації;

— доведено теореми існування та єдиності розв'язків ДРЧП, які утворюють узагальнену ММ процесів ППСВ, а також керованості зазначеними процесами (для випадків розподіленого та граничного управління за умови наявності обмежень на управління), що дозволило виконати якісний аналіз узагальненої ММ процесів ППСВ;

— запропоновано метод реалізації узагальненої ММ процесів ППСВ, який зводиться до дискретизації неперервної узагальненої ММ за різницевою схемою з вагами та подальшого розв'язання отриманої системи нелінійних дискретних рівнянь за процедурою простої ітерації. Метод дозволяє скоротити обчислювальні витрати при чисельному розв'язуванні ДРЧП, що утворюють узагальнену ММ процесів ППСВ, за рахунок застосування економічних різницевоїх схем.



*Набув подальшого розвитку* метод параметричної ідентифікації, що ґрунтується на використанні градієнтної процедури оптимізації. Це дозволило поширити його на випадок процесів ППСВ і отримати розв'язок задачі параметричної ідентифікації у разі, коли параметр, який ідентифікується, являє собою функцію просторових координат (лінійна задача) або шуканої розподіленої функції простору стану (нелінійна задача).

**Практична цінність роботи** полягає в тому, що запропоновані ММ, методи та засоби моделювання дозволили розширити клас важливих для практики задач дослідження процесів ППСВ, а також створено комплекс програм комп'ютерного моделювання для розв'язування задач моделювання (аналізу) процесів ППСВ та параметричної ідентифікації їх ММ.

При цьому підвищення точності чисельного моделювання, що забезпечують розроблені нелінійні та нестационарні ММ процесів ППСВ та метод їх (моделей) чисельної реалізації, дозволяють зменшити енерговитрати на технологічні операції на (10...15)% .

Результати, отримані в дисертаційній роботі, впроваджено: у Товаристві з обмеженою відповідальністю «ЛУКОЙЛ Технолоджи Сервісиз Україна» (ММ процесів (апаратів) ППСВ та комп'ютерні засоби їх реалізації), у Товаристві з обмеженою відповідальністю «Інфраструктура Технолоджи Сервісиз та Інжинірінг Україна» (ММ процесів (апаратів) ППСВ та комплекс програмних засобів їх реалізації), у Товаристві з обмеженою відповідальністю «Скай Систем Аутомейшн» (ММ процесів (апаратів) ППСВ та підхід до розв'язання задачі параметричної ідентифікації вказаних ММ).

Матеріали дисертаційної роботи використано при розробці лекційних курсів і циклів лабораторних робіт з дисциплін: «Автоматизація типових виробничих процесів» та «Автоматизація проектування систем

управління», які поставлено та які викладаються на кафедрі комп'ютеризованих систем управління ОНПУ.

**Особистий внесок здобувача в працях, опублікованих із співавторами.** Наукові положення, висновки та рекомендації, які викладено у дисертаційній роботі, і які виносяться на захист, отримано особисто здобувачем та узагальнено під час оформлення дисертаційної роботи. В працях, опублікованих у співавторстві [45, 92, 94, 95, 98, 113, 115, 120, 121, 151, 153], особистий внесок автора складає:

— в [45] — запропоновано метод чисельної реалізації узагальненої ММ процесів ППСВ.

Праця [45] є статтею, опублікованою у зарубіжному виданні.

— в [92, 94, 95, 98] — запропоновано ММ процесів ППСВ та виконано їх узагальнення.

— в [113, 115] — запропоновано процедури синтезу законів управління та аналітичного конструювання регуляторів для класу енергетичних об'єктів з вираженою інерційністю.

— в [120] — сформульовано та доведено: теорему щодо існування та єдності розв'язку задачі параметричної ідентифікації ММ водо-нафтових сумішей; теорему щодо диференційованості функціоналу якості в задачі параметричної ідентифікації ММ водо-нафтових сумішей.

Працю [120] проіндексовано у світових наукометричних базах *Index Copernicus International*, *Ulrich's Periodicals Directory*, *Electronic Journals Library*, «*Google Scholar*».

— в [121] — запропоновано метод розв'язання задачі параметричної ідентифікації ММ водо-нафтових сумішей;

— в [151] — проведено чисельне дослідження методу параметричної ідентифікації.

Праця [151] є статтею, опублікованою у зарубіжному виданні.

— в [153] — запропоновано ММ трубчастої печі установки каталітичного риформінгу високооктанових бензинів

**Апробація результатів дисертаційної роботи.** Основні положення дисертаційної роботи обговорювалися на наукових семінарах кафедри комп'ютеризованих систем управління ОНПУ, Одеса, 2005 — 2015 р. р.; на III Міжнародній конференції «Modern Information Technology — 2013» (Одеса, 25 — 26 квітня 2013 р.); на IV Міжнародній науково-практичній конференції «Обробка сигналів і негаусівських процесів» (Черкаси, 22 — 24 травня 2013 р.); на XIV Міжнародній науково-практичній конференції «Сучасні інформаційні та електронні технології» (Одеса, 27 — 31 травня 2013 р.); на Міжнародній конференції AASRI Conference on Intelligent Systems and Control (Vancouver, Canada, 2013) (17-18 April 2013 year); на VI Міжнародній конференції «Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування і оптимізації» (Кам'янець-Подільський 4 — 5 квітня, 2014 р.); Міжнародній конференції «Мультинаукові дослідження як тренд розвитку сучасної науки» (Київ, 28 березня 2015 р.).

**Публікації.** Основні результати дисертаційної роботи опубліковано у 15 наукових працях, в тому числі: 10 статтях, з яких 8 опубліковано в журналах, що включено до Переліку фахових видань України (зокрема, 1 — у журналі, що індексуються у міжнародних наукометричних базах даних: *Index Copernicus International*, *Ulrich's Periodicals Directory*, *Electronic Journals Library*, «*Google Scholar*») та 2 — у зарубіжних журналах; 1 монографії; 4 тезах наукових конференцій.

**Структура та обсяг дисертації.** Дисертаційна робота складається з вступу, чотирьох розділів, загальних висновків, списку використаної літератури з 155 найменувань, додатків, 23 рисунків та 6 таблиць. Загальний обсяг дисертаційної роботи складає 243 сторінки, в тому числі 134 сторінки основного тексту.

# 1. ОБГРУНТУВАННЯ ТЕХНОЛОГІЧНОЇ НЕОБХІДНОСТІ ТА НАУКОВОГО ПІДХОДУ ЩОДО МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ПЕРВИННОЇ ПЕРЕРОБКИ СИРИХ ВУГЛЕВОДНІВ

## 1.1. Загальна характеристика, технологічні схеми та аналіз процесів первинної переробки сирих вуглеводнів

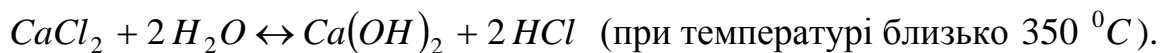
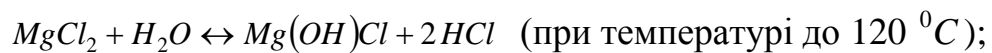
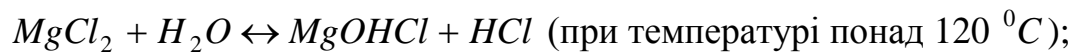
Процеси ППСВ, зокрема первинної переробки *сирої нафти*, достатньо широко описано у численній літературі [3 — 6, 10, 11 — 17, 22, 23, 26, 34, 43 — 45]. Технологічне обладнання, яке використовується при первинній переробці сирої нафти, основним з яких є установка електрознесолення [3, 12 — 17, 26] — атмосферно-вакуумна трубчатка (ЕЛОУ-АВТ) — призначене для підготовки та первинної перегонки сирої нафти з метою отримання наступних дистилятів:

- зрідженого вуглеводного газу;
- бензинової фракції — сировини для установки каталітичного риформінгу;
- газової фракції — сировини для установки гідроочищення;
- дизельної фракції — сировини для установки гідроочищення;
- вакуумного газойлю — товарної продукції;
- гудрону — сировини бітумної установки та установки вісбрекінгу.

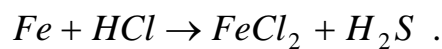
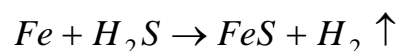
Сира нафта, яка надходить на установку ЕЛОУ-АВТ, містить підтоварну емульсовану воду, різноманітні мінеральні солі (хлористий натрій, хлористий магній, хлористий калій тощо) та механічні домішки. Наявність механічних домішок в сирій нафті ускладнює процес її переробки через: підвищену ерозію обладнання; зменшення вільного перетину теплообмінників та трубопроводів; підвищення зольності

залишків перегонки; зменшення коефіцієнту теплообміну теплообмінних апаратів; збільшення стійкості водонафтової суміші.

Хлористі солі лужних металів, які присутні в сирій нафті, викликають підвищену ерозію технологічних апаратів внаслідок гідролізу цих солей. Причому, якщо хлористий натрій ( $NaCl$ ) майже не піддається гідролізу, то хлористий кальцій ( $CaCl_2$ ) гідролізує на 10% з утворенням соляної кислоти ( $HCl$ ), а хлористий магній ( $MgCl_2$ ) — на 90% з утворенням соляної кислоти, а його гідроліз відбувається за низьких температур. Наявність в сирій нафті хлориду магнію є основною причиною корозії нафтової апаратури. Гідроліз хлористих солей у присутності води описується наступними рівняннями:



До складу сирої нафти входять також сірчані з'єднання, які під впливом температури розпадаються, утворюючи сірководень ( $H_2S$ ). Залізо реагує з сірководнем, утворюючи сульфід заліза, який, за наявності хлористого водню, вступає в реакцію :



Хлорид заліза переходить до водного розчину, а сірководень, який утворився, знову реагує із залізом, спричиняючи корозію. Наявність води в нафті призводить до підвищеної витрати палива, внаслідок збільшення обсягу парів — підвищенню тиску у обладнанні, посиленню корозії апаратів та трубопроводів.

Видалення солей та механічних домішок з сирої нафти здійснюється на поточний час шляхом промивання її водою. Однак нафта з водою

утворює емульсію «вода в нафті», на стійкість якої впливають наступні фактори:

- дисперсність води, причому, чим менші частинки води в нафті, тим стійкіша емульсія;
- наявність смолистих речовин в нафті: чим більша їх кількість, тим стійкіша емульсія;
- наявність нафтових кислот, сірчаних утворень та механічних домішок, які підвищують стійкість емульсії.

Існує декілька способів руйнування водонафтової емульсії: механічний, термічний, хімічний та електричний. Призначення будь-якого з них полягає у тому, щоб поєднати щонайменші краплі води у достатньо крупні (коалесценція), здатні швидко осідати на дно відстійника.

До *механічного* способу відноситься процес відстоювання, який застосовується до нестійких емульсій, що здатні розшаровуватися внаслідок різниці їх питомих ваг. Недолік способу — значна тривалість процесу відстоювання емульсії (обчислюється годинами).

*Термічний* спосіб полягає у прискоренні розшаровування емульсії за рахунок непропорційного зменшення питомої ваги нафти у порівнянні з питомою вагою води при підвищенні температури, відповідно, збільшення їх різниці та зменшення густини нафти. Недолік способу полягає у тому, що оптимальна температура проведення процесу залежить від фракційного складу нафти і повинна обиратися експериментально.

*Хімічне* руйнування нафтових емульсій здійснюється за допомогою введення у емульсію додаткової компоненти — деемульгатора. Деемульгатор, який має значну поверхневу активність, витісняє з поверхневого шару крапель води емульгуючі речовини (зокрема, нафту) та утворює гідрофільний (такий, що розчиняється у воді) адсорбційний шар, внаслідок чого краплі води при зіткненні зливаються у більш крупні та

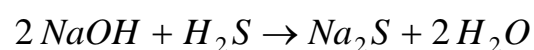
осідають. Недолік способу полягає у необхідності введення додаткової речовини у емульсію.

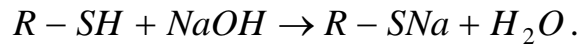
*Електричний спосіб* зневоднення полягає у тому, що під впливом електричного поля, утвореного змінним струмом високої напруги (до  $20\text{ кВ}$ ), краплі води у двофазних глобулах «вода в нафті» поляризуються та приймають витягнуту форму, орієнтуючись у напрямках до електродів. При цьому на кінцях краплі виникають заряди, протилежні за знаком зарядам на електродах, та між краплями води в глобулах виникають електричні сили тяжіння, що здатні подолати опір стабілізуючого неполярні вуглеводневі групи шару. Відбувається зіткнення глобул та руйнування їхніх оболонок, внаслідок чого відбувається коалесценція крапель води, які відокремлюються з нафти завдяки дії гравітаційних сил.

Найбільш ефективним способом руйнування водонафтової емульсії — це комбінація вище зазначених методів, який, власне, й застосовується на установці ЕЛОУ-АВТ для *знесолення та зневоднення* сирої нафти.

Для покращення руйнування емульсії використовується деемульгатор. Який подається на вхід сировинного насосу. Нагріта до температури  $100\text{...}120\text{ }^{\circ}\text{C}$  сира нафта відстоюється у термодегідраторі. Відстояна (без механічних домішок) сира нафта спрямовується до електродегідратора — для подальшого *знесолення та зневоднення*. Щоб видалити солі та дрібнодисперсні механічні домішки, які залишилися після відстоювання, до електродегідратора подається промивна вода у кількості  $5\text{...}15\%$  масової частки сирої нафти. З метою захисту обладнання від корозії нейтралізація кислих сірчаномістких з'єднань здійснюється за допомогою  $2\%$ -го водного розчину луги — гідроксиду натрію ( $\text{NaOH}$ ), який подається у потік водонафтової емульсії після електродегідратора.

Сірководень та меркаптани реагують з гідроксидом натрію, утворюючи сульфід та меркаптани натрію за наступною схемою:





Нейтральні сірчані з'єднання — сульфіди, дисульфіди, тіофени та тіофани не реагують з лугою.

Ефективна технологія підготовки сирової нафти на установці ЕЛОУ-АВТ знижує до мінімуму потрапляння неорганічних солей, а також кислот до технологічного обладнання наступних стадій переробки нафти та нафтових дистилатів, а саме: ректифікації (процес атмосферної перегонки нафти та стабілізація бензину, процес вакуумною перегонки мазуту), амінової очистки вуглеводних газів та залужування скрапленого вуглеводного газу.

Опис процесів первинної переробки сирової нафти на прикладі технологічної схеми її електро-(термо)знесолення та зневоднення з достатньою деталізацією наведено у додатку Б.

Аналіз представленого технологічного процесу знесолення та зневоднення сирової нафти свідчить про наступне:

— в теплообмінниках стадії нагріву сирової нафти перед блоком ЕЛОУ відбувається суттєва зміна густини нафти, тобто процес носить суттєво нелінійний характер;

— в змішувачах блоку ЕЛОУ, в яких відбувається змішування нагрітої сирової нафти та промивної води, утворюється водо-нафтова емульсія, що має виражений двофазний (за існуючою термінологією [46 — 49] — в разі розгляду водо-нафтових сумішей) характер;

— в термодегідраторі та електродегідраторах блоку ЕЛОУ, в яких відбувається руйнування водо-нафтової емульсії, одночасно присутніми є три діючі рідини (емульсія, знесолена нафта та промивна вода), причому їх процентне відношення та локалізація — невідомі;

— в усіх основних апаратах технологічного процесу спостерігається наявність значних поверхонь та складність границь розділу діючих речовин;



— для всіх основних апаратів технологічного процесу характерна якісна відмінність фізичних процесів, які відбуваються в межах їх геометричних розмірів та об'єму, що принципово вимагає розглядати всі основні апарати технологічного процесу як об'єкти з розподіленими параметрами.

Зазначені фактори необхідно враховувати як визначальні з точки зору важливості щодо подальшої формалізації (суть складання фізичних та математичних моделей) технологічних процесів ППСВ.

## 1.2. Аналіз існуючих моделей та методів математичного моделювання процесів первинної переробки сирих вуглеводнів

Розв'язок задачі математичного моделювання, насамперед і в значній мірі, визначається обраною математичною моделлю (ММ) об'єкту (або процесу). *Адекватно* обрана ММ забезпечує *достовірність* результатів математичного моделювання. Крім того, на результати математичного моделювання (зокрема, його *точність*) впливають чисельні методи, якими реалізується обрана ММ об'єкту (процесу). Тому нижче виконано аналіз існуючих ММ технологічних процесів ППСВ, а також чисельні методи реалізації цих ММ.

### 1.2.1. Аналіз існуючих математичних моделей процесів первинної переробки сирих вуглеводнів

За існуючою класифікацією [4] основні процеси, що застосовуються у технологіях переробки сирих вуглеводнів поділяються на: масообмінні (або дифузійні), гідромеханічні, механічні, теплові та хімічні.

*Масообмінні (або дифузійні)* процеси пов'язані з переходом речовини з однієї фази в іншу за рахунок дифузії. В процесах масообміну завжди приймають участь дві фази, наприклад, рідка та парова, рідка та газоподібна, дві рідкі, тверда та рідка, тощо. До цього класу процесів переробки, зокрема, сирій нафти, відносяться: перегонка, ректифікація,

абсорбція, екстракція. Рухомою силою масообмінних процесів є різниця концентрацій або градієнт концентрацій між фактичною концентрацією компонента у даній фазі та рівноважною з іншою фазою, а швидкість процесу визначається законами масопередачі.

*Гідромеханічні* процеси пов'язано з обробкою неоднорідних систем — рідин та газів (парів), що містять зважені в них тверді частинки або краплі рідини. До числа таких процесів відносяться різноманітні види відстоювання (в полі сили тяжіння, в центробіжному полі, в електричному та магнітному полях). Рухомою силою гідромеханічних процесів виступає різниця тисків або градієнт тисків, зумовлені різницею густин матеріалів, які обробляються (іноді — іншими причинами). Швидкість гідромеханічних процесів визначається законами гідродинаміки неоднорідних систем.

*Механічні* процеси пов'язано з обробкою твердих матеріалів. До цього класу процесів належать процеси подрібнення, розсіву, транспортування, дозування, змішування. Рухомою силою механічних процесів виступає різниця сил, тисків або градієнт напруження (стискання, зсуву, розтягіння). Швидкість процесу визначається законами механіки твердих тіл.

*Теплові* процеси пов'язано з передачею тепла від одного тіла до іншого. До таких процесів належать: нагрів, охолодження, конденсація, плавлення, твердіння (кристалізація). Рухомою силою теплових процесів є різниця температур або градієнт температур, а швидкість процесу визначається законами теплопередачі.

*Хімічні* процеси пов'язано з перетворенням матеріалів, що обробляються, мета якого є отримання нових з'єднань. До цього класу процесів належить група термokatалітичних процесів: каталітичний крекінг, піроліз, риформінг, гідроочистка, тощо. Рухомою силою хімічних процесів виступає різниця концентрацій реагуючих речовин, а швидкість визначається законами хімічної кінетики. На відміну від масообмінних

процесів, в яких складові частини вихідної системи не змінюючись переходять з однієї фази в іншу, при хімічних процесах вихідні компоненти (речовини) зазнають корінних змін, що призводять до появи в системі нових речовин, властивості яких відрізняються від властивостей речовин на вході.

Наведена класифікація дозволить систематизовано підійти до аналізу ММ відповідних процесів та апаратів, пов'язаних з обробкою ППСВ, а також обґрунтувати застосування фізико-хімічних законів за якими ці моделі утворено.

Побудова ММ технологічного процесу (у випадку, що розглядається в дисертаційній роботі — процесів ППСВ) має, в кінцевому підсумку, як правило, розробку системи управління цим процесом (апаратом). В класичній теорії управління [наприклад, 50 — 57] з цією метою використовувалися ММ вигляду

$$\mathbf{y}(s) = g(s)\mathbf{u}(s) + g_d(s)\mathbf{d}(s), \quad (1.1)$$

де  $\mathbf{y}(s)$ ,  $\mathbf{u}(s)$ ,  $\mathbf{d}(s)$  — перетворення за Лапласом відповідно виходу  $y(t)$ , управління  $u(t)$  та контрольованого збудження  $d(t)$ , а  $g(s)$  та  $g_d(s)$  — передатні функції за управлінням та за збудженням, відповідно (рис. 1.1). ММ виду (1.1), на прикладі аперіодичних ланок 1-го та 2-го порядків із запізненням, віднайшли практичне застосування в якості математичного забезпечення в деяких промислових АСУ ТП переробки сирої нафти, наприклад, [3]. Однак такі ММ абстраговано від фізичної сутності перебігу технологічних процесів, а тому для адекватного опису останніх необхідно застосовувати більш складні ММ. Розглянемо деякі з них, які є типовими для процесів, у відповідності до наведеної вище класифікації.

При цьому слід зауважити, що крім класифікації за фізико-хімічними явищами, які їх характеризують, процеси (апарати) переробки сирої нафти розглядають [58] як процеси (апарати) з так званими «зосередженими» або з «розподіленими» параметрами.

Перші з них характеризуються відсутністю залежностей змінних стану, управління тощо від просторових координат. Тобто вважається, що змінні та відповідні їм функції приймають однакові значення поза залежності від геометричних розмірів об'єкту (в даному випадку — апарату) або середовища, в якому розвивається процес. Для опису таких об'єктів використовуються [58], переважною більшістю, системи диференціальних (лінійних або нелінійних) рівнянь або відповідні зображення за Лапласом. Найпростіший приклад багатовимірної ММ із *зосередженими* параметрами — це узагальнення моделі у вигляді одновимірної передатної функції (1.1) на випадок декількох входів та виходів (рис. 1.2).

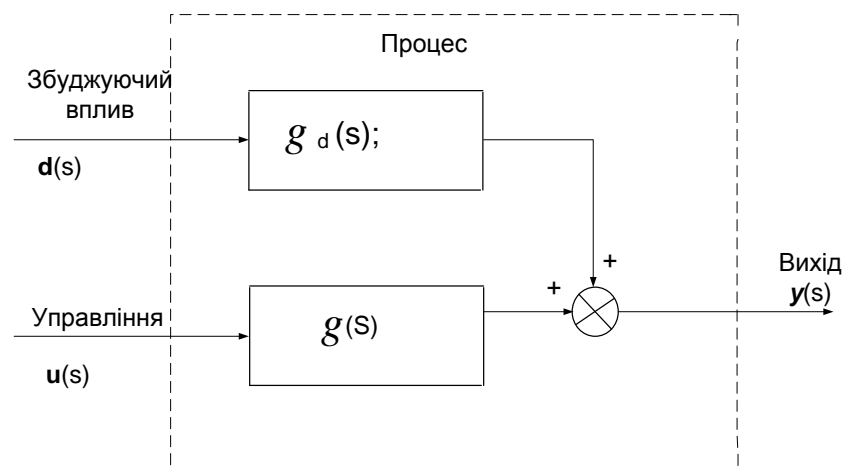


Рис. 1.1. ММ одновимірного технологічного процесу (апарату) із зосередженими параметрами у вигляді передатної функції

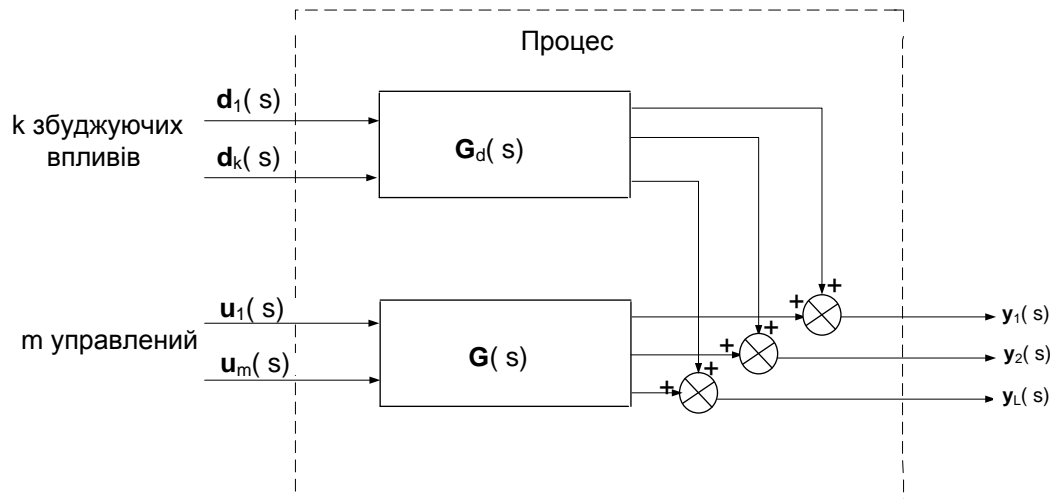


Рис. 1.2. Багатовимірна ММ технологічного процесу (апарату) із зосередженими параметрами у вигляді передатних функцій

На рис. 1.2 показано систему з  $m$  входами,  $l$  виходами та  $k$  збудженнями, які пов'язано залежністю

$$\mathbf{y}(s) = \mathbf{G}(s)\mathbf{u}(s) + \mathbf{G}_d(s)\mathbf{d}(s), \quad (1.2)$$

де  $\mathbf{y}(s)$ ,  $\mathbf{u}(s)$ ,  $\mathbf{d}(s)$  — вектори, а  $\mathbf{G}(s)$ ,  $\mathbf{G}_d(s)$  — матриці відповідних розмірностей:

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1(s) \\ \dots \\ u_m(s) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{d} = \begin{bmatrix} d_1(s) \\ \dots \\ d_k(s) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1(s) \\ \dots \\ y_l(s) \end{bmatrix}, \quad (1.3)$$

$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} g_{11}(s) & \dots & g_{1m}(s) \\ \dots & \dots & \dots \\ g_{l1}(s) & \dots & g_{lm}(s) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}_d(s) = \begin{bmatrix} g_{11_d}(s) & \dots & g_{1m_d}(s) \\ \dots & \dots & \dots \\ g_{l1_d}(s) & \dots & g_{lm_d}(s) \end{bmatrix}.$$

Еквівалентною до наведеної ММ системи (1.2) із зосередженими параметрами є модель у часовій області

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{D}\mathbf{d}(t), \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0, \quad (1.4)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t), \quad (1.5)$$

де  $x_i(t)$  — змінні стану,  $i = 1, 2, \dots, n$ ;  $y_j(t)$  — виходи, які спостерігаються,  $j = 1, 2, \dots, l$ ;  $u_r(t)$  — входи або управління,  $r = 1, 2, \dots, m$ ;  $d_q(t)$  — контрольовані збудження,  $q = 1, 2, \dots, k$ .

Частотне (1.2), (1.3) або часове (1.4), (1.5) представлення (суть ММ) обираються з міркувань зручностей або з урахуванням апаратних засобів, якими вони реалізуються, оскільки, у випадку постійних матриць  $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$  — вони еквівалентні.

Для побудови подібних ММ можна скористатися двома шляхами: застосовувати фундаментальні фізичні закони у вигляді алгебраїчних або (та) диференціальних законів збереження речовини, енергії, імпульсу тощо; або параметри наперед обраних ММ (виходячи, наприклад, з досвіду розробника) модифікувати за емпіричними даними. Причому, другий шлях здебільшого застосовується на практиці за наявності певної кількості статистичних спостережень.

Враховуючи складний фракційний склад сирих вуглеводнів та наявність значних теплових, механічних та інших впливів [7, 11, 40, 44, 59, 60] процеси ППСВ доцільно розглядати як нелінійні, тобто використовувати при їх формалізації нелінійні диференціальні (та алгебраїчні) рівняння вигляду

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{d}(t)], \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0, \quad (1.6)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{h}[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)], \quad (1.7)$$

де, як і вище,  $\mathbf{x}(t)$  — вектор стану.  $\mathbf{y}(t)$  — вектор виходів,  $\mathbf{d}(t)$  — вектор збуджень.

Вигляд нелінійних функцій  $\mathbf{f}[\cdot]$  та  $\mathbf{h}[\cdot]$  визначається, зазвичай, з матеріальних, енергетичних та інших балансів для керованого процесу з урахуванням типів датчиків та вимірювальних пристроїв.

Так, наприклад, реакцію в рідкій фазі  $A \rightarrow B$ , що відбувається в *емульгаторі* з постійним перемішуванням [58], може бути представлено нелінійною ММ вигляду

$$\frac{dx_1}{dt} = -x_1 + D_a (1 - x_1) \exp\left[\frac{x_2}{1 + (x_2/\gamma)}\right] + d_1, \quad (1.8)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = -(1 - \beta)x_2 + B D_a (1 - x_1) \exp\left[\frac{x_2}{1 + (x_2/\gamma)}\right] + \beta u + d_2, \quad (1.9)$$

$$y = x_2, \quad (1.10)$$

де  $x_1$  — ступінь переходу речовини  $A$  в речовину  $B$ ;  $x_2$  — температура в емульгаторі;  $D_a, B, \gamma$  — конструктивні параметри емульгатора;  $u$  — температура охолоджуючої системи емульгатора, за допомогою якої забезпечується бажана швидкість реакції  $A \rightarrow B$  (управляюча величина);  $d_1, d_2$  — відхилення температури та концентрації речовин в емульгаторі від заданих уставок, тобто збудження. Рівняння спостереження (1.10) визначає, що контролюється лише температура в емульгаторі.

Наведемо ще декілька поширених ММ процесів, за фізичною суттю схожих на процеси переробки сирової нафти, і які побудовано з урахуванням викладених вище принципів. При цьому також більш детально зупинимося і на процедурах отримання ММ, пов'язаних із застосуванням фундаментальних законів збереження. В якості першого прикладу розглянемо *змішувач* (такого роду апарати застосовано за технологічною схемою [3]), в якому відбувається *гідромеханічний* процес і який характеризується *зосередженістю* параметрів (рис. 1.3). Змішувач має площину поперечного перетину  $A_c$ ; гарячий вхідний потік характеризується температурою  $T_H$ ; холодний вхідний потік характеризується температурою  $T_C$  та регульованою витратою  $F_C$ ; збудженням є потік, який надходить з іншого апарату (наприклад, емульгатора чи дистиляційної колони) та має змінну температуру  $T_d$  і витрату  $F_d$ . У змішувачі відбувається повне змішування; вихід продукту залежить від висоти рідини в змішувачі, що визначається функцією  $F(h)$ . ММ гідромеханічного процесу в змішувачі може бути отримано у диференційній формі з рівнянь матеріального та енергетичного балансів

$$A_c (dh/dt) = F_H + F_C + F_d - F(h),$$

$$\rho C_p A_c [d(hT)/dt] = \rho C_p [F_H T_H + F_C T_C + F_d T_d - F(h)T], \quad (1.11)$$

де через  $\rho$  та  $C_p$  позначено відповідно густину та теплоємність рідини, що перебуває у змішувачі (при постійному тиску). ММ виду (1.11) очевидно нелінійна (через наявність функції  $F(h)$ ), однак її можна *лінеаризувати* в околиці бажаного режиму  $(h_s, T_s)$  (Додаток В.1).

В умовах вагомих масштабів та обсягів виробництва; за наявності значних теплових, гравітаційних, концентраційних градієнтів та інших чинників, процеси ППСВ характеризуються вже не тільки розподіленістю в часі (тобто як суто динамічні процеси), але й у просторі [46 — 49, 58], за що набули назву процесів з «розподіленими параметрами». Для моделювання таких процесів, зазвичай, застосовують рівняння у часткових похідних [4, 42, 58 — 63], які виводяться за допомогою фундаментальних законів збереження для відповідних фізичних величин.

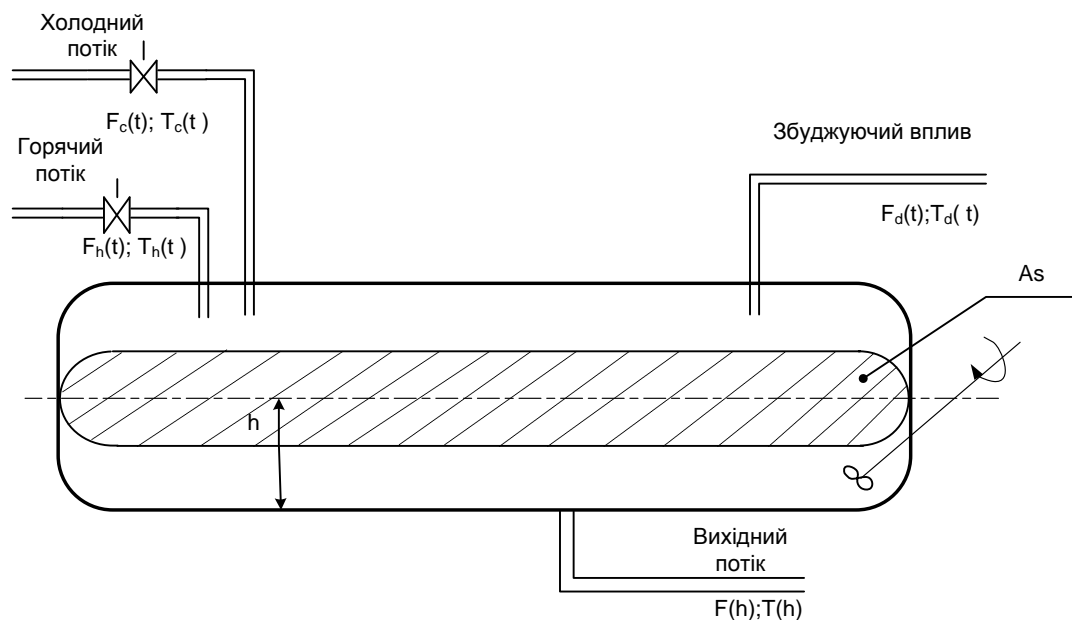


Рис. 1.3. Схема змішувача в технологічній схемі процесу переробки сирої нафти



Наприклад, за прийнятою нами класифікацією, теплові процеси з хімічними реакціями (та відповідні їм апарати — теплообмінники, емульгатори, теплові відстійники, змішувачі, тощо) мають ММ вигляду

$$\partial \mathbf{x} / \partial t = \mathbf{f}[\mathbf{x}(t, \mathbf{z}), \mathbf{u}(t, \mathbf{z}), \nabla \mathbf{x}(t, \mathbf{z}), \nabla^2 \mathbf{x}(t, \mathbf{z}), \dots], \quad (1.12)$$

де стан  $\mathbf{x}(t, \mathbf{z})$  та управління  $\mathbf{u}(t, \mathbf{z})$  залежать як від часової змінної  $t$ , так і від просторової координати  $\mathbf{z}$  (випадок багатовимірного простору).

Типовою ілюстрацією такого роду ММ є розглянута вище реакція  $A \rightarrow B$  у рідкій фазі (вирази (1.8) — (1.10)), але яка відбувається тепер у *трубчастому емульгаторі* з охолодженням стінок. Такий процес можна представити наступною ММ [58]

$$\begin{aligned} \frac{\partial x_1(r, z, t)}{\partial t} = & (r^2 - 1) \frac{\partial x_1(r, z, t)}{\partial z} + \frac{1}{P_m} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \frac{\partial x_1(r, z, t)}{\partial r} \right] + \\ & + D_a [1 - x_1(r, z, t)] \exp \left\{ \frac{x_2(r, z, t)}{1 + [x_2(r, z, t)/\gamma]} \right\}, \end{aligned} \quad (1.13)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial x_2(r, z, t)}{\partial t} = & (r^2 - 1) \frac{\partial x_2(r, z, t)}{\partial z} + \frac{1}{P_h} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \frac{\partial x_2(r, z, t)}{\partial r} \right] + \\ & + B D_a [1 - x_1(r, z, t)] \exp \left\{ \frac{x_2(r, z, t)}{1 + [x_2(r, z, t)/\gamma]} \right\}, \end{aligned} \quad (1.14)$$

з початковими та граничними умовами

$$x_1(r, z, t)|_{t=0} = x_1(r, z, 0); \quad x_2(r, z, t)|_{t=0} = x_2(r, z, 0),$$

$$z = 0: \quad x_1(r, z, t) = x_2(r, z, t) = 0,$$

$$r = 0: \quad \partial x_1(r, z, t) / \partial r = \partial x_2(r, z, t) / \partial r = 0,$$

$$r = 1: \quad \partial x_1(r, z, t) / \partial r = 0, \quad \partial x_2(r, z, t) / \partial r = B_{\sigma} [u(r, z, t) - x_2(r, z, t)], \quad (1.15)$$

де  $x_1(r, z, t)$ ,  $x_2(r, z, t)$  — розподілені функції швидкості та температури реакції  $A \rightarrow B$  в емульгаторі, відповідно;  $u(r, z, t)$  — розподілена функція температури охолоджуючої поверхні труб (управляюча величина);  $r, z$  — радіальний та лінійний розмір труб емульгатора, відповідно (незалежні

параметри);  $t$  — незалежний параметр часу;  $P_m, P_h, D_a, B, B_{\varpi}, \gamma$  — конструктивні параметри емульгатора.

Рівняння системи вимірювання мають вигляд

$$y_i(t) = x_2(r_i, z_i, t), i = 1, 2, \dots, N \quad (1.16)$$

і описують ряд вимірювальних термопар, розташованих у точках  $(r_i, z_i), i = 1, 2, \dots, N$  уздовж емульгатора. Зазначимо, що управління у випадку, який розглядається, входить у граничні умови — ситуація досить типова для поверхневих апаратів ППСВ.

В якості наступного прикладу розглянемо ММ абсорбера з охолоджуючою порожниною [4, 58], наявність якого, зокрема, в процесах переробки сирової нафти регламентується технологічною схемою [3]. За наведеною вище класифікацією абсорбер відноситься до *масообмінних (дифузійних)* апаратів. Однією з конструктивних особливостей абсорбера будемо вважати наявність охолоджуючої порожнини, що забезпечує можливість управління процесом абсорбції [4]. В газовій фазі абсорбера відбувається екзотермічна реакція нульового порядку (поглинання газу рідиною) у присутності нерухомого шару каталізатора. Передбачається, що інерційність теплових процесів значно перевищує час перебування газу в абсорбері, так що відповідний процес є *квазістатичним*. Рівняння теплового балансу для газу має вигляд (для простоти запису тут і далі для розподілених функцій температури незалежні параметри часу  $t$  та простору  $z$  опущено)

$$u \rho_f C_{pf} (\partial T_g / \partial z) = h_c S_c (T - T_g) - h_g S_h (T_g - T_{\varpi}) \quad (1.17)$$

з граничною умовою

$$T_g \Big|_{z=0} = T_f,$$

(1.18)

а рівняння теплового балансу для каталізатора має вигляд

$$\rho_s C_{ps} (\partial T_s / \partial t) - k_e (\partial^2 T_s / \partial z^2) =$$

$$= (-\Delta H)k_0 \exp(-E/RT) - h_c S_c (T - T_g) - h_p S_h [T - T_{\varpi}(t)] \quad (1.19)$$

з граничними умовами

$$(\partial T / \partial z)|_{z=0} = 0, \quad (\partial T / \partial z)|_{z=l} = 0. \quad (1.20)$$

У виразах (1.17) — (1.20) через індекс  $f$  позначено величини, що характеризують рідину; через індекс  $g$  — величини, що характеризують газ, через індекс  $\varpi$  — величини, що характеризують пар, який утворюється через анізотропну реакцію, а через індекс  $s$  — величини, що характеризують каталізатор. Через  $S_c$  позначено відношення площини поверхні контакту з каталізатором до всієї площі абсорберу, а через  $S_h$  — відношення площі поверхні, через яку здійснюється теплопередача, до всієї площі абсорберу. Через  $T$  позначено розподілену функцію поточної температури; через  $T_i$  ( $i = g, \varpi, s$ ) — розподілені функції для газу, пару та каталізатору, відповідно, а через  $u$  — температуру охолоджуючої порожнини (управляюча величина). Також через  $\rho_i$  та  $C_{pi}$  позначено густину та теплоємність відповідних речовин. Інші величини, що входять у вирази (1.17) — (1.20), характеризують фізичні константи.

Перехід до безрозмірної форми можна здійснити, вводячи позначки

$$x_g = (T_g - T_f) / T_f, \quad x = (T - T_f) / T_f,$$

$$\alpha_c = (h_c S_c l) / (u \rho_f C_{pf}), \quad \alpha_g = (h_g S_h l) / (u \rho_f C_{pf}),$$

$$\gamma = E / RT_f, \quad B = [(-\Delta H)k_0 \exp(-\gamma)] / k_e T_f,$$

$$\beta_c = (h_c S_c l^2) / k_e, \quad \beta_p = (h_p S_h l^2) / k_e,$$

$$u(t) = T_{\varpi} / T_f, \quad E / RT = \gamma(1/x + 1), \quad (E / RT_f) - (E / RT) = \gamma(x/x + 1).$$

В цих змінних остаточно ММ абсорбера можна записати так

$$\partial x_g / \partial z = \alpha_c (x - x_g) - \alpha_g (x - u), \quad (1.21)$$

$$x_g(t, 0) = 0, \quad (1.22)$$

$$[\partial x(t, z) / \partial t] - [\partial^2 x(t, z) / \partial z^2] = B \exp\{\gamma[x/(x+1)]\} - \beta_c (x - x_g) - \beta_p (x - u), \quad (1.23)$$

$$\left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)_{z=0} = 0, \quad \left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)_{z=1} = 0. \quad (1.24)$$

Вирази (1.21) — (1.24) являють собою остаточну ММ абсорбера.

Певне поширення серед ММ процесів ППСВ отримали *емпіричні* та *напівемпіричні* моделі [4]. Емпіричні моделі — це математичні вирази, які апроксимують (з використанням тих, або інших *критеріїв наближення*) експериментальні дані щодо залежності параметрів стану процесу від значень параметрів факторів, які впливають на них. Для емпіричних моделей не треба отримання будь-яких уявлень про структуру процесу та внутрішні зв'язки в ньому. Внаслідок цього, у переважній більшості емпіричних ММ, розмірності величин, що входять до математичних виразів та обчислюються за ними, не співпадають. Разом з тим задача щодо віднаходження математичного виразу емпіричної моделі по заданому масиву спостережень у межах обраної точності опису явища (процесу) неоднозначна. Тобто існує множина (в загальному випадку — необмежена) математичних виразів, що апроксимують в межах даної точності одні й ті самі дослідні дані щодо залежності параметрів, що, в значній мірі, впливає на *адекватність* отриманої ММ [4]. Разом з емпіричними використовують і напівемпіричні моделі. Для них математичні вирази може бути отримано теоретичним шляхом, але з точністю до емпірично отриманих констант, або, у загальній системі співвідношень ММ разом з теоретично отриманими виразами використовують емпіричні.

Перевагою емпіричних та напівемпіричних ММ є простота опису складного технологічного процесу. Однак їх застосування в умовах значних змін параметрів процесу (наприклад, значні коливання фізико-хімічних характеристик сировини) або умов його перебігу (зокрема умов зовнішнього середовища, в якому перебігає процес) може призвести до проблеми адекватності цих ММ.

В якості характерного прикладу використання емпіричної ММ наведемо випадок моделі процесу руйнування («дегідратації») водонафтової емульсії у вигляді критерію «обводнення» нафти  $W_i$  [65]

$$\frac{\omega_{od_i} \cdot 18\mu_n \cdot (1 - W_i)^2}{d_{\max}^2 \cdot (\rho_v - \rho_n) g \left[ (1 - W_i)^2 - \left(1 - \frac{W_i}{W}\right)^2 \right]} = (1 - W_i)^{4,7}, \quad (1.25)$$

де  $d_{\max}$  — максимальний діаметр сталих крапель води, [м];  $W$  — «обводненість» нафти на вході в дегідратор (масова доля води в емульсії), [%];  $\omega_{od_i}$  — швидкість осадження краплі води діаметром  $d_i$ , [м/с];  $\mu_n$  — динамічна в'язкість нафти, [Па·с];  $\rho_v, \rho_n$  — густина води та нафти, відповідно, [кг/м<sup>3</sup>];  $g$  — прискорення вільного падіння, [м/с<sup>2</sup>].

Розрахунок процесу дегідратації при цьому засновано на явищі осадження крапель води під дією сили тяжіння, з урахуванням швидкості стисненого осадження. Визначення кінцевої обводненості здійснюється методом послідовних наближень (ітераційно). При виконанні умови, що різниця правої та лівої частини (1.25) менше за задану похибку  $\delta$ , розрахунок кінцевої обводненості  $W$  вважається завершеним.

В літературі [36] також, зокрема, відомі емпіричні ММ процесу утворення водонафтової емульсії на основі критерію «жорсткості температурного режиму»

$$f_T = T_{cp} \cdot U^{0,06}, \quad (1.26)$$

де  $T_{cp}$  — середньоінтегральна температура у змішувачі, [С°];  $U$  — об'ємна швидкість подачі сирої нафти, [м<sup>3</sup>/с], а також процесу ректифікації знесоленої та зневодненої нафти на основі температурного критерію

$$\Theta(T_j) = \sum_{j=1}^n \frac{P_{V_j} \cdot y_j}{P(T_j)}, \quad (1.27)$$

де  $P_{V_j}$  — тиск «верху» ректифікаційної колони (РК),  $[кг/м^2]$ ;  $P(T_j)$  — тиск на  $j$ -й ректифікаційній тарілці (РТ) (функція температури),  $[кг/м^2]$ ;  $u_j$  — склад дистилляту для  $j$ -ї РТ (мольні доли);  $n$  — кількість РТ в РК.

Рівняння (1.25) — (1.27) показують, що відмінною ознакою такого роду ММ є те, що вони описують фізико-хімічні властивості матеріальних потоків процесів як функції технологічних параметрів.

На теперішній час в якості нової методології розв'язання задач моделювання систем з розподіленими параметрами отримали *нейронні мережі* [66 — 68]. Для крайової задачі, записаної узагальнено як

$$A(u) = g, \quad u = u(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \Omega \subset R^M, \quad B(u)|_{\Gamma} = f, \quad (1.28)$$

де  $A$  — деякий диференціальний оператор, тобто алгебраїчний вираз, який містить часткові похідні від  $u$ ;  $B(u)$  — оператор, що дозволяє задати граничні умови (припустимий оператор);  $\Gamma$  — границя області  $\Omega$  розв'язок (тобто функція  $u$  в (1.28)), відшукується у вигляді нейромережевої апроксимації

$$u(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N c_i v(\mathbf{x}, \mathbf{a}_i). \quad (1.29)$$

Параметри  $c_i$  та  $\mathbf{a}_i$  нейромережевої апроксимації (1.29), які входять в останню відповідно лінійно та нелінійно, відшукуються в процесі поетапного навчання мережі. Причому, цей процес побудовано на мінімізації деякого функціоналу похибки  $J(u)$ . На практиці функціонал похибки  $J(u)$  обирається у вигляді

$$J(u) = \int_{\Omega} |A(u) - g|^2 d\Omega + \delta \int_{\Gamma} |B(u) - f|^2 d\Gamma.$$

Множини пробних точок змінюються в процесі навчання. Навчання мережі, навіть при фіксованому наборі контрольних точок, нерідко може призвести до перенавчання, коли малі похибки в точках тестової множини супроводжуються великими (неприпустимими) похибками поза неї, що

вимагає постійної регенерації тестових точок. Вказані обставини є суттєвим обмеженням щодо застосування нейронних мереж в якості ММ нестационарних та нелінійних систем з розподіленими параметрами. Однак, як прикладне застосування побудови ММ процесів ППСВ на основі нейромережевого підходу можна навести технологічну схему [3].

В літературі [69 — 71] відомо застосування підходу до побудови ММ процесів ППСВ на основі використання *рекурентних моделей*. В якості прикладу такого підходу розглянемо побудову ММ первинної переробки сирової нафти у атмосферно-вакуумній трубчастій установці (АВТ) [71]. В АВТ відбувається розділення сирової нафти на цільові продукти: прямогінний бензин, гас, дизельне паливо та мазут. На показники якості кожного нафтопродукту накладено обмеження. Склад нафти вважається відомим у вигляді сумарної характеристики, що має назву кривої істинних температур кипіння (ІТК), яка показує залежність між температурою та дольовим значенням («процентом» [71]) маси «відгону». Крива ІТК являє собою нарізки вузьких фракцій з температурами википання  $[t_i, t_i + \Delta t]$ ,  $i = 1, 2, \dots, L$ , де  $L$  — число фракцій.

При розділенні фракцій враховується матеріальний баланс та специфікація цільових продуктів. Математична постановка задачі виглядає наступним чином:

$$\max_x \left\{ \sum_{n=0}^N f_n(x_n, x_{n+1}), 0 = x_0 \leq x_1 \leq \dots \leq x_n = L \right\}, \quad (1.30)$$

де  $N$  — число цільових продуктів;  $x_n$  — початкова фракція  $n$ -го цільового продукту;  $f_n(x_n, x_{n+1})$  — згортка векторного критерію, що характеризує цільовий продукт з точки зору відповідності специфікації.

Згортка векторного критерію складається з двох складових. Перша враховує «цінність» відповідного цільового продукту, а друга — ступінь його відповідності специфікації:

$$f_n(x_n, x_{n+1}) = \pi_n \hat{g}_n(x_n, x_{n+1}) - \beta_n \psi_n(x_n, x_{n+1}), \quad (1.31)$$

де  $\hat{g}_n(x_n, x_{n+1}) = \sum_{i=x_n}^{x_{n+1}} g_i$ ;  $g_i$  — маса цільового продукту у відносних одиницях до маси сирової нафти;  $\pi_n$  — виробнича оцінка цільового продукту (наприклад, реальна ціна);  $\psi_n$  — штрафна складова (похибка моделі);  $\beta_n$  — коефіцієнт згортки, за допомогою якого задається співвідношення між складовими критерію.

Для розв'язання задачі (1.30) використовується метод динамічного програмування. Задача представляється як  $N$ -кроковий процес прийняття рішень. Під станом процесу перед  $n$ -м кроком мається на увазі початкова фракція цільового продукту:  $S_{n-1} = x_{n-1}$ ; під управлінням — число вузьких фракцій, які включено у поточний продукт:  $u_n = x_n - x_{n-1}$ . Оператор переходу до нового стану є наступним  $S_n = \varphi_n(S_{n-1}, u_n) = x_{n-1} + u_n = x_n$ . Функція крокового результату  $f_n(S_{n-1}, u_n) = f_n(x_{n-1}, x_n)$ . Рекурентне рівняння Белмана в даному випадку виглядає так

$$F_{n-1}(x_{n-1}) = \max_x \left\{ \sum_{n=0}^N f_n(x_{n-1}, x_n) + F_n(x_n) \right\}, \quad n = 1, 2, \dots, N, \quad (1.32)$$

де  $F$  — функція стану,  $F_n(x_n) = 0$ .

Алгоритм реалізації отриманої рекурентної ММ виглядає наступним чином:

— в області допустимих варіацій температурних границь будується мережевий спрямований граф. Він будується так, щоб множина його шляхів відповідала множині розв'язків задачі. Вузли групуються за рівнями, які відповідають крокам процесу, та утворюють множини  $X_0, X_1, \dots, X_N$ , причому множини  $X_0$  та  $X_N$  мають по одному вузлу;

— розраховуються функції крокових результатів (довжини дуг утвореного графа). Розрахунок дуги здійснюється за формулою (1.31);



— рух здійснюється від кінця до початку графа:  $n = N - 1, N - 2, \dots, 0$ .

На кожному кроці розв'язується задача (1.32), в результаті чого відшукується умовно-оптимальне управління  $\hat{u}_n(x_n)$  та потенціал  $F_n(x_n)$ ;

— відшукується розв'язок  $\hat{x} = (\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_N)$  з визначенням кожної наступної оптимальної точки через попередню, тобто по ланцюжку:

$$\hat{x}_1 = \hat{u}_0(0) \rightarrow \hat{x}_2 = \hat{u}_0(\hat{x}_1) \rightarrow \dots \hat{x}_N = \hat{u}_{N-1}(\hat{x}_{N-1}); \quad (1.33)$$

— розраховуються значення температурних точок розділення та коефіцієнти «відборів» цільових продуктів

$$T_n = t_{\hat{x}_n}; \quad \hat{g}_n(\pi) = \sum_{i=\hat{x}_n}^{\hat{x}_{n-1}} \left( \sum_{j=1}^L \mu_{ij} g_j \right), \quad n = 1, 2, \dots, N,$$

де  $\mu_{ij}$  — вагові коефіцієнти (добираються експериментально).

Наведені рекурентні ММ мають певний рівень автономності, однак їх застосування має низку принципів складностей, що обмежує їх застосування: неоднозначність та суб'єктивність вибору параметрів  $\pi$  та  $\beta$ ; формула (1.31) не враховує чіткого поділу сирої нафти на фракції; не враховуються фізико-хімічні параметри сирої нафти (зокрема, густина) в процесі обрахунку.

В роботах [5, 6] описано *статистичні* ММ процесів ППСВ, однак вони не набули широкого практичного застосування.

Таким чином, аналіз наведених ММ процесів ППСВ можна звести до наступного:

— адекватними ММ процесів ППСВ слід вважати моделі, отримані на основі фундаментальних законів матеріального балансу та збереження (енергії, імпульсу, тощо). При цьому перевагу необхідно надавати ММ з розподіленими параметрами як таким, що найбільш повно відбивають характер фізико-хімічних явищ, які властиві цим процесам;

— емпіричні та рекурентні ММ лише частково описують процеси, що розглядаються. Область їх застосування обмежено технологічними

особливостями: конструкцією та продуктивністю технологічних апаратів; фізико-хімічними властивостями сировини; конкретними умовами перебігу технологічного процесу, тощо;

— статистичні ММ носять ймовірносний характер, дають неоднозначний результат при повторному застосуванні, а точність моделювання залежить як від розміру контрольної вибірки (кількості попередньо проведених вимірів параметрів технологічного процесу), так і від достовірності цієї вибірки (зокрема, точності вимірювань). Тобто статистичні ММ дають придатний результат за умови значної кількості експериментальних даних, а, крім того, при переході на вуглеводні з відмінними фізико-хімічними характеристиками, ці ММ можуть давати значні похибки моделювання.

Вказані принципові недоліки емпіричних, рекурентних та статистичних ММ значно обмежують можливість їх застосування в задачах математичного моделювання процесів ППСВ.

### 1.2.2. Чисельні методи математичного моделювання процесів первинної переробки сирих вуглеводнів

Вище зазначалося, що адекватним математичним описом процесів переробки ППСВ слід вважати ММ, отримані на основі фундаментальних законів матеріального балансу та збереження (енергії, імпульсу, тощо). В якості таких ММ було розглянуто клас звичайних диференційних рівнянь (для систем із зосередженими параметрами) та клас диференційних рівнянь у часткових похідних (для систем з розподіленими параметрами). Тому проаналізуємо *методи*, орієнтовані саме на розв'язання звичайних диференційних рівнянь та диференційних рівнянь у часткових похідних, а також дамо їх порівняльну характеристику.

Дослідження процесів ППСВ із зосередженими параметрами (надалі, для простоти, за загально прийнятою термінологією [61 — 63, 72] — ЗП-

об'єктів), а також процесів та апаратів з розподіленими параметрами (РП-об'єктів) і, отже, розв'язання задач моделювання динаміки, ідентифікації та управління цими процесами і апаратами, може бути проведено трьома шляхами [61, 63]:

- експериментально на натурному об'єкті;
- експериментально на моделі тої ж фізичної природи, що й натурний об'єкт (фізичне моделювання);
- шляхом дослідження математичних залежностей (суть ММ), що описують явища, які відбуваються в реальному об'єкті (математичне моделювання).

Застосування перших двох шляхів пов'язано, здебільшого, зі значними матеріальними та трудовими витратами, а у випадку проектування нових промислових систем — за рідкісним виключенням, — неможливо. У зв'язку з цим повсюдне поширення при дослідженні ЗП-об'єктів та РП-об'єктів набув метод математичного моделювання, при якому досліджується не саме фізичне явище або об'єкт, а його ММ.

РП-об'єкти виявляються значно складнішими в ході математичного моделювання, ніж ЗП-об'єкти. Тому більшу увагу приділимо розгляду особливостей математичного моделювання РП-об'єктів, зауваживши при цьому, що за певних умов (які буде вказано), процедури моделювання РП-об'єктів може бути зведено до більш простих процедур моделювання ЗП-об'єктів.

Відповідно до [62] РП-об'єкти є кінцево-непредставимими. В процесі математичного моделювання характеристики, які визначають їх динаміку, апроксимуються спрощеними виразами, що еквівалентно підбору ММ, яка зберігає суттєві динамічні властивості досліджуваного РП-об'єкта [38]. Різноманітні методи апроксимації динамічних характеристик кінцево-непредставимих об'єктів розглянуто в роботах [38, 72,73]. Їх аналіз показує, що найбільше поширення, особливо при

модельованні РП-об'єктів, що мають складну конфігурацію та характеризуються наявністю нелінійностей (якими, здебільшого, є апарати ППСВ), набули методи дискретизації вихідної неперервної ММ шляхом просторового та (або) часового квантування. Ці методи засновано на кінцево-різницевих апроксимаціях просторових та (або) часової неперервних змінних. В математичному плані така апроксимація еквівалентна заміні диференційних рівнянь у часткових похідних системами звичайних диференційних рівнянь або системами алгебраїчних рівнянь. Представлення динамічних характеристик РП-об'єктів системами звичайних диференційних або алгебраїчних рівнянь робить можливим модельовання РП-об'єктів (а, так само, і ЗП-об'єктів) на аналогових, гібридних та цифрових ЕОМ.

Існуючі на поточний час підходи щодо дослідження РП-об'єктів можна класифікувати наступним чином [61]:

- неперервний простір — неперервний час (НПНЧ);
- неперервний простір — дискретний час (НПДЧ);
- дискретний простір — неперервний час (ДПНЧ) або метод прямих;
- дискретний простір — дискретний час (ДПДЧ) або метод кінцевих різниць (також має назву методу сіток).

Як показує аналіз літературних джерел [5, 6, 35, 37, 38, 43, 64, 72 — 76] найбільше поширення в практиці дослідження РП-об'єктів набули *метод прямих* та *метод сіток*. У випадку застосування метода прямих похідні по незалежній змінній — часу — залишаються незмінними, в той час як по іншій незалежній змінній — простору — похідні апроксимуються кінцевими різницями. В результаті такої апроксимації диференційне рівняння у часткових похідних замінюється системою звичайних диференційних рівнянь (іншими словами: РП-об'єкт замінюється системою ЗП-об'єктів, число яких дорівнює числу звичайних диференційних рівнянь, обраних в апроксимуючій системі). При

використанні метода кінцевих різниць (сіток) області неперервної зміни обох незалежних аргументів (простору та часу) заміняються кінцевими множинами точок, які є *вузлами сіток* (відповідно, по простору та часу), що наносяться на неперервну область вихідного РП-об'єкту. Таким чином, функції, що визначаються у вузлах дискретної сітки, стають функціями дискретного аргументу. Похідні в диференціальних рівняннях та крайових умовах апроксимуються кінцевими різницями, в результаті чого ММ РП-об'єкту зводиться до системи алгебраїчних рівнянь. Існує декілька способів кінцево-різницевої апроксимації [64, 76 — 78], але частіше за все використовується [77, 78] розкладання в ряд Тейлора, залишаючи в ньому кінцеве число членів, відкидаючи члени, що являють собою малі величини більш високих порядків.

Крім зазначених методів для моделювання динаміки РП-об'єктів використовується *метод кінцевих елементів* [79], а також низка статистичних методів, наприклад, *метод Монте-Карло* [63, 73], *метод оптимальної динамічної фільтрації* [80, 81] та інші.

Порівняльний аналіз технічних засобів реалізації наведених методів математичного моделювання процесів ППСВ як класів ЗП- або РП-процесів наведено у додатку В.2.

### 1.3. Проблематика основних задач математичного моделювання процесів (апаратів) первинної переробки сирих вуглеводнів

Дослідимо проблематику задач математичного моделювання (суть моделювання та ідентифікації), а також тісно пов'язаних з ними задач управління процесів ППСВ.

Якщо розглядати процеси ППСВ як цілком реальну технологію (сукупність фізико-хімічних явищ, що властиві окремим стадіям процесу, а також комплексу технічних засобів, зокрема, хімічних апаратів, в яких відбуваються ці фізико-хімічні процеси), то для даних технологій

притаманні усі задачі, які виникають в рамках сучасної АСУ ТП. Найбільш важливими етапами проектування та експлуатації типових АСУ ТП є етапи, пов'язані з визначенням структур та параметрів ММ об'єктів дослідження — насамперед, хімічних апаратів — в режимах нормальної (або аварійної) експлуатації, а також законів управління, задаючих та корегуючих впливів, що забезпечують дотримання заданих вимог до динамічних властивостей системи.

Серед проблем, які виникають при постановці та вирішенні типових задач АСУ ТП для процесів ППСВ, слід вказати на наступне. Досліджувані процеси є **багатопараметричними**, що, відповідно, вимагає і багатопараметричність управління ними. Розглянемо цю властивість на прикладі процесів первинної переробки сирової нафти (зокрема, початкового етапу — процесу електро-(термо)знесолення та зневоднення сирової нафти). Найбільший вплив на перебіг даного технологічного процесу становлять **параметри** та **режими** блоку попереднього нагріву сировини з блоком ЕЛОУ; блоку попереднього випарювання; блоку атмосферної перегонки нафти; блоку стабілізації бензину та блоку вакуумної перегонки мазуту. Слід вказати на існуючу **пріоритетність** задач [3 — 5], які супроводжують математичне моделювання процесу електро-(термо)знесолення та зневоднення сирової нафти (табл. 1.1, на прикладі технологічної схеми, наведеної у додатку Б).

Особливість фізико-хімічних явищ в процесі переробки сирової нафти вимагає реалізацію стадій математичного моделювання (моделювання, тобто отримання прогнозу перебігу фізичних явищ та прогнозу стану хімічних реакцій у хімічних апаратах, а також ідентифікацію відповідних ММ) та синтез управління в **реальному масштабі часу**. В іншому випадку математичне моделювання та введене управління буде неефективним, оскільки не буде враховувати поточний перебіг технологічного процесу.

При цьому управління повинно забезпечувати **оптимізацію** технологічного процесу з урахуванням вимог реального часу (табл. 1.2).

Пріоритет задач вказує на послідовність їх вирішення. При протиріччі в рішенні задач з різними пріоритетами, перевагу слід віддавати задачам з більшим пріоритетом (в табл. 1.1, 1.2 ці задачі мають менший індекс).

Таблиця 1.1

**ПРІОРИТЕТНІСТЬ ЗАДАЧ, ЩО ПОТРЕБУЮТЬ ВИРІШЕННЯ  
ЗАСОБАМИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ**

| <b>Об'єкт</b>             | <b>Задачі<br/>(в порядку убудування пріоритету)</b>  | <b>Критерій оцінки</b>   |
|---------------------------|--|--|
| Колона К-1                | 1. Підтримання якісних показників бензину (температура початку та кінця кипіння) у заданих межах             | Зниження кількості порушень меж якості   |
|                           | 2. Управління якісними показниками бензину (температура початку та кінця кипіння)                            | Зниження середньо-квадратичного відхилення (СКВ) по показниках якості                          |
|                           | 3. Стабілізація режиму роботи колони відбензинювання нафти по температурі, тиску та витратам                 | Зниження СКВ регульованих технологічних параметрів від завдання (температури, тиску та витрат) |
| Колона К-2                | 1. Підтримка якісних показників бензину на виході колони К-2, газової та дизельної фракцій у заданих межах   | Зниження кількості порушень меж якості   |
|                           | 2. Управління якісними показниками бензину на виході колони К-2, газової та дизельної фракцій (табл. 1.3)    | Зниження СКВ за показниками якості   |
|                           | 3. Підтримання планових відборів загального бензину (для колон К-1 та К-2), газової та дизельної фракцій     | Зниження СКВ відборів загального бензину, газової фракції від планових (за певний період)      |
|                           | 4. Стабілізація режиму роботи атмосферної колони по температурі, тиску, витратам                             | Зниження СКВ регульованих технологічних параметрів від завдання (температури, тиску та витрат) |
| Блок стабілізації бензину | 1. Підтримка якісних показників стабільного бензину, вуглеводневого та скрапленого газу у заданих межах      | Зниження кількості порушень меж якості   |
|                           | 2. Управління якісними показниками стабільного бензину, вуглеводневого та скрапленого газу (табл. 1.3)       | Зниження СКВ за показниками якості   |
|                           | 3. Нормалізація роботи блоку стабілізації бензину за технологічними параметрами (температура, тиск, витрати) | Зниження СКВ регульованих технологічних параметрів від завдання (температури, тиску та витрат) |
| Колона К-3                | 1. Підтримання якісних показників продуктів вакуумної колони у заданих межах                                 | Зниження кількості порушень меж якості   |
|                           | 2. Управління якісними показниками продуктів вакуумної колони (табл. 1.3)                                    | Зниження СКВ показників якості вакуумних продуктів   |
|                           | 3. Підтримка планового відбору вакуумного газойлю  | Зниження СКВ відборів вакуумного газойлю від планових (за певний період)                       |
|                           | 4. Стабілізація режиму роботи колони К-3 по температурі, тиску, витратам                                     | Зниження СКВ регульованих технологічних параметрів від завдання (температури, тиску та витрат) |



Таблиця 1.2

## ПЕРЕЛІК ЗАДАЧ ОПТИМІЗАЦІЇ

| Пріоритет | Задачі оптимізації  | Критерії оцінки  |
|-----------|---|--|
| 1         | Максимізація відбору бензину колони К-1 при дотриманні всіх якісних обмежень на продукти установки ЕЛОУ-АВТ                               | Збільшення відсотку відбору бензину з колони К-1                 |
|           | Максимізація відбору бензину колони К-2 при дотриманні всіх якісних обмежень на продукти установки ЕЛОУ-АВТ                               | Збільшення відсотку відбору загального бензину колон К-1, К-2    |
|           | Максимізація відбору газової фракції при дотриманні всіх якісних обмежень на продукти установки ЕЛОУ-АВТ                                  | Збільшення відсотку відбору газової фракції                      |
|           | Максимізація відбору дизельної фракції колони К-2 при дотриманні всіх якісних обмежень на продукти установки ЕЛОУ-АВТ                     | Збільшення відсотку відбору дизельної фракції колони К-2         |
| 2         | Оптимізація теплообміну та енергозабезпечення на установці ЕЛОУ-АВТ при збереженні технологічних обмежень та якісних показників продукції | Зниження витрат на паливо, пару, воду та електроенергію          |
| 3         | Максимізація продуктивності по сировині із дотриманням параметрів роботи установки ЕЛОУ-АВТ   | Збільшення максимально можливого завантаження установки ЕЛОУ-АВТ |

Таблиця 1.3

Конструктивні та технологічні проблеми, пов'язані зі штатним діючим обладнанням [5], вносять обмеження режими роботи:

— температура бензину після теплообмінника Х-1 (температура зрошення верху колони К-1) не може перевищувати  $45^{\circ}\text{C}$  внаслідок малого потоку охолодженої води в теплообміннику Х-1;

— температура газойлю після теплообміннику Т-4 (TIR1561) може перевищувати норму (норма  $155^{\circ}\text{C}$ ), що призводить до більшої різниці з температурою після дегідрататора D-3 (в нормі  $(90...100)^{\circ}\text{C}$ ). Зазначена обставина спричиняє зниження температури подачі нафти в колону К-1 по TIR126 нижче ніж  $230^{\circ}\text{C}$  (нормальна температура  $240^{\circ}\text{C}$ ). При виникненні даної ситуації необхідно спрямовувати знесолену нафту трьома потоками через теплообмінники Т-4, Т-5/1 — Т5/5 та Т-6;

— ємності Е-2 та Е-3 функціонують як буферні ємності. Тому в них не відбувається відпарювання. Це спричиняє проблему підтримування рівня рідини на вивідних тарілках колони К-2 та зменшенню контрольованості температур спалахів гасу та газойлю;

### ПАРАМЕТРИ, ЯКІ НЕОБХІДНО ВРАХОВУВАТИ ПРИ СКЛАДАННІ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ

| Продукт           | № з/п | Показник якості                         | Один. вимірюв. | Управ. показн. |
|-------------------|-------|---|----------------|----------------|
| Скраплений газ    | 1     | Вміст $C_3$                             | % мас          | +              |
|                   | 2     | Вміст $C_4$                             | % мас          | +              |
| Вуглеводневий газ | 3     | Вміст $C_5 +$                           | % мас          | +              |
| Стабільний бензин | 4     | Температура початку кипіння             | $^{\circ}C$    | +              |
|                   | 5     | Температура кінця кипіння               | $^{\circ}C$    | +              |
| Гасова фракція    | 6     | Температура початку кипіння             | $^{\circ}C$    | +              |
|                   | 7     | Температура 98% википання               | $^{\circ}C$    | +              |
|                   | 8     | Температура спалаху в закритому тиглі   | $^{\circ}C$    | +              |
| Дизельна фракція  | 9     | Температура 50% википання               | $^{\circ}C$    | +              |
|                   | 10    | Температура 96% википання               | $^{\circ}C$    | +              |
|                   | 11    | Температура спалаху в закритому тиглі   | $^{\circ}C$    | +              |
| Мазут             | 12    | Густина умовна при $80^{\circ}C$        | умовні градуси | +              |
|                   | 13    | Температура спалаху у відкритому тиглі  | $^{\circ}C$    | +              |
| Вакуумний газойль | 14    | Фракції, що википають до $350^{\circ}C$ | %              | +              |
|                   | 15    | Температура початку кипіння             | $^{\circ}C$    | +              |
|                   | 16    | Температура 90% википання               | $^{\circ}C$    | +              |
| Гудрон            | 17    | Густина умовна при $100^{\circ}C$       | умовні градуси | +              |
|                   | 18    | Температура спалаху у відкритому тиглі  | $^{\circ}C$    | +              |
|                   | 19    | Густина кінематична при $100^{\circ}C$  | сСт            | +              |

ММ хімічних апаратів повинні забезпечувати обчислення (суть математичне моделювання) їх поточного стану (за певних постановок задач, наприклад, синтезу управління, забезпечувати прогноз стану від введених управляючих впливів) для всіх технологічних (штатних або

аварійних) режимів роботи. За наявності значних (контрольованих і неконтрольованих) градієнтів температури та тиску; змін густини нафти та продуктів її перегонки; переконфігурування схеми технологічного процесу ММ хімічних апаратів, очевидно, потребують **параметричної ідентифікації**. Проаналізуємо можливі методи розв'язання цієї задачі.

З класичних методів розв'язання задачі параметричної ідентифікації для просторово-розподілених об'єктів, якими, як було зазначено в розділі 1.2 слід розглядати апарати переробки сирової нафти, можна виділити [82]: метод зведення рівнянь у часткових похідних до звичайних з наступним чисельним розв'язанням задачі моделювання та ідентифікації [83], метод квазілінеаризації та прогонки по параметру [82], метод зв'язаних функцій [82, 84]. Особливий інтерес також являє постановка та розв'язання задачі ідентифікації у вигляді оптимізаційної задачі, із залученням до її розв'язання, наприклад, градієнтних методів [85, 86].

Теоретично привабливим і практично найбільш значимим є клас задач управління процесом електро-(термо)знесолення та зневоднення сирової нафти. Зазначимо насамперед, що для коректного та обґрунтованого розв'язання задач синтезу управління (так само як і ідентифікації) необхідно дати відповідь на два питання [87]: чи існує єдиний розв'язок математичної задачі, що описує об'єкти, які досліджуються, та чи є ці об'єкти керованими? Доведення існування та єдиності розв'язку рівнянь (зокрема ДРЧП), що описують складні динамічні об'єкти, є однією з найважливіших задач сучасної математики [88]. Прикладний аспект доведення теорем існування та єдиності при цьому полягає в тому, що формулювання даних теорем повинні враховувати обмеження на шукані функції та коефіцієнти вихідних рівнянь, які мають місце на практиці [86, 87, 89, 90].

Задачі віднаходження умов керованості, тобто можливості переведення системи за кінцевий час в заданий стан за допомогою припустимих управляючих впливів [87, 91], є дуже актуальними і

підлягають першочерговому розв'язанню. Розв'язання задач синтезу управління процесами ППСВ повинно здійснюватися з урахуванням їх (процесів) характерних особливостей як об'єктів управління. В цьому сенсі до основних особливостей процесів ППСВ слід віднести наступне: суттєву нелінійність, зумовлену значними градієнтами температури та тиску; широкий діапазон зміни параметрів, які характеризують процеси ППСВ, зокрема, густини сирової нафти та продуктів її перегонки; наявність обмежень на змінні стану фізичних процесів та управління, а також нестационарність обмежень в часі.

Нетривіальність постановки окремих задач математичного моделювання і управління процесами ППСВ, їх формалізація та чисельна реалізація визначають необхідність розробки ефективного математичного апарату розв'язання цих задач. Таким чином, підсумовуючи розгляд питань щодо проблематики задач аналізу та управління процесами ППСВ зазначимо, що в ситуації, яка складається, *актуальною* є розробка машинно-орієнтованих математичних методів моделювання, ідентифікації та управління зазначеними технологічними процесами.

## ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 1

1. Виконано аналіз процесів ППСВ на прикладі процесу первинної переробки сирої нафти. При цьому показано, що процеси ППСВ характеризуються нелінійністю, нестационарністю та багатопараметричністю.

Зазначено, що у практичних реалізаціях автоматизованих систем управління процесами ППСВ існує брак адекватних ММ відповідних процесів. Обґрунтовано адекватність математичного опису процесів (апаратів) ППСВ у вигляді ДРЧП або систем ДРЧП. Виявлено можливість розширення математичного опису досліджуваного класу процесів у вигляді ДРЧП (систем ДРЧП) на випадки нестационарної та нелінійної постановок задач.

2. Виконано аналіз існуючих підходів та технічних засобів щодо математичного опису процесів ППСВ, а також існуючих методів розв'язування задач математичного моделювання та оцінювання параметрів вказаними процесами. На основі виконаного аналізу відмічено необхідність системного підходу до розв'язування задач моделювання та параметричної ідентифікації процесами ППСВ, зокрема, застосування принципу типізації та уніфікації. Тобто, коли при постановці та реалізації окремих задач враховувалися б вимоги, загальні для всього комплексу, а розв'язування задач на наступних етапах базувалося б на результатах розв'язків задач на попередніх етапах дослідження.

3. Окреслено проблематику основних задач математичного моделювання процесів ППСВ, а також зроблено висновок щодо необхідності розвитку економічних машинно-орієнтованих методів моделювання та параметричної ідентифікації цими процесами.

## 2. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ПРОЦЕСІВ (АПАРАТІВ) ПЕРВИННОЇ ПЕРЕРОБКИ СИРИХ ВУГЛЕВОДНІВ ТА ЧИСЕЛЬНА РЕАЛІЗАЦІЯ ЦИХ МОДЕЛЕЙ НА ОСНОВІ ПРИНЦИПУ ТИПІЗАЦІЇ

За фізико-хімічними явищами, які відбуваються, процеси ППСВ, з урахуванням реальних технологічних схем (для конкретності розглянемо приклад процесу електро-(термо)знесолення і зневоднення сирової нафти, додаток Б), можна класифікувати відповідно як [92]:

— процеси, що характеризуються явищами *поверхневого* теплообміну, тобто такі, в яких теплообмін здійснюється на поверхні розділу окремих реагентів (фаз). Дані процеси відбуваються в таких апаратах як (з основних апаратів технологічної схеми процесу): теплообмінники утилізаційні Т-1/1,2, Т-4, Т-5/1 ... Т-5/5, Т-6/1 ... Т-6/6; газової фракції Т-2/1 ... Т-2/3, дизельної фракції Т-3/1 ... Т3/3, обтяженої дизельної фракції Т-1/3 ... Т1/6;

— процеси, що характеризуються явищами *об'ємного* теплообміну, тобто такі, в яких теплообмін здійснюється в межах всього об'єму задіяних реагентів. Дані процеси відбуваються в таких апаратах як (з основних апаратів технологічної схеми процесу): термодегідратор D-1, електродегідратори D-2 та D-3, змішувачі СМ-1 та СМ-2;

— процеси, що характеризуються явищами *розсередженого* теплообміну, тобто такі, в яких теплообмін одночасно відбувається на декількох окремих поверхнях. Дані процеси відбуваються в таких апаратах як (з основних апаратів технологічної схеми процесу): колони попереднього відбезінювання К-1, газової фракції К-2, дизельної фракції К-3.

Розробимо ММ виділених класів технологічних процесів та виконаємо їх узагальнення з метою типізації та уніфікації математичного опису. У подальшому така типізація дозволить виконати формалізацію та

уніфікацію методів та засобів математичного моделювання, а також здійснити машинну реалізацію зазначених методів на єдиній уніфікованій основі.

## 2.1. Математичні моделі процесів первинної переробки сирих вуглеводнів та їх узагальнення

Перебіг процесів ППСВ, як було зазначено вище, фізично реалізується в певних технологічних апаратах, геометричні розміри і вхідні (вихідні) потоки яких визначають просторові області, граничні умови та збуджуючі впливи досліджуваних процесів ППСВ, відповідно. Тому, при складанні ММ процесів ППСВ [92 — 96], для визначення необхідних величин будемо використовувати характеристики реальних технологічних апаратів.

**Процеси поверхневого теплообміну.** Теплообмінник Т-1/1 (рис. 2.1) має циліндричну форму порожнини, в якій нагрівається сира нафта. Ця порожнина радіусу  $r$  та висотою  $z$  характеризується площиною поперечного перетину порожнини  $S_{\text{п}}$  (округленнями у верхній та нижній частині конструкції теплообмінника для простоти можна знехтувати), а також висотою  $h$  стовпа сирої нафти. У парову порожнину теплообмінника надходить повітря з температурою  $T_{\text{н}} = T_{\text{н}}(t)$ , нагріте за рахунок утилізації тепла верхнього циркуляційного зрошення та обтяженої дизельної фракції колони К-3. Потік утилізаційного повітря на нагрів визначається витратою  $F_{\text{н}}$ , яка, в загальному випадку, також є функцією часу  $F_{\text{н}} = F_{\text{н}}(t)$ . На вхід теплообмінника надходить сира нафта з температурою  $T_{\text{вх}} = T_{\text{вх}}(r, z, t)$  та витратою  $F_{\text{вх}} = F_{\text{вх}}(t)$ . Вихідний потік  $F_{\text{вн}}$  з теплообмінника Т-1/1 є вхідним потоком для наступного за технологічною схемою теплообмінника (в даному випадку — Т-1/2) та має температуру  $T_{\text{вн}} = T_{\text{вн}}(r, z, t)$ . З урахуванням зазначеного вище, запишемо рівняння матеріального та енергетичного (у вигляді рівняння динаміки

температури) балансів для теплообмінника Т-1/1 у диференціальній формі:

$$S_{\Pi} \frac{\partial h(r, z, t)}{\partial t} = F_{\text{ВХ}}(t) - F_{\text{ВН}}(t), \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_{\text{ВН}}(r, z, t)}{\partial t} = & -\frac{F_{\text{ВХ}}(t)}{S_{\Pi}} \left[ \frac{\partial T_{\text{ВН}}(r, z, t)}{\partial z} + \frac{1}{2\pi r} \frac{\partial T_{\text{ВН}}(r, z, t)}{\partial r} \right] - \\ & - \frac{2\pi r \alpha}{\rho C_p S_{\Pi}} [T_{\text{Н}}(t) - T_{\text{ВН}}(r, z, t)] \end{aligned} \quad (2.2)$$

з початковими

$$\begin{aligned} F_{\text{ВХ}}(t)|_{t=0} = F_{\text{ВХ}0}, \quad F_{\text{ВН}}(t)|_{t=0} = F_{\text{ВН}0}, \\ T_{\text{ВХ}}(r, z, t)|_{t=0} = T_{\text{ВХ}0}, \quad T_{\text{ВН}}(r, z, t)|_{t=0} = T_{\text{ВН}0} \end{aligned} \quad (2.3)$$

та граничними умовами

$$\begin{aligned} h(r, z, t)|_{z=0} = 0, \quad T_{\text{ВН}}(r, z, t)|_{z=0} = T_{\text{ВН}}(r, 0, t), \\ h(r, z, t)|_{z=z_{\text{max}}} = z_{\text{max}}, \quad T_{\text{ВН}}(r, z, t)|_{z=z_{\text{max}}} = T_{\text{ВН}}(r, z_{\text{max}}, t) \end{aligned} \quad (2.4)$$

де  $\rho, C_p, \alpha$  — відповідно густина та теплоємність сирої нафти (середні значення), а також коефіцієнт теплопередачі від стінки парової порожнини до нагрівальної (технологічної) порожнини.

