

19. Сальников, И. И. Растровые пространственно–временные сигналы в системах анализа изображений [Текст] / И. И. Сальников. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009. – 248 с.
20. Местецкий, Л. М. Непрерывная морфология бинарных изображений: фигуры, скелеты, циркуляры [Текст] / Л. М. Местецкий. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. – 286 с.
21. Serra, J. Image analysis and mathematical morphology [Text] / J. Serra. – London: Academic Press, 1982. – 605 p.
22. Pfalz, J. L. Computer representation of planar regions by their skeletons [Text] / J. L. Pfalz, A. Rosenfeld // Comm. of ACM. – 1967. – Vol.10, Issue 2. – P. 119–125. doi:10.1145/363067.363120
23. Zhang, T. Y. A fast parallel algorithm for thinning digital patterns [Text] / T. Y. Zhang, C. Y. Suen // Comm. of ACM. – 1984. – Vol. 27, Issue 3. – P. 236–239. doi:10.1145/357994.358023
24. Guo, Z. Parallel thinning with two subiteration algorithms [Text] / Z. Guo, R.W. Hall // Comm. of the ACM. – 1989. – Vol. 32, Issue 3. – P. 359–373. doi:10.1145/62065.62074
25. Stentiford, F. W. Some New heuristics for thinning binary handprinted characters for OCR [Text] / F. W. M. Stentiford, R. G. Mortimer // IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. – 1983. – Vol. 13, Issue 1. – P. 81–84. doi:10.1109/tsmc.1983.6313034
26. Поспелов, Д. А. Искусственный интеллект. Модели и методы: Справочник. В 3–х кн. Кн. 2. [Текст] / Д. А. Поспелов. – М.: Радио и связь, 1990. – 304 с.

*Розроблено перетворення з узагальненими гребінчастими масштабними та вейвлет-функціями, що відрізняються від інших методів вейвлет-перетворення аналізуючими функціями. Ці функції характеризуються лінійчатим спектром, що призводить до низьких обчислювальних витрат при визначенні на зображенні границь області структурної текстури, необхідних для досягнення мети геометричних розмірів. Запропоновані перетворення застосовано для локалізації судин на ангиограмах, що дозволило скоротити час обробки цих зображень*

*Ключові слова: гребінчастий фільтр, структурна текстура, узагальнена функція, масштабна функція, вейвлет-функція*

*Разработаны преобразования с обобщенными гребенчатыми масштабными и вейвлет-функциями, отличающиеся от используемых методов вейвлет-преобразования анализирующими функциями. Эти функции характеризуются линейчатым спектром, что приводит к низким вычислительным затратам при определении на изображении границ области структурной текстуры, требуемых для достижения цели геометрических размеров. Предложенные преобразования применены для локализации сосудов на ангиограммах, что позволило сократить время обработки этих изображений*

*Ключевые слова: гребенчатый фильтр, структурная текстура, обобщенная функция, масштабная функция, вейвлет-функции*

## 1. Введение

На современном этапе в таких задачах как обработка медицинских изображений или изображений отсканированных документов, контекстный поиск в базах данных, мониторинг развития транспортных

УДК 681.004.32  
DOI: 10.15587/1729-4061.2014.27791

# РАЗРАБОТКА ПРЕОБРАЗОВАНИЯ С ОБОБЩЕННЫМИ ГРЕБЕНЧАТЫМИ МАСШТАБНЫМИ И ВЕЙВЛЕТ-ФУНКЦИЯМИ ДЛЯ СЕГМЕНТАЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ

**М. В. Полякова**

Доктор технических наук, доцент\*  
E-mail: marina\_polyakova@rambler.ru

**В. Н. Крылов**

Доктор технических наук, профессор\*  
E-mail: viktor\_krylov@inbox.ru

**А. В. Ищенко**

Ассистент\*

E-mail: alesya.ishchenko@gmail.com

\*Кафедра прикладной математики и информационных технологий  
Одесский национальный политехнический университет  
пр. Шевченко, 1, г. Одесса, Украина, 65044

потоков и роста сельскохозяйственных угодий по аэрофотоснимкам применяются методы сегментации структурных текстур. Структурная текстура состоит из ограниченного числа непроеизводных элементов, под которыми понимаются связанные множества пикселей, характеризуемые некоторой совокупностью при-

знаков [1, 2]. Непроизводные элементы структурной текстуры находятся в отношении геометрического порядка. В результате сегментации структурных текстур проводится разбиение изображений на однородные области, различающиеся типом или пространственной организацией производных элементов текстуры. Кроме того, для ряда прикладных задач требуется определить на изображении границы объектов, заполненных структурной текстурой.

