

УДК 534.232

МОДЕЛЬ ПРЯМОТОЧНОГО ГІДРОДИНАМІЧНОГО ВИПРОМІНЮВАЧА З КІЛЬЦЕВИМ СОПЛОМ І СХІДЧАСТОЮ ПЕРЕШКОДОЮ

Ю. М. ДУДЗІНСЬКИЙ, О. В. СУХАРЬКОВ, Н. В. МАНІЧЕВА

*Одеський національний політехнічний університет**Одержано 24.09.2004*

Розглянуто модель осесиметричного гідродинамічного випромінювача, утвореного пружним зануреним струменем-оболонкою. Обчислено основну частоту акустичного сигналу як функцію властивостей робочої рідини, геометричних і гідродинамічних параметрів струменя. Проведено співставлення теоретичних і експериментальних результатів. Запропоновано критерій відповідності наведеної моделі реальним випромінювачам даного типу.

Рассмотрена модель осесимметричного гидродинамического излучателя, образованного упругой затопленной струей-оболочкой. Вычислена основная частота акустического сигнала как функция свойств рабочей жидкости, геометрических и гидродинамических параметров струи. Проведено сопоставление теоретических и экспериментальных результатов. Предложен критерий соответствия приведенной модели реальным излучателям данного типа.

A model of direct-flow hydrodynamic projector formed by elastic flooded jet membrane is considered. A basic frequency of the acoustic signal is calculated as a function of geometrical and hydrodynamic parameters of the jet. Theoretical results are compared with the experimental ones. A criterion for the resulted model conformity to practical projectors of a given type is proposed.

ВСТУП

Робота більшості гідродинамічних випромінювачів акустичних хвиль (ГДВ) базується на збудженні пружних коливань у пластинах або стержнях при обтіканні їх потоками рідини у режимі затоплення або на ефекті Бернуллі. В осесиметричних ГДВ частина кінетичної енергії зануреного струменя використовується для формування вихрової тороїдальної зони розвинутої кавітації. Тороїдальний вихор відсікається від навколишнього середовища пружною кільцевою оболонкою-струменем, яка витікає із сопла (прямоточна випромінююча система), або струменем, відбитим від перешкоди і замкнутим на зовнішню крайку сопла (протиточна випромінююча система). Після викиду рідини з кавітаційними мікропухирцями з цієї області у навколишній простір завдяки ефекту Кармана формується вторинна вихрова зона розвинутої кавітації. Вона також має тороїдальну форму [1]. Періодичний викид каверн із первинного вихору та їхній синфазний колапс у вторинному вихорі генерує акустичні хвилі високої інтенсивності з частотами по основній гармоніці від 300 до 1500 Гц у залежності від геометричних і гідродинамічних параметрів випромінювача [2]. При цьому пульсуючий первинний вихор є джерелом енергії, частоту основного тону коливань за-

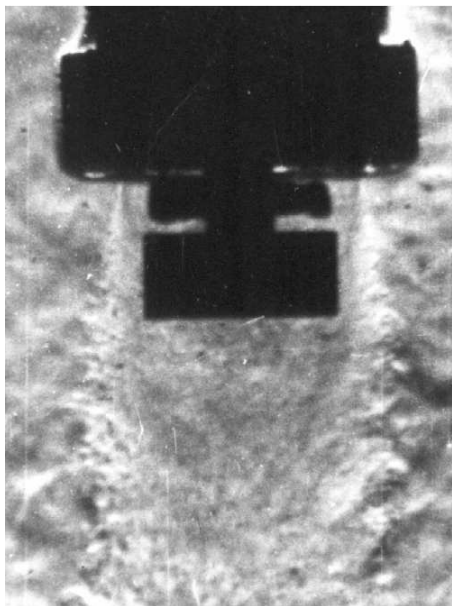
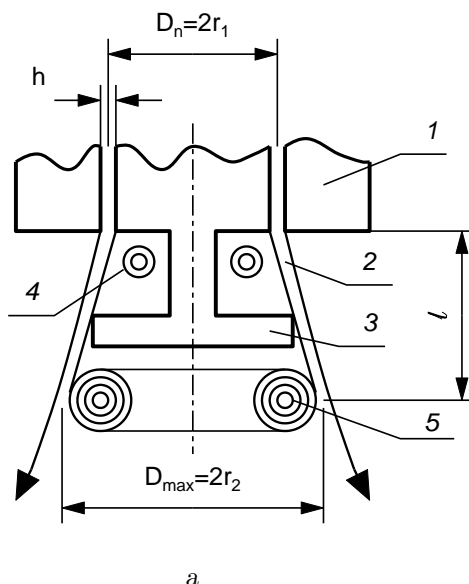
дає пружна оболонка-струмінь, активною зоною безпосередньо гідродинамічного звукоутворення є вторинний вихор.