Рівняння (2.1) — (2.4) утворюють ММ апаратів поверхневого теплообміну процесів ППСВ. Причому, рівняння (2.1) та (2.2) являють собою рівняння динаміки, а (2.3) та (2.4) — відповідно задають початкові та граничні умови.

Як було вказано, за умови тотожності конструкції теплообмінників у більшості технологічних схем процесів ППСВ, ММ виду (2.1) — (2.4), отриману для теплообмінника Т-1/1, можна поширити на аналогічні апарати поверхневого теплообміну.

**Процеси об'ємного теплообміну.** Апарати даного класу, в силу особливостей технологічного призначення, відрізняються конструктивним



виконанням. Тому розробку ММ процесів об'ємного теплообміну виконаємо з урахуванням їх часткових конструктивних особливостей.

**Змішувачі.** Змішувачі призначено [3] для змішування потоків сирової нафти та води, що використовується для промивки (промивною водою), відповідно перед термодегідратором D-1 та електродегідратором D-2. Спрощену схему змішувача (наприклад, за технологічною схемою позначеного через СМ-1), який являє собою горизонтально орієнтований циліндр, представлено на рис. 2.2. Вхідний потік попередньо нагрітої сирової нафти характеризується температурою  $T_{\text{тн}} = T_{\text{тн}}(t)$  та фіксованою витратою  $F_{\text{тн}} = \text{const}$ . Вхідний потік промивної води характеризується температурою  $T_{\text{пв}} = T_{\text{пв}}(t)$  та регульованою (змінною) витратою  $F_{\text{пв}} = F_{\text{пв}}(t)$ . Збудженням є вихідний потік водо-нафтової емульсії із змішувача, який, в свою чергу, характеризується температурою  $T_e = T_e(r, z, t)$  та регульованою витратою  $F_e = F_e(t)$ . Температура водо-нафтової емульсії  $T_e = T_e(r, z, t)$  являє собою нестационарну розподілену функцію параметрів  $r$  і  $z$ , що мають відповідно фізичний смисл відстані від осі змішувача до «дзеркала» водо-нафтової емульсії у змішувачі та довжини змішувача (закругленнями з правого та лівого боку змішувача для простоти можна знехтувати). Висота шару емульсії  $h$  визначається наступним чином

$$h = \begin{cases} r_{\text{max}} - r, & \beta = -(\pi/2); \\ r_{\text{max}}, & \beta = 0; \\ r_{\text{max}} + r, & \beta = (\pi/2). \end{cases}$$

З урахуванням зазначеного вище, запишемо рівняння матеріального балансу та динаміки температури для змішувача у диференціальній формі:

$$A_c \frac{\partial h(r, z, t)}{\partial t} = F_{\text{тн}}(t) + F_{\text{пв}}(t) - F_e(t), \quad (2.5)$$

$$\rho C_p \frac{\partial T_e(r, z, t)}{\partial t} = -\frac{\rho C_p F_e(t)}{A_c} \left[ \frac{\partial T_e(r, z, t)}{\partial z} + \frac{1}{2\pi r} \cdot \frac{\partial T_e(r, z, t)}{\partial r} \right] -$$

$$-\frac{\rho C_p}{h A_c} [F_{пв}(t) T_{пв}(t) - F_{тн}(t) T_{тн}(t)] \quad (2.6)$$

з початковими

$$\begin{aligned} F_{тн}(t)|_{t=0} &= F_{тн0}, & F_{пв}(t)|_{t=0} &= F_{пв0}, & F_e(t)|_{t=0} &= F_{e0} \\ T_{тн}(t)|_{t=0} &= T_{тн0}, & T_{пв}(t)|_{t=0} &= T_{пв0}, & T_e(r, z, t)|_{t=0} &= T_{e0} \end{aligned} \quad (2.7)$$

та граничними умовами

$$\begin{aligned} h(r, z, t)|_{r=0} &= r_{\max}, & T_e(r, z, t)|_{r=0} &= T_e(0, z, t), \\ h(r, z, t)|_{r=r_{\max}} &= 0, & T_e(r, z, t)|_{r=r_{\max}} &= T_e(r_{\max}, z, t), \\ \left. \frac{\partial T_e(r, z, t)}{\partial r} \right|_{r=0} &= 0, & \left. \frac{\partial T_e(r, z, t)}{\partial r} \right|_{r=r_{\max}} &= 0 \end{aligned} \quad (2.8)$$

де  $\rho, C_p$  — відповідно густина та теплоємність водо-нафтової емульсії (середнє зважене значення),  $A_c$  — площа «дзеркала» водо-нафтової емульсії, яка визначається наступним чином:

$$A_c = \begin{cases} 2\sqrt{r_{\max}^2 - r^2} \cdot z_{\max}, & \beta = \pm(\pi/2); \\ 2r_{\max} z_{\max}, & \beta = 0. \end{cases}$$

Останні два рівняння в (2.8) свідчать про те, що в граничних точках змін відповідних градієнтів температури шару емульсії немає. Таким чином, рівняння (2.5) — (2.8) задають ММ змішувачів нагрітої сирової нафти та промивної води, причому рівняння (2.5) та (2.6) є рівняннями динаміки, а (2.7) та (2.8) — початковими та граничними умовами, відповідно.

**Термодегідратор та електродегідратори.** Термодегідратор D-1 і електродегідратори D-2 та D-3 призначено [3] для знесолення та зневоднення сирової нафти. При цьому в термодегідраторі D-1 відбувається термохімічна обробка водо-нафтової емульсії (відділення знесоленої сирової нафти від промивної води), а в електродегідраторах D-2 та D-3 руйнування водо-нафтової емульсії здійснюється за рахунок електричного поля. Якщо абстрагуватися від способу руйнування водо-нафтової емульсії, то, з точки зору конструктивного виконання, термодегідратор D-1 і

електродегідратори D-2 та D-3 виконано за аналогічною схемою. Тому, при розробці ММ цих апаратів, розглянемо лише термодегідратор D-1, а отриманий результат поширимо на електродегідратори D-2 та D-3.

Спрощену схему термодегідратора D-1 представлено на рис. 2.3. Він являє собою вісесиметричний горизонтально орієнтований циліндр довжиною  $z$  (закругленнями з правого та лівого боку термодегідратора D-1 для простоти можна знехтувати) і характеризується одним вхідним та двома вихідними потоками.

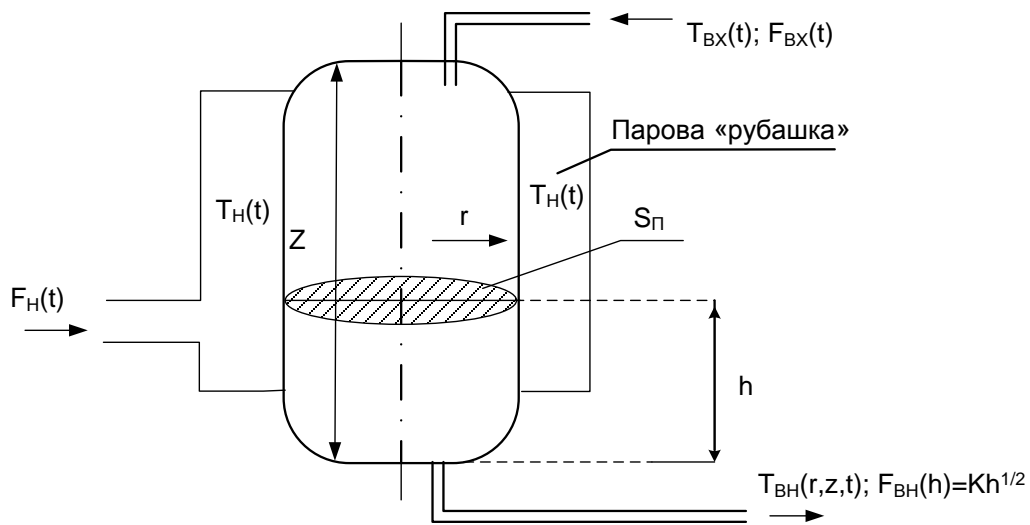


Рис. 2.1. Схема утилізаційного теплообмінника

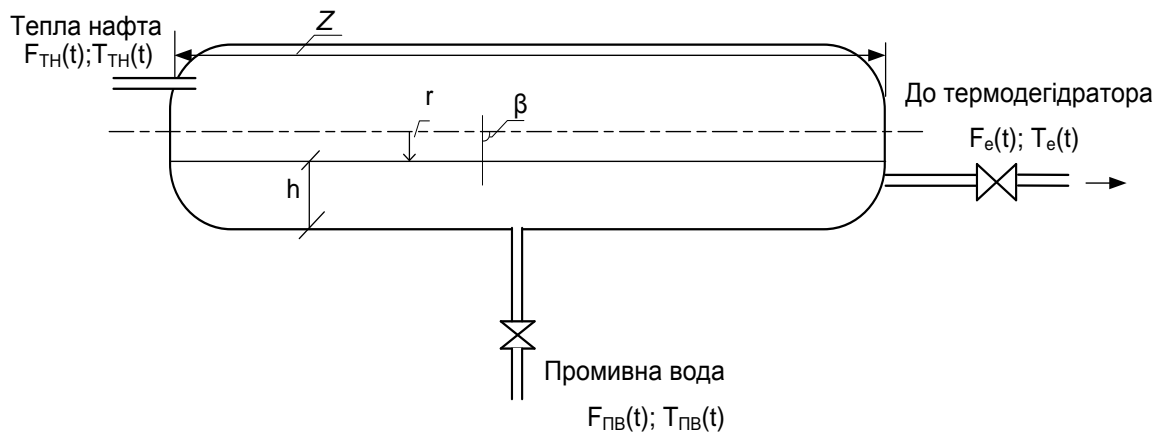


Рис. 2.2. Схема змішувача

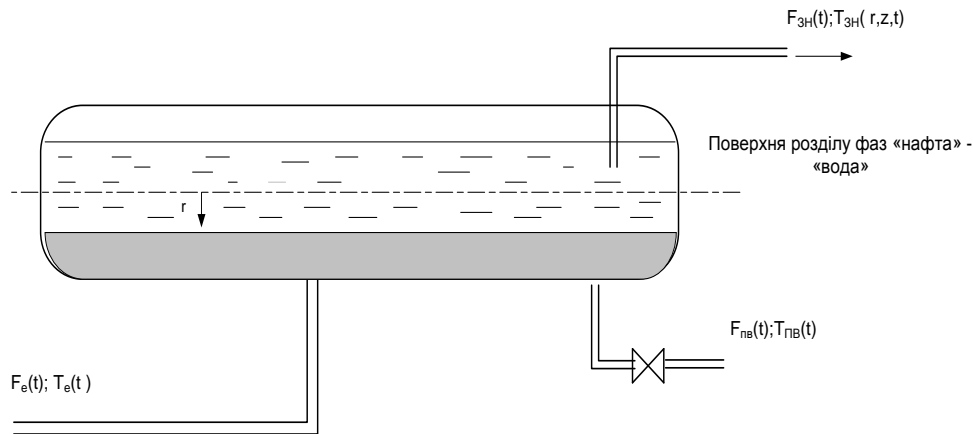


Рис. 2.3. Схема термодегідатора

Вхідний потік утворюється водо-нафтовою емульсією з регульованою витратою  $F_e = F_e(t)$ , яка надходить до термодегідатора D-1 зі змішувача СМ-1 при температурі  $T_e = T_e(t)$  (зазначимо, що розподіленість температури  $T_e$ , очевидно, повинна розглядатися лише в межах порожнини змішувача СМ-1). Перший вихідний потік утворює знесолена сира нафта при витраті  $F_{zn} = F_{zn}(t)$  та температурі  $T_{zn} = T_{zn}(r, z, t)$ . Другий вихідний потік утворює промивна вода, яка накопичується в нижній частині термодегідатора D-1 при термохімічному руйнуванні водо-нафтової емульсії. Цей потік має регульовану витрату  $F_{пв} = F_{пв}(t)$  та температуру  $T_{пв} = T_{пв}(r, z, t)$ .

Стійкість в часі водо-нафтової емульсії, яка надходить в термодегідатор D-1 — незначна. Тому можна вважати, що переважно в термодегідаторі D-1 перебуває двофазна система «знесолена нафта — промивна вода» з поверхнею розділу фаз, яка знаходиться на відстані  $r$  від його осі. Очевидним підходом при розробці ММ термодегідатора D-1 є складання рівнянь матеріального та енергетичного балансів саме для двофазної системи. В даному випадку ММ повинна буде містити рівняння динаміки для обох фаз: знесоленої сирової нафти та промивної води, що, безумовно, ускладнить диференціальну форму ММ та її подальшу чисельну

реалізацію. Слушною альтернативою складанню системи рівнянь для двофазного потоку є відображення в ММ якісного переходу водо-нафтової емульсії в монофазні прошарки (знесолена сиря нафту та промивну воду). В якості ознак такого якісного переходу пропонується [92] розглянути швидкість  $v(r, z, t)$  та температуру  $\theta(r, z, t)$  реакції руйнування водо-нафтової емульсії. Тоді процес відділення знесоленої сирі нафти від промивної води в термодегідраторі D-1 можна представити наступною ММ

$$\frac{\partial v(r, z, t)}{\partial t} = \frac{F_e(t)}{A_c} \left[ \frac{\partial v(r, z, t)}{\partial z} + \frac{1}{2\pi r} \cdot \frac{\partial v(r, z, t)}{\partial r} \right] - \frac{2\pi r_{\max} \alpha_{\text{ен}}}{\rho_{\text{H}} C_{p_{\text{H}}} A_c^2} [F_e(t) - F_{\text{ЗН}}(t)] - \frac{2\pi r_{\max} \alpha_{\text{ев}}}{\rho_{\text{В}} C_{p_{\text{В}}} A_c^2} [F_e(t) - F_{\text{ПВ}}(t)], \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial \theta(r, z, t)}{\partial t} = \frac{F_e(t)}{A_c} \left[ \frac{\partial \theta(r, z, t)}{\partial z} + \frac{1}{2\pi r} \cdot \frac{\partial \theta(r, z, t)}{\partial r} \right] - \frac{2\pi r_{\max} \alpha_{\text{ен}}}{\rho_{\text{H}} C_{p_{\text{H}}} A_c} [T_e(t) - \theta(r, z, t)] - \frac{2\pi r_{\max} \alpha_{\text{ев}}}{\rho_{\text{В}} C_{p_{\text{В}}} A_c} [T_e(t) - \theta(r, z, t)], \quad (2.10)$$

з початковими

$$v(r, z, t)|_{t=0} = v_0, \quad \theta(r, z, t)|_{t=0} = \theta_0 \quad (2.11)$$

та граничними умовами

$$\begin{aligned} v(r, z, t)|_{r=0} &= \psi_v, \quad \theta(r, z, t)|_{r=0} = \psi_\theta, \\ v(r, z, t)|_{r=r_{\max}} &= 0, \quad \theta(r, z, t)|_{r=r_{\max}} = T_e(t), \\ \frac{\partial v(r, z, t)}{\partial r} \Big|_{r=0} &= \frac{\theta(r, z, t)}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0, \quad \frac{\partial v(r, z, t)}{\partial r} \Big|_{r=r_{\max}} = \frac{\theta(r, z, t)}{\partial r} \Big|_{r=r_{\max}} = 0, \end{aligned} \quad (2.12)$$

де  $\rho_{\text{H}}$ ,  $\rho_{\text{В}}$ ,  $C_{p_{\text{H}}}$ ,  $C_{p_{\text{В}}}$ ,  $\alpha_{\text{ен}}$ ,  $\alpha_{\text{ев}}$  — густини, теплоємності та коефіцієнти теплопередачі для відповідних речовин (індекс «н» позначає знесолену нафту, індекс «в» — промивну воду, індекс «ен» — поверхню розділу «емульсія – знесолена нафта», індекс «ев» — поверхню розділу «емульсія – промивна вода»);  $h$  — рівень шару водо-нафтової емульсії;  $\psi_v$ ,  $\psi_\theta$  —

деякі (загалом постійні) функції;  $A_c$  — площа «дзеркала» водо-нафтової емульсії, яка визначається наступним чином:

$$A_c = \begin{cases} 2\sqrt{r_{\max}^2 - r^2} \cdot z_{\max}, & \beta = \pm(\pi/2); \\ 2r_{\max} z_{\max}, & \beta = 0. \end{cases}$$

Як було зазначено вище, рівняння виду (2.9) — (2.12) задають ММ як термодегідратора D-1, так і електродегідраторів D-2 та D-3 (в силу тотожності їх конструкції).

**Процеси розсередженого теплообміну.** Розсередженісь цього класу апаратів зумовлено наявністю декількох поверхонь, на яких відбувається теплообмін. В даному випадку такими поверхнями є поверхні ректифікаційних (конденсаційних) тарілок колони попереднього відбензинування К-1, колони гасової фракції К-2 та колони дизельної фракції К-3. При розробці ММ апаратів розсередженого теплообміну для конкретності розглянемо колону попереднього відбензинування К-1.

Колона попереднього відбензинування К-1 (рис. 2.4, 2.5) призначена для відділення з нафти розчинених газів та частини бензинової фракції і являє собою *повну* [34] колону, тобто має *концентраційну* (верхню) та *кубову* або *відгінну* (нижню) частини. Після теплообмінників (Т-4, Т-5/1 ... Т-5/5, Т-6/1 ... Т-6/6) сумарним потоком  $F_{33}(t)$  зневоднена та знесолена сира нафта при температурі  $T_{33}(t)$  подається під нижню тарілку колони К-1. З верху колони К-1 суміш вуглеводневого газу, парів води та бензину сумарним потоком  $F_c(t)$  з температурою  $T_c(r, z, t)$  надходить до конденсаторів-холодильників повітряного охолодження ВХ-1/1,2, після цього доохолоджується у водяному холодильнику Х-1, а далі ця газорідинна суміш надходить до рефлексної ємності С-1 (останні три апарати детально не розглядаються, але при моделюванні їх класифіковано у відповідності до вище запропонованої класифікації).

Неконденсований газ з рефлексної ємності С-1 потоком  $F_r(t)$  при температурі  $T_r(t)$  спрямовується на блок амінової очистки (тобто поза

процес електро-(термо)знесолення сирієї нафти, а тому надалі не розглядається). Бензинова фракція з ємності С-1 потоком  $F_6(t)$  при температурі  $T_6(t)$  подається в колону К-1 в якості гострого зрошення з корекцією температури  $T_6(t)$  по температурі верху колони  $T_B(r, z, t) = T_C(r, z, t)$ . Причому певна частина  $F_6(t)$  (балансова кількість  $F_{\text{бал}}(t)$ ) спрямовується до сировинної ємності блоку стабілізації Е-4. Витрата  $F_{\text{бал}}(t)$  бензинової фракції, що відкачується, корегується по рівню в рефлексній ємності С-1.

Відбензинена сира нафта з кубової частини колони К-1 у вигляді регульованого вихідного потоку  $F_{\text{вбн}}(t)$  з температурою  $T_{\text{вбн}}(r, z, t)$  відкачується до технологічних печей П-1/1,2, де нагрівається і після цього надходить до атмосферної колони К-2.

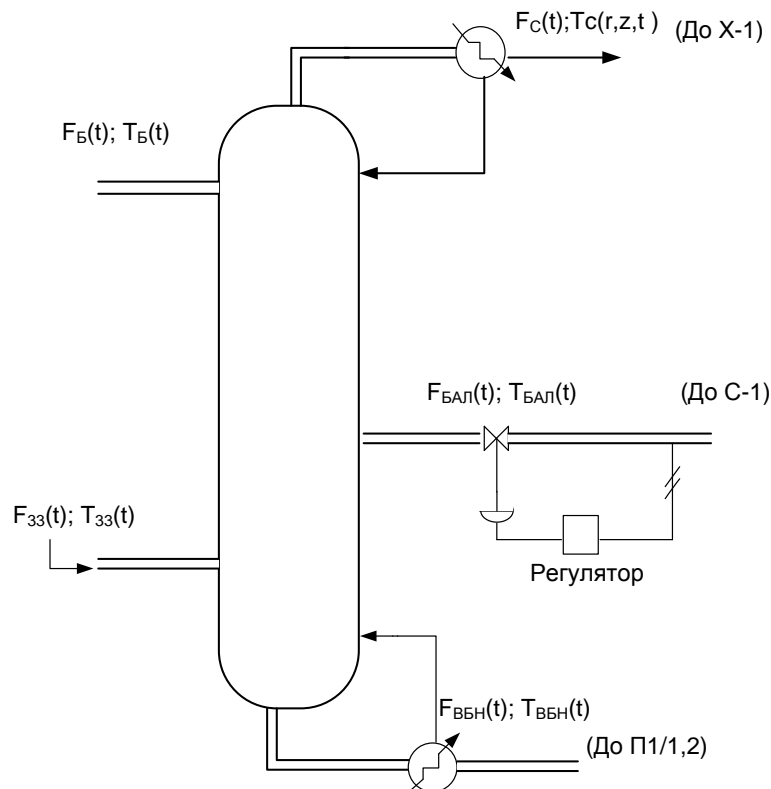


Рис. 2.4. Схема технологічної прив'язки колони відбензинювання

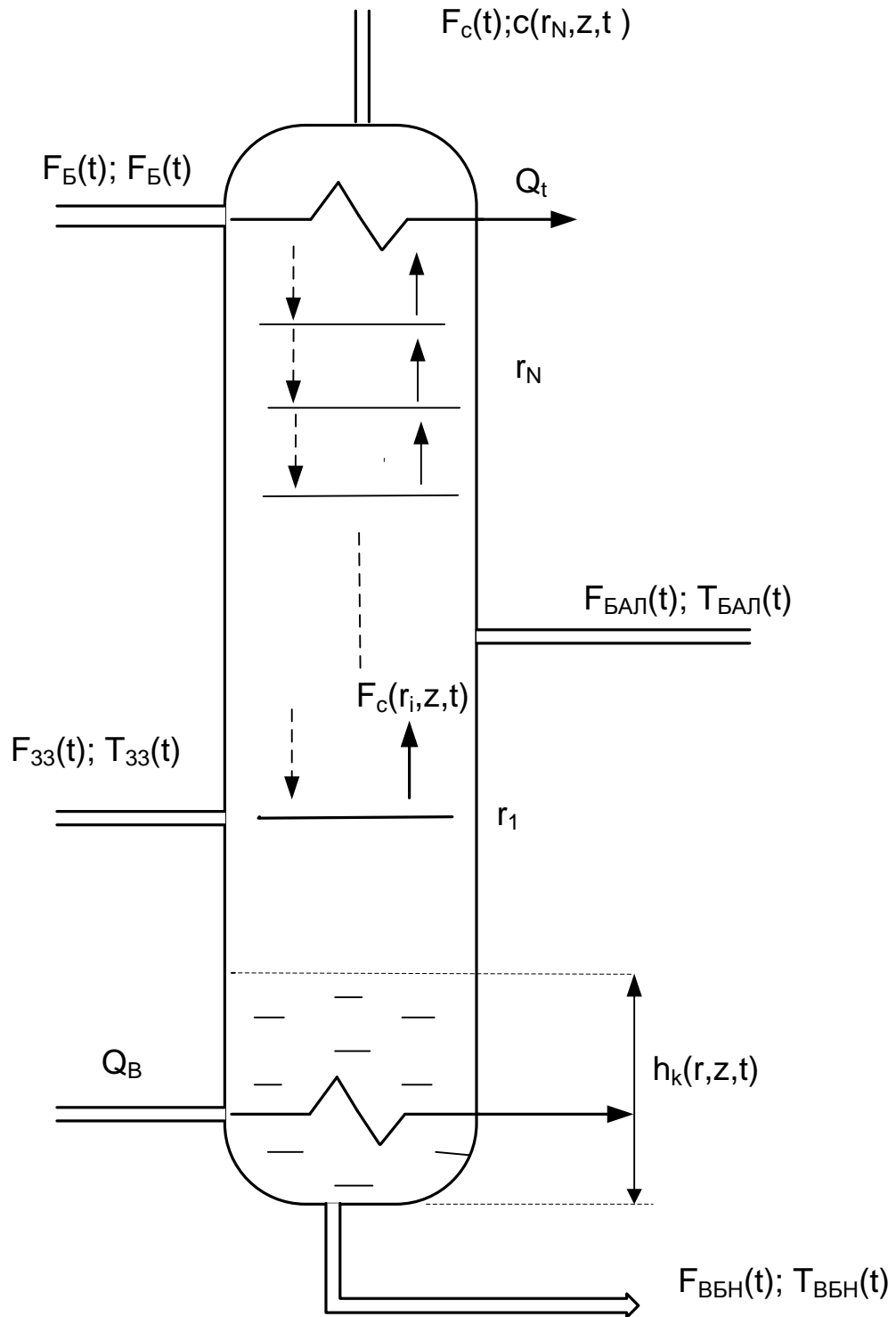


Рис. 2.5. Деталізована схема колони відбензинювання



Рівень  $h_k(r, z, t)$  в кубі колони К-1 підтримується з корекцією по витраті зневодненої та знесоленої сирової нафти  $F_{33}(t)$  та витраті  $F_{\text{вбн}}(t)$  відбензиненої нафти, що надходить до печей П-1/1,2.

Поєднаємо в систему рівняння матеріального та енергетичного балансів для відгінної та концентраційної частин колони К-1. В результаті отримаємо:

$$\left\{ \begin{array}{l} S_k \frac{\partial h_k(r_1, z, t)}{\partial t} = F_{33}(t) - F_c(t) - F_{\text{вбн}}(t); \\ \rho C_p \frac{\partial T_{\text{вбн}}(r_1, z, t)}{\partial t} = \frac{\rho C_p F_{\text{вбн}}(t)}{h_k S_k} \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\partial^2 T_{\text{вбн}}(r_1, z, t)}{\partial r_1^2} + \\ + \frac{\rho C_p}{h_k S_k} [F_{33}(t) T_{33}(t) - F_c(t) T_c(t) - F_{\text{вбн}}(t) T_{\text{вбн}}(r_1, z, t)]; \\ \frac{\partial T_c(r_i, z, t)}{\partial t} = \frac{F_c(t)}{S_k} \cdot \frac{\partial T_c(r_i, z, t)}{\partial z} + (1/\xi_i) [T_{\text{б}}(t) - T_c(r_i, z, t)], \\ 1/\xi_i = [(2\pi r_i \psi)/(\rho C_p S_k)] ; i = 2, \dots, N \end{array} \right. \quad (2.13)$$

з початковими

$$\begin{aligned} F_{33}(t)|_{t=0} &= F_{33_0}, \quad F_{\text{вбн}}(t)|_{t=0} = F_{\text{вбн}_0}, \quad F_c(t)|_{t=0} = F_{c_0} \\ T_{33}(t)|_{t=0} &= T_{33_0}, \quad T_{\text{вбн}}(r, z, t)|_{t=0} = T_{\text{вбн}_0}, \quad T_c(r, z, t)|_{t=0} = T_{c_0} \end{aligned} \quad (2.14)$$

та граничними умовами

$$\begin{aligned} h_k(r_1, z, t)|_{\substack{r_1=0 \\ z=z_k}} &= 0, \quad \frac{\partial h(r_1, z, t)}{\partial r} \Big|_{\substack{r_1=0 \\ z=z}} = 0, \\ h_k(r_1, z, t)|_{\substack{r_1=r_{1\text{max}} \\ z=z_k}} &= 0, \quad \frac{\partial h(r_1, z, t)}{\partial r} \Big|_{\substack{r_1=r_{1\text{max}} \\ z=z_k}} = 0, \\ T_c(r_1, z, t)|_{\substack{r_1=0 \\ z=z_k}} &= T_{\text{вбн}}(t), \quad T_c(r_1, z, t)|_{\substack{r_1=r_{1\text{max}} \\ z=z_k}} = T_{33}(t), \\ T_c(r_N, z, t)|_{\substack{r_N=0 \\ z=z_{\text{кн}}}} &= T_{\text{б}}(t), \quad T_c(r_N, z, t)|_{\substack{r_N=r_{N\text{max}} \\ z=z_{\text{кн}}}} = T_{\Gamma}(t), \end{aligned} \quad (2.15)$$

де  $r_j$  — радіус ректифікаційних тарілок ( $j=1, 2, \dots, N$ ;  $r_1$  — радіус нижньої ректифікаційної тарілки),  $z_k$  — висота відгінної (кубової) частини колони К-1,  $z_{\text{кн}}$  — висота концентраційної частини колони К-1,

$S_k$  — перетин відгінної (кубової) частини колони К-1,  $\rho, C_p$  — відповідно густина та теплоємність нагрітої сирової нафти,  $\psi$  — коефіцієнт конвективного теплообміну між потоком зрошення та ректифікаційними тарілками.

Система рівнянь (2.13) з початковими (2.14) та граничними (2.15) умовами (поширена відповідно на колони газової фракції К-2 та дизельної фракції К-3) утворюють ММ апаратів розсередженого теплообміну.

**Узагальнений математичний опис апаратів процесів первинної переробки сирих вуглеводнів.** Аналізуючи ММ розглянутих апаратів процесів ППСВ визначимо можливості узагальненого математичного опису цих процесів, що, у подальшому, дасть можливість уніфікувати на умовах *мінізації* підходи до їх чисельної та обчислювальної реалізації.

В літературі, наприклад, [74, 99, 100], на основі законів Ньютона, Фур'є, Фіка та інших, виведено диференційні рівняння які описують певні умови збереження маси та енергії, що пов'язані (рівняння) з дифузією, теплопровідністю, тепломасопереносом, плином рідини, хімічними реакціями та іншими процесами. Зокрема в [101] було запропоновано узагальнений математичний опис даного класу процесів у вигляді диференційного рівняння в часткових похідних параболічного та гіперболічного типів. Однак це рівняння було виведено не на основі аналізу і узагальнення дифузійних та тепломасообмінних процесів, які відбуваються в реальних промислових об'єктах, а в результаті аналізу явищ, що відбуваються у деяких елементарних об'ємах *гіпотетичних об'єктів*. Ця обставина призводить до того, що запропонований математичний опис не може бути використаним в якості адекватної ММ процесів ППСВ, які розглядаються в роботі, оскільки зазначений опис *має тільки методологічне значення*.

Таким чином, використовуючи як основу для аналізу ММ розглянутих вище процесів ППСВ, можна отримати, в якості їх

узагальненого математичного опису, наступні рівняння у часткових похідних [97, 98]:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \bar{\Phi}_i(r_j, z, t)}{\partial t} = \\ & = f_i \left[ \bar{\Phi}_i(r_j, z, t), \frac{\partial \bar{\Phi}_i(r_j, z, t)}{\partial z}, \frac{\partial^2 \bar{\Phi}_i(r_j, z, t)}{\partial r_j^2}, \frac{\partial \bar{\Phi}_i(r_j, z, t)}{\partial r_j}, \bar{U}_g(r_j, z, t) \right] + \\ & \quad + D_i(\bar{\Phi}_i, r_j, z, t) \end{aligned} \quad (2.16)$$

$$\forall i = 1, \dots, k; \forall j = 1, \dots, N; \forall (r_j, z) \in \Omega; \forall t \in (0, t_k),$$

$$\bar{\Phi} = [\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_k]^T \quad (\text{T — знак транспонування})$$

з урахуванням початкових

$$\bar{\Phi}_i(r_j, z, 0) = \bar{\Phi}_{i_0}(r_j, z), \forall i = 1, \dots, k; \forall j = 1, \dots, N; \forall (r_j, z) \in \Omega \quad (2.17)$$

та граничних умов наступних типів:

— граничних умов першого роду, ГУ-1 (типу Діріхле)

$$\bar{\Phi}_i(r_j, z, t) \Big|_{\substack{r_i=0 \\ r_i=r_{i \max} \\ z=0 \\ z=z_{\max}}} = \varphi_i [P_i(r_j, z, t)], \forall i = 1, \dots, k; \forall j = 1, \dots, N; \forall (r_j, z) \in \Omega \quad (2.18)$$

— граничних умов третього роду, ГУ-3

$$\frac{\partial \bar{\Phi}_i(r_j, z, t)}{\partial r_i} \Big|_{\substack{r_i=0 \\ r_i=r_{i \max}}} = \lambda_i [\bar{\Phi}(r_j, z, t), P_i(r_j, z, t)] \quad (2.19)$$

$$\forall i = 1, \dots, k; \forall j = 1, \dots, N; \forall (r_j, z) \in \Omega,$$

де  $\bar{\Phi}_i(r_j, z, t)$  — безперервні функції стану, що залежать від часової  $t \in (0, t_k)$  та просторових  $\forall (r_j, z) \in \Omega$  координат (координати  $r_j, z$  змінюються у відкритій (циліндричній) множині  $\Omega \in R^{M_k}$  із гладкою границею  $\partial\Omega$ ;  $R^{M_k}$  — евклідовий простір дійсних чисел розмірності  $M_k$ ); функції стану  $\bar{\Phi}_i(r_j, z, t)$  визначаються розв'язком системи (2.16) — (2.19), що (за визначенням) існує і є єдиним (нижче це посилення буде доведено);

$\bar{U}_g(r_j, z, t)$ ,  $g = 1, \dots, k^*$  — функції розподіленого управління, що належать гільбертовому простору  $\bar{U}_{g_d}$  на  $R^{M_k}$ . Змінні стану  $\bar{\Phi}_i(r_j, z, t)$  та управління  $\bar{U}_g(r_j, z, t)$  визначено у відкритих гільбертових просторах із границями відповідно  $\Omega_{\Phi_i}, \Omega_{U_r}$ ,  $\forall i = 1, \dots, k; \forall r = 1, \dots, k^*$ .

Функції  $f_i[\cdot]$  — безперервні лінійні або нелінійні функції;  $D_i(\bar{\Phi}_i, r_j, z, t) = D_i\{r_i, z, t, \Phi_1(r_j, z, t), \Phi_2(r_j, z, t), \dots, \Phi_k(r_j, z, t)\}$  — лінійні або нелінійні функції, що характеризують дію зовнішніх збуджуючих впливів;  $P_i(r_j, z, t)$ ,  $\forall i = 1, \dots, k; \forall j = 1, \dots, N; \forall (r_j, z) \in \Omega$  — задані функції на границі  $\partial\Omega$  області, які можуть виступати в якості граничних управляючих впливів;  $\lambda_i$ ,  $\forall i = 1, \dots, k$  — параметр, який характеризує енергетичні властивості елементів об'єкта (технологічного апарата);  $N$  — число поверхонь теплообміну (зокрема, ректифікаційних тарілок). Змінні стану  $\bar{\Phi}_i(r_j, z, t)$  та управління  $\bar{U}_g(r_j, z, t)$  можуть визначати різні фізичні (зокрема, температуру, витрату), або геометричні (наприклад, рівень) величини, а також відхилення цих величин від стаціонарних значень; параметри  $\lambda_i$  визначають відповідно: коефіцієнт теплопровідності, коефіцієнт теплопередачі, тощо.

Отримані співвідношення (2.16) — (2.19) будемо використовувати в якості узагальненого математичного опису класу процесів ППСВ при наступному розв'язанні задач моделювання їх динаміки та параметричної ідентифікації.

## 2.2. Якісний аналіз математичних моделей процесів (апаратів)

первинної переробки сирих вуглеводнів із застосуванням

їх узагальненого опису

Як було зазначено вище, задачі дослідження технологічних процесів ППСВ характеризуються складною математичною постановкою. Тому

обрану за таких умов ММ класу процесів (апаратів), що розглядаються, повинно бути досліджено щодо некоректностей методологічного та обчислювального характеру, які можуть виникнути у зв'язку з певним рівнем формалізації як на етапі постановки, так і на етапі чисельного розв'язання задачі [87].

Враховуючи викладене виконаємо якісний аналіз узагальненої ММ процесів ППСВ, метою якого буде дослідження існування та єдиності розв'язку рівнянь динаміки виду (2.16) з початковими та граничними умовами виду (2.17) — (2.19). Оскільки окремим прикладним аспектом використання ММ процесів ППСВ буде синтез законів управління, то одним з пунктів її якісного аналізу повинно стати дослідження керованості об'єктів, які описуються даною моделлю.

Дослідимо узагальнену ММ процесів ППСВ виду (2.16) — (2.19) щодо існування та єдиності розв'язку. Запишемо її у більш зручній для розмірковувань операторній формі:

$$\frac{\partial \Phi(r, z, t)}{\partial t} = A \Phi(r, z, t) + f, \quad (2.20)$$

$$r, z \in \Omega \subset R^{M_k}; \quad t \in (0, t_k); \quad \Phi(r, z, t) \leq \Phi_d;$$

$$\Phi(r, z, t)|_{t=0} = \Phi_0(r, z), \quad (r, z) \in \Omega; \quad (2.21)$$

$$\Phi(r, z, t)|_{\Sigma} = 0, \quad (2.22)$$

де  $\Phi(r, z, t)$  — шукана функція, для якої вектор просторових координат  $\bar{g} = \{r, z\}$  визначено на відкритому просторі  $\Omega$  з границею  $\Gamma$ , яке, в свою чергу, належить простору  $R^{M_k}$ . Для фіксованого  $t_k > 0$  будемо розглядати динаміку системи (2.20) — (2.22) на інтервалі часу  $(0, t_k)$ , який є висотою циліндра  $Q = \Omega \times (0, t_k)$  з границею  $\Sigma = \Gamma \times (0, t_k)$ . Оператор  $A$  — гіперболічний (або параболічно-гіперболічний). В разі, якщо оператор  $A$  містить параболічну складову, будемо вважати, що оператор  $A$  може бути несиметричним та незалежним від часу оператором другого порядку

(наприклад, як у рівняннях динаміки (2.9), (2.10)). Функція  $f$  являє собою зовнішнє збудження системи.

В роботах [87, 90, 101 — 104] виконано дослідження існування, єдиності та керованості для систем аналогічного до (2.20) — (2.22) класу. Однак, ці дослідження виконано без урахування обмежень на фазові координати та змінні управління, що притаманно фізичним процесам, які відбуваються в апаратах переробки сирих вуглеводнів [34]. Виконаємо подальший розвиток досліджень, проведених в [87, 90, 101] та більш пізніх (наприклад, [86]) роботах з урахуванням зазначених обмежень та виду операторів диференціальних рівнянь у часткових похідних (гіперболічних та параболічно-гіперболічних). У зв'язку з цим сформулюємо та доведемо наступні теореми.

**Теорема 2.1.** Нехай для системи (2.20 — (2.22) задано функції  $\Phi_0$ ,  $\Phi_d$  та  $f$ , причому:

$$f \in L^2(Q); \quad (2.23)$$

$$\Phi_0 \in H_0^1(\Omega) \cap L^p(\Omega), \quad p > 0; \quad (2.24)$$

$$\Phi_d \in L^2(Q). \quad (2.25)$$

Тоді існує функція  $\Phi = \Phi(\bar{g}, t)$ , що задовольняє умовам:

$$\Phi \in L^\infty(0, t_k; H_0^1(\Omega) \cap L^p(\Omega)), \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} \in L^\infty(0, t_k; H_0^1(\Omega) \cap L^p(\Omega)), \quad (2.27)$$

$$\Phi(\bar{g}, 0) = \Phi_0(\bar{g}), \quad (2.28)$$

$$\Phi(\bar{g}, t) \leq \Phi_d. \quad (2.29)$$

При доведенні теореми 2.1 використаємо наступну послідовність:

- будуються «наближені розв'язки»;
- визначаються апріорні оцінки для наближених розв'язків;

— здійснюється перехід до межі, спираючись на властивість компактності відображення  $\overline{\Phi}_i(\overline{g}, t) \rightarrow \overline{\Phi}_i(\overline{g}, t); \overline{g} = \{r_j, z\}, j = \overline{1, N}$  (це необхідно для переходу до межі в нелінійних членах).

Коректне доведення теореми 2.1, у відповідності до наведеної послідовності, представлено у додатку В.3.

Теорема 2.1 дає умови існування розв'язку задачі (2.16) — (2.19) (у еквівалентній формі (2.20) — (2.22)). Однак невідомо, чи гарантують отримані результати єдиність розв'язку? З метою доведення єдності розв'язку задачі (2.16) — (2.19) представимо її у такому вигляді (також не втрачаючи при цьому загальності розгляду):

$$\frac{\partial \Phi(M, t)}{\partial t} = A \Phi(M, t) + f(M, t), \quad (2.30)$$

$$M \in \Omega \subset R^{M_k}; \quad t \in (0, t_k); \quad \Phi(M, t) \leq \Phi_d;$$

$$\Phi(M, t)|_{t=0} = \Phi_{0_M}, \quad M \in \Omega;$$

(2.31)

$$\Phi(M, t)|_{\Sigma} = 0, \quad (2.32)$$

де  $M$  — довільно взята точка, координати якої задовольняють вектору стану системи.

Тоді справедлива наступна теорема.

**Теорема 2.2.** Розв'язок задачі (2.30) — (2.32), який є неперервним у замкненій області  $Q = \Omega \times (0, t_k)$  з границею  $\Sigma = \Gamma \times (0, t_k)$  по змінній  $t \in (0, t_k)$  та по координатах точки  $M$ , — єдиний.

Доведення теореми 2.2. наведено у додатку В.3 і ґрунтується на використанні першої формули Гріна.

Технологічні процеси ППСВ як і будь-які реальні технологічні процеси є керованими процесами. Тому наступним етапом якісного аналізу виконаємо дослідження керованості технологічних процесів (апаратів) ППСВ, за умови їх описання у рамках узагальненої ММ виду (2.16) —

(2.19). При цьому під *керованістю* в даному випадку будемо розуміти [87, 105] можливість переводу змінних процесів, які розглядається, в околиці скільки завгодно наближених до бажаних змінних спостереження за допомогою цілеспрямованої зміни змінних управління.

Виходячи із запропонованої класифікації апаратів процесів ППСВ, наведеної в розділі 2.1, слід розглянути два типи управління:

— *розподілене* управління, коли управління входить у рівняння динаміки (моделі (2.5) — (2.8) та (2.13) — (2.15));

— управління за допомогою *граничних умов*, тобто управляючий вплив входить тільки в граничні умови (моделі (2.1) — (2.4) та (2.9) — (2.13)).

Крім того слід зауважити, що для управляючих впливів ММ всіх апаратів процесів, які розглядається, притаманна наявність обмежень як на координати управління, так і на управляючі впливи. Для випадку *розподіленого* управління узагальнену ММ (2.16) — (2.19) можна представити у вигляді:

$$\frac{\partial \Phi(r, z, t)}{\partial t} = A \Phi(r, z, t) + f[\Phi(r, z, t), t] = BU(r, z, t), \quad (2.33)$$

$$r, z \in \Omega \subset R^{M_k}; \quad t \in (0, t_k); \quad \Phi(r, z, t) \leq \Phi_d; \quad U(r, z, t) \leq U_d$$

$$\Phi(r, z, t)|_{t=0} = \Phi_0(r, z); \quad \Phi(r, z, t)|_{\Sigma} = 0; \quad (r, z) \in \Omega, \quad (2.34)$$

$$Y(r, z, t) = C \Phi(r, z, t), \quad (2.35)$$

де  $U(r, z, t)$  — функція розподіленого управління, яке впливає на процес;  $U_d$  — значення максимально допустимого управління, причому множину допустимих управлінь  $U_d$  визначено на гільбертовій множині  $H(\Omega)$ ;  $B$  — певний лінійний (або нелінійний) оператор, що задає характер управляючого впливу; функція  $Y(r, z, t)$  являє собою величину, яка спостерігається (тут і надалі випадок наявності шуму не розглядається); оператор спостереження  $C$  належить гільбертовим множинам  $H(\Omega)$  або



$H(\Sigma)$ . Інші позначення, прийняті у системі (2.33) — (2.35), співпадають із такими самими в системі рівнянь (2.16) — (2.19).

Позначимо через  $\Phi(U)$  (для простоти запису параметри функції  $U(r, z, t)$  у розмірковуваннях опустимо) стан технологічного процесу, який відповідає управлінню  $U \in U_d$ . Будемо вважати, що система (2.33) — (2.35) є керованою за станами  $\Phi(U)$  для спостереження  $Y = C \Phi(U)$ , якщо відображення  $C \Phi(U)$  є щільним у просторах  $H(\Omega)$  або  $H(\Sigma)$  [53, 58, 87].

В роботі [87] було сформульовано та доведено теорему про керованість для систем розподіленого управління. При доведенні цієї теореми використовувався квадратичний критерій якості виду:

$$I(U) = \int_Q |X(\bar{z}, t_k, U) - X_{\text{зад}}(\bar{z})|^2 d\bar{z}, \quad (2.36)$$

де  $X(\bar{z}, t_k, U)$  — стан керованої системи (об'єкта), яке спостерігається у кінцевий момент часу  $t_k$  (тобто — фінітне управління);  $X_{\text{зад}}(\bar{z})$  — заданий стан;  $\bar{z} = [z_1, z_2, \dots, z_n]^T$  — вектор просторових координат ( $\tau$  — символ транспонування).

Однак, у зазначеній теоремі не розглядався випадок наявності *обмежень* на управління. З метою доведення керованості процесів ППСВ, математичні моделі яких підпорядковуються узагальненій ММ виду (2.16) — (2.19) (представленої для задач управління як (2.33) — (2.35)), сформулюємо наступну теорему.

**Теорема 2.3.** Для будь-яких  $\Phi_{\text{зад}}(\bar{g}) \in L^2(\Omega)$  та додатного  $\varepsilon$  існує управління  $U_\varepsilon \in U_d \leq U_d$ , для яких система (2.33) — (2.35) має такий розв'язок, що

$$J(U_\varepsilon) = \int_Q |\Phi(\bar{g}, t_k, U) - \Phi_{\text{зад}}(\bar{g})|^2 d\bar{g} \leq \varepsilon, \quad (2.37)$$

тобто система (2.33) — (2.35) є керованою при наступних умовах:

— функція  $f[\Phi(\cdot), t]$  має монотонний характер:

$$f[\Phi(\cdot), t] \leq C(1 + |\Phi(\cdot)|^k), \quad k > 0;$$

$$— \Phi_{\text{зад}}(U_d) \leq \Phi_d(U_d).$$

Доведення теореми 2.3 представлено у додатку В.4.

Другим різновидом задач управління технологічними апаратами процесів ППСВ є задача управління за допомогою *граничних умов*. В даному випадку запропоновану у розділі 2.1 узагальнену ММ можна представити таким чином:

$$\frac{\partial \Phi(\bar{g}, t)}{\partial t} + A \Phi(\bar{g}, t) = 0; \quad \Phi(\bar{g}, t) \leq \Phi_d, \quad (2.38)$$

$$\Phi(\bar{g}, t)|_{t=0} = \Phi_0(\bar{g}); \quad \Phi(\bar{g}, t) + f[\Phi(\bar{g}, t), t] = BU(t)|_{\Sigma}, \quad U(t) \leq U_d. \quad (2.39)$$

Для системи (2.38), (2.39) приймаються ті ж самі посилання, які було прийнято раніше для системи (2.33) — (2.35). На доповнення до цього зазначимо, що оператор  $B$  належить до простору неперервних лінійних відображень векторного простору  $U_d \leq U_d$  в  $L^2(\Sigma)$  ( $B \in \beta(U_d; L^2(\Sigma))$ ); функція  $f(\cdot)$  є монотонною та неперервною; спостереження за функцією простору стану  $\Phi(\bar{g}, t)$  визначається співвідношенням (2.35) і здійснюється у момент  $t_k$ . Функціонал якості управління визначено за допомогою співвідношення (2.37). На підставі цих посилань покажемо, що задача (2.38), (2.39) має єдиний розв'язок у вигляді певного граничного управління  $U(t)|_{\Sigma}$ . З цією метою доведемо справедливність наступної теореми.

**Теорема 2.4.** Якщо функція  $f[\Phi(\bar{g}, t), t]$  є монотонною та неперервною в області  $Q$  з границею  $\Sigma$ , а  $BU_d$  щільно в просторі  $L^2(\Omega)$ , то для будь-якого  $\Phi_{\text{зад}}(\bar{g}) \in L^2(\Omega)$  ( $\Phi_{\text{зад}}(\bar{g}) \leq \Phi_d(U_d)$ ) та будь-якого  $\varepsilon > 0$

існує управління  $U_\varepsilon \in U_d \leq U_d$ , для якого система (2.38), (2.39) має такий розв'язок, що  $J(U_\varepsilon) \leq \varepsilon$ , тобто система (2.38), (2.39) — керована.

Доведення теореми представлено у додатку В.4.

Зазначимо, що доведення теорем 2.3 та 2.4 спираються на використання оператора спостереження  $\bar{Y}_i(\bar{g}, t) = C\bar{\Phi}_i(\bar{g}, t) \leq CU_d$  для якого отримано верхні оцінки (наприклад,  $\|\bar{Y}_i(t_k)\|_{L^2(\Sigma)}^2 \leq \varepsilon$  — для граничного управління). А, крім того, з доведених теорем 2.3 та 2.4 нескладно зробити висновок про те, що вони справедливі і на випадок неоднорідних початкових та граничних умов.

### 2.3. Розробка кінцевовимірного (дискретного) аналога узагальненої математичної моделі процесів первинної переробки сирих вуглеводнів та метод його чисельної реалізації

Розглянемо можливість побудови дискретних аналогів ММ процесів ППСВ на основі застосування їх узагальненого математичного опису. Вивчимо також питання чисельного дослідження отриманих дискретних моделей.

Серед особливостей неперервних ММ процесів ППСВ, отриманих та узагальнених в розділі 2.1, є їх нестаціонарність та, здебільшого, нелінійність. Запропонуємо підхід до розробки дискретних ММ, який би враховував основні якісні властивості класу неперервних ММ, що розглядається. Дискретні ММ будемо розробляти на основі методу кінцевих різниць, який добре алгоритмізується та зручний при наступній машинній реалізації [106, 107]. З огляду на достатню складність початкової постановки задачі очевидно уявити й очікувану складність дискретних ММ, які розробляються. Зважаючи на це, розробку останніх будемо проводити, використовуючи методи побудови *економічних* (з точки зору обчислювальних витрат) різницевих схем.

### 2.3.1. Побудова та дослідження якісних характеристик різницевих схем, утворених при дискретизації узагальненої математичної моделі процесів первинної переробки сирих вуглеводнів

Одним з поширених методів побудови економічних різницевих схем є метод *сумарної апроксимації* [106]. При цьому, з метою збереження основних якісних властивостей фізичних процесів, на підставі яких складено безперервні ММ, часто використовуються *консервативні* (дивергентні) сітки [87, 106, 107], для яких закони збереження є алгебраїчним наслідком різницевих рівнянь.

Однак слід зазначити, що коректне застосування методу сумарної апроксимації повинно передбачати *дослідження точності* отриманих дискретних ММ, в залежності від обраного порядку дискретизації по незалежних просторових координатах. Це зумовлено тим, що порядок чередування незалежних просторових координат впливає на крок дискретизації на кожному з етапів сумарної апроксимації і, в наслідок адитивності процедури дискретизації, нерівномірно накопичується сумарна похибка останньої. Як показує аналіз [86], подібні дослідження часто носять неформальний характер і ускладнені через геометрію реальних об'єктів.

Детально застосування методу сумарної апроксимації з відповідними дослідженнями точності дискретних ММ було проведено, наприклад в [86], для класу варіаційних нерівностей з параболічними операторами. На відміну від цього, в чинній дисертаційній роботі розглядається випадок диференційних рівнянь у часткових похідних (ДРЧП) з гіперболічними та гіперболо-параболічними операторами. З урахуванням викладеного вище, розробку дискретних економічних ММ для процесів ППСВ проведемо у такій послідовності.

Представимо узагальнену ММ (2.16) — (2.19) в наступному вигляді:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \bar{\Phi}_i(r_j, z, t)}{\partial t} &= \sum_{i=1}^3 A_i(\bar{\Phi}_i, r_j, z, t) \frac{\partial^2 \bar{\Phi}_i(r_j, z, t)}{\partial r_j^2} + \sum_{i=1}^3 B_i(\bar{\Phi}_i, r_j, z, t) \frac{\partial \bar{\Phi}_i(r_j, z, t)}{\partial r_j} + \\
&+ \sum_{i=1}^3 B_i(\bar{\Phi}_i, r_j, z, t) \frac{\partial \bar{\Phi}_i(r_j, z, t)}{\partial z} + C_i(\bar{\Phi}_i, r_j, z, t) \bar{\Phi}_i(r_j, z, t) + \\
&+ D_i(\bar{\Phi}_i, r_j, z, t) U_i(r_j, z, t) + E_i(\bar{\Phi}_i, r_j, z, t) F_i(r_j, z, t), \forall j = \overline{1, N};
\end{aligned}
\tag{2.40}$$

$$\begin{aligned}
\bar{g} &= \{r_1, r_2, r_3, z\}, \bar{g} \in \Omega \subset R^3; \bar{\Phi}_i = [\Phi_{1_i}, \Phi_{2_i}, \dots, \Phi_{k_i}]; t \in (0, t_k), \\
Q &= \Omega \times (0, t_k); \\
\bar{U}(r_j, z, t) &= [U_1, U_2, \dots, U_{k_1}]^T, \bar{F}(r_j, z, t) = [F_1, F_2, \dots, F_k]^T, k_1 \leq k; \\
\Phi_i(\bar{g}, 0) &= \Phi_{0_i}(\bar{g}); \bar{g} \in \Omega; \\
\lambda_j(0, 0, t) \frac{\partial \Phi_i(0, 0, t)}{\partial r_j} &+ K_j(t) \Phi_i(0, 0, t) = \Psi_j(t), \forall j = \overline{1, N}.
\end{aligned}
\tag{2.42}$$

Перетворення початкової диференційної задачі (2.40) — (2.42) в різницеву може бути виконано за допомогою різноманітних різницевих схем [39, 64, 76, 78, 87, 107 — 109], що зумовлює також отримання цілої низки апроксимуючих дискретних ММ з різними якісними характеристиками. Аналіз вказаної літератури показує, що з точки зору структурної повноти розгляду можливих варіантів різницевих схем, для ДРЧП гіперболічного та гіперболо-параболічного типу доцільно використовувати *шеститочковий шаблон* [76, 107]. Він дозволяє побудувати схеми *двошарові за часом* та *тришарові за простором*, тобто дає змогу розв'язувати задачі: стаціонарні та нестаціонарні, а також одно- (лінійні), дво- (пласкі) та тривимірні (об'ємні).

Розглянемо побудову можливих для даного випадку різницевих схем та виконаємо їх порівняльне дослідження та *стійкість*, *збіжність* та *точність*. Подібне дослідження дозволить виявити практичну придатність та області переважного застосування цих схем.

Введемо наступні сітки:

$$\begin{aligned}\overline{\omega}_{\Delta g} &= \{\overline{g}_n = l \Delta \overline{g}, l = 0, 1, \dots, L\}; \overline{\omega}_{\Delta t} = \{t_m = m \Delta t, m = 0, 1, \dots, M\}; \\ \overline{\omega}_{\Delta g \Delta t} &= \overline{\omega}_{\Delta g} \times \overline{\omega}_{\Delta t} = \{(l \Delta \overline{g}, m \Delta t), l = 0, 1, \dots, L, m = 0, 1, \dots, M\},\end{aligned}$$

з кроками по просторових координатах  $\Delta \overline{g} = \{\Delta r_j, \Delta z\}$ ;  $\Delta r_j = r_{\max} / L_r$ ;  $j = \overline{1, N}$ ;  $\Delta z = z_{\max} / L_z$  (для рівномірних сіток  $\Delta r = \Delta z$ ) та по часовій координаті  $\Delta t = t_k / M$ .

Позначимо через  $\Phi_l^m$  значення сіткової функції у вузлі  $(\overline{g}_l, t_m)$ , визначеної на  $\overline{\omega}_{\Delta g \Delta t}$ . Тоді, заміняючи безперервні похідні в рівняннях системи (2.40) на відповідні різницеві похідні, одержимо:

$$\begin{aligned}\frac{\Phi_{l_i}^{m+1} - \Phi_{l_i}^m}{\Delta t} &= \frac{A_i \{\cdot\}}{\Delta r_j^2} \left[ \sigma \left( \Phi_{(l+1)_i}^{m+1} - 2 \Phi_{l_i}^{m+1} + \Phi_{(l-1)_i}^{m+1} + (1 - \sigma) \left( \Phi_{(l+1)_i}^m - 2 \Phi_{l_i}^m + \Phi_{(l-1)_i}^m \right) \right) \right] + \\ &+ \frac{B_i \{\cdot\}}{(\Delta r_j + \Delta z)} \left[ \Phi_{(l-1)_i}^{m+1} - 4 \Phi_{l_i}^{m+1} + 3 \Phi_{(l+1)_i}^{m+1} + \Phi_{l_{i+1}}^m - \Phi_{(l-1)_i}^m \right] + \\ &+ C_i \{\cdot\} \Phi_{l_i}^m + D_i \{\cdot\} U_{l_i}^m + E_i \{\cdot\} F_{l_i}^m; \quad j = \overline{1, N},\end{aligned}\quad (2.43)$$

де  $i = 1, 2, \dots, k$ ;  $\sigma$  — довільний речовинний параметр ( $0 \leq \sigma \leq 1$ ). Як різницевої аналог граничних умов (2.52) використаємо наступні вирази:

$$\lambda_j^m \frac{\Phi_{l_i}^m - \Phi_{l_i-1}^m}{\Delta r_j} - K_j^m \Phi_{n_i}^m = \Psi_j^m; \quad r_j = 0, t \geq 0, i = 1, 2, \dots, k; j = \overline{1, N}. \quad (2.44)$$

Початкові умови мають вигляд:

$$\Phi_i(0, l) = \Phi_i^0(l). \quad (2.45)$$

Схема (2.43) описує однопараметричне (відносно  $\sigma$ ) сімейство різницевих схем і, у відповідності до прийнятої термінології [107], носить назву *схеми з вагами*. Від вибору параметра  $\sigma$ , як буде показано нижче, залежить стійкість та точність схеми (2.43).

Розглянемо схеми, які відповідають частковим значенням  $\sigma$ .

При  $\sigma = 0$  та заміні часткових похідних першого порядку по простору на центральну різницю, тобто

$$\frac{\partial \Phi_i(r_j, z, t)}{\partial r_j} = \frac{\Phi_{(l+1)_i}^m - \Phi_{(l-1)_i}^m}{2 \Delta r_j}, j = \overline{1, N}; \quad \frac{\partial \Phi_i(r_j, z, t)}{\partial z} = \frac{\Phi_{(l+1)_i}^m - \Phi_{(l-1)_i}^m}{2 \Delta z},$$

отримуємо чотириточкову схему (вироджений випадок для шеститочкового шаблону):

$$\begin{aligned} \frac{\Phi_{l_i}^{m+1} - \Phi_{l_i}^m}{\Delta t} = & A_i \{ \cdot \} \frac{\Phi_{(l+1)_i}^m - 2 \Phi_{l_i}^m + \Phi_{(l-1)_i}^m}{\Delta r_j^2} + B_i \{ \cdot \} \frac{\Phi_{(l+1)_i}^m - \Phi_{(l-1)_i}^m}{(r_j + \Delta z)} + \\ & + C \{ \cdot \} \Phi_{l_i}^m + D_i \{ \cdot \} U_l^m + E_i \{ \cdot \} F_{l_i}^m, i = 1, 2, \dots, k; j = \overline{1, N}. \end{aligned} \quad (2.46)$$

Дана схема є *явною*. Значення сіткової функції  $\Phi_l^{m+1}$  в кожній точці шару  $t = (m+1)\Delta t$  (нового шару) виражається через відомі значення  $\Phi_{(l+1)_i}^m, \Phi_{l_i}^m, \Phi_{(l-1)_i}^m$  на шарі  $t = m\Delta t$  (старому шарі). Оскільки при  $t=0$  задано початкову умову (2.45), то схема (2.46) дозволяє послідовно визначити значення сіткової функції на будь-якому часовому шарі.

Якщо  $\sigma \neq 0$ , то схема (2.43) буде містити як *явні*, так і *неявні* члени (так звана *явно-неявна* схема).

При  $\sigma = 1$  та заміні часткової похідної першого порядку по простору наступним виразом

$$\frac{\partial \Phi_i(r_j, z, t)}{\partial r_j} = \frac{\Phi_{(l+1)_i}^{m+1} - \Phi_{(l-1)_i}^{m+1}}{2 \Delta r_j}, j = \overline{1, N}; \quad \frac{\partial \Phi_i(r_j, z, t)}{\partial z} = \frac{\Phi_{(l+1)_i}^{m+1} - \Phi_{(l-1)_i}^{m+1}}{2 \Delta z}$$

отримаємо чисто *неявну* схему:

$$\begin{aligned} \frac{\Phi_{l_i}^{m+1} - \Phi_{l_i}^m}{\Delta t} = & A_i \{ \cdot \} \frac{\Phi_{(l+1)_i}^{m+1} - 2 \Phi_{l_i}^{m+1} + \Phi_{(l-1)_i}^{m+1}}{\Delta r_j^2} + B_i \{ \cdot \} \frac{\Phi_{(l+1)_i}^{m+1} - \Phi_{(l-1)_i}^{m+1}}{(\Delta r_j + \Delta z)} + \\ & + C_i \{ \cdot \} \Phi_{l_i}^m + D_i \{ \cdot \} U_l^m + E_i \{ \cdot \} F_{l_i}^m, i = 1, 2, \dots, k; j = \overline{1, N}. \end{aligned} \quad (2.47)$$

Рівняння (2.47) може бути використане у всій просторовій області  $0 < r_j < r_{\max}; j = \overline{1, N}, 0 < z < z_{\max}$ , за винятком граничних точок:  $r_j = 0, r_j = z_{\max}$  та  $z = 0, z = z_{\max}$ . Для зазначених точок сіткова функція визначається із граничних умов (2.44).

Для випадку  $\sigma = 0,5$  одержимо шеститочкову симетричну щодо явних членів схему:

$$\begin{aligned} \frac{\Phi_{l_i}^{m+1} - \Phi_{l_i}^m}{\Delta t} = A_i \{ \cdot \} & \left[ \frac{\Phi_{(l+1)_i}^{m+1} - 2\Phi_{l_i}^{m+1} + \Phi_{(l-1)_i}^{m+1}}{2\Delta r_j^2} + \frac{\Phi_{(l+1)_i}^m - 2\Phi_{l_i}^m + \Phi_{(l-1)_i}^m}{2\Delta r_j^2} \right] + \\ & + \frac{B_i \{ \cdot \}}{2(\Delta r_j + \Delta z)} \left[ \Phi_{(l-1)_i}^{m+1} - 4\Phi_{l_i}^{m+1} + 3\Phi_{(l+1)_i}^{m+1} + \Phi_{(l+1)_i}^m - \Phi_{(l-1)_i}^m \right] + \\ & + C_i \{ \cdot \} \Phi_{l_i}^m + D_i \{ \cdot \} U_{l_i}^m + E_i \{ \cdot \} F_{l_i}^m, \quad i = 1, 2, \dots, k; \quad j = \overline{1, N}. \end{aligned} \quad (2.48)$$

Схема (2.58) відома в літературі [39, 76, 87, 107] як схема *Кранка-Ніколсона*. Для неї справедливо зауваження, зроблене для схеми (2.57).

Таким чином схеми (2.46), (2.47) та (2.48) являють собою кінцевовимірні (дискретні) аналоги узагальненої математичної моделі основних технологічних процесів ППСВ. Ці дискретні ММ складають основу програмно-алгоритмічних інструментальних засобів моделювання та ідентифікації процесами ППСВ.

Дослідимо тепер якісні характеристики розроблених різницевих схем.

Умовою *стійкості* різницевих схем сімейства (2.43) є справедливість оцінки

$$\|\Phi_l(t)\| \leq M_1 \|\Phi_0\| + M_2 \max_{0 \leq t \leq t_k} \|\varphi(t)\|, \quad t \in \omega_{\Delta t}, \quad (2.49)$$

де  $M_1, M_2$  — додатні постійні незалежні від  $\bar{g} = \{r_j, \Delta z\}; j = \overline{1, N}$  і  $\Delta t$  числа;  $\|\cdot\|$  — деякі норми на шарі сітки  $\bar{\omega}_{\Delta \bar{g}}$ ;  $\varphi(t), t \in \omega_{\Delta t}$  — збуджуючі впливи, що відповідають розв'язку  $\Phi_l(t)$  задачі (в правій частині рівняння (2.43)).

Для визначення умов стійкості схеми (2.43) по початкових умовах скористаємося *методом поділу змінних* [107, 110]. Відповідно до цього методу розв'язок задачі (2.43) відшукується у вигляді добутку двох



функцій, одна із яких  $T = T(m\Delta t)$  залежить тільки від  $t = m\Delta t$ , а друга —  $X = X(l\Delta\bar{g})$  — тільки від  $\bar{g} = l\Delta\bar{g}$  тобто

$$\Phi(l\Delta\bar{g}, m\Delta t) = X(l\Delta\bar{g}) \times T(m\Delta t).$$

У цьому випадку задача (2.43) має нетривіальний розв'язок  $\Phi_k = T_k X^{(k)} \neq 0$  ( $k = 0, 1, \dots, K-1$ ) для  $T_k$ , обумовлених з рівняння

$$T_k^{m+1} = q_k T_k^m = \dots = q_k^{m+1} T_k^0, \quad q_k = \frac{1 - (1 - \sigma)\Delta t \lambda_k}{1 + \sigma \Delta t \lambda_k},$$

де  $\lambda_k$  — параметр поділу для гармоніки з номером  $k$ ;  $T_k^0$  — довільна постійна.

Очевидно, що, якщо всі  $|q_k| \leq 1$ , то  $\|\Phi_k^m\| \leq \|\Phi_k^0\|$ .

Остання нерівність означає, що схема (2.43) «стійка на кожній гармоніці». З виразу для  $q_k$  видно, що  $q_k < 1$ , якщо  $1 + \sigma \Delta t \lambda_k > 0$ , тобто  $\sigma > [-1/\Delta t \lambda_k]$ . Вимога  $q_k \geq -1$  виконується при  $\sigma \geq [(1/2) - (1/\Delta t \lambda_k)]$ .

Тоді легко показати, що умову  $|q_k| \leq 1$  буде виконано для всіх  $k = 1, 2, \dots, K-1$  при

$$\sigma \geq \left\{ (1/2) - \left[ (\Delta r_j \Delta z) / 4\Delta t \right] \right\} = \sigma_0; \quad j = \overline{1, N}. \quad (2.50)$$

Таким чином, всі гармоніки  $\Phi_k = T_k x^{(k)}$  стійкі при тій самій умові  $\sigma \geq \sigma_0$ .

Отже, явна схема (2.46) стійка лише за умови  $[\Delta t / (\Delta r_j \Delta z)] \leq 1/2$ ,  $j = \overline{1, N}$

що зв'язує кроки  $\Delta r_j, \Delta z$ ;  $j = \overline{1, N}$  та  $\Delta t$ . Очевидно, що схеми (2.47) і (2.48) для яких  $\sigma \geq 0,5$ , стійкі для будь-яких значень  $\Delta r_j, \Delta z$ ;  $j = \overline{1, N}$  та  $\Delta t$ .

Для розв'язку задачі (2.48) при  $\varphi(t) = 0$  справедлива оцінка

$$\|\Phi_l^{m+1}\| < \|\Phi_0\|, \quad m = 0, 1, \dots, M \quad \text{при} \quad \sigma \geq \sigma_0. \quad (2.51)$$

Покажемо тепер, що умова (2.50) достатня для стійкості сімейства різницевих схем (2.43) і по правій частині при  $\sigma \geq 0$ . Для цього, використовуючи також *метод поділу змінних*, запишемо розв'язок у вигляді:

$$\Phi_l^{m+1} = \sum_{k=1}^{K-1} T_k^{m+1} X^{(k)}, \quad \text{при} \quad \|\Phi_l^{m+1}\|^2 = \sum_{k=1}^{K-1} (T_k^{m+1})^2. \quad (2.52)$$

Розкладемо праву частину (2.48) по  $\{X^{(k)}\}$  при  $\Phi_0 = 0$

$$\varphi = \sum_{k=1}^{K-1} \varphi_k X^{(k)} \quad \text{так, що} \quad \|\varphi\|^2 = \sum_{k=1}^{K-1} \varphi_k^2. \quad (2.53)$$

Підставляючи (2.52) та (2.53) в (2.48) і, враховуючи ортогональність власних функцій для  $X$ , одержимо

$$T_k^{m+1} = q_k T_k + \frac{\Delta t \varphi_k}{1 + \sigma \Delta t \lambda_k}, \quad q_k = \frac{1 - (1 - \sigma) \Delta t \lambda_k}{1 + \sigma \Delta t \lambda_k}. \quad (2.54)$$

Підставляючи (2.54) в (2.52) маємо

$$\Phi_l^{m+1} = \sum_{k=1}^{K-1} T_k^{m+1} X^{(k)} = \sum_{k=1}^{K-1} q_k T_k X^{(k)} + \Delta t \sum_{k=1}^{K-1} \frac{\varphi_k}{1 + \sigma \Delta t \lambda_k} X^{(k)}. \quad (2.55)$$

В силу справедливості нерівності трикутника ( $\|U + V\| \leq \|U\| + \|V\|$ ), одержимо

$$\|\Phi_l^{m+1}\| \leq m_k |q_k| \|\Phi_k^m\| + m_k \frac{\Delta t}{|1 + \sigma \Delta t \lambda_k|} \|\varphi\|. \quad (2.56)$$

Зажадаємо одночасного виконання умов

$$\sigma \geq \sigma_0, \quad \sigma_0 = \left\{ (1/2) - [(\Delta r_j \Delta z) / 4 \Delta t] \right\} > 0; \quad j = \overline{1, N}. \quad (2.57)$$

Очевидно, що тоді  $|q_k| \leq 1$ ,  $1 + \sigma \Delta t \lambda_k \geq 1$ ,  $\|\Phi_l^{m+1}\| \leq \|\Phi_l^m\| + \Delta t \|\varphi\|$ .

Звідси можна прийти до оцінки

$$\|\Phi_l^{m+1}\| \leq \sum_{m'=0}^m \Delta t \|\varphi^{m'}\|. \quad (2.58)$$

Таким чином, слушним є висновок про те, що за умови (2.50) сімейство різницевих схем (2.43) стійке за початковими умовами та по правій частині і для нього справедлива оцінка

$$\|\Phi_l^{m+1}\| \leq \|\Phi^0\| + \sum_{m'=0}^m \Delta t \|\varphi^{m'}\|.$$

Важливими якісними характеристиками при дослідженні різницевих схем є їхня *збіжність* та *точність* [30, 70, 74]. Досить докладне

дослідження (чисельне) збіжності низки різницевих схем наведено в роботах [39, 87]. Поширимо результати цих досліджень для сімейства різницевих схем (2.43). Так у роботі [87] наведено точний розв'язок для одновимірного ДРЧП параболо-гіперболічного типу, аналогічного розглянутому вище рівнянню виду (2.40) з ГУ-3 роду (зауважимо, що на відміну від рівняння (2.41), яке характеризується вектором просторових координат  $\bar{g} = \{r_j, \Delta z\}$ ;  $j = \overline{1, N}$ , нижче наведене ДРЧП має інший вектор просторових координат  $\bar{z} = \{z_l\}$ , однак це не впливає на можливість їх порівняльного аналізу):

$$\frac{\partial \Phi(t, \bar{z})}{\partial t} = A_1 \frac{\partial^2 \Phi(t, \bar{z})}{\partial z^2} + B_1 \frac{\partial \Phi(t, \bar{z})}{\partial z} + C_1 \Phi(t, \bar{z}) + D_1 U(t, \bar{z});$$

$$t \in (0, t_k); \bar{z} = \{z_l\}, \forall z_l \in (0, z_k); \quad (2.59)$$

$$\Phi(0, \bar{z}) = \Phi_0(\bar{z}); \quad (2.60)$$

$$\lambda_1 \left. \frac{\partial \Phi(t, \bar{z})}{\partial z} \right|_{z=0} + K_1 \Phi(t, \bar{z}) \Big|_{z=0} = \psi_1(t); \quad (2.61)$$

$$\Phi(t, \bar{z}) \Big|_{z=z_k} = \Theta_1(t). \quad (2.62)$$

Також в роботі [87] в якості критерію оцінки похибок дискретних математичних моделей запропоновано вибрати

$$E_{\text{ср}}^m = \frac{\gamma}{\prod_{i=1}^3 (K_i - 1)} \sum_{i=1}^3 \left( \sum_{l_i=1}^{K_i-1} E_{l_i}^m \right), \quad (2.63)$$

де  $E_{l_i}^m = \left| \Phi_{l_1, l_2, l_3}^{mq} - \Phi_{l_1, l_2, l_3}^{ma} \right|$ ;  $\Phi_{l_1, l_2, l_3}^{mq}$ ,  $\Phi_{l_1, l_2, l_3}^{ma}$  — значення змінної  $\Phi^m$  у вузлі  $(m; l_1, l_2, l_3)$ , обчислені за допомогою дискретної та аналітичної моделі, відповідно;  $\gamma$  — масштабний коефіцієнт;  $K_i$  — число вузлів дискретної ММ за просторовою координатою  $\bar{z} = \{l_1, l_2, l_3\}$ .

Зазначені точний розв'язок та оцінку використаємо при чисельному дослідженні сімейства дискретних моделей (2.43) з наступними вихідними даними для системи: (2.59) — (2.62):

$$A_1 = 1; B_1 = 1; C_1 = 1; D_1 = 1; \lambda_1 = 1; k_1 = 0.5; \psi_1(t) = 0; \Theta_1(t) = 1(t)$$

$$z_k = 2; t_k = 0,06; \Phi_0(z) = -0,268 z^2 + 1,292 z,$$

$$\Delta t = \{0,01; 0,005; 0,0025; 0,00125\}; \Delta z = \{0,2; 0,175; 0,15\}.$$

В якості управляючого впливу  $U(t, \bar{z})$  прийнято одиничний східчастий вплив, що подається в момент часу  $t = 0$  у всій просторовій області  $\Omega = (0, z_k)$ . Результати точного розв'язку задачі (2.59) — (2.62) наведено в додатку В.5 на рис. В.5.1. На рис. В.5.2 — В.5.4 наведено характеристики усередненої похибки для окремих випадків схеми (2.43). При цьому рис. В.5.2 відповідає явній схемі (2.46), рис. В.5.3 — чисто неявній схемі (2.47), а рис. В.5.4 — явно-неявній (симетричній) схемі (2.48). З наведених характеристик видно, що зі зменшенням числа кроків дискретизації усереднена похибка зменшується. Для обраного набору вихідних даних явна модель (2.46) (так само як і неявні моделі, які є абсолютно стійкими) є стійкою, тобто має властивість збіжності. Для порівняння, на рисунку В.5.5, наведено характеристики усередненої похибки, отримані для явної моделі при вихідних даних, які не задовольняють умові  $(\Delta t / \Delta z^2) \leq (1/2)$ . Видно, що в цьому випадку схема (2.46) не має властивості збіжності.

### 2.3.2. Врахування при дискретизації нелінійного характеру узагальненої математичної моделі процесів первинної переробки сирих вуглеводнів

Різницеві схеми (2.46), (2.47) та (2.48) отримано з припущення про *нелінійний* та *нестаціонарний* характер матриць коефіцієнтів  $\mathbf{A}_i$  —  $\mathbf{E}_i$  узагальненої ММ виду (2.16) — (2.19) або (2.40) — (2.42). Таке припущення досить суттєво і виникає з тієї обставини, що в технологічному циклі за досить нетривалий час (навіть у межах однієї

зміни), зокрема, у сирій нафти, яка надходить на переробку, можуть значно змінюватися такі фізико-хімічні параметри як: густина, газованість, температура, тощо. Це викликано тим, що сира нафта може подаватися на переробку, наприклад, безпосередньо із залізничних цистерн або зі сховищ і, таким чином, перехід між сировиною з різними параметрами (так звані «легкі» та «важкі» нафти), в свою чергу, може здійснюватися за короткий (в технологічному розумінні) час. Покажемо можливість врахування *параметричної нелінійності* різницевих схем (2.46), (2.47) та (2.48). Для конкретності подальших розмірковувань розглянемо схему (2.48).

Використовуючи матричну форму запису, представимо рівняння схеми (2.48) у наступному вигляді:

$$\begin{aligned} [\Phi_{l_i}^{m+1} - \Phi_{l_i}^m] = \Delta t \left[ \left( \mathbf{A}_i + \frac{\mathbf{B}_i}{2(\Delta r_j + \Delta z)} \right) \nabla^2 \Phi_{l_i} \right]^{m+1} + \\ + \Delta t \left[ \left( \mathbf{A}_i + \frac{\mathbf{B}_i}{2(\Delta r_j + \Delta z)} + \mathbf{C}_i \right) \nabla \Phi_{l_i} \right]^m = [\mathbf{D}_i U^m + \mathbf{E}_i F^m]. \end{aligned} \quad (2.64)$$

Виходячи з посилання про те, що відображення  $G: V \rightarrow V$  (де  $V$  — банаховий простір, а відображення  $G$  задає перетворення за схемою (2.48)) — *стисле*, можна стверджувати, що для будь-яких  $\Phi_{l_i}^1, \Phi_{l_i}^2 \in V$  виконується нерівність [75]

$$\|G(\Phi_{l_i}^1) - G(\Phi_{l_i}^2)\| \leq q \|\Phi_{l_i}^1 - \Phi_{l_i}^2\|; \quad q \leq 1. \quad (2.65)$$

Доведення твердження (2.65) наведено у додатку Г.

Далі скористаємося методом *простой ітерації* [75, 76]. При цьому, якщо відображення  $G: V \rightarrow V$  — *стисле*, то (2.65) має єдиний розв'язок  $\Phi_{l_i}^*$ :

$$\|\Phi_{l_i}^* - \Phi_{l_i}^v\| \leq \frac{q^v}{1-q} \|\Phi_{l_i}^1 - \Phi_{l_i}^0\|, \quad \text{де } v \text{ — номер ітерації.} \quad (2.66)$$

Тоді можна стверджувати, що у досить малій околиці шуканого  $\Phi_{l_i}^*$  розв'язок рівняння (2.64) для наближень методом простої ітерації має вигляд

$$\Phi_{l_i}^{v+1} - \Phi_{l_i}^v = T(\Phi_{l_i}^v) - G(\Phi_{l_i}^*). \quad (2.67)$$

Вважаючи, що характер нелінійності однаковий для всіх вузлів області дискретизації  $\Omega$ , ітераційний процес (2.67) завершується за умови виконання критерію

$$\max_{L_r, L_z} \left| \frac{\Phi_{l_i}^{v+1} - \Phi_{l_i}^v}{\Phi_{l_i}^{v+1}} \right| \leq \delta_{l_i}, \quad (2.68)$$

де  $\delta_{l_i}$  — задана точність розв'язку.