## 2. Анализ литературных источников и постановка проблемы

Особенности структурных текстур, в частности периодическая или квазипериодическая пространственная организация производных элементов, приводят к возникновению линий на спектре соответствующего изображения. Для выделения этих линий и анализа спектрального состава изображений структурной текстуры используются последовательный и параллельный подходы. В работе [3] авторами используется последовательный подход, а именно дискретное косинусное преобразование. Это преобразование характеризуется хорошими аппроксимационными свойствами, однако результат преобразования зависит от геометрических размеров однородной области на изображении [4]. Применение вейвлет-преобразования [5] позволяет обрабатывать текстурные области разных размеров, однако этот подход значительно снижает оперативность обработки изображений.

При параллельном подходе анализ спектрального состава структурной текстуры выполняют одновременно в нескольких частотных полосах. В работе [6] с использованием такого подхода проводилась обработка объектов, рассеянных по изображению. В результате были снижены вычислительные затраты и повышена оперативность обработки изображений [7]. При этом результат преобразования изображения при параллельном подходе не зависит от геометрических размеров текстурной области, что в большинстве случаев приводит к уменьшению эффективности обработки изображений.

В результате проведенного анализа преобразований, применяющихся при сегментации структурных текстур, замечено, что при построении анализирующих функций таких преобразований целесообразно использовать параллельный анализ спектрального состава изображений структурной текстуры чтобы сократить вычислительные затраты и при этом применять вейвлет-анализ для выделения объектов заданного размера.

## 3. Цель и задачи исследования

Целью работы являлось повышение оперативности обработки изображений структурных текстур путем создания методов преобразования, реализующих параллельный анализ спектрального состава этих изображений на основе вейвлет-анализа.

Для достижения поставленной цели решены следующие задачи:

- анализ литературных источников, позволяющий выделить преимущества и недостатки используемых в настоящее время преобразований изображений структурной текстуры;
- разработка методов преобразования изображений структурных текстур, анализирующие функции которых характеризуются линейчатым спектром;
- применение разработанных преобразований для локализации сосудов на ангиограммах.

## 4. Разработка преобразований с обобщенными гребенчатыми масштабными и вейвлет-функциями для сегментации изображений структурных текстур

При создании методов преобразования изображений структурных текстур использовалась известная из литературы математическая модель изображения области структурной текстуры на однородном фоне [8]. Пусть совокупность значений интенсивности изображения  $I(x, y)$  включает область структурной текстуры  $i(x, y)$ . Учтем, что линейчатый (дискретный) спектр функции (сигнала) состоит из отдельных линий, отображающих в заданном масштабе амплитуды гармоник, которые соответствуют частотам, кратным основной частоте. Такой спектр характеризует периодический сигнал. Кроме того, линейчатые спектры, могут принадлежать так называемым почти периодическим сигналам. Тогда они включают гармоники некрратных частот. Поэтому текстуру  $i(x, y)$ , состоящую из равноотстоящих производных элементов  $t(x, y)$ , опре-

делим формулой  $i(x, y) = t(x, y) * \sum_{k=1}^{L_y} \sum_{l=1}^{L_x} \delta(x - l\Delta x, y - k\Delta y)$ ,

где  $\delta(\cdot, \cdot)$  — дельта-функция;  $\Delta x, \Delta y$  — период следования производных элементов в столбце и строке изображения соответственно;  $L_x, L_y$  — их количество в столбце и строке изображения; «\*» — оператор свертки,  $t(x, y)$  — детерминированная функция пространственной координаты  $x$ , для которой существует преобразование Фурье. Так как изображение  $I(x, y)$  содержит текстурную область на однородном фоне, представим его значения интенсивности в виде разбиения на сегменты, которые могут пересекаться только в граничных точках:

$$I(x, y) = \begin{cases} c(x, y), & x \in \overline{\Omega \setminus \Omega_0}, \\ i(x, y), & x \in \Omega_0, \end{cases}$$

где  $c(x, y)$  — представление фона изображения;  $\Omega, \Omega_0$  — области определения всего изображения и текстурной области соответственно.

