ISSN 2076-2429 (print)
ISSN 2223-3814 (on line)

УДК 681.5.015.52

В.Д. Павленко, д-р техн. наук, ст. науч. сотр.,
М.М. Масри, магистр,
Одес. нац. политехн. ун-т

ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫЙ МЕТОД ИДЕНТИФИКАЦИИ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ МОДЕЛЕЙ ВОЛЬТЕРРА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕСТОВЫХ ПОЛИИМПУЛЬСНЫХ СИГНАЛОВ

В.Д. Павленко, М.М. Масрі. **Інтерполяційний метод ідентифікації нелінійних систем на основі моделей Вольтерра з використанням тестових поліімпульсних сигналів.** Дано теоретичне обгрунтування інтерполяційного методу детермінованої ідентифікації нелінійних динамічних систем на основі моделей Вольтерра. Тестовими сигналами використовуються нерегулярні послідовності імпульсів. Розроблено обчислювальні алгоритми реалізації методу ідентифікации в часовій області — експериментального визначення діагонального та піддіагональних перетинів багатовимірних ядер Вольтерра. Для підвищення обчислювальної стійкості алгоритмів ідентифікації застосовуються процедури шумозаглушення, що засновані на вейвлет-перетвореннях.
Ключові слова: ідентифікація, нелінійні системи, моделі Вольтерра, ядра Вольтерра, поліімпульсні сигнали, вейвлет-перетворення.

В.Д. Павленко, М.М. Масри. **Интерполяционный метод идентификации нелинейных систем на основе моделей Вольтерра с использованием тестовых полиимпульсных сигналов.** Дано теоретическое обоснование интерполяционного метода детерминированной идентификации нелинейных динамических систем на основе моделей Вольтерра. В качестве тестовых сигналов используются нерегулярные последовательности импульсов. Разработаны вычислительные алгоритмы реализации метода идентификации во временной области — экспериментального определения диагонального и поддиагональных сечений многомерных ядер Вольтерра. Для повышения вычислительной устойчивости алгоритмов идентификации применяются процедуры шумоподавления, основанные на вейвлет–преобразованиях.
Ключевые слова: идентификация, нелинейные системы, модели Вольтерра, ядра Вольтерра, полиимпульсные сигналы, вейвлет-преобразования.

V.D. Pavlenko, M.M. Masri. **Interpolation method for identifying nonlinear systems on the basis of Volterra models using test poly-pulse signals**. The theoretical substantiation of the interpolation method for deterministic identification of non-linear dynamic systems on the basis of Volterra models is given. Irregular pulse sequences are used as test signals. Computational algorithms for the implementation of the identification method in the time domain, the experimental determination of the diagonal and subdiagonal cross-sections of the multidimensional Volterra kernels, are developed. To increase the numerical stability of the algorithms for identification the procedures of noise reduction are applied, based on the wavelet transform.
Keywords: identification, nonlinear systems, Volterra models, Volterra kernels, poly-pulse signals, wavelet transform.

Построение модели (идентификация) нелинейной динамической системы (НДС) в виде ряда Вольтерра (РВ) [1] заключается в выборе вида тестовых сигналов $x(t)$ и разработке алгоритма, который позволял бы из измеренных выходных откликов $y[x(t)]$ выделять парциальные составляющие (ПС) $y_n[x(t)]$ — n-мерные интегралы свертки [2], и определять на их основе ядра Вольтерра (ЯВ) $w_n(\tau_1,\ldots,\tau_n)$ или их Фурье-изображения $W_n(j\omega_1,\ldots,j\omega_n)$ для моделирования системы во временной или частотной области, соответственно.

Идентификация по своей сути относится к обратным задачам, при решении которых возникают проблемы вычислительного плана, обусловленные некорректностью постановки задачи [3].

Решения, получаемые при этом, оказываются неустойчивыми к погрешностям измерений откликов идентифицируемой системы.

Предлагается теоретическое обоснование интерполяционного метода детерминированной идентификации нелинейных динамических систем на основе моделей Вольтерра с использованием в качестве тестовых сигналов нерегулярных последовательностей импульсов; разработка и исследование эффективности вычислительных алгоритмов, реализующих этот метод во временной области; повышение вычислительной устойчивости алгоритмов идентификации путем применения процедуры шумоподавления, основанной на вейвлет–преобразовании.