Таким чином, у підсумку, *розроблено метод* реалізації узагальненої ММ процесів (апаратів) ППСВ, який зводиться до дискретизації неперервної узагальненої ММ за схемою з вагами та подальшого розв'язання отриманої системи нелінійних дискретних рівнянь за процедурою простої ітерації.

Відмінність запропонованого методу полягає в тому, що застосування при чисельній реалізації узагальненої ММ (в даному випадку вирази виду (2.16) — (2.19) або (2.40) — (2.42)) схеми Кранка — Николсона (вираз (2.48)) забезпечує на першому кроці розв'язання першу ітерацію ітераційного процесу (задається виразом (2.67)).

## 2.4. Чисельне дослідження процесів первинної переробки

сирих вуглеводнів на основі використання

дискретного аналога узагальненої математичної моделі

В розділі 2.1 було розроблено математичні моделі процесів і основних технологічних апаратів ППСВ та виконано узагальнення цих моделей, що дає змогу моделювати зазначені процеси (апарати) на основі *принципу типізації* — тобто з використанням єдиних процедур при моделюванні. Такий підхід дозволяє *уніфікувати* як математичний апарат

(методологічну складову процесу моделювання), так і програмні модулі (інструментальну складову процесу моделювання) в ході машинної реалізації розроблених ММ. В розділі 2.2 виконано якісний аналіз узагальненої ММ процесів ППСВ, що забезпечує обґрунтованість та коректність її застосування. В розділі 2.3 розроблено метод реалізації узагальненої ММ, який дозволяє при чисельній реалізації врахувати параметричну нелінійність (тобто нелінійність матриць коефіцієнтів  $\mathbf{A}_i(\overline{\Phi}_i, r_j, z, t) - \mathbf{E}_i(\overline{\Phi}_i, r_j, z, t)$ , які є функціями шуканої функції стану  $\overline{\Phi}_i(r_j, z, t)$ ).

Виконаємо чисельне дослідження дискретного аналога узагальненої ММ процесів (апаратів) ППСВ. Розв'язання поставленої задачі будемо здійснювати з використанням розробленого методу (розділ 2.3). Для конкретності викладок використаємо різницеву схему виду (2.48). Доповнимо її дискретними аналогами граничних та початкових умов, використовуючи вирази (2.44) та (2.45):

$$\begin{aligned} \lambda_{(0,z)_j}^m \frac{\Phi_{(0,z)_i}^m - \Phi_{(1,z)_i}^m}{\Delta r_j} - K_{(0,z)_j}^m \Phi_{(0,z)_i}^m &= \Psi_{(0,z)_j}^m; \\ \lambda_{(L_r+1,z)_j}^m \frac{\Phi_{(L_r+1,z)_i}^m - \Phi_{(L_r,z)_i}^m}{\Delta r_j} - K_{(L_r+1,z)_j}^m \Phi_{(L_r+1,z)_i}^m &= \Psi_{(L_r+1,z)_j}^m; \\ \lambda_{(r_j,0)}^m \frac{\Phi_{(r_j,0)_i}^m - \Phi_{(r_j,1)_i}^m}{\Delta r_j} - K_{(r_j,0)}^m \Phi_{(r_j,0)_i}^m &= \Psi_{(r_j,0)}^m; \\ \lambda_{(r_j,L_z+1)}^m \frac{\Phi_{(r_j,L_z+1)_i}^m - \Phi_{(r_j,L_z)_i}^m}{\Delta r_j} - K_{(r_j,L_z+1)}^m \Phi_{(r_j,L_z+1)_i}^m &= \Psi_{(r_j,L_z+1)}^m. \end{aligned} \quad (2.69)$$

$$\Phi_{(r_j,z)_i}^m \Big|_{m=0} = \Phi_{(r_j,z)_i}^0. \quad (2.70)$$

Таким чином, сукупність системи дискретних рівнянь (2.48), (2.69) та (2.70) для всіх  $m = \overline{0, M}$ ,  $r_j = \overline{1, L_j}$ ,  $z = \overline{1, L_z}$ ;  $\forall i = \overline{1, k}$ .  $\forall j = \overline{1, N}$  являє

собою дискретну ММ процесів ППСВ з обчисленими для конкретного випадку матриць коефіцієнтів  $\mathbf{A}_i \{\cdot\} - \mathbf{E}_i \{\cdot\}$  та параметрів  $\lambda_{(r_j, z)}^m, K_{(r_j, z)}^m$ .

Алгоритм розв'язання задачі моделювання стану процесів (апаратів) ППСВ може бути сформульовано наступним чином:

1. Для часового кроку  $m = 1$ .

1.1. Завдання вихідних значень:  $\Phi_{(r_j, z)_i}^0, \mathbf{A} \left\{ \Phi_{(r_j, z)_i}^0 \right\} - \mathbf{E} \left\{ \Phi_{(r_j, z)_i}^0 \right\}, \lambda_{(r_j, z)_i}^0, K_{(r_j, z)_i}^0, U_{(r_j, z)_i}^0, F_{(r_j, z)_i}^0, \Delta t, \Delta r_j, \Delta z; r_j = \overline{1, L_{r_j}}, z = \overline{1, L_z}, \forall i = \overline{1, k}, \forall j = \overline{1, N}$ .

1.2. Розв'язання рівнянь динаміки (2.48) з граничними (2.69) та початковими (2.70) умовами (обчислювальні процедури представлено у додатку Д) — визначення полів шуканих функцій стану  $\Phi_{(r_j, z)_i}^1$  (перша ітерація).

1.3. Організація ітераційного процесу (2.67) до досягнення заданої точності  $\delta_i$  (у відповідності до критерію (2.68)).

1.4. Формування та виведення підсумкових полів шуканих функцій стану  $\Phi_{(r_j, z)_i}^1$ .

1.5. Якщо задача ставиться як стаціонарна ( $m = 1$ ), то здійснюється перехід до п.4. Якщо задача — нестаціонарна ( $m > 1$ ), то здійснюється перехід до п.2.

2. Для часового кроку  $m \neq 1$ .

2.1. Обчислення нових значень:  $\mathbf{A} \left\{ \Phi_{(r_j, z)_i}^1 \right\} - \mathbf{E} \left\{ \Phi_{(r_j, z)_i}^1 \right\}, \lambda_{(r_j, z)_i}^1, K_{(r_j, z)_i}^1, U_{(r_j, z)_i}^1, F_{(r_j, z)_i}^1, \Delta t, \Delta r_j, \Delta z; r_j = \overline{1, L_{r_j}}, z = \overline{1, L_z}, \forall i = \overline{1, k}, \forall j = \overline{1, N}$ .

2.2. Розв'язання рівнянь динаміки (2.48) з граничними (2.69) умовами (обчислювальні процедури представлено у додатку Д) — визначення полів шуканих функцій стану  $\Phi_{(r_j, z)_i}^{m+1}$  (перша ітерація).



2.3. Організація ітераційного процесу (2.67) до досягнення заданої точності  $\delta_i$  (у відповідності до критерію (2.68)).

2.4. Формування та виведення підсумкових полів шуканих функцій стану  $\Phi_{(r_j, z)_i}^{m+1}$ .

2.5. Перехід до п.3.

3. Перевірка умови  $m = M$ . Якщо  $m < M$ , обчислюється  $m = m + 1$  і здійснюється перехід до п.2. Якщо  $m = M$ , то здійснюється перехід до п.4.

4. Закінчення розв'язку.

Описаний алгоритм апробовано при розв'язанні тестового прикладу — моделювання динаміки термодегідратора D-1 технологічного процесу електро-(термо)знесолення та зневоднення сирової нафти, в результаті чого відшукувалася розподілена функція температури  $\theta(r, z, t)$  реакції руйнування водо-нафтової емульсії (на поверхні розділу фаз «нафта» — «вода»). Вихідні дані наведено в табл. 2.1. Принагідно зазначимо, що, оскільки, в термогідраторі D-1 встановлено лише два датчики температури [3], то скористаємося усередненим (від двох датчиків) значенням температури  $\theta(r, z, t)|_{t=0} = \theta_0$ , прийнявши його однаковим для всієї області  $\Omega$ .

Крок дискретизації за часом складає  $\Delta t = 90$  с. Кроки дискретизації за простором обрано однаковими:  $\Delta z = \Delta r = 0,65$  м і, таким чином, сітка дискретизації для перетину по осі симетрії має розмірність  $12 \times 16$  ( $L_r = 12$ ,  $L_z = 16$ ), тобто містить 192 вузли.

Табл. 2.1

**ВИХІДНІ ДАНІ ЩОДО МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ  
ТЕМОДЕГІДРАТОРА D-1**

| № з/п | Найменування параметра  | Позначення параметра                            | Одиниця вимірювання                         | Числове значення                                   |
|-------|---|---|---|--|
| 1     | <b>Геометричні розміри:</b><br>— довжина<br>— діаметр   | $z$<br>$D$                                      | м<br>м                                      | 10,5<br>7,75                                       |
| 2     | <b>Фізико-хімічні харак-ки:</b><br>— термічний коефіцієнт впливу деемульгатора на температуру руйнування водо-нафтової емульсії<br>— коефіцієнт теплопередачі від шару деемульгатора<br>— число Прандля (для водо-нафтової емульсії)  | $k_d$<br>$\beta$<br>Pr                          | $1/C^0$<br>Вт/м · К<br>—                    | $2,71 \cdot 10^{-3}$<br>$5,3 \cdot 10^{-4}$<br>6,7 |
| 3     | <b>Вхідні та збуджуючі впливи:</b><br>— витрата водо-нафтової емульсії на вході термодегідратора<br>— температура вхідного потоку водо-нафтової емульсії<br>— витрата (відбір) знесоленої нафти<br>— надлишковий тиск в порожнині термодегідратора над поверхнею водо-нафтової емульсії | $F_e(t)$<br>$T_e(t)$<br>$F_{zn}(t)$<br>$P_e(t)$ | $м^3/с$<br>$C^0 (K)$<br>$м^3/с$<br>ат (МПа) | 0,036<br>105 (378)<br>0,024<br>1,1 (1,23)          |
| 4     | <b>Точність моделювання</b>   | $\delta$  | %   | 3,0  |

Результати моделювання наведено табл. 2.2.

Табл. 2.2

ЗНАЧЕННЯ ФУНКЦІЯ ТЕМПЕРАТУРИ  $\theta(r, z, t)$  РЕАКЦІЇ  
РУЙНУВАННЯ ВОДО-НАФТОВОЇ ЕМУЛЬСІЇ

| <b>№ вузла та значення функції температури <math>\theta(r, z, t), C^0</math></b> |  |          |  |          |  |
|--|--|----------|--|----------|--|
| <b>№</b>   | <b><math>\theta(r, z, t), C^0</math></b> | <b>№</b> | <b><math>\theta(r, z, t), C^0</math></b> | <b>№</b> | <b><math>\theta(r, z, t), C^0</math></b> |
| 1  | 110,3                                    | 34       | 112,0                                    | 67       | 111,9                                    |
| 2  | 110,3                                    | 35       | 111,5                                    | 68       | 111,5                                    |
| 3  | 110,5                                    | 36       | 110,7                                    | 69       | 111,1                                    |
| 4  | 110,7                                    | 37       | 110,5                                    | 70       | 110,5                                    |
| 5  | 110,3                                    | 38       | 111,3                                    | 71       | 110,3                                    |
| 6  | 110,5                                    | 39       | 111,7                                    | 72       | 110,7                                    |
| 7  | 110,7                                    | 40       | 112,0                                    | 73       | 111,1                                    |
| 8  | 111,1                                    | 41       | 112,1                                    | 74       | 111,9                                    |
| 9  | 110,7                                    | 42       | 112,4                                    | 75       | 112,0                                    |
| 10   | 110,3                                    | 43       | 112,4                                    | 76       | 111,9                                    |
| 11   | 110,7                                    | 44       | 112,1                                    | 77       | 111,5                                    |
| 12   | 111,5                                    | 45       | 112,0                                    | 78       | 111,1                                    |
| 13   | 111,9                                    | 46       | 111,9                                    | 79       | 110,7                                    |
| 14   | 112,1                                    | 47       | 111,3                                    | 80       | 110,3                                    |
| 15   | 111,5                                    | 48       | 110,9                                    | 81       | 110,5                                    |
| 16   | 110,7                                    | 49       | 110,7                                    | 82       | 111,3                                    |
| 17   | 110,3                                    | 50       | 111,3                                    | 83       | 111,7                                    |
| 18   | 110,7                                    | 51       | 111,9                                    | 84       | 111,5                                    |
| 19   | 111,5                                    | 52       | 112,1                                    | 85       | 111,1                                    |
| 20   | 111,9                                    | 53       | 112,3                                    | 86       | 110,5                                    |
| 21   | 112,1                                    | 54       | 112,4                                    | 87       | 110,3                                    |
| 22   | 112,3                                    | 55       | 112,3                                    | 88       | 110,7                                    |
| 23   | 112,0                                    | 56       | 112,1                                    | 89       | 111,3                                    |
| 24   | 111,5                                    | 57       | 111,9                                    | 90       | 111,5                                    |
| 25   | 110,7                                    | 58       | 111,5                                    | 91       | 110,7                                    |
| 26   | 110,3                                    | 59       | 111,1                                    | 92       | 110,3                                    |
| 27   | 110,5                                    | 60       | 110,3                                    | 93       | 110,5                                    |
| 28   | 111,3                                    | 61       | 110,7                                    | 94       | 110,5                                    |
| 29   | 111,9                                    | 62       | 111,3                                    | 95       | 110,3                                    |
| 30   | 112,1                                    | 63       | 111,9                                    | 96       | 110,3                                    |
| 31   | 112,3                                    | 64       | 112,0                                    | 97       | 110,3                                    |
| 32   | 112,4                                    | 65       | 112,0                                    | 98       | 110,3                                    |
| 33   | 112,3                                    | 66       | 112,1                                    | 99       | 110,3                                    |

Табл. 2.2 (продовження)

| № вузла та значення функції температури $\theta(r, z, t), C^0$ |                        |     |                        |     |                        |
|--|------------------------|-----|------------------------|-----|------------------------|
| №  | $\theta(r, z, t), C^0$ | №   | $\theta(r, z, t), C^0$ | №   | $\theta(r, z, t), C^0$ |
| 100  | 110,5                  | 133 | 112,4                  | 166 | 112,0                  |
| 101  | 110,7                  | 134 | 112,4                  | 167 | 112,1                  |
| 102  | 110,5                  | 135 | 112,3                  | 168 | 111,9                  |
| 103  | 110,3                  | 136 | 112,0                  | 169 | 111,5                  |
| 104  | 110,7                  | 137 | 111,5                  | 170 | 111,1                  |
| 105  | 111,5                  | 138 | 110,5                  | 171 | 110,5                  |
| 106  | 111,9                  | 139 | 110,7                  | 172 | 110,3                  |
| 107  | 111,3                  | 140 | 111,3                  | 173 | 110,7                  |
| 108  | 110,7                  | 141 | 111,7                  | 174 | 111,3                  |
| 109  | 110,3                  | 142 | 112,1                  | 175 | 111,7                  |
| 110  | 110,7                  | 143 | 112,3                  | 176 | 111,9                  |
| 111  | 111,5                  | 144 | 112,4                  | 177 | 111,5                  |
| 112  | 111,9                  | 145 | 112,4                  | 178 | 111,1                  |
| 113  | 112,1                  | 146 | 112,3                  | 179 | 110,5                  |
| 114  | 112,0                  | 147 | 112,1                  | 180 | 110,5                  |
| 115  | 111,5                  | 148 | 111,9                  | 181 | 110,7                  |
| 116  | 110,7                  | 149 | 111,3                  | 182 | 111,3                  |
| 117  | 110,3                  | 150 | 110,5                  | 183 | 111,5                  |
| 118  | 110,5                  | 151 | 110,7                  | 184 | 111,1                  |
| 119  | 111,5                  | 152 | 111,3                  | 185 | 110,5                  |
| 120  | 111,9                  | 153 | 111,9                  | 186 | 110,3                  |
| 121  | 112,1                  | 154 | 112,1                  | 187 | 110,7                  |
| 122  | 112,3                  | 155 | 112,3                  | 188 | 110,5                  |
| 123  | 112,3                  | 156 | 112,3                  | 189 | 110,5                  |
| 124  | 112,0                  | 157 | 112,1                  | 190 | 110,3                  |
| 125  | 111,5                  | 158 | 111,9                  | 191 | 110,3                  |
| 126  | 110,7                  | 159 | 111,5                  | 192 | 110,3                  |
| 127  | 110,3                  | 160 | 111,1                  |     |                        |
| 128  | 110,7                  | 161 | 110,5                  |     |                        |
| 129  | 111,5                  | 162 | 110,3                  |     |                        |
| 130  | 111,9                  | 163 | 110,5                  |     |                        |
| 131  | 112,1                  | 164 | 111,3                  |     |                        |
| 132  | 112,3                  | 165 | 111,7                  |     |                        |

Із зазначеною точністю (з урахуванням нелінійності в граничних умовах) розв'язок задачі досягнуто на 7-му кроці ітераційного процесу.

## 2.5. Синтез управління процесами первинної переробки сирих вуглеводнів

Математичне моделювання — крім, як самостійний аспект дослідження — в прикладних задачах (особливо в умовах реальних технологічних процесів) може розглядатися в якості етапу *синтезу управління*. В такому випадку в ході моделювання визначається функція стану процесу (об'єкту) по якому, у відповідності до обраного алгоритму управління, синтезується бажаний управляючий вплив. Покажемо, як, спираючись на запропоновані вище ММ процесів (апаратів) ППСВ, виконати синтез управління ними.

Розглядаючи процеси ППСВ як об'єкти управління, слід вказати на певну низку їх особливостей, а саме [113]:

— значна інерційність (власне як і для більшості реальних теплових процесів) яка, крім фізичних властивостей процесів (апаратів) ППСВ, визначається також значними розмірами просторової області  $\Omega$  (суть — геометричними розмірами технологічних апаратів ППСВ). Це зумовлює необхідність розглядати процеси ППСВ в термінах теорії управління як об'єкти *із запізненням*;

— через конструктивну особливість апаратів ППСВ управління переважно можна подавати лише у певні просторові точки (наприклад, точки підведення трубопроводів), що свідчить про *обмеженість вектору управління*. Крім того, фактичні спостереження за станом процесу (апарату) можна здійснити виключно у точках розташування датчиків (термометрів, манометрів, тощо), що, в свою чергу, також свідчить про *обмеженість вектору спостережень*. Таким чином, синтез законів управління процесами ППСВ, в силу вказаних вище причин, доцільно проводити із використанням їх ММ.

Задля слідування принципу типізації та уніфікації розглянемо особливості синтезу управління процесами ППСВ на основі їх узагальненої ММ та з урахуванням сформульованих і доведених теорем щодо керованості цих процесів та апаратів (теореми 2.3 та 2.4 — у розділі 2.2, а також розширення останніх: на випадок наявності запізнь на вектори стану та управління, що розглянуто у додатку Є 1).

Для подальших розмірковувань, враховуючи запізнення на вектори стану  $\tau_i$  та управління  $\tau_l$ , узагальнену ММ процесів ППСВ виду (2.16) — (2.19) представимо наступним чином (розглянуто випадок, коли зовнішні збудження  $D_i(\bar{\Phi}_i, r_j, z, t) \equiv D_i(\bar{\Phi}_i, \bar{g}, t) \in$  керованими і можуть розглядатися в якості відповідних управлінь):

$$\frac{\partial \bar{\Phi}_i(\bar{g}, t)}{\partial t} = f_i \left[ \bar{\Phi}_i(\bar{g}, t - \tau_i), \frac{\partial \bar{\Phi}_i(\bar{g}, t - \tau_i)}{\partial z}, \frac{\partial^2 \bar{\Phi}_i(\bar{g}, t - \tau_i)}{\partial r_j^2}, \frac{\partial \bar{\Phi}_i(\bar{g}, t - \tau_i)}{\partial r_j}, \bar{U}_l(\bar{g}, t - \tau_l) \right], \quad (2.71)$$

$$\forall \bar{g} \equiv \forall (r_j, z) \in \Omega; \forall i = 1, \dots, k; \forall j = 1, \dots, N; \forall t \in (0, t_k),$$

$$\bar{\Phi} = [\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_k]^T, \quad \bar{U} = [U_1, U_2, \dots, U_l]^T; \quad \forall U_l \leq U_{\text{д}}; \quad l \leq k$$

з початковими

$$\bar{\Phi}_i(\bar{g}, 0) = \bar{\Phi}_{i_0}(\bar{g}), \quad \forall (\bar{g}) \in \Omega \quad (2.72)$$

та граничними умовами наступних типів:

— граничних умов першого роду, ГУ-1 (типу Діріхле)

$$\bar{\Phi}_i(\bar{g}, t) \Big|_{\substack{\bar{g}=0 \\ \bar{g}=\bar{g}_{\text{max}}}} = \varphi_i [P_i(\bar{g}, t)], \quad \forall (\bar{g}) \in \Omega, \quad (2.73)$$

— граничних умов третього роду, ГУ-3

$$\frac{\partial \bar{\Phi}_i(\bar{g}, t)}{\partial \eta} = \lambda_i [\bar{\Phi}_i(\bar{g}, t), P_i(\bar{g}, t)], \quad \forall (\bar{g}) \in \Omega, \quad (2.74)$$

$$\bar{\Phi}_i^y(\bar{g}_{k_{\text{сп}}}, t) = \zeta [\bar{\Phi}_i(\bar{g}_{k_{\text{сп}}}, t), \bar{\Phi}_i(\bar{g}, t - \tau_n)], \quad k_{\text{сп}} = \overline{1, K_{\text{сп}}} \quad (2.75)$$

або, у векторно-матричній формі (використовуючи, наприклад, шеститочкову схему виду (2.48) та представлення виду (2.64))

$$\begin{aligned} [\bar{\Phi}_i^{m+1} - \bar{\Phi}_i^m] = \Delta t \left[ \left( \mathbf{A}_i + \frac{\mathbf{B}_i}{2\Delta\bar{g}} \right) \nabla^2 \bar{\Phi}_i \right]^{(m-\tau_i)+1} + \\ + \Delta t \left[ \left( \mathbf{A}_i + \frac{\mathbf{B}_i}{2\Delta\bar{g}} + \mathbf{C}_i \right) \nabla \bar{\Phi}_i \right]^{(m-\tau_i)} = \mathbf{D}_i^* \bar{U}_i^{(m-\tau_i)}; \quad m = \overline{0, M}, \end{aligned} \quad (2.76)$$

$$\bar{\Phi}_i(\bar{g}, 0) = \bar{\Phi}_{i0},$$

(2.77)

$$\bar{\Phi}_i(0, t) = \bar{\varphi}_i[\bar{P}_i(0, t)]; \quad \frac{\bar{\Phi}_i(0, t) - \bar{\Phi}_i(1, t)}{\Delta\bar{g}} = \bar{\lambda}_i[\bar{P}_i(0, t) - \bar{\Phi}(0, t)], \quad (2.78)$$

$$\bar{\Phi}_i^y(\bar{g}_{k_{\text{сп}}}, t) = \mathbf{c}[\bar{\Phi}_i(\bar{g}, t - \tau_i)], \quad k_{\text{сп}} = \overline{1, K_{\text{сп}}}, \quad (2.79)$$

де матриці коефіцієнтів мають відповідно вигляд:  $\mathbf{A}_i = \mathbf{A}_{im} e^{-\tau_i}$ ,  $\mathbf{B}_i = \mathbf{B}_{im} e^{-\tau_i}$ ,  $\mathbf{C}_i = \mathbf{C}_{im} e^{-\tau_i}$ ,  $\mathbf{D}_i^* = \mathbf{D}_{im}^* e^{-\tau_i}$ ;  $\eta$  — нормаль до поверхні  $\Omega$ ;  $K_{\text{сп}}$  — число точок спостереження за функцією стану  $\bar{\Phi}_i(\bar{g}, t)$ ;  $\mathbf{c}$  — матриця спостереження (або матриця коефіцієнтів вимірювальної системи). Інші величини, що входять до виразів (2.71) — (2.75) та (2.76) — (2.79), описано вище.

В термінах теорії управління [50 — 58] вирази (2.75) та (2.79) задають рівняння спостереження.

При синтезі управління процесами ППСВ скористаємося результатами робіт [86, 113 — 115], присвячених управлінню процесами (об'єктами), які характеризуються вираженою інерційністю та наявністю запізень на елементи векторів стану і управління. Синтез виконаємо в класі адитивних квадратичних критеріїв як таких, що, по-перше [87], дають одночасно оцінку розв'язку задачі управління по просторах стану та управління, а, по-друге [54, 58, 86], приводять до аналітичних розв'язків (тобто диференціюються) та забезпечують монотонність управляючих впливів по відношенню до шуканих функцій стану (що особливо важливо

виходячи із фізики розв'язуваних задач) та формалізуються у вигляді простих матричних виразів щодо визначення налаштувань регуляторів.

Для розв'язуваної задачі управління процесами ППСВ критерій управління в матричній формі формалізуємо наступним чином (критерій представлено з урахуванням дискретизації задачі в часі на сітці  $t = m\Delta t$ ,  $m = \overline{0, M}$  та для випадку, коли вектор-функція стану має розмірність одиницю, тобто у рівнянні динаміки (2.71)  $k = 1$ ):

$$J(U) = \sum_{m=0}^M [\tilde{\Phi}_m^T \mathbf{V} \tilde{\Phi}_m + \mathbf{U}_m^T \mathbf{R} \mathbf{U}_m], \quad (2.80)$$

де  $\tilde{\Phi}_m$  — вектор, елементи якого являють собою прирощення функції стану відносно деяких номінальних значень;  $\mathbf{V}$  — додатно визначена симетрична матриця, яка відбиває особливості врахування станів;  $\mathbf{R}$  — додатно визначена матриця налаштувань коефіцієнтів регуляторів і яка являє собою «штраф» на управління.

Синтез законів управління будемо реалізовувати на основі дискретного принципу максимуму [58, 87, 116], оскільки принцип максимуму дає однопрохідні процедури синтезу і, тим самим, забезпечує мінімум обчислювальних витрат [86, 87].

Дотримуючись дискретного принципу максимуму для задачі, формалізованої у матричній формі (2.76) — (2.80), складемо функцію Гамільтона (для простоти запису запізнення не вказано, а також вважаючи, як було вище зазначено, що зовнішні збудження є керованими і можуть розглядатися в якості відповідних управлінь):

$$\mathbf{H}_m = [\tilde{\Phi}_m^T \mathbf{V} \tilde{\Phi}_m + \mathbf{U}_m^T \mathbf{R} \mathbf{U}_m] + \bar{p}_m^T \{ \mathbf{F} \tilde{\Phi}_m + \mathbf{D}^* \mathbf{U}_m \}, \quad (2.81)$$

де  $\mathbf{F} = \{ \mathbf{A} + [\mathbf{B}/(2\Delta\bar{g})] + \mathbf{C} \}$ ,  $\bar{p}_m$  — вектор зведених координат.

Необхідною та достатньою умовою мінімізації критерію (2.80) слугує

$$\frac{\partial \mathbf{H}_m}{\partial \tilde{\Phi}_m} = \mathbf{V} \tilde{\Phi}_m + \mathbf{F}^T \bar{p}_m, \quad (2.82) \quad \frac{\partial \mathbf{H}_m}{\partial \mathbf{U}_m} = \bar{0} = \mathbf{R} \mathbf{U}_m + \mathbf{D}^{*T} \bar{p}_m. \quad (2.83)$$



З (2.83) отримаємо

$$\mathbf{U}_m = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{D}^{*T} \bar{p}_m. \quad (2.84)$$

Підставимо (2.84) в (2.76)

$$\Phi_{m+1} = \mathbf{F} \Phi_m - \mathbf{D}^* \mathbf{R}^{-1} \mathbf{D}^{*T} \bar{p}_m. \quad (2.85)$$

$$\text{Введемо лінійне перетворення } \bar{p}_m = \mathbf{\Lambda} \tilde{\Phi}_m, \quad (2.86)$$

де  $\mathbf{\Lambda}$  — квадратна матриця розмірності  $(n \times n)$ ,  $n$  — розмірність вектора  $\Phi_m$ .

Використовуючи (2.86), запишемо (2.85) у вигляді

$$\Phi_{m+1} = \mathbf{F} \Phi_m - \mathbf{D}^* \mathbf{R}^{-1} \mathbf{D}^{*T} \mathbf{\Lambda} \tilde{\Phi}_m. \quad (2.87)$$

Перетворимо (2.82) з урахуванням (2.86)

$$\mathbf{V} \Phi_{m+1} + \mathbf{F}^T \mathbf{\Lambda} \tilde{\Phi}_m = \mathbf{\Lambda} \Phi_m. \quad (2.88)$$

Останнє рівняння представимо у вигляді

$$\Phi_{m+1} = \mathbf{T} \mathbf{F} \Phi_m + \mathbf{T} \mathbf{U}_m, \quad (2.89)$$

$$\text{де } \mathbf{T} = \left[ \mathbf{I} + \mathbf{D}^* \mathbf{R}^{-1} \mathbf{D}^{*T} \mathbf{\Lambda}^{-1} \right].$$

Підставляючи (2.89) в (2.76) отримаємо наступний результат

$$\mathbf{\Lambda} \Phi_{m+1} = \mathbf{V} \Phi_m + \mathbf{F}^T \mathbf{\Lambda} \mathbf{T} \mathbf{F} \Phi_m + \mathbf{F}^T \mathbf{\Lambda} \mathbf{T} \mathbf{U}_m. \quad (2.90)$$

З урахуванням (2.86) перепишемо (2.84)

$$\mathbf{U}_m = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{D}^{*T} \mathbf{\Lambda} \Phi_m. \quad (2.91)$$

З виразу (2.88) отримаємо

$$\mathbf{\Lambda} \Phi_{m+1} = \mathbf{F}^T \mathbf{\Lambda} \Phi_m - \mathbf{V} \Phi_m. \quad (2.92)$$

Підставляючи (2.92) в (2.91) запишемо співвідношення для закону управління зі зворотним зв'язком

$$\mathbf{U}_m = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{D}^{*T} \mathbf{F}^T \{[\mathbf{\Lambda} - \mathbf{V}]\} \Phi_m \quad (2.93)$$

$$\text{або } \mathbf{U}_m = -\mathbf{K} \Phi_m \equiv -\mathbf{K} \mathbf{c}^{-1} \Phi_m^y, \quad (2.94)$$

$$\text{де } \mathbf{K} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{D}^{*T} \mathbf{F}^T \{[\mathbf{\Lambda} - \mathbf{V}]\} \text{ (або } \mathbf{K} = \mathbf{\Theta} \{[\mathbf{\Lambda} - \mathbf{V}]\}, \mathbf{\Theta} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{D}^{*T} \mathbf{F}^T) \quad (2.95)$$

являє собою оператор зворотного зв'язку по управлінню.

Щоб мати можливість використовувати закони управління виду (2.93) або (2.86), необхідно визначити алгоритм обрахунку матриці «штрафу» на управління  $\mathbf{R}$ . Матрицю  $\mathbf{R}$  було визначено як додатну, а компоненти вектора управління  $\mathbf{U}(\cdot)$  як такими, що не можуть вийти за фізичними міркуваннями за границі обмежень  $\mathbf{U}_{\max}$  та  $\mathbf{U}_{\min}$ . Тоді, очевидно, що в якості елементів діагональної матриці  $\mathbf{R}$  доцільно [55, 56] обрати наступні адитивні величини або ж нормовані значення

$$r_{i_m} = \max_r \begin{cases} r_B = U_{\max} - U_m; \\ r_H = U_m - U_{\min} \end{cases}; \quad \hat{r}_{i_m} = \max_\rho \begin{cases} \hat{r}_B = \frac{U_{\max} - U_m}{|U_{\max} - U_{\min}|}; \\ \hat{r}_H = \frac{U_m - U_{\min}}{|U_{\max} - U_{\min}|} \end{cases}; \quad i = \overline{1, n}. \quad (2.96)$$

Підставляючи  $U_m$  з (2.94) в (2.96) отримаємо

$$|U_{\max} - U_{\min}| \hat{r} - U_m = -\mathbf{D}^{*T} \mathbf{F}^T \{[\mathbf{A} - \mathbf{V}]\} \Phi_m.$$

Вводячи позначки

$$|U_{\max} - U_{\min}| \hat{r} - U_m = \varepsilon, \quad -\mathbf{D}^{*T} \mathbf{F}^T \{[\mathbf{A} - \mathbf{V}]\} \Phi_m = \gamma$$

приходимо до рівняння  $\mathbf{R}\varepsilon = \gamma$  звідки очевидно, що  $\mathbf{R} = \varepsilon^{-1}\gamma$ .

З фізики процесів ППСВ та конструктивного виконання технологічних апаратів, в яких реалізуються ці процеси, слід зауважити, що компонентами вектору управляючих впливів  $\mathbf{U}(\cdot)$  можуть слугувати витрати відповідних реагентів або функції енергії (переважно температури). Тому вирази (2.93) або (2.94), у випадку розподіленого управління, визначають закон, за яким змінюються вказані величини. У випадку граничного управління компоненти вектору  $\mathbf{U}(\cdot)$  формують функцію потоку через границю області  $\Omega$  у відповідності до другого рівняння у виразах (2.78).

Структурну схему системи управління, що реалізує закон  $\hat{r}_{i_m} = \hat{r}_{i_m}(U)$ , представлено на рис. Є.2.1.

В роботах [114, 117] досліджено також питання щодо можливості синтезу адаптивних систем управління процесами ППСВ, зокрема, із застосуванням моделі в контурі управління.

У додатку Є.2 розглянуто питання, пов'язані з корекцією запізнювань на координати векторів стану та управління, а у додатку Є.3 — результати розв'язування прикладних задач.

## ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 2

1. Виконано класифікацію процесів ППСВ, в основу якої покладено тип теплообміну в технологічних апаратах, де ці процеси відбуваються.
2. Запропоновано ММ процесів ППСВ з урахуванням виконаної класифікації, а також здійснено узагальнення цих моделей з метою типізації та уніфікації математичного опису. Підхід із застосуванням типізації (зокрема, розробки узагальненої ММ технологічних апаратів) дозволив виконати формалізацію і уніфікацію методу та засобів математичного моделювання, а також здійснити машинну реалізацію зазначених ММ на єдиній уніфікованій основі.
3. Проведено якісне дослідження узагальненої ММ процесів ППСВ, в результаті чого доведено теореми щодо існування та єдності розв'язків диференціальних рівнянь, які утворюють узагальнену ММ, а також керованості об'єктів, що описуються в її рамках, за умови наявності обмежень на управління (для випадків розподіленого та граничного управління).
4. Запропоновано метод реалізації узагальненої ММ процесів ППСВ, який зводиться до дискретизації неперервної узагальненої ММ за схемою з вагами та подальшого розв'язання отриманої системи нелінійних дискретних рівнянь за процедурою простої ітерації.
5. Виконано чисельне дослідження дискретного аналога узагальненої ММ процесів ППСВ, яке (на тестових прикладах) показало ефективність застосування запропонованих ММ та методу їх реалізації.
6. Запропоновано конструктивну процедуру синтезу управління процесами ППСВ, орієнтовану на застосування їх узагальненої ММ. Дієвість процедури підтверджено розв'язанням низки прикладних задач. Процедура синтезу законів управління враховує наявність фізично притаманних процесам ППСВ запізнювань на елементи векторів простору

стану та управління. Введення в структуру запропонованих систем управління процесами ППСВ відповідних компенсаторів дало змогу скоротити час виходу на усталений режим в середньому на 2,7 % .

### 3. ІДЕНТИФІКАЦІЯ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ПРОЦЕСІВ ПЕРВИННОЇ ПЕРЕРОБКИ СИРИХ ВУГЛЕВОДНІВ

#### 3.1. Постановка та якісне дослідження задачі параметричної ідентифікації математичних моделей процесів первинної переробки сирих вуглеводнів

Розв'язання задачі моделювання процесів (апаратів) ППСВ на основі використання узагальненої ММ виду (2.16) — (2.19) (або у еквівалентній формі (2.40) — (2.42)) виходить з посилення, що відомими є значення коефіцієнтів диференційних операторів, які входять до цих ММ. В свою чергу, коефіцієнти систем диференційних рівнянь (2.16) — (2.19) або (2.40) — (2.42) визначаються фізичними параметрами середовища моделювання. Для класу задач, що розглядається, пов'язаного з дослідженням динамічного стану процесів (апаратів) ППСВ, такими параметрами виступають, наприклад: густина нафти або водо-нафтової суміші  $\rho(r_j, z)$ , їх теплоємність  $C_p(r_j, z)$  та певні коефіцієнти (зокрема, коефіцієнт теплопередачі від стінки парової порожнини до нагрівальної (технологічної) порожнини  $\alpha(r_j, z)$ , коефіцієнт теплопередачі від шару деемульгатора  $\beta(r_j, z)$ , коефіцієнт конвективного теплообміну між потоком зрошення та ректифікаційними колонами  $\psi(r_j, z)$ ),  $\forall r_j, z \in \Omega$ ;  $j = \overline{1, N}$ . Однак, при розв'язанні практичних задач, досить часто значення вказаних параметрів завчасно не відомі (наприклад, через різний фракційний склад сирої нафти, яка надходить на переробку, або концентрацію складових у водо-нафтовій суміші), а, таким чином, апріорно не задано і функції, що їх описують. Тобто, для математичних постановок задач у вигляді систем диференційних рівнянь (2.16) — (2.19) або (2.40) — (2.42) не визначено коефіцієнти відповідних рівнянь. Дана обставина зумовлює необхідність постановки та подальшого розв'язання

задач *ідентифікації* параметрів фізичного середовища у випадку, якщо не визначено повністю коефіцієнти вихідної ММ.

Важливо також зазначити, що параметри, які ідентифікуються, можуть бути функціями не тільки просторових координат, як було вказано вище, але також і шуканих функцій простору стану (наприклад, густина нафти або водо-нафтової суміші суттєво залежить від температури та тиску). В такому випадку поставлена задача повинна розглядатися як *нелінійна*.

У подальшому, під задачею *параметричної ідентифікації* ММ процесів ППСВ, будемо розуміти відшукування значення фізичних параметрів середовища моделювання на основі використання результатів обрахунку шуканих функцій стану  $\bar{\Phi}_i(r_j, z, t); \forall i = \overline{1, k}, j = \overline{1, N}$  та вхідних і збуджуючих впливів  $(\bar{U}(t), \bar{F}(t))$ .

З метою конкретності подальших розмірковувань, але не обмежуючи їх загального характеру, розглянемо задачу ідентифікації ММ по фізичному параметру густини (цей параметр було обрано через те, що густина входить до ММ всіх технологічних процесів ППСВ). У зв'язку з цим представимо узагальнену ММ (2.40) — (2.42) у наступному вигляді (будемо вважати, що всі диференційні оператори представлено як функції густини  $\rho = \rho(r_j, z)$  або  $\rho = \rho(\Phi)$  — для нелінійних задач, а інші параметри — для простоти запису — опущено, крім окремо оговорених випадків):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\Phi}_i}{\partial t} = & \sum_{i=1}^3 A_i(\rho) \frac{\partial^2 \bar{\Phi}_i}{\partial r_j^2} + \sum_{i=1}^3 B_i(\rho) \frac{\partial \bar{\Phi}_i}{\partial r_j} + \sum_{i=1}^3 B_i(\rho) \frac{\partial \bar{\Phi}_i}{\partial z} + C_i(\rho) \bar{\Phi}_i + \\ & + D_i(\rho) U_i + E_i(\rho) F_i, \forall j = \overline{1, N}; \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\bar{\Phi}_i = [\Phi_{1_i}, \Phi_{2_i}, \dots, \Phi_{k_i}]; t \in (0, t_k), Q = \Omega \times (0, t_k);$$

$$\bar{U} = [U_1, U_2, \dots, U_{k_1}]^T, \bar{F} = [F_1, F_2, \dots, F_k]^T, k_1 \leq k;$$

$$\Phi_i(\bar{g}, 0) = \Phi_{0_i}(\bar{g}); \bar{g} = \{r_j, z\}, \bar{g} \in \Omega \subset R^3; \quad (3.2)$$

$$\lambda_j(0,t) \frac{\partial \Phi_i(0,t)}{\partial r_j} + K_j(t) \Phi_i(0,t) = \Psi_j(t), \forall j = \overline{1, N}. \quad (3.3)$$

ММ (3.1) — (3.3) досить повно описує динаміку технологічних процесів ППСВ та дає можливість врахування в її рамках окремих часткових випадків (розділ 2.1).

Дамо формалізовану постановку задачі ідентифікації узагальненої ММ процесів (апаратів) ППСВ як *оптимізаційної* задачі, спираючись на результати робіт [119 — 121]. Нехай  $\rho'(\cdot)$  являє собою точне значення густини нафти або водо-нафтової суміші. Для певної  $l$ -ї шуканої функції  $\Phi_l (\forall l \in k)$  позначимо її вимірюване значення наступним чином

$$P_l^\Phi = \int_{\Omega} \Phi'_l dz + \varepsilon_l^\Phi, l \in k, \quad (3.4)$$

де  $\Phi'_l$  — точне значення  $l$ -ї шуканої функції  $\Phi_l$ , яке визначається відповідно до ММ виду (3.1) — (3.3).

Введемо у розгляд функціонал

$$J[\rho(\cdot)] = \int_{T_l} [\Phi'_l - P_l^\Phi]^2 dt, \quad (3.5)$$

де  $P_l^\Phi$  визначається співвідношенням (3.4), а  $\Phi'_l$  являє собою розв'язок задачі (3.1) — (3.3) для заданих значень  $\rho'(\cdot)$ ;  $T_l$  — проміжок часу, на протязі якого вимірюється шукана функція  $P_l^\Phi$ .

Загалом можна стверджувати, що розв'язання задачі ідентифікації спирається на розв'язок задачі моделювання динамічної системи [87], коли тим або іншим чином (наприклад, в ході ітераційної процедури) уточнюються параметри ММ динамічної системи, яка досліджується, а адекватність цих уточнених параметрів прийнятої ММ перевіряється за допомогою розв'язання задачі моделювання.

*Інверсна* задача (тобто задача ідентифікації [86, 87]) для ММ у вигляді системи (3.1) — (3.3) складається з визначення параметру  $\rho(\cdot)$  для



просторової області  $\forall r_j, z \in \Omega; j = \overline{1, N}$  за результатами спостережень  $P_l^\Phi$ , які можливо виконати у точках, де розташовано вузли сітки дискретизації (за наявності технічної можливості). Визначимо функції спостереження в просторі функцій, що інтегруються з квадратом:

$$P_l^\Phi(t) \in L^2(t, \Omega) \quad \forall t \in (0, t_k), \forall l \in k, \quad (3.6)$$

Нехай в заданій області моделювання  $\Omega$  (для плаского випадку) на похідні параметру, що ідентифікується, накладено обмеження, а саме

$$\left| \frac{\partial \rho(\cdot)}{\partial r_j} \right| \leq \gamma_r, \quad \left| \frac{\partial \rho(\cdot)}{\partial z} \right| \leq \gamma_z, \quad \forall r_j, z \in \Omega, j = \overline{1, N}. \quad (3.7)$$

Для всіх допустимих значень параметру  $\rho(\cdot) \in \Lambda_{\text{прип}}^\rho$  функціонал (3.5)

перепишемо у вигляді

$$J = \left[ \frac{1}{2|r_j|} + \frac{1}{2|z|} \right] \int_{T_l} [\Phi_l - P_l^\Phi] dt; \quad j = \overline{1, N}, \quad (3.8)$$

де  $\Phi_l$  — розв'язок системи (3.1) — (3.3) для параметру  $\rho(\cdot)$ .

Тоді сформульована вище задача ідентифікації в термінах оптимізаційної постановки, буде виглядати наступним чином. Визначити такі  $\hat{\rho}(\cdot)$  з урахуванням обмежень (3.7) для яких

$$J[\hat{\rho}(\cdot)] \leq J[\rho(\cdot)], \quad \forall \rho(\cdot) \in \Lambda_{\text{прип}}^\rho. \quad (3.9)$$

Для розв'язання поставленої задачі скористаємося методами теорії оптимального управління [58, 72, 91]. В результаті цього, щодо коректності розв'язку оптимізаційної задачі, який буде отримано, слід робити висновок, якщо буде досліджено [87]:

— існування та єдиність розв'язку *прямої* задачі, коли відомі значення параметру  $\rho = \rho(r_j, z)$  або  $\rho = \rho(\Phi)$  — для нелінійних задач, а також існування та єдиність розв'язку *інверсної* задачі;

— диференційованість функціоналу (3.5) по параметру  $\rho(\cdot)$ , тобто умови визначення градієнту функціоналу  $J[\rho(\cdot)]$  за вказаним параметром.

У зв'язку з цим виконаємо *якісне дослідження* задачі параметричної ідентифікації ММ процесів ППСВ в ході якого сформулюємо наступні теореми.

**Теорема 3.1.** Для множини функцій, визначених співвідношенням (3.6) та допустимою областю параметрів  $\Lambda_{\text{прип}}^{\rho}$ , існує розв'язок задачі (3.9) і він — єдиний.

**Теорема 3.2.** Для значень параметра  $\forall \rho(\cdot) \in \Lambda_{\text{прип}}^{\rho}$  функціонал (3.9) є диференційованим в області  $\Omega \subset \mathfrak{R}^n$ .

Строгі доведення теорем 3.1 та 3.2 дано у додатку В.6.6. Причому, доведення теореми 3.1, у частині *існування* розв'язку, ґрунтується на отриманні оцінок збіжності розв'язку системи (3.1) — (3.3) для параметру  $\rho = \rho(r_j, z)$  (або  $\rho = \rho(\Phi)$  — для нелінійних задач), а, в частині *єдиності* розв'язку, — на тотожності розв'язків системи (3.1) — (3.3), отриманих за умови незмінності значень управлінь  $\bar{U} = [U_1, U_2, \dots, U_{k_1}]^T$  та зовнішніх збуджень  $\bar{F} = [F_1, F_2, \dots, F_k]^T$ ,  $k_1 \leq k$ .

Доведення теореми 3.2 ґрунтується на неперервності відображення  $(\rho(\cdot)) \rightarrow \bar{\Phi}_l$  для  $\forall \rho(\cdot) \in \Lambda_{\text{прип}}^{\rho}$  в просторі  $L^2[\Omega]$ .

### 3.2. Параметрична ідентифікація математичних моделей процесів первинної переробки сирих вуглеводнів на основі методу проєкції градієнта

Розглянемо можливість практичного розв'язання задачі параметричної ідентифікації ММ процесів ППСВ, сформульованої в оптимізаційній постановці.

Важливим етапом розв'язання оптимізаційних задач є обґрунтування вибору методу мінімізації обраного критерію якості. Виконаний в зв'язку з цим аналіз показав [120, 121], що ефективним підходом щодо мінімізації

критерію якості, в даному випадку, слід вважати застосування методу *проекції градієнта*. Вибір процедури мінімізації зумовлено наступними причинами [86, 119]:

- градієнтні методи забезпечують достатньо швидке досягнення екстремуму;
- градієнтні методи пошуку екстремуму критерію якості (цільової функції) характеризуються високою точністю;
- градієнтні методи мають високу збіжність, зокрема, у випадку об'єктів з суттєво нелінійними градієнтними напрямками (що притаманно ММ процесів ППСВ).

Крім того [123, 124], при використанні методу проекції градієнта немає необхідності особливим чином досліджувати нелінійну поверхню, яка визначається функцією, що задає критерій оптимальності  $J(\cdot)$ . Достатньо використовувати тільки проекцію цієї функції на координатні площини. Це дозволяє зробити важливий висновок про те, що як лінійне (наприклад, при формулюванні задачі ідентифікації по параметру густини  $J[\rho(r_j, z)]$ ), так і нелінійне (відповідно —  $J[\rho(\Phi_i)]$ ) представлення критерію якості можна досліджувати на координатних площинах у вигляді проекції градієнта. Інакше: і в лінійному, і в нелінійному випадках можна використовувати один й той самий алгоритм пошуку екстремуму.

В роботі [119] запропоновано метод параметричної ідентифікації ММ процесів фільтрації одно- та багатофазних аномальних рідин у порових середовищах, який для пошуку екстремуму критерію (функціонала) якості використовує проекцію його градієнта. Надамо **подальшого розвитку** даному методу, у зв'язку з чим покажемо можливість його застосування для параметричної ідентифікації ММ процесів (апаратів) ППСВ.

### 3.2.1. Мінімізація критерію якості за методом проєкції градієнта

Для коректної формалізації задачі мінімізації критерію якості будемо виходити з фізично наявних обмежень на параметри ММ процесів ППСВ (надалі, як і раніше, для конкретності розглядаємо параметр — густину):

$$\rho_{\min} \leq \rho(r_j, z) \leq \rho_{\max}; \forall r_j, z \in \Omega; j = \overline{1, N}. \quad (3.10)$$

З метою повного математичного формулювання визначимо припустимий клас функцій, який задає для шуканого розв'язку перетворення  $\rho(r_j, z) \rightarrow \Phi_i^{\rho}; i = \overline{1, k}, j = \overline{1, N}$ . В цьому сенсі, з точки зору практичних додатків, можна обмежитися класом шматково-неперервних функцій. Позначимо через  $R^{\rho}$  множину функцій  $\rho(r_j, z) \in L^2(\Omega)$ , які задовольняють нерівності (3.10). Таким чином, ми прийшли до задачі (3.1) — (3.3), (3.5), (3.10), яка полягає у визначенні параметру  $\rho(r_j, z) = \rho^*(r_j, z) \in R^{\rho}$ , при якому функціонал (3.5) досягає своєї нижньої грані, тобто

$$J[\rho(r_j, z)] \rightarrow \inf, \forall \rho(r_j, z) \in R^{\rho}; j = \overline{1, N}. \quad (3.11)$$

Покажемо, що функціонал (3.5) є диференційованим у будь-якій точці  $\rho(r_j, z) \in R^{\rho}$  (ці розмірковування проводяться на додаток до виконаного у розділі 3.1 доведення теореми 3.2). Для цього достатньо показати [86, 87], що прирощення

$$\Delta J = J[\rho + h^{\rho}] - J(\rho)$$

цього функціоналу може бути представлено у вигляді

$$\Delta J = \int_{\Omega} \{J'(\rho, h^{\rho})\} dz + \left[ O\left(\|h^{\rho}\|_{L^2}\right) \right], \quad (3.12)$$

де  $J'(\rho, h^{\rho})$  — певна функція,  $O\left(\|h^{\rho}\|_{L^2}\right)$  — залишковий член такий, що

$$\lim_{\alpha^{\rho} \rightarrow 0} O\left[\left(\alpha^{\rho}\right)\left(\alpha^{\rho}\right)^{-1}\right] = 0.$$

Введемо позначення

$$\Delta\Phi_i(r_j, z, t) \equiv \Phi_i(r_j, z, t, \rho + h^\rho) - \Phi_i(r_j, z, t); \quad i = \overline{1, k}, \quad j = \overline{1, N}.$$

Зі сформульованої задачі (3.1) — (3.3) витікає, що  $\{\Delta\Phi_i = \Delta\Phi_i(r_j, z, t)\}$ ,  $i = \overline{1, k}$  є розв'язком такої крайової задачі

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\Delta\bar{\Phi}_i)}{\partial t} = \sum_{i=1}^3 A_i(\rho) \frac{\partial^2(\Delta\bar{\Phi}_i)}{\partial r_j^2} + \sum_{i=1}^3 B_i(\rho) \frac{\partial(\Delta\bar{\Phi}_i)}{\partial r_j} + \sum_{i=1}^3 B_i(\rho) \frac{\partial(\Delta\bar{\Phi}_i)}{\partial z} + C_i(\rho)(\Delta\bar{\Phi}_i) + \\ + D_i(\rho)U_i + E_i(\rho)F_i, \quad i = \overline{1, k}; \end{aligned}$$

(3.13)

$$\bar{g} = \{r_j, z\}, \quad \bar{g} \in \Omega \subset R^3; \quad \Delta\bar{\Phi}_i = [\Delta\Phi_{1_i}, \Delta\Phi_{2_i}, \dots, \Delta\Phi_{k_i}], \quad t \in (0, t_k),$$

$$Q = \Omega \times (0, t_k);$$

$$\bar{U} = [U_1, U_2, \dots, U_{k_1}]^T, \quad \bar{F} = [F_1, F_2, \dots, F_k]^T, \quad k_1 \leq k;$$

$$\Delta\Phi_i(0, \bar{g}) = \Delta\Phi_{0_i}(\bar{g}), \quad \bar{g} \in \Omega; \quad (3.14)$$

$$\lambda_j(0, t) \frac{\partial[\Delta\Phi_i(0, t)]}{\partial r_j} + K_j(t)[\Delta\Phi_i(0, t)] = \Delta\Psi_j(t), \quad \forall j = \overline{1, N}. \quad (3.15)$$

Тоді прирощення функціоналу (3.5) можна записати у вигляді:

$$\begin{aligned} \Delta J = \int_{\Omega} \left\{ [\bar{\Phi}_i(\bar{g}, t, \rho) + \Delta\bar{\Phi}_i(\bar{g}, t) - P_i^\Phi(t)]^2 - [\bar{\Phi}_i(\bar{g}, t, \rho) - P_i^\Phi(t)]^2 \right\} d\bar{g} = \\ = \int_{\Omega} \left\{ [\bar{\Phi}_i(\bar{g}, t, \rho) - P_i^\Phi(t) + \Delta\bar{\Phi}_i(\bar{g}, t)]^2 - [\bar{\Phi}_i(\bar{g}, t, \rho) - P_i^\Phi(t)]^2 \right\} d\bar{g} = \\ = \int_{\Omega} 2[\bar{\Phi}_i(\bar{g}, t, \rho) - P_i^\Phi(t)]\Delta\bar{\Phi}_i(\bar{g}, t) d\bar{g} + \int_{\Omega} \Delta\bar{\Phi}_i^2(\bar{g}, t) d\bar{g}, \\ i = \overline{1, k}, \quad j = \overline{1, N}. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Перетворимо цей вираз до вигляду (3.12). З цією метою уведемо до розгляду функції  $\phi_{i\Phi}^*(r_j, z, t) \equiv \phi_{i\Phi}^*(r_j, z, t, \rho)$  (або  $\phi_{i\Phi}^*(\bar{g}, t) \equiv \phi_{i\Phi}^*(\bar{g}, t, \rho)$ ;  $\bar{g} = \{r_j, z\} \in \Omega$ ,  $j = \overline{1, N}$ ) як розв'язок наступної крайової задачі

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi_{i\Phi}^*}{\partial t} - \left[ \sum_{i=1}^3 A_i(\rho) \frac{\partial^2 \phi_{i\Phi}^*}{\partial r_j^2} + \sum_{i=1}^3 B_i(\rho) \frac{\partial \phi_{i\Phi}^*}{\partial r_j} + \sum_{i=1}^3 B_i(\rho) \frac{\partial \phi_{i\Phi}^*}{\partial z} + C_i(\rho) \phi_{i\Phi}^* \right] = \\ = D_i(\rho) U_i + E_i(\rho) F_i, i = \overline{1, k}; \end{aligned} \quad (3.17)$$

$$\bar{U} = [U_1, U_2, \dots, U_{k_1}]^T, \quad \bar{F} = [F_1, F_2, \dots, F_k]^T, \quad k_1 \leq k;$$

$$\phi_{i\Phi}^*(t, \bar{g}) \Big|_{t=t_k} = 2[\bar{\Phi}_i(\bar{g}, t_k, \rho) - P_i^\Phi(t_k)] \phi_{i\Phi}^*(t_k, \bar{g}); \quad \bar{g} \in \Omega; \quad (3.18)$$

$$\lambda_j(0, t) \frac{\partial [\bar{\Phi}_i(0, t)]}{\partial r_j} + K_j(t) [\bar{\Phi}_i(0, t)] = \psi_j^*(t), \quad 0 \leq t \leq t_k; \quad \forall j = \overline{1, N}. \quad (3.19)$$

Інтеграл в першому доданку правої частини рівності (3.16) з урахуванням (3.13) — (3.15), (3.17) — (3.19) перетвориться наступним чином

$$\begin{aligned} I_\Phi &= \int_\Omega 2[\bar{\Phi}_i(\bar{g}, t, \rho) - P_i^\Phi(t)] \Delta \bar{\Phi}_i(\bar{g}, t) d\bar{g} = \int_\Omega \phi_{i\Phi}^*(\bar{g}, t) \Delta \bar{\Phi}_i(\bar{g}, t) d\bar{g} = \\ &= \int_\Omega \left[ \int_0^{t_k} \frac{\partial}{\partial t} (\phi_{i\Phi}^* \Delta \bar{\Phi}_i) dt \right] d\bar{g} = \int_\Omega \int_0^{t_k} \left[ \frac{\partial \phi_{i\Phi}^*}{\partial t} \Delta \bar{\Phi}_i + \phi_{i\Phi}^* \frac{\partial (\Delta \bar{\Phi}_i)}{\partial t} \right] dt d\bar{g} = \\ &= \int_\Omega \int_0^{t_k} \left\{ \left[ \rho \left( \frac{\partial^2 \phi_{i\Phi}^*}{\partial r_j^2} + \frac{\partial^2 \phi_{i\Phi}^*}{\partial z^2} \right) \right] \Delta \bar{\Phi}_i + \left[ \rho \left( \frac{\partial^2 \phi_{i\Phi}^*}{\partial r_j^2} + \frac{\partial^2 \phi_{i\Phi}^*}{\partial z^2} \right) \right] \phi_{i\Phi}^* \right\} dt d\bar{g}, \\ & \quad i = \overline{1, k}; \quad \forall j = \overline{1, N}. \end{aligned}$$

Інтегруючи останній вираз у часовій або в просторовій областях відповідно, отримаємо наступний результат

$$\begin{aligned} I_\Phi' &= \int_0^{t_k} \left\{ \left[ \rho \left( \frac{\partial^2 \phi_{i\Phi}^*}{\partial r_j^2} + \frac{\partial^2 \phi_{i\Phi}^*}{\partial z^2} \right) \right] \Delta \bar{\Phi}_i + \left[ \rho \left( \frac{\partial^2 \phi_{i\Phi}^*}{\partial r_j^2} + \frac{\partial^2 \phi_{i\Phi}^*}{\partial z^2} \right) \right] \phi_{i\Phi}^* \right\} dt = \\ &= \int_0^{t_k} \rho \phi_{i\Phi}^* \Delta \bar{\Phi}_i dt, \quad i = \overline{1, k}; \quad \forall j = \overline{1, N}, \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned}
I_{\Phi}' &= \int_{\Omega} \left\{ \left[ \rho \left( \frac{\partial^2 \phi_{i\Phi}^*}{\partial r_j^2} + \frac{\partial^2 \phi_{i\Phi}^*}{\partial z^2} \right) \right] \Delta \bar{\Phi}_i + \left[ \rho \left( \frac{\partial^2 \phi_{i\Phi}^*}{\partial r_j^2} + \frac{\partial^2 \phi_{i\Phi}^*}{\partial z^2} \right) \right] \phi_{i\Phi}^* \right\} dt = \\
&= \int_{\Omega} \rho \phi_{i\Phi}^* \Delta \bar{\Phi}_i d\bar{g}, \quad i = \overline{1, k}; \quad \forall j = \overline{1, N}.
\end{aligned}$$

(3.21)

Зауважимо, що представлення  $I_{\Phi}'$  у вигляді (3.20), (3.21) необхідно у випадках, коли мінімізація функціонала (критерію якості) виконується відповідно для *термінальної* (тобто отримання розв'язку задачі до заданого моменту часу) або *просторової* (тобто отримання розв'язку задачі із заданою точністю) постановки задачі.

Другі інтеграли в правій частині (3.16) визначають члени вигляду  $O(\|h\|_{L^2}^{\Phi})$ , представлені в (3.12) та записані для просторової постановки задачі. В цьому випадку з (3.21) будемо мати

$$\Delta J = \int_{\Omega} (\rho \phi_{i\Phi}^* \Delta \bar{\Phi}_i) h^{\rho} d\bar{g} + O(\|h\|_{L^2}), \quad i = \overline{1, k}.$$

(3.22)

При термінальній постановці задачі другі інтеграли у других доданках в правій частині (3.16) можуть бути оцінені як

$$I_P'' = \int_{\Omega} \Delta \bar{\Phi}_i(\bar{g}, t) d\bar{g} = \int_0^{t_k} |h^{\rho}(\bar{g}, t)|^2 dt, \quad i = \overline{1, k}; \quad \forall j = \overline{1, N}. \quad (3.23)$$

Для віднаходження оцінок (3.23) виконаємо перетворення, які наведено у додатку Ж1. В результаті отримаємо, що прирощення функціоналу (3.5) для випадку термінальної постановки задачі представляється у вигляді виразу (Ж.3), а саме

$$\Delta J = \int_0^{t_k} (\rho \phi_{i\Phi}^* \Delta \bar{\Phi}_i) h^{\rho} dt + O(\|h\|_{L^2}), \quad i = \overline{1, k}.$$

Таким чином, шукане представлення (3.12) для функціонала (3.11) отримано, причому *градієнт* цього функціонала має вигляд

$$J'[\rho(r_j, z)] \equiv \rho \phi_{i\Phi}^*; \quad \forall r_j, z \in \Omega; \forall t \in [0, t_k]; \quad i = \overline{1, k}; \quad \forall j = \overline{1, N}. \quad (3.24)$$

Як витікає з наведених розмірковувань, для отримання градієнта функціонала (3.16) необхідно розв'язати дві крайові задачі. Спочатку, з системи (3.1) — (3.3) необхідно відшукати функції  $\overline{\Phi}_i(r_j, z, t)$ ,  $i = \overline{1, k}$ . Потім в (3.19) підставити відшуканий розв'язок задачі (3.1) — (3.3) (тобто функції  $\overline{\Phi}_i(r_j, z, t)$ ,  $i = \overline{1, k}$ ) і з системи (3.17) — (3.19) віднайти зв'язані функції  $\phi_{i\Phi}^*(r_j, z, t)$ ,  $i = \overline{1, k}$ . І, на останок, отриманий розв'язок зв'язаної задачі підставити в (3.24).

### 3.2.2. Організація ітераційного процесу уточнення параметрів математичної моделі

За умови наявності градієнта (вираз (3.24)), для розв'язання задачі (3.1) — (3.3), (3.11) використаємо процедуру методу *проекції градієнта*, яка полягає в тому [125, 126], що проекція будь-якої функції (у відповідності до [126] вкажемо лише функцію від часової змінної  $\xi = \xi(t) \in L^2[0, t_k]$ )

$$\text{на множини} \quad \Xi = \{ \xi(t) : \xi(t) \in L^2[0, t_k], a \leq \xi(t) \leq b, \forall t \in [0, t_k] \}$$

обчислюється за формулою

$$\text{Pr}_u[u(t)] = \begin{cases} \xi(t), & a \leq \xi(t) \leq b, \\ a, & \xi(t) < a, \\ b, & \xi(t) > b. \end{cases}$$

Тоді, ітераційний процес для задачі (3.1) — (3.3), (3.34) (відносно параметра, який ідентифікується, в даному випадку — густини  $\rho(r_j, z)$ ,  $\forall j = \overline{1, N}$ ), з урахуванням виразу (3.24) для градієнта функціонала (3.11), буде мати вигляд



$$\rho_{g+1}(r_j, z) = \begin{cases} \rho_g(r_j, z) - \alpha_\rho \rho \phi_{i\Phi}^*, & \rho_{\min} \leq \rho_g(r_j, z) - \alpha_\rho \rho \phi_{i\Phi}^* \leq \rho_{\max}, \\ \rho_{\min}, & \rho_g(r_j, z) - \alpha_\rho \rho \phi_{i\Phi}^* < \rho_{\min}, \\ \rho_{\max}, & \rho_g(r_j, z) - \alpha_\rho \rho \phi_{i\Phi}^* > \rho_{\max}, \end{cases} \quad (3.25)$$

де  $g$  — номер ітерації.

Таким чином, система (3.25) задає алгоритм запропонованого методу ідентифікації ММ процесів (апаратів) ППСВ.

В (3.25)  $\alpha_\rho = \text{const} \geq 0$ , яке будемо відшукувати, виходячи з умови

$$J[\rho_g(r_j, z)] - J[\rho_{g+1}(r_j, z)] \geq \varepsilon_\rho \|\rho_g - \rho_{g+1}\|_{L^2},$$

де  $\varepsilon_\rho > 0$  — похибка методу (обирається емпірично).

Очевидно, що останній вираз визначає також момент закінчення ітераційного процесу (3.25).

### 3.2.3. Мінімізації функціонала виду (3.5) у випадку нелінійного представлення параметрів математичної моделі

В розділі 3.2.1 розглянуто розв'язання задачі параметричної ідентифікації ММ процесів ППСВ в разі, якщо параметри ММ являють собою постійні величини або є функціями тільки просторових координат. Зазначимо, що такі посилення цілком припустимі для ряду параметрів ММ, наприклад, теплоємності, коефіцієнту теплопередачі, тощо. Однак, для деяких параметрів, зокрема, густини (хоча вона і розглядалася у розділі 3.2.1), таке припущення є спрощенням і слушне лише у часткових випадках («легка» нафта; обмежений фракційний склад нафти; на завершальних стадіях технологічного процесу переробки, що характеризуються незначними градієнтами шуканих функцій), оскільки вони (параметри) являють собою залежності від шуканих функцій, тобто, зокрема,  $\rho = \rho(\overline{\Phi}_i), i = \overline{1, k}$ . В такому випадку задача параметричної ідентифікації повинна розглядатися як *нелінійна* [39, 86, 127].

Виконаємо постановку та визначимо умови розв'язування задачі параметричної ідентифікації ММ процесів ППСВ в нелінійному випадку. В

якості параметра, що ідентифікується, також розглянемо густину. Але, на відміну від лінійного випадку, при формулюванні вихідної задачі і запису коефіцієнтів диференційних рівнянь, в явному виді вкажемо на залежність параметра густини від шуканої функції. В такому разі система (3.1) — (3.3) запишеться наступним чином

$$\frac{\partial \bar{\Phi}_i}{\partial t} = \sum_{i=1}^3 A_i [\rho(\bar{\Phi}_i)] \frac{\partial^2 \bar{\Phi}_i}{\partial r_j^2} + \sum_{i=1}^3 B_i [\rho(\bar{\Phi}_i)] \frac{\partial \bar{\Phi}_i}{\partial r_j} + \sum_{i=1}^3 B_i [\rho(\bar{\Phi}_i)] \frac{\partial \bar{\Phi}_i}{\partial z} + C_i [\rho(\bar{\Phi}_i)] \bar{\Phi}_i + D_i(\rho) U_i + E_i(\rho) F_i, \forall j = \overline{1, N}; \quad (3.26)$$

$$\bar{g} = \{r_j, z\}, \bar{g} \in \Omega \subset R^3; \bar{\Phi}_i = [\Phi_{1_i}, \Phi_{2_i}, \dots, \Phi_{k_i}]; t \in (0, t_k), Q = \Omega \times (0, t_k);$$

$$\bar{U} = [U_1, U_2, \dots, U_{k_1}]^T, \bar{F} = [F_1, F_2, \dots, F_k]^T, k_1 \leq k;$$

$$\Phi_i(0, \bar{g}) = \Phi_{0_i}(\bar{g}); \bar{g} \in \Omega; \quad (3.27)$$

$$\lambda_j(0, t) \frac{\partial \Phi_i(0, t)}{\partial r_j} + K_j(t) \Phi_i(0, t) = \Psi_j(t), \forall j = \overline{1, N}. \quad (3.28)$$

Для задачі (3.26) — (3.28) запишемо систему рівнянь у прирощеннях, яка описує динаміку процесів в апаратах переробки сирової нафти в околиці параметрів їх ММ, які ідентифікуються (в даному разі — густини)

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\Delta \bar{\Phi}_i)}{\partial t} &= \sum_{i=1}^3 A_i [\rho(\Delta \bar{\Phi}_i)] \frac{\partial^2(\Delta \bar{\Phi}_i)}{\partial r_j^2} + \sum_{i=1}^3 B_i [\rho(\Delta \bar{\Phi}_i)] \frac{\partial(\Delta \bar{\Phi}_i)}{\partial r_j} + \\ &+ \sum_{i=1}^3 B_i [\rho(\Delta \bar{\Phi}_i)] \frac{\partial(\Delta \bar{\Phi}_i)}{\partial z} + C_i [\rho(\Delta \bar{\Phi}_i)] (\Delta \bar{\Phi}_i) + \\ &+ D_i(\rho) U_i + E_i(\rho) F_i, \forall j = \overline{1, N}; \end{aligned} \quad (3.29)$$

$$\bar{g} = \{r_j, z\}, \bar{g} \in \Omega \subset R^3; \Delta \bar{\Phi}_i = [\Delta \Phi_{1_i}, \Delta \Phi_{2_i}, \dots, \Delta \Phi_{k_i}]; t \in (0, t_k),$$

$$Q = \Omega \times (0, t_k);$$

$$\bar{U} = [U_1, U_2, \dots, U_{k_1}]^T, \bar{F} = [F_1, F_2, \dots, F_k]^T, k_1 \leq k;$$

$$\bar{\Phi}_i(\bar{g}, 0) = \bar{\Phi}_{0_i}(\bar{g}); \bar{g} \in \Omega; \quad (3.30)$$

$$\lambda_j(0, t) \frac{\partial[\Delta \Phi_i(0, t)]}{\partial r_j} + K_j(t) [\Delta \Phi_i(0, t)] = \Delta \Psi_j(t), \forall j = \overline{1, N}. \quad (3.31)$$

У відповідності до розмірковувань, виконаних у розділі 3.2.1, уведемо до розгляду зв'язані функції  $\phi_{i\Phi}^* = \phi_{i\Phi}^*(r_j, z, t)$   $i = \overline{1, k}$ , які задовольняють наступним умовам

$$\frac{\partial \phi_{i\Phi}^*}{\partial t} - \left\{ \sum_{i=1}^3 A_i [\rho(\Delta \bar{\Phi}_i)] \frac{\partial^2 \phi_{i\Phi}^*}{\partial r_j^2} + \sum_{i=1}^3 B_i [\rho(\Delta \bar{\Phi}_i)] \frac{\partial \phi_{i\Phi}^*}{\partial r_j} + \sum_{i=1}^3 B_i [\rho(\Delta \bar{\Phi}_i)] \frac{\partial \phi_{i\Phi}^*}{\partial z} + C_i [\rho(\Delta \bar{\Phi}_i)] \phi_{i\Phi}^* \right\} = D_i(\rho) U_i + E_i(\rho) F_i, i = \overline{1, k}; \quad (3.32)$$

$$\bar{U} = [U_1, U_2, \dots, U_{k_1}]^T, \quad \bar{F} = [F_1, F_2, \dots, F_{k_1}]^T, \quad k_1 \leq k;$$

$$\phi_{i\Phi}^*(\bar{g}, 0) \Big|_{t=t_k} = 2[\bar{\Phi}_i(\bar{g}, t_k, \rho) - P_i^\Phi(t_k)] \phi_{i\Phi}^*(\bar{g}, t_k); \quad \bar{g} \in \Omega; \quad (3.33)$$

$$\lambda_j(0, t) \frac{\partial [\bar{\Phi}_i(0, t)]}{\partial r_j} + K_j(t) [\bar{\Phi}_i(0, t)] = \psi_j^*(t), \quad 0 \leq t \leq t_k; \quad \forall j = \overline{1, N}. \quad (3.34)$$

Очевидно, що для нелінійної задачі (3.26) — (3.28) та зведеної до неї задачі (3.32) — (3.34) лінійну частину прирощення функціоналу (3.5) також, як і для лінійної форми ММ, може бути представлено наступним чином (розглядається просторова постановка задачі)

$$\Delta J(\cdot) = \int_{\Omega} 2[\bar{\Phi}_i(\bar{g}, t, \rho) - P_i^\Phi(t)] \Delta \bar{\Phi}_i(\bar{g}, t) d\bar{g}; \quad \bar{g} = \{r_j, z\} \in \Omega,$$

$$i = \overline{1, k}, \quad j = \overline{1, N}. \quad (3.35)$$

Дане твердження витікає з того, що прирощення  $\Delta J(\cdot)$  в явному вигляді залежить лише від шуканої функції  $\bar{\Phi}_i(r_j, z, t, \rho)$ , а параметри диференційної задачі (3.26) — (3.28) враховуються тільки на етапі її розв'язування (наприклад, за оптимізаційною процедурою). Тобто в вираз (3.35) при визначенні прирощення функціоналу  $\Delta J(\cdot)$  вже підставляється остаточний розв'язок задачі (3.26) — (3.28). Те саме стосується і другого інтегралу у виразі (3.16), який визначає залишкові члени  $O(\|h\|_{L^2}^\Phi)$  (інакше: їх відкидання не вплине на розв'язок задачі ідентифікації).

Таким чином, ітераційний процес для нелінійної задачі (3.26) — (3.28) за аналогією з відповідною процедурою для лінійної задачі (3.1) — (3.3) можна записати так

$$\rho_{g+1}(\bar{\Phi}_i) = \begin{cases} \rho_g(\bar{\Phi}_i) - \alpha_\rho \rho(\bar{\Phi}_i) \phi_{i\Phi}^*, & \rho_{\min} \leq \rho_g(\bar{\Phi}_i) - \alpha_\rho \rho(\bar{\Phi}_i) \phi_{i\Phi}^* \leq \rho_{\max}, \\ \rho_{\min}, & \rho_g(\bar{\Phi}_i) - \alpha_\rho \rho(\bar{\Phi}_i) \phi_{i\Phi}^* < \rho_{\min}, \\ \rho_{\max}, & \rho_g(\bar{\Phi}_i) - \alpha_\rho \rho(\bar{\Phi}_i) \phi_{i\Phi}^* > \rho_{\max}, \end{cases} \quad (3.36)$$

де  $g$  — номер ітерації.

Спроможність та оцінку якісних (кількісних) показників запропонованого методу параметричної ідентифікації ММ розглянуто у розділі 3.4 на прикладі розв'язання тестової задачі для апаратів процесу електро-(термо)знесолення і зневоднення сирової нафти.

### 3.3. Дискретне представлення задачі параметричної ідентифікації математичних моделей процесів первинної переробки сирих вуглеводнів

З метою подальшої обчислювальної реалізації задачі параметричної ідентифікації ММ процесів ППСВ виконаємо кінцевовимірну апроксимацію узагальненої ММ цих апаратів та критерію якості, що описує клас задач, який досліджується.

Детально питання щодо розробки дискретних аналогів узагальненої ММ процесів ППСВ, а також належних початкових та граничних умов розглянуто у розділі 2.3. Скористаємося цими результатами для складання дискретних моделей у відповідній задачі параметричної ідентифікації. При цьому більше уваги приділимо питанням апроксимації критерію якості, оскільки ці питання становлять новий аспект теорії.

**Дискретизація неперервної ММ динаміки.** Для апроксимації неперервних функцій, які залежать від просторових координат, введемо в замкненій області  $\Omega \in \mathfrak{R}^n$  (з метою простоти запису, але не порушуючи

загального характеру розмірковувань, розглянемо плаский випадок  $n = 2$ ) різницеву сітку

$$\bar{\omega}_{\Delta g} = \bar{\omega}_{\Delta r \Delta z} = \{r_j = l \Delta r_j, l = 1, 2, \dots, L_r; z = n \Delta z, n = 1, 2, \dots, L_z\}, \quad j = \overline{1, N}$$

Приймається, що у випадку рівномірних сіток  $\Delta r_j = \Delta z$ .

Для апроксимації неперервних функцій, які залежать від часової координати, введемо одновимірну різницеву сітку

$$\bar{\omega}_{\Delta t} = \{t = m \Delta t, m = 0, 1, 2, \dots, M\}.$$

Як і у випадку побудови дискретного аналога узагальненої ММ процесів ППСВ (розділ 2.3) при запису різницевих рівнянь будемо використовувати верхній індекс — для запису різницевих функцій, що залежать від часового дискретного аргументу, а нижні індекси — для запису різницевих функцій, що залежать від просторових дискретних аргументів.

**Кінцево-різницева апроксимація прямої задачі.** Кінцево-різницеві аналоги системи (3.1) — (3.3) при застосуванні різницевої схеми Кранка-Ніколсона та з урахуванням введених позначень, запишуться наступним чином (знову ж таки, для спрощення запису, не вказано параметричні залежності коефіцієнтів вихідної ММ):

— кінцево-різницевий аналог рівняння динаміки (3.1)

$$\begin{aligned} \frac{\Phi_{(l,n)_i}^{m+1} - \Phi_{(l,n)_i}^m}{\Delta t} &= \frac{A_{(l-1,n)_i}^{m+1}}{2 \Delta r_j^2} (\Phi_{(l-1,n)_i}^{m+1} - \Phi_{(l-1,n)_i}^m) + \frac{A_{(l+1,n)_i}^{m+1}}{2 \Delta r_j^2} (\Phi_{(l+1,n)_i}^{m+1} - \Phi_{(l+1,n)_i}^m) - \\ &- \frac{A_{(l,n)_i}^{m+1}}{2 \Delta r_j^2} (\Phi_{(l,n)_i}^{m+1} - \Phi_{(l,n)_i}^m) + \frac{B_{(l-1,n)_i}^{m+1}}{2 \Delta r_j} (\Phi_{(l-1,n)_i}^{m+1} - \Phi_{(l-1,n)_i}^m) + \\ &+ \frac{B_{(l-1,n)_i}^{m+1}}{2 \Delta z} (\Phi_{(l-1,n)_i}^{m+1} - \Phi_{(l-1,n)_i}^m) + \frac{B_{(l+1,n)_i}^{m+1}}{2 \Delta r_j} (\Phi_{(l+1,n)_i}^{m+1} - \Phi_{(l+1,n)_i}^m) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{B_{(l,n+1)_i}^{m+1}}{2\Delta z} \left( \Phi_{(l,n+1)_i}^{m+1} - \Phi_{(l,n+1)_i}^m \right) - B_{(l,n)_i}^{m+1} \left( \frac{1}{2\Delta r_j} + \frac{1}{2\Delta z} \right) \left( \Phi_{(l,n)_i}^{m+1} - \Phi_{(l,n)_i}^m \right) + \\
& + C_{(l-1,n)_i}^{m+1} \left( \Phi_{(l-1,n)_i}^{m+1} - \Phi_{(l-1,n)_i}^m \right) + C_{(l,n-1)_i}^{m+1} \left( \Phi_{(l,n-1)_i}^{m+1} - \Phi_{(l,n-1)_i}^m \right) + \\
& + C_{(l+1,n)_i}^{m+1} \left( \Phi_{(l+1,n)_i}^{m+1} - \Phi_{(l+1,n)_i}^m \right) + C_{(l,n+1)_i}^{m+1} \left( \Phi_{(l,n+1)_i}^{m+1} - \Phi_{(l,n+1)_i}^m \right) - 4C_{(l,n)_i}^{m+1} \left( \Phi_{(l,n)_i}^{m+1} - \Phi_{(l,n)_i}^m \right) + \\
& + D_{(l,n)_i}^m U_{(l,n)_i}^m + E_{(l,n)_i}^m F_{(l,n)_i}^m, \quad i = 1, 2, \dots, k; j = \overline{1, N}, \quad (3.37)
\end{aligned}$$

— кінцево-різницеві аналоги початкових (3.2) та граничних (3.3)

УМОВ

$$\Phi_{(l,n)_i}^m \Big|_{m=0} = \Phi_{(l,n)_i}^0; \quad m = \overline{0, M}, \quad (3.38)$$

$$\lambda_j^m \frac{\Phi_{(0,n)_i}^m - \Phi_{(1,n)_i}^m}{\Delta r_j} - K_j^m \left[ \Phi_{(0,n)_i}^m - \Phi_{(1,n)_i}^m \right] = \Psi_j^m,$$

$$\lambda_j^m \frac{\Phi_{(L_r+1,n)_i}^m - \Phi_{(L_r,n)_i}^m}{\Delta r_j} - K_j^m \left[ \Phi_{(L_r+1,n)_i}^m - \Phi_{(L_r,n)_i}^m \right] = \Psi_j^m,$$

$$\lambda_j^m \frac{\Phi_{(l,0)_i}^m - \Phi_{(l,1)_i}^m}{\Delta r_j} - K_j^m \left[ \Phi_{(l,0)_i}^m - \Phi_{(l,1)_i}^m \right] = \Psi_j^m,$$

$$\lambda_j^m \frac{\Phi_{(l,L_z+1)_i}^m - \Phi_{(l,L_z)_i}^m}{\Delta r_j} - K_j^m \left[ \Phi_{(l,L_z+1)_i}^m - \Phi_{(l,L_z)_i}^m \right] = \Psi_j^m. \quad (3.39)$$

Сукупність дискретних виразів (3.37) — (3.39) для всіх  $l = \overline{1, L_r}; n = \overline{1, L_z}$  являє собою дискретну ММ прямої задачі при розв'язанні загальної задачі параметричної ідентифікації ММ процесів (апаратів) ППСВ.