Через наявність в'язкості рідини спостерігається ефект збільшення діаметра струменя, який витікає з осесиметричного кільцевого сопла. Для протиточного ГДВ з відбивачем розширенням струменя-оболонки можна знехтувати через її малу висоту (порядку радіуса) [3]. Однак у конструкції прямоточного ГДВ [4] при відсутності відбивача використовується східчаста перешкода, яка змінює форму струменя-оболонки на зрізаний конус. У випадку з протиточним ГДВ також виникає зрізана конічна оболонка, але з малим кутом між твірною і висотою [2].

Необхідно встановити, як залежить частота основного тону акустичного сигналу від геометричних і гідродинамічних параметрів струменя-оболонки, що утворюється при роботі осесиметричного випромінювача зі східчастою перешкодою. Також становить інтерес одержання критеріїв, за якими припустимо визначити можливість заміни зрізаного конуса на циліндр при розрахунках параметрів осесиметричного ГДВ. Така заміна істотно спрощує задіяний математичний апарат. Окрім того, точність розрахунків у випадку конічної оболонки виявилась нижчою, що призвело до необхідності введення експериментальних поправочних коефіцієнтів для різних рідин [5].

1. МОДЕЛЬ ГІДРОДИНАМІЧНОГО ПРЯМОТОЧНОГО ВИПРОМІНЮВАЧА

Розглянемо прямоточний ГДВ зі східчастою перешкодою (рис. 1). Із кругового щілинного сопла у корпусі 1 витікає занурений струмінь (струмінь-оболонка) 2. Вважається, що ця “оболонка” жорстко закріплена на виході із сопла, а інша її основа є вільною. Східчаста перешкода 3 сприяє тому, що



б

Рис. 1. Прямоточний ГДВ з кільцевим соплом і східчастою перешкодою:

а – схема, б – тіньова фотографія

частина кінетичної енергії струменя витрачається на формування первинного вихору 4, всередині якого завдяки ефекту Бернуллі створюються умови для розвитку кавітації. Нестабільність цього торіодального вихору збуджує коливання струменя-оболонки на її власній частоті. При розтягуванні оболонки частина речовини, захопленої вихором 4, частково виходить назовні. Внаслідок цього завдяки ефекту Кармана утворюється вторинний торіодальний вихор 5, який генерує тональний звук у результаті синфазного колапсу парових каверн.

При цьому у ГДВ частина потоку струменя йде в навколишній простір і в автоколиваннях участі не бере. Тому висота струменя-оболонки визначається відстанню від щілинного сопла до центра вторинного вихору. Геометричними параметрами системи є $D_n = 2r_1$, $D_{\max} = 2r_2$, l , h – діаметри основ, висота і товщина оболонки; гідродинамічними – ρ , Γ , P_* , v – густина, параметр адіабатичної стисливості, внутрішній тиск (міцність рідини) і швидкість струменя на виході з сопла. Як було показано раніше, при оптимальному налаштуванні випромінювача параметр l визначається через v [2].

Оскільки струмінь-оболонка має висоту порядку радіуса ($\pi r/l \sim 1$), то кут між утворюючою і висотою малий. Це дозволяє звести моделювання до розгляду циліндричної оболонки з осередненим радіусом r , висотою l і товщиною h . Основа оболонки $x=0$ жорстко закріплена, а основа $x=l$ – вільна (рис. 2). Струмінь-оболонка деформується під дією сил, рівномірно розподілених по її внутрішній поверхні. Координати точки на серединній поверхні визначаються в осях: x , y , n – по довжню, окружна і нормаль, відповідно. У випадку циліндричної оболонки параметри Ламе мають значення $A=1$, $B=r$, а радіуси кривизни – $R_1 \rightarrow \infty$, $R_2=r$. Окрім того, при осьовій симетрії жодна з пружних величин не залежить від кутової координати y [5, 6]. Оскільки деформується оболонка тільки в напрямку нормалі до її поверхні [3], то відсутні зсувні зусилля і крутильні моменти ($T_{12}=0$, $T_{21}=0$, $S_1=0$, $S_2=0$, $M_{12}=0$, $M_{21}=0$), а на будь-якому перетині $y=\text{const}$ дорівнюють нулю згинальні моменти і перерізуюча сила ($M_2=0$, $N_2=0$). На елемент оболонки діють дотичні зусилля T_1 , T_{12} , перерізуюча сила N_1 і згинальний момент M_1 (див. рис. 2, б і в). Використаємо відомі з загальної теорії пружності Кірхгофа – Лява зв'язки між деформаціями і напруженнями, між зусиллями і напруженнями, а також між моментами і зусиллями [7]. Це дозволяє за допомогою методу, викладеного в [1], з умов динамічної рівноваги циліндричної оболонки одержати рівняння коливань