Известен метод выделения ПС с помощью n-кратного дифференцирования откликов НДС по параметру — амплитуде тестовых сигналов [4]. Доказаны следующие утверждения [5].

Утверждение 1. Пусть на вход системы подается тестовый сигнал вида $ax(t)$, где $x(t)$ — произвольная функция; a — масштабный коэффициент (амплитуда сигнала), причем $0<|a|\le 1$, тогда для выделения ПС n-го порядка $\hat{y}_n(t)$ из измеряемого отклика НДС $y[a\,x(t)]$ необходимо найти n-ю частную производную отклика по амплитуде a при значении a=0

$$\hat{y}_n(t)=\underbrace{\int_0^t \dots \int_0^t}_{n\ \text{раз}} w_n(\tau_1,\dots,\tau_n)\prod_{i=1}^{n}x(t-\tau_i)\,d\,\tau_i=\frac{1}{n!}\frac{\partial^n y[a\,x(t)]}{\partial a^n}\bigg|_{a=0}. \tag{1}$$

Утверждение 2. Если входные тестовые сигналы $x(t)$ представляют собой нерегулярные импульсные последовательности различной длины, каждая не более, чем из n дельта–импульсов прямоугольной формы амплитудой $a_{\text{и}}$ и длительностью $\Delta\tau$, действующих в моменты времени $\tau_1, \dots, \tau_n$, то для НДС с одним входом и одним выходом оценка поддиагонального сечениия ядра Вольтерра n-го порядка

$$\hat{w}_n(t-\tau_1,\dots,t-\tau_n)=\frac{(-1)^n}{n!(\Delta\tau)^n}\sum_{\delta_{\tau_1},\dots,\delta_{\tau_n}=0}^{1}(-1)^{\sum_{i=1}^{n}\delta_{\tau_i}}\;\hat{y}_n(t,\delta_{\tau_1},\dots,\delta_{\tau_n}), \tag{2}$$

где $\hat{y}_n(t,\delta_{\tau_1},\dots,\delta_{\tau_n})$ — оценка n-й ПС отклика НДС в момент времени t, полученная в результате обработки данных экспериментов на основе (1), при действии на входе нерегулярной последовательности импульсов; $\delta_{\tau_1},\dots,\delta_{\tau_n}$ — индексные переменные.

Если $\delta_{\tau_i}=1$, то в момент времени τ_i на входе НДС есть импульс, при $\delta_{\tau_i}=0$ импульс отсутствует.

Оценка диагонального сечения ЯВ n-го порядка

$$\hat{w}_n(t,t,\dots,t)=\frac{\hat{y}_n(t)}{(\Delta\tau)^n}, \tag{3}$$

где $\hat{y}_n(t)$ — оценка n-й ПС отклика НДС на одиночный импульс в момент времени t, полученная в результате обработки данных экспериментов на основе (1).

Таким образом, для решения задачи идентификации разработаны методы вычислений производных n-го порядка измеряемых откликов по амплитуде тестовых импульсов $a_{\text{и}}$.

Для вычисления n-я производная представляется в (1) выражением в конечных разностях. Известен универсальный прием, который позволяет заменить производную любого порядка n разностным отношением так, чтобы погрешность $O(h^p)$ от такой замены для функции $y(a)$ была любого наперед заданного порядка аппроксимации p относительно шага h=Δa разностной сетки по амплитуде a [5]. Методом неопределенных коэффициентов для равенства

$$\frac{d^n y(a)}{da^n}=\frac{1}{h^n}\sum_{r=-r_1}^{r_2}c_r\,y(a+rh)+O(h^p) \tag{4}$$

должны быть подобраны н зависящие от h коэффициенты c_r, $r=-r_1,-r_1+1,\dots,-1,0,1,\dots,r_2-1,r_2$ так, чтобы равенство (4) оказалось справедливым. Пределы суммирования $r_1\ge 0$ и $r_2\ge 0$ мож-

ISSN 2076-2429 (print)
ISSN 2223-3814 (on line)

но взять произвольными, но так, чтобы порядок $r_1 + r_2$ разностного отношения (4) удовлетворял неравенству $r_1 + r_2 \geq n + p - 1$.