**Кінцево-різницева апроксимація зведеної задачі.** Кінцево-різницевий аналог системи (3.17) — (3.19) може бути представлено наступним чином

— кінцево-різницевий аналог рівняння динаміки (3.17)

$$\begin{aligned}
\frac{\phi_{(l,n)_{i\Phi}}^{m+1} - \phi_{(l,n)_{i\Phi}}^m}{\Delta t} &= \frac{A_{(l-1,n)_i}^{m+1}}{2\Delta r_j^2} (\phi_{(l-1,n)_{i\Phi}}^{m+1} - \phi_{(l-1,n)_{i\Phi}}^m) + \frac{A_{(l+1,n)_i}^{m+1}}{2\Delta r_j^2} (\phi_{(l+1,n)_{i\Phi}}^{m+1} - \phi_{(l+1,n)_{i\Phi}}^m) - \\
&\quad - \frac{A_{(l,n)_{i\Phi}}^{m+1}}{2\Delta r_j^2} (\phi_{(l,n)_{i\Phi}}^{m+1} - \phi_{(l,n)_{i\Phi}}^m) + \frac{B_{(l-1,n)_i}^{m+1}}{2\Delta r_j} (\phi_{(l-1,n)_{i\Phi}}^{m+1} - \phi_{(l-1,n)_{i\Phi}}^m) + \\
&\quad + \frac{B_{(l+1,n)_i}^{m+1}}{2\Delta z} (\phi_{(l+1,n)_{i\Phi}}^{m+1} - \phi_{(l+1,n)_{i\Phi}}^m) + \frac{B_{(l,n)_i}^{m+1}}{2\Delta r_j} (\phi_{(l,n)_{i\Phi}}^{m+1} - \phi_{(l,n)_{i\Phi}}^m) + \\
&\quad + \frac{B_{(l,n+1)_i}^{m+1}}{2\Delta z} (\phi_{(l,n+1)_{i\Phi}}^{m+1} - \phi_{(l,n+1)_{i\Phi}}^m) - B_{(l,n)_i}^{m+1} \left( \frac{1}{2\Delta r_j} + \frac{1}{2\Delta z} \right) (\phi_{(l,n)_{i\Phi}}^{m+1} - \phi_{(l,n)_{i\Phi}}^m) + \\
&\quad + C_{(l-1,n)_i}^{m+1} (\phi_{(l-1,n)_{i\Phi}}^{m+1} - \phi_{(l-1,n)_{i\Phi}}^m) + C_{(l,n-1)_i}^{m+1} (\phi_{(l,n-1)_{i\Phi}}^{m+1} - \phi_{(l,n-1)_{i\Phi}}^m) + \\
&\quad + C_{(l+1,n)_i}^{m+1} (\phi_{(l+1,n)_{i\Phi}}^{m+1} - \phi_{(l+1,n)_{i\Phi}}^m) + C_{(l,n+1)_i}^{m+1} (\phi_{(l,n+1)_{i\Phi}}^{m+1} - \phi_{(l,n+1)_{i\Phi}}^m) - 4C_{(l,n)_i}^{m+1} (\phi_{(l,n)_{i\Phi}}^{m+1} - \phi_{(l,n)_{i\Phi}}^m) + \\
&\quad + D_{(l,n)_i}^m U_{(l,n)_i}^m + E_{(l,n)_i}^m F_{(l,n)_i}^m, \quad i = 1, 2, \dots, k; \quad j = \overline{1, N}, \quad (3.40)
\end{aligned}$$

— кінцево-різницеві аналоги початкових (3.18) та граничних (3.19)

УМОВ

$$\phi_{i\Phi}^{*m}(t, \bar{g}) \Big|_{m=M} = 2 \left[ \bar{\Phi}_i(r_j, z, M, \rho) - P_i^\Phi(M) \right] \phi_{i\Phi}^*(\bar{g}, M); \quad m = \overline{0, M}, \quad \bar{g} \in \Omega;$$

(3.41)

$$\begin{aligned}
\lambda_j^m \frac{\phi_{(0,n)_{i\Phi}}^m - \phi_{(1,n)_{i\Phi}}^m}{\Delta r_j} - K_j^m [\phi_{(0,n)_{i\Phi}}^m - \phi_{(1,n)_{i\Phi}}^m] &= \Psi_j^m, \\
\lambda_j^m \frac{\phi_{(L_r+1,n)_{i\Phi}}^m - \phi_{(L_r,n)_{i\Phi}}^m}{\Delta r_j} - K_j^m [\phi_{(L_r+1,n)_{i\Phi}}^m - \phi_{(L_r,n)_{i\Phi}}^m] &= \Psi_j^m, \\
\lambda_j^m \frac{\phi_{(l,0)_{i\Phi}}^m - \phi_{(l,1)_{i\Phi}}^m}{\Delta r_j} - K_j^m [\phi_{(l,0)_{i\Phi}}^m - \phi_{(l,1)_{i\Phi}}^m] &= \Psi_j^m, \\
\lambda_j^m \frac{\phi_{(l,L_z+1)_{i\Phi}}^m - \phi_{(l,L_z)_{i\Phi}}^m}{\Delta r_j} - K_j^m [\phi_{(l,L_z+1)_{i\Phi}}^m - \phi_{(l,L_z)_{i\Phi}}^m] &= \Psi_j^m. \quad (3.42)
\end{aligned}$$

Сукупність дискретних виразів (3.40) — (3.42) для всіх  $l = \overline{1, L_r}; n = \overline{1, L_z}$  являє собою дискретну ММ зведеної задачі при розв'язанні загальної задачі параметричної ідентифікації ММ процесів ППСВ.

**Дискретизація критерію якості.** Виконаємо кінцево-різницеву апроксимацію критерію якості (оптимальності) (3.11) в формі функціоналу (3.5), який визначає розв'язання задачі параметричної ідентифікації ММ процесів ППСВ. Поширимо результати, отримані в роботі [86], на процеси ППСВ. В такому випадку, в якості наближеного значення функціоналу  $J[\rho(r_j, z)]$  (як і раніше, для конкретності викладок, розглядається параметр — густина) отримуємо наступну величину

$$J_{l,n}^m[\rho_{l,n}] = \Delta r_j \left[ \left( \Phi'_{l-1,n}{}^m - P_{l-1,n}^{\Phi^m} \right)^2 + \left( \Phi'_{l+1,n}{}^m - P_{l+1,n}^{\Phi^m} \right)^2 \right] + \Delta z \left[ \left( \Phi'_{l,n-1}{}^m - P_{l,n-1}^{\Phi^m} \right)^2 + \right. \\ \left. + \left( \Phi'_{l,n+1}{}^m - P_{l,n+1}^{\Phi^m} \right)^2 \right], \quad m = \overline{0, M}, \quad l = \overline{1, L_r}; n = \overline{1, L_z}; \quad j = \overline{1, N}. \quad (3.43)$$

Для граничних точок значення функцій, що входять до (3.43), приймуть вигляд

$$\Phi'_{0,n} = \frac{1}{\Delta r_j} (\Phi'_{0,n}{}^m - \Phi'_{1,r}{}^m), \quad \Phi'_{L_r+1,z_2} = \frac{1}{\Delta r_j} (\Phi'_{L_r+1,n}{}^m - \Phi'_{L_r,n}{}^m), \\ \Phi'_{l,0} = \frac{1}{\Delta z} (\Phi'_{l,0}{}^m - \Phi'_{l,1}{}^m), \quad \Phi'_{l,L_z+1} = \frac{1}{\Delta z} (\Phi'_{l,L_z+1}{}^m - \Phi'_{l,L_z}{}^m); \quad \forall j = \overline{1, N}. \quad (3.44)$$

Різницевим аналогом градієнта функціоналу  $J[\rho(r_j, z)]$  для (3.24) буде вираз

$$J'_{l,n}{}^m[\rho_{l,n}] = \frac{1}{\Delta r_j} \left[ \rho_{(l-1,n)}^{m-1} \phi_{(l-1,n)}^{*m} + \rho_{(l+1,n)}^{m-1} \phi_{(l+1,n)}^{*m} \right] + \frac{1}{\Delta z} \left[ \rho_{(l,n-1)}^{m-1} \phi_{(l,n-1)}^{*m} + \right. \\ \left. + \frac{1}{\Delta z} \left[ \rho_{(l,n-1)}^{m-1} \phi_{(l,n-1)}^{*m} + \rho_{(l,n+1)}^{m-1} \phi_{(l,n+1)}^{*m} \right] - \right.$$



$$-\frac{1}{\Delta r_j + \Delta z} \left[ \rho_{(l,n)}^{m-1} \phi_{(l,n)_{i\Phi}}^{*m} \right], \quad m = \overline{0, M}, \quad l = \overline{1, L_r}; \quad n = \overline{1, L_z}; \quad j = \overline{1, N}. \quad (3.45)$$

Різницеві рівняння (3.45) доповнюються до системи дискретними аналогами початкових та граничних умов

$$\begin{aligned} \phi_{(l,n)_{i\Phi}}^{*m} \Big|_{m=M} &= \phi_{(l,n)_{i\Phi}}^{*M}, \\ \phi_{(0,z)_{i\Phi}}^* &= \frac{1}{\Delta r_j} \left[ \phi_{(0,n)_{i\Phi}}^{*m} - \phi_{(1,r)_{i\Phi}}^{*m} \right], \quad \phi_{(L_r+1,n)_{i\Phi}}^* = \frac{1}{\Delta r_j} \left[ \phi_{(L_r+1,n)_{i\Phi}}^{*m} - \phi_{(L_r,n)_{i\Phi}}^{*m} \right], \\ \phi_{(l,0)_{i\Phi}}^* &= \frac{1}{\Delta z} \left[ \phi_{(l,0)_{i\Phi}}^{*m} - \phi_{(l,1)_{i\Phi}}^{*m} \right], \\ \phi_{(l,L_z+1)_{i\Phi}}^* &= \frac{1}{\Delta z} \left[ \phi_{(l,L_z+1)_{i\Phi}}^{*m} - \phi_{(l,L_z)_{i\Phi}}^{*m} \right]; \quad j = \overline{1, N}. \end{aligned} \quad (3.46)$$

Метод проекції градієнта, який задається у вигляді системи (3.25), в різницевій формі запишеться наступним чином

$$\rho_{(\mathcal{G}+1)_{l,n}}^m = \begin{cases} \rho_{\mathcal{G}_{l,n}}^m - \alpha_{\rho_{l,n}}^m J'_{l,n}{}^m, & \rho_{\min} \leq \rho_{\mathcal{G}_{l,n}}^m - \alpha_{\rho_{l,n}}^m J'_{l,n}{}^m \leq \rho_{\max}, \\ \rho_{\min}, & \rho_{\mathcal{G}_{l,n}}^m - \alpha_{\rho_{l,n}}^m J'_{l,n}{}^m < \rho_{\min}, \\ \rho_{\max}, & \rho_{\mathcal{G}_{l,n}}^m - \alpha_{\rho_{l,n}}^m J'_{l,n}{}^m > \rho_{\max}, \end{cases} \quad (3.47)$$

де  $\mathcal{G}$  — номер ітерації,  $J'_{l,n}{}^m = J'_{l,n}{}^m[\rho_{l,n}]$  — дискретний аналог градієнта функціонала  $J(\rho)$ , який визначається у відповідності до виразу (3.45).

Таким чином, стосовно задачі (3.1) — (3.3), (3.34), яка розглядається у просторі  $L^2(t, \Omega)$ , для кожних цілих  $M \geq 0; L_r, L_z \geq 1$  та розбитті  $\left\{ t = m \Delta t, m = \overline{0, M}; r_j = l \Delta r_j, l = \overline{1, L_r}; z = n \Delta z, n = \overline{1, L_z} \right\}$  відповідає дискретна задача *оптимального управління* (3.37) — (3.39), (3.43), (3.44) (з відповідною зведеною задачею виду (3.40) — (3.42)), яка розглядається у просторі  $L_{L_r, L_z}^{2M}$ . При цьому, у відповідності із запропонованим у розділі 3.2 підходом до мінімізації функціонала, може бути отримано наближене значення  $J_{L_r, L_z}^M + \varepsilon_{L_r, L_z}^M$  нижньої грані функціонала (3.11) таке, що

$$J_{l,n}^M \leq J_{l,n}^M[\rho_{l,n}]^{M\varepsilon} \leq J_{(L_r, L_z)_{l,n}}^M + \varepsilon_{l,n}^M, \quad l = \overline{1, L_r}; \quad n = \overline{1, L_z}, \quad (3.48)$$

де  $\{\varepsilon_{l,n}^M\}$  — додатна послідовність, яка збігається до нуля.

Дослідимо питання збіжності послідовності  $\{J_{l,n}^M\}$  до нижньої грані функціонала  $J[\rho]$  (тобто, чи виконується умова (3.11) на сітці  $\{t = m \Delta t, m = \overline{0, M}; r_j = l \Delta r_j, l = \overline{1, L_r}; z = n \Delta z, n = \overline{1, L_z}\}$ ). Розглянемо загальний випадок, який визначає нелінійне представлення функції густини, а саме:  $\rho = \rho[\Phi_i(\bar{g}, t)]; i = \overline{1, k}, \bar{g} = \{r_j, z\} \in \Omega, j = \overline{1, N}$ . В такому разі можна говорити щодо приналежності цієї функції функціональному простору  $L^2(t, \Omega)$ .

Нехай  $\{\rho_{l,n}^m\}$  — послідовність, яка визначає дискретний аналог функції  $\rho = \rho[\Phi_i(\bar{g}, t)]; i = \overline{1, k}, \bar{g} = \{r_j, z\} \in \Omega, j = \overline{1, N}$ . Якщо уявити, що послідовність  $\{\rho_{l,n}^m\}$  слабо збігається до  $\rho = \rho[\Phi_i(\bar{g}, t)]; i = \overline{1, k}, \bar{g} = \{r_j, z\} \in \Omega, j = \overline{1, N}$ , то очевидне наступне співвідношення

$$\lim_{\substack{\Delta r_i \rightarrow 0 \\ \Delta z \rightarrow 0}} \sup_{m \in [0, M]} |\rho_{l,n}^m - \rho[\Phi_i(\bar{g}, t)]| = 0, \quad i = \overline{1, k}, \quad \bar{g} = \{r_j, z\} \in \Omega, j = \overline{1, N}$$

(3.49)

тобто вказана збіжність — рівномірна.

Уявимо, що у співвідношенні (3.49)  $\{\rho_{l,n}^m\}$  не збігається до  $\rho = \rho[\Phi_i(\bar{g}, t)], i = \overline{1, k}, \bar{g} = \{r_j, z\} \in \Omega, j = \overline{1, N}$  на сітці  $\{t = m \Delta t, m = \overline{0, M}; r_j = l \Delta r_j, l = \overline{1, L_r}; z = n \Delta z, n = \overline{1, L_z}\}$ . Це означає, що існує число  $\varepsilon_0 \geq 0$  таке, що для будь-якого номера  $w \geq 1$  віднайдеться номер  $w \neq m$  (тут  $m$  означає верхній індекс у дискретних функцій) та точка  $t_w \in [0, t_k]$ , для яких  $|\rho_{l,n}^w - \rho_{l,n}^m| \geq \varepsilon_0$ . Зазначимо також, що послідовність  $\{\rho_{l,n}^m\}$ , яка слабо збігається, обмежена по нормі простору

$L^2(t, \Omega)$ , тобто  $\sup_{w \geq 1} \|\rho_{l,n}^w\| \leq R < \infty$ . Тоді можна стверджувати, що  $\{\rho_{l,n}^m\}$  рівномірно обмежена на відрізку  $t \in [0, t_k]$ . Ґрунтуючись на результатах роботи [55] можна стверджувати, що з  $\{\rho_{l,n}^m\}$  припустимо вибрати послідовність, яка рівномірно на відрізку  $t \in [0, t_k]$  збігається до  $\rho = \rho[\Phi_i(\bar{g}, t)]$ ,  $i = \overline{1, k}$ ,  $\bar{g} = \{r_j, z\} \in \Omega$ ,  $j = \overline{1, N}$ . Це означає, що для будь-якого  $\varepsilon > 0$ , зокрема, для  $\varepsilon - \varepsilon_0$  знайдеться номер  $w_0$  такий, що  $|\rho_{l,n}^{w_0} - \rho[\Phi_i(\bar{g}, t)]| < \varepsilon_0$ ,  $i = \overline{1, k}$ ,  $\bar{g} = \{r_j, z\} \in \Omega$ ,  $j = \overline{1, N}$  для всіх  $w \geq w_0$  та всіх  $t \in [0, t_k]$ . В той самий час, за визначенням послідовності  $\{\rho_{l,n}^w\}$ , маємо  $|\rho_{l,n}^w - \rho[\Phi_i(\bar{g}, t)]| < \varepsilon_0$ ,  $i = \overline{1, k}$ ,  $\bar{g} = \{r_j, z\} \in \Omega$ ,  $j = \overline{1, N}$ , що суперечить викладеним вище міркуванням. Таким чином, можна стверджувати, що рівність (3.49) справедлива. Тобто, в загальному випадку, для сітки  $\{t = m \Delta t, m = \overline{0, M}; r_j = l \Delta r_j, l = \overline{1, L_r}; z = n \Delta z, n = \overline{1, L_z}\}$  виконується умова (3.47), що й необхідно було довести.

В підсумку *узагальнений алгоритм* чисельного розв'язування задачі параметричної ідентифікації ММ процесів (апаратів) ППСВ виглядає наступним чином:

1. Незалежній змінній за часом та параметру-функції, що ідентифікується (наприклад, як у випадку, що розглядається, густини —  $\rho(\bar{g})$ ) привласнюються початкові значення, а незалежним просторовим змінним привласнюються значення координат — у відповідності до сітки дискретизації по просторовій області  $\Omega$ , тобто:  $t_\eta = t(0)$ ;  $\{\bar{g}_{l,n}\} \in \Omega$ ;  $\rho_\eta(\bar{g}_{l,n}) = \rho_0(\bar{g}_{l,n})$ , де  $\eta$  — номер (індекс) алгоритмічного циклу.

2. Для заданих величин  $t_\eta, \rho_\eta(\bar{g}_{l,n})$  визначається сукупність  $\{\bar{\Phi}_{\eta_i}(\bar{g}_{l,n}, t)\}$  як розв'язок прямої задачі (співвідношення (3.37) — (3.39)) при  $t_\eta = [0, t_k]$ .

3. На підставі отриманої сукупності  $\{\bar{\Phi}_{\eta_i}(\bar{g}_{l,n}, t)\}$  визначається зведена функція  $\phi_{\eta_{i\Phi}}^*(\bar{g}_{l,n}, t)$  як розв'язок зведеної задачі (співвідношення (3.40) — (3.42)) при  $t_\eta = [0, t_k]$ .

4. Для отриманих полів функцій  $\{\bar{\Phi}_{\eta_i}(\bar{g}_{l,n}, t)\}$  та  $\phi_{\eta_{i\Phi}}^*(\bar{g}_{l,n}, t)$  визначаються:

— градієнт функціонала  $J'_{l,n}{}^m[\rho_{l,n}]$ , що обчислюється за виразом (3.24) (з використанням дискретного співвідношення (3.45));

— критерій якості, що задається функціоналом  $J'[\rho]$  у виразі (3.11) (з використанням дискретного співвідношення (3.43)).

5. На підставі методу проєкції градієнта у відповідності до виразу (3.47) визначаються нові оцінки параметра густини  $\rho_{(\eta+1)_{l,n}} = \rho_{(g+1)_{l,n}}$ .

6. Перевіряється умова

$$\left| \rho_{\eta_{l,n}} - \rho_{(\eta+1)_{l,n}} \right| \leq \left| \varepsilon_{\rho_{l,n}} \right|, \quad l = \overline{1, L_r}; \quad n = \overline{1, L_z},$$

де  $\varepsilon_{\rho_{l,n}}$  — наперед задана похибка обчислення параметру, що ідентифікується (в даному випадку — густини). Якщо умова виконується, то робота алгоритму припиняється і, в якості обчисленого параметру, що ідентифікується (густини) приймається поле значень  $\rho_{(\eta+1)_{l,n}}$ . В іншому випадку виконується перепривласнення значення  $\rho_{\eta_{l,n}} = \rho_{(\eta+1)_{l,n}}$  та перехід до п. 2.

Необхідно зазначити, що обчислювальні процедури, які запропоновано у розділах 3.2 та 3.3, у значній мірі уніфіковано з обчислювальними процедурами, запропонованими у розділі 2.3. Дана

обставина полегшує можливість спільного використання вказаних обчислювальних процедур у складі програмного комплексу для розв'язування задач дослідження процесів ППСВ.

Питання, пов'язані з чисельним дослідженням задачі параметричної ідентифікації ММ процесів ППСВ (на прикладі змішувача у процесі електро-(термо)знесолення і зневоднення сирової нафти) розглянуто нижче.

### 3.4. Чисельне дослідження задачі параметричної ідентифікації математичних моделей процесів первинної переробки сирих вуглеводнів

Типовим прикладом апаратів процесів первинної переробки сирих вуглеводнів, ММ яких характеризуються суттєвою параметричною залежністю, є апарати об'ємного теплообміну (наприклад, змішувачі, представлені ММ у вигляді (2.5) — (2.8)). Виконаємо розв'язок тестової задачі ідентифікації ММ апаратів об'ємного теплообміну за параметром густини, що описуються у рамках узагальненої ММ виду (3.1) — (3.3), із використанням запропонованого у розділі 3.2 методу.

Задачу параметричної ідентифікації ММ було розв'язано для просторової області  $\Omega$ , яка геометрично являла собою осьовий перетин змішувача (рис. 2.1). При дискретизації області  $\Omega$  (для простоти розрахункової схеми) було зроблено припущення, що вона є прямокутною (тобто знехтувано закругленнями на торцях змішувача), розмірністю  $L_r \times L_z$ . Було прийнято, що вхідний потік попередньо нагрітої сирової нафти має температуру  $T_{\text{тн}} = T_{\text{тн}}(t)$  та фіксовану витрату  $F_{\text{тн}} = \text{const}$ . Вхідний потік промивної води характеризується температурою  $T_{\text{пв}} = T_{\text{пв}}(t)$  та регульованою (змінною) витратою  $F_{\text{пв}} = F_{\text{пв}}(t)$ . За збудження було прийнято вихідний потік водо-нафтової емульсії із змішувача, який, в свою чергу, характеризується температурою  $T_e = T_e(0, z_{\text{max}}, t)$  — що відповідає граничним умовам — та регульованою витратою  $F_e = F_e(t)$ . Інші вихідні дані наведено у табл. 3.1.

Розв'язуванню задачі ідентифікації ММ змішувача передувало розв'язування задачі моделювання змішувача, метою якої було відшукування розподіленої функції температур  $T_e = T_e(r, z, t)$  водо-нафтової емульсії в порожнині змішувача. Цю функцію було використано при визначенні істинного (реального) поля параметру густини  $\rho_p = \rho_p[T_e(r, z, t)]$ , обчисленого за допомогою формули Д. І. Менделєєва (табл. І.2).

Таблиця 3.1

## ВИХІДНІ ДАНІ ЗАДАЧІ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ

| № з/п | Найменування параметру   | Позначення  | Одиниця вимір-ня    | Числове значення |
|-------|--|---|---------------------|------------------|
| 1.    | Розміри змішувача (в осьовому перетині)  | $r_{\max} \times z_{\max}$                              | м x м               | 4 x 10           |
| 2.    | Крок дискретизації за просторовими координатами  | $\Delta r; \Delta z$                                    | м; м                | 0,5; 0,5         |
| 3.    | Розмірність сітки просторових координат  | $L_r, L_z$  | -                   | 8, 20            |
| 4.    | Загальний час спостереження  | $t_k$   | години              | 24               |
| 5.    | Крок дискретизації за часовою координатою  | $\Delta t$  | години              | 1,0              |
| 6.    | Початкові значення витрат потоків:<br>— нагрітої нафти<br>— промивної води<br>— водо-нафтової емульсії             | $F_{\text{тн}0}$<br>$F_{\text{пв}0}$<br>$F_{\text{е}0}$ | м <sup>3</sup> /год | 120<br>30<br>150 |
| 7.    | Початкові значення температур:<br>— нагрітої нафти<br>— промивної води<br>— водо-нафтової емульсії                 | $T_{\text{тн}0}$<br>$T_{\text{пв}0}$<br>$T_{\text{е}0}$ | °C                  | 95<br>60<br>70   |
| 8.    | Початкове значення висоти шару водо-нафтової емульсії  | $h_0$   | м                   | 2,0              |
| 9.    | Початкове значення густини: однакове у всій області моделювання $\Omega$ (табличне значення при температурі 20 °C) | $\rho_{40}^{20}$  | кг/м <sup>3</sup>   | 885              |

|     |                        |                    |   |   |
|-----|------------------------|--------------------|---|---|
| 10. | Точність ідентифікації | $\varepsilon_\rho$ | % | 5 |
|-----|------------------------|--------------------|---|---|

Послідовність розв'язування задачі ідентифікації ММ апарату об'ємного теплообміну — змішувача — за параметром густини  $\rho = \rho(r, z)$  (або  $\rho = \rho(T_e)$  — для нелінійної постановки задачі), у відповідності до запропонованого у розділі 3.3 алгоритму, виглядає наступним чином:

— для прийнятих істинних (реальних) значень густини  $\rho_p$  (значення відповідно до табл. I.2); початкових значень витрат потоків  $F_{тн0}, F_{пв0}, F_{e0}$  та температур  $T_{тн0}, T_{пв0}, T_{e0}$  (табл. 3.1); загального часу моделювання  $t_k$  (табл. 3.1), а також параметрів сітки дискретизації  $L_r, L_z$  (табл. 3.1) істинні (реальні) поля висот шару емульсії  $h(r, z)$  та температури  $T_e = T_e(r, z, t)$  визначаються на основі дискретної ММ (3.37) — (3.39) в ході розв'язання задачі моделювання. Значення розподіленої функції температур емульсії  $T_e = T_e(r, z, t)$  (табл. 3.2) приймаються в якості результатів вимірювання температур  $P^{T_e}(t) \in L^2(t, \Omega), \forall t \in (0, t_k)$ ;

— для прийнятих початкових значень параметру густини  $\rho_0 = \rho_0(r, z)$  (або  $\rho_0 = \rho_0(T_e)$ ) за результатами розв'язання прямої (співвідношення (3.37) — (3.39), розв'язані для шуканої функції температури водо-нафтової емульсії  $T_e = T_e(r, z, t)$ ) та зведеної (співвідношення (3.40) — (3.42)) задач, у відповідності до процедури методу проекції градієнта (співвідношення (3.43) — (3.47)), виконується ідентифікація параметру густини для ММ апарату об'ємного теплообміну (змішувача). При цьому отримуються оцінки  $\rho_{i+1}(r, z)$  поля параметру, що ідентифікується;

— отримані оцінки  $\rho_{i+1}(r, z)$  поля параметру, що ідентифікується, порівнюються з істинними (реальними) значеннями поля параметру густини  $\rho_p = \rho_p[T_e(r, z, t)]$ . Далі визначаються похибки обчислень  $i$ , якщо





|           |      |        |        |           |      |        |        |
|-----------|------|--------|--------|-----------|------|--------|--------|
| <b>1</b>  |      |        |        |           |      |        |        |
| <b>2</b>  | 87,3 | 856,16 | 859,74 | <b>36</b> | —    | —      | —      |
| <b>3</b>  | 89,2 | 853,07 | 855,46 | <b>37</b> | 76,6 | 866,48 | 869,35 |
| <b>4</b>  | 89,3 | 853,08 | 855,51 | <b>38</b> | 65,7 | 878,82 | 881,27 |
| <b>5</b>  | 85,1 | 858,22 | 861,37 | <b>39</b> | 62,5 | 881,54 | 882,49 |
| <b>6</b>  | 95,0 | 847,92 | 851,46 | <b>40</b> | 61,7 | 881,47 | 883,31 |
| <b>7</b>  | 93,7 | 849,98 | 852,12 | <b>41</b> | —    | —      | —      |
| <b>8</b>  | 90,4 | 853,05 | 856,24 | <b>42</b> | —    | —      | —      |
| <b>9</b>  | 85,3 | 858,19 | 856,47 | <b>43</b> | —    | —      | —      |
| <b>10</b> | 79,2 | 864,37 | 869,52 | <b>44</b> | —    | —      | —      |
| <b>11</b> | —    | —      | —      | <b>45</b> | 72,3 | 871,64 | 875,52 |
| <b>12</b> | —    | —      | —      | <b>46</b> | 66,9 | 876,75 | 879,37 |
| <b>13</b> | —    | —      | —      | <b>47</b> | 63,1 | 880,88 | 884,64 |
| <b>14</b> | 93,6 | 849,87 | 850,61 | <b>48</b> | 64,1 | 879,84 | 881,28 |
| <b>15</b> | 86,5 | 857,14 | 861,14 | <b>49</b> | —    | —      | —      |
| <b>16</b> | 81,1 | 862,41 | 866,37 | <b>50</b> | —    | —      | —      |
| <b>17</b> | 72,1 | 871,67 | 875,19 | <b>51</b> | —    | —      | —      |
| <b>18</b> | —    | —      | —      | <b>52</b> | —    | —      | —      |
| <b>19</b> | —    | —      | —      | <b>53</b> | 71,4 | 872,58 | 876,12 |
| <b>20</b> | —    | —      | —      | <b>54</b> | 65,9 | 877,79 | 883,41 |
| <b>21</b> | —    | —      | —      | <b>55</b> | 66,2 | 877,65 | 882,87 |
| <b>22</b> | 87,2 | 856,16 | 857,39 | <b>56</b> | 67,3 | 876,71 | 882,18 |
| <b>23</b> | 79,2 | 864,37 | 865,41 | <b>57</b> | —    | —      | —      |
| <b>24</b> | 73,1 | 870,53 | 871,85 | <b>58</b> | —    | —      | —      |
| <b>25</b> | 64,8 | 878,81 | 879,93 | <b>59</b> | —    | —      | —      |
| <b>26</b> | —    | —      | —      | <b>60</b> | —    | —      | —      |
| <b>27</b> | —    | —      | —      | <b>61</b> | 70,8 | 872,68 | 874,68 |
| <b>28</b> | —    | —      | —      | <b>62</b> | 66,7 | 876,83 | 879,15 |
| <b>29</b> | —    | —      | —      | <b>63</b> | 69,2 | 874,64 | 877,47 |
| <b>30</b> | 82,4 | 861,30 | 862,18 | <b>64</b> | 69,5 | 874,27 | 876,93 |
| <b>31</b> | 74,8 | 868,51 | 869,27 | <b>65</b> | —    | —      | —      |
| <b>32</b> | 64,3 | 879,83 | 880,53 | <b>66</b> | —    | —      | —      |
| <b>33</b> | 60,0 | 883,97 | 885,02 | <b>67</b> | —    | —      | —      |
| <b>34</b> | —    | —      | —      | <b>68</b> | —    | —      | —      |
| <b>35</b> | —    | —      | —      | <b>69</b> | 70,5 | 873,08 | 874,58 |
|           | —    | —      | —      | <b>70</b> | 69,7 | 874,35 | 875,14 |

Таблиця 3.2 (продовження)

|   |   |   |   |   |   |   |    |
|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 1 | 2 | 4 | 5 | 6 | 7 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|----|

|     |      |        |        |     |      |        |        |
|-----|------|--------|--------|-----|------|--------|--------|
| 71  | 70,0 | 873,67 | 873,92 | 116 | 61,1 | 882,92 | 884,83 |
| 72  | —    | —      | —      | 117 | —    | —      | —      |
| 73  | —    | —      | —      | 118 | —    | —      | —      |
| 74  | —    | —      | —      | 119 | —    | —      | —      |
| 75  | —    | —      | —      | 120 | —    | —      | —      |
| 76  | 70,5 | 873,11 | 873,73 | 121 | 72,3 | 871,63 | 876,12 |
| 77  | —    | —      | —      | 122 | 67,1 | 876,74 | 880,48 |
| 78  | —    | —      | —      | 123 | 62,8 | 880,96 | 883,63 |
| 79  | —    | —      | —      | 124 | 62,4 | 881,07 | 886,85 |
| 80  | —    | —      | —      | 125 | —    | —      | —      |
| 81  | 89,3 | 864,17 | 866,46 | 126 | —    | —      | —      |
| 82  | 86,4 | 856,83 | 858,37 | 127 | —    | —      | —      |
| 83  | 95,0 | 847,92 | 848,25 | 128 | —    | —      | —      |
| 84  | 90,6 | 852,74 | 853,62 | 129 | 71,8 | 871,78 | 874,71 |
| 85  | 88,7 | 855,81 | 857,49 | 130 | 66,2 | 877,81 | 881,28 |
| 86  | 82,8 | 861,87 | 864,17 | 131 | 64,7 | 878,33 | 882,54 |
| 87  | —    | —      | —      | 132 | 65,8 | 878,17 | 883,37 |
| 88  | —    | —      | —      | 133 | —    | —      | —      |
| 89  | 94,9 | 847,93 | 850,22 | 134 | —    | —      | —      |
| 90  | 88,7 | 854,02 | 859,16 | 135 | —    | —      | —      |
| 91  | 83,6 | 860,79 | 863,58 | 136 | —    | —      | —      |
| 92  | 75,8 | 867,14 | 870,71 | 137 | 71,2 | 872,56 | 875,94 |
| 93  | —    | —      | —      | 138 | 66,3 | 877,29 | 881,31 |
| 94  | —    | —      | —      | 139 | 67,9 | 875,75 | 879,47 |
| 95  | —    | —      | —      | 140 | 68,8 | 874,82 | 878,33 |
| 96  | —    | —      | —      | 141 | —    | —      | —      |
| 97  | 88,4 | 854,83 | 856,38 | 142 | —    | —      | —      |
| 98  | 85,9 | 857,19 | 861,43 | 143 | —    | —      | —      |
| 99  | 76,3 | 867,35 | 871,62 | 144 | —    | —      | —      |
| 100 | 68,5 | 875,24 | 878,59 | 145 | 70,6 | 873,94 | 876,17 |
| 101 | —    | —      | —      | 146 | 68,5 | 874,92 | 876,52 |
| 102 | —    | —      | —      | 147 | 69,8 | 873,87 | 876,04 |
| 103 | —    | —      | —      | 148 | 70,2 | 873,49 | 875,69 |
| 104 | —    | —      | —      | 149 | —    | —      | —      |
| 105 | 85,3 | 858,15 | 862,93 | 150 | —    | —      | —      |
| 106 | 78,3 | 865,18 | 870,48 | 151 | —    | —      | —      |
| 107 | 68,5 | 875,26 | 876,81 | 152 | —    | —      | —      |
| 108 | 61,2 | 882,71 | 883,74 | 153 | 70,5 | 872,17 | 874,26 |
| 109 | —    | —      | —      | 154 | 70,3 | 872,28 | 874,57 |
| 110 | —    | —      | —      | 155 | —    | —      | —      |
| 111 | —    | —      | —      | 156 | —    | —      | —      |
| 112 | —    | —      | —      | 157 | —    | —      | —      |
| 113 | 80,4 | 862,86 | 865,91 | 158 | —    | —      | —      |
| 114 | 68,7 | 874,59 | 876,05 | 159 | —    | —      | —      |
| 115 | 62,6 | 881,31 | 882,73 | 160 | —    | —      | —      |

*Примітка: Вузли, в яких відсутні числові значення, знаходяться над поверхнею водо-нафтової емульсії.*

параметрів, що ідентифікується) досягається в зонах вузлів сітки дискретизації, які розташовані у безпосередній близькості до місць прикладення вхідних  $F_{\text{тн}}$ ,  $F_{\text{пв}}$  та збуджуючого  $F_e$  потоків.

Це зумовлено впливом витрат відповідних потоків ( $F_{\text{тн}}(t)$ ,  $F_{\text{пв}}(t)$ ,  $F_e(t)$ ) та граничних умов (зокрема, температур  $T_{\text{тн}}(r, 0, t)$ ,  $T_{\text{пв}}(r_{\text{max}}, z/2, t)$ ,  $T_e(r, z_{\text{max}}, t)$ ) на результати вимірювань. При цьому найменше значення похибки, що не перевищує 0,7%, досягнуто з торців змішувача та у його серединному перетині. На відміну від вказаного, на поверхні шару емульсії ( $h(r, z) \rightarrow h_{\text{max}}$ ), тобто в зоні, де відсутні джерела та значним є вплив граничної зони фаз «рідина» — «газ», похибка досягає значно більших значень (до 3%).

## ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 3

1. Виконано формалізацію задачі параметричної ідентифікації ММ процесів ППСВ в термінах задачі оптимального управління. Обрано та обґрунтовано критерій якості даної задачі оптимального управління.

2. Виконано якісне дослідження задачі параметричної ідентифікації ММ процесів ППСВ, сформульованої як задачу оптимального управління, в результаті якого доведено теорему про існування та єдність розв'язку, а також теорему про диференційованість прийнятого критерію якості.

3. Запропоновано підхід до розв'язання задачі параметричної ідентифікації ММ процесів ППСВ, представленої як задачу оптимального управління. Підхід ґрунтується на процедурі методу проекції градієнта. Доведено можливість застосування запропонованого підходу до розв'язання задач у випадках, коли параметр, який ідентифікується, являє собою функцію просторових координат (лінійна задача) або шуканої розподіленої функції простору стану (нелінійна задача).

4. Спроможність запропонованого підходу до розв'язання задачі параметричної ідентифікації ММ процесів ППСВ перевірено її чисельним дослідженням, яке показало швидку збіжність розв'язку при розв'язанні прикладних задач.

#### 4. КОМП'ЮТЕРНІ ЗАСОБИ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ ПРИ РОЗВ'ЯЗАННІ ЗАДАЧ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ІДЕНТИФІКАЦІЇ ПРОЦЕСІВ ПЕРВИННОЇ ПЕРЕРОБКИ СИРИХ ВУГЛЕВОДНІВ

В цьому розділі розглянемо питання, пов'язані з розробкою комп'ютерних засобів розв'язання задач моделювання та ідентифікації процесів первинної переробки сирих вуглеводнів. Використовуючи їх як інструментальну базу, розглянемо приклади застосування запропонованих підходів до моделювання та ідентифікації зазначених процесів в умовах реальних промислових виробництв.

##### 4.1. Структурна організація обчислювальних процедур в програмному комплексі

Програмні засоби моделювання та ідентифікації процесів первинної переробки сирих вуглеводнів являють собою користувацькі додатки (Додаток К), створені на платформі проблемно-орієнтованого пакету Matlab [128 — 132].

Основними відмінними рисами, які визначили застосування платформи Matlab при створенні програмного комплексу для розв'язання задач моделювання та ідентифікації процесів первинної переробки сирих вуглеводнів, виявилися:

— модульна структура пакету, яка дозволяє нарощувати його потужність шляхом включення нових програмних модулів, в тому числі програм користувача;

— внутрішня мова пакету дозволяє здійснювати операції у векторно-матричній формі;

— можливість викликати підпрограми, написані на мовах C, C<sup>+</sup> та FORTRAN, як вбудовані функції Matlab;

— інтегровані програмні модулі, призначені для розв’язування широкого кола задач, зокрема, аналіз систем автоматичного управління, імітаційне моделювання та макетування, ідентифікація, обробка та аналіз зображень, тощо;

— розробка додатків, включаючи графічний інтерфейс користувача.

Крім перерахованих переваг платформи Matlab, при створенні комплексу програмних засобів було враховано основні вимоги, які пред’являються на поточний час до програмного забезпечення для моделювання та ідентифікації, а саме: *ефективність* — процесорний час моделювання, число ітерацій та точність результатів; а також *надійність* — здатність успішно розв’язувати поставлені задачі, достовірність отриманих результатів, здатність обробки (аналізу та виправлення) помилкових ситуацій.

З урахуванням викладених вимог було організовано програмний комплекс інструментальних засобів моделювання та ідентифікації процесів ППСВ, структуру організації обчислювальних процедур в якому представлено на рис. 4.1.

Послідовність розв’язування задач моделювання та ідентифікації при застосуванні комплексу програмних засобів поділяється на етапи, сутність та основний зміст яких, розглянуто нижче.

**Завдання рівняння динаміки процесу (апарата).** При завданні рівняння динаміки певного процесу (апарату) ППСВ за основу береться узагальнена ММ виду (2.16) — (2.19) в частині рівняння у часткових похідних (2.16). На підставі останнього, шляхом визначення коефіцієнтів, дифузійних та динамічних членів (тобто відповідних часткових похідних), формується вид конкретного рівняння динаміки, яке відповідає певному процесу (наприклад, дегідратції, чи ректифікації) або відповідному апарату (зокрема, термо-, електродегідратори, ректифікаційні колони попереднього відбензинювання).

Завдання виду рівняння динаміки здійснюється в режимі **Type equation** для двох альтернативних варіантів: **One equation** або **System differential equations**.

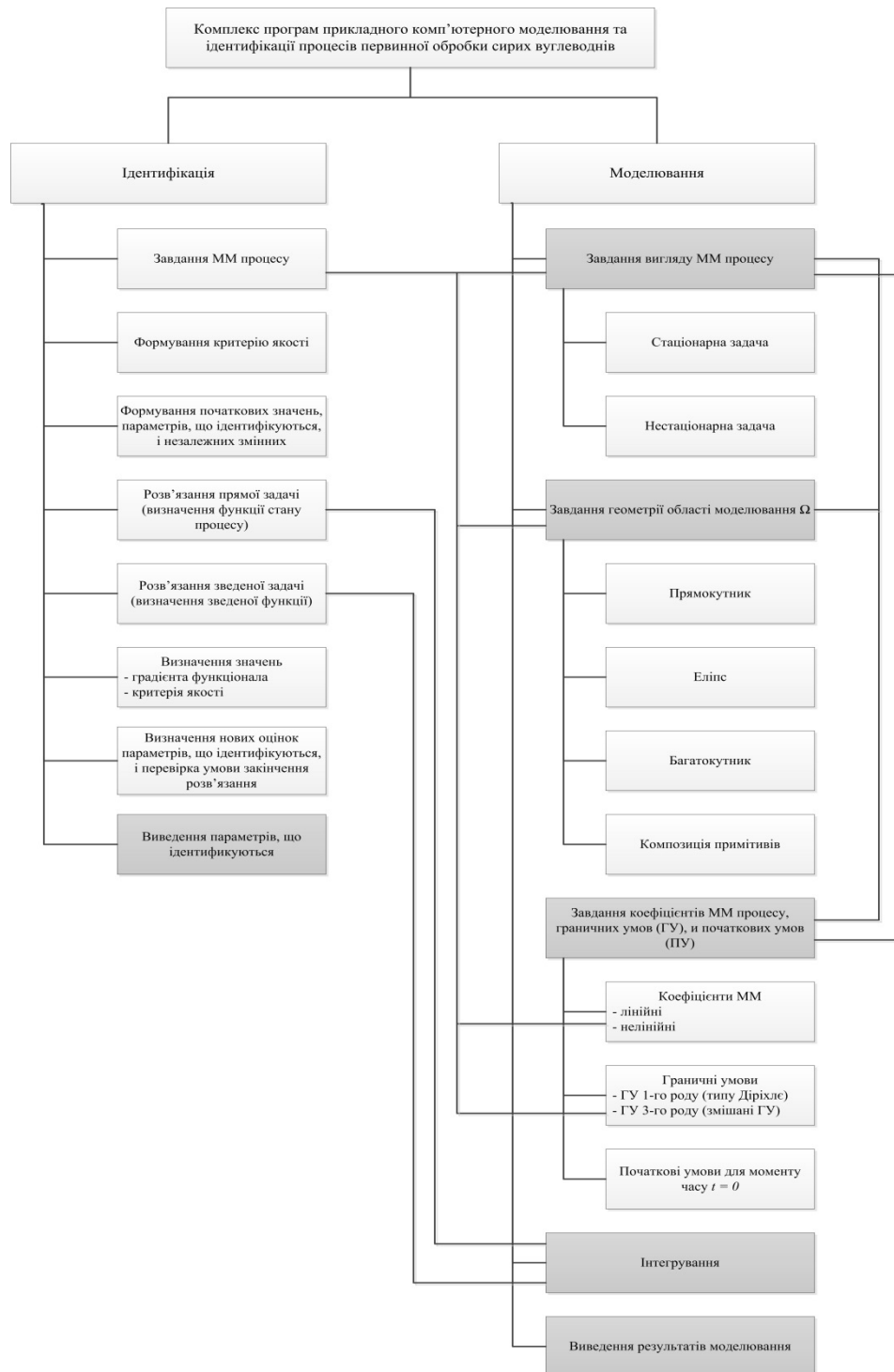


Рис. 4.1. Структура організації обчислювальних процедур при застосуванні комплексу програмних засобів

В кожному з альтернативних варіантів, який задається відповідним діалоговим вікном, пропонується вид диференційних рівнянь (відповідно, одне — для першого варіанта або система з двох рівнянь — для другого варіанта).

В обох зазначених варіантах реалізуються нестационарні гіперболо-параболічні рівняння, які в операторному представленні мають вигляд:

$$\frac{\partial \Phi_i(r_j, z, t)}{\partial t} = \kappa_1(\cdot) \Phi_i(r_j, z, t) + \kappa_2(\cdot) \nabla \Phi_i(r_j, z, t) + \kappa_3(\cdot) \nabla^2 \Phi_i(r_j, z, t) + \bar{U}_g(r_j, z, t) + D_i(\Phi_i, r_j, z, t), \quad (4.1)$$

де  $\kappa_1(\cdot), \kappa_2(\cdot), \kappa_3(\cdot)$  — коефіцієнти при дифузійних членах, що характеризують якісний перебіг певного процесу (або динамічний стан апарату) та які визначаються фізико-хімічними параметрами (густиною, теплоємністю, коефіцієнтами теплопередачі та конвективного теплообміну, тощо). Інші позначення, прийняті в (4.1), співпадають з відповідними для узагальненої моделі (2.16) — (2.19).

В разі завдання системи диференційних рівнянь, то для кожного рівняння передбачено своє поле запису. Наявність точкових джерел або управлінь, що представлено в (4.1) відповідно членами  $D_i(\Phi_i, r_j, z, t)$  та  $\bar{U}_g(r_j, z, t)$ , також задається у передбачених полях діалогових вікон.

Коефіцієнти ММ досліджуваного процесу (апарату) задаються в режимі **Set model parameters**. В залежності від конкретного виду ММ можуть бути встановленими *постійні* або *змінні* коефіцієнти правої частини (4.1). При цьому коефіцієнти можуть бути завдані однотипними як у всій області моделювання  $\Omega$ , так і в окремих локальних областях  $\Omega_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ . Процедура вводу значень коефіцієнтів диференційних рівнянь ММ зводиться до наступного. В ініціалізованому діалоговому вікні **Liquid parameters** надається можливість завдати коефіцієнти правої частини (4.1), що визначають фізико-хімічні властивості субстанцій в порожнинах технологічних апаратів або потоків на їх входах та виходах. При цьому в



діалоговому вікні відображається загальний вид правої частини (4.1) для відповідного процесу (апарату).

У випадку *постійних* фізико-хімічних параметрів досліджуваного процесу (апарату) зручною формою завдання коефіцієнтів може бути наступна:

$$\phi \times \nabla(\Phi) \text{ або } \nabla(\phi \times \nabla(\Phi)), \quad (4.2)$$

де  $\phi$  — довільне представлення коефіцієнту при відповідних дифузійних членах (4.1);  $\Phi$  — узагальнена форма представлення шуканої розподіленої функції.

Для завдання *змінних* та *нелінійних* коефіцієнтів використовуються поелементні операції з масивами. Потрібний вид залежності коефіцієнтів ММ від просторових координат  $\bar{g} = (r_j, z)$ ,  $j = \overline{1, N}$  або шуканої функції  $\Phi = \Phi(r_j, z, t)$ ,  $j = \overline{1, N}$  визначається математичною формулою, наприклад, виду  $\phi = \phi(r_j, z)$  або  $\phi = \phi(\Phi(r_j, z, t))$ , яку вказується для кожного фізичного параметру.

**Завдання початкових та граничних умов.** При розв'язуванні *нестационарних* задач повинні бути завдані початкові умови (ПУ). *Початкові умови* завдаються в режимі **Initial conditions**. Формалізоване представлення початкових умов має вигляд:

$$\varpi_0 \times \Phi_0 = Q, \quad (4.3)$$

де  $\varpi_0$  — ваговий коефіцієнт (безрозмірна величина, яка, наприклад, може визначати масштаб шкали завдання ПУ);  $\Phi_0$  — нормоване значення ПУ;  $Q$  — абсолютне значення завданих ПУ.

Початкові умови можуть бути перевизначені на будь-якому етапі підготовки розв'язку прикладної задачі перед інтегруванням диференціальних рівнянь динаміки (4.1).

Крім того, перед розв'язуванням нестационарної задачі може бути завдано час інтегрування  $t_{\text{інт}}$  (час, по завершенню якого необхідно

віднайти розв'язок). Передбачено також можливість визначення проміжних розв'язків в деякі, наперед задані, моменти часу  $0 \leq t_i \leq t_{\text{інт}}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ . Завдання вказаних параметрів здійснюється в режимі **Time data**.

Виходячи з фізики задач дослідження процесів ППСВ, що розв'язуються, можливими типами *граничних умов* (ГУ) для них є: завдання функції (потенціалу) на границі та випадок змішаних ГУ (адитивний випадок завдання потенціалу на границі та потоку через неї). Таким чином, в програмному комплексі реалізовано ГУ 1 роду (типу Діріхле) та ГУ 3 роду. Представлення та завдання граничних умов при цьому здійснюється у такому порядку. Обирається режим завдання граничних умов **Set boundary**. За умови ініціалізації цього режиму доступними стають тільки границі просторової області  $\Omega$  (визначається формулою геометрії **Model space**). Тип ГУ може бути завдано окремо для кожного елемента границі: відрізка прямої або частини дуги окружності (у загальному випадку — кривій другого порядку). Якщо ГУ однакові для певної групи елементів границі (наприклад, зовнішній контур або замкнута внутрішня область), то ці елементи поєднуються у сукупність і для них завдаються загальні граничні умови.

Діалогове вікно **Type boundary condition** дозволяють обрати тип ГУ та завдають їх у загальному вигляді:

— для ГУ 1 роду (типу Діріхле) формалізоване представлення завдається наступним чином

$$\varpi_r \times \Phi' = \Phi_r, \quad (4.4)$$

де  $\varpi_r$  — ваговий коефіцієнт (безрозмірна величина);  $\Phi'$  — нормоване значення шуканої функції;  $\Phi_r$  — завдане значення шуканої функції на границі;

— для ГУ 3 роду (змішаних ГУ) реалізується наступне формалізоване їх представлення

$$\eta \times \nabla \Phi' + \varpi_{\Gamma} \times \Phi' = \partial \Phi + \Phi_{\Gamma}, \quad (4.5)$$

де  $\eta$  — ваговий потоковий коефіцієнт (безрозмірна величина);  $\nabla \Phi'$  — градієнт від нормованого значення шуканої функції;  $\partial \Phi$  — задане значення потоку через границю.

Граничні умови, так само як і початкові умови, можуть бути перевизначеними на будь-якому етапі підготовки розв'язання прикладної задачі, але перед інтегруванням диференціальних рівнянь динаміки (4.1).

**Завдання геометрії області моделювання.** Результат розв'язання задач дослідження процесів та апаратів первинної переробки сирової нафти, як приклад типових задач дослідження процесів (об'єктів) з розподіленими параметрами, у значній мірі визначається адекватним (до реальних) завданням геометрії областей моделювання. В програмному комплексі, при завданні областей моделювання процесів та апаратів, запозичено *принцип конструктивної геометрії* — CBSG (Constructive Bloc Solid Geometry), який використовується в платформі Matlab для дослідження розподілених систем. У відповідності до даного принципу складна область моделювання  $\Omega$  декомпозиується на кінцеву сукупність геометрично простих (*елементарних* або *типових*) областей  $\Omega_j$ , де  $j$  — загальне число типових областей.

Кожна з типових областей  $\Omega_j$ , в даному випадку, розглядається як *геометричний примітив* (тобто як підобласть з найпростішою геометрією, границю  $\Gamma_j$  якої для плоских задач, що розглядаються, можна *аналітично* описати лінією *не вище 2-го порядку*). Таким чином, геометричні примітиви розглядаються як *пласкі фігури*, для яких завчасно (засобами платформи Matlab) створено програмно-алгоритмічне забезпечення процедур конструювання геометричних форм. З існуючого можливого набору стандартних примітивів платформи Matlab у програмному комплексі використано наступні:

— *прямокутник*, побудову якого здійснюється з *довільного кута* (Rectangle — corner);

— *прямокутник*, побудову якого здійснюється з *центру* (Rectangle — centre);

— *еліпс*, побудову якого здійснюється з *центру* (Ellipse — centre).  
Частковим випадком еліпса в даному випадку може слугувати *окружність*.

Перші два примітиви використовуються при формуванні областей моделювання, утворених *перетином уздовж* технологічних апаратів процесів первинної переробки сировини нафти (при цьому округленнями з торців апаратів — нехтується або, для підвищення точності моделювання, зазначені округлення моделюються секторами окружності із використанням часткового випадку примітиву еліпс). Третій примітив переважно (окрім вище зазначеного часткового випадку) використовується для моделювання *поперекових перетинів* технологічних апаратів або їх окремих поверхонь (наприклад, конденсаційних тарілок ректифікаційних колон).

У відповідності до прийнятого у Matlab принципу *конструктивної геометрії* (CBSG), при формуванні області  $\Omega$  складної форми, кожний із задіяних примітивів  $\Omega_j$ ,  $j=1, \dots, n$  ( $n$  — загальна кількість примітивів) ідентифікується і йому присвоюється відповідне ім'я. Ідентифікація (у даному випадку — встановлення характеристик та розмірів) примітивів та їх розташування здійснюється у діалоговому вікні **Object identification/location**. Дане діалогове вікно може бути викликано також і для вже сформованого об'єкту, якщо для нього необхідно змінити відповідні характеристики. З метою конструктивної композиції області  $\Omega$  окремі примітиви  $\Omega_j$  може бути вкрито більш крупними. В частковому випадку даний прийом використовується при необхідності *віднімання* областей.

**Візуалізація результатів розв’язання задач моделювання динаміки та ідентифікації ММ.** В програмному комплексі прийнято дві форми візуалізації результатів розв’язання задачі:

- у вигляді графіків;
- у вигляді оцифрованих масивів.

*Графіки* (пласкі та тривимірні) використовуються для відображення розв’язків у локальних точках областей моделювання, причому тривимірні графіки використовуються в разі необхідності відображення *профілю* функції, яка моделюється (в якості аргументів виступають: обидві незалежні просторові координати пласкої області моделювання  $\Omega$  — моделюється профіль статичного режиму або у фіксований момент часу для всієї області  $\Omega$ ; одна просторова незалежна координата пласкої області моделювання  $\Omega$  та незалежна часова координата — моделюється профіль динамічного режиму по фіксованому перетину). Для управління видом графіків, які формуються в результаті розв’язання конкретної задачі, використовується *дескрипторна графіка* (**Handle Graphics**), яку засновано на низькорівневих графічних функціях (описані нижче).

*Оцифровані* масиви (переважно у вигляді впорядкованих таблиць) використовуються для представлення та аналізу полів шуканої функції, причому поля формуються у відповідності до фіксованих кроків моделювання у часі.

На програмному рівні для візуалізації розв’язків задач моделювання динаміки та ідентифікації ММ в програмному комплексі використовуються вбудовані функції **pdeplot** та **pdemesh** програмної платформи Matlab. Вказані функції використовуються для графічного відображення геометрії просторової області  $\Omega$ , її границь, сітки дискретизації (для зазначених процедур використовується функція **pdemesh**), а також виводу результату розв’язання (зокрема, для формування графіків використовується функція **pdeplot**, а оцифровані

масиви формуються окремими підпрограмами, що представлено відповідними  $M$ -файлами).

#### 4.2. Моделювання динаміки процесу електро-(термо)знесолення та зневоднення сирової нафти при незмінних параметрах математичної моделі

Процес електро-(термо)знесолення сирової нафти технологічно реалізується блоком ЕЛОУ (Рис. Б.2 у додатку Б). Розглянемо послідовну ланку технологічних апаратів, в яких безпосередньо відбувається змішування промивної води з підігрітою сировою нафтою, а також зневоднення та знесолення останньої: змішувач СМ-1, термодегідратор D-1, змішувач СМ-2, електродегідратори D-2 та D-3.

На підставі ММ окремих апаратів, що входять до блоку ЕЛОУ (розділ 2.1), складемо ММ процесу електро-(термо)знесолення та зневоднення сирової нафти, яка буде являти собою сукупність диференціальних рівнянь у часткових похідних, сполучених у систему на основі єдності відповідних початкових та граничних умов. В результаті отримаємо:

$$A_{c_{CM-1}} \frac{\partial h_{CM-1}(r, z, t)}{\partial t} = F_{TH_{CM-1}}(t) + F_{PB_{CM-1}}(t) - F_{e_{CM-1}}(t) \quad (4.6)$$

$$\rho C_p \frac{\partial T_{e_{CM-1}}(t)}{\partial t} = - \frac{\rho C_p F_{e_{CM-1}}(t)}{A_{c_{CM-1}}} \left[ \frac{\partial T_{e_{CM-1}}(t)}{\partial z} + \frac{1}{2\pi r} \cdot \frac{\partial T_{e_{CM-1}}(t)}{\partial r} \right] - \frac{\rho C_p}{h_{CM-1} A_{c_{CM-1}}} \left[ F_{PB_{CM-1}}(t) T_{PB_{CM-1}}(t) - F_{TH_{CM-1}}(t) T_{TH_{CM-1}}(t) \right] \quad (4.7)$$

з початковими (для змішувача СМ-1)

$$F_{TH_{CM-1}}(t)|_{t=0} = F_{TH_{0CM-1}}, \quad F_{PB_{CM-1}}(t)|_{t=0} = F_{PB_{0CM-1}}, \quad F_{e_{CM-1}}(t)|_{t=0} = F_{e_{0CM-1}}(t) \\ T_{TH_{CM-1}}(t)|_{t=0} = T_{TH_{0CM-1}}, \quad T_{PB_{CM-1}}(t)|_{t=0} = T_{PB_{0CC-1}}, \quad T_{e_{CM-1}}(t)|_{t=0} = T_{e_{0CM-1}}(t) \quad (4.8)$$

та граничними умовами (для змішувача СМ-1)

$$h_{CM-1}(r, z, t)|_{r=0} = r_{max}, \quad T_{e_{CM-1}}(r, z, t)|_{r=0} = T_{e_{CM-1}}(0, z, t),$$

$$h_{\text{CM-1}}(r, z, t)\Big|_{r=r_{\text{max}}} = 0, \quad T_{\text{eCM-1}}(r, z, t)\Big|_{r=r_{\text{max}}} = T_{\text{eCM-1}}(r_{\text{max}}, z, t),$$

$$\frac{\partial T_{\text{eCM-1}}(r, z, t)}{\partial r}\Big|_{r=0} = 0, \quad \frac{\partial T_{\text{eCM-1}}(r, z, t)}{\partial r}\Big|_{r=r_{\text{max}}} = 0; \quad (4.9)$$

$$\frac{\partial v_{\text{D-1}}(r, z, t)}{\partial t} = \frac{F_{\text{eD-1}}(t)}{A_{\text{cD-1}}} \left[ \frac{v_{\text{D-1}}(r, z, t)}{\partial z} + \frac{1}{2\pi r} \cdot \frac{v_{\text{D-1}}(r, z, t)}{\partial r} \right] -$$

$$- \frac{2\pi r_{\text{max}} \alpha_{\text{eH}}}{\rho_{\text{H}} C_{\text{pH}} A_{\text{cD-1}}^2} [F_{\text{eD-1}}(t) - F_{\text{3HD-1}}(t)] - \frac{2\pi r_{\text{max}} \alpha_{\text{eB}}}{\rho_{\text{B}} C_{\text{pB}} A_{\text{cD-1}}^2} [F_{\text{eD-1}}(t) - F_{\text{пBD-1}}(t)], \quad (4.10)$$

$$\frac{\partial \theta_{\text{D-1}}(r, z, t)}{\partial t} = \frac{F_{\text{eD-1}}(t)}{A_{\text{cD-1}}} \left[ \frac{\partial \theta_{\text{D-1}}(r, z, t)}{\partial z} + \frac{1}{2\pi r} \cdot \frac{\partial \theta_{\text{D-1}}(r, z, t)}{\partial r} \right] - \frac{2\pi r_{\text{max}} \alpha_{\text{eH}}}{\rho_{\text{H}} C_{\text{pH}} A_{\text{cD-1}}} \times$$

$$\times [T_{\text{eD-1}}(t) - \theta_{\text{D-1}}(r, z, t)] - \frac{2\pi r_{\text{max}} \alpha_{\text{eB}}}{\rho_{\text{B}} C_{\text{pB}} A_{\text{cD-1}}} [T_{\text{eD-1}}(t) - \theta_{\text{D-1}}(r, z, t)], \quad (4.11)$$

з початковими (для термодегідрататора D-1)

$$v_{\text{D-1}}(r, z, t)\Big|_{t=\tau_{\text{CM-1}}} = v_{0\text{D-1}}, \quad \theta_{\text{D-1}}(r, z, t)\Big|_{t=\tau_{\text{CM-1}}} = \theta_{0\text{D-1}} \quad (4.12)$$

та граничними умовами (для термодегідрататора D-1)

$$v_{\text{D-1}}(r, z, t)\Big|_{r=0} = \psi_{v_{\text{D-1}}}, \quad \theta_{\text{D-1}}(r, z, t)\Big|_{r=0} = \psi_{\theta_{\text{D-1}}},$$

$$v_{\text{D-1}}(r, z, t)\Big|_{r=r_{\text{max}}} = 0, \quad \theta_{\text{D-1}}(r, z, t)\Big|_{r=r_{\text{max}}} = F_{\text{eD-1}}(t)$$

$$\frac{\partial v_{\text{D-1}}(r, z, t)}{\partial r}\Big|_{r=0} = \frac{\theta_{\text{D-1}}(r, z, t)}{\partial r}\Big|_{r=0} = 0,$$

$$\frac{\partial v_{\text{D-1}}(r, z, t)}{\partial r}\Big|_{r=r_{\text{max}}} = \frac{\partial \theta_{\text{D-1}}(r, z, t)}{\partial r}\Big|_{r=r_{\text{max}}} = 0, \quad (4.13)$$

$$A_{\text{cCM-2}} \frac{\partial h_{\text{CM-2}}(r, z, t)}{\partial t} = F_{\text{THD-1}}(t) + F_{\text{пBСМ-2}}(t) - F_{\text{eСМ-2}}(t) \quad (4.14)$$

$$\rho C_p \frac{\partial T_{\text{eСМ-2}}(t)}{\partial t} = - \frac{\rho C_p F_{\text{eСМ-2}}(t)}{A_{\text{cСМ-2}}} \left[ \frac{\partial T_{\text{eСМ-2}}(t)}{\partial z} + \frac{1}{2\pi r} \cdot \frac{\partial T_{\text{eСМ-2}}(t)}{\partial r} \right] -$$

$$+ \frac{\rho C_p}{h_{\text{СМ-2}} A_{\text{cСМ-2}}} [F_{\text{пBСМ-2}}(t) T_{\text{пBСМ-2}}(t) - F_{\text{THD-1}}(t) T_{\text{THD-1}}(t)] \quad (4.15)$$

з початковими (для змішувача СМ-2)

$$\begin{aligned}
F_{\text{THD-1}}(t) \Big|_{t=\tau_{\text{CM-1}}+\tau_{\text{D-1}}} &= F_{\text{TH0D-1}}, \quad F_{\text{ПНCM-2}}(t) \Big|_{t=\tau_{\text{CM-1}}+\tau_{\text{D-1}}} = F_{\text{ПВ0CM-2}}, \\
F_{\text{eCM-2}}(t) \Big|_{t=\tau_{\text{CM-1}}+\tau_{\text{D-1}}} &= F_{\text{e0CM-2}}(t), \\
T_{\text{THD-1}}(t) \Big|_{t=\tau_{\text{CM-1}}+\tau_{\text{D-1}}} &= T_{\text{TH0D-1}}, \quad T_{\text{ПНCM-2}}(t) \Big|_{t=\tau_{\text{CM-1}}+\tau_{\text{D-1}}} = T_{\text{ПВ0CM-2}}, \\
T_{\text{eCM-2}}(t) \Big|_{t=\tau_{\text{CM-1}}+\tau_{\text{D-1}}} &= T_{\text{e0CM-2}}(t)
\end{aligned}$$

(4.16)

та граничними умовами (для змішувача CM-2)

$$\begin{aligned}
h_{\text{CM-2}}(r, z, t) \Big|_{r=0} &= r_{\text{max}}, \quad T_{\text{eCM-2}}(r, z, t) \Big|_{r=0} = T_{\text{eCM-2}}(0, z, t), \\
h_{\text{CM-2}}(r, z, t) \Big|_{r=r_{\text{max}}} &= 0, \quad T_{\text{eCM-2}}(r, z, t) \Big|_{r=r_{\text{max}}} = T_{\text{eCM-2}}(r_{\text{max}}, z, t), \\
\frac{\partial T_{\text{eCM-2}}(r, z, t)}{\partial r} \Big|_{r=0} &= 0, \quad \frac{\partial T_{\text{eCM-2}}(r, z, t)}{\partial r} \Big|_{r=r_{\text{max}}} = 0;
\end{aligned} \tag{4.17}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial v_{\text{D-2}}(r, z, t)}{\partial t} &= \frac{F_{\text{eD-2}}(t)}{A_{\text{cD-2}}} \left[ \frac{v_{\text{D-2}}(r, z, t)}{\partial z} + \frac{1}{2\pi r} \cdot \frac{v_{\text{D-2}}(r, z, t)}{\partial r} \right] - \\
&- \frac{2\pi r_{\text{max}} \alpha_{\text{eH}}}{\rho_{\text{H}} C_{\text{pH}} A_{\text{cD-2}}^2} [F_{\text{eD-2}}(t) - F_{\text{3HD-2}}(t)] - \frac{2\pi r_{\text{max}} \alpha_{\text{eB}}}{\rho_{\text{B}} C_{\text{pB}} A_{\text{cD-2}}^2} [F_{\text{eD-2}}(t) - F_{\text{ПВД-2}}(t)],
\end{aligned}$$

(4.18)

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \theta_{\text{D-2}}(r, z, t)}{\partial t} &= \frac{F_{\text{eD-2}}(t)}{A_{\text{cD-2}}} \left[ \frac{\partial \theta_{\text{D-2}}(r, z, t)}{\partial z} + \frac{1}{2\pi r} \cdot \frac{\partial \theta_{\text{D-2}}(r, z, t)}{\partial r} \right] - \frac{2\pi r_{\text{max}} \alpha_{\text{eH}}}{\rho_{\text{H}} C_{\text{pH}} A_{\text{cD-2}}} \times \\
&\times [T_{\text{eD-2}}(t) - \theta_{\text{D-2}}(r, z, t)] - \frac{2\pi r_{\text{max}} \alpha_{\text{eB}}}{\rho_{\text{B}} C_{\text{pB}} A_{\text{cD-2}}} [T_{\text{eD-2}}(t) - \theta_{\text{D-2}}(r, z, t)],
\end{aligned} \tag{4.19}$$

з початковими (для електродегідратора D-2

$$v_{\text{D-2}}(r, z, t) \Big|_{t=\tau_{\text{CM-1}}+\tau_{\text{D-1}}+\tau_{\text{CM-2}}} = v_{0\text{D-2}}, \quad \theta_{\text{D-2}}(r, z, t) \Big|_{t=\tau_{\text{CM-1}}+\tau_{\text{D-1}}+\tau_{\text{CM-2}}} = \theta_{0\text{D-2}}$$

(4.20)

та граничними умовами (для електродегідратора D-2)

$$\begin{aligned}
v_{\text{D-2}}(r, z, t) \Big|_{r=0} &= \psi_{v_{\text{D-2}}}, \quad \theta_{\text{D-2}}(r, z, t) \Big|_{r=0} = \psi_{\theta_{\text{D-2}}}, \\
v_{\text{D-2}}(r, z, t) \Big|_{r=r_{\text{max}}} &= 0, \quad \theta_{\text{D-2}}(r, z, t) \Big|_{r=r_{\text{max}}} = F_{\text{eD-2}}(t)
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial v_{D-2}(r, z, t)}{\partial r} \right|_{r=0} &= \left. \frac{\theta_{D-2}(r, z, t)}{\partial r} \right|_{r=0} = 0, \\ \left. \frac{\partial v_{D-2}(r, z, t)}{\partial r} \right|_{r=r_{\max}} &= \left. \frac{\partial \theta_{D-2}(r, z, t)}{\partial r} \right|_{r=r_{\max}} = 0, \end{aligned} \quad (4.21)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_{D-3}(r, z, t)}{\partial t} &= \frac{F_{eD-3}(t)}{A_{cD-3}} \left[ \frac{v_{D-3}(r, z, t)}{\partial z} + \frac{1}{2\pi r} \cdot \frac{v_{D-3}(r, z, t)}{\partial r} \right] - \\ &- \frac{2\pi r_{\max} \alpha_{eH}}{\rho_H C_{pH} A_{cD-3}^2} [F_{eD-3}(t) - F_{3HD-3}(t)] - \frac{2\pi r_{\max} \alpha_{eB}}{\rho_B C_{pB} A_{cD-3}^2} [F_{eD-3}(t) - F_{пвD-3}(t)], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta_{D-3}(r, z, t)}{\partial t} &= \frac{F_{eD-3}(t)}{A_{cD-3}} \left[ \frac{\partial \theta_{D-3}(r, z, t)}{\partial z} + \frac{1}{2\pi r} \cdot \frac{\partial \theta_{D-3}(r, z, t)}{\partial r} \right] - \frac{2\pi r_{\max} \alpha_{eH}}{\rho_H C_{pH} A_{cD-3}} \times \\ &\times [T_{eD-3}(t) - \theta_{D-3}(r, z, t)] - \frac{2\pi r_{\max} \alpha_{eB}}{\rho_B C_{pB} A_{cD-3}} [T_{eD-3}(t) - \theta_{D-3}(r, z, t)], \end{aligned} \quad (4.22)$$

з початковими (для електродегідратора D-3)

$$\begin{aligned} v_{D-3}(r, z, t) \Big|_{t=\tau_{CM-1}+\tau_{D-1}+\tau_{CM-2}+\tau_{D-2}} &= v_{0D-3}, \\ \theta_{D-1}(r, z, t) \Big|_{t=\tau_{CM-1}+\tau_{D-1}+\tau_{CM-2}+\tau_{D-2}} &= \theta_{0D-3} \end{aligned} \quad (4.24)$$

та граничними умовами (для електродегідратора D-3)

$$\begin{aligned} v_{D-3}(r, z, t) \Big|_{r=0} &= \psi_{v_{D-3}}, \quad \theta_{D-3}(r, z, t) \Big|_{r=0} = \psi_{\theta_{D-3}}, \\ v_{D-3}(r, z, t) \Big|_{r=r_{\max}} &= 0, \quad \theta_{D-3}(r, z, t) \Big|_{r=r_{\max}} = F_{eD-3}(t) \\ \left. \frac{\partial v_{D-3}(r, z, t)}{\partial r} \right|_{r=0} &= \left. \frac{\theta_{D-3}(r, z, t)}{\partial r} \right|_{r=0} = 0, \\ \left. \frac{\partial v_{D-3}(r, z, t)}{\partial r} \right|_{r=r_{\max}} &= \left. \frac{\partial \theta_{D-3}(r, z, t)}{\partial r} \right|_{r=r_{\max}} = 0, \end{aligned} \quad (4.25)$$

де нижні індекси (CM-1, D-1, CM-2, D-2, D-3) позначають відповідний технологічний апарат процесу електро-(термо)знесолення та зневоднення сирової нафти;  $\tau_{CM-1}$ ,  $\tau_{D-1}$ ,  $\tau_{CM-2}$ ,  $\tau_{D-2}$ ,  $\tau_{D-3}$  — середній час тривалості

технологічної операції процесу електро-(термо)знесолення та зневоднення сирої нафти у відповідному технологічному апараті (суть час моделювання). Значення інших позначень розкрито у розділі 2.1.

Принагідно зазначимо, що в ММ (4.6) — (4.25) знехтувано часом перебування флюїдів (сирої нафти, промивної води та водо-нафтової емульсії) у з'єднувальних трубопроводах через його нетривалість та відносно велику швидкість перекачки, що утворюється нагнітальними насосами.

Розв'язок системи (4.6) — (4.25) формується послідовно, в розумінні чередування технологічних апаратів: початкові та граничні умови для моделювання кожного наступного апарату утворюються на підставі поля функцій та середнього часу тривалості технологічної операції у попередньому (оскільки технологічний процесу електро-(термо)знесолення та зневоднення сирої нафти має неперервний характер, точний час моделювання стану кожного апарату визначити складно).

Приймається, що параметри налаштування ММ — густина  $\rho$  та теплоємність  $C_p$  сирої нафти, а також коефіцієнти теплопередачі  $\alpha_{ен}$  та  $\alpha_{ев}$  під час моделювання залишаються незмінними.

Вихідні дані, необхідні для моделювання процесу електро-(термо)знесолення та зневоднення сирої нафти, наведено у табл. 4.1. В ній враховано, що змішувачі СМ-1, СМ-2 та електродегідратори D2, D-3 мають попарно відповідно однакові конструкції, геометричні та фізичні параметри.

Результати моделювання процесу електро-(термо)знесолення та зневоднення сирої нафти представлено на рис. 4.2 — 4.6. За наслідками моделювання можна зробити наступні висновки:

— точність моделювання переважно залежить від дискретизації за просторовими змінними. Причому, чисельні експерименти показали, що кроки дискретизації за просторовими координатами повинні обиратися

(для всіх технологічних апаратів, з огляду на близькість їх геометрії) у діапазоні  $(0,25 \leq \Delta r, \Delta z \leq 0,75)$  м. При збільшенні кроку дискретизації різко зменшується точність моделювання (оскільки лінійні розміри технологічних апаратів, в даному випадку, не більше як на порядок перевищують крок дискретизації), а при зменшенні кроку дискретизації зростає машинний час моделювання, а також, на відміну від очікуваного підвищення точності, спостерігається накопичення похибок округлення, що, у підсумку, негативно позначається на точності моделювання;

— точність моделювання в незначній мірі залежить від часу моделювання (суть часу перебігу фізичного процесу електро-(термо)знесолення та зневоднення сирової нафти). Останній визначається сумарним значенням  $T_{\text{мод}} = \tau_{\text{СМ-1}} + \tau_{\text{D-1}} + \tau_{\text{СМ-2}} + \tau_{\text{D-2}} + \tau_{\text{D-3}}$ . Значне відхилення часу моделювання  $T_{\text{мод}}$  від вказаної величини може означати, в разі зменшення, фізичну розривність граничних умов (оскільки при цьому фізично переривається неперервний потік продукту від попереднього технологічного апарату до наступного, що протирічить ММ виду (4.6) — (4.25)), а, в разі збільшення — затримку (фізичну) продукту в технологічному апараті, що може виходити за регламентні рамки технологічного процесу. Крок моделювання за часом повинен обиратися з діапазону  $(0,1 \leq \Delta t \leq 0,5)$  год., оскільки його зменшення спричиняє зростання машинного часу моделювання (а, тим самим, спричиняє втрату можливості реалізувати реальний масштаб часу обчислень), а збільшення кроку моделювання  $\Delta t$  може привести до втрати певної деталізації картини перебігу технологічного процесу електро-(термо)знесолення та зневоднення сирової нафти.

Моделювання динамічного стану процесу електро-(термо)знесолення та зневоднення сирової нафти при нелінійному характері математичної моделі представлено у додатку Л.