(затуханням нехтуємо):

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_1}{\partial x} + \rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= 0, \\ \frac{\partial N_1}{\partial x} - \frac{\mu}{r} T_1 + \left(\rho h \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{Eh}{r^2} \right) w &= 0, \\ \frac{\partial M_1}{\partial x} - N_1 &= 0, \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\mu}{r} v - \frac{1 - \mu^2}{Eh} T_1 &= 0, \\ \frac{\partial w}{\partial x} + \psi &= 0, \\ \frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{12(1 - \mu^2)}{Eh^3} M_1 &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

У системі (1) через u , v , w позначені зміщення елемента серединної поверхні оболонки у напрямках осей x , y і нормалі n , відповідно; E , μ – модуль пружності і коефіцієнт Пуассона струменя-оболонки; t – час; ψ – кут між нормаллю і віссю y ,

$$\psi = (\vec{e}_y; \vec{e}_n) = -\frac{1}{B} \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{v}{r}.$$

Приймемо коефіцієнт Пуассона $\mu=0$. Це обумовлено моделлю: матеріал оболонки – рідина, і коливальна система знаходиться в зануреному стані у цій же робочій рідині [6]. Будемо шукати розв'язок у вигляді

$$\begin{aligned} u(x, t) &= u(x) e^{i\omega t}, \\ v(x, t) &= v(x) e^{i\omega t}, \\ w(x, t) &= w(x) e^{i\omega t}, \end{aligned} \quad (2)$$

де ω – кругова частота. Крайові умови при $x=l$ – відсутність зусиль і моментів:

$$M_1 = 0, \quad T_1 = 0, \quad N_1 = 0,$$

а при $x=0$ – відсутність зміщення й повороту:

$$u = 0, \quad w = 0, \quad \psi = 0.$$

2. ВЛАСНІ КОЛИВАННЯ СТРУМЕНЯ-ОБОЛОНКИ

Оскільки розглядаються сталі коливання, то немає необхідності в початкових умовах. Вихідна система рівнянь (1) розпадається на дві, в одну з яких входять величини u і v (у даному випадку

вони нас не цікавлять), а в іншу – радіальне зміщення вільного краю оболонки w . Виділимо рівняння для w з урахуванням співвідношень (2):

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_1}{\partial x} + \left(\rho h \omega^2 - \frac{Eh}{r^2} \right) w &= 0, \\ \frac{\partial M_1}{\partial x} - N_1 &= 0, \\ \frac{\partial w}{\partial x} + \psi &= 0, \\ \frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{12}{Eh^3} M_1 &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Відповідні крайові умови мають вигляд

$$\begin{aligned} w|_{x=0} = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial x}|_{x=0} &= 0; \\ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}|_{x=l} &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Прості математичні перетворення дозволяють звести систему диференціальних рівнянь (3) до одного:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + k^2 w = 0, \quad 0 \leq x \leq l, \quad (5)$$

де

$$k = \sqrt{\frac{12(\omega^2 \rho r^2 - E)}{Eh^2 r^2}}. \quad (6)$$

Рівняння (5) має загальний розв'язок у вигляді [7]

$$\begin{aligned} w(x) &= a \operatorname{ch}(kx) + b \operatorname{sh}(kx) + \\ &+ c \cos(kx) + d \sin(kx). \end{aligned} \quad (7)$$

Використовуючи крайові умови (4) для функції (7), одержуємо систему чотирьох алгебраїчних рівнянь відносно коефіцієнтів a , b , c і d :

$$\begin{aligned} a + c &= 0, \\ b + d &= 0, \end{aligned} \quad (8)$$

$$a \operatorname{sh}(kl) + b \operatorname{ch}(kl) - c \sin(kl) + d \cos(kl) = 0,$$

$$a \operatorname{ch}(kl) + b \operatorname{sh}(kl) - c \cos(kl) - d \sin(kl) = 0.$$