Для определения c_r необходимо решить следующую систему уравнений:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ -r_1 & -r_1+1 & \cdots & r_2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ (-r_1)^{n-1} & (-r_1+1)^{n-1} & \cdots & r_2^{\,n-1} \\ (-r_1)^{n} & (-r_1+1)^{n} & \cdots & r_2^{\,n} \\ (-r_1)^{n+1} & (-r_1+1)^{n+1} & \cdots & r_2^{\,n+1} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ (-r_1)^{n+p-1} & (-r_1+1)^{n+p-1} & \cdots & r_2^{\,n+p-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_{-r_1} \\ c_{-r_1+1} \\ \cdots \\ c_{-1} \\ c_0 \\ c_1 \\ \cdots \\ c_{r_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdots \\ 0 \\ n! \\ 0 \\ \cdots \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{5}$$

Если $r_1 + r_2 = n + p - 1$, то ($n + p$) уравнений (5) образуют линейную систему относительно того же числа неизвестных c_r. Определитель этой системы — определитель Вандермонда [5] и отличен от нуля. Таким образом, существует единственный набор коэффициентов c_r, удовлетворяющий системе (5). Если $r_1 + r_2 \geq n + p$, то, очевидно, таких систем коэффициентов c_r существует много.

На основе (4) и (5) с использованием центральных разностей для равноотстоящих узлов сетки $r_1 + r_2$ получены формулы для вычисления при a=0 производных:

— первого порядка

$$\begin{aligned} y'_0 &= \frac{1}{2h}(-y_{-1} + y_1), \\ y'_0 &= \frac{1}{12h}(y_{-2} - 8y_{-1} + 8y_1 - y_2), \\ y'_0 &= \frac{1}{60h}(-y_{-3} + 9y_{-2} - 45y_{-1} + 45y_1 - 9y_2 + y_3); \end{aligned} \tag{6}$$

— второго порядка

$$\begin{aligned} y''_0 &= \frac{1}{h^2}(y_{-1} - 2y_0 + y_1), \\ y''_0 &= \frac{1}{12h^2}(-y_{-2} + 16y_{-1} - 30y_0 + 16y_1 - y_2), \\ y''_0 &= \frac{1}{180h^2}(2y_{-3} - 27y_{-2} + 270y_{-1} - 490y_0 + 270y_1 - 27y_2 + 2y_3); \end{aligned} \tag{7}$$

— третьего порядка

$$\begin{aligned} y'''_0 &= \frac{1}{2h^3}(-y_{-2} + 2y_{-1} - 2y_1 + y_2), \\ y'''_0 &= \frac{1}{8h^3}(y_{-3} - 8y_{-2} + 13y_{-1} - 13y_1 + 8y_2 - y_3), \end{aligned} \tag{8}$$

где $y'_0 = y'(0),\ y''_0 = y''(0), y'''_0 = y'''(0), y_0^{(4)} = y^{(4)}(0);\ y_s = y(rh),\ r = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3.$

Для равноотстоящих узлов сетки $r_1 + r_2$ с использованием правых разностей получены формулы для вычисления при a=0 производных:

— первого порядка

$$\begin{aligned} y'_0 &= \frac{1}{2h}(-3y_0 + 4y_1 - y_2), \\ y'_0 &= \frac{1}{12h}(-25y_0 + 48y_1 - 36y_2 + 16y_3 - 3y_4), \\ y'_0 &= \frac{1}{60h}(-147y_0 + 360y_1 - 450y_2 + 400y_3 - 225y_4 + 72y_5 - 10y_6); \end{aligned} \tag{9}$$

— второго порядка

$$\begin{aligned} y_0'' &= \frac{1}{h^2}(y_0 - 2y_1 + y_2), \\ y_0'' &= \frac{1}{12h^2}(35y_0 - 104y_1 + 114y_2 - 56y_3 + 11y_4), \\ y_0'' &= \frac{1}{8h^2}(812y_0 - 3132y_1 + 5265y_2 - 5080y_3 + 2970y_4 - 972y_5 + 137y_6); \end{aligned} \quad (10)$$

— третьего порядка

$$\begin{aligned} y_0''' &= \frac{1}{2h^3}(-5y_0 + 18y_1 - 24y_2 + 14y_3 - 3y_4), \\ y_0''' &= \frac{1}{180h^3}(-49y_0 + 232y_1 - 461y_2 + 496y_3 - 307y_4 + 104y_5 - 15y_6). \end{aligned} \quad (11)$$

В приведенных формулах (7), (9)…(11) необходимо положить $y_0 = 0$, поскольку идентификация НДС осуществляется при нулевых начальных условиях.