Таблиця 4.1

ВИХІДНІ ДАНІ ЩОДО ДЛІА МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ЕЛЕКТРО-  
(ТЕРМО)ЗНЕСОЛЕННЯ ТА ЗНЕВОДНЕННЯ СИРОЇ НАФТИ

|                                    | № з/п<br>Найменування параметра   | Позначення<br>параметра                         | Одиниця<br>вимірювання   | Числове<br>значення                                |
|------------------------------------|---|---|--|--|
| 1                                  | 2   | 3   | 4  | 5  |
| <b>Термодегідратор D-1</b>         |   |   |  |  |
| 1                                  | <b>Геометричні розміри:</b><br>— довжина<br>— діаметр   | $z$<br>$D$                                      | м<br>м   | 10,5<br>7,75                                       |
| 2                                  | <b>Фізико-хімічні характеристики:</b><br>— термічний коефіцієнт впливу деемульгатора на температуру руйнування водо-нафтової емульсії<br>— коефіцієнт теплопередачі від шару деемульгатора<br>— число Прандля (для водо-нафтової емульсії)  | $k_d$<br>$\alpha$<br>Pr                         | $1/C^0$<br>Вт/м · К<br>—   | $2,71 \cdot 10^{-3}$<br>$5,3 \cdot 10^{-4}$<br>6,7 |
| 3                                  | <b>Вхідні та збуджуючі впливи:</b><br>— витрата водо-нафтової емульсії на вході термодегідратора<br>— температура вхідного потоку водо-нафтової емульсії<br>— витрата (відбір) знесоленої нафти<br>— надлишковий тиск в порожнині термодегідратора над поверхнею водо-нафтової емульсії | $F_e(t)$<br>$T_e(t)$<br>$F_{zn}(t)$<br>$P_e(t)$ | м <sup>3</sup> /с<br>C <sup>0</sup> (К)<br>м <sup>3</sup> /с<br>ат (МПа) | 0,036<br>105 (378)<br>0,024<br>1,1 (1,23)          |
| <b>Електродегідратори D-2, D-3</b> |   |   |  |  |
| 1                                  | <b>Геометричні розміри:</b><br>— довжина<br>— діаметр   | $z$<br>$D$                                      | м<br>м   | 12,25<br>7,5                                       |
| 2                                  | <b>Фізико-хімічні характеристики:</b><br>— термічний коефіцієнт впливу деемульгатора на температуру руйнування водо-нафтової емульсії   | $k_d$   | $1/C^0$  | $3,07 \cdot 10^{-3}$                               |
| 4                                  | — коефіцієнт теплопередачі від шару деемульгатора   | $\alpha$  | Вт/м · К   | $4,63 \cdot 10^{-4}$                               |

Таблиця 4.1 (продовження)

| 1                           | 2   | 3   | 4   | 5   |
|-----------------------------|---|---|---|---|
|                             | — число Прандля (для водо-нафтової емульсії)  | $Pr$  | —   | 6,7   |
| 3                           | <b>Вхідні та збуджуючі впливи:</b><br>— витрата водо-нафтової емульсії на вході електродегідратора (в дужках для електродегідратора D-3)  | $F_e(t)$  | $\text{м}^3/\text{с}$   | 0,02<br>(0,016)   |
|                             | — температура вхідного потоку водо-нафтової емульсії  | $T_e(t)$  | $^{\circ}\text{C}$ (K)  | 105 (378)   |
|                             | — витрата (відбір) знесоленої нафти (в дужках для електродегідратора D-3)   | $F_{\text{зн}}(t)$  | $\text{м}^3/\text{с}$   | 0,014<br>(0,01)   |
|                             | — надлишковий тиск в порожнині електродегідратора над поверхнею водо-нафтової емульсії  | $P_e(t)$  | ат (МПа)  | 1,07 (1,18)   |
| <b>Змішувачі СМ-1, СМ-2</b> |   |   |   |   |
| 1                           | <b>Геометричні розміри:</b><br>— довжина  | $z$   | м   | 10  |
|                             | — діаметр   | $D$   | м   | 4   |
| 2                           | <b>Фізико-хімічні характеристики:</b><br>— коефіцієнт теплопередачі від стінок змішувачів   | $\beta_{\text{зс}}$   | Вт/м · К  | $1,26 \cdot 10^{-4}$  |
|                             | — густина: однакова у всій області моделювання $\Omega$ (табличне значення при температурі $20^{\circ}\text{C}$ )   | $\rho_{40}^{20}$  | кг/м <sup>3</sup>   | 885   |
|                             | <b>Вхідні та збуджуючі впливи:</b><br>Початкові значення витрат потоків:<br>— нагрітої нафти<br>— промивної води<br>— водо-нафтової емульсії<br><br>Початкові значення температур (в дужках для змішувача СМ-2):<br>— нагрітої нафти<br>— промивної води<br>— водо-нафтової емульсії<br><br>Початкове значення висоти шару водо-нафтової емульсії<br>Надлишковий тиск в порожнині змішувачів над поверхнею водо-нафтової емульсії | $F_{\text{тн}0}$<br>$F_{\text{пв}0}$<br>$F_{e0}$<br><br>$T_{\text{тн}0}$<br>$T_{\text{пв}0}$<br>$T_{e0}$<br><br>$h_0$<br><br>$P_{\text{зм}}(t)$ | $\text{м}^3/\text{годину}$<br><br><br><br>$^{\circ}\text{C}$<br><br><br><br>м<br><br>ат (МПа) | 120<br>30<br>150<br><br>95 (102)<br>60<br>70 (90)<br>2,0<br>1,14 (1,26) |

Таблиця 4.1 (продовження)

| 1  | 2  | 3                    | 4      | 5          |
|--|--|----------------------|--------|------------|
| <b>Дані щодо постановки задачі моделювання</b> |  |                      |        |            |
| 1  | <b>Загальний час спостереження</b>                     | $t_k$                | години | 24         |
| 2  | <b>Дискретизація часової та просторових координат:</b> |                      |        |            |
|  | — крок дискретизації за часовою координатою            | $\Delta t$           | с      | 90         |
|  | — крок дискретизації за просторовими координатами      | $\Delta r; \Delta z$ | м; м   | 0,25; 0,25 |
| 3  | <b>Точність моделювання</b>                            | $\delta$             | %      | 3,0        |

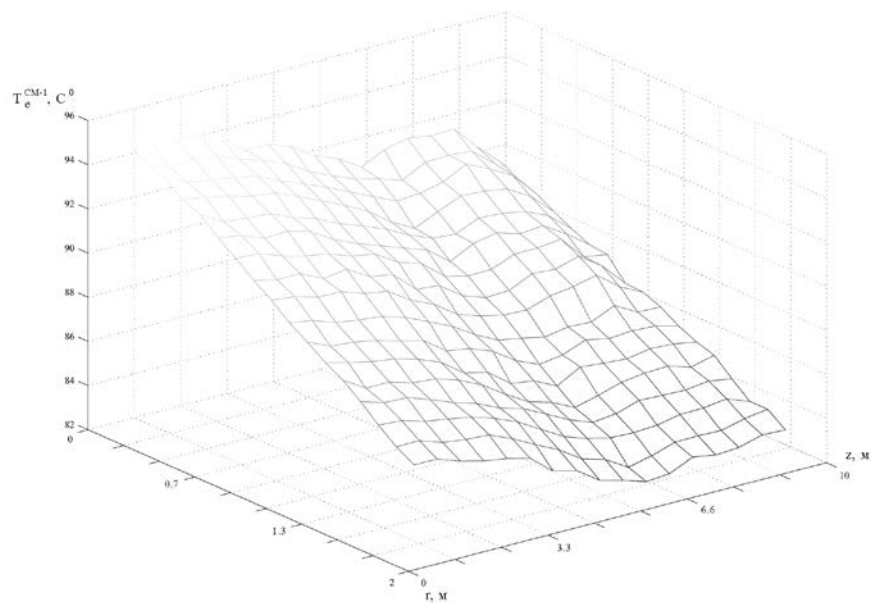


Рис. 4.2. Поле температури  $T_e = T_e(r, z, t)$  для змішувача CM-1

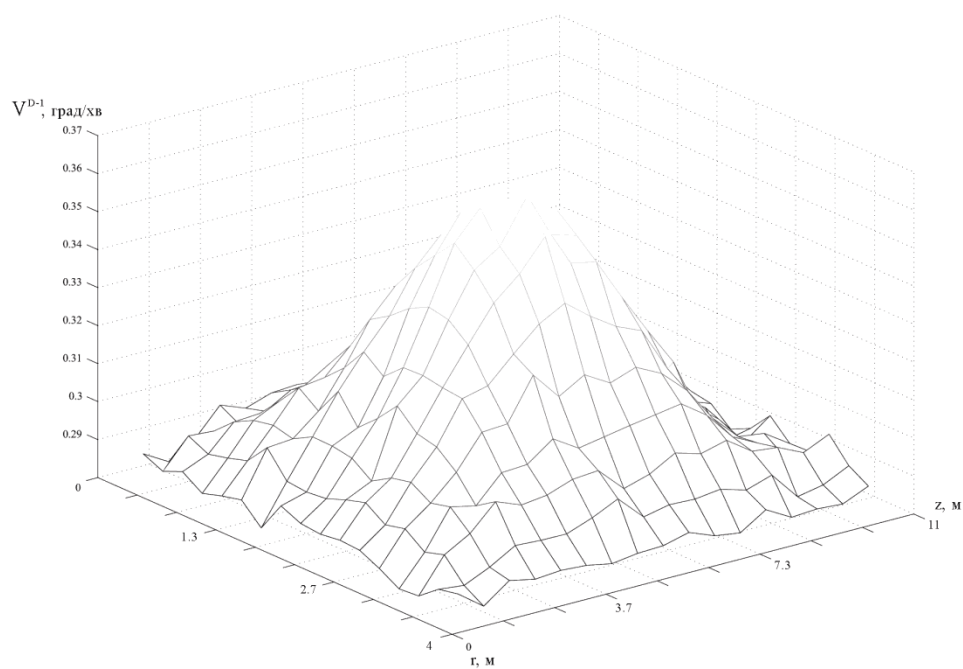


Рис. 4.3 а. Поле швидкості  $v = v(r, x, t)$  для термодегідратора D-1



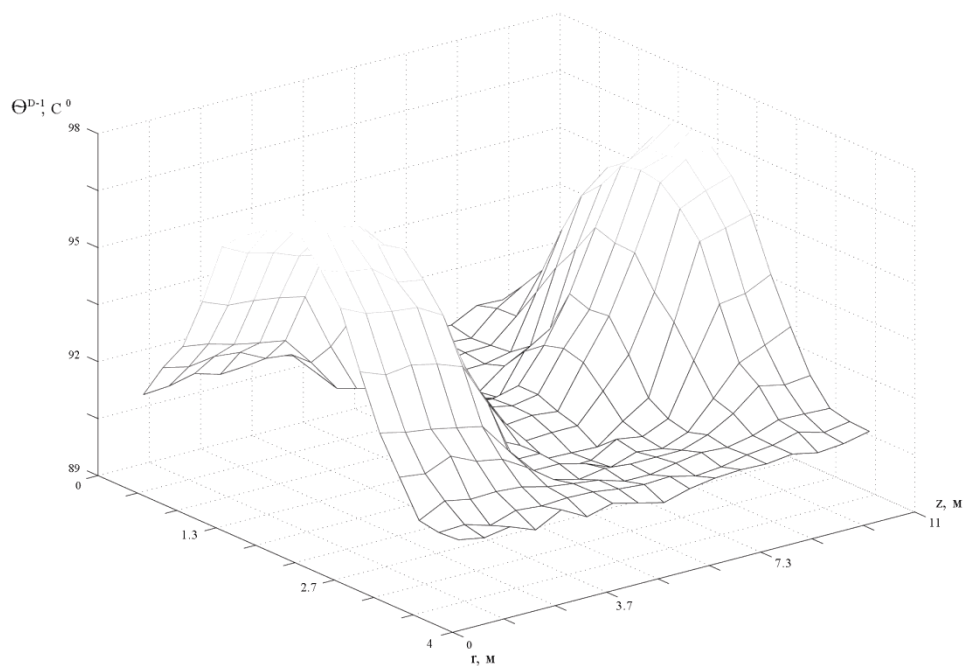


Рис. 4.3 б. Поле температури  $\theta = \theta(r, z, t)$  для термодегідратора D-1

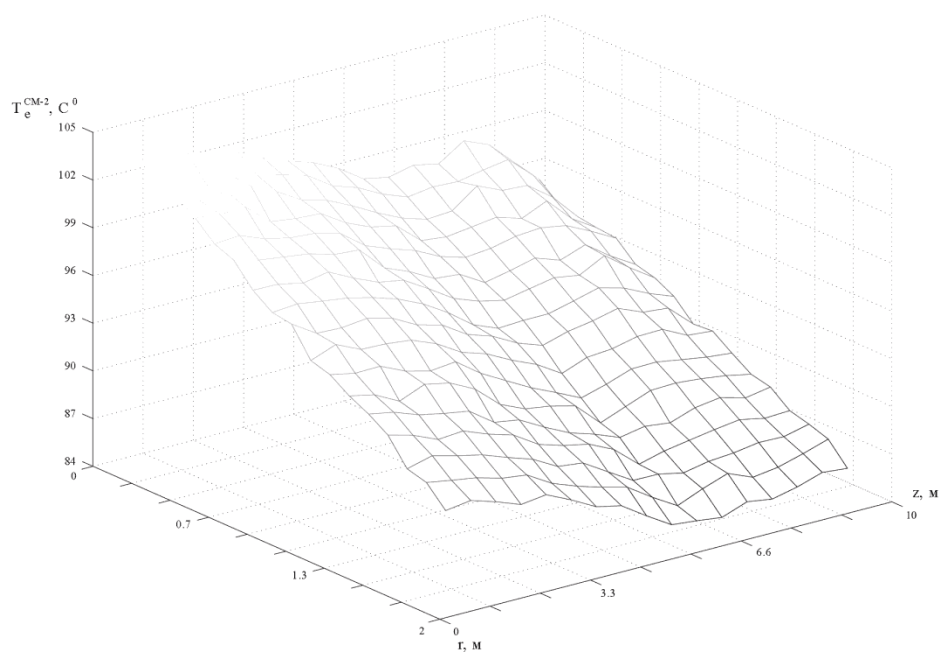


Рис. 4.4. Поле температури  $T_e = T_e(r, z, t)$  для змішувача SM-2

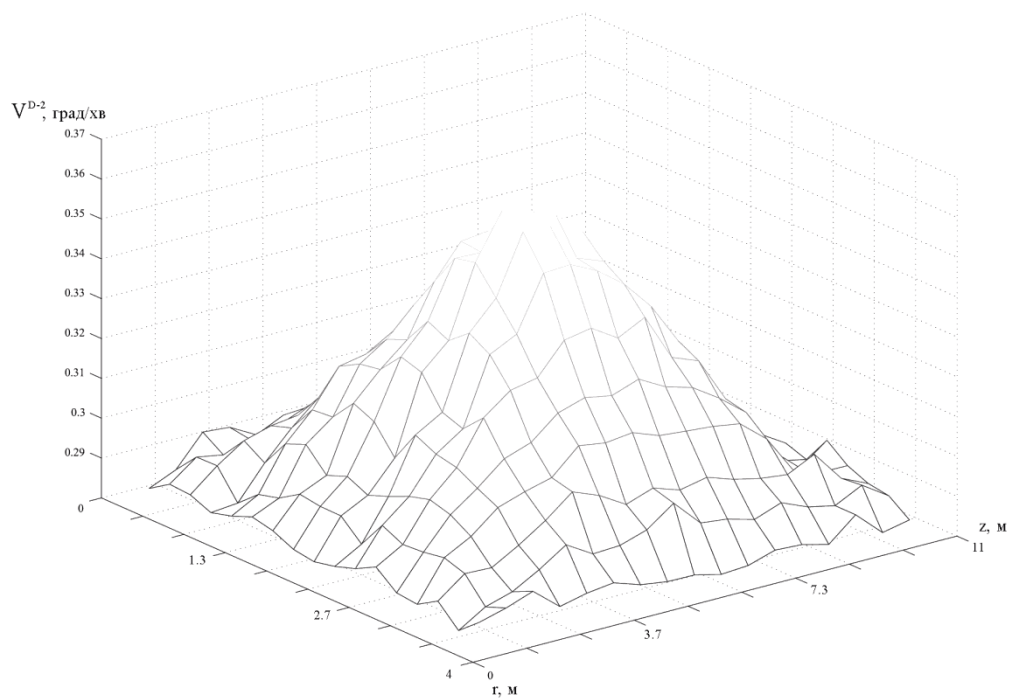


Рис. 4.5 а. Поле швидкості  $v = v(r, x, t)$  для електродегідратора D-2

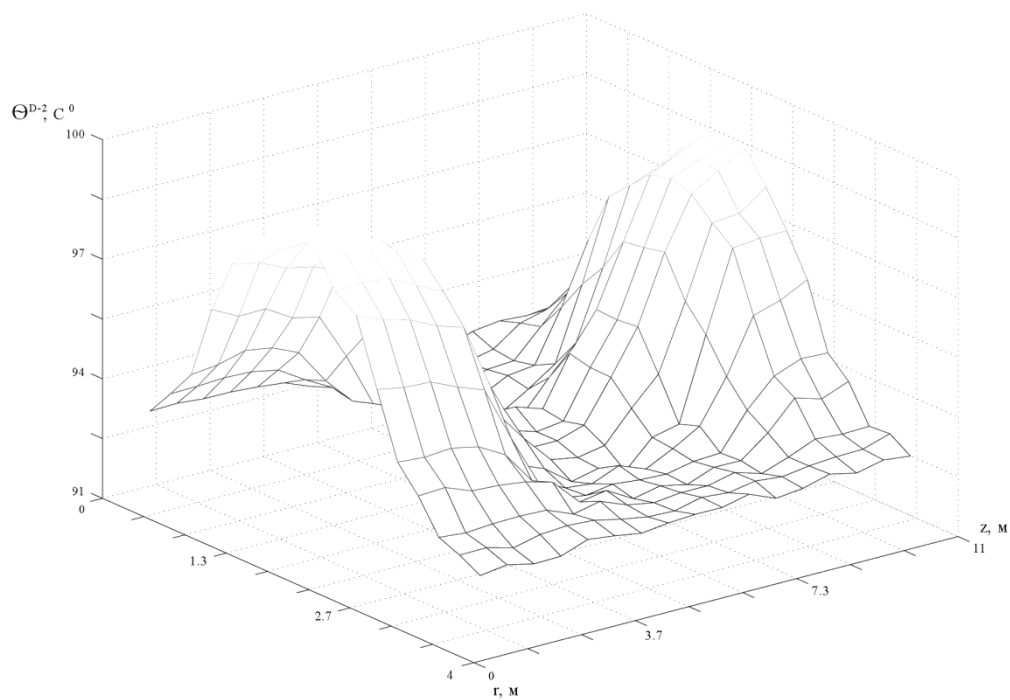


Рис. 4.5 б. Поле температури  $\theta = \theta(r, z, t)$  для електродегідратора D-

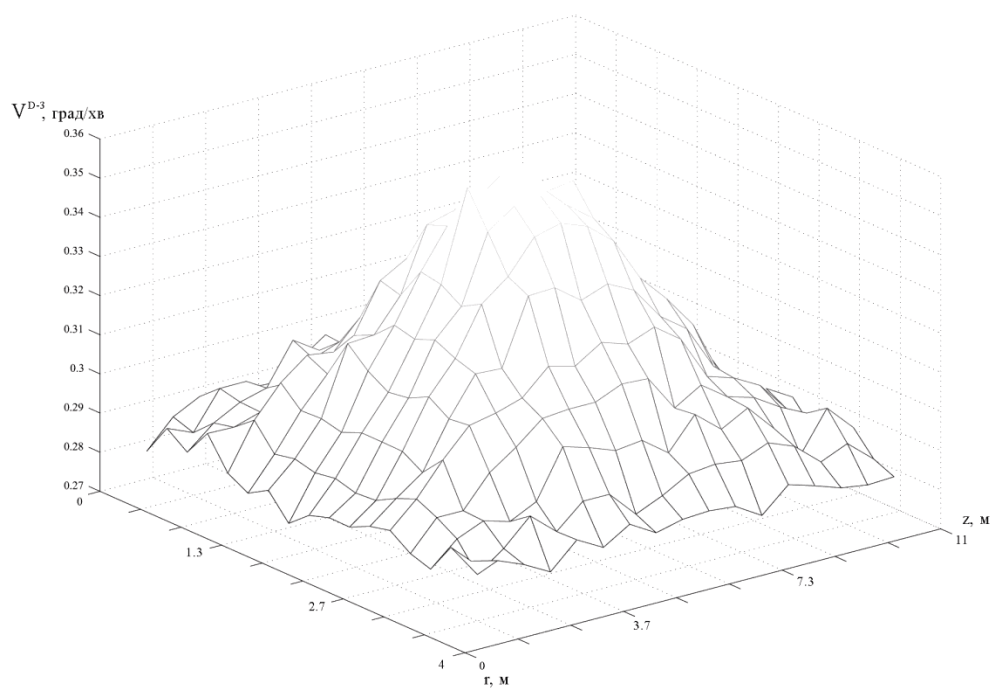


Рис. 4.6 а. Поле швидкості  $v = v(r, x, t)$  для електродегідратора D-3

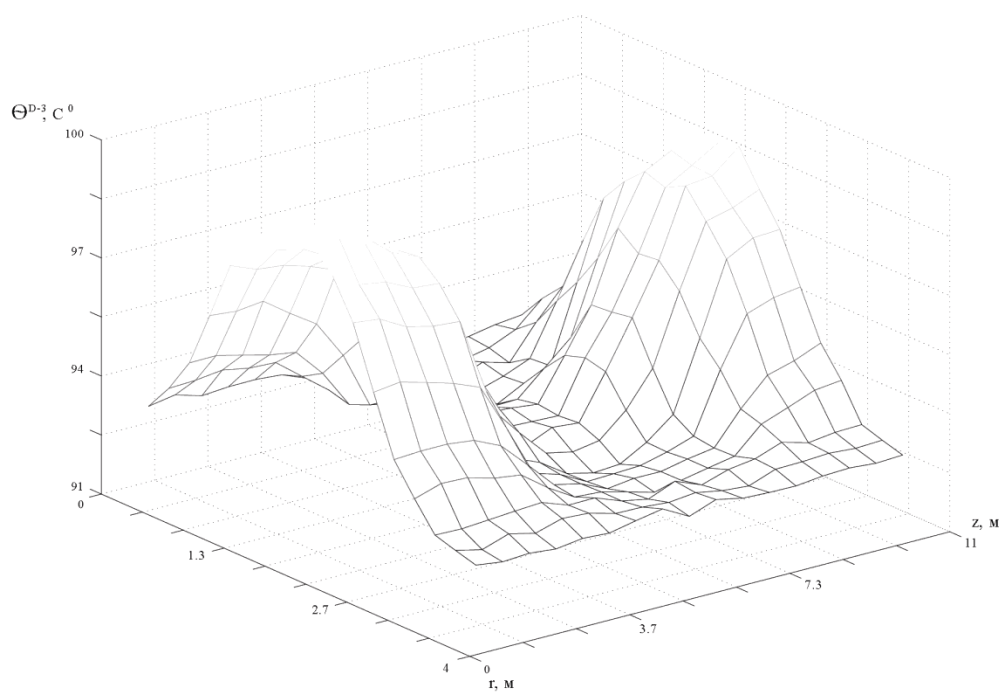


Рис. 4.6 б. Поле температури  $\theta = \theta(r, z, t)$  для електродегідратора D-3

#### 4.3. Моделювання динаміки процесу електро-(термо)знесолення та зневоднення сирової нафти при ідентифікації параметрів математичної моделі

Цілком типовою технологічною ситуацією для процесів переробки сирової нафти є така, коли в технологічному циклі перебувають нафти з різними фізико-хімічними параметрами [3]. Така ситуація виникає через те, що, навіть у продовж однієї робочої зміни, на переробку може надходити нафта, наприклад, зі сховищ та безпосередньо із залізничних цистерн. І, враховуючи те, що сира нафта (або водо-нафтова емульсія на окремих технологічних операціях), послідовно переходить від одного технологічного апарата до іншого, та з урахуванням часу перебування сирової нафти (або водо-нафтової емульсії) в окремих технологічних апаратах (який обчислюється від десятків хвилин до декількох годин), можна вважати, що одночасно в процесах переробки сирової нафти (тобто в неперервному технологічному циклі) перебуває сировина (в даному випадку можна коректно говорити про суміш так званих «легких» та «важких» нафт) з різними фізико-хімічними параметрами.

З точки зору розв'язання задач математичного моделювання, в даному випадку, слід говорити про те, що параметри ММ (які визначаються, в свою чергу, фізико-хімічними параметрами сировини — сирової нафти), якщо не невідомі, то, принаймні, потребують уточнення. У зв'язку з цим виникає необхідність *ідентифікації ММ за параметрами її налаштування* (тобто коефіцієнтів при шуканих функціях).

В розділі 3.2 запропоновано метод розв'язання задачі параметричної ідентифікації процесів переробки сирової нафти. Покажемо можливість його практичного застосування для параметричної ідентифікації ММ процесу електро-(термо)знесолення та зневоднення сирової нафти. Зазначимо, що при цьому ідентифікацію необхідно проводити окремо по технологічних апаратах (так само, як і моделювання динамічного стану), оскільки, з

огляду на вказані вище причини (узагальнено: парціальна різниця у фізико-хімічному складі сировини за часом може проявлятися у тому ж порядку, що й час технологічної операції переробки сировини в окремому технологічному апараті), а, тому, фізико-хімічний склад сировини може відрізнятися у відповідних апаратах.

Як показали попередні дослідження, найбільш суттєвого впливу при парціальному змішуванні нафти зазнає параметр густини. Нижче виконаємо розв'язання задачі параметричної ідентифікації ММ процесу електро-(термо)знесолення та зневоднення сирі нафти саме за параметром густини.

В якості ММ прямої задачі використаємо співвідношення виду (4.6) — (4.25). Застосування нелінійної ММ виду (Л.1) — (Л.20), як показали дослідження [120, 123], за деякими винятками (наприклад, якщо парціальна складова «важкої» нафти перебуває у межах (65...85)%), невиправдано, оскільки для «легких» нафт нелінійність не є вираженою, а додаткові ітераційні процеси при розв'язанні нелінійної задачі значно збільшують загальний машинний час розв'язання задачі, водночас не додаючи значного підвищення точності її розв'язку.

Зведена задача до системи (4.6) — (4.25) має наступний вигляд:

$$A_{c_{CM-1}} \frac{\partial \phi_{h_{CM-1}}^*(r, z, t)}{\partial t} = F_{TH_{CM-1}}(t) + F_{PB_{CM-1}}(t) - F_{e_{CM-1}}(t) \quad (4.26)$$

$$\rho C_p \frac{\partial \phi_{e_{CM-1}}^*(t)}{\partial t} = - \frac{\rho C_p F_{e_{CM-1}}(t)}{A_{c_{CM-1}}} \left[ \frac{\partial T_{e_{CM-1}}(t)}{\partial z} + \frac{1}{2\pi r} \cdot \frac{\partial T_{e_{CM-1}}(t)}{\partial r} \right] -$$

$$- \frac{\rho C_p}{\phi_{h_{CM-1}}^* A_{c_{CM-1}}} [F_{PB_{CM-1}}(t) T_{PB_{CM-1}}(t) - F_{TH_{CM-1}}(t) T_{TH_{CM-1}}(t)] \quad (4.27)$$

з початковими (для змішувача СМ-1)

$$F_{TH}(t)|_{t=t_k} = 2[F_{TH}(t_k)], F_{PB}(t)|_{t=t_k} = 2[F_{PB}(t_k)], F_{e_{CM-1}}(t)|_{t=t_k} = 2[F_{e_{CM-1}}(t_k)]$$

$$T_{TH}(t)|_{t=t_k} = 2[T_{TH}(t_k)], T_{PB}(t)|_{t=t_k} = 2[T_{PB}(t_k)],$$

$$F_{e_{CM-1}}(r, z, t)|_{t=t_k} = 2[F_{e_{CM-1}}(t_k)], \forall r, z \in \Omega \quad (4.28)$$

та граничними умовами (для змішувача СМ-1)

$$\begin{aligned}
 \phi_{h_{CM-1}}^* (r, z, t) \Big|_{r=0} &= 0, \quad F_{e_{CM-1}} (r, z, t) \Big|_{r=0} = F_{e_{CM-1}} (0, z, t), \\
 \phi_{h_{CM-1}}^* (r, z, t) \Big|_{r=r_{\max}} &= r_{\max}, \quad F_{e_{CM-1}} (r, z, t) \Big|_{r=r_{\max}} = F_{e_{CM-1}} (r_{\max}, z, t), \\
 \frac{\partial \phi_{h_{CM-1}}^* (r, z, t)}{\partial r} \Big|_{r=0} &= 0, \quad \frac{\partial F_{e_{CM-1}} (r, z, t)}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0, \\
 \frac{\partial \phi_{h_{CM-1}}^* (r, z, t)}{\partial r} \Big|_{r=r_{\max}} &= 0, \quad \frac{\partial F_{e_{CM-1}} (r, z, t)}{\partial r} \Big|_{r=r_{\max}} = 0, \quad 0 \leq t \leq t_k
 \end{aligned}
 \tag{4.29}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \phi_{v_{D-1}}^* (r, z, t)}{\partial t} &= \frac{F_{e_{D-1}} (t)}{A_{c_{D-1}}} \left[ \frac{\phi_{v_{D-1}}^* (r, z, t)}{\partial z} + \frac{1}{2\pi r} \cdot \frac{\phi_{v_{D-1}}^* (r, z, t)}{\partial r} \right] - \\
 &- \frac{2\pi r_{\max} \alpha_{eH}}{\rho_H C_{pH} A_{c_{D-1}}^2} [F_{e_{D-1}} (t) - F_{3HD-1} (t)] - \frac{2\pi r_{\max} \alpha_{eB}}{\rho_B C_{pB} A_{c_{D-1}}^2} [F_{e_{D-1}} (t) - F_{пвD-1} (t)]
 \end{aligned}
 \tag{4.30}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \phi_{\theta_{D-1}}^* (r, z, t)}{\partial t} &= \frac{F_{e_{D-1}} (t)}{A_{c_{D-1}}} \left[ \frac{\partial \phi_{\theta_{D-1}}^* (r, z, t)}{\partial z} + \frac{1}{2\pi r} \cdot \frac{\partial \phi_{\theta_{D-1}}^* (r, z, t)}{\partial r} \right] - \frac{2\pi r_{\max} \alpha_{eH}}{\rho_H C_{pH} A_{c_{D-1}}} \times \\
 &[T_{e_{D-1}} (t) - \theta_{D-1} (r, z, t)] - \frac{2\pi r_{\max} \alpha_{eB}}{\rho_B C_{pB} A_{c_{D-1}}} [T_{e_{D-1}} (t) - \theta_{D-1} (r, z, t)]
 \end{aligned}
 \tag{4.31}$$

з початковими (для термоделідратора D-1)

$$\begin{aligned}
 \phi_{v_{D-1}}^* (r, z, t) \Big|_{t=t_k + \tau_{CM-1}} &= 2[\phi_{v_{D-1}}^* (t_k + \tau_{CM-1})], \\
 \phi_{\theta_{D-1}}^* (r, z, t) \Big|_{t=t_k + \tau_{CM-1}} &= 2[\phi_{\theta_{D-1}}^* (t_k + \tau_{CM-1})], \quad \forall r, z \in \Omega
 \end{aligned}
 \tag{4.32}$$

та граничними умовами (для термодегідратора D-1)

$$\begin{aligned}
 \phi_{v_{D-1}}^* (r, z, t) \Big|_{r=0} &= \psi_{v_{D-1}}, \quad \phi_{\theta_{D-1}}^* (r, z, t) \Big|_{r=0} = \psi_{\theta_{D-1}}, \\
 \phi_{v_{D-1}}^* (r, z, t) \Big|_{r=r_{\max}} &= 0, \quad \phi_{\theta_{D-1}}^* (r, z, t) \Big|_{r=r_{\max}} = F_{e_{D-1}}, \\
 \frac{\partial \phi_{v_{D-1}}^* (r, z, t)}{\partial r} \Big|_{r=r_{\max}} &= \frac{\phi_{\theta_{D-1}}^* (r, z, t)}{\partial r} \Big|_{r=r_{\max}} = 0,
 \end{aligned}
 \tag{4.33}$$

$$A_{c_{CM-1}} \frac{\partial \phi_{h_{CM-2}}^* (r, z, t)}{\partial t} = F_{тн_{CM-1}} (t) + F_{пв_{CM-2}} (t) - F_{e_{CM-2}} (t)
 \tag{4.34}$$

$$\begin{aligned} \rho C_p \frac{\partial \phi_{e_{CM-2}}^*(t)}{\partial t} = & - \frac{\rho C_p F_{e_{CM-2}}(t)}{A_{c_{CM-1}}} \left[ \frac{\partial T_{e_{CM-2}}(t)}{\partial z} + \frac{1}{2\pi r} \cdot \frac{\partial T_{e_{CM-2}}(t)}{\partial r} \right] - \\ & - \frac{\rho C_p}{\phi_{h_{CM-2}}^* A_{c_{CM-2}}} \left[ F_{\text{пв}_{CM-2}}(t) T_{\text{пв}_{CM-2}}(t) - F_{\text{тн}_{CM-2}}(t) T_{\text{тн}_{CM-2}}(t) \right] \end{aligned} \quad (4.35)$$

з початковими (для змішувача СМ-2)

$$\begin{aligned} F_{\text{тн}_{D-1}}(t) \Big|_{t=t_k+\tau_{CM-1}+\tau_{D-1}} &= 2 \left[ F_{\text{тн}_{D-1}}(t_k + \tau_{CM-1} + \tau_{D-1}) \right], \\ F_{\text{пн}_{CM-2}}(t) \Big|_{t=\tau_{CM-1}+\tau_{D-1}} &= 2 \left[ F_{\text{пн}_{CM-2}}(t_k + \tau_{CM-1} + \tau_{D-1}) \right], \\ F_{e_{CM-2}}(t) \Big|_{t=t_k+\tau_{CM-1}+\tau_{D-1}} &= 2 \left[ F_{e_{CM-2}}(t_k + \tau_{CM-1} + \tau_{D-1}) \right], \\ T_{\text{тн}_{D-1}}(t) \Big|_{t=t_k+\tau_{CM-1}+\tau_{D-1}} &= 2 \left[ T_{\text{тн}_{D-1}}(t_k + \tau_{CM-1} + \tau_{D-1}) \right], \\ T_{\text{пн}_{CM-2}}(t) \Big|_{t=t_k+\tau_{CM-1}+\tau_{D-1}} &= 2 \left[ T_{\text{пн}_{CM-2}}(t_k + \tau_{CM-1} + \tau_{D-1}) \right], \\ T_{e_{CM-2}}(t) \Big|_{t=t_k+\tau_{CM-1}+\tau_{D-1}} &= 2 \left[ T_{e_{CM-2}}(t_k + \tau_{CM-1} + \tau_{D-1}) \right], \quad \forall r, z \in \Omega \end{aligned} \quad (4.36)$$

та граничними умовами (для змішувача СМ-2)

$$\begin{aligned} \phi_{h_{CM-2}}^*(r, z, t) \Big|_{r=0} &= 0, \quad T_{e_{CM-2}}(r, z, t) \Big|_{r=0} = T_{e_{CM-2}}(0, z, t), \\ \phi_{h_{CM-2}}^*(r, z, t) \Big|_{r=r_{\max}} &= r_{\max}, \quad T_{e_{CM-2}}(r, z, t) \Big|_{r=r_{\max}} = T_{e_{CM-2}}(r_{\max}, z, t), \\ \frac{\partial \phi_{h_{CM-2}}^*(r, z, t)}{\partial r} \Big|_{r=0} &= 0, \quad \frac{\partial T_{e_{CM-2}}(r, z, t)}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0, \\ \frac{\partial \phi_{h_{CM-2}}^*(r, z, t)}{\partial r} \Big|_{r=r_{\max}} &= 0, \quad \frac{\partial T_{e_{CM-2}}(r, z, t)}{\partial r} \Big|_{r=r_{\max}} = 0, \quad 0 \leq t \leq t_k \end{aligned} \quad (4.37)$$

$$\frac{\partial \phi_{v_{D-2}}^*(r, z, t)}{\partial t} = \frac{F_{e_{D-2}}(t)}{A_{c_{D-2}}} \left[ \frac{\phi_{v_{D-2}}^*(r, z, t)}{\partial z} + \frac{1}{2\pi r} \cdot \frac{\phi_{v_{D-2}}^*(r, z, t)}{\partial r} \right] -$$

$$-\frac{2\pi r_{\max} \alpha_{\text{eH}}}{\rho_{\text{H}} C_{\rho_{\text{H}}} A_{c_{\text{D}-2}}^2} [F_{\text{eD}-2}(t) - F_{3\text{HD}-2}(t)] - \frac{2\pi r_{\max} \alpha_{\text{eB}}}{\rho_{\text{B}} C_{\rho_{\text{B}}} A_{c_{\text{D}-2}}^2} [F_{\text{eD}-2}(t) - F_{\text{пвD}-2}(t)]$$

(4.38)

$$\frac{\partial \phi_{\theta_{\text{D}-2}}^*(r, z, t)}{\partial t} = \frac{F_{\text{eD}-2}(t)}{A_{c_{\text{D}-2}}} \left[ \frac{\partial \phi_{\theta_{\text{D}-2}}^*(r, z, t)}{\partial z} + \frac{1}{2\pi r} \cdot \frac{\partial \phi_{\theta_{\text{D}-2}}^*(r, z, t)}{\partial r} \right] - \frac{2\pi r_{\max} \alpha_{\text{eH}}}{\rho_{\text{H}} C_{\rho_{\text{H}}} A_{c_{\text{D}-2}}} \times$$

$$[T_{\text{eD}-2}(t) - \theta_{\text{D}-2}(r, z, t)] - \frac{2\pi r_{\max} \alpha_{\text{eB}}}{\rho_{\text{B}} C_{\rho_{\text{B}}} A_{c_{\text{D}-2}}} [T_{\text{eD}-1}(t) - \theta_{\text{D}-2}(r, z, t)]$$

(4.39)

з початковими (для термоделідратора D-2)

$$\phi_{\nu_{\text{D}-2}}^*(r, z, t) \Big|_{t=t_k + \tau_{\text{CM}-1} + \tau_{\text{D}-1} + \tau_{\text{CM}-2}} = 2 \left[ \phi_{\nu_{\text{D}-2}}^*(t_k + \tau_{\text{CM}-1} + \tau_{\text{D}-1} + \tau_{\text{CM}-2}) \right],$$

$$\phi_{\theta_{\text{D}-2}}^*(r, z, t) \Big|_{t=t_k + \tau_{\text{CM}-1} + \tau_{\text{D}-1} + \tau_{\text{CM}-2}} = 2 \left[ \phi_{\theta_{\text{D}-2}}^*(t_k + \tau_{\text{CM}-1} + \tau_{\text{D}-1} + \tau_{\text{CM}-2}) \right],$$

$$\forall r, z \in \Omega$$

(4.40)

та граничними умовами (для термодегідратора D-1)

$$\phi_{\nu_{\text{D}-2}}^*(r, z, t) \Big|_{r=0} = \psi_{\nu_{\text{D}-2}}, \quad \phi_{\theta_{\text{D}-2}}^*(r, z, t) \Big|_{r=0} = \psi_{\theta_{\text{D}-2}},$$

$$\phi_{\nu_{\text{D}-2}}^*(r, z, t) \Big|_{r=r_{\max}} = 0, \quad \phi_{\theta_{\text{D}-2}}^*(r, z, t) \Big|_{r=r_{\max}} = F_{\text{eD}-2},$$

$$\frac{\partial \phi_{\nu_{\text{D}-2}}^*(r, z, t)}{\partial r} \Big|_{r=r_{\max}} = \frac{\phi_{\theta_{\text{D}-1}}^*(r, z, t)}{\partial r} \Big|_{r=r_{\max}} = 0,$$

(4.41)

$$\frac{\partial \phi_{\nu_{\text{D}-3}}^*(r, z, t)}{\partial t} = \frac{F_{\text{eD}-3}(t)}{A_{c_{\text{D}-3}}} \left[ \frac{\phi_{\nu_{\text{D}-3}}^*(r, z, t)}{\partial z} + \frac{1}{2\pi r} \cdot \frac{\phi_{\nu_{\text{D}-3}}^*(r, z, t)}{\partial r} \right] -$$

$$-\frac{2\pi r_{\max} \alpha_{\text{eH}}}{\rho_{\text{H}} C_{\rho_{\text{H}}} A_{c_{\text{D}-3}}^2} [F_{\text{eD}-1}(t) - F_{3\text{HD}-3}(t)] - \frac{2\pi r_{\max} \alpha_{\text{eB}}}{\rho_{\text{B}} C_{\rho_{\text{B}}} A_{c_{\text{D}-3}}^2} [F_{\text{eD}-3}(t) - F_{\text{пвD}-3}(t)]$$

(4.42)

$$\frac{\partial \phi_{\theta_{\text{D}-3}}^*(r, z, t)}{\partial t} = \frac{F_{\text{eD}-3}(t)}{A_{c_{\text{D}-3}}} \left[ \frac{\partial \phi_{\theta_{\text{D}-3}}^*(r, z, t)}{\partial z} + \frac{1}{2\pi r} \cdot \frac{\partial \phi_{\theta_{\text{D}-3}}^*(r, z, t)}{\partial r} \right] - \frac{2\pi r_{\max} \alpha_{\text{eH}}}{\rho_{\text{H}} C_{\rho_{\text{H}}} A_{c_{\text{D}-3}}} \times$$

$$[T_{\text{eD}-3}(t) - \theta_{\text{D}-3}(r, z, t)] - \frac{2\pi r_{\max} \alpha_{\text{eB}}}{\rho_{\text{B}} C_{\rho_{\text{B}}} A_{c_{\text{D}-3}}} [T_{\text{eD}-3}(t) - \theta_{\text{D}-3}(r, z, t)]$$

(4.43)



з початковими (для термоделідратора D-3)

$$\begin{aligned}
 & \left. \phi_{v_{D-3}}^* (r, z, t) \right|_{t=t_k + \tau_{CM-1} + \tau_{D-1} + \tau_{CM-2} + \tau_{D-2}} = \\
 & = 2 \left[ \phi_{v_{D-3}}^* (t_k + \tau_{CM-1} + \tau_{D-1} + \tau_{CM-2} + \tau_{D-2}) \right], \\
 & \left. \phi_{\theta_{D-3}}^* (r, z, t) \right|_{t=t_k + \tau_{CM-1} + \tau_{D-1} + \tau_{CM-2} + \tau_{D-2}} = \\
 & = 2 \left[ \phi_{\theta_{D-3}}^* (t_k + \tau_{CM-1} + \tau_{D-1} + \tau_{CM-2} + \tau_{D-2}) \right], \quad \forall r, z \in \Omega \quad (4.44)
 \end{aligned}$$

та граничними умовами (для термодегідратора D-3)

$$\begin{aligned}
 & \left. \phi_{v_{D-3}}^* (r, z, t) \right|_{r=0} = \psi_{v_{D-3}}, \quad \left. \phi_{\theta_{D-3}}^* (r, z, t) \right|_{r=0} = \psi_{\theta_{D-3}}, \\
 & \left. \phi_{v_{D-3}}^* (r, z, t) \right|_{r=r_{\max}} = 0, \quad \left. \phi_{\theta_{D-3}}^* (r, z, t) \right|_{r=r_{\max}} = F_{\epsilon_{D-3}}, \\
 & \left. \frac{\partial \phi_{v_{D-3}}^* (r, z, t)}{\partial r} \right|_{r=r_{\max}} = \left. \frac{\partial \phi_{\theta_{D-3}}^* (r, z, t)}{\partial r} \right|_{r=r_{\max}} = 0, \quad (4.45)
 \end{aligned}$$

Розглядається задача параметричної ідентифікації ММ процесу електро-(термо)знесолення та зневоднення сирової нафти за параметром густини, яку зумовлено переходом з обробки «легкої» нафти ( $\rho = 815 \text{ кг/м}^3$ ) на «важку» нафту ( $\rho = 985 \text{ кг/м}^3$ ) при витраті сировини на вході  $Q = 0,015 \text{ м}^3/\text{хв}$ . Крім зазначених інші вихідні дані наведено у табл. 4.1, Л.1. Точність ідентифікації доцільно обирати у межах ( $\delta_i = (3...5)\%$ ). Підвищення точності ідентифікації за вказані межі недоречно, по-перше, через те, що більшість вихідних даних (зокрема, технологічні параметри, кроки дискретизації за простором, тощо) задаються саме з такою точністю, а, по-друге, підвищення точності ідентифікації може призвести до необґрунтованого (з огляду на точність завдання вихідних даних) збільшення машинного часу розв'язання задачі.

Результати розв'язання поставленої задачі параметричної ідентифікації представлено на рис. 4.7 — 4.11. Наведені на них графіки

показують монотонний характер зміни параметра густини, що зумовлено інерційними властивостями технологічних апаратів та переважно монотонним характером зміни збуджуючих впливів. Останнє має місце лише при регламентних режимах технологічного процесу, і може порушуватися при аварійних (позаштатних) режимах.

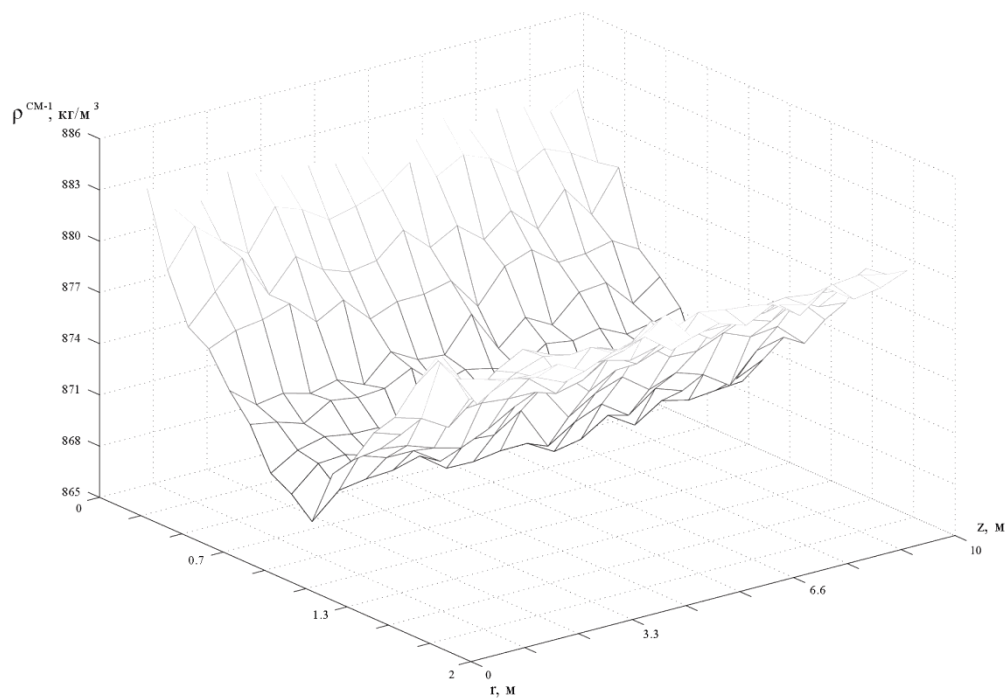


Рис. 4.7. Поле параметру густини для змішувача СМ-1

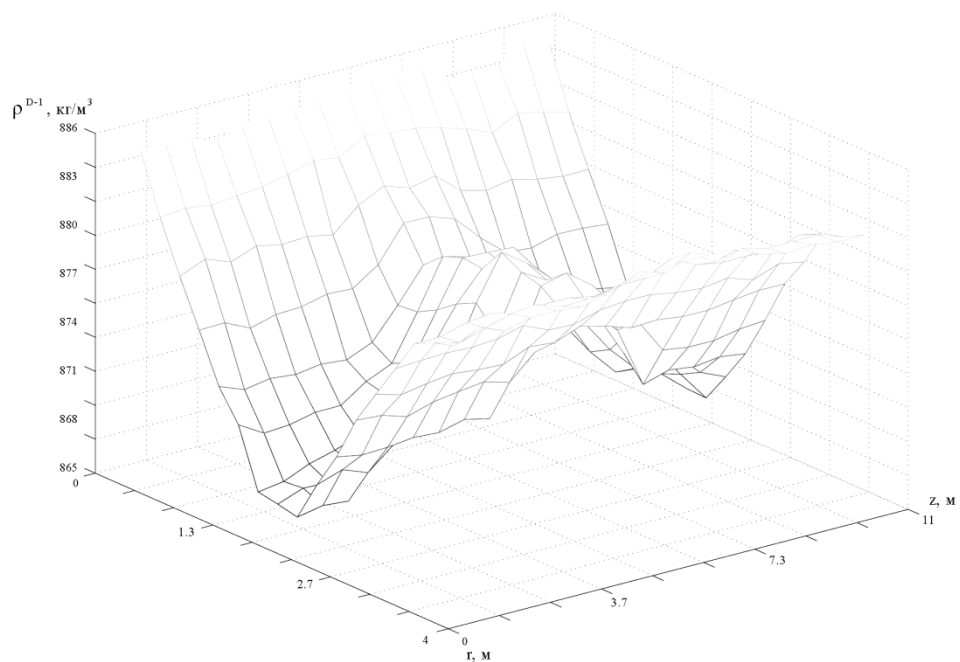


Рис. 4.8. Поле параметру густини для термодегідратора D-1

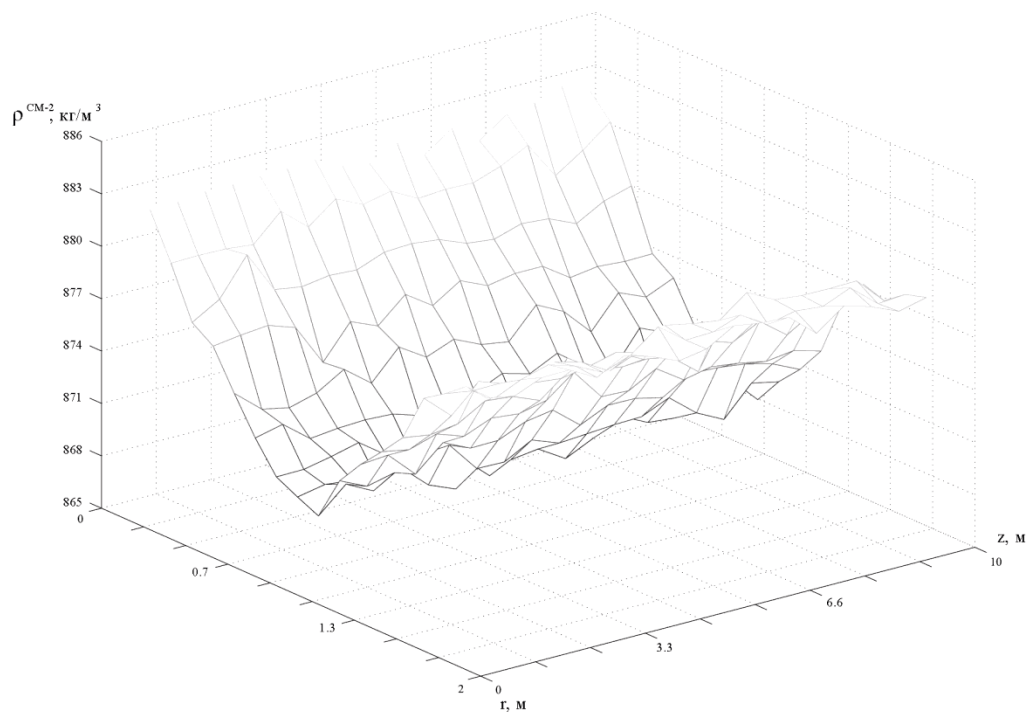


Рис. 4.9. Поле параметру густини для змішувача СМ-2

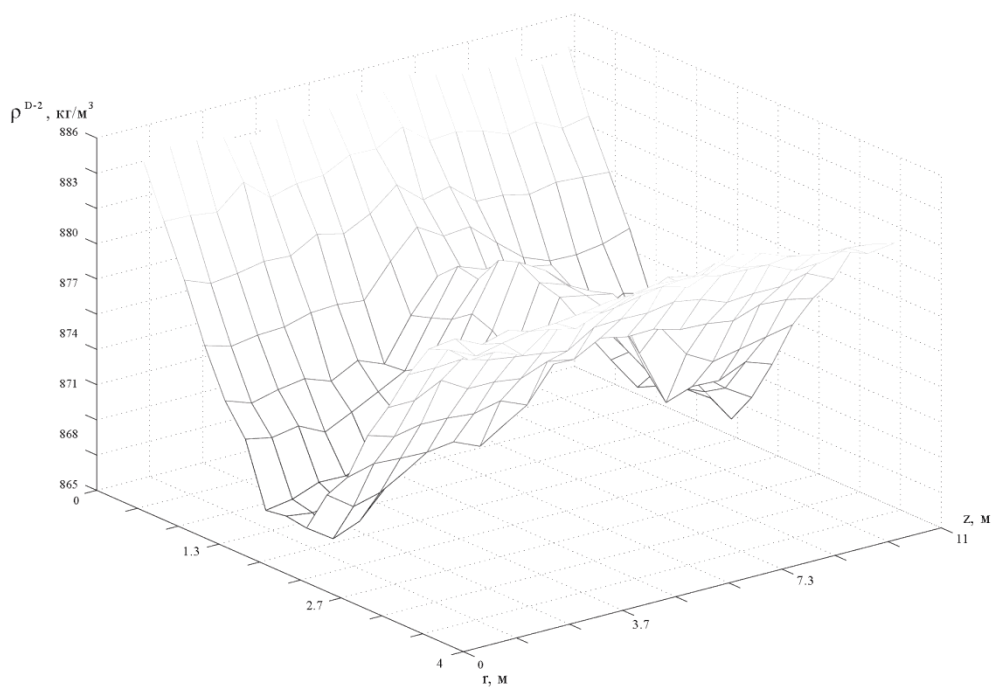


Рис. 4.10. Поле параметру густини для електродегідратора D-

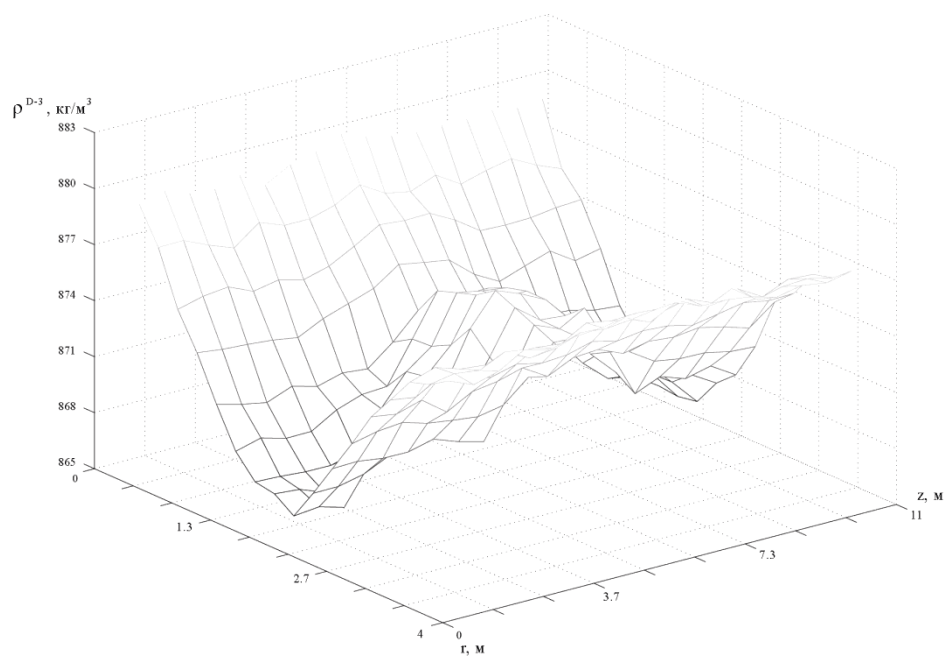


Рис. 4.11. Поле параметру густини для електродегідратора D-3

## ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 4

1. Розроблено та запропоновано комп'ютерні засоби щодо розв'язання задач моделювання та ідентифікації процесів ППСВ. Запропоновані комп'ютерні засоби реалізовано на платформі спеціалізованого пакету Matlab і при цьому використовують його ToolBox в якості інструментальної бази.

2. Розглянуто досвід застосування розроблених у дисертаційній роботі математичних моделей та методів їх обчислювальної реалізації в практиці дослідження процесів ППСВ. На прикладах реальних задач проведено дослідження динамічного стану процесу електро-(термо)знесолення та зневоднення сирової нафти (для випадків лінійної та нелінійної ММ), а також виконано параметричну ідентифікацію математичної моделі цього процесу за параметром густини.

## ВИСНОВКИ

В дисертаційній роботі вирішено важливу наукову задачу, яка полягає у створенні та подальшому розвитку методів математичного та чисельного моделювання процесів і апаратів первинної переробки сирих вуглеводнів на основі застосування принципу типізації та уніфікації, а також у розробці комп'ютерно-орієнтованих засобів, які забезпечують ефективне розв'язування прикладних задач при дослідженні класу промислово вживаних процесів і апаратів первинної переробки сирих вуглеводнів.

В тому числі отримано наступні теоретичні та практичні результати:

1. Виконано аналіз існуючих ММ технологічних процесів ППСВ. Показано, що у практичних реалізаціях автоматизованих систем управління процесами ППСВ існує брак адекватних ММ відповідних процесів. Обґрунтовано адекватність математичного опису процесів ППСВ у вигляді ДРЧП або систем ДРЧП. Виявлено можливість розширення математичного опису досліджуваного класу процесів у вигляді ДРЧП (систем ДРЧП) на випадки нестационарної та нелінійної постановок задач.

2. Виконано систематизацію процесів ППСВ на основі якої розроблено сукупність ММ у вигляді нестационарних нелінійних ДРЧП (або систем вказаних ДРЧП), а також виконано узагальнення математичного опису даного класу процесів (апаратів) ППСВ, для якого проведено якісне дослідження з метою доведення існування та єдиності розв'язків отриманих ДРЧП (систем ДРЧП).

3. Застосування запропонованих ММ при моделюванні процесів ППСВ дало змогу підвищити точність комп'ютерного моделювання на (10...15)% у порівнянні із відомими (емпіричними, рекурентними та статистичними) ММ. Причому, останні придатні до застосування лише у вузькому діапазоні значень технологічних параметрів, з урахуванням яких

утворено ці ММ. У іншому випадку адекватність емпіричних, рекурентних та статистичних ММ різко знижується (зменшується точність обчислень) і вони потребують корекції. На відміну від зазначеного, запропоновані ММ зберігають адекватність при зміні технологічних параметрів у широкому діапазоні, оскільки утворені на основі фундаментальних фізичних законів (зокрема, збереження маси, енергії, імпульсу, тощо), що характеризують плин технологічного процесу, який вони моделюють.

4. Запропоновано та обґрунтовано метод реалізації узагальненої ММ процесів ППСВ, який зводиться до дискретизації неперервної узагальненої ММ за різницевою схемою з вагами та подальшого розв'язання отриманої системи нелінійних дискретних рівнянь за процедурою простої ітерації. Запропонований метод характеризується універсальністю, повнотою та точністю отримуваних розв'язків ДРЧП (систем ДРЧП) і, на відміну від відомих методів реалізації моделей процесів (апаратів) ППСВ, дозволяє врахувати основні якісні властивості цих процесів: просторово-розподілений характер, нелінійність та нестационарність. Розроблено ефективну процедуру чисельного розв'язування ДРЧП (систем ДРЧП), які утворюють ММ процесів ППСВ, а також отримано умови сталості їх дискретних аналогів.

Метод дозволяє скоротити на (3...7)% обчислювальні витрати при чисельному розв'язуванні ДРЧП, що утворюють узагальнену ММ процесів ППСВ, за рахунок застосування економічних різницевих схем.

5. Розвинуто застосування методу параметричної ідентифікації, заснованого на градієнтній процедурі оптимізації, на випадок процесів ППСВ. Встановлено можливість отримання розв'язку задачі параметричної ідентифікації у випадках, коли параметр, який ідентифікується, являє собою функцію просторових координат (лінійна задача) або шуканої розподіленої функції простору стану (нелінійна задача).



6. Створено комплекс програмних засобів щодо моделювання та ідентифікації класу процесів ППСВ. Програмні засоби розроблено із застосуванням платформи спеціалізованого пакету Matlab та поєднано у єдиний пакет прикладних модулів у відповідності до концепції Matlab Application Toolboxes, яку прийнято у системі Matlab.

7. Запропоновані ММ, методи та алгоритми їх реалізації, а також розроблені програмні засоби, дозволили ефективно розв'язати низку прикладних задач, а саме:

— виконано моделювання динаміки процесу електро-(термо)знесолення та зневоднення сирої нафти при незмінних параметрах математичної моделі;

— виконано моделювання динаміки процесу електро-(термо)знесолення та зневоднення сирої нафти при нелінійному характері математичної моделі;

— виконано моделювання динаміки процесу електро-(термо)знесолення та зневоднення сирої нафти при ідентифікації параметрів математичної моделі;

— розглянуто можливість практичного застосування сукупності розроблених ММ процесів ППСВ у складі інструментального забезпечення систем управління даними процесами (апаратами) у зв'язку з чим запропоновано конструктивну процедуру синтезу відповідних законів управління. Процедура враховує наявність фізично притаманних процесам ППСВ запізнювань на елементи векторів простору стану та управління. Введення в структуру запропонованих систем управління процесами ППСВ відповідних компенсаторів дало змогу скоротити час виходу на усталений режим в середньому на 2,7%. Результати тестових досліджень свідчать про цілковиту придатність застосування розроблених ММ та законів управління в режимі реального часу в системах автоматизованого управління процесами ППСВ.

Запропоновані ММ, методи та програмні засоби їх чисельної реалізації, розроблено на підставі принципу типізації та уніфікації, що дає змогу застосовувати їх при розв'язанні достатньо широкої гами прикладних задач моделювання та параметричної ідентифікації процесів ППСВ.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Иванов В. Г. Повышение эффективности технологий промышленной подготовки сырой нефти и газового конденсата / В. Г. Иванов, А. С. Маслов, А. А. Гавриков // Газовая промышленность. — 2003. — № 7. — С. 54 — 62.
2. Кравцов А. В. Компьютерный анализ технологий промысловой подготовки нефти и газа / А. В. Кравцов, Н. В. Ушева, О. Е. Мойзес, Е. А. Кузьменко // В сб.: Математическое и программное обеспечение систем. Под ред. В. К. Погребного. — Томск, 2005. — Вып. 2. — С. 28 — 31.
3. Технологический регламент установки ЭЛОУ—АВТ. ТР 00152282.006:2007. — Одесса: ОАО «ЛУКОЙЛ — Одесский НПЗ», 2007. — 208 с.
4. Скобло А. И. Процессы и аппараты нефтегазопереработки и нефтехимии / А. И. Скобло, Ю. К. Молоканов А. И. Владимиров В. А. Щелкунов. — М.: Недра, 2000. — 677 с.
5. Тронов В. П. Перспективные направления в технологии и аппаратурном оформлении процессов подготовки нефти // Нефтепромысловое дело. — №10, 1976. — С. 17 — 24.
6. Кусовский Б. И. Приборы и системы автоматического регулирования технологического режима процесса подготовки нефти в электродегидраторах на НПЗ. — М.: ЦНИИТЭНефтехим, 2007. — 287 с.
7. Эрих В. Н. Химия и технология нефти и газа / В. Н. Эрих, М. Г. Расина, М. Г. Рудин. Л.: Наука, 1985. — 379 с.
8. Александров И. А. Перегонка и ректификация в нефтепереработке. — М.: Химия, 1981, 361 с.
9. Duan Z. New process for crude oil atmospheric distillation / Z. Duan, R. Zhou, J. Peng // Lianyou Sheji, v. 27, 2007, № 6, PP. 14 — 27.
10. Львов В. М. Особенности конструкций аппаратов и установок по обезвоживанию нефтей и методы повышения их эффективности. — М.: Химия, 2002. — 359 с.

11. Суханов В. П. Переработка нефти. — М.: Высшая школа, 1998. — 335 с.
12. Логинов В. И. Обезвоживание и обессоливание нефтей. — М.: Химия, 1979. — 210 с.
13. Байков Н. М. Сбор и промысловая подготовка нефти, газа и воды / Н. М. Байков, Г. Н. Познышев, Р. И. Мансуров. — М.: Недра, 1981. — 251 с.
14. Еремин И. Н. Исследование и разработка отстойников для подготовки нефти / В сб.: Сбор, подготовка нефти и воды и защита от коррозии нефтепромыслового оборудования. — Уфа, 1980. — С. 24 — 31.
15. Гершуни С. Ш. Оборудование для обезвоживания и обессоливания нефти в электрическом поле / С. Ш. Гершуни, М. Г. Лейбовский // Химическое машиностроение. — № 4, 2003. — С. 22 — 28.
16. Исаев Б. Н. Анализ работы блока ЭЛОУ высокопроизводительной атмосферной установки / Б. Н. Исаев, Г. П. Пикалов // Нефтепереработка и нефтехимия. — № 1, 1992. — С. 34 — 42.
17. Дихтерман А. И. Электрообессоливание нефти с рециркуляцией воды / А. И. Дихтерман, А. Ф. Корж // Нефтепереработка и нефтехимия. — № 4, 1972. — С. 67 — 74.
18. Кабардин Г.А. К вопросу оптимизации технологических процессов подготовки нефти и очистки пластовых вод // В сб.: Управление процессами при разработке и эксплуатации нефтяных месторождений. — Казань, 1999. — С. 95 — 101.
19. Динеев Р. Д. Обоснование выбора управляющих параметров установок подготовки нефти. / Р. Д. Динеев, В. П. Седунов, Н. Н. Русанов // В сб.: Применение математических методов на базе ЭВМ в управлении нефтедобывающим предприятием, Альметьевск, 2000, С. 55 — 59.
20. Абдуллаев Ф. М. Синтез алгоритмов оптимального управления процессами комплексной подготовки нефти // Автоматизация и телемеханизация нефтяной промышленности, № 1, 2001. — С. 103 — 112.

21. Резаев А. Г. Оптимизация технологических процессов термохимического обезвоживания и обессоливания нефти // Автоматизация и телемеханизация нефтяной промышленности. — № 3, 1991. — С. 31 — 38.

22. Путохин В. С. Управление технологическим режимом блока обессоливания нефти // Автоматизация и телемеханизация нефтяной промышленности. — № 6, 1990. — С. 57 — 64.

23. Путохин В. С. Оптимизация технологического процесса обезвоживания нефти // Автоматизация и телемеханизация нефтяной промышленности. — № 4, 1990. — С. 72 — 81.

24. Островский Г. М. Методы оптимизации сложных химико-технологических процессов / Г. М. Островский, Ю. М. Волин. — М.: Химия, 2000. — 328 с.

25. Бояринов А. И. , Кафаров В.В. Методы оптимизации в химической технологии / А. И. Бояринов, В. В. Кафаров. — М.: Химия, 1989. — 372 с.

26. Лисицын Н. В. Оптимальное управление установкой первичной перегонки нефти. / Н. В. Лисицын, А. Н. Кривоспицкий, Н. В. Кузичкин // Теоретические основы химической технологии. — 2002. — Т. 36, №3, С. 1 — 6.

27. Нгуен Ван Тьен. Совершенствование технологических процессов обезвоживания и обессоливания нефти с позиций системного подхода: дис. ... канд. техн. наук: спец. 05.13.01 «Системный анализ, управление и обработка информации (по отраслям)» / Нгуен Ван Тьен. — М., 2004. — 164 с.

28. Анисимов И. В. Математическое моделирование и оптимизация ректификационных установок / И. В. Анисимов, В. И. Бодров, В. Г. Покровский. — М.: Химия, 1995. — 215 с.

29. Яковенко В. О. Моделювання теплообміну при руйнуванні водонафтових емульсій енергією надвисоких частот / В. О. Яковенко // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій: Збірник

наукових праць Дніпропетровського національного університету. — 2007. — Вип. 11. — С. 150 — 157.

30. Мамедов А. М. Исследование процесса термохимической деэмульсации нефти // Нефтепромысловое дело. — №8, 1993. — С. 38 — 45.

31. Антипьев В.Н. О моделировании отстойной аппаратуры при обезвоживании нефти // Нефтепромысловое дело. — №10, 1993. — С. 71 — 77.

32. Мамлеев Р. А. Моделирование работы отстойной аппаратуры // Нефтепромысловое дело. — №6, 1981. — С. 24 — 30.

33. Ахназарова С. Л. Методы оптимизации эксперимента в химической технологии / С. Л. Ахназарова, В. В. Кафаров — М.: Высшая школа, 1985. — 327 с.

34. Каменских И. А. Процессы и аппараты нефтяной и газовой промышленности / И. А. Каменских, В. А. Ведерников, В. А. Овчинникова. Учебник для ВУЗов. — Тюмень: ТюмГНГУ, 2002. — 192 с.

35. Кравцов А. В. Разработка компьютерной моделирующей системы как инструмента повышения эффективности процесса производства линейных алкилбензолов / А. В. Кравцов, И. О. Шиндорова, Е. Н. Ивашкина, В. А. Фетисова, Э. Д. Иванчина // Мир нефтепродуктов. Вестник нефтяных компаний. — № 9 — 10, 2009. — С. 39 — 45.

36. Ким С. Ф. Моделирование процессов разрушения водонефтяных эмульсий для крупнотоннажных технологий подготовки нефти / С. Ф. Ким, Н. В. Ушева, М. А. Самборская, Е. А. Кузьменко // Известия Томского политехнического ун-та. — Томск, 2013. — Т. 314. — №1. — С. 626 — 629.

37. Бояринов А. И. Методы оптимизации в химической технологии / А. И. Бояринов, В. В. Кафаров. — М.: Химия, 1975. — 575 с.

38. Волынский Б. А. Модели для решения краевых задач / Б. А. Волынский, В. Е. Бухман. — М.: Физматгиз, 1960. — 451 с.

39. Ажогин В. В. Машинное проектирование оптимальных систем управления пространственно-распределенными динамическими объектами / В. В. Ажогин, М. З. Згуровский. — К.: Вища школа, 1985. — 168 с.
40. Лапига А. Г. Системный подход к комплексной оценке качества нефтепродуктов / А. Г. Лапига, В. В. Поляков, Э. В. Калинина, Н. А. Литвинова // Нефтеперерабатывающая и нефтехимическая промышленность. — М.: ЦНИИТЭнефтехим, 2009. — Вып.2. — С. 56 — 61.
41. Liebmann K. Integrated design of a conventional crude oil distillation tower using pinch analysis / K. Liebmann, V. R. Dhole, M. Jobson // Chem. Eng. Res. Des. v. 76(A3), 1998, PP. 33 — 51.
42. Логинов В. И. Обезвоживание и обессоливание нефтей. — М.: Химия, 1979. — 210 с.
43. Лутошкин Г. С. Сбор и подготовка нефти, газа и воды к транспорту. — М.: Недра, 1972 — 361 с.
44. Поконова Ю. В. Нефть и нефтепродукты. СПб.: Пролис, 2003. — 374 с.
45. Sergey A. Polozhaenko. Method of Numerical Implementing Mathematical Models for the Primary Processing of Raw Hydrocarbons / Sergey A. Polozhaenko, Yuri V. Grigorenko // Eastern European Scientific Journal. — 2014. — №2. — PP. 290 — 296 (<http://dx.DOI 10.12851/EESJ201404ART44>)
46. Коллинз Р. Течение жидкостей через пористые материалы. — М.: Мир, 1964. — 375с.
47. Азиз Х. Математическое моделирование пластовых систем / Х. Азиз, Сеттари. — М.: Недра, 1982. — 406с.
48. Кричлоу Генри Б. Современная разработка нефтяных месторождений — проблемы моделирования. — М.: Недра, 1979. — 302с.
49. Булыгин В. Я. Гидромеханика нефтяного пласта. — М.: Недра, 1974. — 354с.

50. Бессекерский В. А. Теория систем автоматического регулирования / В. А. Бессекерский, Е. П. Попов. — М.: Наука, 1975. — 768 с.
51. Айзерман М. А. Теория автоматического регулирования. — М.: Наука, 1966. — 371 с.
52. Васильев Д. Ф. Системы автоматического регулирования / Д. Ф. Васильев, В. Г. Чуич. — М.: Высшая школа, 1975. — 367 с.
53. Воронов А. А. Основы теории автоматического управления. — Ч. 1, Ч. 2. — М.: Энергия. — 274 с. (Ч. 2 — 311 с.).
54. Куропаткин П. В. Теория автоматического управления. — М.: Высшая школа, 1987. — 359 с.
55. Цыпкин Я. З. Теория линейных импульсных систем. — М.: Наука, 1973 — 265 с.
56. Юревич Е. И. Теория автоматического управления. — М.: Энергия, 1969. — 412 с.
57. 14. Ту Ю. Т. Цифровые и импульсные системы автоматического управления. — М.: Мир, 1973. — 376 с.
58. Рей У. Методы управления технологическими процессами. — М.: Мир, 1983. — 367 с.
59. Химия нефти / Под ред. З. И. Скопяева. Л.: Химия, 1984. — 358 с.
60. Петров А. А. Углеводороды нефти. М.: Химия, 1984. — 416 с.
61. Мацевитый Ю. М. Моделирование нелинейных процессов в распределенных системах / Ю. М. Мацевитый, В. Е. Прокофьев. — К.: Наукова думка, 1985. — 302 с.
62. Бутковский А. Г. Характеристики систем с распределенными параметрами. — М.: Наука, 1975. — 224 с.
63. Коздоба Л. А. Методы решения нелинейных задач теплопроводности. — М.: Наука, 1975. — 227 с.
64. Тихонов А. Н. Уравнения математической физики / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. — М.: Наука, 1978. — 724с.



65. Кравцов А. В. Оценка эффективности реакторного блока установки риформинга с применением математической модели процесса / А. В. Кравцов, Э. Д. Иванчина, С. А. Галушкин, Д. С. Полубоярцев // Известия Томского политехнического ун-та. — Томск, 2004. — Т. 307. — №1. — С. 119 — 122.

66. Трофимов А. Г. Синтез нейросетевых структур для моделирования управляемых объектов с распределенными параметрами: дис. ... канд. техн. наук: спец. 05.13.01 «Системный анализ, управление и обработка информации (по отраслям)» / А. Г. Трофимов. — М., 2008. — 173 с.

67. Горбаченко В. И. Нейрокомпьютеры в решении краевых задач теории поля. Кн. 10. — М.: Радиотехника, 2003. — 333 с.

68. Васильев А. Н. Математическое моделирование распределенных систем с помощью нейронных сетей // Математическое моделирование, 2007. — Т. 19. — №12. — С. 32 — 42.

69. Дудников Е. Е. Типовые задачи оперативного управления непрерывным производством / Е. Е. Дудников, Ю. М. Ирдинов. — М.: Энергия, 1979. — 272 с.

70. Сизиков А. П. Методика расчета температур разделения нефти на целевые продукты на основе свойств узких фракций // Вестник Самарского госуниверситета. — Самара, 2011. — №2(30). — С. 230 — 235.

71. Сизиков А. П. Разработка предметно-ориентированных систем оптимизации (на примере нефтеперерабатывающего производства) // Управление техническими системами и технологическими процессами. — Вып. 40, 2012. — С. 291 — 308.

72. Бутковский А. Г. Методы управления системами с распределенными параметрами. — М.: Наука, 1975. — 568 с.

73. Бэки Дж. Теория и применение гибридных вычислительных систем / Дж. Бэки, У. Карплюс. — М.: Мир, 1970. — 483 с.

74. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. — М.: Энергоиздат, 1984. — 152 с.

75. Мацевитый Ю. М. Электрическое моделирование нелинейных задач технической теплофизики. — К.: Наукова думка, 1977. — 253 с.
76. Рихтмайер Р. Д. Разностные методы решения краевых задач / Р. Д. Рихтмайер, К. Мортон. — М.: Мир, 1972. — 418 с.
77. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики. — Новосибирск: Наука, 1973. — 352 с.
78. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. — М. Наука, 1971. — 552 с.
79. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. — М.: Мир, 1975. — 312 с.
80. Мацевитый Ю. М. Идентификация в задачах теплопроводности. — К.: Наукова думка, 1982. — 240 с.
81. Симбирский Д. Ф. Температурная диагностика двигателей. — К.: Техніка, 1976. — 208 с.
82. Бабе Г. Д. Идентификация моделей гидравлики. — Новосибирск: Наука, 1980. — 161 с.
83. Автоматизация проектирования систем управления: Сб. ст. / Под ред. В. А. Трапезникова. — М.: Статистика, 1978. — 198 с.
84. Chen W. H. Estimation of the location of boundary of a petroleum reservoir / W. H. Chen, I. H. Sienfeld // *Sos Pet. Eng. J.* — 1975. — **15**, № 1. — PP. 19 — 38.
85. Алексеев В. М. Оптимальное управление / В. М. Алексеев, В. М. Тихомиров, С. В. Фомин. — М.: Наука, 1979. — 428 с.
86. Верлань А. Ф. Математическое моделирование аномальных диффузионных процессов / А. Ф. Верлань, С. А. Положаенко, Н. Г. Сербов. — К.: Наукова думка, 2011. — 416 с.
87. Ажогин В. В. Автоматизированное проектирование математического обеспечения АСУ ТП / В. В. Ажогин, М. З. Згуровский. — К.: Вища школа, 1986. — 334 с.
88. Воронов А. А. Устойчивость, управляемость, наблюдаемость. — М.: Наука, 1979. — 336 с.

89. Лионс Ж.-Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. — М.: Мир, 1972. — 587 с.

90. Лионс Ж.-Л. Оптимальное управление системами, описываемыми уравнениями в частных производных. — М.: Мир, 1972. — 414 с.

91. Скопецкий В. В. Ідентифікаційний підхід до розв'язання задач моделювання та керування розподіленими просторово-часовими процесами / В. В. Скопецкий, В. А. Стоян, В. Б. Зваридчук // Матеріали 11 Міжнар. наук. конфер. ім. ак. М. Кравчука. — К.: Київський націон. ун-т, 2006. — С. 256.

92. Погосов А. Ю. Моделирование физических процессов и технологическая информатизация в нефтяной промышленности и энергетике: монография / А. Ю. Погосов, С. А. Положаенко, Ю. В. Григоренко. — Одесса: Наука и техника, 2013. — 656 с.

93. Григоренко Ю. В. Математичні моделі процесів первинної обробки сирих вуглеводнів та їх обчислювальна реалізація / Григоренко Ю. В. // Праці IV Міжнародної науково-практичної конференції «Обробка сигналів і негауссівських процесів», присвяченої пам'яті професора Ю. П. Кунченка: Тези доповідей. — Черкаси: ЧДТУ, 2013. — С. 7 — 9.

94. Положаенко С. А. Математичні моделі процесів та апаратів первинної обробки сирих вуглеводнів / С. А. Положаенко, Ю. В. Григоренко // Современные информационные и электронные технологии (СИЭТ-2013). — Труды XIV Международной научно-практической конференции. — Одесса, 27 — 31 мая 2013г. — Т. 1. — С. 163 — 164.

95. Григоренко Ю. В. Математичні моделі процесів первинної переробки сирих вуглеводнів / Ю. В. Григоренко, В. В. Маліченко // Modern Information Technology (MIT-2013). — Труды Международной научно-практической конференции. — Одесса, 25 — 26 апреля 2013 г. — С. 34 — 35.

96. Григоренко Ю. В. Чисельний метод реалізації математичних моделей процесів первинної переробки сирих вуглеводнів / Ю. В.

Григоренко // Информатика та математичні методи в моделюванні. — № 1, 2014. — С. 85 — 92.

97. Григоренко Ю. В. Математичні моделі та узагальнення математичного опису процесів первинної переробки сирих вуглеводнів / Ю. В. Григоренко // Информатика та математичні методи в моделюванні. — № 2, 2014. — С. 180 — 188.

98. Положаєнко С. А. Математичне моделювання процесів первинної переробки сирих вуглеводнів / С. А. Положаєнко, Ю. В. Григоренко // Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Технічні науки: зб. наук. праць / Інститут кібернетики ім. В. М. Глушкова НАНУ, Кам'янець-Подільський націон. ун-т ім. Івана Огієнка. — Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський націон. ун-т ім. Івана Огієнка, 2014. — Вип. 10. — С. 178 — 181.

99. Пухов Г. Е. Дифференциальные преобразования функций и уравнений. — К.: Наукова думка, 1980. — 418 с.