Система (8) має нетривіальне рішення при рівності нулю її визначника:

$$\Delta = 2[\operatorname{ch}(kl) \cos(kl) + 1] = 0. \quad (9)$$

Рівняння (9) має безліч розв'язків. Власні коливання оболонки, якими визначається основна гармоніка акустичного сигналу, мають найменшу кругову частоту $\omega_0 = 2\pi f_0$. Вона відповідає кореню

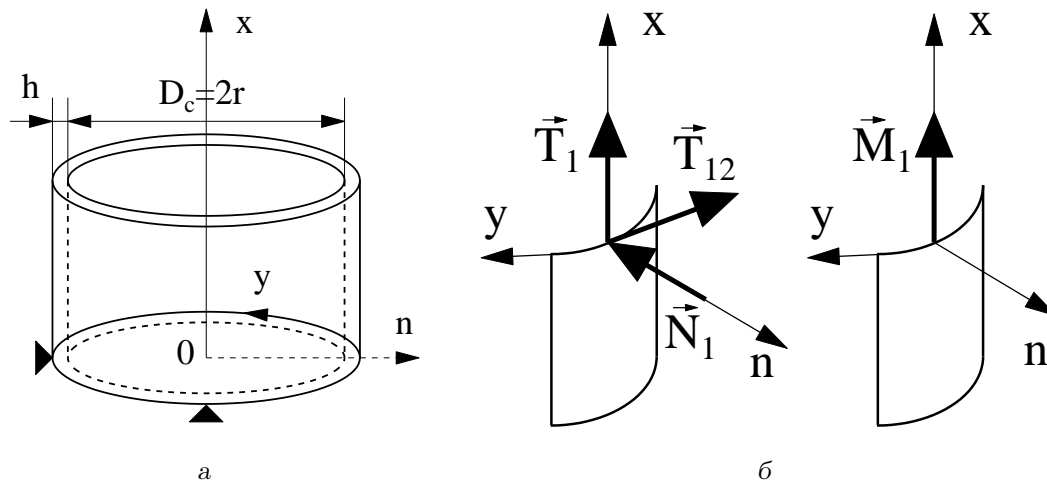


Рис. 2. Модель зануреної струменя-оболонки (а), еквівалентні сили і еквівалентні моменти (б), які діють на елемент оболонки

$k_0 l = 1.8751$. Тоді

$$f_0 = \frac{1}{\pi D_{cyl}} \sqrt{\frac{12 + 0.25 k_0^4 h^2 D_{cyl}^2}{12 \rho}} E. \quad (10)$$

Як і слід було очікувати, власна частота зануреної струминної оболонки (10) обернено пропорційна до її середнього діаметра і прямо пропорційна до квадратного кореня з відношення модуля пружності й густини рідини.

Розглянемо величину E . У багатьох практичних задачах, де необхідно враховувати стисливість рідини, використовується модель Тета [8, 9], відповідно до якої адіабатичний модуль об'ємної пружності рідини у першому наближенні визначається виразом

$$K_{ad} = \Gamma P_*.$$

Тут P_* – величина внутрішнього тиску в рідині, обумовлена взаємодією молекул; Γ – експериментальний параметр, який характеризує відхилення адіабатичної стисливості рідини від закону Гука. Тоді модуль пружності циліндричної струминної оболонки [8] буде

$$E = \frac{K_{ad}}{3(1-2\mu)} = \frac{\Gamma P_*}{3}. \quad (11)$$

У виразі (11) враховно, що для затопленого струменя коефіцієнт Пуассона $\mu = 0$. Використовуючи співвідношення (11), формулу (10) можна представити у вигляді

$$f_0 = \frac{1}{\pi D_{cyl}} \sqrt{\frac{(12 + 0.25 k_0^4 h^2 D_{cyl}^2) \Gamma P_*}{36 \rho}}. \quad (12)$$