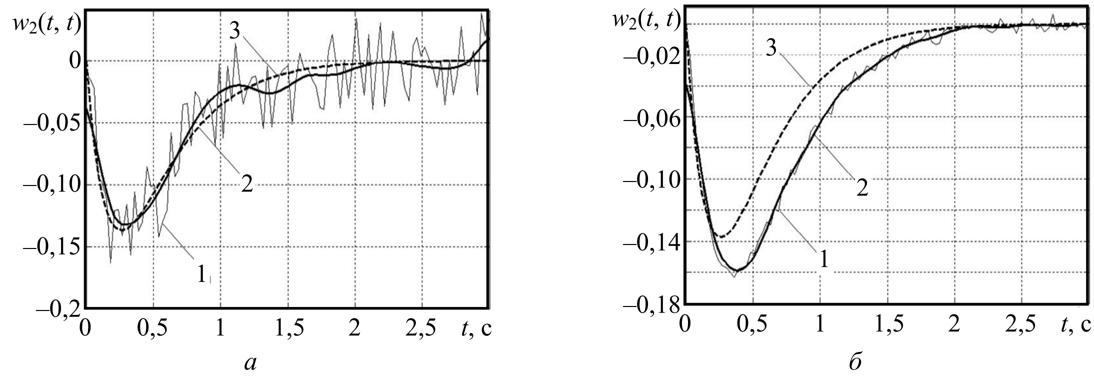
Выполнено исследование точности и вычислительной устойчивости метода [4] во временной области. Средствами имитационного моделирования в среде Matlab-Simulink получены среднеквадратические ошибки (СКО) ε и процентные нормированные среднеквадратические ошибки (ПНСКО) $\varepsilon_п$ идентификации сечений ЯВ второго и третьего порядков для тестовой НДС при различных уровнях погрешностей σ измерений откликов $\hat{y}_n(t, \delta_{\tau_1}, ..., \delta_{\tau_n})$, без применения и с применением вейвлет-фильтрации [5].

Представлены результаты идентификации диагонального сечения ЯВ второго порядка при погрешности измерений σ=1 % для числа узлов $r_1 = r_2 = 1$ и СКО ε = 0,02 при $\Delta a_и$=10 и $\Delta a_и$=65 (см. рисунок, *а*, *б*, соответственно). Графики показывают, что при использовании тестовых импульсов с шагом сетки по амплитуде $\Delta a_и < \Delta a_{и_{опт}}$ доминирует случайная ошибка, при значениях шага $\Delta a_и > \Delta a_{и_{опт}}$ — методическая, где $\Delta a_{и_{опт}}$ — оптимальный шаг сетки, при котором соответствующие погрешности идентификации ЯВ достигают минимума. Таким образом, в интерполяционном методе во временной области в качестве параметра регуляризации используется шаг сетки $\Delta a_и$ по амплитуде тестовых импульсов, выбором значения которого обеспечивается минимальная СКО идентификации ЯВ. Сглаживание получаемых результатов идентификации достигается применением вейвлет-преобразований.

Для исследуемого объекта получены минимальные значения ПНСКО $\varepsilon_{п_{мин}}$ идентификации ЯВ второго и третьего порядков (n = 2, 3) и соответствующие им оптимальные амплитуды тестовых импульсных сигналов $\Delta a_{и_{опт}}$ (см. таблицу).