100. Егоров А. И. Оптимальное управление тепловыми и диффузионными процессами. — М.: Наука, 1988. — 464 с.

101. Ладыженская О. А. Линейные и квазинелинейные уравнения параболического типа / О. А. Ладыженская, В. А. Солонников, Н. Н. Уралцева. — М.: Наука, 1967. — 734 с.

102. Люстерник Л. А. Элементы функционального анализа / Л. А. Люстерник, В. И. Соболев. — М.: Наука, 1980. — 519 с.

103. Иосида К. Функциональный анализ. М.: Мир, 1986. — 371 с.

104. Арсенин В. Я. Методы математической физики и специальные функции. — М.: Наука, 1987. — 430 с.

105. Бутковский А. Г. Теория оптимального управления системами с распределенными параметрами. — М.: Наука, 1979. — 494 с.

106. Самарский А. А. Методы решения сеточных уравнений / А. А. Самарский, Е. С. Николаев. — М.: Наука, 1988. — 591 с.

107. Самарский А. А. Теория разностных схем. — М.: Наука, 1983. — 616 с.

108. Самарский А. А. Введение в численные методы. — М.: Наука, 1987. — 286 с.
109. Самарский А. А. Устойчивость разностных схем / А. А. Самарский, А. В. Гулин. — М.: Наука, 1983. — 415 с.
110. Арсенин В. Я. Методы математической физики и специальные математические функции. — М.: Наука, 1991. — 430 с.
111. Краскевич В. Е. Численные методы в инженерных расчетах / В. Е. Краскевич, Л. Х. Зеленский, В. И. Гречко. — К.: Вища школа, 1986. — 263 с.
112. Демидович Б. П. Основы вычислительной математики / Б. П. Демидович, И. А. Марон. — М.: Наука, 1970 — 663 с.
113. Положаенко С. А. Синтез законов управления энергетическими объектами, характеризующимися выраженным запаздыванием / С. А. Положаенко, Ю. В. Григоренко // Електромашинобудування та електрообладнання. — К.: Техніка, 2008. — Вип. 71. — С. 78 – 82.
114. Положаенко С. А. Особенности анализа и синтеза адаптивных систем управления техническими объектами / С. А. Положаенко, Ю. В. Григоренко, Самир Ханджи Хисам Сафа // Електромашинобудування та електрообладнання. — К.: Техніка, 2008.— Вип. 70. — С. 127 – 132.
115. Положаенко С. А. Аналитическое конструирование регуляторов для класса объектов с выраженными инерционностями / С. А. Положаенко, Ю. В. Григоренко, Н. И. Логинова // Електромашинобудування та електрообладнання. — Вип. 74. — К.: Техніка, 2009. — С. 75 — 79.
116. Сейдж Э. П. Оптимальное управление системами / Э. П. Сейдж, Ч. С. Уайт, Ш. — М.: Радио и связь, 1982. — 391 с.
117. Положаенко С. А. Двоконтурна адаптивна система з моделлю та стабілізацією якості управління / С. А. Положаенко, Ю. В. Григоренко, В. С. Дмитренко // Електромашинобудування та електрообладнання. — К.: Техніка, 2009. — Вип. 72. — С. 182 — 186.

118. Положаенко С. А. Определение экстремальных характеристик тяговых двигателей мобильных объектов / С. А. Положаенко, Ю. В. Григоренко, В. С. Дмитренко // *Електромашинобудування та електрообладнання*. — К.: Техніка, 2009.— Вип. — 73. — С. 116 — 122.

119. Положаенко С. А. Поход к решению задачи параметрической идентификации процессов фильтрации аномальной жидкости в пористых средах // *Вісн. Одеськ. держ. академії будівництва та архітектури*. — Одеса, 2005. — Вип. 18. — С. 204 — 211.

120. Polozhaenko S. A. Qualitative analysis of identification problem for water-oil reservoirs by parameters of mathematical model settings / S. A. Polozhaenko, Yu. V. Grigorenko, O. B. Babychuk // *Electrotechnic and computer systems*. — № 09(85), 2013. — PP. 89 — 97.

121. Sergey A. Polozhaenko. Research of solvability of task of authentication of water-oil mixtures on the parameters of tuning of mathematical model / Sergey A. Polozhaenko, Yuri V. Grigorenko // *Informatics and mathematical methods in simulation*. — № 3, 2012. — PP. 199 — 210.

122. Чураков Е. П. Оптимальные и адаптивные системы.— М.: Энергоиздат,—254 с.

123. Положаенко С. А. Качественный анализ задачи идентификации водонефтяных пластов по параметрам настройки математической модели // *Тр. Одесского политехн. ун-та*. — Одесса, 2005. — Вып. 1 (23). — С. 168 — 176.

124. Эйкхоф П. Основы идентификации систем управления. — М.: Мир, 1975. — 372 с.

125. Васильев Ф. П. Численные методы решения экстремальных задач.— М.: Наука, 1979.— 429 с.

126. Васильев Ф. П. Методы решения экстремальных задач.— М.: Наука, 1981.— 399 с.

127. Згуровский М. З. Анализ и управление односторонними физическими процессами / М. З. Згуровский, А. Н. Новиков. — К.: Наукова думка, 1996. — 326 с.

128. Дьяконов В. П. Matlab 6.0. — СПб.: Питер, 2001. — 592 с.
129. Дьяконов В. П. Справочник по применению системы PC Matlab. — М.: Физматлит, 1993. — 113 с.
130. Краснопрошина А. А. Современный анализ систем управления с применением MATLAB, Simulink, Control System: Учеб. пособие / А. А. Краснопрошина, Н. Б. Репникова, А. А. Ильченко.— К.: Корнийчук, 1999. — 144 с.
131. Лазарев Ю. Ф. Matlab 5.x. — К.: BHV, 2000. — 384 с.
132. Дьяконов В. П. Maple 7.0. — СПб.: Питер, 2002. — 652 с.
133. Евреинов Э. В. Цифровые автоматы с настраиваемой структурой / Э. В. Евреинов, И. В. Прангишвили. — М.: Энергия, 1999. — 280 с.
134. Мацевитый Ю. М. Гибридные вычислительные системы для исследования физических полей / Ю. М. Мацевитый, О. С. Цаканян. — К.: Наукова думка, 1983. — 296 с.
135. Прангишвили И. В. Однородные микроэлектронные ассоциативные процессоры. — М.: Советское радио, 1989. — 280 с.
136. Тетельбаум И. М. Модели прямой аналогии / И. М. Тетельбаум, Я. И. Тетельбаум. — М.: Наука, 1979. — 246 с.
137. Урмаев А. С. Основы моделирования на аналоговых вычислительных машинах. — М.: Наука, 1974. — 320 с.
138. Смоллов В. Б. Аналоговые вычислительные машины. — М.: Высшая школа, 1972. — 408 с.
139. Виттенберг И. М. Программирование аналоговых вычислительных машин. — М.: Машиностроение, 1972. — 407 с.
140. Анисимов Б. В. Аналоговые вычислительные машины. М.: Высшая школа, 1982. — 444 с.
141. Козлов Э. С. Автоматизация процессов решения краевых задач / Э. С. Козлов, Н. П. Сергеев, Н. С. Николаев. — М.: Энергия, 1984. — 112 с.

142. Коздоба Л. А. Электрическое моделирование явлений тепло- и массопереноса. — М.: Энергия, 1972. — 296 с.

143. Liebman G. A new electrical analog method for the solution of transient heat-conduction problems. *Trans ASME A*, 1956, 78, № 3. — PP. 1267 — 1272.

144. Коздоба Л. А. Решение нелинейных задач теплопроводности. — К.: Наукова думка, 1976. — 136 с.

145. Пухов Г. Е. Автоматизированные аналого-цифровые устройства моделирования / Г. Е. Пухов, В. Д. Самойлов, В. В. Аристов. — К.: Техніка, 1974. — 322 с.

146. Родэ Р. Р. Гибридные вычислительные системы «сетка — ЦВМ» / Р. Р. Родэ, А. П. Спалвинь // *Автоматики и телемеханика*, 1972. — № 9. — С. 18 — 28.

147. Корн Г. Справочник по математике / Г. Корн, Т. Корн. — М.: Наука, 1989. — 831 с.

148. Люстерник Л. А. Краткий курс функционального анализа / Л. А. Люстерник, В. И. Соболев. — М.: Высшая школа, 1982. — 272 с.

149. Колмогоров А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. — М.: Наука, 1978. — 496 с.

150. Моделирование процессов двухфазной фильтрации в пористых средах / М. З. Згуровский, А. Н. Новиков, С. А. Положаенко // *Пакет программных модулей. Дец. №2071047.00001-01. Инв. СОФАП №Б-1323, Рег. ГОСФАП 5080000395. К, 1988.* — 116с.

151. Pavlenko V. Identification Accuracy of Nonlinear System based on Volterra Model in Frequency Domain / V. Pavlenko, A. Fomin, S. Pavlenko, Y. Grigorenko // *AASRI Procedia*. — 2013. — Vol. 4. — PP. 297 — 305. (<http://dx.doi.org/10.1016/j.aasri.2013.10.044>)

152. Рябов В. Д. Химия нефти и газа. М.: Техника, 2004. — 407 с.

153. Положаенко С. А. Система управления трубчатой печью установки каталитического риформинга высокооктановых бензинов / С. А.



Положаенко, Ю. В. Григоренко // Електромашинобудування та електрообладнання. — К.: Техніка, 2010. — Вип. 75. — С. 62 — 67.

154. Хайкин С. Э. Физические основы механики. — М.: Физматгиз, 1962. — 772 с.

155. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. — М.: Наука, 1973. — 847 с.

ДОДАТОК А. ДОКУМЕНТИ, ЩО ПІДТВЕРДЖУЮТЬ  
ВПРОВАДЖЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДИСЕРТАЦІЙНОЇ РОБОТИ



ОБЩЕСТВО С ОГРАНИЧЕННОЙ ОТВЕТСТВЕННОСТЬЮ  
«ИНФРАСТРУКТУРА ТЕХНОЛОГИИ СЕРВИС И  
ИНЖИНИРИНГ УКРАИНА»

№ 185 от « 03 » березня  
на № 2-К от « 05 » березня

«Затверджую»:  
Директор  
Кировский Д.И.  
« \_\_\_ » \_\_\_\_\_

АКТ  
впровадження результатів дисертаційного дослідження  
Григоренка Юрія Васильовича

ТОВ «ІТСІ Україна» прийняло до впровадження нові математичні моделі (ММ) процесів та апаратів первинної переробки сирих вуглеводнів (ППСВ), а також комплекс програмних засобів реалізації зазначених ММ. Вказані наукові та практичні добутки дисертаційної роботи віднайшли застосування при створенні системи автоматизованого управління процесами (апаратами) ППСВ.

В основу функціонування даної системи автоматизованого управління покладено запропонований в дисертаційній роботі принцип уніфікації та типізації ММ процесів та апаратів ППСВ.

Застосування розробленого у дисертаційній роботі комплексу програмних засобів дозволило зняти проблему оперативної корекції та підналаштування ММ в умовах безперервності виробництва.

Запропоновані Григоренком Ю.В. математичні моделі розроблені з урахуванням фізико-хімічних явищ, які притаманні певним процесам переробки сирих вуглеводнів (зокрема, сирої нафти), тому їх можна вважати адекватними моделями і, на відміну від широко поширених рекурентних ММ, вони забезпечують високу точність моделювання у всьому діапазоні зміни технологічних параметрів. Остання обставина важлива при переналаштуванні системи управління апаратами ППСВ при переході на обробку сировини з різними фізико-хімічними властивостями.

Впроваджені комп'ютерні засоби реалізації ММ процесів (апаратів) ППСВ (зокрема, сирої нафти) демонструють свою ефективність у зменшенні витрат на переналаштування системи управління технологічними процесами та у підвищенні якості готової продукції (зменшенні відхилень від нормативних показників).

Запропоновані ММ дозволяють проводити обрахунок технологічних режимів з більш високими регламентними показниками, що визначає їх переваги у практичному застосуванні.

Щорічний економічний ефект від впровадження запропонованих в дисертаційній роботі ММ та комп'ютерних засобів їх реалізації, складає 195 000 гривень.

Головний інженер

Н. В. Гриценко



Гриценко Н.В.



ОБЩЕСТВО С ОГРАНИЧЕННОЙ ОТВЕТСТВЕННОСТЬЮ  
«ЛУКОЙЛ Технолджі Сервісіз Україна»

№ 02 от «14» 04.2013  
на № 363-к/7 от «14» 04.2013

«Утверждаю»:  
и.о. Директора  
*С.О. Попов*  
Попов С.О.  
«14» апреля 2013 г.

### АКТ

внедрения результатов диссертационного исследования  
Григоренка Юрия Васильевича

Разработанные Григоренком Ю.В. математические модели процессов первичной переработки сырых углеводородов (сырой нефти) и средства их компьютерной реализации можно рассматривать как имеющие большое значение при решении задач автоматизации производств по переработке сырых углеводородов на современных нефтеперерабатывающих предприятиях.

Предложенные в диссертационном исследовании научные результаты нашли свое применение при модернизации и автоматизации участков переработки сырой нефти. Особый интерес представляет использование метода идентификации математических моделей процессов первичной переработки сырой нефти, что позволяет производить автоматическую подстройку моделей как при переходе к сырую с отличными от используемого физико-химическими параметрами, так и при изменении режимов проведения технологических процессов.

Предложенные математические модели обеспечивают высокую адекватность в широком диапазоне изменения параметров исходного сырья.

Научные результаты диссертационного исследования нашли свое отражение в инженерной реализации комплекса компьютерных средств моделирования и идентификации процессов первичной переработки сырой нефти, что в целом, показывает положительные результаты при диспетчеризации и оперативном управлении действующим производством.

Материальная выгода от внедрения результатов разработки составит 176 000 грн.

Главный инженер

*Тарнаков*

Тарнаков И.С.







ОБЩЕСТВО С ОГРАНИЧЕННОЙ ОТВЕТСТВЕННОСТЬЮ  
«ЛУКОЙЛ Технологии Сервисиз Украина»

№ 01 от «14» 04.2013  
на № 363-К от «14» 04.2013

«Затверджую»:  
Головний інженер  
Волошин А.В.  
«14» 26.11.13

АКТ  
впровадження результатів дисертаційного дослідження  
Григоренка Юрія Васильовича

ТОВ «Карпатнафтохім» прийняло до впровадження нові математичні моделі (ММ) процесів та апаратів первинної переробки сирих вуглеводнів (ППСВ), а також комплекс програмних засобів реалізації зазначених ММ. Вказані наукові та практичні добутки дисертаційної роботи віднайшли застосування при створенні системи автоматизованого управління процесами (апаратами) ППСВ.

В основу функціонування даної системи автоматизованого управління покладено запропонований в дисертаційній роботі принцип уніфікації та типізації ММ процесів та апаратів ППСВ.

Застосування розробленого у дисертаційній роботі комплексу програмних засобів дозволило зняти проблему оперативної корекції та підналаштування ММ в умовах безперервності виробництва.

Запропоновані Григоренком Ю.В. математичні моделі розроблені з урахуванням фізико-хімічних явищ, які притаманні певним процесам переробки сирих вуглеводнів (зокрема, сирові нафти), тому їх можна вважати адекватними моделями і, на відміну від широко поширених рекурентних ММ, вони забезпечують високу точність моделювання у всьому діапазоні зміни технологічних параметрів. Остання обставина важлива при переналаштуванні системи управління апаратами ППСВ при переході на обробку сировини з різними фізико-хімічними властивостями.

Впроваджені комп'ютерні засоби реалізації ММ процесів (апаратів) ППСВ (зокрема, сирові нафти) демонструють свою ефективність у зменшенні витрат на переналаштування системи управління технологічними процесами та у підвищенні якості готової продукції (зменшенні відхилень від нормативних показників).

Запропоновані ММ дозволяють проводити обрахунок технологічних режимів з більш високими регламентними показниками, що визначає їх переваги у практичному застосуванні.

Щорічний економічний ефект від впровадження запропонованих в дисертаційній роботі ММ та комп'ютерних засобів їх реалізації, складає 125 000 гривень.

Головний метролог

Слізар Я.В.





**Sky System Automation**

Общество с ограниченной ответственностью  
«СКАЙ СИСТЕМ АУТОМЕЙШН»

«Затверджую»:

Директор

Носов В.Г.

«12» 01 2013 г.

АКТ

впровадження результатів дисертаційного дослідження  
Григоренка Юрія Васильовича

ТОВ «Скай Систем Аутомейшн» прийняло до впровадження нові математичні моделі (ММ) процесів та апаратів первинної переробки сирих вуглеводнів (ППСВ), а також комплекс програмних засобів реалізації зазначених ММ. Вказані наукові та практичні добутки дисертаційної роботи віднайшли застосування при створенні системи автоматизованого управління процесами (апаратами) ППСВ.

В основу функціонування даної системи автоматизованого управління покладено запропонований в дисертаційній роботі принцип уніфікації та типізації ММ процесів та апаратів ППСВ.

Запропонований Григоренком Ю.В підхід до розв'язання задачі параметричної ідентифікації ММ процесів та апаратів первинної переробки сирих вуглеводнів, представлена як задачу оптимального управління. Підхід ґрунтується на процедурі методу проєкції градієнта. Доведено можливість застосування запропонованого підходу до розв'язання задач у випадках, коли параметр, який ідентифікується, являє собою функцію просторових координат (лінійна задача) або шуканої розподіленої функції простору стану (нелінійна задача).

Зазначені результати, з урахуванням часу перехідних процесів у технологічних апаратах, показали цілковиту придатність застосування запропонованих ММ та методів їх реалізації (у відповідних задачах моделювання динаміки та параметричної ідентифікації) в режимі реального часу в системах автоматизованого управління процесами (апаратами) ППСВ. Крім того, запропоновані ММ, методи та програмні засоби їх чисельної реалізації, розроблено на підставі принципу типізації та уніфікації, що дає змогу застосовувати їх при розв'язанні достатньо широкою гамою прикладних задач моделювання та параметричної ідентифікації процесів (апаратів) ППСВ. Щорічний економічний ефект від впровадження запропонованих в дисертаційній роботі ММ та комп'ютерних засобів їх реалізації, складає 110 000 гривень.

Головний інженер

Серик О.М.

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Проректор з наукової та  
науково-педагогічної роботи  
Одеського національного  
політехнічного університету  
професор НЕСТЕРЕНКО С. А.



*(Handwritten signature)*

06

2015 р.

### ДОВІДКА

про впровадження результатів дисертаційної роботи

ГРИГОРЕНКА Юрія Васильовича

«МОДЕЛІ, МЕТОДИ ТА ЗАСОБИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ  
ПРОЦЕСІВ ПЕРВИННОЇ ПЕРЕРОБКИ СИРИХ ВУГЛЕВОДНІВ»

у навчальному процесі Одеського національного політехнічного університету

Чинна довідка видана в тому, що в курсах лекцій з дисциплін «Автоматизація проектування систем управління», «Автоматизація типових виробничих процесів» та «Робототехнічні системи і технологічні комплекси», що читаються студентам за напрямком 6.050201 «Системна інженерія» та спеціальностей 7(8).05020101 «Комп'ютеризовані системи управління та автоматика» на кафедрі комп'ютеризованих систем управління Інституту комп'ютерних систем ОНПУ, використовуються наукові результати, одержані в дисертаційній роботі ГРИГОРЕНКА Юрія Васильовича.

Принципи побудови та реалізації математичних моделей процесів та апаратів первинної переробки сирих вуглеводнів (ППСВ) викладаються за темами: «Моделі технологічних процесів та систем управління» —



дисципліни «Автоматизація типових виробничих процесів», «Машинні методи реалізації математичних моделей систем управління» — дисципліни «Автоматизація проектування систем управління», а також «Роботизовані промислові виробництва» — дисципліни «Робототехнічні системи і технологічні комплекси».

При вивченні методів машинного синтезу законів управління, та інструментальних засобів машинної ідентифікації, що розглядаються в дисципліні «Автоматизація проектування систем управління», використовується відповідні методи, що враховують наявність фізично притаманних процесам ППСВ запізнювань на елементи векторів простору стану та управління, та засновані на градієнтних процедурах оптимізації.

При розгляді питань практичної реалізації систем комп'ютерного моделювання та машинної ідентифікації типових виробничих процесів використовуються запропоновані в дисертаційній роботі ГРИГОРЕНКА Юрія Васильовича комп'ютерні засоби розв'язання задач моделювання та ідентифікації процесів ППСВ.

Навчальний процес підтримано ГРИГОРЕНКОМ Юрієм Васильовичем у співпраці з лекторами відповідних курсів, що знайшло відбиття у підготовці розділів конспектів лекцій та методичних вказівок до практичних і лабораторних робіт із зазначених дисциплін.

Директор Інституту комп'ютерних  
систем, д.т.н., професор



С. Г. АНТОЩУК



## ДОДАТОК Б. ОПИС ТЕХНОЛОГІЧНОЇ СХЕМИ ПРОЦЕСУ ЕЛЕКТРО-(ТЕРМО)ЗНЕСОЛЕННЯ ТА ЗНЕВОДНЕННЯ СИРОЇ НАФТИ

Нижче наведено технологічну схему (рис. Б.1 — Б.8) процесу електро-(термо)знесолення та зневоднення сирої нафти, яку впроваджено на ВАТ «ЛУКОЙЛ ОДЕСЬКИЙ НПЗ» [3].

Сира нафта з температурою в діапазоні  $5... 15\text{ }^{\circ}\text{C}$  з резервуарного парку надходить на входи всмоктування насосів Н-1/1,2 установки ЕЛОУ-АВТ.

Витрата сирої нафти вимірюється регулятором витрати поз. FIRC-3501, клапан якого розташовано на нагнітальній лінії насосів Н-1/1,2, з корегуванням за рівнем в колоні попереднього відбензинювання К-1 (поз. LIRCA-409). Далі сира нафта розподіляється на три потоки та прокачується через трубні пучки низки теплообмінних апаратів:

— перший потік: через теплообмінники Т-1/1,2, де нафта нагрівається за рахунок утилізації тепла верхнього циркуляційного зрошення, а також теплообмінники обтяженої дизельної фракції колони К-3, Т-1/3 ... Т-1/6, в яких нафта нагрівається за рахунок утилізації тепла нижнього циркуляційного зрошення та вакуумного газойлю колони К-3 або мазуту колони К-2 (при роботі установки без вакуумного блоку);

— другий потік: через теплообмінники Т-2/1, Т-2/2, Т-2/3, де нагрів нафти здійснюється за рахунок утилізації тепла дизельної фракції та нижнього циркуляційного зрошення колони К-2;

— третій потік: через теплообмінники Т-3/1, Т-3/2, Т-3/3, де нафта нагрівається за рахунок утилізації тепла верхнього циркуляційного зрошення та гасової фракції колони К-2.

Температура на виході з кожного теплообмінника вимірюється наступними датчиками температури: Т-1/1 — поз. ТІ-1523, Т-1/2 — поз. ТІ-1501, Т-1/3 — поз. ТІ-1504, Т-1/4 — поз. ТІ-1506, Т-1/5 — поз. ТІ-1509,

T-1/6 — поз. TIR-1534, T-2/1 — поз. TI-1511, T-2/2 — поз. TI-162, T-2/3 — поз. TIR-1514, T-3/1 — поз. TI-1516, T-3/2 — поз. TI-1518, T-3/3 — поз. TIR-161.

З теплообмінників T-1/6, T-2/3 та T3/3 нафта з температурою не вище  $120^{\circ}\text{C}$  за показаннями датчика поз. TIR-1212 загальним потоком надходить до термодегідрататора D-1. Для захисту обладнання від перевищення тиску на нагнітальній лінії сировинних насосів встановлено запобіжні клапани зі скиданням на лінію всмоктування цих самих насосів.

Також на всмоктування сировинних насосів подається нафторозчинний деемульгатор (марки «Дисольван 3359») з ємності E-1 дозуючими насосами H-1/1,2. Для змішування потоків нафти та води, що використовується для промивки, перед термодегідрататором D-1 та електродегідрататором D-2 встановлено відповідно змішувачі CM-1 та CM-2. До змішувача CM-1 насосом H-4/1,2 подається промивна вода після електродегідрататора D-2. Подача промивної води змінюється регулятором поз. FIRC-340, клапан якого FV-340 встановлено на нагнітальній лінії насоса H-4/1,2. В термодегідрататор D-1 водо-нафтова емульсія подається через розподільники, які забезпечують рівномірне надходження потоку рідини, що піднімається. При температурі  $90...120^{\circ}\text{C}$  та тискові  $1,0...1,2\text{ МПа}$  в присутності деемульгатора відбувається термохімічна обробка емульсії та часткове видалення води. Підтримка рівня розподілу фаз в термодегідрататорі D-1 здійснюється регулятором поз. LIRCA-405, клапан якого встановлено на лінії скидання промивної води в X-8. При досягненні рівня 20% за шкалою приладу, спрацьовує попереджувальна сигналізація.

Частково знесолена та зневоднена нафта, що відстоялася, з верхньої частини термодегідрататора D-1 спрямовується через змішувач CM-2 до електродегідрататора D-2. До змішувача CM-2 насосом H-3/1,2 подається попередньо прогріта прісна вода. Нагрів прісної води здійснюється в

теплообміннику X-8 за рахунок утилізації тепла, промивної води, що скидається з апаратів D-1, D-2 та D-3. Витрата прісної води підтримується регулятором поз. FIRC-303/1, клапан якого поз. FV-303/1 встановлено на нагнітальній лінії насосу Н-3/1,2.

В електродегідраторі D-2 при температурі 90... 120 °С та тискові 1,0... 1,2 МПа під впливом електричного поля відбувається подальше руйнування емульсії та відокремлення води. З електродегідратора D-2 нафта спрямовується на додатковий відстій в електродегідратор D-3 та далі на блок теплообмінників.

Підтримання рівня розподілу фаз в електродегідраторах D-2 та D-3 здійснюється регуляторами рівня поз. LIRCA-403 та LIRCA-401, відповідно, клапани яких встановлено на лінії скидання промивної води в апарат X-8. При досягненні рівня 20% по шкалах зазначених вище приладів, спрацьовує сигналізація. Охолоджена в X-8 промивна вода виводиться з установки.

Підтримання тиску в термодегідраторі D-1 та в електродегідраторах D-2 і D-3 в межах 1,0... 1,2 МПа здійснюється регулятором тиску поз. PIRCA-2513, клапан якого поз. PV-2513 встановлено на лінії знесолоної нафти з блоку ЕЛОУ. Вимірювання та контроль тиску в термодегідраторі D-1 та в електродегідраторах D-2 і D-3 здійснюється регуляторами поз. PIRCA-202, поз. PIRCA-203 та поз. PIRCA-205, відповідно. При падінні тиску до 0,75 МПа або підвищенні його до 1,5 МПа спрацьовує сигналізація. При одночасному спрацьовуванні сигналізатора загазованості поз. QA-5503.2 та одного з регуляторів (поз. PIRCA-202, поз. PIRCA-203 та поз. PIRCA-205) передбачено закривання запорно-регулюючих клапанів поз. PV-2513 та FV-3501, зупинка насосів Н-1/1,2, Н-3/1,2 та Н-4/1,2 (припинення подачі сирої нафти на установку та знесолоної нафти з блоку ЕЛОУ) та вмикання аварійної сигналізації. Температура знесолоної нафти

на виході з блоку ЕЛОУ перебуває в межах  $90...120\text{ }^{\circ}\text{C}$  та контролюється за показаннями датчика температури поз. TIR-373.

Для захисту обладнання від корозії в потік знесоленої нафти після електродегідраторів насосами Н-62/1,2 подається 2% водний розчин луги *NaOH*. Технологічною схемою передбачено можливість подачі промивної води після електродегідратора D-2 до СМ-2 та прісної води до СМ-1 насосами Н-4/1,2 та Н-3/1/2, відповідно. Подача промивної води підтримується регулятором поз. FIRC-341, клапан поз. FV-341 якого встановлено на нагнітальній лінії насосів Н-4/1,2.

Прісна вода на всмоктуванні насосів Н-3/1,2 подається з ємності Е-22, верхній та нижній рівень в якій контролюється датчиками поз. LA-4501 та поз. LA-4502, відповідно. При досягненні рівня 90% за шкалою приладу поз. LA-4501 або 10% за шкалою приладу поз. LA-4502 спрацьовує попереджувальна сигналізація.

Загальний потік знесоленої нафти після блоку ЕЛОУ розділяється на три потоки та нагрівається в низці теплообмінних апаратів, надходячи у міжтрубний простір:

— перший потік у теплообміннику Т-4, за рахунок утилізації тепла гудрона та квенча колони К-3 або мазуту колони К-2 (при роботі установки без вакуумного блоку);

— другий потік у теплообмінниках Т-5/1, Т-5/2, Т-5/3, Т-5/4 та Т-5/5 за рахунок утилізації тепла нижнього циркуляційного зрошення та вакуумного газойлю колони К-3 або мазуту колони К-2 (при роботі установки без вакуумного блоку);

— третій потік у теплообмінниках Т-6/1, Т-6/2, Т-6/3, Т-6/4, Т-6/5 та Т-6/6 за рахунок утилізації тепла нижнього циркуляційного зрошення та дизельної фракції колони К-2.

Температура на виході кожного теплообмінника вимірюється наступними приладами: Т-4 — поз. ТІ-1562, Т-5/1 — поз. ТІ-1537, Т-5/2 —

поз. TI-1539, T-5/3 — поз. TI-1541, T-5/4 — поз. TI-1543, T-5/5 — поз. TI-1546, T-6/1 — поз. TI-1549, T-6/2 — поз. TI-1550, T-6/3 — поз. TIR-1552, T-6/4 — поз. TI-1554, T-6/5 — поз. TI-1557, T-6/6 — поз. TI-1558.

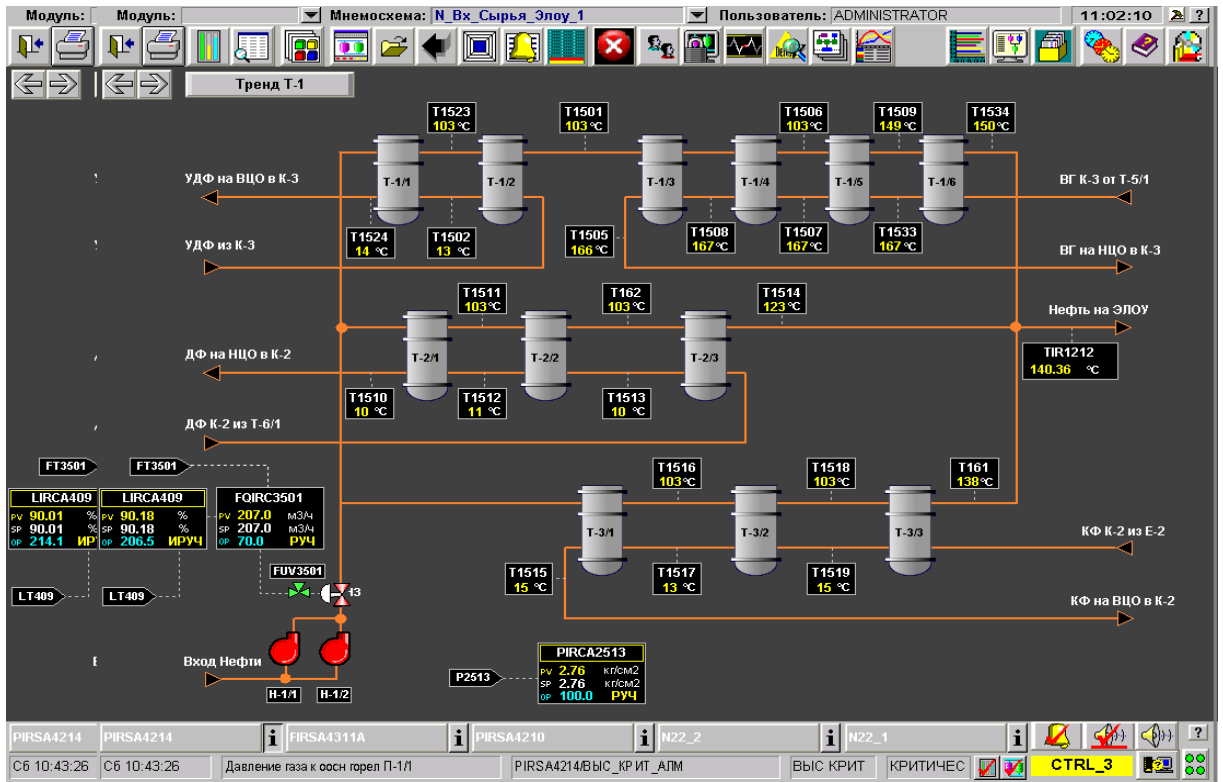


Рис Б.1. Підігрів нафти перед блоком ЕЛОУ

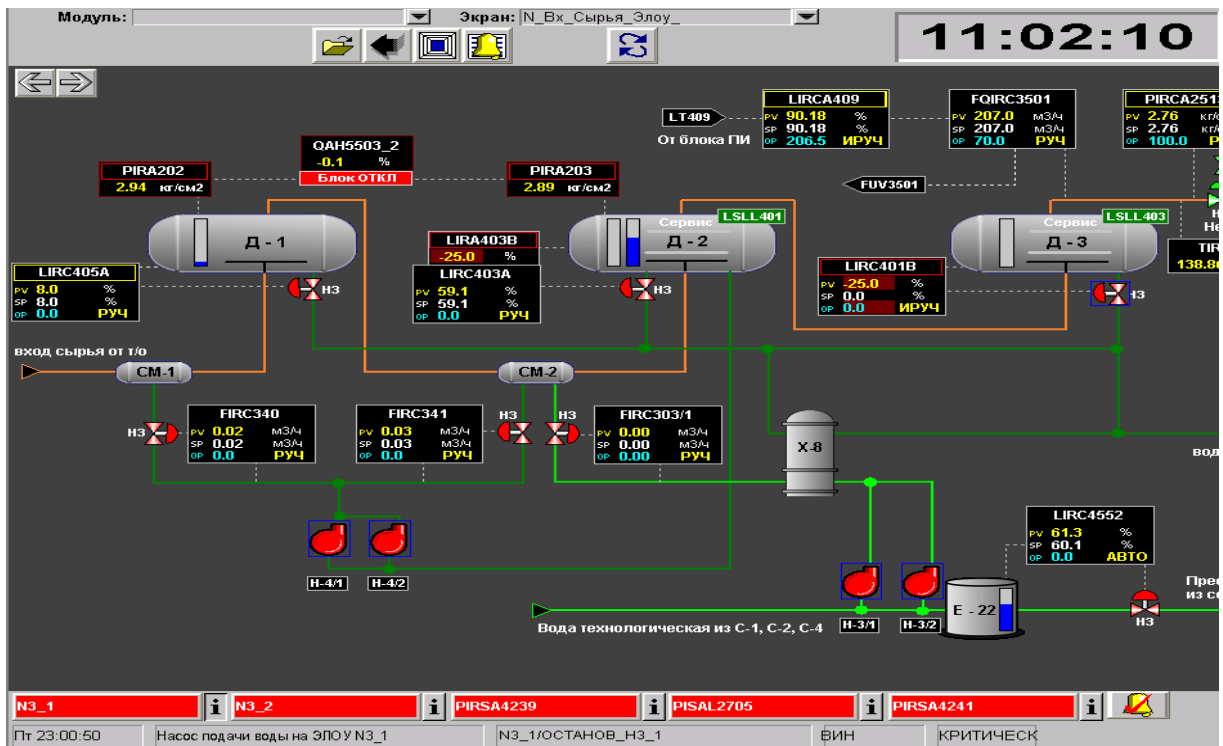


Рис. Б.2 Блок ЕЛОУ

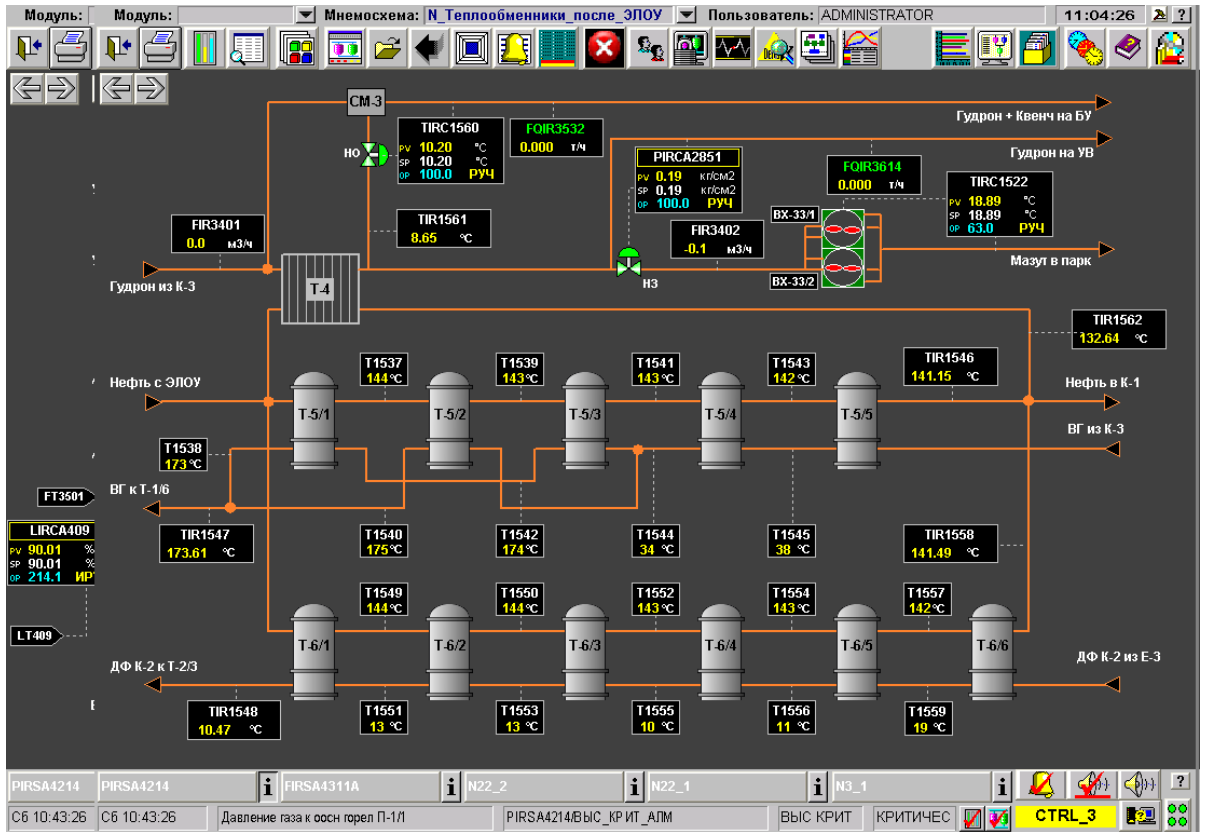


Рис. Б.3 Підігрів нафти після блоку ЕЛОУ

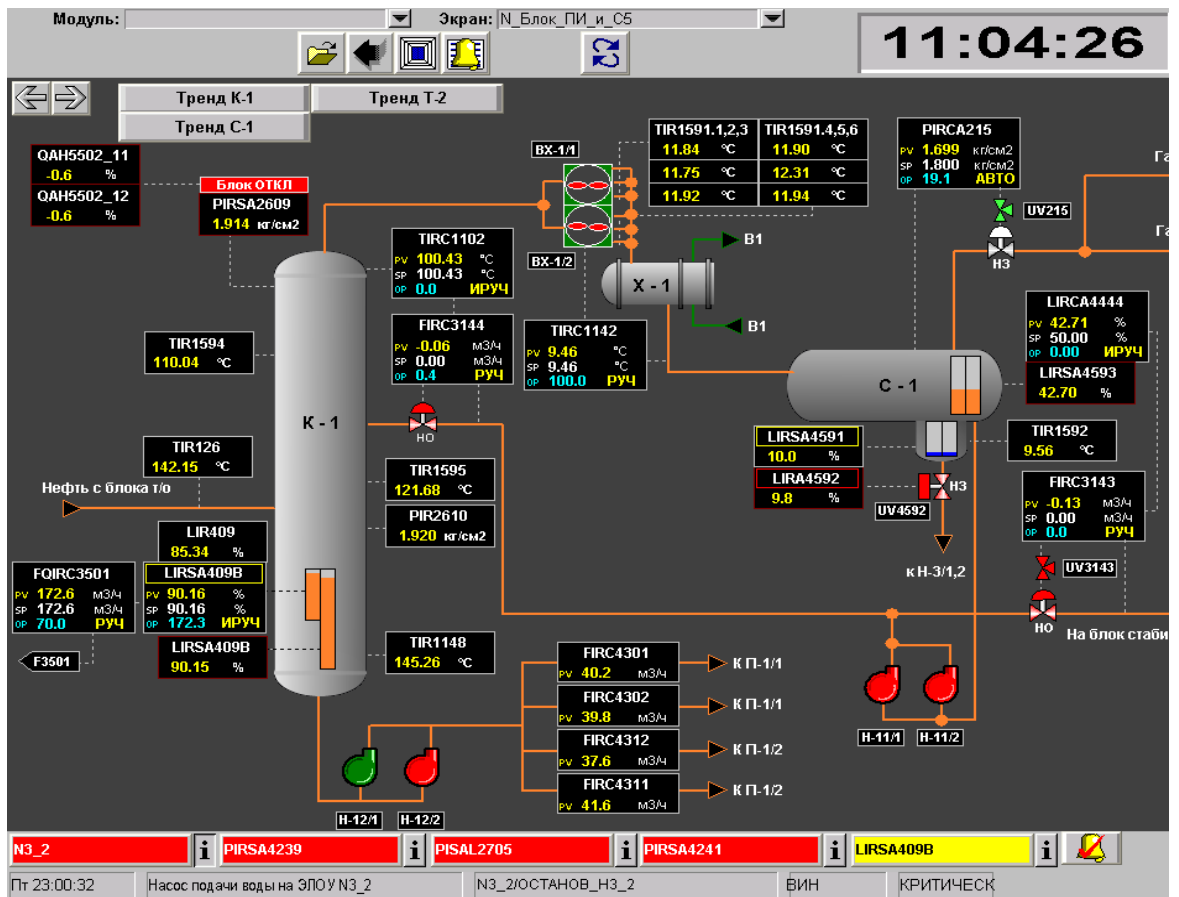


Рис. Б.4 Блок попереднього випарювання

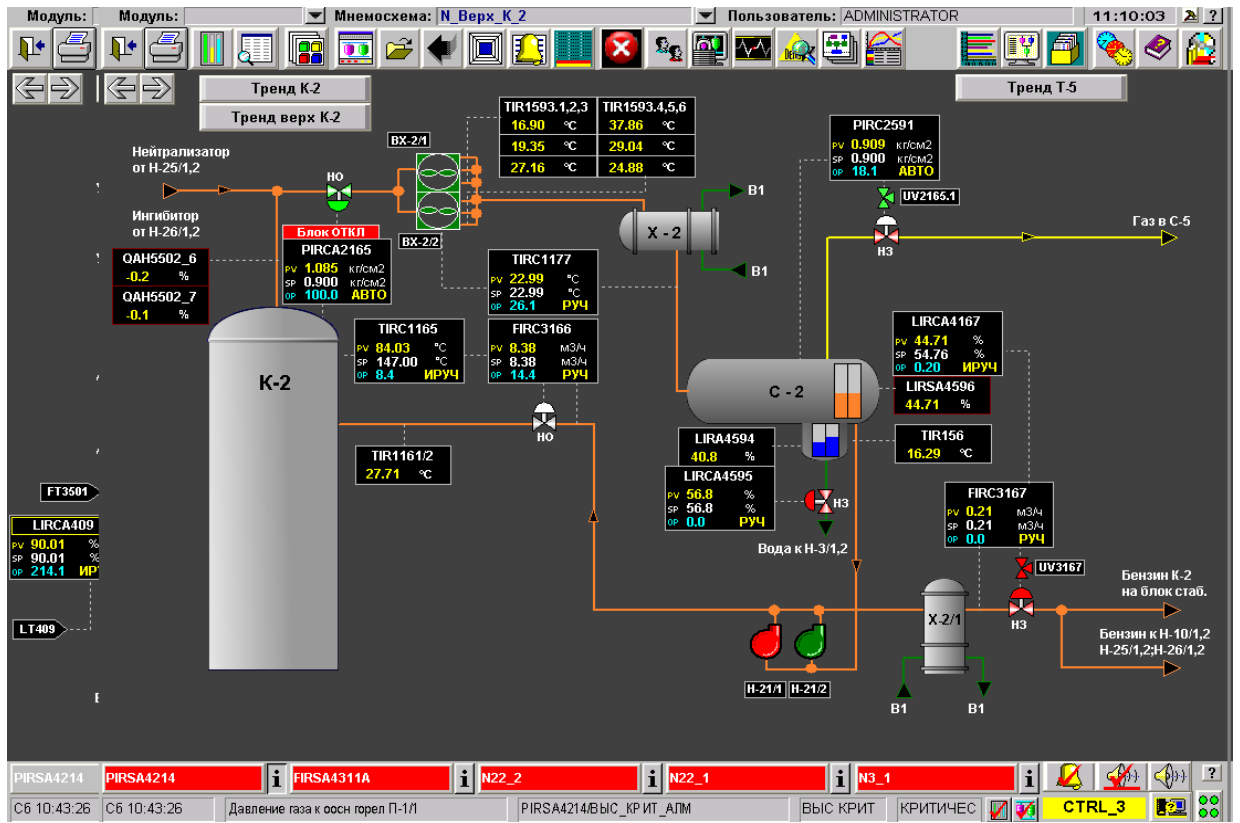


Рис. Б.5 Атмосферна колона К-2 (верх колони)

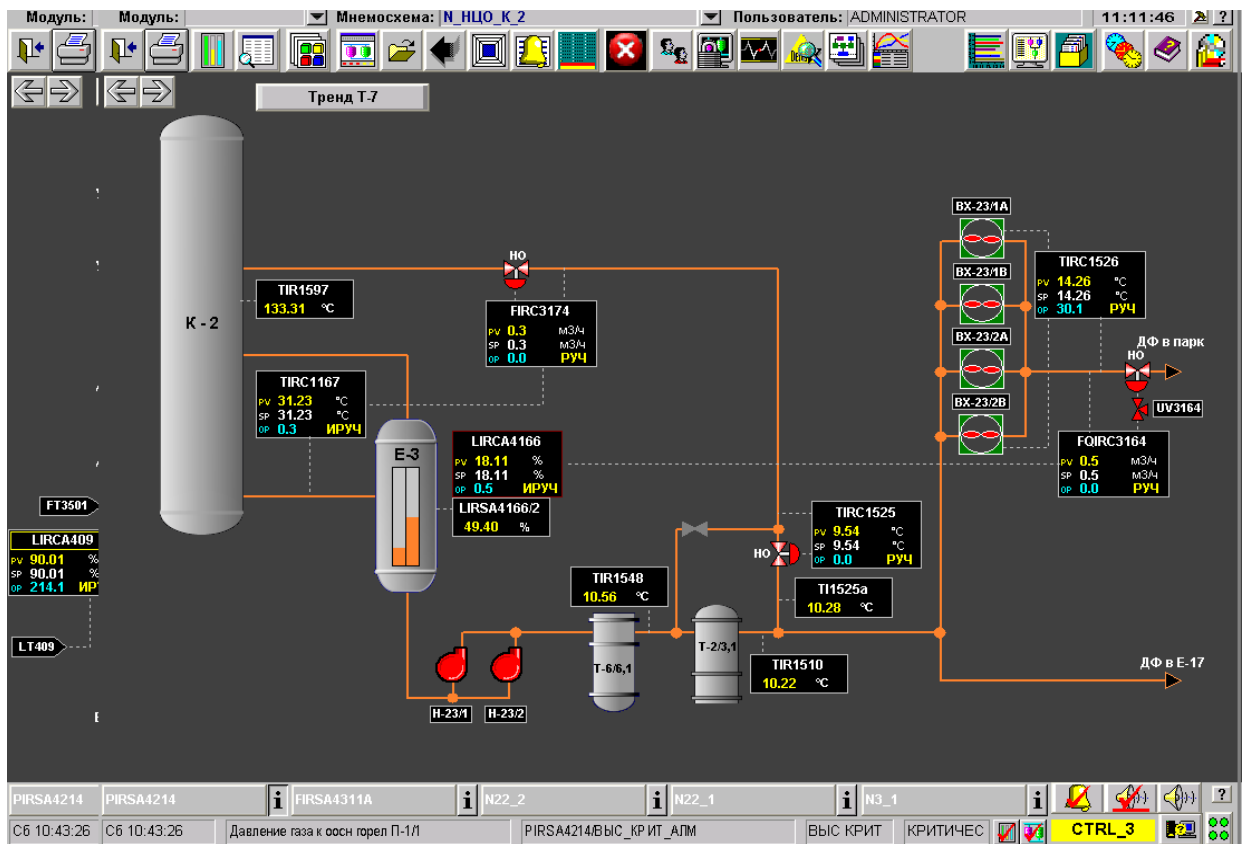


Рис. Б.6 Атмосферна колона К-2 (відбір дизельної фракції)

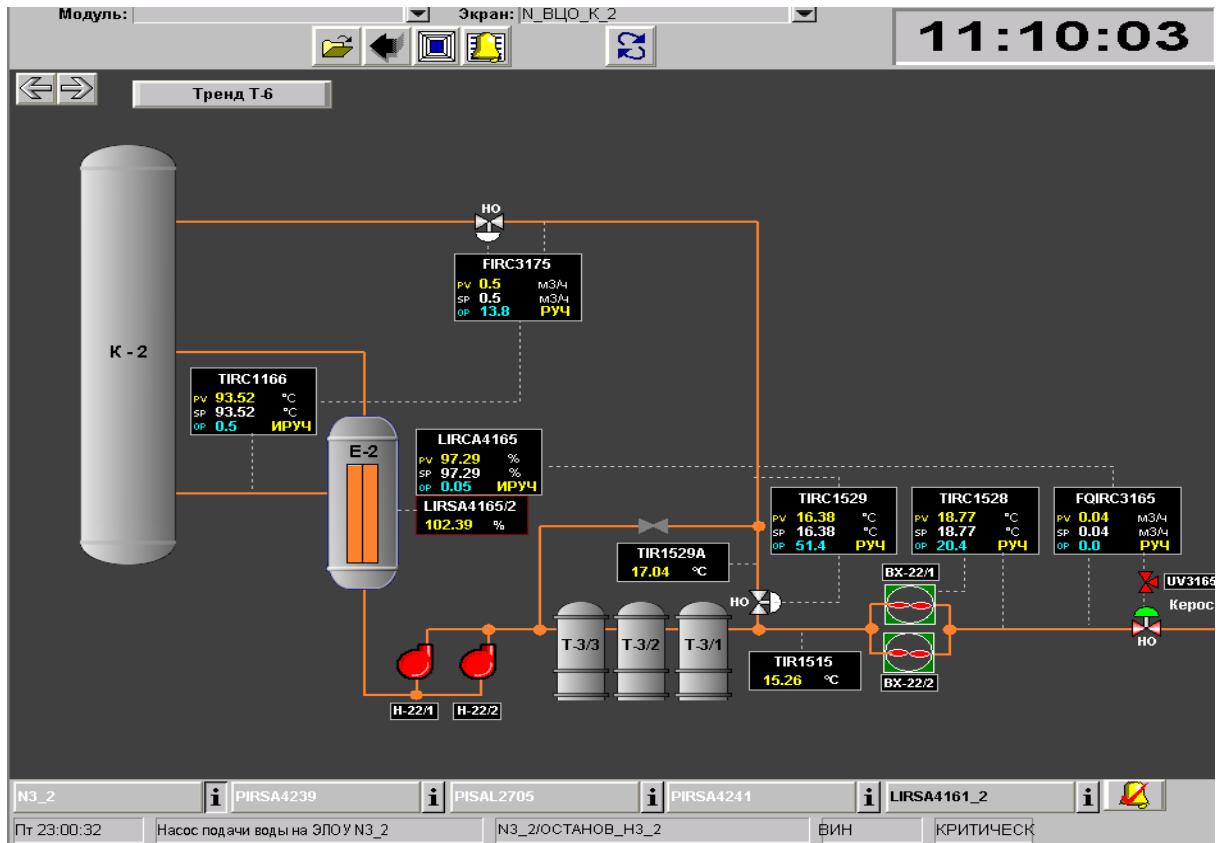


Рис. Б.7 Атмосферна колона К-2 (відбір газової фракції)

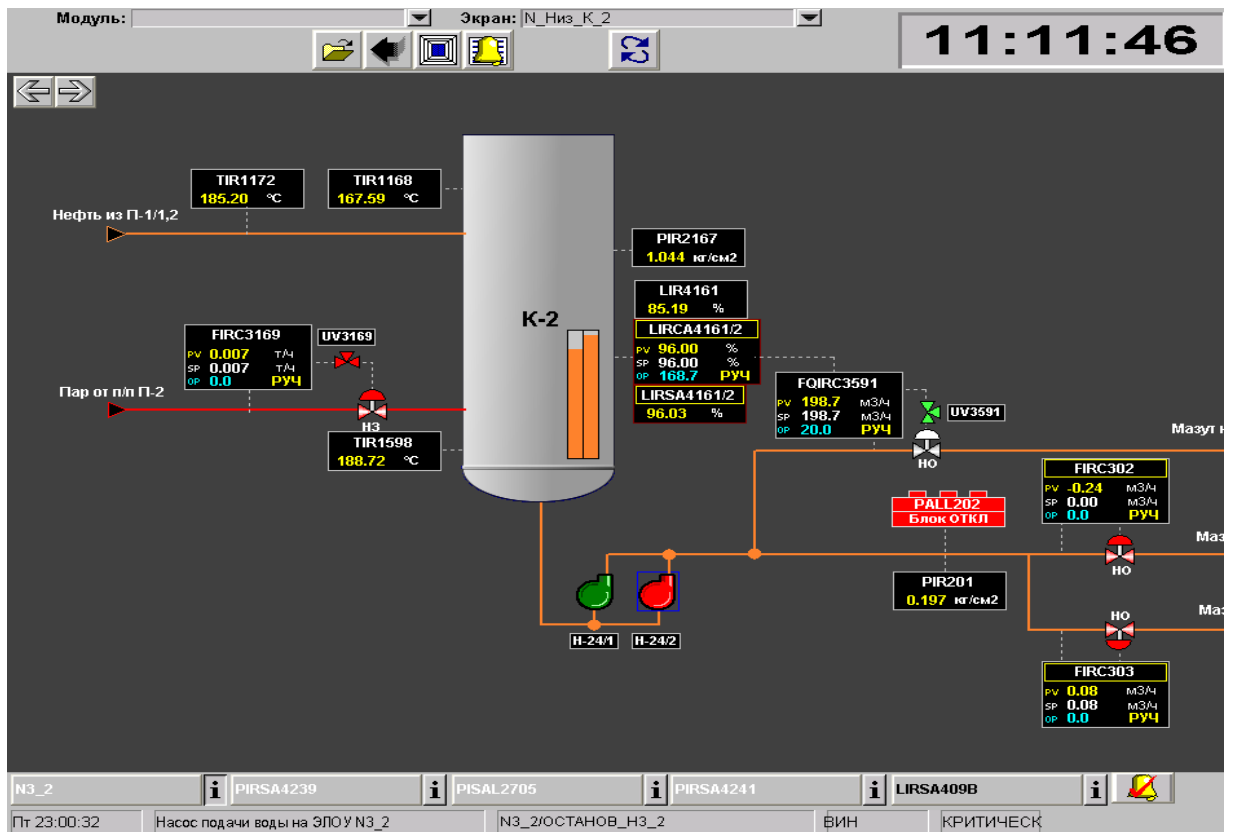


Рис. Б.8 Атмосферна колона К-2 (кубова частина)



ДОДАТОК В. ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ  
ПРОЦЕСІВ (АПАРАТІВ) ПЕРВИННОЇ ПЕРЕРОБКИ СИРИХ  
ВУГЛЕВОДНІВ ТА АНАЛІЗ ЗАСОБІВ ЇХ ЧИСЕЛЬНОЇ РЕАЛІЗАЦІЇ

В.1. Лінеаризація нелінійних математичних моделей апаратів процесів  
переробки сирової нафти

Покажемо можливість *лінеаризації* нелінійних ММ апаратів процесів, за фізичної суттю схожих на процеси переробки сирової нафти (на прикладі ММ змішувача виду (1.11)). Для цього можна скористатися розкладанням у ряд Тейлора з відкиданням членів розкладання вище першого порядку малості. Нелінійність ММ (1.11) визначається наявністю функції  $F(h)$ , що характеризує вихід продукту від висоти рідини  $h$  в змішувачі. Для степеневі залежності  $F(h) = K h^{1/2}$ , яку наведено в роботі [58] для поширених схем змішувачів ( $K$  — конструктивний параметр змішувача) розкладання в ряд Тейлора виглядає наступним чином:

$$\begin{aligned} F(h) &= F(h_s) + \{1/2[K(h - h_s)]\}/h_s^{1/2} + \dots, \\ F(h)T &= F(h_s)T_s + F(h_s)(T - T_s) + \{1/2[T_s K(h - h_s)]\}/h_s^{1/2} + \dots, \\ hT &= h_s T_s + h_s (T - T_s) + T_s (h - h_s) + \dots, \end{aligned} \quad (\text{В.1.1})$$

Якщо позначити сталі значення  $F_H, F_C, F_d, T_d$ , які відповідають  $h = h_s, T = T_s$ , через  $F_{H_s}, F_{C_s}, F_{d_s}, T_{d_s}$ , тобто

$$0 = F_{H_s} + F_{C_s} + F_{d_s} - F(h_s), \quad 0 = F_{H_s}T_H + F_{C_s}T_C + F_{d_s}T_{d_s} - F(h_s)T_s, \quad (\text{В.1.2})$$

можна перейти до відхилень за сталими значеннями

$$\begin{aligned} x_1 &= h - h_s, \quad x_2 = T - T_s, \quad u_1 = F_H - F, \\ u_2 &= F_C - F_{C_s}, \quad d_1 = F_d - F_{d_s}, \quad d_2 = T_d - T_{d_s}, \end{aligned} \quad (\text{В.1.3})$$

за допомогою яких лінеаризована ММ (модель у відхиленнях) буде мати вигляд

$$\begin{aligned} A_c(dx_1/dt) &= u_1 + u_2 + d_1 - [1/2(K/h_s^{1/2})]x_1, \\ A_c[h_s(dx_2/dt) + T_s(dx_1/dt)] &= T_H u_1 + T_C u_2 + T_{d_s} d_1 + T_{d_s} d_2 - \end{aligned}$$

$$-\left[(T_s/2)(K/h_s^{1/2})\right]x_1 - F(h_s)x_2 \quad (\text{B.1.4})$$

або (після перетворень обох рівнянь)

$$\begin{aligned} dx_1/dt &= (1/A_c)[u_1 + u_2 + d_1 - (1/2)(F(h_s)/h_s)x_1], \\ dx_2/dt &= [1/(A_c h_s)][(T_H - T_s)u_1 + (T_C - T_s)u_2 + (T_{ds} - T_s)d_1 + \\ &\quad + T_{ds} d_2 - F(h_s)x_2]. \end{aligned}$$

(B.1.5)

Якщо ввести тепер вектори

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{d} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix}$$

та матриці

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -(1/2)(F(h_s)/A_c h_s) & 0 \\ 0 & -(F(h_s)/A_c h_s) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1/A_c & 1/A_c \\ (T_H - T_s)/A_c h_s & (T_C - T_s)/A_c h_s \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1/A_c & 0 \\ (T_{ds} - T_s)/A_c h_s & F_{ds}/A_c h_s \end{bmatrix}$$

І, якщо при цьому вимірювати обидві координати вектора стану  $\mathbf{x}$ , тобто

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

тоді ММ (B.1.5) у вигляді диференціальних рівнянь (що аналогічна ММ загального виду (1.6), (1.7)), очевидно, легко записати у матричній формі (1.4), (1.5).

## В.2. Порівняльний аналіз технічних засобів математичного моделювання ЗП- та РП-процесів

Для реалізації чисельних методів при моделюванні динаміки, ідентифікації та пошуку управління ЗП-об'єктами та РП-об'єктами використовуються аналогові, цифрові та гібридні обчислювальні пристрої. Взаємозв'язок методів дослідження ЗП-об'єктів та РП-об'єктів та програмно-апаратних засобів, які здійснюють розв'язання вказаних вище задач з використанням цих засобів, відображено на рис. В.2.1. Ефективність застосування тих або інших обчислювальних методів та засобів визначається в кожному конкретному випадку по цілій низці показників [36 — 38], зокрема: точність, швидкодія, простота пристрою та його експлуатації, вартість, надійність, стандартність та уніфікація вузлів, вага, габарити, тощо.

З огляду на вказані показники основними перевагами ЦОМ є: можливість отримання розв'язку з будь-якою точністю, високий ступінь автоматизації процесу розв'язання, здатність приймати логічні рішення в залежності від результату обробки інформації. При повторних обчисленнях за однією й тією ж програмою забезпечується однозначна відтворюваність розв'язку. Наявність значного парку ЦОМ, їх універсальність та доступність визначає першочерговий інтерес щодо використання їх при дослідженні ЗП-об'єктів та РП-об'єктів. На поточний час, завдяки досягненням обчислювальної математики, до чисельної реалізації на ЦОМ може бути доведено практично всі відомі аналітичні та чисельні методи розв'язання задач математичної фізики, в тому числі метод прямих та метод сіток. Однак алгоритмічність роботи ЦОМ призводить до значних витрат машинного часу, навіть при розв'язанні відносно невеликих систем диференційно-різницевого рівняння [106]. Час розв'язання різко збільшується з переходом до нелінійних задач [61, 63].

Не завжди використовується одна з основних переваг ЦОМ — можливість отримання розв'язку з практично будь-яким ступенем точності. Це

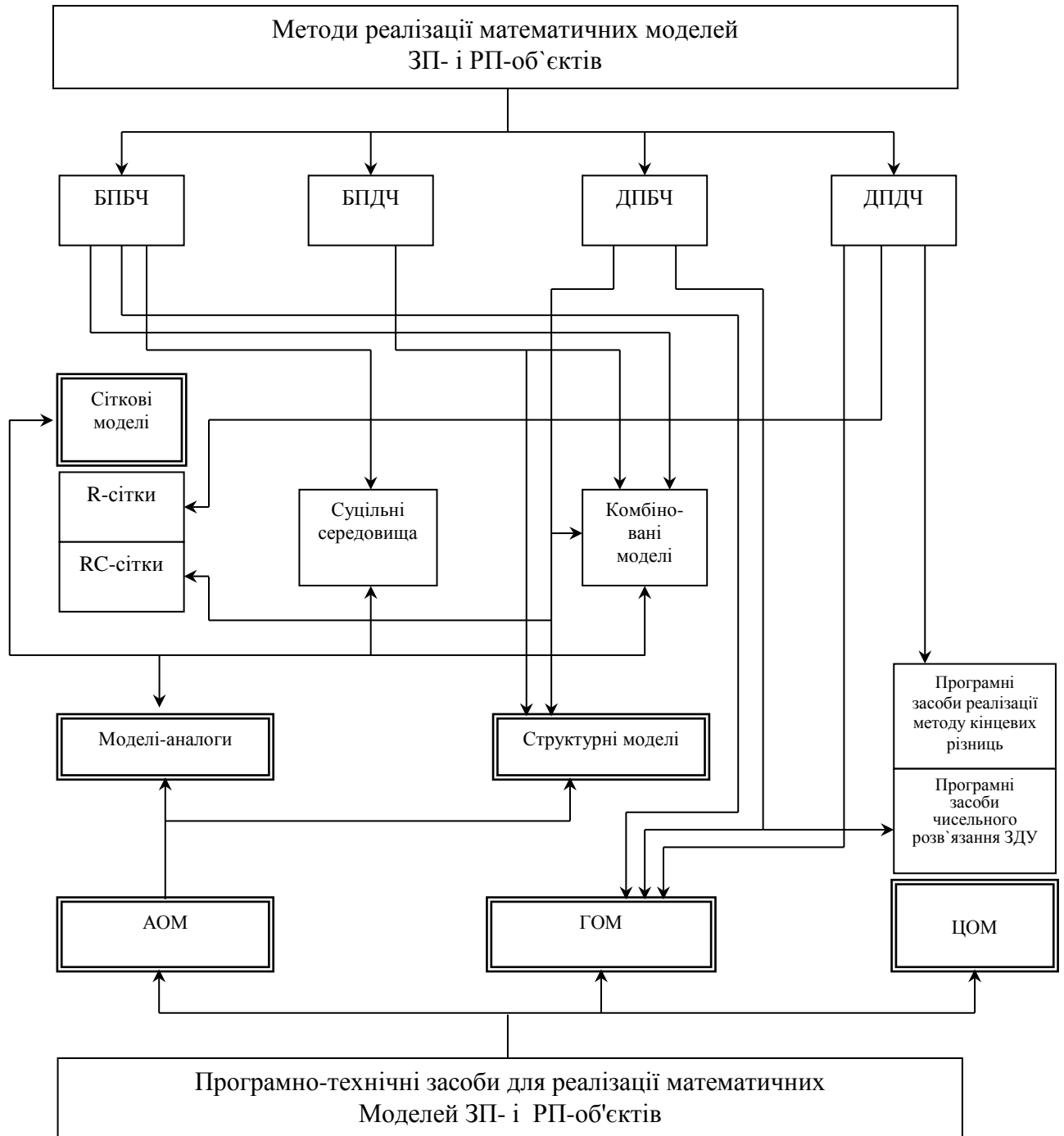


Рис. В.2.1. Взаємозв'язок методів та програмно-апаратних засобів дослідження ЗП- і РП-об'єктів

пояснюється тим, що багато практичних задач дослідження ЗП-об'єктів та РП-об'єктів не потребують високої арифметичної точності [61], оскільки ММ, яка приймається, майже завжди є спрощеною (хоча б уже на етапі апроксимації неперервної ММ), а вихідні дані (наприклад, початкові та граничні умови, коефіцієнти рівнянь, тощо) задаються по експериментальних оцінках з відносно невисокою точністю.

Дослідження реальних технологічних об'єктів (в тому числі ППСВ, зокрема, переробки сирової нафти [3]) часто зводиться не до однократного розв'язання задачі моделювання динаміки, а до розв'язання певного числа варіантів однієї й тієї ж задачі при різних вихідних даних з метою пошуку оптимального варіанту. Прикладом таких задач є задачі оптимального управління [61, 62]. При розв'язанні багатоваріантних задач фактор швидкості набуває вирішального значення. Суттєво підвищити швидкість розв'язання на ЦОМ задач, що потребують перебору значної кількості варіантів, стало можливо з появою багатопроцесорних ЦОМ (в тому числі персональних) та запровадженням паралельних обчислювальних систем, що використовують принцип паралелізму та перебудови структури [133, 134]. Зокрема, до таких систем можна віднести спеціалізовані мікропроцесорні системи [133] та цифрові однорідні сітки [133, 135]. Зазначені обчислювальні засоби також забезпечують придатну швидкодію при розв'язанні задач в реальному та «прискореному» масштабах часу [61].

Раніше, на певному етапі розвитку засобів обчислювальної техніки (ОТ), за відсутності багатопроцесорних ЦОМ, відносно невисокої швидкодії тогочасних однопроцесорних ЦОМ та браку масового виробництва мікропроцесорів, для розв'язання задач динаміки переважно РП-об'єктів використовувалися аналогові обчислювальні засоби (зокрема, аналогові обчислювальні машини — АОМ), в тому числі *сіткові процесори* [61, 63, 75, 141, 142]. АОМ поділяються на два класи: *структурні моделі* та *моделі-аналоги* [63, 136, 137]. Структурні АОМ

використовуються, головним чином, для дослідження ЗП-об'єктів [137 — 140].

Для розв'язання задач математичної фізики (суть дослідження РП-об'єктів) переважно застосовувалися моделі-аналоги. Переваги, недоліки та області застосування окремих типів моделей-аналогів детально розглянуто в роботах [61, 63, 75, 134, 141, 142]. Аналіз цих робіт показує, що найбільше поширення набули моделі-аналоги у вигляді сіткових процесорів: резистивні (R-сітки) та резистивно-ємнісні (RC-сітки) моделі.

При аналоговому моделюванні РП-об'єктів найбільшу ефективність забезпечують RC-сітки, що реалізують метод ДПНЧ [61, 141, 142]. Цей клас обчислювачів має просту конструкцію, наглядність у програмуванні та відображенні результатів обчислень. RC-сітки також мають такі важливі переваги як високу швидкодію, зумовлену неалгоритмічним способом розв'язання задач та можливість активно втручатися у хід обчислювального процесу. Ці властивості важливі при розв'язанні зворотних задач та задач управління. Основний недолік RC-сіток — складність управління їх параметрами в процесі розв'язання нелінійних задач (при цьому параметри RC-сітки повинні змінюватися у функції вузлових потенціалів). Вказаного недоліку позбавлено R-сітки, які реалізують запропонований Дж. Лиманом метод ДПДЧ [143]. Цей метод отримав подальший розвиток у роботах, наприклад, [62, 63, 134, 144]. Завдяки дискретизації часової змінної, метод Либмана дозволяє виконувати будь-які зміни схеми моделювання у необхідні моменти часу [75].

Певним чином розумним компромісом з метою поєднання переваг аналогових та цифрових машин було створення свого часу гібридних обчислювальних систем (ГОС) [73, 134]. Перехід до ГОС розглядався як цілеспрямований шлях підвищення ефективності засобів ОТ. При реалізації конкретного обчислювального процесу ГОС дозволяють: у найбільшому ступені використовувати переваги машин різних класів,

наприклад, високу швидкодію АОМ з практично необмеженими логічними можливостями ЦОМ; поєднувати аналогове та цифрове моделювання; підвищувати швидкість обробки цифрової інформації за рахунок аналогових підпрограм [145, 146].

Тим не менш, стрімкий якісний розвиток на сучасному етапі цифрових машин, їх універсальність при значному зростанні швидкодії та обсягів пам'яті, створення багатопроцесорних ЦОМ та повсюдне поширення мікропроцесорів, визначає цілковито переважне застосування тепер даного класу засобів ОТ при розв'язанні задач математичного моделювання та управління ЗП-об'єктами та РП-об'єктами. Зокрема це стосується й процесів ППСВ, які досліджуються у чинній дисертаційній роботі. Крім того, на основі сучасних цифрових та мікропроцесорних обчислювальних систем можливо створення *ієрархічних структур*, здатних вирішувати широке коло задач, включаючи, як суто технологічні (моделювання динаміки, ідентифікацію, управління), так і адміністративні (розподіл ресурсів, маркетинг, тощо).

В. 3. Доведення теореми 2.1 про існування та теореми 2.2 про єдиність розв'язку задачі (2.16) — (2.19)

Нижче, для задачі (2.16) — (2.19), яка являє собою узагальнену ММ процесів ППСВ, виконано коректне доведення теорем 2.1 та 2.2 щодо існування та єдиності розв'язку.

Доведення теореми 2.1 проведено, враховуючи еквівалентну до (2.16) — (2.19) форму (2.20) — (2.22), та у відповідності до послідовності етапів, сформульованих у розділі 2.2.

**Доведення теореми 2.1.**

1. Побудова наближених розв'язків. Розглянемо деяку послідовність  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_m$ , яка має наступні властивості

$$\varphi_i \in H_0^1(\Omega) \cap L^p(\Omega), \quad \forall i, p > 0,$$

$\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_m$  — лінійно незалежні  $\forall m$ .

Очевидно, що лінійні комбінації  $\varphi_i, \forall i > 0$  — щільні [65] в  $H_0^1(\Omega) \cap L^p(\Omega)$ .

Будемо шукати «наближені розв'язки»  $\Phi_m = \Phi_m(t), \quad \forall m = 1, 2, \dots$  у вигляді

$$\Phi_m(t) = \sum_{i=1}^m q_i(t) \varphi_i,$$

де функції  $q_i(t)$  обираються так, щоб виконувались співвідношення

$$\left( \frac{\partial \Phi_m(t)}{\partial t}, \varphi_j \right) + a(\Phi_m(t), \varphi_j) = (f(t), \varphi_j), \quad 1 \leq j \leq m, \quad (\text{В.3.1})$$

причому  $a(\Phi_m(t), \varphi_j) = \langle A \Phi_m(t), \varphi_j \rangle_{H_0^1(\Omega) \cap L^p(\Omega)}$ .

Система (В.3.1) нелінійних звичайних диференціальних рівнянь доповнюється початковими умовами

$$\Phi_m(0) = \Phi_{0_m}; \quad \Phi_{0_m} = \sum_{i=1}^m \alpha_{i_m} \varphi_i \rightarrow \Phi_0 \text{ в } H_0^1(\Omega) \cap L^p(\Omega), \quad m \rightarrow \infty. \quad (\text{В.3.2})$$



2. *Віднаходження апріорних оцінок.* Для цього домножимо кожне рівняння системи (В.3.1), яке відповідає індексу  $j$ , на  $q_i(t)$  та просумуємо по  $j$ . Тоді отримаємо

$$\left( \frac{\partial \Phi_m(t)}{\partial t}, \Phi_m(t) \right) + a(\Phi_m(t), \Phi_m(t)) = (f(t), \Phi_m(t)), \text{ тобто}$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} |\Phi_m(t)|^2 + a(\Phi_m(t), \Phi_m(t)) = (f(t), \Phi_m(t)). \quad (\text{В.3.3})$$

Покладемо:  $\|v\| = \sqrt{a(v, v)}$  (тобто норма в  $H_0^1(\Omega)$  еквівалентна нормі  $\|v\|_{H^1(\Omega)}$ ). В силу (В.3.3) запишемо

$$\left( |\Phi_m(t)|^2 + \|\Phi_m(t)\|^2 \right) \leq 2\alpha_m |\Phi_m(t)|^2 + 2 \int_0^{t_k} |f(t), \Phi_m(t)| dt. \quad (\text{В.3.4})$$

З (В.3.2) витікає, що права частина (В.3.4) не перебільшує величини

$C + 2 \int_0^{t_k} |f(t), \Phi_m(t)| dt$  (константа  $C$  не залежить від  $m$ ). Тоді можна

записати

$$\left( |\Phi_m(t)|^2 + \|\Phi_m(t)\|^2 \right) \leq C + 2\alpha_m |\Phi_{0_m}|^2 + 2 \int_0^{t_k} |f(t), \Phi_m(t)| dt. \quad (\text{В.3.5})$$

В силу (В.3.4) отримаємо  $\int_0^{t_k} |f(t)| dt \leq \text{const}$ .

З (В.3.5) витікає, що  $|\Phi_m(t)|^2 \leq C + |\Phi_{0_m}|^2$ .

В свою чергу з останнього виразу витікає, що

$$|\Phi_m(t)| \leq \text{const}, \quad (\text{В.3.6})$$

(причому, ця константа не залежить від індексу  $m$ ).

Повертаючись до (В.3.5) отримаємо

$$\|\Phi_m(t)\| \leq \text{const}, \quad (\text{В.3.7})$$

(як і у попередньому випадку для виразу (В.3.6) дана константа також не залежить від індексу  $m$ ).

Звідси витікає, що  $t_k = T$ , а з нерівностей (В.3.6) та (В.3.7) отримуємо, що при  $m \rightarrow \infty$  значення  $\Phi_m$  — обмежені, тобто належать обмеженій множині в  $L^\infty(0, t_k; H_0^1(\Omega) \cap L^p(\Omega))$ .

3. *Виконання переходу до межі.* Виділимо з послідовності  $\Phi_m$  послідовність  $\Phi_\mu$  таку, що

$$\Phi_\mu \rightarrow \Phi_d \text{ слабко в } L^\infty(0, t_k; H_0^1(\Omega) \cap L^p(\Omega)), \quad (\text{В.3.8})$$

тобто

$$\int_0^{t_k} (\Phi_\mu(t), q(t)) dt \rightarrow \int_0^{t_k} (\Phi_m(t), q(t)) dt, \quad \forall q \in L^1(0, t_k; H_0^1(\Omega) \cap L^p(\Omega)). \quad (\text{В.3.9})$$

Крім того, з (В.3.6), зокрема, витікає, що значення  $\Phi_m$  обмежені в  $L^2(0, t_k; H_0^1(\Omega))$ , звідки витікає, що послідовність  $\Phi_m$  належить обмеженій множині в  $H_0^1(\Omega)$ .

Беремо до уваги, що вкладення  $H_0^1(\Omega)$  в  $L^2(\Omega)$  є компактним [58]. Таким чином можна вважати, що послідовність  $\Phi_\mu$ , яку вибрано з послідовності  $\Phi_m$ , задовольняє, крім (В.3.8) та (В.3.9), умові

$$\Phi_\mu \rightarrow \Phi_d \text{ сильно в } L^2(\Omega) \text{ і майже скрізь.}$$

Перейдемо до межі в (В.3.1) вважаючи, що  $\mu = m$ . Нехай  $j$  — фіксовано, а  $\mu > j$ . Тоді на підставі (В.3.1) маємо

$$\left( \frac{\partial \Phi_\mu(t)}{\partial t}, \varphi_j \right) + a(\Phi_\mu(t), \varphi_j) = (f(t), \varphi_j), \quad 1 \leq j \leq \mu, \quad (\text{В.3.10})$$

Однак, на підставі (В.3.9)

$$a(\Phi_\mu, \varphi_j) \rightarrow a(\Phi_d, \varphi_j) \text{ слабко в } L^\infty(0, t_k)$$

і, таким чином

$$\left( \frac{\partial \Phi_\mu(t)}{\partial t}, \varphi_j \right) \rightarrow \left( \frac{\partial \Phi_d}{\partial t}, \varphi_j \right) \text{ в } D'(0, t_k).$$

З (В.3.10) можна отримати, що

$$\left( \frac{\partial \Phi_{\text{д}}}{\partial t}, \varphi_j \right) + a(\Phi_{\text{д}}, \varphi_j) = (f(t), \varphi_j),$$

причому це справедливо для будь-якого фіксованого  $j$ . Звідси, з огляду на щільність базису  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_m$ , витікає, що

$$\left( \frac{\partial \Phi_{\text{д}}}{\partial t}, \varphi \right) + a(\Phi_{\text{д}}, \varphi) = (f(t), \varphi), \quad \forall \varphi \in H_0^1(\Omega) \cap L^p(\Omega).$$

Оскільки раніше було зроблено припущення  $\Phi(\bar{g}, t) \leq \Phi_{\delta}$ , то можна зробити висновок про те, що умови існування отримано.

Далі покажемо *єдиність* розв'язку задачі (2.16) — (2.19), представлений у еквівалентній формі (2.30) — (2.32), тобто доведемо теорему 2.2.

**Доведення теореми 2.2.** Нехай  $\varphi_1(M, t)$  та  $\varphi_2(M, t)$  — два розв'язки, які задовольняють умовам теореми 2.2, а також  $\zeta = \varphi_1 - \varphi_2$ . Покажемо, що  $\zeta(M, t) \equiv 0$  в області  $Q = \Omega \times (0, t_k)$  з границею  $\Sigma = \Gamma \times (0, t_k)$ , тобто буде відповідати доведенню єдиності розв'язку задачі (2.16) — (2.19), яку сформульовано у еквівалентній формі (2.30)—(2.32).