Согласно этой модели функция значений интенсивности для изображения области структурной текстуры на однородном фоне содержит детали на двух масштабах: на одном масштабе — непосредственно текстурную область, на другом — производные элементы, составляющие эту область. В строке или столбце изображения области структурной текстуры соответствует периодическая последовательность прямоугольных импульсов. Поэтому построение анализирующих функций преобразования для выделения области структурной текстуры на изображении с однородным фоном осуществлялось на основе ре-

шений двумасштабного разностного уравнения на решетке

$$\varphi(x) = \sum_{n=0}^N c_n \varphi(kx - n), \quad (1)$$

где  $n, k \in \mathbb{Z}, k \geq 2, x \in \mathbb{R}, c_n \in \mathbb{C}, n, k, c_n$  — константы, параметры этого уравнения,  $N$  — количество слагаемых в уравнении (1),  $\varphi(x)$  — неизвестная функция. С использованием обозначения  $\Delta = \frac{1}{k} \sum_{n=0}^N c_n$  введено следующее определение.

**Определение 1.** Обобщенной гребенчатой масштабной функцией назовем решение уравнения (1), для которого  $\Delta=1$ .

В определение введено слово «обобщенная», т. к. известно, что уравнение (1) с  $\Delta=1$  всегда имеет решение в классе обобщенных функций, которые сосредоточены на компактном множестве. Это решение в отдельных случаях может представлять собой и интегрируемую функцию.

Присутствие в определении 2 слова «гребенчатая» связано с отличительной особенностью решения уравнения (1) при  $\Delta=1$ : в частотной области приближению этого решения соответствует передаточная функция (ПФ) гребенчатого фильтра [9], который последовательно соединен с фильтром нижних частот, характеризующим огибающую спектра. Функция из определения 2 названа масштабной, т. к. решения уравнения (1) с  $\Delta=1$ , представляющие интегрируемые функции, используются в литературе для определения масштабных функций вейвлет-анализа (рис. 1, а, в).

Наряду с масштабными функциями для анализа структурных текстур целесообразно использовать вейвлет-функции, которые имеют нулевое среднее и характеризуют детали иерархического представления (рис. 1, б, г).

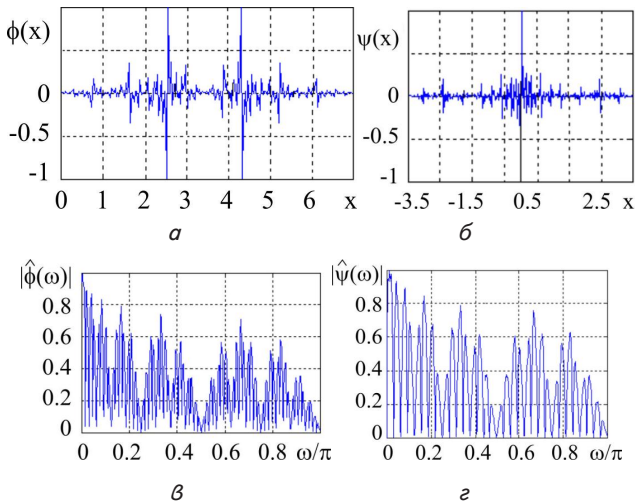


Рис. 1. Анализирующие функции преобразований: а — обобщенная гребенчатая масштабная функция; б — обобщенная гребенчатая вейвлет-функция; в, г — амплитудно-частотные характеристики этих функций

**Определение 2.** Обобщенной гребенчатой вейвлет-функцией назовем функцию  $\psi(x)$ , определяемую формулой

$$\psi(x) = \sum_{n=0}^N (-1)^{n+1} c_{N-n} \varphi(kx - n), \quad (2)$$

где  $\varphi(x)$  — обобщенная гребенчатая масштабная функция.

Такое определение обобщенной гребенчатой вейвлет-функции используется в многомасштабном анализе для того, чтобы для  $\psi(x)$  выполнялось условие нулевого среднего значения.

Вычисление значений функции  $\varphi(x)$ , представляющей решение двумасштабного разностного уравнения (1), выполнялось итерационно с помощью метода последовательных приближений. Согласно этому методу решение уравнения (1) представляет собой фиксированную точку  $\varphi(x) = G\varphi(x)$  линейного оператора

$$G\varphi(x) = \sum_{n=0}^N c_n \varphi(kx - n).$$

Ее получают в результате применения итеративной схемы  $\varphi_j(x) = G\varphi_{j-1}(x), j=1, 2, \dots$ ; к начальному приближению  $\varphi_0(x)$ . Аналогичным образом вычислялись значения функции  $\psi(x)$ .