Теоретичні значення величини P_* для більшості рідин мають порядок ~ 100 МПа, хоча реально вимірювані значення внутрішнього тиску для тих же рідин укладаються в інтервал $1 \div 10$ МПа. Нелінійний параметр для води становить $\Gamma = 6.9 \div 7.6$ [9, 10]. Зважаючи на те, що осесиметричні ГДВ генерують звук тільки при наявності тороїдальних зон розвинутої кавітації, то очевидно, що замість внутрішнього тиску слід взяти граничну міцність рідини на розрив. Результати досліджень різних авторів [10] дають значення P_* для води у діапазоні $0.6 \div 4$ МПа. При цьому на результат впливали методи вимірювань (статичні або динамічні), газонасичення (дегазована або просто витримана, попередньо пресована статичним тиском або не оброблена вода), різний ступінь очищення робочої ємності і рідини. Для витриманої водопровідної води, яка не оброблялась спеціально, динамічні вимірювання, проведені Девісом [11], дали $P_* = 0.8 \div 1.4$ МПа. У розглянутій нами моделі для витриманої протягом двох тижнів при стабільній температурі води були прийняті значення $P_* = 1.2$ МПа, $\Gamma = 7.1$.

3. АНАЛІЗ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ РЕЗУЛЬТАТІВ

Для перевірки відповідності наведеної математичної моделі параметрам реального пристрою були досліджені характеристики шести осесиметричних прямоочних ГДВ з кільцевим соплом і східчастою циліндричною перешкодою. Діаметр кільцевого сопла D_n змінювався в інтервалі від 5.5 до 32 мм, якому відповідав діапазон середніх діаме-

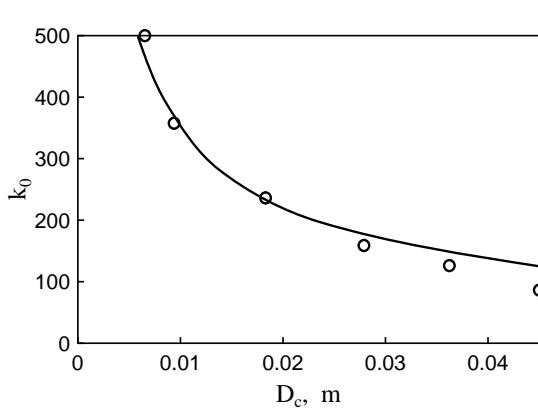


Рис. 3. Залежність параметра k_0 від діаметра оболонки D_{cyl}

трів для еквівалентного циліндра $D_{cyl} = 6 \div 45$ мм при незмінній ширині щілини $h = 0.5$ мм (рис. 2). Завдяки підбору швидкості струменя на виході з сопла, усі ГДВ настроювались на оптимальний режим, який відповідав максимальному рівню акустичного сигналу. При цьому в залежності від швидкості рідини v змінювалась довжина струминної оболонки l і параметр $k_0 = 1.8751/l$. Аналіз показав, що залежність k_0 від діаметра сопла D_n (рис. 3) або від діаметра D_{cyl} можна апроксимувати функцією

$$k_0 = \frac{a_1}{\sqrt[3]{D_n^2}} = \frac{a_2}{\sqrt[3]{D_{cyl}^2}}, \quad (13)$$

де $a_1 = 11.9617 \text{ м}^{-2/3}$, $a_2 = 16.1213 \text{ м}^{-2/3}$. З урахуванням залежності (13) вираз для частоти основної гармоніки коливань (12) приймає вигляд:

$$f_0 = \frac{1}{\pi D_{cyl}} \sqrt{12 + \frac{a_2^4 h^2}{4 D_{cyl}^{2/3}} \frac{\Gamma P_*}{36 \rho}}. \quad (14)$$

У формулах (13) і (14) діаметри вимірюються у метрах.

На рис. 4 представлено залежність частоти основного тону акустичного сигналу, який генерується прямоочним ГДВ, від середнього діаметра його струменя-оболонки і, відповідно, від діаметра кільцевого сопла. З графіка видно, що теоретична залежність (14) (крива 1) добре відповідає експериментальним точкам для значень $D_n > 13$ мм ($D_{cyl} > 18$ мм). Для порівняння кривою 2 дано залежність $f_0 \sim 1/\sqrt{l}$, отриману раніше [12].

На рис. 5 відображено залежність відносної похибки обчисленої частоти від безрозмірного пара-

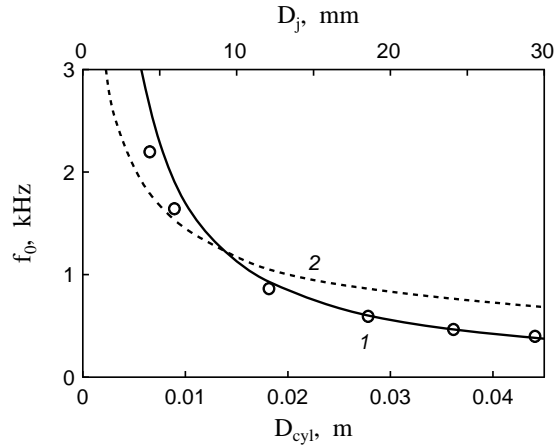


Рис. 4. Залежність частоти основної гармоніки акустичного сигналу від діаметра сопла ГДВ і від діаметра еквівалентного циліндра:

1 – теоретичні розрахунки за формулою (14), 2 – дані роботи [12], \circ – експериментальні дані

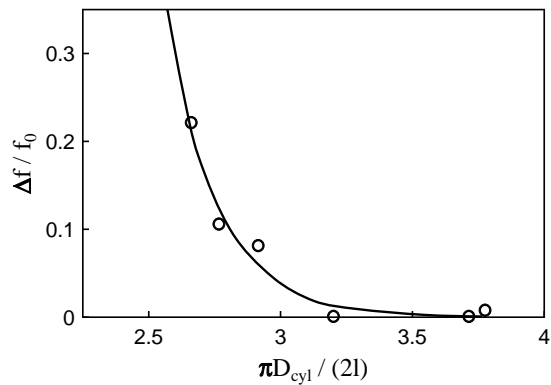


Рис. 5. Залежність похибки розрахунків від параметра струменя-оболонки

метра $\pi D_{cyl}/2l$. Порівняння теорії з експериментальними даними (див. рис. 5) дозволяє запропонувати критерій застосовності розробленої моделі для розрахунку характеристик випромінювача з кільцевим соплом і східчастою перешкодою:

$$\frac{\pi D_{cyl}}{2l} \geq 3$$

для струменів-оболонки середньої довжини. При виконанні цієї умови похибка не перевищує 5 %.

ВИСНОВКИ

1. Розглянуто уточнену модель осесиметричних гідродинамічних випромінювачів з кільцевим

соплом і східчастою перешкодою.

2. Отримано аналітичну залежність частоти основного тону акустичного сигналу від геометричних параметрів струменя-оболонки й гідродинамічних параметрів рідини. Проведено порівняння теоретичних і експериментальних даних.
 3. Встановлено, що частота основної гармоніки акустичного сигналу обернено пропорційна до діаметра затопленої струменя-оболонки. При цьому отримана не тільки якісна, але й кількісна відповідність між теоретичними й експериментальними даними.
 4. Запропоновано критерій застосовності представленої моделі і розрахункових співвідношень для розглянутих типів гідродинамічних перетворювачів.
1. Дудзинский Ю. М., Назаренко А. А. Энергетические характеристики вторичной вихревой области осесимметричного гидродинамического излучателя // Акуст. вісн.– 2000.– 3, N 1.– С. 36–41.
 2. Дудзинский Ю. М., Маничева Н. В., Назаренко О. А. Оптимизация параметров широкополосного акустического излучателя в условиях

избыточных статических давлений // Акуст. вісн.– 2001.– 4, N 2.– С. 38–46.

3. Дудзинский Ю. М., Назаренко О. А. Колебания затопленной осесимметричной струи-оболочки // Акуст. вісн.– 2001.– 4, N 4.– С. 27–35.
4. Максимов В. Г., Сухарьков О. В., Сухарьков А. О. Технологические возможности гидродинамических излучателей в процессе очистки внутренних поверхностей деталей автомобилей // Тр. Одес. политехн. ун-та.– 2003.– Вып. 1(19).– С. 59–65.
5. Огибалов П. М., Колтунов М. А. Оболочки и пластины.– М.: Изд.-во МГУ, 1969.– 696 с.
6. Дудзинский Ю. М. Осесимметричные гидродинамические излучатели в условиях статического давления.– Одесса: Дисс. канд. техн. наук, 1990.– 170 с.
7. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория упругости.– М.: Наука, 1965.– 500 с.
8. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям.– М.: Наука, 1976.– 576 с.
9. Зарембо Л. К., Красильников В. А. Введение в нелинейную акустику.– М.: Наука, 1966.– 520 с.
10. Корнфельд М. Упругость и прочность жидкостей.– М.: ГИТТЛ, 1951.– 150 с.
11. Кнэпп Р., Дейли Дж., Хэммит Ф. Кавитация.– М.: Мир, 1974.– 688 с.
12. Сухарьков О. В. Повышение эффективности очистки сложнопрофильных деталей машин гидродинамическими источниками колебаний.– Одесса: Дисс. канд. техн. наук, 1990.– 173 с.