Для доведення теореми 2.2 скористаємося першою формулою Гріна [104, 147] для функції  $\zeta = \varphi_1 - \varphi_2$ . В результаті отримаємо (вважаючи, що оператор  $A$  — гіперболічний)

$$\begin{aligned} \int_Q \zeta A \zeta \, d\tau &= \int_Q (\varphi_1 - \varphi_2) A (\varphi_1 - \varphi_2) \, d\tau = \\ &= \int_Q \kappa [\nabla(\varphi_1 - \varphi_2)] \, d\tau - \int_Q \gamma (\varphi_1 - \varphi_2) \, d\tau + \int_{\Sigma} \kappa (\varphi_1 - \varphi_2) \frac{\partial(\varphi_1 - \varphi_2)}{\partial \eta} \, d\sigma, \end{aligned} \quad (\text{B.3.11})$$

де функції  $\kappa = \kappa(M) > 0$ ;  $\gamma = \gamma(M) \geq 0$  та неперервні в області  $Q$ . Для задачі виду (2.30) — (2.32) формула Гріна має вигляд

$$\int_Q \zeta A \zeta \, d\tau = \int_Q \kappa [\nabla(\varphi_1 - \varphi_2)] \, d\tau - \int_Q \gamma (\varphi_1 - \varphi_2) \, d\tau. \quad (\text{B.3.12})$$

Очевидно, що функція  $\zeta = \varphi_1 - \varphi_2$  є розв'язком однорідної задачі

$$\frac{\partial \Phi(M, t)}{\partial t} = A \Phi(M, t), \quad (\text{B.3.13})$$

$$\Phi(M, t)|_{t=0} = 0, \quad \Phi(M, t)|_{M=\Sigma} = 0. \quad (\text{B.3.14})$$

Оскільки  $A\zeta = (\partial\zeta/\partial t)$ , то з формули ((2.54) отримаємо

$$\int_{\varrho} \zeta \frac{\partial \zeta}{\partial t} d\tau = \int_{\varrho} \kappa(\nabla \zeta) d\tau - \int_{\varrho} \gamma(\nabla \zeta) d\tau. \quad (\text{B.3.15})$$

Інтегруючи тотожність (B.3.15) по часовій змінній  $t$  на проміжку  $(0, t_k)$  та користуючись тотожністю  $\zeta(M, 0) = 0$ , отримаємо

$$\int_{\varrho} \zeta(M, t_k) d\tau = \int_0^{t_k} \int_{\varrho} \kappa[\nabla \zeta(M, t_k)] d\tau dt - \int_0^{t_k} \int_{\varrho} \gamma[\nabla \zeta(M, t_k)] d\tau dt. \quad (\text{B.3.16})$$

Оскільки права частина в (B.3.16) недодатна, а ліва частина — невід'ємна, то

$$\int_{\varrho} \zeta(M, t_k) d\tau = 0.$$

Звідси витікає, що функція  $\zeta(M, t_k) \equiv 0$  для довільного  $t_k > 0$ . Таким чином, теорему 2.2 доведено.

#### В. 4. Доведення теорем 2.3, 2.4 про керованість системи (2.16) — (2.19)

Наведемо коректні доведення, сформульованих у розділі 2.2 теорем щодо керованості системи (2.16) — (2.19).

Теорема 2.3 визначає керованість системи (2.16) — (2.19) (представленій у формі (2.33) — (2.35)) на випадок *розподіленого* управління.

**Доведення теореми 2.3.** Беручи до уваги [87] введемо допоміжну систему, яка описується гіперболічним рівнянням у часткових похідних виду:

$$\frac{\partial Y(\bar{g}, t)}{\partial t} + AY(\bar{g}, t) = BU_d, \quad (\text{В.4.1})$$

$$Y(\bar{g}, t) \leq CU_d,$$

$$Y(\bar{g}, t)|_{\bar{g}=0} = 0; \quad Y(\bar{g}, t)|_{\Sigma} = 0, \quad (\text{В.4.2})$$

де  $C$  — оператор спостереження, а спостереження стану  $Y(\bar{g}, t)$  здійснюється у кінцевий момент  $t_k$ .

З урахуванням властивостей системи (2.33) — (2.35), лінійна система (В.4.1), (В.4.2) є керованою, тобто для будь-якого  $\eta > 0$  існує таке управління  $u_\eta \in U_d$ , для якого справедливим є співвідношення:

$$\int_{\Omega} |Y(\bar{g}, t_k, u_\eta) - C\Phi_{\text{зад}}(\bar{g})|^2 d\bar{g} \leq \eta. \quad (\text{В.4.3})$$

Таким чином, для всіх  $\eta > 0$  можна записати

$$\exists \xi \in L^2(Q) \quad \text{таке, що} \quad \|\xi - Bu_\eta\|_{L^2(Q)} \leq \eta \quad (\text{В.4.4})$$

та  $\exists v \in U_d$ , для якого справедливе співвідношення:  $\xi = Bv$ . Беручи до уваги, що відображення  $u \rightarrow Y(t_k, u)$  є неперервним, запишемо:

$$\|Y(t_k, u_\eta) - Y(t_k, v)\|_{L^2(Q)} \leq C\eta.$$

Використовуючи апріорні оцінки [58, 64], отримаємо:

$$Y(\bar{g}, t_k, v) \in L^{2k}(Q).$$

Очевидно, що

$$\int_{\varrho} |f[Y(\bar{g}, t, \nu)]|^2 d\bar{g} dt \leq C \int_{\varrho} |1 + |Y(\bar{g}, t, \nu)|^k|^2 d\bar{g} dt \leq C_2,$$

де  $C_2$  — деяка константа.

В силу сказаного вище, можна визначити  $U \in U_d \leq U_d$

$$BU(t) = \xi + f[Y(\bar{g}, t, \nu)] \leq BU_d. \quad (\text{B.4.5})$$

Таким чином, функція  $Y(\bar{g}, t, \nu)$  є розв'язком системи (2.33) — (2.35) для управління  $U(t) \in U_d$ , яке визначається за допомогою рівняння (B.4.5).

Із співвідношень (B.4.3) та (B.4.4) витікає, що можна вибрати величину  $\eta$  достатньо малою і для якої справедливою є умова:

$$J(u_\eta, \nu) \leq \varepsilon.$$

Таким чином, теорему 2.3 доведено.

Теорема 2.4 визначає керованість системи (2.16) — (2.19) (представленій у формі (2.38), (2.39)) на випадок управління за допомогою *граничних умов*.

**Доведення теореми 2.4.** Беручи до уваги [87] введемо допоміжну систему у вигляді

$$\frac{\partial Y(\bar{g}, t)}{\partial t} + AY(\bar{g}, t) = 0, \quad (\text{B.4.6})$$

$$Y(\bar{g}, t) \leq CU_d,$$

$$Y(\bar{g}, t)|_{\bar{g}=0} = 0; Y(\bar{g}, t)|_{\Sigma} = BU(t)|_{\Sigma}. \quad (\text{B.4.7})$$

Ця система повністю керована за станами [87, 144]. Оберемо управління  $u_\varepsilon$  таким, що

$$\|Y(t_k, u_\varepsilon) - C\Phi_{\text{зад}}(\bar{g})\|_{L^2(\Omega)} \leq \varepsilon. \quad (\text{B.4.8})$$

Тоді, як було показано при доведенні теореми 2.3, для всіх  $\eta > 0$  справедливо

$$\exists \xi \in L^2(\Sigma) \quad \text{таке, що} \quad \|Bu_\eta - \xi\|_{L^2(\Sigma)} \leq \eta. \quad (\text{B.4.9})$$

Очевидно, що для системи (В.4.6), (В.4.7) з граничною умовою  $Y(\bar{g}, t) = \xi$  розв'язком буде певна величина  $\hat{Y}(\bar{g}, t)$ . Тоді можна обрати величину  $\eta$  достатньо малою, щоб задовольнялася умова:

$$\|Y(t_k, u_\varepsilon) - \hat{Y}(t_k)\|_{L^2(\Omega)} \leq \varepsilon.$$

(В.4.10)

Оскільки простір  $L^\infty(\Sigma)$  є щільним в просторі  $L^2(\Sigma)$  та враховуючи, що  $\xi \in L^\infty(\Sigma)$ , то можна зробити висновок про те, що  $\hat{Y}(t_k) \in L^\infty(\Omega)$ , а  $\hat{Y}(t_k)|_\Sigma \in L^\infty(\Sigma)$ . Внаслідок неперервності функції  $f[\hat{Y}(t)]$  робимо висновок, що  $f[\hat{Y}(t)] \in L^\infty(\Sigma)$ .

Нехай управляючий вплив  $u_{\hat{\eta}} \in U_d \leq U_d$  буде таким, що

$$\|f[\hat{Y}(t)] - Bu_{\hat{\eta}}\|_{L^2(\Sigma)} \leq \hat{\eta}. \quad (\text{В.4.11})$$

Прийmemo в системі (В.4.6), (В.4.7) в якості граничних умов

$$Y(\bar{g}, t) + f[\hat{Y}(t)] = B(u_\eta - v_{\hat{\eta}}) - \xi. \quad (\text{В.4.12})$$

Якщо домножити (В.4.12) на  $Y(\bar{g}, t)$ , то, використовуючи (В.4.9) та (В.4.11) і, також враховуючи монотонний характер функції  $f(\cdot)$ , можна визначити верхню оцінку правої частини рівняння (В.4.12):

$$\|[\hat{Y}(t)]\|_{L^2(\Omega)}^2 + C\hat{\eta}^2.$$

Оберемо величину  $\hat{\eta}$  такою, щоб задовольнялася умова

$$\|[\hat{Y}(t_k)]\|_{L^2(\Omega)}^2 \leq \varepsilon. \quad (\text{В.4.13})$$

Тоді, в силу (В.4.8), (В.4.10) та (В.4.13), отримаємо

$$J(u_\eta + v_{\hat{\eta}}) \leq \varepsilon.$$

Теорему 2.4 доведено.

### В. 5. Характеристики усередненої похибки різницевої схеми (2.43)

Нижче наведено результати чисельного дослідження *стійкості* та *точності* дискретних моделей сімейства, утворених різницевою схемою (2.43), у порівнянні з точним розв'язком (див. Рис. В.5.1) одновимірного ДРЧП параболо-гіперболічного типу (2.59) — (2.62). Ці результати представлено у вигляді характеристик усередненої похибки (Рис. В.5.2 — В.5.5) для окремих випадків різницевої схеми (2.43), у тому числі, якщо не задовольняються умови збіжності.

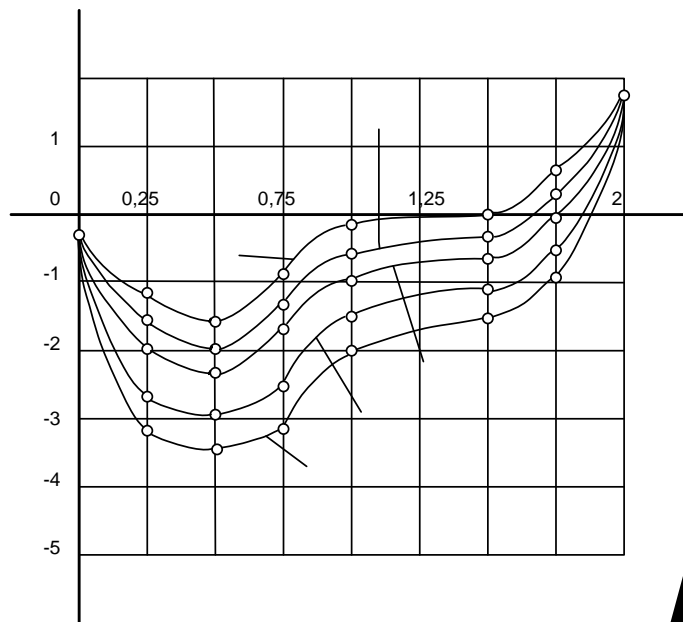


Рис. В.5.1. Результати чисельного розв'язання задачі (2.59) — (2.62)

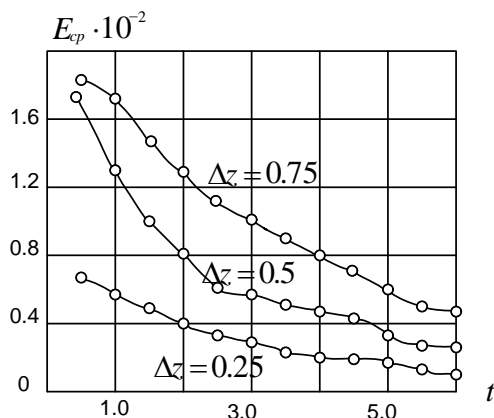


Рис. В.5.2. Усереднена похибка дискретної моделі (2.46)

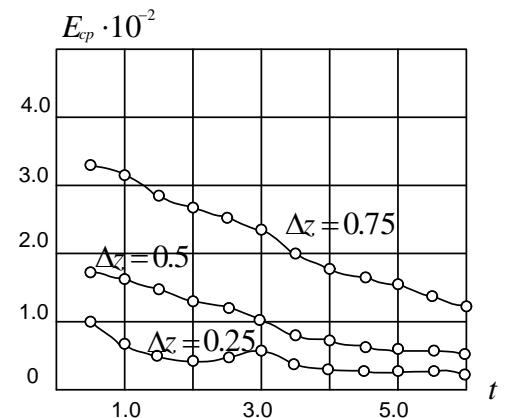


Рис. В.5.3. Усереднена похибка дискретної моделі (2.47)



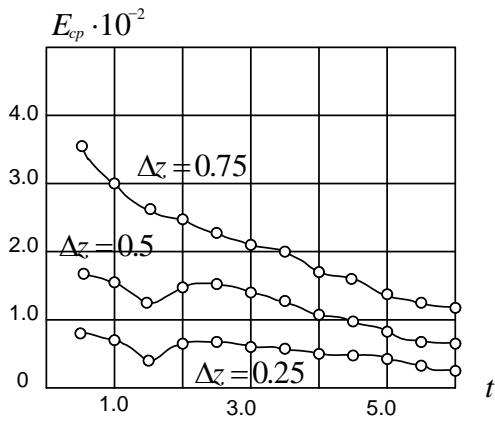


Рис. В.5.4. Усереднена похибка дискретної моделі (2.48)

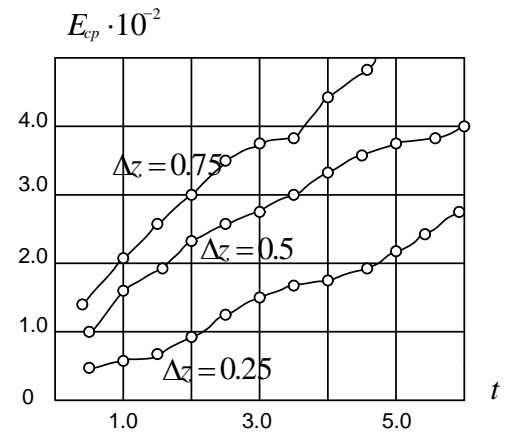


Рис. В.5.5. Усереднена похибка дискретної моделі (2.46) при невиконанні умов збіжності

Табл. В.1

| Позначення різницевої схеми                    | Тип різницевої схеми     | Обсяг пам'яті ЕОМ (кількість слів) | Кількість обчислень, виконуваних за 1 крок моделювання |   |
|--|--------------------------|------------------------------------|--|---|
|  |                          |                                    | Множення   | Додавання   |
| Шеститочковий шаблон для сімейства схем (2.82) | Я<br>( $\sigma = 0$ )    | $12(N_1 + 1)K$                     | $K[N_1 + 2]$   | $K[4N_1 + 2]$   |
|  | НЯ<br>( $\sigma = 1$ )   | $2(N_1 + 1)(N_2$                   | $K \left[ \frac{(N_1 + 1)^3}{3} + 8(N_1 + \right.$     | $K \left[ \frac{(N_1 + 1)^3}{3} + 4(N_1 + \right.$    |
|  | НЯ<br>( $\sigma = 0.5$ ) |                                    |  |   |
| Двопрохідна схема (схема Саульєва)             | Я                        | $4K(N_1 + 1)(N_2$                  | $K \left[ \frac{(N_1 + 1)^3}{3} + 8(N_1 + \right.$     | $K \left[ \frac{(N_1 + 1)^3}{3} + 4(N_1 + 1) \right.$ |
|  |                          |                                    | $\left. - \frac{10}{3}(N_1 + 1) + 4 \right]$           | $\left. - \frac{47}{6}(N_1 + 1) + 9 \right]$          |

Обчислювальні витрати на реалізацію дискретних моделей сімейства, утворених різницевою схемою (2.43).

Примітка: Через  $N_i, i = 1, 2$  позначено операції зсуву ( $N_1$  — на один розряд,  $N_2$  — на два розряди);

через  $K$  позначено операцію переносу.

В.6. Доведення теореми 3.1 (про існування та єдиність розв'язку)  
і теореми 3.2 (про диференційованість функціоналу якості)  
для оптимізаційної постановки задачі виду (3.9)

Нижче, для оптимізаційної постановки задачі виду (3.9) з обмеженнями виду (3.7), наведено строгі доведення теореми про існування та єдиність розв'язку, а також теореми про диференційованість функціоналу якості.

**Доведення теореми 3.1.** Враховуючи фізичний смисл операторів та області допустимих значень змінних, які входять до системи (3.1) — (3.3), запишемо їх приналежність відповідним класам просторів:

$$\begin{aligned} \Phi_{0_l}(\bar{g}, t) &\in L^2(\Omega) = H, \\ \sum_{i=1}^3 A_i(\rho) \frac{\partial^2 \bar{\Phi}_l}{\partial r_j^2} &= A_l'(\rho, \Phi) \in L^2(\Omega); \quad \sum_{i=1}^3 B_i(\rho) \frac{\partial^2 \bar{\Phi}_l}{\partial r_j^2} = B_l'(\rho, \Phi) \in L^2(\Omega); \\ \sum_{i=1}^3 B_i(\rho) \frac{\partial^2 \bar{\Phi}_l}{\partial z} &= B_l''(\rho, \Phi) \in L^2(\Omega), \quad C_l(\rho, \Phi) \in L^2(\Omega), \quad D_l(\rho, U) \in L^2(\Omega), \\ E_l(\rho, F) &\in L^2(\Omega); \quad \forall l \in k, \quad \bar{g} = \{r_j, z\} \in \Omega, \quad j = \overline{1, N}. \end{aligned} \quad (\text{B.6.1})$$

Нехай також завдано функціональні простори

$$W^\Phi = H^1(\Omega); \quad H = L^2(\Omega),$$

де  $H^1(\Omega)$  — простір Соболева порядку 1, який визначено наступним чином

$$H^1(\Omega) = \left\{ \omega \mid \omega \in L^2(\Omega); \frac{\partial \omega}{\partial r_j} \in L^2(\Omega), \frac{\partial \omega}{\partial z} \in L^2(\Omega), j = \overline{1, N} \right\}.$$

Будемо вважати, що в просторі  $W^\Phi$  існує сукупність елементів — породжуючі базисів, для яких справедливі співвідношення

$$\left( (w_l^\Phi, \omega) \right) = \beta_l^\Phi (w_l^\Phi, \omega) \quad \forall w^\Phi \in W^\Phi; \quad \forall l \in k.$$

Тоді, для дискретного простору  $W : W_n = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$  запишемо систему, яка визначає задачу (3.1) — (3.3)

$$\left( \frac{\partial \overline{\Phi}_l^q}{\partial t}, w_l^\Phi \right) - A_l'(\rho, \Phi_l^q, w_l^\Phi) - B_l'(\rho, \Phi_l^q, w_l^\Phi) - B_l''(\rho, \Phi_l^q, w_l^\Phi) - C_l(\rho, \Phi_l^q, w_l^\Phi) \geq D_l(\rho, U, w_l^\Phi) + E_l(\rho, F, w_l^\Phi), \quad (\text{B.6.2})$$

$$\overline{\Phi}_l^q(0) = \overline{\Phi}_{0_l}^q \rightarrow \Phi_0 \in L^2(\Omega), \Psi_j \in L^2(\Omega); \forall i=1, \dots, k, \forall l \in k, j = \overline{1, N} \quad (\text{B.6.3})$$

де  $\Phi_l^q$  — являє собою наближений розв'язок системи (3.1) — (3.3), яке можна представити у вигляді

$$\overline{\Phi}_l^q(t) = \sum_{n=1}^q \beta_n^\Phi(t) w_j^P; \forall t \in [0, t_q],$$

при цьому  $\beta_n^\Phi(t)$  має смисл вагового коефіцієнту. Зазначимо, що отриманий розв'язок є *локальним*, він справедливий лише на локальному інтервалі  $t \in [0, t_q]$ . Покажемо, що  $t_q = t_k$  (або інакше: локальний розв'язок можна поширити на весь інтервал  $[0, t_k]$ ). З цією метою виконаємо почленне множення похідних рівняння динаміки (B.6.2) на  $\beta_n^\Phi(t)$

$$\left( \frac{\partial \overline{\Phi}_l^q(\overline{g}, t)}{\partial t}, \overline{\Phi}_l^q(\overline{g}, t) \right) - A_l'(\overline{\Phi}_l^q(\overline{g}, t), \overline{\Phi}_l^q(\overline{g}, t)) + B_l'(\overline{\Phi}_l^q(\overline{g}, t), \overline{\Phi}_l^q(\overline{g}, t)) - B_l''(\overline{\Phi}_l^q(\overline{g}, t), \overline{\Phi}_l^q(\overline{g}, t)) - C_l(\overline{\Phi}_l^q(\overline{g}, t), \overline{\Phi}_l^q(\overline{g}, t)) \geq D_l(U(\overline{g}, t), \overline{\Phi}_l^q(\overline{g}, t)) + E_l(F(\overline{g}, t), \overline{\Phi}_l^q(\overline{g}, t)), \quad (\text{B.6.4})$$

$$\overline{\Phi}_l^q(0) = \overline{\Phi}_{0_l}^q, \quad \overline{\Phi}_l^q(0, t) = \Psi_j(t); \quad \forall l \in k, \quad j = \overline{1, N}. \quad (\text{B.6.5})$$

Інтегруючи (B.6.4), (B.6.5) від 0 до  $t_k$  (та враховуючи вказану на початку при доведенні теореми приналежність змінних відповідним класам функціональних просторів), запишемо

$$\|\overline{\Phi}_l^q(\overline{g}, t)\|_{L^2(0, t_q, W^P)} \leq C^P; \quad \|\overline{\Phi}_l^q(\overline{g}, t)\|_{L^\infty(0, t_q, W^P)} \leq C^P; \quad (\text{B.6.6})$$

звідки отримуємо, що розв'язок  $\overline{\Phi}_l(\overline{g}, t)$  системи (3.1) — (3.3) існує на всьому інтервалі  $[0, t_k]$ , тобто  $t_q = t_k$ . Ми отримали вирази для норм функції  $\overline{\Phi}_l^q(\overline{g}, t)$  відповідно у просторах  $L^2(0, t_q, W^P)$ ,  $L^2(0, t_q, W^S)$ ,  $L^\infty(0, t_q, H)$ . Далі

отримаємо вирази для норм від похідних даної функції, що дає більш сильні оцінки збіжності.

Введемо деякий оператор  $Y^\Phi$ , який виконує проєкцію  $H$  на  $W^\Phi$  в  $\mathcal{R}^n$  для норми  $\|\bar{\Phi}_l^q(\bar{g}, t)\|$ . Тоді вирази динаміки (В.6.4), (В.6.5) можуть бути представлено наступним чином

$$Y^\Phi \frac{\partial \bar{\Phi}_l^q}{\partial t} \geq Y^\Phi A_l'(\bar{\Phi}_l^q, \bar{g}, t) + Y^\Phi B_l'(\bar{\Phi}_l^q, \bar{g}, t) - \\ + Y^\Phi B_l''(\bar{\Phi}_l^q, \bar{g}, t) + Y^\Phi C_l(\bar{\Phi}_l^q, \bar{g}, t) + Y^\Phi D_l(U, \bar{g}, t) + Y^\Phi E_l(F, \bar{g}, t). \quad (\text{В.6.7})$$

$$\bar{\Phi}_l^q(0) = \bar{\Phi}_l^q, \quad \bar{\Phi}_l^q(0, t) = \Psi_j(t); \quad \forall l \in k, \quad j = \overline{1, N}, \quad (\text{В.6.8})$$

причому (В.6.7) виконується в просторі  $W^\Phi$  майже для всіх  $t \in (0, t_k)$ . На підставі співвідношення (В.6.7) оператори  $A_l'(\bar{\Phi}_l^q, \bar{g}, t)$ ,  $B_l'(\bar{\Phi}_l^q, \bar{g}, t)$ , ...,  $E_l(F, \bar{g}, t)$  визначено на границі простору  $L^2(0, t_k, W^\Phi)$ . При цьому можна записати

$$Y^\Phi \frac{\partial \bar{\Phi}_l^q}{\partial t} \in W^\Phi.$$

Тоді, з урахуванням (В.6.7) витікає, що

$$\left\| Y^\Phi \frac{\partial \bar{\Phi}_l^q}{\partial t} \right\|_{L^2(0, t_k, W^\Phi)} \leq C^\Phi. \quad (\text{В.6.9})$$

Використання оцінок (В.6.6), (В.6.9) дозволяє отримати шуканий розв'язок  $\bar{\Phi}_l(\bar{g}, t)$  з наближеного  $\bar{\Phi}_l^q(\bar{g}, t)$ , який характеризується наступними умовами збіжності:  $\bar{\Phi}_l^q \rightarrow \bar{\Phi}_l$  в просторі  $L^2(0, t_k, W^\Phi)$  — *слабко*;  $\bar{\Phi}_l^q \rightarrow \bar{\Phi}_l$  в просторі  $L^\infty(0, t_k, W^P)$  — *слабко*.

Таким чином, перехід, який характеризується спрямуванням до ліміту, доводить, що функція  $\bar{\Phi}_l(\bar{g}, t)$ , представлена вказаними умовами збіжності, є

розв'язком системи (3.1) — (3.3) для параметру  $\rho(\cdot) \in \Lambda_{\text{прин}}^{\rho}$ , тобто розв'язок системи (3.1) — (3.3) — існує.

Доведемо єдиність розв'язку задачі (3.1) — (3.3). Уявимо, що задача (3.1) — (3.3) має два розв'язки, які відповідно позначено через  $\bar{\Phi}_l^1(\bar{g}, t)$  та  $\bar{\Phi}_l^2(\bar{g}, t)$ . Тоді також можна уявити, що для кожної точки області  $\Omega$  існує число

$$\eta^{\Phi} = \bar{\Phi}_l^1(\bar{g}, t) - \bar{\Phi}_l^2(\bar{g}, t).$$

Замінюючи у виразах динаміки системи (3.1) — (3.3) функцію  $\bar{\Phi}_l(\bar{g}, t)$  відповідно на  $\bar{\Phi}_l^1(\bar{g}, t)$  та  $\bar{\Phi}_l^2(\bar{g}, t)$  отримаємо дві системи, почленне віднімання яких призведе до наступного результату (з урахуванням уведених позначень (В.6.1))

$$\left( \frac{\partial \eta^{\Phi}}{\partial t} \right) - [A_l'(\bar{\Phi}_l^1, \bar{g}, t) - A_l'(\bar{\Phi}_l^2, \bar{g}, t)] - [B_l'(\bar{\Phi}_l^1, \bar{g}, t) - B_l'(\bar{\Phi}_l^2, \bar{g}, t)] - [B_l''(\bar{\Phi}_l^1, \bar{g}, t) - B_l''(\bar{\Phi}_l^2, \bar{g}, t)] - [C_l(\bar{\Phi}_l^1, \bar{g}, t) - C_l(\bar{\Phi}_l^2, \bar{g}, t)] = 0, \quad (\text{В.6.10})$$

$$\eta^{\Phi}(\bar{g}, 0) = 0, \quad \eta^{\Phi}(0, t) = \Psi_j(t); \quad j = \overline{1, N}. \quad (\text{В.6.11})$$

Рівняння динаміки (В.6.10) обмежено лише членами, які залежать від шуканої функції стану  $\bar{\Phi}_l(\bar{g}, t)$ . Вирази у квадратних дужках в (В.6.10), виходячи з визначення операторів  $A_l'(\cdot)$ ,  $B_l'(\cdot)$ ,  $B_l''(\cdot)$ ,  $C_l(\cdot)$ , можуть бути представлені наступним чином

$$A_l'(\bar{\Phi}_l^1, \bar{g}, t) - A_l'(\bar{\Phi}_l^2, \bar{g}, t) = \sum_{i=1}^3 A_i(\rho) \frac{\partial^2 (\bar{\Phi}_l^1 - \bar{\Phi}_l^2)}{\partial r_j^2},$$

$$B_l'(\bar{\Phi}_l^1, \bar{g}, t) - B_l'(\bar{\Phi}_l^2, \bar{g}, t) = \sum_{i=1}^3 B_i(\rho) \frac{\partial^2 (\bar{\Phi}_l^1 - \bar{\Phi}_l^2)}{\partial r_j^2},$$

$$B_l''(\bar{\Phi}_l^1, \bar{g}, t) - B_l''(\bar{\Phi}_l^2, \bar{g}, t) = \sum_{i=1}^3 B_i(\rho) \frac{\partial^2 (\bar{\Phi}_l^1 - \bar{\Phi}_l^2)}{\partial z^2},$$

$$C_l(\bar{\Phi}_l^1, \bar{g}, t) - C_l(\bar{\Phi}_l^2, \bar{g}, t) = C_l(\bar{\Phi}_l^1 - \bar{\Phi}_l^2).$$

Таким чином, систему (В.6.10), (В.6.11) можна представити так

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial \eta^\Phi}{\partial t} \right) - \sum_{i=1}^3 A_i(\rho) \frac{\partial^2 (\bar{\Phi}_i^1 - \bar{\Phi}_i^2)}{\partial r_j^2} - \sum_{i=1}^3 B_i(\rho) \frac{\partial^2 (\bar{\Phi}_i^1 - \bar{\Phi}_i^2)}{\partial r_j^2} - \\ - \sum_{i=1}^3 B_i(\rho) \frac{\partial^2 (\bar{\Phi}_i^1 - \bar{\Phi}_i^2)}{\partial z^2} - C_l (\bar{\Phi}_i^1 - \bar{\Phi}_i^2) = 0, \end{aligned} \quad (\text{В.6.12})$$

$$\eta^\Phi(\bar{g}, 0) = 0, \quad \eta^\Phi(0, t) = \Psi_j(t); \quad j = \overline{1, N}. \quad (\text{В.6.13})$$

Очевидно, що справедливість системи (В.6.12), (В.6.13) можлива лише за умови  $\bar{\Phi}_i^1(\bar{g}, t) = \bar{\Phi}_i^2(\bar{g}, t)$ , чим доводиться єдиність розв'язку вихідної задачі (3.1) — (3.3).

Таким чином, в  $L^2(\Omega) \cap L^\infty(0, t_k, H)$  існує розв'язок задачі (3.1) — (3.3) і цей розв'язок — єдиний. Теорему 3.1 — доведено.

Далі покажемо, що функціонал якості виду (3.9) є диференційованим, тобто доведемо теорему 3.2.

**Доведення теореми 3.2.** Похідна функціоналу  $J[\rho(\cdot)]$  визначається наступним чином

$$\begin{aligned} J'[\rho(\cdot)] = \int_{\Omega} \rho'(\cdot) \left\{ \left[ \frac{\partial [\Phi_l(\bar{g}, t, \rho) - P_l^\Phi(t)]}{\partial t} \right] \times p^* dt \right\} d\bar{g} + \\ + \int_{\Omega} \rho'(\cdot) \left\{ \left[ \frac{\partial [\Phi_l(\bar{g}, t, \rho) - P_l^\Phi(t)]}{\partial t} \right] \times \frac{\partial p^*}{\partial \bar{g}} dt \right\} d\bar{g}, \end{aligned} \quad (\text{В.6.14})$$

де  $\Phi_l(\cdot)$  — розв'язок задачі (3.1) — (3.3), а  $p^*(\bar{g}, t)$  — розв'язок зведеної задачі виду

$$\begin{aligned} \frac{\partial p^*(\bar{g}, t)}{\partial t} - A_l'(p^*(\bar{g}, t, \rho)) + B_l'(p^*(\bar{g}, t, \rho)) - \\ - B_l''(p^*(\bar{g}, t, \rho)) - C_l(p^*(\bar{g}, t, \rho)) = 0, \end{aligned} \quad (\text{В.6.15})$$

$$p_S^*(\bar{g}, t_k) = 0 \quad \text{на } \Omega; \quad \frac{\partial p^*(\bar{g}, t)}{\partial t} = 0 \quad \text{на } \Sigma = \partial\Omega \times (0, t_k). \quad (\text{В.6.16})$$

Зв'язана функція  $p^*(\bar{g}, t)$  задовольняє наступним умовам

$$p^*(\bar{g}, t) \in L^2(0, t_k, H(\Omega)) \cap L^\infty(0, t_k), \frac{\partial p^*(\bar{g}, t)}{\partial t} \in L^2(\Omega). \quad (\text{B.6.17})$$

Вважаючи, що відображення  $(\rho(\cdot)) \rightarrow \bar{\Phi}_l(t, z)$  є неперервним на  $\Lambda_{\text{прип}}^\rho$  і, внаслідок цього має слабкі похідні по  $L^2(\Omega)$ , доведемо, що критерій (3.9) також є такими, що диференціюється, причому його похідна по  $\Lambda_{\text{прип}}^\rho$  визначається наступним чином

$$J' = - \int_0^{t_k} \int_{\Omega} [e^\Phi(t, z) \delta \bar{\Phi}(\bar{g}, t)] d\bar{g} dt,$$

$$\text{де } e^\Phi(\bar{g}, t) = \left( \frac{1}{2|r_j|} + \frac{1}{2|z|} \right) \times \int_{\Omega} [\bar{\Phi}_l(\bar{g}, t, \rho) - P_l^\Phi(t)] d\bar{g}; \quad j = \overline{1, N},$$

а  $\delta \bar{\Phi}_l(\bar{g}, t)$  — прирощення функції  $\bar{\Phi}_l(\bar{g}, t)$  (тобто розв'язку системи (3.1) — (3.3)). Для функції  $\delta \bar{\Phi}_l(\bar{g}, t) \in L^2(\Omega)$ , з урахуванням прийнятих позначень, може бути записано вираз динаміки

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta \bar{\Phi}_l(\bar{g}, t)}{\partial t} - A_l'(\delta \bar{\Phi}_l(\bar{g}, t, \rho)) + B_l'(\delta \bar{\Phi}_l(\bar{g}, t, \rho)) - \\ - B_l''(\delta \bar{\Phi}_l(\bar{g}, t, \rho)) - C_l(\delta \bar{\Phi}_l(\bar{g}, t, \rho)) = 0. \end{aligned} \quad (\text{B.6.18})$$

Визначимо функцію  $\Theta(\bar{g}, t) \in L^2(\Omega)$  за допомогою наступної системи

$$\left. \begin{aligned} \left( \frac{\partial \Theta}{\partial t} \right) - A_l'(\delta \bar{\Phi}_l(\bar{g}, t, \rho)) + B_l'(\delta \bar{\Phi}_l(\bar{g}, t, \rho)) - \\ - B_l''(\delta \bar{\Phi}_l(\bar{g}, t, \rho)) - C_l(\delta \bar{\Phi}_l(\bar{g}, t, \rho)) = \int_{\Omega} e^\Phi \theta dt; \\ \Theta(t_k) = 0, \end{aligned} \right\} \quad (\text{B.6.19})$$

яка має єдиний розв'язок (це витікає із доведення теореми 3.1), що задовольняє умовам

$$\left. \begin{aligned} \Theta \in L^2(\Omega) \cap L^\infty(0, t_k, H), \\ \frac{\partial \Theta}{\partial t} \in L^2(\Omega). \end{aligned} \right\} \quad (\text{B.6.20})$$



Використовуючи (В.6.18) — (В.6.20) отримаємо

$$J'[\rho(\cdot)] = \left( \rho'(\cdot) \frac{\partial \delta \bar{\Phi}_l}{\partial t} \right) - \int_{\Omega} \sum_{i=1}^3 \left[ \rho'(z) \cdot \frac{\partial \bar{\Phi}_l}{\partial r_j} + \rho'(z) \cdot \frac{\partial \bar{\Phi}_l}{\partial z} \right] d\bar{g}.$$

Прирівнявши  $p^* = \delta \bar{\Phi}_l$  віднаходимо з (В.6.18) рівняння (В.6.15), а з (В.6.20) — співвідношення (В.6.17). Крім того, з останнього виразу випливає (В.6.14). Тим самим теорему 3.2 — доведено.

Запишемо співвідношення для похідної від  $J[\rho(\cdot)]$  по параметру густини  $\rho(\cdot)$  у вигляді

$$J'[\rho(\cdot)] = J[\rho(\cdot)] \rho'(\bar{g}) = \int_{\Omega} \left[ \rho'(\cdot) \frac{J'[\rho(\cdot)]}{\rho'(\bar{g})} \right] d\bar{g}, \quad (\text{В.6.21})$$

де

$$\frac{\partial J[\rho(\cdot)]}{\partial \rho(\cdot)} = \int_0^{t_k} \frac{\partial \bar{\Phi}_l(\bar{g}, t)}{\partial t} \times p^*(\bar{g}, t) dt. \quad (\text{В.6.22})$$

Співвідношення (В.6.21), (В.6.22) зручні для чисельного обрахунку градієнта функціоналу  $J[\rho(\cdot)]$  по параметру налаштування  $\rho(\cdot)$  — густині, при використанні запису функціонала  $J[\rho(\cdot)]$  в формі (3.9). Якщо функціонал  $J[\rho(\cdot)]$  задано у формі (3.5) (тобто коли визначено точки простору  $\Omega$ , в яких здійснюється спостереження, наприклад, точки, де розташовано датчики), то система (В.6.15), (В.6.16) записується у вигляді

$$\begin{aligned} & \frac{\partial p^*(t, z)}{\partial t} - A_l'(p^*(\bar{g}, t, \rho)) + B_l'(p^*(\bar{g}, t, \rho)) - B_l''(p^*(\bar{g}, t, \rho)) - C_l(p^*(\bar{g}, t, \rho)) = \\ & = \left[ \delta(r_j - r_{j_K}) \frac{1}{2|r_j|} + \delta(z - z_K) \frac{1}{2|z|} \right] \times \int_{\Omega} [\bar{\Phi}_l(\bar{g}, t, \rho) - P_l^{\Phi}(t)] d\bar{g}; \quad j = \overline{1, N} \quad (\text{В.6.23}) \end{aligned}$$

де  $\delta(r_j - r_{j_K})$  та  $\delta(z - z_K)$  — функції Дірака в точках  $K$  ( $K \geq 1$ ), в яких здійснюється спостереження.

## ДОДАТОК Г. ОБГРУНТУВАННЯ СТИСЛОСТІ ВІДОБРАЖЕННЯ

 $G : \phi \rightarrow \phi$  ПРИ РОЗВ'ЯЗАННІ НЕЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ

РІЗНИЦЕВОЇ СХЕМИ (2.48) МЕТОДОМ ПРОСТОЇ ІТЕРАЦІЇ

Обґрунтування будемо здійснювати, спираючись на *принцип стислих відображень* [147 — 149] та *теорему Банаха про нерухому точку* [148, 149].

Нехай у повному метричному просторі  $B$  задано оператор (функція), який відображує  $B$  в себе (позначення відповідають введеним у розділі 2.3), тобто

$$\varphi = G\Phi_{l_i} \quad \varphi \in B; \Phi_{l_i} \in B.$$

На підставі принципу стислих відображень оператор  $G$  будемо називати *стислим*, якщо

$$\rho(G\Phi_{l_i}, G\varphi) \leq q\rho(\Phi_{l_i}, \varphi), \quad \forall \Phi_{l_i}, \varphi \in B, 0 \leq q \leq 1,$$

де число  $q$  не залежить від  $\Phi_{l_i}$  та  $\varphi$ .

Елементи  $\Phi_{l_i}$  метричного простору  $B$  будемо також називати *точками* цього простору.

У відповідності до теореми Банаха, точка  $\Phi_{l_i} \in B$  називається *нерухомою точкою* оператора  $G$ , якщо  $G\Phi_{l_i} = \Phi_{l_i}$ .

Оператор  $G$  будемо називати *неперервним* в точці  $\Phi_{l_i}^0$ , якщо [77, 78]

$$\lim_{\Phi_{l_i}^m \rightarrow \Phi_{l_i}^0} G\Phi_{l_i}^m = G\Phi_{l_i}^0, \text{ тобто}$$

$$\rho(G\Phi_{l_i}^m, G\Phi_{l_i}^0) \rightarrow 0, \quad m \rightarrow \infty, \forall \Phi_{l_i}^m \rightarrow \Phi_{l_i}^0.$$

Легко бачити, що *стискаючий оператор завжди безперервний* у будь-якій точці  $\Phi_{l_i}^0 \in B$ . Оскільки, якщо  $\rho(\Phi_{l_i}^m, \Phi_{l_i}^0) \rightarrow 0$ , то

$$\rho(G\Phi_{l_i}^m, G\Phi_{l_i}^0) \leq q\rho(\Phi_{l_i}^m, \Phi_{l_i}^0) \rightarrow 0, \quad m \rightarrow \infty.$$

Сформулюємо та доведемо наступну теорему.

**Теорема Г 1.** Якщо стислий оператор  $G$  відображає повний метричний простір  $B$  в себе, то існує єдина нерухома точка цього оператора.

**Доведення теореми Г1.** Доведемо, що двох нерухомих точок бути не може. Нехай  $\Phi_{l_i}^1$  та  $\Phi_{l_i}^2$  — нерухомі точки:  $G\Phi_{l_i}^1 = \Phi_{l_i}^1$ ;  $G\Phi_{l_i}^2 = \Phi_{l_i}^2$ . Тоді

$$\rho(\Phi_{l_i}^1, \Phi_{l_i}^2) = \rho(G\Phi_{l_i}^1, G\Phi_{l_i}^2) \leq q\rho(\Phi_{l_i}^1, \Phi_{l_i}^2), \quad q \leq 1. \quad (\text{Г.1})$$

Якщо уявити, що  $G(\Phi_{l_i}^1, \Phi_{l_i}^2) > 0$ , то з (Г.1) отримуємо  $q > 1$ , чого, у відповідності до принципу стислості [68, 77, 78] бути не може. Значить  $\rho(\Phi_{l_i}^1, \Phi_{l_i}^2) = 0$  і  $\Phi_{l_i}^1 = \Phi_{l_i}^2$ .

Переходимо до доведення існування нерухомої точки. Нехай  $\Phi_{l_i}^0$  — будь-яка точка простору  $B$ . Складемо послідовність елементів:

$$\Phi_{l_i}^0, \Phi_{l_i}^1 = G\Phi_{l_i}^0, \Phi_{l_i}^2 = G\Phi_{l_i}^1, \dots, \Phi_{l_i}^m = G\Phi_{l_i}^{m-1}.$$

Ця послідовність є ітераційною, породженою оператором  $G$ . Покажемо, що ця послідовність *фундаментальна* [148, 149]. Маємо:

$$\begin{aligned} \rho(\Phi_{l_i}^m, \Phi_{l_i}^{m-1}) &\leq \rho(G\Phi_{l_i}^{m-1}, G\Phi_{l_i}^{m-2}) \leq q\rho(\Phi_{l_i}^{m-1}, \Phi_{l_i}^{m-2}) \leq \\ &\leq q^2\rho(\Phi_{l_i}^{m-2}, \Phi_{l_i}^{m-3}) \leq \dots \leq q^{m-1}\rho(\Phi_{l_i}^1, \Phi_{l_i}^0), \quad m = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (\text{Г.2})$$

Далі, на підставі нерівності трикутника [68] та (Г.2), отримуємо (за умови  $n > m$ ):

$$\begin{aligned} \rho(\Phi_{l_i}^n, \Phi_{l_i}^m) &\leq \rho(\Phi_{l_i}^n, \Phi_{l_i}^{n-1}) + \rho(\Phi_{l_i}^{n-1}, \Phi_{l_i}^{n-2}) + \dots + \rho(\Phi_{l_i}^{m+1}, \Phi_{l_i}^m) \leq \\ &\leq [q^{n-1} + q^{n-2} + \dots + q^m] G(\Phi_{l_i}^1, \Phi_{l_i}^0). \end{aligned}$$

Оскільки  $0 \leq q \leq 1$ , то  $\forall n$  та  $n > m$

$$\rho(\Phi_{l_i}^n, \Phi_{l_i}^m) \leq [q^m + q^{m+1} + \dots] G(\Phi_{l_i}^1, \Phi_{l_i}^0) = \frac{q^m}{1-q} \rho(\Phi_{l_i}^1, \Phi_{l_i}^0) < \varepsilon, \quad (\text{Г.3})$$

якщо  $n$  — досить велике. Зазначимо, що (Г.3) відповідає (2.67) (розділ 2.3).

Отже, послідовність  $\{\Phi_{l_i}^n\}$  — фундаментальна, а оскільки простір  $V$  повний, то послідовність  $\{\Phi_{l_i}^n\}$  збігається до деякого елементу  $\hat{\Phi}_{l_i}$  цього простору

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \Phi_{l_i}^n = \hat{\Phi}_{l_i} \in \phi.$$

Доведемо, що  $\hat{\Phi}_{l_i}$  — нерухома точка:

$$\begin{aligned} \rho(G\hat{\Phi}_{l_i}, \hat{\Phi}_{l_i}) &\leq \rho(G\hat{\Phi}_{l_i}, \Phi_{l_i}^{n-1}) + \rho(\Phi_{l_i}^n, \hat{\Phi}_{l_i}) = \rho(G\hat{\Phi}_{l_i}, \Phi_{l_i}^{n-1}) + \rho(\Phi_{l_i}^n, \hat{\Phi}_{l_i}) \leq \\ &\leq q\rho(\hat{\Phi}_{l_i}, \Phi_{l_i}^{n-1}) + \rho(\Phi_{l_i}^n, \hat{\Phi}_{l_i}) \leq \varepsilon \text{ при } n > t = t(\varepsilon). \end{aligned}$$

Таким чином,  $\rho(G\hat{\Phi}_{l_i}, \hat{\Phi}_{l_i}) = 0$  і за першою аксіомою про відстані [79] приходимо до висновку, що  $G\hat{\Phi}_{l_i} = \hat{\Phi}_{l_i}$ , тобто  $\hat{\Phi}_{l_i}$  — нерухома точка. Теорему доведено.

**Зауваження.** Використовуючи той факт, що  $\hat{\Phi}_{l_i}$  — нерухома точка, отримуємо:

$$\begin{aligned} \rho(\hat{\Phi}_{l_i}, \Phi_{l_i}^n) &= \rho(G\hat{\Phi}_{l_i}, \Phi_{l_i}^{n-1}) \leq q\rho(\hat{\Phi}_{l_i}, \Phi_{l_i}^{n-1}) = q\rho(G\hat{\Phi}_{l_i}, \Phi_{l_i}^{n-2}) \leq \\ &\leq q^2\rho(\hat{\Phi}_{l_i}, \Phi_{l_i}^{n-2}) \leq \dots \leq q^n\rho(\hat{\Phi}_{l_i}, \Phi_{l_i}^{n-2}). \end{aligned} \quad (\Gamma.4)$$

Далі

$$\rho(\Phi_{l_i}^n, \hat{\Phi}_{l_i}) \leq \rho(\Phi_{l_i}^n, \Phi_{l_i}^{n-2}) + \rho(\Phi_{l_i}^{n-1}, \hat{\Phi}_{l_i}) \leq q\rho(\Phi_{l_i}^{n-1}, \Phi_{l_i}^n) + q\rho(\Phi_{l_i}^n, \hat{\Phi}_{l_i}),$$

звідки

$$\rho(\Phi_{l_i}^n, \hat{\Phi}_{l_i}) \leq \frac{q}{1-q}\rho(\Phi_{l_i}^{n-1}, \Phi_{l_i}^n), \quad 0 \leq q \leq 1. \quad (\Gamma.5)$$

Формули (Г.4) та (Г.5) показують, що  $\Phi_{l_i}^n$  є наближеним значенням нерухомої точки з похибкою, яка не перевищує  $q^n\rho(\hat{\Phi}_{l_i}, \Phi_{l_i}^0)$  та

$$\frac{q}{1-q}\rho(\Phi_{l_i}^{n-1}, \Phi_{l_i}^n).$$

Звернемо увагу на формулу (Г.5), яка дає оцінку відстані між  $\Phi_{l_i}^n$  та  $\hat{\Phi}_{l_i}$  через відстань між двома сусідніми точками  $\Phi_{l_i}^n$  та  $\Phi_{l_i}^{n-1}$  ітераційної послідовності. Взявши  $\Phi_{l_i}^n$  за наближене значення  $\hat{\Phi}_{l_i}$ , можна гарантувати, що похибка наближення менша за праву частину (Г.5).

Таким чином, ми довели стислість відображення  $G:V \rightarrow V$  і дали оцінку похибці наближення для процедури методу простої ітерації.

ДОДАТОК Д. ОБЧИСЛЮВАЛЬНА РЕАЛІЗАЦІЯ ДИСКРЕТНИХ РІВНЯНЬ  
ДИНАМІКИ ЗА РІЗНИЦЕВОЮ СХЕМОЮ (2.48) З ГРАНИЧНИМИ  
ТА ПОЧАТКОВИМИ УМОВАМИ ВИДУ (2.69) (2.70)

Для різницевої схеми (2.48), з урахуванням (2.66), рівняння (2.67) прийме вигляд (на кожному з  $m = 1, 2, \dots, M$  часових кроків)

$$\begin{aligned} & a_{(r_j-1,z)_i} \Phi_{(r_j-1,z)_i}^{(\nu+1)} + c_{(r_j+1,z)_i} \Phi_{(r_j+1,z)_i}^{(\nu+1)} + d_{(r_j,z-1)_i} \Phi_{(r_j,z-1)_i}^{(\nu+1)} + e_{(r_j,z+1)_i} \Phi_{(r_j,z+1)_i}^{(\nu+1)} - \\ & \quad - b_{(r_j,z)_i} \Phi_{(r_j,z)_i}^{(\nu+1)} = \\ & = -\widehat{a}_{(r_j-1,z)_i} \Phi_{(r_j-1,z)_i}^{(\nu)} - \widehat{c}_{(r_j+1,z)_i} \Phi_{(r_j+1,z)_i}^{(\nu)} - \widehat{d}_{(r_j,z-1)_i} \Phi_{(r_j,z-1)_i}^{(\nu)} - \widehat{e}_{(r_j,z+1)_i} \Phi_{(r_j,z+1)_i}^{(\nu)} + \\ & \quad + \widehat{b}_{(r_j,z)_i} \Phi_{(r_j,z)_i}^{(\nu)} + \left( U_{(r_j,z)_i} F_{(r_j,z)_i} \right), \end{aligned} \quad (\text{Д.1})$$

$$\nu = 0, 1, 2, \dots; \Phi_{(r_j,z)_i}^{(0)} = \Phi_{(r_j,z)_i}^m; r_j = \overline{1, L_{r_j}}; z = \overline{1, L_z},$$

де  $a_{(r_j-1,z)_i}, c_{(r_j+1,z)_i}, \dots, b_{(r_j,z)_i}, \widehat{a}_{(r_j-1,z)_i}, \widehat{c}_{(r_j+1,z)_i}, \dots, \widehat{b}_{(r_j,z)_i}$  — відповідно елементи матриць коефіцієнтів  $\mathbf{A}_i \{\cdot\}$  —  $\mathbf{E}_i \{\cdot\}$ , що входять до матричного рівняння (2.64) (зазначимо, що для простоти запису параметри у елементів матриць коефіцієнтів — опущено). Елементи матриць коефіцієнтів  $\mathbf{A}_i \{\cdot\}$  —  $\mathbf{E}_i \{\cdot\}$  (рівно як і граничні (2.69) та початкові (2.70) умови) обраховуються в залежності від ММ конкретного технологічного апарата процесу електро(термо)знесолення та зневоднення сирової нафти.

Для всіх  $r_j = \overline{1, L_{r_j}}; z = \overline{1, L_z}$  (при виконанні всіх ітерацій, що виконуються на кожному з  $m = 1, 2, \dots, M$  часових кроків) рівняння динаміки (Д.1) з відповідними граничними та початковими умовами виду (2.69), (2.70) перетворюємо у матричну модель:

$$\begin{aligned} \mathbf{W} \Phi_{(r_j,z)_i}^{m+1} = \mathbf{Y}, \Phi_{(r_j,z)_i}^m \Big|_{m=0} = \Phi_{(r_j,z)_i}^0, \\ s = r_j \times z, m = \overline{1, M}; r_j = \overline{1, L_{r_j}}; z = \overline{1, L_z} \end{aligned} \quad (\text{Д.2})$$

де  $\mathbf{W}$  — розріджена матриця коефіцієнтів розмірності  $(L_{r_j} L_z \times L_{r_j} L_z)$ , елементи якої визначаються співвідношеннями (Д.1);  $\Phi_{(r_j, z)_i}^{m+1}$  — розв'язок (вектор-стовбчик розмірності  $(1 \times L_{r_j} L_z)$ );  $\mathbf{Y}$  — вектор, що визначається виразом  $\mathbf{Y} = \hat{\mathbf{W}} \Phi_{(r_j, z)_i}^m + (\mathbf{U} + \mathbf{F})$ .

Таким чином, обчислювальна реалізація дискретної ММ виду (2.48), (2.69), (2.70) щодо моделювання динаміки технологічних режимів в апаратах процесу електро-(термо)зсолення та зневоднення сирової нафти полягає у розв'язанні матричного рівняння (Д.2) з ітераційним уточненням шуканих функцій стану  $\Phi_i = \Phi_i(r_j, z, t)$  на кожному з  $m = \overline{1, M}$  часових кроків.

Програмно-алгоритмічну реалізацію задачі, близької до матричного рівняння виду (Д.2), виконано.

ДОДАТОК Є. ТЕОРЕТИЧНІ ТА ПРАКТИЧНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ПИТАНЬ  
КЕРОВАНОСТІ ПРОЦЕСІВ ПЕРВИННОЇ ПЕРЕРОБКИ СИРИХ  
ВУГЛЕВОДНІВ

Є1. Доведення теорем керованості процесів (апаратів) первинної переробки сирих вуглеводнів у випадку наявності запізнень на змінні простору стану та управління

В розділі 2.2 було сформульовано та доведено теореми щодо керованості процесів ППСВ для характерних видів управління ними: *розподіленого управління та управління за допомогою граничних умов*. Умови (формулювання) та доведення цих теорем не враховували інерційні властивості, притаманні значній частині процесів ППСВ, а саме: наявності запізнень на змінні простору стану  $\tau_i$  та управління  $\tau_l$ . Доповнимо проведений у розділі 2.2 якісний аналіз ММ процесів (апаратів) ППСВ в частині врахування вище вказаних їх інерційних властивостей, у зв'язку з чим сформулюємо та доведемо наступні теореми.

**Теорема Є.1.** Для будь-яких  $\Phi_{\text{зад}}(\bar{g}) \in L^2(\Omega)$  та додатного  $\varepsilon$  існує управління  $U_\varepsilon \in U_d \leq U_d \equiv f$ , для яких система (2.71) — (2.75) має такий розв'язок, що

$$J(U_\varepsilon) = \int_{\Omega} |\Phi(\bar{g}, t_k, U) - \Phi_{\text{зад}}(\bar{g})|^2 d\bar{g} \leq \varepsilon, \quad \varepsilon > 0 \quad (\text{Є.1.1})$$

незалежно від величин запізнювань на змінні простору стану  $\tau_i$  та управління  $\tau_l$  ( $\forall i = \overline{1, k}; \forall l \leq k$ ), тобто система (2.71) — (2.75) на кінцевий момент  $t_k$  дії управляючого впливу  $U_\varepsilon$  є керованою для множини змушуючих функцій  $f \in L^2(\Omega)$ .



**Доведення теореми Є.1.** Очевидно, що теорема 2.3 є окремим випадком чинної теореми в разі  $\tau_i = \tau_l \equiv 0$ . Це означає для певного  $\mu > 0$  справедливність наступного твердження

$$\exists u_\mu \in U_d \leq U_d \text{ таке, що } \int_{\Omega} |\Phi(\bar{g}, t_k, u_\mu) - \Phi_{\text{зад}}(\bar{g})|^2 d\bar{g} \leq \mu. \quad (\text{Є.1.2})$$

Нехай тепер запізнення  $\tau_i$  та  $\tau_l$  приймуть деякі кінцеві, відмінні від нуля, значення. Тоді (Є.1.2) перепишеться таким чином:

$$\exists u_\mu \in U_d \leq U_d \text{ таке, що } \int_{\Omega} |\Phi(\bar{g}, t_k - \tau_i, u_\mu) - \Phi_{\text{зад}}(\bar{g})|^2 d\bar{g} \leq \mu.$$

Нехай також для деякої функції з  $L^2(Q)$ ,  $Q = \Omega \times t_k$  з урахуванням (2.67) виконується

$$\exists \omega \in L^2(Q) \text{ таке, що } \|\omega - Bu_\mu(t - \tau_l)\|_{L^2(Q)} \leq \mu.$$

Якщо уявити, що система (2.71) — (2.75) керована, то очевидно, що  $\exists \omega(t_k - \tau_l) \in U_d$ , для якого є чинною умова

$$\omega_n = BU_n \leq BU_d, \quad n = 0, 1, \dots$$

Оскільки, поза залежністю від значень  $\tau_i$  та  $\tau_l$ , перетворення  $u \rightarrow \Phi(\bar{g}, t)$  існує і воно неперервне, то можна записати

$$\|\Phi(\bar{g}, t_k - \tau_i, u_\mu) - \Phi(\bar{g}, t_k - \tau_i, \omega)\|_{L^2(Q)} < C_1 \mu.$$

Тоді

$$\int_Q |f[\Phi(\bar{g}, t - \tau_i, \omega)]|^2 d\bar{g} dt \leq C_2.$$

У підсумку можна визначити  $U_\varepsilon \in U_d$ :

$$BU_\varepsilon = \omega + f\{\Phi[\bar{g}, t - \tau_i, \omega(t - \tau_l)]\}; \quad |BU_n[\bar{g}, (t - \tau_l)]| \leq BU_d, \quad n = 0, 1, \dots$$

Остаточно получимо, що функція  $\Phi[\bar{g}, t - \tau_i, \omega(t - \tau_l)]$  є розв'язком системи (2.71) — (2.75), тобто система, яка розглядається, є керованою для розподіленого управління при кінцевих значеннях запізнювань:  $\tau_i \leq \tau_{i_{\max}}$  —

на координати вектору простору стану та  $\tau_l \leq \tau_{l_{\max}}$  — на координати вектору управління. Таким чином, теорему Є.1 доведено.

**Теорема Є.2.** Якщо функція  $f[\Phi(\bar{g}, t), t]$  є монотонною та неперервною в області  $Q$  з границею  $\Sigma$ , а  $BU_d$  щільно в просторі  $L^2(\Omega)$ , то система (2.71) — (2.75) при кінцевих значеннях запізнювань на змінні простору стану  $\tau_i$  та управління  $\tau_l$  ( $\forall i = \overline{1, k}; \forall l \leq k$ ) буде керованою для будь-якого  $\Phi_{\text{зад}}(\bar{g}) \in L^2(\Omega)$  ( $\Phi_{\text{зад}}(\bar{g}) \leq \Phi_d(U_d)$ ), тобто для будь-якого  $\varepsilon > 0$  існує управління  $U_\varepsilon \in U_d \leq U_d$ , для якого виконується умова

$$J(U_\varepsilon) = \int_{\Sigma} |\Phi(\bar{g}, t_k, U) - \Phi_{\text{зад}}(\bar{g})|^2 d\bar{g} \leq \varepsilon, \quad \varepsilon > 0. \quad (\text{Є.1.3})$$

**Доведення теореми Є.2.** Прийmemo до уваги твердження теореми 2.4 (розділ 2.2), а також те, що запізнювання  $\tau_i$  та  $\tau_l$  ( $\forall i = \overline{1, k}; \forall l \leq k$ ) приймають кінцеві, відмінні від нуля значення.

Із співвідношення граничних умов (2.74) як такого, що розглядає узагальнюючий адитивний випадок ГУ, можна записати

$$\frac{\partial \Phi(\bar{g}, t)}{\partial \eta} = B\Phi[\omega(t - \tau_l)]_{\Sigma}, \quad \forall(\bar{g}) \in \Omega, \quad (\text{Є.1.4})$$

де  $\omega(t - \tau_l)$  — певне довільне управління, яке задовольняє умові  $\omega(t - \tau_l) \in U_d \leq U_d$ .

Вважаючи, що система (2.71) — (2.75), (Є.1.4) є керованою, оберемо управління  $\omega_\varepsilon(t - \tau_l) \in U_d \leq U_d$  таким, що

$$\|\Phi[t_k - \tau_i, \omega_\varepsilon(t - \tau_l)] - B\Phi_{\text{зад}}(\bar{g})\|_{L^2(Q)} \leq \varepsilon. \quad (\text{Є.1.5})$$

Тоді, як це було показано при доведенні теореми Є.1, можна записати

$$\exists u_\mu(t - \tau_l) \in L^2(\Sigma) \text{ таке, що } \|u_\mu(t - \tau_l) - B\Phi[\omega_\mu(t - \tau_l)]\|_{L^2(\Sigma)} \leq \mu.$$

Нехай  $\tilde{\Phi}(\bar{g}, t - \tau_l)$  є розв'язок системи (2.71) — (2.75), (Є.1.4). Тоді також можна уявити, що існує таке управління  $\omega_\nu(t - \tau_l)$ , для якого виконується умова

$$\left\| \Phi[t_k - \tau_i, \omega_\nu(t_k - \tau_l)] - \tilde{\Phi}(\bar{g}, t_k - \tau_l) \right\|_{L^2(\Sigma)} \leq \nu. \quad (\text{Є.1.6})$$

Далі, визначимо величину управляючого впливу  $\omega_\nu(t_k - \tau_l) \in U_d \leq U_d$  таким чином, щоб (з урахуванням виразу для граничних умов виду (2.74)) виконати умову

$$\lambda \left[ \tilde{\Phi}(\bar{g}, t_k - \tau_i) - B\nu \right]_{L^2(\Sigma)} \leq \nu. \quad (\text{Є.1.7})$$

Очевидно, що, поза залежністю від величини  $\tau_i$ , верхня межа (Є.1.7) повинна задовольняти умові [86]

$$\sup_{\lambda[\tilde{\Phi}(\cdot) - B\nu]} = \left\| \tilde{\Phi}(\bar{g}, t_k) \right\|_{L^2(\Sigma)}^2 + C\nu^2.$$

Тоді можна обрати  $\nu$  таким, щоб виконувалася умова

$$\left\| \tilde{\Phi}(\bar{g}, t_k - \tau_i) \right\|_{L^2(\Sigma)} \leq \varepsilon. \quad (\text{Є.1.8})$$

Тоді, в силу (Є.1.5), (Є.1.6) та (Є.1.8), маємо, що  $J[\omega_\nu(t - \tau_l)] \leq \varepsilon$ .

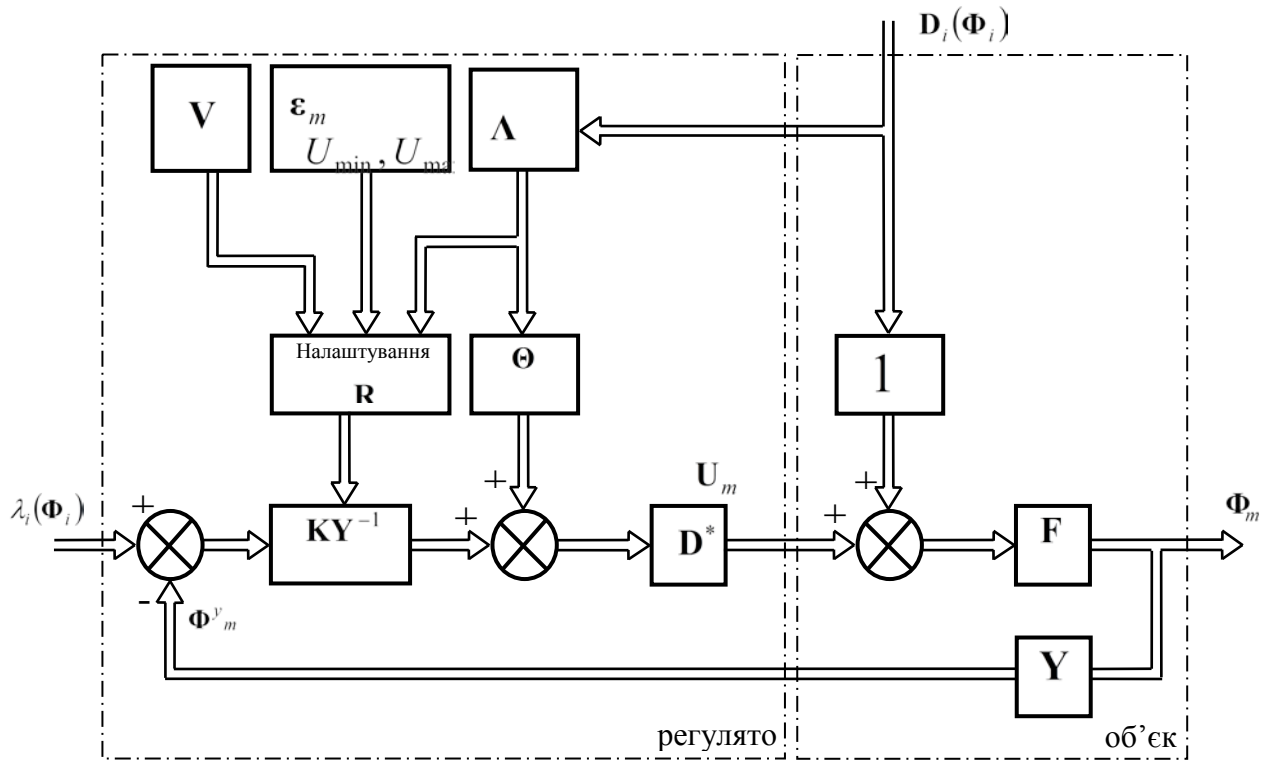


Рис. Є.2.1  
Структурна схема системи управління,  
що реалізує закон управління

## Є.2. Корекція запізнювань на координати векторів стану та управління

Як було зазначено в розділі 2.5 процеси ППСВ та технологічні апарати, в яких вони реалізуються, характеризуються вираженими інерційними властивостями, що, з точки зору теорії управління, проявляється у вигляді *запізнювань* на координати векторів простору стану та управління.

Негативний вплив запізнювань на якість управління проявляється в тому [53, 58, 116, 117, 118, 153], що вибір закону управління обмежено через: схильність системи до коливальності, збільшення часу перехідного процесу, обмеження на коефіцієнт підсилення регулятора (власно, на величину управляючого впливу) і, як наслідок — спричиняє *зменшення статичної похибки системи*.

В роботі [86] запропоновано конструктивну процедуру синтезу управляючого пристрою для систем із запізнюваннями на координати векторів простору стану та управління для процесів спрямованої дії із розподіленими параметрами, яка полягає у введенні в систему управління прогнозуючого блока для *корекції запізнювань*. Скористаємося результатами цієї роботи та покажемо [113, 115] можливість побудови блоку корекції запізнювань для системи (2.71) — (2.75) (або, у векторно-матричній формі (2.76) — (2.79)) при законі управління зі зворотним зв'язком виду (2.93) (або (2.94)).

Зважимо на те, що елементи матричних рівнянь прийнятої ММ виду (2.76) — (2.79) містять, у загальному випадку, довільні запізнювання  $\tau_i$  та  $\tau_l$  і які, відповідно, входять до елементів регулятора  $\mathbf{K}$  (рівняння (2.95)). Отримаємо структуру *послідовного* (до регулятора  $\mathbf{K}$ ) блоку корекції запізнювань у вигляді певної матриці  $\mathbf{G}_{\text{кор}}$ . З цією метою введемо до розгляду уявні матриці  $\mathbf{F}^{**}$ ,  $\mathbf{D}^{**}$ ,  $\mathbf{c}^{**}$ , відносно яких приймемо умови

$$\mathbf{F}^{**} = \mathbf{F}_m, \mathbf{D}^{**} = \mathbf{D}_m^*, \mathbf{c}^{**} = \mathbf{c},$$

тобто вказані відповідають описаним в (2.76) — (2.79) матрицям  $\mathbf{F}$ ,  $\mathbf{D}^*$ ,  $\mathbf{c}$ , але таким, що не містять запізнювань. Стосовно регулятора (тобто матриці  $\mathbf{K}$ ) уявимо також наступне

$$\mathbf{K} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{G}_{\text{уп}}^T \mathbf{F}^{**} (\Lambda - \mathbf{V}),$$

де вираз для матриці компенсатора за управлінням  $\mathbf{G}_{\text{уп}}^T$  буде представлено нижче.

Синтез компенсатора реалізуємо наступним чином. Спочатку побудуємо *компенсатор за управлінням*. Нехай деяка матриця  $\mathbf{G}_{\text{кор}}^u$  визначається так

$$\mathbf{G}_{\text{кор}}^u = \mathbf{D}^{**} - \mathbf{D}^*. \quad (\text{Є.2.1})$$

Тоді для матриці  $\mathbf{G}_{\text{уп}}$ , що описує компенсатор за управлінням, можна записати (як і раніше, збудження розглядаємо як керовані, тобто враховані через матриці  $\mathbf{D}^*$  та  $\mathbf{D}^{**}$ )

$$\mathbf{G}_{\text{уп}} = (\mathbf{I} + \mathbf{G}_{\text{кор}}^u)^{-1} \mathbf{D}^* (\mathbf{I} + \mathbf{I}(\mathbf{I} + \mathbf{G}_{\text{кор}}^u)^{-1} \mathbf{D}^*)^{-1}. \quad (\text{Є.2.2})$$

Перетворюючи (Є.2.2), отримаємо

$$\mathbf{G}_{\text{уп}} = \mathbf{D}^* (\mathbf{I} + \mathbf{G}_{\text{кор}}^u + \mathbf{D}^*)^{-1} = \mathbf{D}^* (\mathbf{I} + \mathbf{D}^{**} - \mathbf{D}^* + \mathbf{D}^*)^{-1} = \mathbf{D}^* (\mathbf{I} + \mathbf{D}^{**})^{-1}. \quad (\text{Є.2.3})$$

Сталість компенсатора за управлінням визначається коренями характеристичного рівняння

$$|\mathbf{I} + \mathbf{D}^{**}| = 0. \quad (\text{Є.2.3})$$

Як видно з виразу (Є.2.3), членів із запізненням в характеристичному рівнянні немає, тобто запізнювання по управлінню  $\tau_l$  не будуть впливати на сталість замкнутої системи в цілому.

Як випливає з результатів роботи [113], аналогічні результати буде отримано у разі, якщо матриця  $\mathbf{G}_{\text{кор}}^u$  буде містити адитивні члени виду

$$\bar{g}_{\text{кор}_l}^u = \bar{d}_l (1 - e^{-\tau_l p}),$$

де  $\bar{g}_{\text{кор}l}^u$  и  $\bar{d}_l$  — відповідно елементи матриць  $\mathbf{G}_{\text{кор}}^u$  и  $\mathbf{D}^*$ , а  $\tau_l$  — запізнювання для  $l$ -го елемента матриці  $\mathbf{D}^*$ .

Визначимо тепер умови компенсації *запізнювань за станом*. Будемо вимагати, щоб матриця компенсатора  $\mathbf{G}_{\text{кор}}^y$  визначалася у відповідності до виразу [113]

$$\mathbf{G}_{\text{кор}}^y = \mathbf{c}^{**} \mathbf{F}^{**} \mathbf{K}^* - \mathbf{c} \mathbf{F} \mathbf{K}. \quad (\text{Є.2.4})$$

Віднайдемо вираз для матриці  $\mathbf{G}_{\text{зам}}^*$ , що описує блок компенсації замкнутої системи

$$\mathbf{G}_{\text{зам}}^* = \left( \mathbf{I} + \mathbf{K} \mathbf{c}^{-1} \mathbf{G}_{\text{уп}} \mathbf{G}_{\text{кор}}^y \right)^{-1} \mathbf{K} \mathbf{c}^{-1} \mathbf{G}_{\text{уп}}. \quad (\text{Є.2.5})$$

Загалом для замкнутої системи можна записати матричне рівняння, яке описує вихідну величину (більш строго — величину, яка спостерігається)

$$\Phi^y = \left( \mathbf{I} + \mathbf{F} \mathbf{G}_{\text{зам}}^* \Phi \right)^{-1} \left( \mathbf{F} \mathbf{G}_{\text{зам}}^* \mathbf{D}^* \right). \quad (\text{Є.2.6})$$

Підстановка (Є.2.4) та (Є.2.5) в (Є.2.6) дає наступне

$$\Phi = \left( \mathbf{I} + \mathbf{F} \mathbf{Y}^{-1} \mathbf{K} \mathbf{c}^{-1} \mathbf{G}_{\text{уп}} \Phi \right)^{-1} \left( \Phi \mathbf{Y}^{-1} \mathbf{K} \mathbf{c}^{-1} \mathbf{G}_{\text{уп}} \Phi \mathbf{D}^* \right), \quad (\text{Є.2.7})$$

де

$$\mathbf{Y} = \mathbf{I} + \mathbf{K} \mathbf{c}^{-1} \mathbf{G}_{\text{уп}} \left( \mathbf{c}^* \mathbf{F}^* \mathbf{K}^* - \mathbf{c} \mathbf{F} \mathbf{K} \right). \quad (\text{Є.2.8})$$

Якщо удати, що матриця  $\mathbf{F}$  — не вироджена, то скориставшись лемою щодо обернення матриць [147], отримаємо

$$\left( \mathbf{I} + \mathbf{F} \mathbf{Y}^{-1} \mathbf{K} \mathbf{c}^{-1} \mathbf{G}_{\text{уп}} \Phi \right)^{-1} = \mathbf{F} \mathbf{K} \left( \mathbf{Y} + \mathbf{c}^{-1} \mathbf{G}_{\text{уп}} \Phi \mathbf{F} \mathbf{K} \right)^{-1} \mathbf{Y} \mathbf{F}^{-1} \mathbf{K}^{-1}.$$

З останнього виразу маємо

$$\mathbf{Y} + \mathbf{K} \mathbf{c}^{-1} \mathbf{G}_{\text{уп}} \Phi \mathbf{F} \mathbf{K} = \mathbf{I} + \mathbf{K} \mathbf{c}^{-1} \mathbf{G}_{\text{уп}} \mathbf{c}^* \mathbf{F}^* \mathbf{K}^*.$$

Підставляючи вираз для  $\left( \mathbf{I} + \mathbf{F} \mathbf{G}_{\text{зам}}^* \Phi \right)^{-1}$  и для  $\left( \mathbf{Y} + \mathbf{c}^{-1} \mathbf{G}_{\text{уп}} \Phi \mathbf{F} \mathbf{K} \right)^{-1}$  в (Є.2.8)

приходимо до наступного результату

$$\Phi = \mathbf{F} \mathbf{K} \left( \mathbf{I} + \mathbf{c}^{-1} \mathbf{G}_{\text{уп}} \Phi^* \mathbf{F}^* \mathbf{K}^* \right)^{-1} \mathbf{K} \mathbf{c}^{-1} \mathbf{G}_{\text{уп}} \mathbf{D}^* + \mathbf{F} \mathbf{K} \left( \mathbf{I} + \mathbf{c}^{-1} \mathbf{G}_{\text{уп}} \mathbf{c}^* \mathbf{F}^* \mathbf{K}^* \right)^{-1} +$$

$$+ \mathbf{FK}(\mathbf{I} + \mathbf{c}^{-1} \mathbf{G}_{\text{уп}} \mathbf{\Phi}^* \mathbf{F}^* \mathbf{K}^*)^{-1} \mathbf{Y} \mathbf{A}^{-1}. \quad (\text{Є.2.9})$$

Очевидно, що сталість замкнутої системи буде визначатися коренями характеристичного рівняння

$$|\mathbf{I} + \mathbf{c}^{-1} \mathbf{G}_{\text{уп}} \mathbf{\Phi}^* \mathbf{F}^* \mathbf{K}^*| = 0. \quad (\text{Є.2.10})$$

Аналіз характеристичного рівняння замкнутої системи (Є.2.10) призводить до висновку, що воно не містить членів із запізнюваннями за станом та за управлінням (що було визначено вище), тобто запізнювання на складові векторів стану та управління *не позначаються на сталості скорегованої системи*.

Структурну схему замкнутої системи управління з компенсаторами запізнювань за станом та за управлінням представлено на рис. Є.2.2.

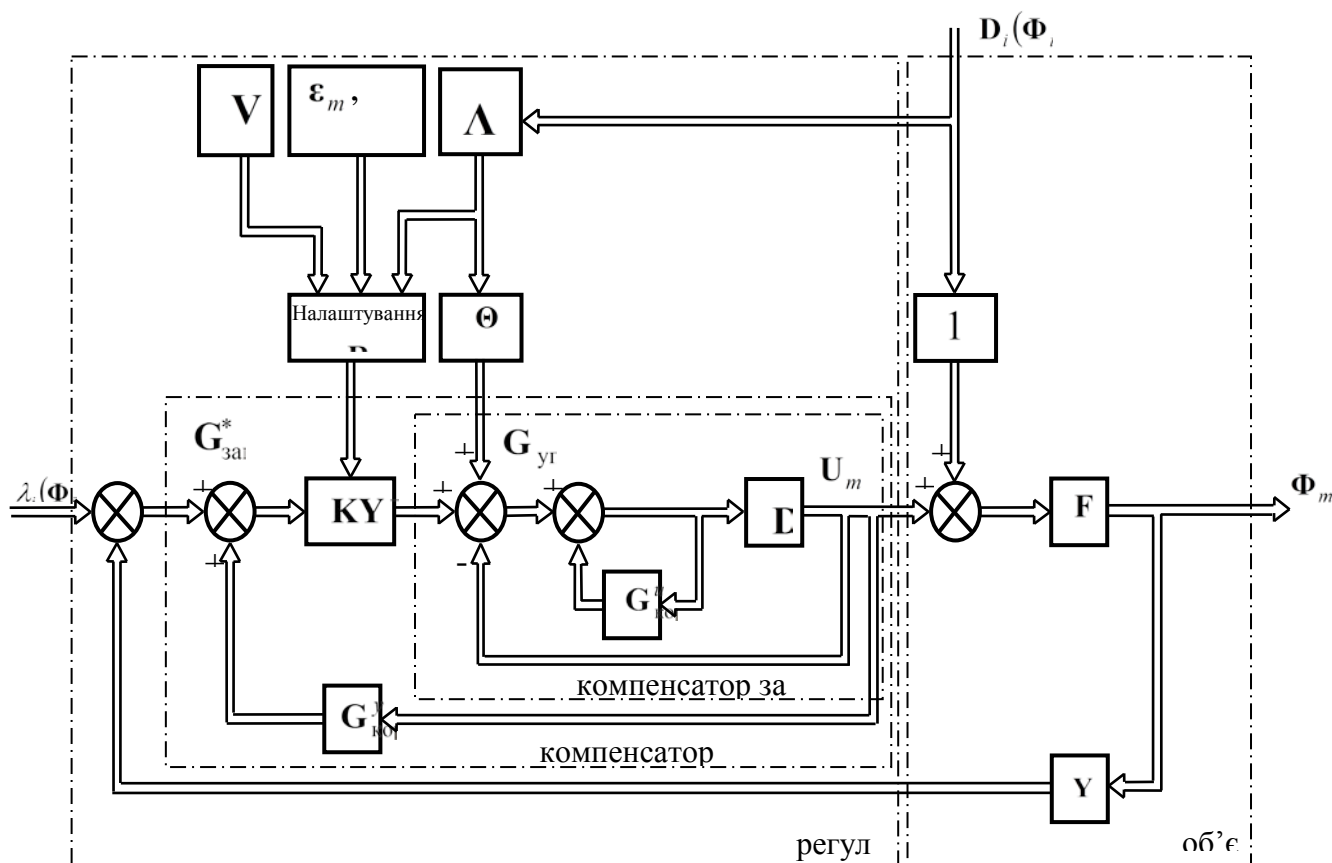


Рис. Є.2.2. Введення компенсаторів за управлінням та за станом в замкнуту систему управління



### Є.3. ЧИСЕЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАДАЧ УПРАВЛІННЯ ПРОЦЕСАМИ ПЕРВИННОЇ ПЕРЕРОБКИ СИРИХ ВУГЛЕВОДНІВ

В якості практичного застосування запропонованих ММ та алгоритмів розглянемо задачу щодо синтезу управління (закону управління) режимом роботи теплообмінника Т-1/1 — апарату поверхневого теплообміну процесу електро-(термо)знесолення та зневоднення сирої нафти.