Функции  $\varphi_j(x), \psi_j(x), j=1, 2, \dots$ , являющиеся последовательными приближениями обобщенной гребенчатой масштабной и вейвлет-функции, предлагается использовать в качестве анализирующих функций преобразований, которые подчеркивают границы области структурной текстуры на изображении с однородным фоном. Однако параметром этих преобразований выбран не масштаб вейвлета, а индекс  $j$  функций  $\varphi_j(x)$  и  $\psi_j(x)$ , т. к. в частотной области при возрастании  $j$  увеличивается и число основных гармоник у амплитудно-частотных характеристик этих функций, а ширина боковых лепестков на графиках этих характеристик убывает. Тогда изменение  $j$  позволяет настроить преобразования на конкретный тип текстуры, идентифицируемый определенными значениями протяженности импульса, соответствующего непродолговременному элементу структурной текстуры, и периода следования импульсов, характеризующего расстояние между непродолговременными элементами текстуры.

Для функции  $f(x) \in L_2(\mathbb{R})$  результат преобразования с обобщенными гребенчатыми масштабными функциями определяется формулой

$$T_\varphi(j, b) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \varphi_j(x - b) dx, \text{ где } b \text{ — параметр преобразо-}$$

вания, определяющий сдвиг аргумента анализирующей функции. Это преобразование является дискретным по параметру  $j$  и непрерывным по параметру  $b$ . Аналогичным образом введено преобразование функции  $f(x) \in L_2(\mathbb{R})$  с обобщенными гребенчатыми вей-

влет-функциями:  $T_\psi(j, b) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \psi_j(x - b) dx$ . В резуль-

тате исследования свойств обобщенных гребенчатых масштабных и вейвлет-функций в работе [8] доказано, что эти функции сосредоточены на компактных множествах. Функция, которая совпадает с обобщенной гребенчатой масштабной или вейвлет-функцией вне точек неинтегрируемых особенностей, в общем случае не ограничена. Однако последовательные приближения решения двумасштабного разностного уравнения по построению являются сплайнами и потому пред-

ставляют собой ограниченные функции. Функции  $\psi_j(x), j=1, 2, \dots$ , которым соответствуют регулярные функционалы, сходящиеся к обобщенной гребенчатой вейвлет-функции, удовлетворяют условию допустимости и имеют нулевое среднее значение, если значения коэффициентов двумасштабного разностного уравнения симметричны:  $c_n = c_{N-n}, n=0, 1, \dots, (N-1)/2$ ; а их количество  $N$  – четное. Выполнение условия допустимости  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\hat{\psi}(\omega)|}{|\omega|} d\omega < \infty$  позволяет по значениям

коэффициентов вейвлет-преобразования оценить значения исходной функции и проводить сегментацию изображений с использованием этих коэффициентов. Таким образом, в результате исследования свойств обобщенных гребенчатых масштабных и вейвлет-функций получены выводы, соответствующие задаче выделения границы области структурной текстуры на изображении с однородным фоном.

Выделение границ области структурной текстуры на изображении с однородным фоном с помощью преобразований с обобщенными гребенчатыми масштабными и вейвлет-функциями включает оценивание параметров этих функций. Однако если обобщенная гребенчатая масштабная функция построена, то обобщенную гребенчатую вейвлет-функцию легко получить по формуле (2). Поэтому в работе [10] проводилось только оценивание параметров обобщенной гребенчатой масштабной функции, которое выполнялось в 2 этапа.

На 1-м этапе строилась базовая функция, т. е. функция, форма которой определяет форму обобщенной гребенчатой масштабной функции, предназначенной для подчеркивания границ области структурной текстуры с известными параметрами этой текстуры. В качестве такой базовой функции предлагается выбирать результат преобразования Гильберта последовательности прямоугольных импульсов, умноженный на степенную функцию  $q(x) = 1/|x|^\alpha$ , где постоянная  $\alpha > 0$ . Параметры последовательности прямоугольных импульсов, под которыми подразумеваются протяженность и период следования импульсов, выбираются в зависимости от характеристик структурной текстуры.