Анализ результатов идентификации тестовой НДС показывает, что при точных измерениях откликов $\hat{y}_n(t, \delta_{\tau_1}, ..., \delta_{\tau_n})$ минимальная ПНСКО идентификации ЯВ второго порядка $\varepsilon_{п_{мин}}$ =4,83 % достигается при количестве узлов сетки по амплитуде, т. е. экспериментов с идентифицируемой НДС, $r_1 + r_2$= 4, а ПНСКО идентификации ЯВ третьего порядка $\varepsilon_{п_{мин}}$ = 2,03 % — при $r_1 + r_2$ = 6. При измерениях с погрешностью σ = 1% минимальная ПНСКО идентификации ЯВ второго порядка $\varepsilon_{п_{мин}}$ =13 % достигается при количестве узлов сетки $r_1 + r_2$ = 2, а идентификации ЯВ третьего порядка $\varepsilon_{п_{мин}}$ =48,1 % — при $r_1 + r_2$ = 4. Точность идентификации может быть повышена путем применения процедуры шумоподавления к полученным результатам идентификации ЯВ (2) и (3) вейвлет-преобразований. При этом минимальная СКО ε идентификации достигается при использовании материнского вейвлета *coiflet* — *coif4* с уровнем глубины разложения L=4. В результате получаются сглаженные решения, а ПНСКО идентификации уменьшается в 1,5…2,6 раза. Например, минимальная ПНСКО идентификации ЯВ второго порядка составляет $\varepsilon_{п_{мин}}$ =26,3 % при погрешности измерений σ=3 % и количестве узлов сетки r_1+r_2=2, после применения вейвлет-фильтрации минимальная ПНСКО $\varepsilon_{п_{мин}}$ =15,5 % .

 ISSN 2076-2429 (print)
ISSN 2223-3814 (on line)



Диагональные сечения ЯВ второго порядка $w_2(t,t)$: результаты идентификации в соответствии с алгоритмом (7) для числа узлов $r_1=r_2=1$ и СКО $\varepsilon=0,02$ при $\Delta a_и=10$ (а) и $\Delta a_и=65$ (б) при погрешности измерений $\sigma=1\%$ без применения (1) и с применением вейвлет-фильтрации (2); точные значения (3)

ПНСКО идентификации ЯВ второго и третьего порядков

Порядок ЯВ, n	Кол-во узлов, r_1+r_2	Минимальная ПНСКО идентификакции, $\varepsilon_{п_{мин}}$ (%), и оптимальные значения шага сетки по амплитуде, $\Delta a_{и_{опт}}$ (о.е.) при погрешностях измерений, σ(%)									
		Без сглаживания							Применение вейвлет–фильтрации		
		$\sigma=0$	$\sigma=1$		$\sigma=3$		$\sigma=5$		$\sigma=1$	$\sigma=3$	$\sigma=5$
		$\varepsilon_{п_{мин}}$	$\varepsilon_{п_{мин}}$	$\Delta a_{и_{опт}}$	$\varepsilon_{п_{мин}}$	$\Delta a_{и_{опт}}$	$\varepsilon_{п_{мин}}$	$\Delta a_{и_{опт}}$	$\varepsilon_{п_{мин}}$	$\varepsilon_{п_{мин}}$	$\varepsilon_{п_{мин}}$
2	2	4,85	13,0	34	26,3	45	37,5	53	10,9	15,5	19,2
	4	4,83	14,7	72	36,5	79	58,1	80	11,2	16,8	23,6
	6	4,84	19,6	84	54,1	86	88,1	87	11,6	20,8	31,5
3	4	3,94	48,1	51	84,3	65	118,1	69	24,78	44,7	55,88
	6	2,03	74,6	75	182	82	278,5	84	32,83	71,1	107,3

Представим теоретическое обоснование интерполяционного метода детерминированной идентификации нелинейных динамических систем на основе моделей Вольтерра во временной области. В качестве тестовых сигналов $x(t)$ предлагается использовать нерегулярные последовательности импульсов. Приводятся базовые формулы (4) и (5) для разработки вычислительных алгоритмов, реализующих метод идентификации — экспериментального определения диагонального $\hat{w}_n(t,t,...,t)$ (3) и поддиагональных $\hat{w}_n(t-\tau_1,...,t-\tau_n)$ (2) сечений многомерных ядер Вольтерра $w_n(t_1,\dots,t_n)$. Отличие этого метода от известных состоит в выделении парциальных составляющих откликов $y_n[x(t)]$ с помощью n-кратного дифференцирования их по амплитуде $a_и$ тестовых импульсов (1), что позволяет минимизировать методические погрешности идентификации. Для повышения вычислительной устойчивости алгоритмов предлагается применять процедуры шумоподавления к результатам идентификации ядер Вольтерра, основанные на вейвлет–преобразовании. Метод идентификации позволяет выбрать наилучшее по заданному критерию СКО ε или ПНСКО $\varepsilon_{п_{мин}}$ решение — сечения ядер Вольтерра — в условиях существенной неполноты и априорной неопределенности информации о свойствах исследуемой системы, т.е. для систем с неизвестной структурой (типа “черный ящик”) при неточных измерениях откликов.