Задача управління, в даному випадку, полягає у визначенні значення функції витрати потоку утилізаційного повітря в паровій порожнині теплообмінника Т-1/1  $F_H = F_H(t)$  (за умови незмінності його температури  $T_H = \text{const}$ ), яке витрачається при нагріві потоку сирої нафти: від температури  $T_{\text{вх}} = 25\text{C}^\circ$  — на вході теплообмінника Т-1/1, до температури  $T_{\text{вн}} = 95\text{C}^\circ$  — на виході теплообмінника Т-1/1, а також у підтриманні температури  $T_{\text{вн}} = T_{\text{вн}}(t)$  на вказаному рівні при фіксованій витраті потоку нагрітої сирої нафти на виході теплообмінника Т-1/1, що не перевищує значення  $F_{\text{вн}}(h) \leq 1,5 \times 10^{-2} \text{ м}^3/\text{с}$  (при коливаннях витрати  $F_{\text{вн}} = F_{\text{вн}}(h)$  у межах (3...6)% , яке виступає у якості збудження та проявляється у коливанні висоти  $h = h(t)$  стовпа сирої нафти у теплообміннику Т-1/1). В термінах теорії управління функція витрати  $F_H = F_H(t)$  являє собою шуканий закон управління теплообмінником Т-1/1. Необхідні для розв'язання поставленої задачі управління вихідні дані представлено у табл. Є.1.

Математична модель теплообмінника, в рамках узагальненої ММ процесів (апаратів) ППСВ, має наступний вигляд (для простоти запису необов'язкові параметри у змінних — опущено):

$$2,45 \frac{\partial h}{\partial t} = 1,22 \times 10^{-2} - F_{\text{вн}}(h), \quad (\text{Є.3.1})$$

$$242,6 \left[ \frac{\partial(h T_{\text{вн}})}{\partial t} \right] = 99,06 [0,305 - F_{\text{вн}}(h) T_{\text{вн}}]$$

(Є.3.2)

ВИХІДНІ ДАНІ ЗАДАЧІ СИНТЕЗУ УПРАВЛІННЯ РЕЖИМОМ РОБОТИ  
ТЕПЛООБМІННИКА Т-1/1

| № з/п | Найменування параметру  | Позначення                         | Одиниця вимір-ня  | Числове значення      |
|-------|---|------------------------------------|-------------------|-----------------------|
| 1.    | Розміри порожнини нагріву сирої нафти (в осьовому перетині)   | $r_{\max} \times z_{\max}$         | м × м             | 1,25 x 7,5            |
| 2.    | Крок дискретизації за просторовими координатами   | $\Delta r; \Delta z$               | м; м              | 0,25; 0,25            |
| 3.    | Розмірність сітки просторових координат   | $L_r, L_z$                         | -                 | 10, 30                |
| 4.    | Крок дискретизації за часовою координатою   | $\Delta t$                         | години            | 0,1                   |
| 5.    | Витрати потоків сирої нафти:<br>— холодної (на вході Т-1/1)<br>— нагрітої (на виході Т-1/1)   |                                    | м <sup>3</sup> /с | $1,22 \times 10^{-2}$ |
| 6.    | Граничні значення витрат потоку утилізаційного повітря (максимальне та мінімальне значення управляючого впливу $U = U(t)$ ):<br>— максимальне ( $F_{H_{\max}} = U_{\max}$ )<br>— мінімальне ( $F_{H_{\min}} = U_{\min}$ ) | $F_{\text{вх}} = F_{\text{вн}}(h)$ | м <sup>3</sup> /с | $1,2 \times 10^{-2}$  |
| 7.    | Температура потоку утилізаційного повітря (постійне значення)   | $F_{H_{\max}}$<br>$F_{H_{\min}}$   | С°                | 0,75<br>0,1           |
| 8.    | Задане значення висоти стовпа сирої нафти в теплообміннику  | $T_H$                              |                   | 105                   |
| 9.    | Густина сирої нафти на вході теплообмінника (однакова у всій області моделювання $\Omega$ : приведена до табличного значення при температурі 20 °С)   | $h_{\text{зад}}$                   | м                 | 5                     |
| 10.   | Теплоємність нафти (при $T \leq 100 \text{ C}^\circ$ )  | $\rho_{25}^{20}$                   | кг/м <sup>3</sup> | 780                   |
| 11.   | Коефіцієнт теплопередачі стінки теплообмінника  |                                    | Дж/(кг × К)       | $1,79 \times 10^3$    |
| 12.   | Задана похибка управління   | $C_p$                              | Дж/(м × К)        | 0,127                 |
|       |   | $\alpha$                           | %                 | 3                     |
|       |   | $\varepsilon$                      |                   |                       |

з початковими

$$F_{\text{вх}}(t)|_{t=0} = 1,22 \times 10^{-2} \text{ м}^3/\text{с}; F_{\text{вн}}(t)|_{t=0} = 1,2 \times 10^{-2} \text{ м}^3/\text{с}, \quad (\text{Є.3.3})$$

$$T_{\text{вх}}(t)|_{t=0} = 298 \text{ К}, T_{\text{вн}}(t)|_{t=0} = 298 \text{ К} \text{ (на початок процесу управління)}$$

та граничними умовами

$$h(r, z, t)|_{\substack{r \in (0, r_{\text{max}}) \\ z=0}} = 0 \text{ м};$$

$$T_{\text{вн}}(r, z, t)|_{\substack{r \in (0, r_{\text{max}}) \\ z=0}} = 298 \text{ К} \text{ (на початок процесу управління);}$$

$$T_{\text{вн}}(r, z, t)|_{\substack{r \in (0, r_{\text{max}}) \\ z=0}} = 368 \text{ К} \text{ (після закінчення перехідного процесу);} \quad (\text{Є.3.4})$$

$$\left. \frac{\partial h(r, z, t)}{\partial r} \right|_{r=0} = 0; \quad \left. \frac{\partial h(r, z, t)}{\partial r} \right|_{r=r_{\text{max}}} = 0; \quad \left. \frac{\partial T_{\text{вн}}(r, z, t)}{\partial r} \right|_{r=0} = 0;$$

$$\left. \frac{\partial T_{\text{вн}}(r, z, t)}{\partial r} \right|_{r=r_{\text{max}}} = \alpha [T_{\text{н}}(r, z, t) - T_{\text{вн}}(r, z, t)] = 1,27 \text{ К/м}.$$

Виконаємо апроксимацію неперервної ММ виду (Є.3.1) — (Є.3.4) увівши з цією метою різницеву сітку

$$\varpi_{\Delta r, \Delta z, \Delta m} = \left\{ r = l_r \Delta r; l_r = \overline{1, L_r}, z = l_z \Delta z; l_z = \overline{1, L_z}, t_k = m \Delta t; m = \overline{0, M} \right\}$$

(Є.3.5)

та скориставшись при цьому кінцево-різницевою схемою (2.48). Отриману в результаті апроксимації дискретну ММ запишемо у векторно-матричній формі (блочній, оскільки динаміка теплообмінника Т-1/1 описується двома рівняннями (Є.3.1) та (Є.3.2)) відповідно до виразу (2.64)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{h} \\ \mathbf{h} \mathbf{T}_{\text{вн}} \end{bmatrix}_{m+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_1 \\ \mathbf{F}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{h} \\ \mathbf{h} \mathbf{T}_{\text{вн}} \end{bmatrix}_m + \begin{bmatrix} \mathbf{D}_1^* \\ \mathbf{D}_2^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1 \\ \mathbf{U}_2 \end{bmatrix}, \quad (\text{Є.3.6})$$

де блочні матриця та вектор коефіцієнтів мають вигляд

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_1 \\ \mathbf{F}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{11} \vdots & 0 \vdots & \dots & 0 \vdots \\ \mathbf{f}_{21} \vdots & 0 \vdots & \dots & 0 \vdots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 \vdots & \mathbf{f}_{12} \vdots & \dots & 0 \vdots \\ 0 \vdots & \mathbf{f}_{22} \vdots & \dots & 0 \vdots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 \vdots & 0 \vdots & \dots & \mathbf{f}_{1N} \vdots \\ 0 \vdots & 0 \vdots & \dots & \mathbf{f}_{2N} \vdots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} \mathbf{D}_1^* \\ \mathbf{D}_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_{11}^* \vdots \\ \mathbf{d}_{21}^* \vdots \\ \dots \\ \mathbf{d}_{12}^* \vdots \\ \mathbf{d}_{22}^* \vdots \\ \dots \\ \dots \\ \mathbf{d}_{1N}^* \vdots \\ \mathbf{d}_{2N}^* \vdots \\ \dots \end{bmatrix}, \quad N = L_r \times L_z.$$

Елементами блочних матриць в матричному рівнянні (ДЄ.3.6) виступають:

$$\mathbf{f}_{1n} = \frac{1,22 \times 10^{-2} - \mathbf{F}_{\text{ВН}_n}(h)}{2,45}; \quad \mathbf{f}_{2n} = \frac{0,305 - \mathbf{F}_{\text{ВН}_n}(h)\mathbf{T}_{\text{ВН}_n}}{0,408};$$

$$\mathbf{d}_{1n}^* = 0; \quad \mathbf{d}_{2n}^* = \alpha(\mathbf{T}_{\text{Н}_n} - \mathbf{T}_{\text{ВН}_n}), \quad n = \overline{1, N}.$$

Зауважимо, що як і у попередніх випадках зовнішні збудження вважаються керованими і, тому, їх віднесено до відповідних управляючих впливів.

Введемо критерій якості управління у відповідності до (2.80)

$$J(U) = \sum_{m=0}^M [\tilde{\mathbf{h}}_m^T \mathbf{V} \tilde{\mathbf{h}}_m + \mathbf{U}_m^T \mathbf{R} \mathbf{U}_m], \quad (\text{Є.3.7})$$

де  $\mathbf{V}$  — одинична матриця розмірності  $N \times N$ ;  $\mathbf{R}$  — додатно визначена матриця налаштування коефіцієнтів регулятора;  $M$  — кількість часових кроків ( $t_k$  — час регулювання). Застосування процедури принципу максимуму [50, 53, 54, 58] дозволяє отримати розв'язок задачі управління у наступному вигляді (відповідні матриці та вектори розглядаються як такі, що мають блочну структуру)

$$\mathbf{U}_m^n = -\mathbf{K}_m^n \mathbf{h}_m, \quad (\text{Є.3.8})$$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{K}_m^n &= \frac{\mathbf{D}^{*\top} \mathbf{F}^{-\top}}{\mathbf{R}_m^n} [\mathbf{G}_m^n - \mathbf{V}]; \\ \mathbf{G}_m^n &= \mathbf{V} + \mathbf{F}^\top \left[ \mathbf{I} + \frac{\mathbf{D}^* \mathbf{D}^{*\top}}{\mathbf{R}_m^n} \right]^{-1} \mathbf{F}; \\ \mathbf{G}_m^n &= \overline{\emptyset}; \end{aligned} \right\}, \quad (\text{Є.3.9})$$

$$\mathbf{R}_m^n = \mathbf{G}_m^n \frac{\mathbf{D}^{*\top} \mathbf{F}^{-\top} [\mathbf{D}^* - \mathbf{V}] \mathbf{h}_m}{\left( \mathbf{U}_{\max}^n - \mathbf{U}_m^n \mid \boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{U}_m^n \right)}, \quad (\text{Є.3.10})$$

де  $n = \overline{1, N}$ .

Дискретну ММ виду (Є.3.6) з відповідними початковими та граничними умовами реалізовано у відповідності до методу, запропонованому у розділі 2.3, та з використанням програмного комплексу, розглянутому у розділі 4.1.

Синтез закону управління у відповідності до виразів (Є.3.7) — (Є.3.10) виконано як користувацький додаток до програмного комплексу та реалізовано відповідним М-файлу розширення.

Результати розв'язання задачі синтезу управління теплообмінником Т-1/1 представлено у вигляді табл. Є.3.2. В ній представлено управляючі послідовності, відшукані як без компенсації запізнювань на вектори простору стану і управління, так і з урахуванням компенсаторів вказаних запізнювань.

Таблиця Є.3.2

| Час регулювання<br>$t, хв$  | Управляючий вплив (функція витрати) $F_H = F_H(t)$ , [<br>$м^3/с$ ] |
|-----------------------------|---|
| Без компенсації запізнювань |   |
| 16                          | $0,24 \times 10^{-2}$   |
| 23                          | $1,18 \times 10^{-2}$   |
| 35                          | $2,06 \times 10^{-2}$   |
| 42                          | $3,57 \times 10^{-2}$   |
| 56                          | $4,71 \times 10^{-2}$   |
| 68                          | $5,22 \times 10^{-2}$   |
| З компенсацією запізнювань  |   |
| 14                          | $0,26 \times 10^{-2}$   |
| 22                          | $1,21 \times 10^{-2}$   |
| 31                          | $2,14 \times 10^{-2}$   |
| 39                          | $3,61 \times 10^{-2}$   |
| 53                          | $4,83 \times 10^{-2}$   |
| 66                          | $5,26 \times 10^{-2}$   |

Порівняння наведених послідовностей управляючих впливів показує, що застосування компенсаторів запізнювань дозволяє скоротити час виходу на усталений режим на 2,7% .

ДОДАТОК Ж. ОЦІНКА ЗАЛИШКОВИХ ЧЛЕНІВ ПРИ ВИЗНАЧЕННІ  
ПРИРОЩЕННЯ ФУНКЦІОНАЛУ ВИДУ (3.35) ДЛЯ ВИПАДКУ  
ТЕРМІНАЛЬНОЇ ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧІ

Для визначення якісних показників мінімізації функціоналу виду (3.35) при термінальній постановці задачі визначимо залишкові члени в приращенні (3.39) цього функціоналу [151].

Помножимо відповідні члени виразу (3.36) на  $\Delta\Phi_i(r_j, z, t)$  та проінтегруємо його у прямокутнику  $Q = t \times \bar{g}$ ,  $\bar{g} = \{r_j, z\}$ ;  $j = \overline{1, N}$ . Для системи (3.36) — (3.38) це призведе до співвідношення

$$\begin{aligned}
 0 &= \iint_Q \left[ \frac{\partial(\Delta\bar{\Phi}_i)}{\partial t} \right] \Delta\bar{\Phi}_i dt d\bar{g} - \iint_Q \left[ \sum_{i=1}^3 A_i(\rho) \frac{\partial^2(\Delta\bar{\Phi}_i)}{\partial r_j^2} + \sum_{i=1}^3 B_i(\rho) \frac{\partial(\Delta\bar{\Phi}_i)}{\partial r_j} + \right. \\
 &\quad \left. + \sum_{i=1}^3 B_i(\rho) \frac{\partial(\Delta\bar{\Phi}_i)}{\partial z} + C_i(\rho)(\Delta\bar{\Phi}_i) \right] \Delta\bar{\Phi}_i dt d\bar{g} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \frac{1}{2} \int_{\Omega} \left[ (\Delta\bar{\Phi}_i)^2 \right]_{t=0}^{t=t_k} d\bar{g} - \int_0^{t_k} \left[ \sum_{i=1}^3 A_i(\rho) \frac{\partial^2(\Delta\bar{\Phi}_i)}{\partial r_j^2} + \sum_{i=1}^3 B_i(\rho) \frac{\partial(\Delta\bar{\Phi}_i)}{\partial r_j} + \right. \\
 &\quad \left. + \sum_{i=1}^3 B_i(\rho) \frac{\partial(\Delta\bar{\Phi}_i)}{\partial z} + C_i(\rho)(\Delta\bar{\Phi}_i) \right] dt - \\
 &\iint_Q \left[ \sum_{i=1}^3 A_i(\rho) \frac{\partial^2(\Delta\bar{\Phi}_i)}{\partial r_j^2} + \sum_{i=1}^3 B_i(\rho) \frac{\partial(\Delta\bar{\Phi}_i)}{\partial r_j} + \right. \\
 &\quad \left. + \sum_{i=1}^3 B_i(\rho) \frac{\partial(\Delta\bar{\Phi}_i)}{\partial z} + C_i(\rho)(\Delta\bar{\Phi}_i) \right]^2 dt d\bar{g} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\Delta\bar{\Phi}_i)^2 d\bar{g} - \int_0^{t_k} \left[ \sum_{i=1}^3 A_i(\rho) \Delta\bar{\Phi}_i + 2 \sum_{i=1}^3 B_i(\rho) \Delta\bar{\Phi}_i + C_i(\rho)(\Delta\bar{\Phi}_i) \right] dt - \\
 &\quad - \iint_Q \left[ \sum_{i=1}^3 A_i(\rho) \frac{\partial^2(\Delta\bar{\Phi}_i)}{\partial r_j^2} + \sum_{i=1}^3 B_i(\rho) \frac{\partial(\Delta\bar{\Phi}_i)}{\partial r_j} + \right.
 \end{aligned}$$

$$+ \sum_{i=1}^3 B_i(\rho) \frac{\partial(\Delta\bar{\Phi}_i)}{\partial z} + C_i(\rho)(\Delta\bar{\Phi}_i) \Big] dt d\bar{g} .$$

Скориставшись відомою нерівністю [68], а саме :

останній вираз можна представити у вигляді

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\Delta\bar{\Phi}_i)^2 d\bar{g} - \int_0^{t_k} \left[ \sum_{i=1}^3 A_i(\rho) \Delta\bar{\Phi}_i + 2 \sum_{i=1}^3 B_i(\rho) \Delta\bar{\Phi}_i + C_i(\rho) (\Delta\bar{\Phi}_i) \right] dt - \\ & - \iint_Q \left[ \sum_{i=1}^3 A_i(\rho) \frac{\partial^2(\Delta\bar{\Phi}_i)}{\partial r_j^2} + \sum_{i=1}^3 B_i(\rho) \frac{\partial(\Delta\bar{\Phi}_i)}{\partial r_j} + \right. \\ & \left. + \sum_{i=1}^3 B_i(\rho) \frac{\partial(\Delta\bar{\Phi}_i)}{\partial z} + C_i(\rho) (\Delta\bar{\Phi}_i) \right] dt d\bar{g} = \\ & = \int_0^{t_k} \left[ \sum_{i=1}^3 A_i(\rho) \Delta\bar{\Phi}_i + 2 \sum_{i=1}^3 B_i(\rho) \Delta\bar{\Phi}_i + C_i(\rho) (\Delta\bar{\Phi}_i) \right] h^\rho dt \leq \\ & \leq \int_0^{t_k} \left[ \sum_{i=1}^3 A_i(\rho) \frac{\partial^2(\Delta\bar{\Phi}_i)}{\partial r_j^2} + \sum_{i=1}^3 B_i(\rho) \frac{\partial(\Delta\bar{\Phi}_i)}{\partial r_j} + \right. \\ & \left. + \sum_{i=1}^3 B_i(\rho) \frac{\partial(\Delta\bar{\Phi}_i)}{\partial z} + C_i(\rho) (\Delta\bar{\Phi}_i) \right] dt + \int_0^{t_k} |h^\rho|^2 dt . \quad (\text{Ж.1}) \end{aligned}$$

Після приведення подібних членів, отримаємо

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \int_{\Omega} \left[ \sum_{i=1}^3 A_i(\rho) \Delta\bar{\Phi}_i + 2 \sum_{i=1}^3 B_i(\rho) \Delta\bar{\Phi}_i + C_i(\rho) (\Delta\bar{\Phi}_i) \right] d\bar{g} + \\ & + \int_0^{t_k} \left[ \sum_{i=1}^3 A_i(\rho) \Delta\bar{\Phi}_i + 2 \sum_{i=1}^3 B_i(\rho) \Delta\bar{\Phi}_i + C_i(\rho) (\Delta\bar{\Phi}_i) \right] dt \leq \\ & \leq \int_0^{t_k} \left[ \sum_{i=1}^3 A_i(\rho) \frac{\partial^2(\Delta\bar{\Phi}_i)}{\partial r_j^2} + \sum_{i=1}^3 B_i(\rho) \frac{\partial(\Delta\bar{\Phi}_i)}{\partial r_j} + \right. \\ & \left. + \sum_{i=1}^3 B_i(\rho) \frac{\partial(\Delta\bar{\Phi}_i)}{\partial z} + C_i(\rho) (\Delta\bar{\Phi}_i) \right] dt + \int_0^{t_k} |h^\rho|^2 dt , \quad (\text{Ж.2}) \end{aligned}$$

звідки витікає оцінка (3.46).



Підставляючи (3.43) та оцінку (3.46) у вираз (3.39) отримаємо (для випадку термінальної постановки задачі)

$$\Delta J = \int_0^{t_k} (\rho \phi_{i\Phi}^* \Delta \bar{\Phi}_i) h^\rho dt + O(\|h\|_{L^2}), \quad i = \overline{1, k}. \quad (\text{Ж.3})$$

ДОДАТОК І. ДОДАТКОВІ ВИХІДНІ ДАНІ ЩОДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ  
ЗАДАЧІ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ МАТЕМАТИЧНИХ  
МОДЕЛЕЙ АПАРАТІВ ОБ'ЄМНОГО ТЕПЛООБМІНУ

1. Для всіх  $l = \overline{1, L_r}; n = \overline{1, L_z}$  рівняння динаміки (3.60) з початковими (3.61) та граничними (3.62) умовами, записані відносно шуканої функції  $T_e = T_e(r, z, t)$ , перетворюється у матричну форму у відповідності до (Д.2).

2. Приймається, що залежність  $\rho_p = \rho_p[T_e(r, z, t)]$  має лінійний характер [59]. Обчислення густини нафти (або водо-нафтової емульсії) як функції температури здійснюється у відповідності до формули Д. І. Менделєєва [7, 44, 59, 60, 152]:

$$\rho(T) = \rho_4^{20} [1 + \xi(20 - T)], \quad (\text{I.1})$$

де  $\rho_4^{20}$  — відносна густина при стандартних умовах ( $T_{\text{ст}} = 20^\circ\text{C}$ ), яка чисельно дорівнює відношенню маси нафтопродукту  $m_{\text{н}}^{20}$  при температурі визначення  $T$  (в стандартних умовах  $T = T_{\text{ст}} = 20^\circ\text{C}$ ) до маси дистилірованої води при  $4^\circ\text{C}$  ( $m_{\text{в}}^{20}$ ), взятої у тому ж об'ємі, тобто  $\rho_4^{20} = m_{\text{н}}^{20} / m_{\text{в}}^{20}$  (оскільки густина води при  $4^\circ\text{C}$  дорівнює одиниці, то чисельне значення абсолютної густини та відносної густини співпадають);  $\xi$  — коефіцієнт об'ємного розширення (довідкова величина). Для практичних розрахунків можна скористатися вибірковою таблицею значень коефіцієнта  $\xi$  [7, 44, 152]:

Таблиця І.1

ЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ОБ'ЄМНОГО РОЗШИРЕННЯ

| $\rho, \text{кг/м}^3$ | $\xi, 1/^\circ\text{C}$ | $\rho, \text{кг/м}^3$ | $\xi, 1/^\circ\text{C}$ |
|-----------------------|-------------------------|-----------------------|-------------------------|
| 800 — 819             | 0,000937                | 900 — 919             | 0,000693                |
| 820 — 839             | 0,000882                | 920 — 939             | 0,000650                |
| 840 — 859             | 0,000831                | 940 — 959             | 0,000607                |
| 860 — 879             | 0,000782                | 960 — 979             | 0,000568                |
| 880 — 899             | 0,000738                | 980 — 999             | 0,000527                |

Обрахунки густини нафти (та водо-нафтової емульсії) для  $\rho_{40}^{20} = 885$   $\text{кг/м}^3$  (табл. 3.1) у відповідності до (Ж.1) в діапазоні  $(60...95)^\circ\text{C}$  дають наступні результати

Таблиця І.2

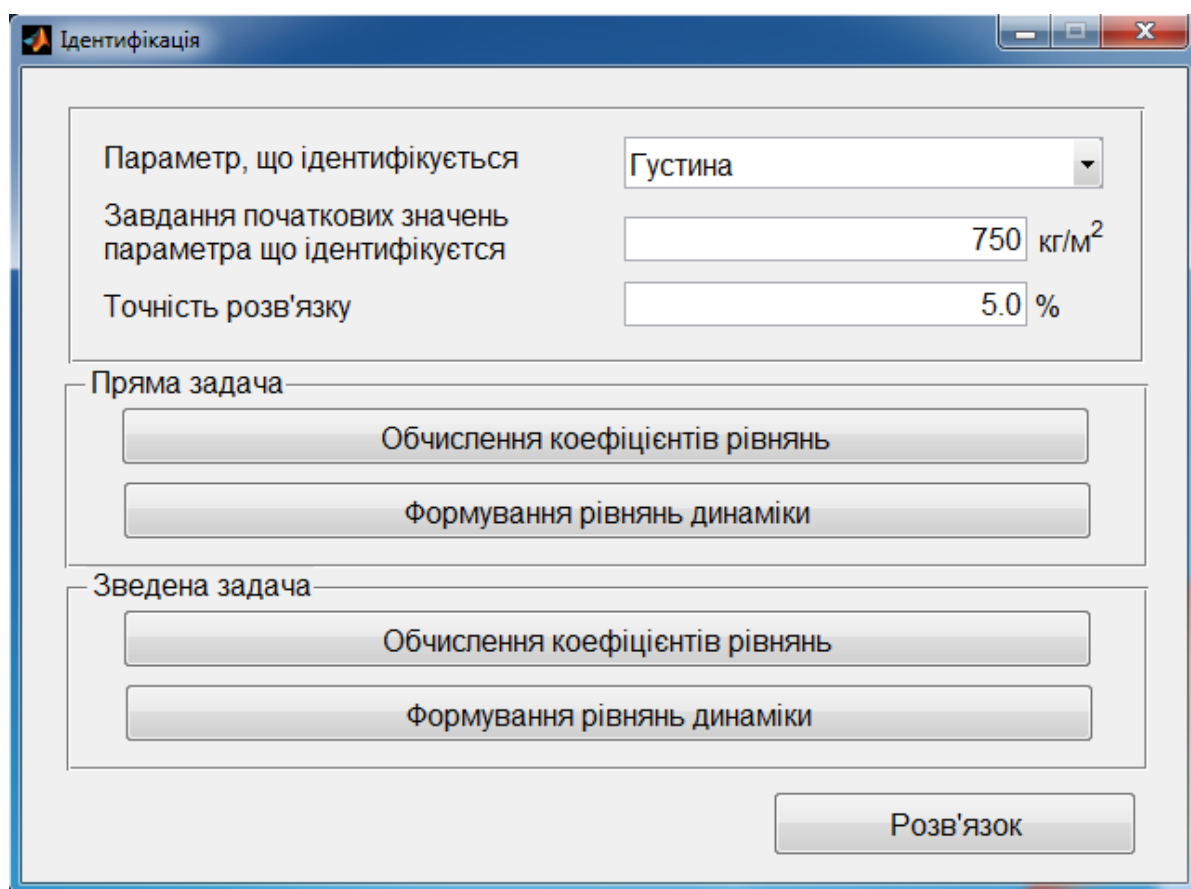
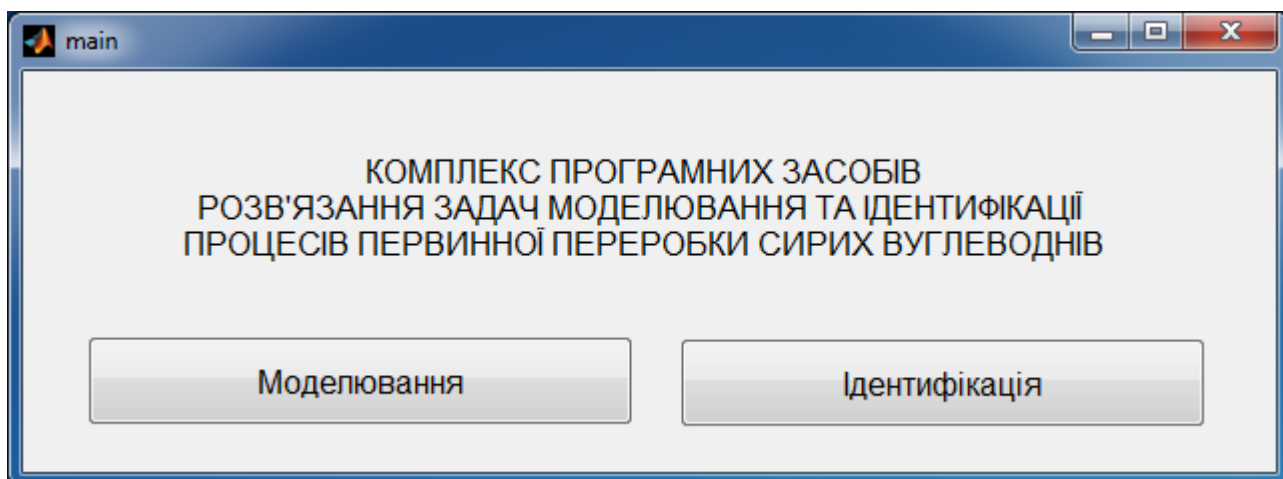
## ЗНАЧЕННЯ ГУСТИНИ НАФТИ (ВОДО-НАФТОВОЇ ЕМУЛЬСІЇ)

| Температура<br>$T, ^\circ\text{C}$ | Густина<br>$\rho(T), \text{кг/м}^3$ | Температура<br>$T, ^\circ\text{C}$ | Густина<br>$\rho(T), \text{кг/м}^3$ | Температура<br>$T, ^\circ\text{C}$ | Густина<br>$\rho(T), \text{кг/м}^3$ |
|------------------------------------|-------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|
| 1                                  | 2                                   | 3                                  | 4                                   | 5                                  | 6                                   |
| 60                                 | 883,97                              | 72                                 | 871,67                              | 84                                 | 859,25                              |
| 61                                 | 882,94                              | 73                                 | 870,58                              | 85                                 | 858,22                              |
| 62                                 | 881,91                              | 74                                 | 869,55                              | 86                                 | 857,19                              |
| 63                                 | 880,88                              | 75                                 | 868,52                              | 87                                 | 856,16                              |
| 64                                 | 879,85                              | 76                                 | 867,49                              | 88                                 | 855,13                              |
| 65                                 | 878,82                              | 77                                 | 866,46                              | 89                                 | 854,10                              |
| 66                                 | 877,79                              | 78                                 | 865,43                              | 90                                 | 853,07                              |
| 67                                 | 876,76                              | 79                                 | 864,40                              | 91                                 | 852,04                              |
| 68                                 | 875,73                              | 80                                 | 863,37                              | 92                                 | 851,01                              |
| 69                                 | 874,70                              | 81                                 | 862,34                              | 93                                 | 849,98                              |
| 70                                 | 873,67                              | 82                                 | 861,31                              | 94                                 | 848,95                              |
| 71                                 | 872,64                              | 83                                 | 860,28                              | 95                                 | 847,92                              |

Значення густини, наведені у табл. І.2 (з метою компактності запису наведено лише значення густини для цілочисельних значень температури  $T, ^\circ\text{C}$ ), було використано у розділі 3.4 при розв'язанні тестової задачі ідентифікації ММ апаратів об'ємного теплообміну в якості істинного (реального) поля параметру густини  $\rho_p = \rho_p(T_e(r, z, t))$ .

ДОДАТОК К. ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ ЗАСОБІВ МОДЕЛЮВАННЯ  
ТА ІДЕНТИФІКАЦІЇ ПРОЦЕСІВ ПЕРВИННОЇ  
ПЕРЕРОБКИ СИРИХ ВУГЛЕВОДНІВ

Вид діалогових вікон,  
які відповідають режимам роботи програмного комплексу



Моделювання

Вид рівняння динаміки:

$$K_1\Phi + \operatorname{div}(K_2\Phi + K_3\operatorname{grad}\Phi) + U_g + D_q = \frac{\partial\Phi}{\partial t}$$

Коефіцієнт при дифузійному члені  $K_1$   (кг · Вт)/(м<sup>2</sup> · К)

Коефіцієнт при гіперболічному члені  $K_2$   (кг · Вт)/(м<sup>2</sup> · К)

Коефіцієнт при параболічному члені  $K_3$   (кг · Вт)/(м<sup>2</sup> · К)

Вид коефіцієнтів

Інтенсивність джерел  $U_g$   (м<sup>3</sup>/с)

Інтенсивність збуджень  $D_q$   (м<sup>3</sup>/с)

Число рівнянь в системі  $i$

Початкові умови  К

Час моделювання  $T$   с

Завдання граничних умов

Вид умови:

$g$   м

$q$   м

$h$   м

$r$   м

ДОДАТОК Л. МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНОГО СТАНУ ПРОЦЕСУ  
ЕЛЕКТРО-(ТЕРМО)ЗНЕСОЛЕННЯ  
ТА ЗНЕВОДНЕННЯ СИРОЇ НАФТИ ПРИ НЕЛІНІЙНОМУ ХАРАКТЕРІ  
МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ

Моделювання динамічного стану процесу електро-(термо)знесолення та зневоднення сирової нафти у розділі 4.2 виконано за умови *незмінності* значень параметрів ММ. Однак, в реальних фізичних умовах, параметри ММ залежать, в значній мірі, від функції стану процесу, який моделюється. Тобто ММ, по своїй суті є *нелінійною*, що необхідно враховувати в процесі моделювання.

Як показали дослідження (розділи 2.3 та 3.1), для процесу електро-(термо)знесолення та зневоднення сирової нафти найбільш суттєво нелінійний характер спостерігається для параметра густини. Виконаємо моделювання динамічного стану процесу електро-(термо)знесолення та зневоднення сирової нафти враховуючи нелінійність саме густини сирової нафти, спираючись на запропонований в розділі 2.3 метод реалізації нелінійної узагальненої ММ процесів переробки сирової нафти (відповідний чисельний алгоритм машинного розв'язання нелінійної задачі вказаним методом наведено у розділі 2.4).

З урахуванням відповідних нелінійностей, ММ процесу електро-(термо)знесолення та зневоднення сирової нафти виду (4.6) — (4.25) запишеться наступним чином:

$$A_{c_{CM-1}} \frac{\partial h_{CM-1}(r, z, t)}{\partial t} = F_{TH_{CM-1}}(t) + F_{PB_{CM-1}}(t) - F_{e_{CM-1}}(t) \quad (Л.1)$$

$$\rho(T_{TH_{CM-1}}(t)) C_p \frac{\partial T_{e_{CM-1}}(t)}{\partial t} = - \frac{\rho(T_{TH_{CM-1}}(t)) C_p F_{e_{CM-1}}(t)}{A_{c_{CM-1}}} \left[ \frac{\partial T_{e_{CM-1}}(t)}{\partial z} + \frac{1}{2\pi r} \times \right. \\ \left. \times \frac{\partial T_{e_{CM-1}}(t)}{\partial r} \right] - \frac{\rho C_p}{h_{CM-1} A_{c_{CM-1}}} \left[ F_{PB_{CM-1}}(t) T_{PB_{CM-1}}(t) - F_{TH_{CM-1}}(t) T_{TH_{CM-1}}(t) \right] \quad (Л.2)$$

з початковими (для змішувача СМ-1)

$$\begin{aligned}
F_{\text{THCM-1}}(t)\Big|_{t=0} &= F_{\text{TH0CM-1}}, \quad F_{\text{ПНCM-1}}(t)\Big|_{t=0} = F_{\text{ПН0CM-1}}, \quad F_{\text{еCM-1}}(t)\Big|_{t=0} = F_{\text{е0CM-1}}(t) \\
T_{\text{THCM-1}}(t)\Big|_{t=0} &= T_{\text{TH0CM-1}}, \quad T_{\text{ПВCM-1}}(t)\Big|_{t=0} = T_{\text{ПВ0CC-1}}, \quad T_{\text{еCM-1}}(t)\Big|_{t=0} = T_{\text{е0CM-1}}(t) \quad (\text{Л.3})
\end{aligned}$$

та граничними умовами (для змішувача CM-1)

$$\begin{aligned}
h_{\text{CM-1}}(r, z, t)\Big|_{r=0} &= r_{\text{max}}, \quad T_{\text{еCM-1}}(r, z, t)\Big|_{r=0} = T_{\text{еCM-1}}(0, z, t), \\
h_{\text{CM-1}}(r, z, t)\Big|_{r=r_{\text{max}}} &= 0, \quad T_{\text{еCM-1}}(r, z, t)\Big|_{r=r_{\text{max}}} = T_{\text{еCM-1}}(r_{\text{max}}, z, t), \\
\frac{\partial T_{\text{еCM-1}}(r, z, t)}{\partial r}\Big|_{r=0} &= 0, \quad \frac{\partial T_{\text{еCM-1}}(r, z, t)}{\partial r}\Big|_{r=r_{\text{max}}} = 0; \quad (\text{Л.4})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial v_{\text{D-1}}(r, z, t)}{\partial t} &= \frac{F_{\text{еD-1}}(t)}{A_{\text{сD-1}}} \left[ \frac{v_{\text{D-1}}(r, z, t)}{\partial z} + \frac{1}{2\pi r} \cdot \frac{v_{\text{D-1}}(r, z, t)}{\partial r} \right] - \\
&- \frac{2\pi r_{\text{max}} \alpha_{\text{еH}}(T_{\text{3HD-1}}(t))}{\rho_{\text{H}}(T_{\text{3HD-1}}(t)) C_{\text{pH}} A_{\text{сD-1}}^2} [F_{\text{еD-1}}(t) - F_{\text{3HD-1}}(t)] - \\
&- \frac{2\pi r_{\text{max}} \alpha_{\text{еВ}}(T_{\text{ПВД-1}}(t))}{\rho_{\text{В}}(T_{\text{ПВД-1}}(t)) C_{\text{pВ}} A_{\text{сD-1}}^2} [F_{\text{еD-1}}(t) - F_{\text{ПВД-1}}(t)], \quad (\text{Л.5})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \theta_{\text{D-1}}(r, z, t)}{\partial t} &= \frac{F_{\text{еD-1}}(t)}{A_{\text{сD-1}}} \left[ \frac{\partial \theta_{\text{D-1}}(r, z, t)}{\partial z} + \frac{1}{2\pi r} \cdot \frac{\partial \theta_{\text{D-1}}(r, z, t)}{\partial r} \right] - \\
&- \frac{2\pi r_{\text{max}} \alpha_{\text{еH}}(T_{\text{3HD-1}}(t))}{\rho_{\text{H}}(T_{\text{3HD-1}}(t)) C_{\text{pH}} A_{\text{сD-1}}^2} [T_{\text{еD-1}}(t) - \theta_{\text{D-1}}(r, z, t)] - \\
&- \frac{2\pi r_{\text{max}} \alpha_{\text{еВ}}(T_{\text{ПВД-1}}(t))}{\rho_{\text{В}} C_{\text{pВ}} A_{\text{сD-1}}^2} [T_{\text{еD-1}}(t) - \theta_{\text{D-1}}(r, z, t)], \quad (\text{Л.6})
\end{aligned}$$

з початковими (для термодегідратора D-1)

$$v_{\text{D-1}}(r, z, t)\Big|_{t=\tau_{\text{CM-1}}} = v_{0\text{D-1}}, \quad \theta_{\text{D-1}}(r, z, t)\Big|_{t=\tau_{\text{CM-1}}} = \theta_{0\text{D-1}} \quad (\text{Л.7})$$

та граничними умовами (для термодегідратора D-1)

$$\begin{aligned}
v_{\text{D-1}}(r, z, t)\Big|_{r=0} &= \psi_{v_{\text{D-1}}}, \quad \theta_{\text{D-1}}(r, z, t)\Big|_{r=0} = \psi_{\theta_{\text{D-1}}}, \\
v_{\text{D-1}}(r, z, t)\Big|_{r=r_{\text{max}}} &= 0, \quad \theta_{\text{D-1}}(r, z, t)\Big|_{r=r_{\text{max}}} = F_{\text{еD-1}}(t)
\end{aligned}$$

$$\left. \frac{\partial v_{D-1}(r, z, t)}{\partial r} \right|_{r=0} = \left. \frac{\partial \theta_{D-1}(r, z, t)}{\partial r} \right|_{r=0} = 0,$$

$$\left. \frac{\partial v_{D-1}(r, z, t)}{\partial r} \right|_{r=r_{\max}} = \left. \frac{\partial \theta_{D-1}(r, z, t)}{\partial r} \right|_{r=r_{\max}} = 0, \quad (\text{Л.8})$$

$$A_{c_{\text{CM-2}}} \frac{\partial h_{\text{CM-2}}(r, z, t)}{\partial t} = F_{\text{THD-1}}(t) + F_{\text{ПВCM-2}}(t) - F_{e_{\text{CM-2}}}(t) \quad (\text{Л.9})$$

$$\rho(T_{\text{THCM-2}}(t)) C_p \frac{\partial T_{e_{\text{CM-2}}}(t)}{\partial t} = - \frac{\rho(T_{\text{THCM-2}}(t)) C_p F_{e_{\text{CM-2}}}(t)}{A_{c_{\text{CM-2}}}} \left[ \frac{\partial T_{e_{\text{CM-2}}}(t)}{\partial z} + \frac{1}{2\pi r} \times \right.$$

$$\left. \times \frac{\partial T_{e_{\text{CM-2}}}(t)}{\partial r} \right] - \frac{\rho C_p}{h_{\text{CM-2}} A_{c_{\text{CM-2}}}} \left[ F_{\text{ПВCM-2}}(t) T_{\text{ПВCM-2}}(t) - F_{\text{THCM-2}}(t) T_{\text{THCM-2}}(t) \right] \quad (\text{Л.10})$$

з початковими (для змішувача СМ-2)

$$F_{\text{THD-1}}(t) \Big|_{t=\tau_{\text{CM-1}}+\tau_{\text{D-1}}} = F_{\text{TH0D-1}}, \quad F_{\text{ПВCM-2}}(t) \Big|_{t=\tau_{\text{CM-1}}+\tau_{\text{D-1}}} = F_{\text{ПВ0CM-2}},$$

$$F_{e_{\text{CM-2}}}(t) \Big|_{t=\tau_{\text{CM-1}}+\tau_{\text{D-1}}} = F_{e_{0\text{CM-2}}}(t),$$

$$T_{\text{THD-1}}(t) \Big|_{t=\tau_{\text{CM-1}}+\tau_{\text{D-1}}} = T_{\text{TH0D-1}}, \quad T_{\text{ПВCM-2}}(t) \Big|_{t=\tau_{\text{CM-1}}+\tau_{\text{D-1}}} = T_{\text{ПВ0CM-2}},$$

$$T_{e_{\text{CM-2}}}(t) \Big|_{t=\tau_{\text{CM-1}}+\tau_{\text{D-1}}} = T_{e_{0\text{CM-2}}}(t) \quad (\text{Л.11})$$

та граничними умовами (для змішувача СМ-2)

$$h_{\text{CM-2}}(r, z, t) \Big|_{r=0} = r_{\max}, \quad T_{e_{\text{CM-2}}}(r, z, t) \Big|_{r=0} = T_{e_{\text{CM-2}}}(0, z, t),$$

$$h_{\text{CM-2}}(r, z, t) \Big|_{r=r_{\max}} = 0, \quad T_{e_{\text{CM-2}}}(r, z, t) \Big|_{r=r_{\max}} = T_{e_{\text{CM-2}}}(r_{\max}, z, t),$$

$$\left. \frac{\partial T_{e_{\text{CM-2}}}(r, z, t)}{\partial r} \right|_{r=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial T_{e_{\text{CM-2}}}(r, z, t)}{\partial r} \right|_{r=r_{\max}} = 0; \quad (\text{Л.12})$$

$$\frac{\partial v_{D-2}(r, z, t)}{\partial t} = \frac{F_{e_{D-1}}(t)}{A_{c_{D-2}}} \left[ \frac{v_{D-2}(r, z, t)}{\partial z} + \frac{1}{2\pi r} \cdot \frac{v_{D-2}(r, z, t)}{\partial r} \right] -$$

$$- \frac{2\pi r_{\max} \alpha_{\text{eH}}(T_{\text{3HD-2}}(t))}{\rho_{\text{H}}(T_{\text{3HD-2}}(t)) C_{p_{\text{H}}} A_{c_{D-2}}^2} \left[ F_{e_{D-2}}(t) - F_{\text{3HD-2}}(t) \right] -$$



$$-\frac{2\pi r_{\max} \alpha_{\text{еВ}}(T_{\text{пВД-2}}(t))}{\rho_{\text{В}}(T_{\text{пВД-2}}(t)) C_{\rho_{\text{В}}} A_{\text{сД-2}}^2} [F_{\text{еД-2}}(t) - F_{\text{пВД-2}}(t)], \quad (\text{Л.13})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta_{\text{Д-2}}(r, z, t)}{\partial t} = & \frac{F_{\text{еД-2}}(t)}{A_{\text{сД-2}}} \left[ \frac{\partial \theta_{\text{Д-2}}(r, z, t)}{\partial z} + \frac{1}{2\pi r} \cdot \frac{\partial \theta_{\text{Д-2}}(r, z, t)}{\partial r} \right] - \\ & - \frac{2\pi r_{\max} \alpha_{\text{еН}}(T_{\text{зНД-2}}(t))}{\rho_{\text{Н}}(T_{\text{зНД-2}}(t)) C_{\rho_{\text{Н}}} A_{\text{сД-1}}} [T_{\text{еД-2}}(t) - \theta_{\text{Д-2}}(r, z, t)] - \\ & - \frac{2\pi r_{\max} \alpha_{\text{еВ}}(T_{\text{пВД-2}}(t))}{\rho_{\text{В}} C_{\rho_{\text{В}}} A_{\text{сД-2}}} [T_{\text{еД-2}}(t) - \theta_{\text{Д-2}}(r, z, t)], \end{aligned} \quad (\text{Л.14})$$

з початковими (для електродегідратора Д-2)

$$v_{\text{Д-2}}(r, z, t)|_{t=\tau_{\text{СМ-1}}+\tau_{\text{Д-1}}+\tau_{\text{СМ-2}}} = v_{0_{\text{Д-2}}}, \quad \theta_{\text{Д-2}}(r, z, t)|_{t=\tau_{\text{СМ-1}}+\tau_{\text{Д-1}}+\tau_{\text{СМ-2}}} = \theta_{0_{\text{Д-2}}} \quad (\text{Л.15})$$

та граничними умовами (для електродегідратора Д-2)

$$\begin{aligned} v_{\text{Д-2}}(r, z, t)|_{r=0} &= \psi_{v_{\text{Д-2}}}, \quad \theta_{\text{Д-2}}(r, z, t)|_{r=0} = \psi_{\theta_{\text{Д-2}}}, \\ v_{\text{Д-2}}(r, z, t)|_{r=r_{\max}} &= 0, \quad \theta_{\text{Д-2}}(r, z, t)|_{r=r_{\max}} = F_{\text{еД-2}}(t) \\ \frac{\partial v_{\text{Д-2}}(r, z, t)}{\partial r} \Big|_{r=0} &= \frac{\partial \theta_{\text{Д-2}}(r, z, t)}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0, \\ \frac{\partial v_{\text{Д-2}}(r, z, t)}{\partial r} \Big|_{r=r_{\max}} &= \frac{\partial \theta_{\text{Д-2}}(r, z, t)}{\partial r} \Big|_{r=r_{\max}} = 0, \end{aligned} \quad (\text{Л.16})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_{\text{Д-3}}(r, z, t)}{\partial t} = & \frac{F_{\text{еД-3}}(t)}{A_{\text{сД-3}}} \left[ \frac{\partial v_{\text{Д-3}}(r, z, t)}{\partial z} + \frac{1}{2\pi r} \cdot \frac{\partial v_{\text{Д-3}}(r, z, t)}{\partial r} \right] - \\ & - \frac{2\pi r_{\max} \alpha_{\text{еН}}(T_{\text{зНД-3}}(t))}{\rho_{\text{Н}}(T_{\text{зНД-3}}(t)) C_{\rho_{\text{Н}}} A_{\text{сД-3}}^2} [F_{\text{еД-3}}(t) - F_{\text{зНД-3}}(t)] - \\ & - \frac{2\pi r_{\max} \alpha_{\text{еВ}}(T_{\text{пВД-3}}(t))}{\rho_{\text{В}}(T_{\text{пВД-3}}(t)) C_{\rho_{\text{В}}} A_{\text{сД-3}}^2} [F_{\text{еД-3}}(t) - F_{\text{пВД-3}}(t)], \end{aligned} \quad (\text{Л.17})$$

$$\frac{\partial \theta_{\text{Д-3}}(r, z, t)}{\partial t} = \frac{F_{\text{еД-3}}(t)}{A_{\text{сД-3}}} \left[ \frac{\partial \theta_{\text{Д-3}}(r, z, t)}{\partial z} + \frac{1}{2\pi r} \cdot \frac{\partial \theta_{\text{Д-3}}(r, z, t)}{\partial r} \right] -$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{2\pi r_{\max} \alpha_{\text{eH}} (T_{\text{3HD-3}}(t))}{\rho_{\text{H}} (T_{\text{3HD-3}}(t)) C_{p_{\text{H}}} A_{c_{\text{D-3}}}} [T_{\text{eD-3}}(t) - \theta_{\text{D-3}}(r, z, t)] - \\
& - \frac{2\pi r_{\max} \alpha_{\text{eB}} (T_{\text{пвD-3}}(t))}{\rho_{\text{B}} C_{p_{\text{B}}} A_{c_{\text{D-3}}}} [T_{\text{eD-3}}(t) - \theta_{\text{D-3}}(r, z, t)], \tag{Л.18}
\end{aligned}$$

з початковими (для електродегідратора D-3)

$$\begin{aligned}
v_{\text{D-3}}(r, z, t) \Big|_{t=\tau_{\text{CM-1}}+\tau_{\text{D-1}}+\tau_{\text{CM-2}}+\tau_{\text{D-2}}} &= v_{0_{\text{D-3}}}, \\
\theta_{\text{D-1}}(r, z, t) \Big|_{t=\tau_{\text{CM-1}}+\tau_{\text{D-1}}+\tau_{\text{CM-2}}+\tau_{\text{D-2}}} &= \theta_{0_{\text{D-3}}} \tag{Л.19}
\end{aligned}$$

та граничними умовами (для електродегідратора D-3)

$$\begin{aligned}
v_{\text{D-3}}(r, z, t) \Big|_{r=0} &= \psi_{v_{\text{D-3}}}, \quad \theta_{\text{D-3}}(r, z, t) \Big|_{r=0} = \psi_{\theta_{\text{D-3}}}, \\
v_{\text{D-3}}(r, z, t) \Big|_{r=r_{\max}} &= 0, \quad \theta_{\text{D-3}}(r, z, t) \Big|_{r=r_{\max}} = F_{\text{eD-3}}(t) \\
\frac{\partial v_{\text{D-3}}(r, z, t)}{\partial r} \Big|_{r=0} &= \frac{\partial \theta_{\text{D-3}}(r, z, t)}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0, \\
\frac{\partial v_{\text{D-3}}(r, z, t)}{\partial r} \Big|_{r=r_{\max}} &= \frac{\partial \theta_{\text{D-3}}(r, z, t)}{\partial r} \Big|_{r=r_{\max}} = 0, \tag{Л.20}
\end{aligned}$$

Нелінійний характер ММ виду (Л.1) — (Л.20) визначається нелінійністю параметру густини сирої нафти та коефіцієнтів теплопередачі (рівняння динаміки (Л.2), (Л.5), (Л.6), (Л.10), (Л.13), (Л.14), (Л.17), (Л.18)). При обчисленні нелінійної функції густини було використано формулу Д. І. Менделєєва (табл. І.2).

Вихідні дані, необхідні для моделювання процесу електро(термо)знесолення та зневоднення сирої нафти за умови нелінійного характеру ММ, наведено у табл. Л.1. В ній (як і у розділі 4.2) враховано, що змішувачі СМ-1, СМ-2 та електродегідратори D2, D-3 мають попарно відповідно однакові конструкції, геометричні та фізичні параметри.

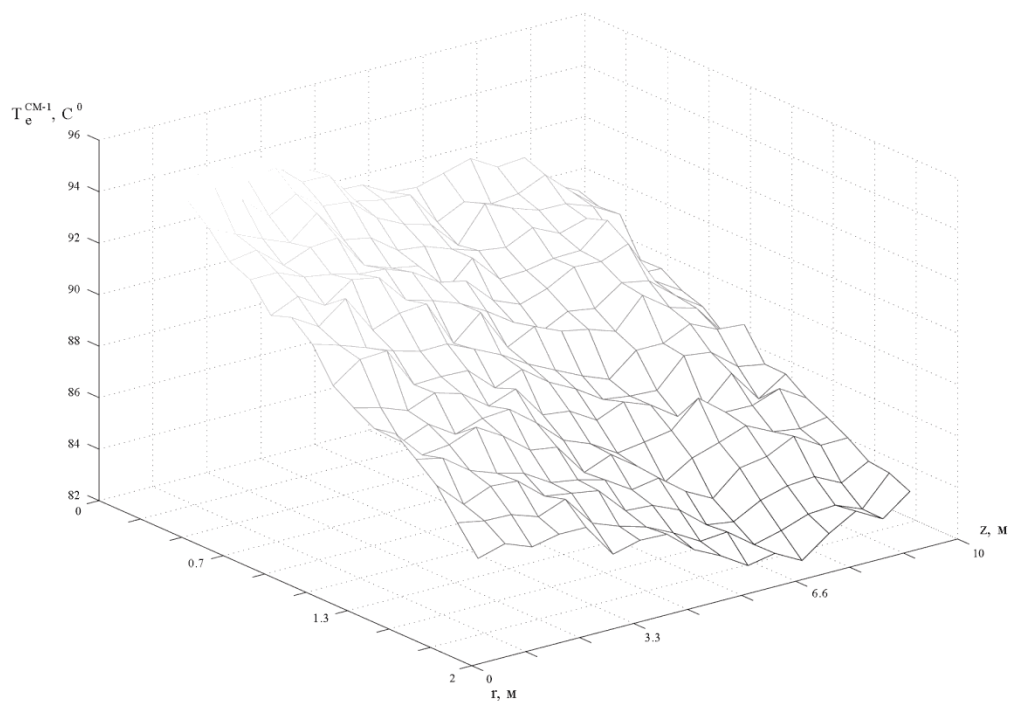


Рис. Л.1. Поле температури  
 $T_e = T_e(r, z, t)$  для змішувача СМ-1 (нелінійна задача)

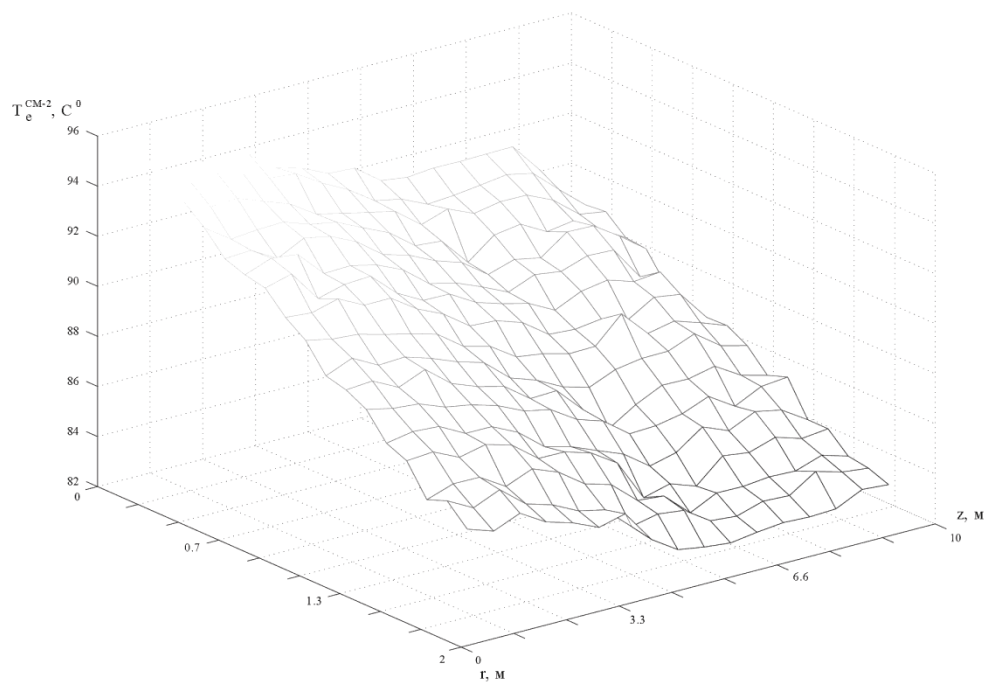


Рис. Л.3. Поле температури  
 $T_e = T_e(r, z, t)$  для змішувача СМ-2 (нелінійна задача)

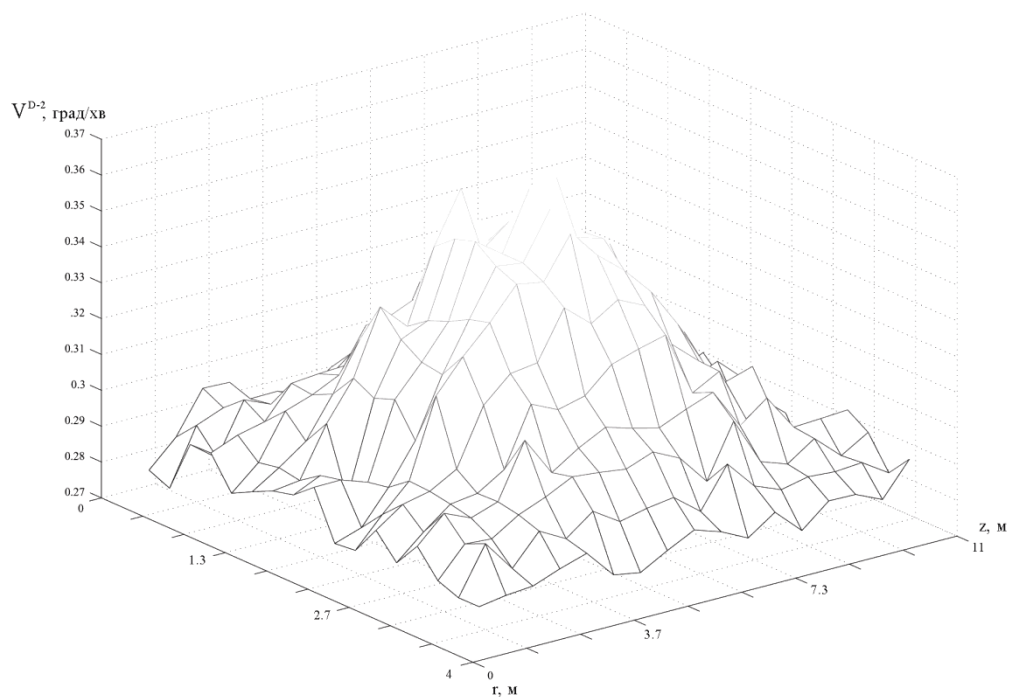


Рис. Л.2 а. Поле швидкості  
 $v = v(r, z, t)$  для електродегідратора D-1 (нелінійна задача)

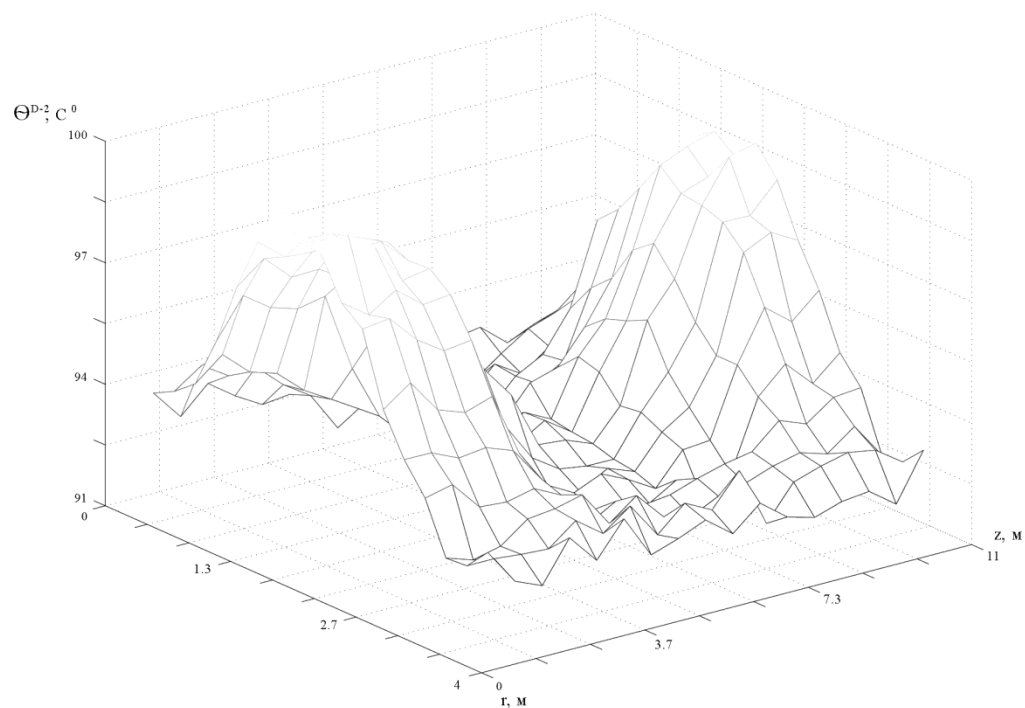


Рис. Л.2 б. Поле температури  
 $\theta = \theta(r, z, t)$  для електродегідратора D-1 (нелінійна задача)

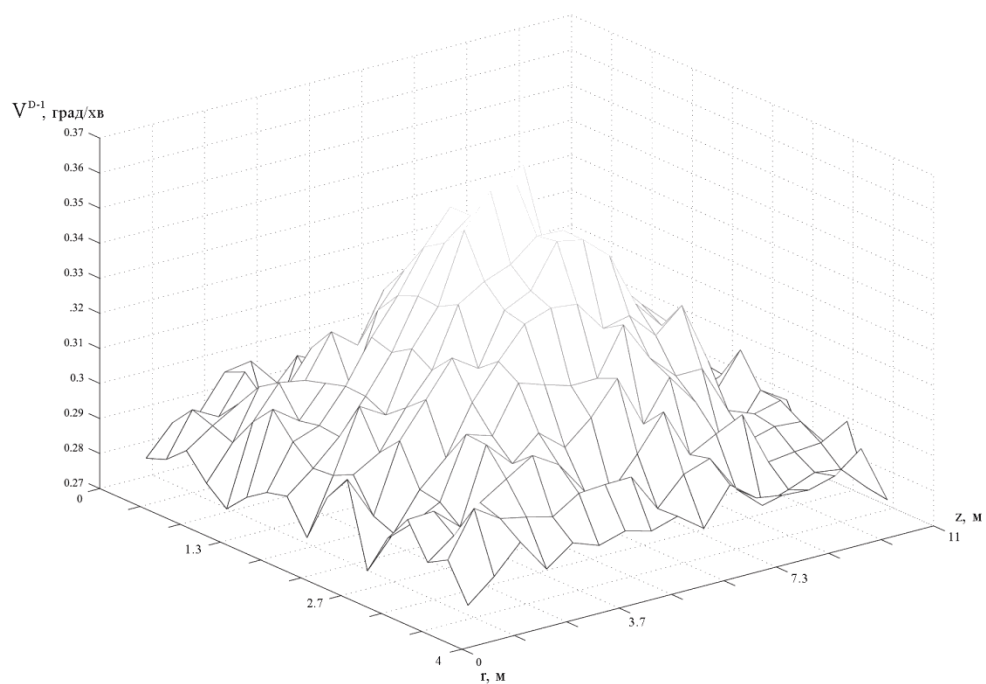


Рис. Л.4 а. Поле швидкості  
 $v = v(r, z, t)$  для термодегідратора D-2 (нелінійна задача)

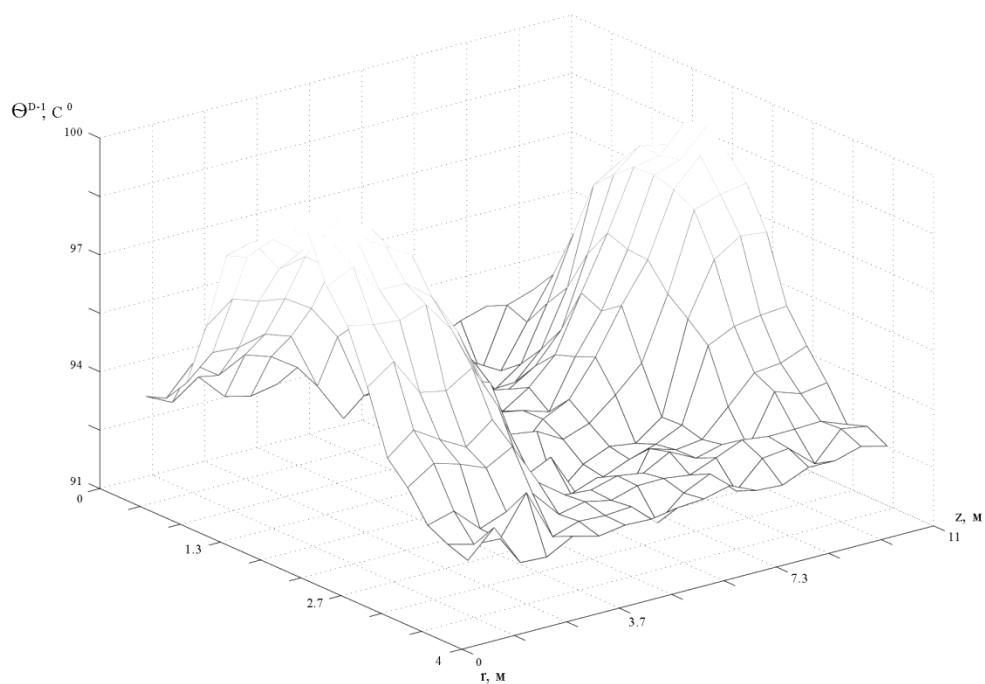


Рис. Л.4 б. Поле температури  
 $\theta = \theta(r, z, t)$  для термодегідратора D-2 (нелінійна задача)

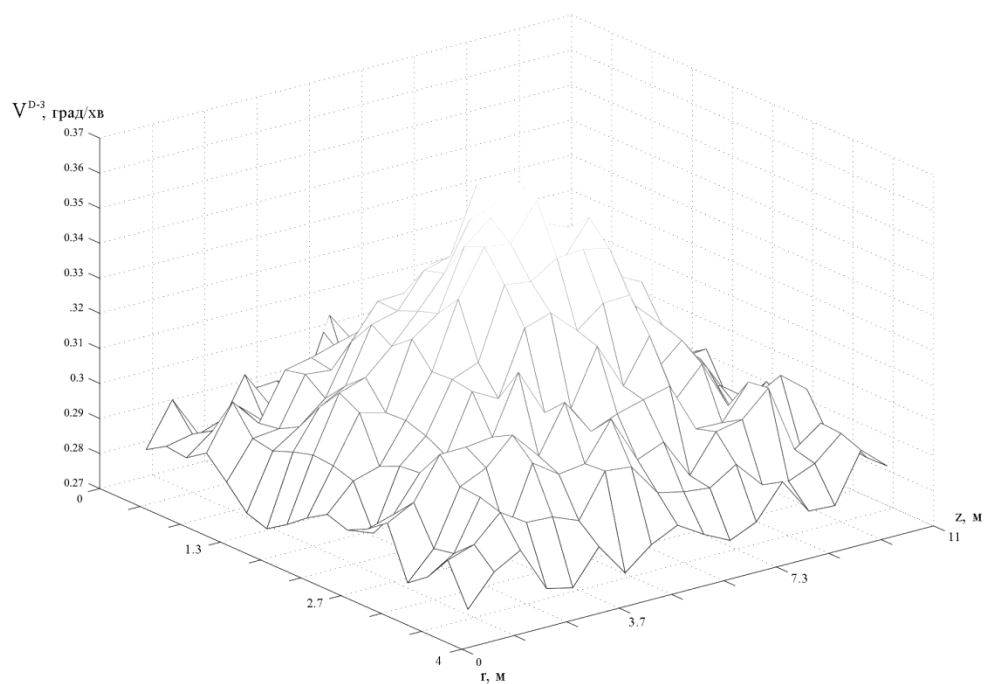


Рис. Л.5 а. Поле швидкості  
 $v = v(r, x, t)$  для електродегідратора D-3 (нелінійна задача)

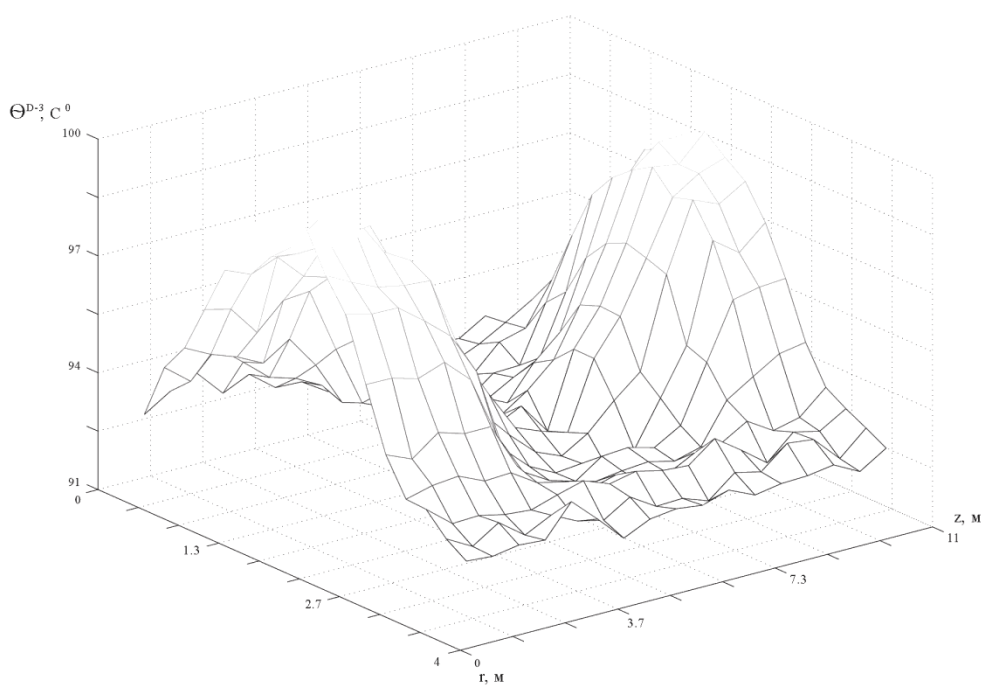


Рис. Л.5 б. Поле температури  
 $\theta = \theta(r, z, t)$  для електродегідратора D-3 (нелінійна задача)

**ВИХІДНІ ДАНІ ЩОДО ДЛІА МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ЕЛЕКТРО-  
(ТЕРМО)ЗНЕСОЛЕННЯ ТА ЗНЕВОДНЕННЯ СИРОЇ НАФТИ  
(нелінійний характер математичної моделі)**

|                                    | № з/п<br>Найменування параметра   | Позначення<br>параметра                                     | Одиниця<br>вим-ння   | Числове значення<br>(вираз)   |
|------------------------------------|---|---|--|---|
| 1                                  | 2   | 3   | 4  | 5   |
| <b>Термодегідратор D-1</b>         |   |   |  |   |
| 1                                  | <b>Геометричні розміри:</b><br>— довжина<br>— діаметр   | $z$<br>$D$  | м<br>м   | 10,5<br>7,75  |
| 2                                  | <b>Фізико-хімічні характеристики:</b><br>— термічний коефіцієнт впливу деемульгатора на температуру руйнування водо-нафтової емульсії<br>— коефіцієнт теплопередачі від шару деемульгатора<br>— число Прандлі (для водо-нафтової емульсії)  | $k_d(\theta(r, z, t))$<br>$\alpha(\theta(r, z, t))$<br>$Pr$ | $1/C^0$<br>Вт/м · К<br>—   | $[2,71 \cdot 10^{-3} + 0,034 \theta(r, z, t)]$<br>$[5,3 \cdot 10^{-4} + 1,17 \theta(r, z, t)]$<br>6,7 |
| 3                                  | <b>Вхідні та збуджуючі впливи:</b><br>— витрата водо-нафтової емульсії на вході термодегідратора<br>— температура вхідного потоку водо-нафтової емульсії<br>— витрата (відбір) знесоленої нафти<br>— надлишковий тиск в порожнині термодегідратора над поверхнею водо-нафтової емульсії | $F_e(t)$<br>$T_e(t)$<br>$F_{zn}(t)$<br>$P_e(t)$             | м <sup>3</sup> /с<br>C <sup>0</sup> (К)<br>м <sup>3</sup> /с<br>ат (МПа) | 0,036<br>105 (378)<br>0,024<br>1,1 (1,23)   |
| <b>Електродегідратори D-2, D-3</b> |   |   |  |   |
| 1                                  | <b>Геометричні розміри:</b><br>— довжина<br>— діаметр   | $z$<br>$D$  | м<br>м   | 12,25<br>7,5  |
| 2                                  | <b>Фізико-хімічні характеристики:</b><br>— термічний коефіцієнт впливу деемульгатора на температуру руйнування водо-нафтової емульсії   | $k_d(\theta(r, z, t))$                                      | $1/C^0$  | $[3,07 \cdot 10^{-3} + 0,034 \theta(r, z, t)]$  |

Таблиця Л.1 (продовження)

| 1                           | 2  | 3  | 4                      | 5   |
|-----------------------------|--|--|------------------------|---|
|                             | — коефіцієнт теплопередачі від шару деемульгатора  | $\alpha(\theta(r, z, t))$  | Вт/м · К               | $[4,63 \cdot 10^{-4} + 1,17 \theta(r, z, t)]$             |
|                             | — число Прандля (для водо-нафтової емульсії)   | Pr   | —                      | 6,7   |
| 3                           | <b>Вхідні та збуджуючі впливи:</b>   |  |                        |   |
|                             | — витрата водо-нафтової емульсії на вході електродегідратора (в дужках для електродегідратора D-3) | $F_e(t)$   | м <sup>3</sup> /с      | 0,02<br>(0,016)   |
|                             | — температура вхідного потоку водо-нафтової емульсії   | $T_e(t)$   | С <sup>0</sup> (К)     | 105 (378)   |
|                             | — витрата (відбір) знесоленої нафти (в дужках для електродегідратора D-3)                          | $F_{зн}(t)$  | м <sup>3</sup> /с      | 0,014<br>(0,01)   |
|                             | — надлишковий тиск в порожнині електродегідратора над поверхнею водо-нафтової емульсії             | $P_e(t)$   | ат (МПа)               | 1,07 (1,18)   |
| <b>Змішувачі СМ-1, СМ-2</b> |  |  |                        |   |
| 1                           | <b>Геометричні розміри:</b>  |  |                        |   |
|                             | — довжина  | $z$  | м                      | 10  |
|                             | — діаметр  | $D$  | м                      | 4   |
| 2                           | <b>Фізико-хімічні характеристики:</b>  |  |                        |   |
|                             | — коефіцієнт теплопередачі від стінок змішувачів   | $\beta_{зс}(T_e(r, z, t))$   | Вт/м · К               | $[1,26 \cdot 10^{-4} + 0,012 T_e(r, z, t)]$               |
|                             | — густина: обчислюється за формулою Д. І. Менделєєва (додаток Ж, вираз (Ж.1))                      | $\rho(T_e(r, z, t)) = \rho_{40}^{20} [1 + \xi \times (20 - T_e(r, z, t))]$ | кг/м <sup>3</sup>      | $885 [1 + 7,82 \cdot 10^{-4} \times (20 - T_e(r, z, t))]$ |
| 3                           | <b>Вхідні та збуджуючі впливи:</b>   |  |                        |   |
|                             | Початкові значення витрат потоків:   |  | м <sup>3</sup> /годину |   |
|                             | — нагрітої нафти   | $F_{тн0}$  |                        | 120   |
|                             | — промивної води   | $F_{пв0}$  |                        | 30  |
|                             | — водо-нафтової емульсії   | $F_{е0}$   |                        | 150   |
|                             | Початкові значення температур (в дужках для змішувача СМ-2):                                       |  | °С                     |   |



Таблиця Л.1 (продовження)

| 1  | 2  | 3                    | 4        | 5           |
|--|--|----------------------|----------|-------------|
|  | — нагрітої нафти   | $T_{\text{тн}0}$     |          | 95 (102)    |
|  | — промивної води   | $T_{\text{пв}0}$     |          | 60          |
|  | — водо-нафтової емульсії   | $T_{\text{е}0}$      |          | 70 (90)     |
|  | Початкове значення висоти шару водо-нафтової емульсії                        | $h_0$                | м        | 2,0         |
|  | Надлишковий тиск в порожнині змішувачів над поверхнею водо-нафтової емульсії | $P_{\text{зм}}(t)$   | ат (МПа) | 1,14 (1,26) |
| <b>Дані щодо постановки задачі моделювання</b> |  |                      |          |             |
| 1  | <b>Загальний час спостереження</b>   | $t_k$                | години   | 24          |
| 2  | <b>Дискретизація часової та просторових координат:</b>                       |                      |          |             |
|  | — крок дискретизації за часовою координатою                                  | $\Delta t$           | с        | 90          |
|  | — крок дискретизації за просторовими координатами                            | $\Delta r; \Delta z$ | м; м     | 0,25; 0,25  |
| 3  | <b>Точність моделювання</b>  | $\delta$             | %        | 3,0         |

— врахування нелінійного характеру ММ (за умови однакової точності розв'язання задачі) потребувало від 7 до 12 ітерацій;

— загальний час на реалізацію нелінійної ММ, у порівнянні з лінійною ММ, збільшився на (40...60)% , в залежності від заданої точності розв'язання нелінійної задачі;

— збільшення часу на реалізацію нелінійної ММ, у порівнянні з лінійною ММ, не позбавляє можливості здійснювати обчислення у реальному масштабі часу, а підвищення точності моделювання при цьому дозволяє знизити енерговитрати на технологічні операції (в межах окремих технологічних апаратів) на (10...15)% .