На 2-м этапе на основе значений базовой функции выполнялась оценка параметров обобщенной гребенчатой масштабной функции. Под этими параметрами понимаются коэффициенты  $\{c_n\}_{n=0}^N$  двумасштабного разностного уравнения и количество итераций приближения решения этого уравнения  $k_{max}$ . При оценивании параметров обобщенной гребенчатой масштабной функции использовались известные из литературы линейные неоднородные уравнения для интерполяции значений  $\varphi(x)$  в диадических рациональных точках, т. е. на интервале  $x \in [0, N]$  с шагом  $2^{-k_{max}}$ . Для нашей задачи предполагалось, что в этих системах уравнений коэффициенты  $\{c_n\}_{n=0}^N$  являются неизвестными переменными. Поэтому формировались матрицы

$$\begin{aligned} M_0 &= \left\| \varphi(2j-k+1) \right\|_{j,k=1}^{N-1}, \\ A_0^1 &= \left\| \varphi(2j-k) \right\|_{j,k=1}^N, \\ A_0^{1/2} &= \left\| \varphi\left(2j-k-\frac{1}{2}\right) \right\|_{j,k=1}^N, \end{aligned}$$

$$A_1^{(2^{k_{max}-1}-1)/2^{k_{max}-1}} = \left\| \varphi(2j-k - (2^{k_{max}-1}-1)/2^{k_{max}-1}) \right\|_{j,k=1}^N.$$

Для нахождения коэффициентов  $\{c_n\}_{n=0}^N$  получены системы линейных неоднородных уравнений вида:

$$\begin{aligned} M_0 c &= \tilde{\varphi}(1), A_0^1 c = \varphi\left(\frac{1}{2}\right), A_0^{1/2} c = \varphi\left(\frac{1}{4}\right), A_1^{1/2} c = \varphi\left(\frac{1}{4}\right), \dots, \\ A_1^{(2^{k_{max}-1}-1)/2^{k_{max}-1}} c &= \varphi\left(\frac{2^{k_{max}-1}-1}{2^{k_{max}}}\right), \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\tilde{\varphi}(x) = (\varphi(x), \varphi(x+1), \dots, \varphi(x+N-2))^T$ ,  $\varphi(x) = (\tilde{\varphi}(x)^T, \varphi(x+N-1))^T$ ,  $c = (c_0, c_1, \dots, c_N)$ .

Системы уравнений (3) содержали  $2^{k_{max}} \times N - 1$  линейных неоднородных уравнений с  $(N+1)$  неизвестными. Так как количество уравнений превышало количество неизвестных, то коэффициенты  $\{c_n\}_{n=0}^N$  оценивались методом наименьших квадратов. В результате экспериментальных исследований оценивания параметров для обобщенных гребенчатых масштабных функций показана целесообразность его использования при отношении сигнал/шум 10 и выше по мощности, где отношение сигнал/шум оценивалось по Тихонову. При этом относительная погрешность оценивания параметров составила 0,23–0,34; а коэффициент корреляции с истинными значениями параметров составил 0,95–0,98.

### 5. Апробация результатов исследований

Разработанные преобразования применялись при обработке ангиограмм в системе поддержки принятия решений в кардиологии для локализации сосуда на ангиограмме, бинаризации ангиографического изображения и анализа бинарного изображения ангиограммы. Это обусловлено тем, что сосуд сердца на ангиограмме может быть представлен как древовидный объект. Тогда значения интенсивности строк или столбцов изображения такого объекта характеризуются последовательностью геометрически правильных повторяющихся элементов.

Проведенный анализ существующих информационных технологий сегментации сосудов на ангиограммах показал, что их использование не обеспечивает необходимой оперативности и качества сегментации, причем последнее определяет достоверность диагностического решения. В процессе диагностики возникает необходимость восстановления пространственной структуры коронарной артерии, что накладывает временные ограничения на процесс сегментации ангиографических изображений. Поэтому для сокращения времени обработки ангиограмм разработана информационная технология сегментации изображений сосудов на ангиограммах и анализа результата сегментации. В этой информационной технологии путем применения преобразования с обобщенной гребенчатой вейвлет-функцией (рис. 2) при локализации сосудов были заменены несколько уровней обработки одним.