Литература

1. Doyle, F.J. Identification and Control Using Volterra Models / F.J. Doyle, R.K. Pearson, D.A. Ogunnaike. — Published Springer Technology & Industrial Arts, 2001. — 314 p.
2. Данилов, Л.В. Теория нелинейных электрических цепей / Л.В. Данилов, П.Н. Матханов, Е.С. Филиппов. — Л.: Энергоатомиздат, 1990. — 256 с.
3. Апарцин, А.С. О повышении точности моделирования нелинейных динамических систем полиномами Вольтерра / А.С. Апарцин // Электронное моделирование. — 2001. — Т. 19. — № 6, С. 3 — 12.
4. Pavlenko, V.D. Computing of the Volterra Kernels of a Nonlinear System Using Impulse Response Data / V.D. Pavlenko, M. Massri, V.M. Ilyin // Proc. of 9th Intern. Middle Eastern Simulation Multiconference MESM´2008, August 26 — 28, 2008, Philadelphia University, Amman, Jordan. — P. 131 — 138.
5. Павленко, В.Д. Идентификация нелинейных динамических систем в виде ядер Вольтерры на основе данных измерений импульсных откликов / В.Д. Павленко // Электрон. моделирование. — 2010. — Т. 32. — № 3. — С. 3 — 18.

References

8. Pupkov, K.A. Metody klassicheskoy i sovremennoy teorii avtomaticheskogo upravleniya. Statisticheskaya dinamika i identifikatsiya sistem avtomaticheskogo upravleniya: ucheb. dlya vuzov. V 5 t. T. 2. [The methods of classical and modern automatic control theory. The statistical dynamics and identification of the automatic control systems: Textbook for High Schools. In 5 Vol. Vol. 2.] / K.A. Pupkov, N.D. Egupov. — M.: Izd-vo MGTU im. N.E. Baumana [Moscow: Publish. house of N.E. Bauman MSTU], 2004. — 638 p.
6. Doyle, F.J. Identification and Control Using Volterra Models / F.J. Doyle, R.K. Pearson, D.A. Ogunnaike. — Published Springer Technology & Industrial Arts, 2001. — 314 p.
7. Danilov, L.V. Teoriya nelineynykh elektricheskikh tsepey [Theory of nonlinear electrical circuits] / L.V. Danilov, P.N. Matkhanov, E.S. Filippov. — St. Petersburg, 1990. — 256 p.
8. Apartsyn, A.S. O povyshenii tochnosti modelirovaniya nelineynykh dinamicheskikh sistem polinomami Vol’terra [On improving the accuracy of modelling of nonlinear dynamic systems by Volterra polynomials] // Elektronnoe modelirovanie [Electronic Simulation]. — 2001. — Vol. 19. — # 6. — pp. 3 — 12.
9. Pavlenko, V.D. Computing of the Volterra Kernels of a Nonlinear System Using Impulse Response Data / V.D. Pavlenko, M. Massri, V.M. Ilyin // Proc. of 9th International Middle Eastern Simulation Multiconference MESM´2008, August 26 — 28, 2008, Philadelphia University, Amman, Jordan. — pp. 131 — 138.
10. Pavlenko, V.D. Identifikatsiya nelineynykh dinamicheskikh sistem v vide yader Vol’terry na osnove dannykhh izmereniy impul’snykh otklikov [Identification of Nonlinear Dynamic Systems in the Form of Volterra Kernels on the basis of pulse response measurements] / V.D. Pavlenko // Elektronnoe modelirovanie [Electronic Simulation]. — 2010. — Vol. 32. — #3. — pp. 3 — 18.

Рецензент д-р техн. наук, проф. Одес. нац. политехн. ун-та Положаенко С.А.

Поступила в редакцию 24 сентября 2013 г.