Последнее достигается за счет того, что свертка с обобщенной гребенчатой вейвлет-функцией аналогична использованию набора полосовых фильтров. В

результате экспериментов было показано, что применение разработанной информационной технологии сегментации изображений сосудов на ангиограммах обеспечивает качество локализации сосудов, необходимое для принятия диагностического решения. При этом время обработки сокращается на 43 %, а характеристики достоверности выявления пикселей сосудов изменяются следующим образом: вероятность ошибки 1-го рода уменьшается на 21,5 %, а вероятность ошибки 2-го рода возрастает на 14 %.

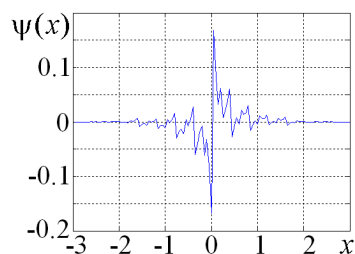


Рис. 2. Обобщенная гребенчатая вейвлет-функция, применяемая для локализации сосудов на ангиограммах

## 6. Выводы

Таким образом, в результате проведенного анализа литературы установлено, что в ряде прикладных областей при сегментации структурных текстур, целесообразно использовать параллельный анализ спектрального состава соответствующих изображений для уменьшения времени обработки и при этом применять вейвлет-анализ для выделения объектов заданного размера.

Разработаны преобразования с обобщенными гребенчатыми масштабными и вейвлет-функциями, которые отличаются от используемых методов вейвлет-преобразования анализирующими функциями. Эти функции характеризуются линейчатым спектром, что обуславливает низкие вычислительные затраты при определении на изображении границ области структурной текстуры требуемых для достижения цели геометрических размеров.

Применение разработанных преобразований в системе поддержки принятия решений в кардиологии позволило на 43 % сократить время сегментации ангиографических изображений.

## Литература

1. Харалик, Р. М. Статистический и структурный подходы к описанию текстур [Текст] / Р. М. Харалик // ТИИЭР. — 1979. — Т. 67, № 5. — С. 98–120.
2. Гонсалес, Р. Цифровая обработка изображений [Текст] / Р. Гонсалес; пер. с англ. П. Чочиа. — М.: Техносфера, 2005. — 1072 с.
3. Pun C.-M. Textural image segmentation using discrete cosine transform [Text] / C.-M. Pun, H.-M. Zhu // CIT'09 Proceedings of the 3rd International Conference on Communications and information technology. Athens, Greece, 2009. — P. 54–58.
4. Siravenha, A. C. Q. The use of Discrete Cosine Transform for satellite images segmentation and comparison to statistical metrics [Text] / A. C. Q. Siravenha, E. G. Pelaes // Anais XV Simposio Brasileiro de Sensoriamento Remoto – SBSR. Curitiba, PR, Brasil, 2011. — P. 7271–7278.
5. Tai, C. Wavelet frame based multi-phase image segmentation [Text] / C. Tai, X. Zhang, Z. Shen // SIAM J. Imaging Sci. — 2013. — Vol. 6, Issue 4. — P. 2521–2546. doi: 10.1137/120901751
6. Kennedy, H. L. Efficient velocity filter implementations for dim target detection [Text] / H. L. Kennedy // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. — 2011. — Vol. 47, Issue 4. — P. 2991–2999.
7. Kennedy, H. L. An efficient frequency-domain velocity-filter implementation for dim target detection [Text] / H. L. Kennedy // International Conference on Digital Image Computing: Techniques and Applications (DICTA). Sydney, Australia, 2010. — P. 39–44. doi: 10.1109/DICTA.2010.16
8. Полякова, М. В. Обобщенные масштабные функции с компактным носителем в задаче сегментации изображений упорядоченных текстур [Текст] / М. В. Полякова, В. Н. Крылов // Автоматика. Автоматизация. Электротехнические комплексы и системы: межвузовский журнал. — 2007. — № 1 (19). — С. 75–84.
9. Финкельштейн, М. И. Гребенчатые фильтры [Текст] / М. И. Финкельштейн. — М.: Советское радио, 1969. — 320 с.
10. Полякова, М. В. Метод определения параметров обобщенных гребенчатых масштабных функций [Текст] / М. В. Полякова, А. В. Ищенко // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. — 2013. — Т. 5, № 2(65). — С. 38–44. Режим доступа: <http://journals.uran.ua/eejet/article/view/18440/16179>