

В.М. Тонконогий, д-р техн. наук, А.А. Березовский,
А.В. Андросюк, Одесса, Украина,
Т.И. Носенко, канд. техн. наук, Киев, Украина

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ТЕПЛОМАССОБМЕННЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ВАКУУМНОМ КАТОДНОМ ОСАЖДЕНИИ ПОКРЫТИЙ

Запропоновані математичні моделі тепломасообмінних процесів при нанесенні покриттів на деталі машин і різальний інструмент методом конденсації у вакуумі на поверхні виробу речовини із плазмової фази з іонним бомбардуванням – методом КІБ. Моделі призначені для використання при проектуванні технологічного процесу нанесення, а також для управління процесом у реальному часі.

Предложены математические модели тепломассообменных процессов при нанесении покрытий на детали машин и режущий инструмент методом конденсации в вакууме на поверхности изделия вещества из плазменной фазы с ионной бомбардировкой — методом КИБ. Модели предназначены для использования при проектировании технологического процесса нанесения, а также для управления процессом в реальном времени.

V.M. TONKONOYI, A.A. BEREZOVSKIY, A.V. ANDROSIUK, T.I. NOSENKO
MATHEMATICAL MODELS OF HEAT-MASS EXCHANGE PROCESSES AT VACUUM CATHODIC SEDIMENTATION OF COVERINGS

Mathematical models of heat-mass exchange processes at coverings drawing on details of machines and cutting tool by a condensation method in vacuum on a surface of a product of substance from a plasma phase with ion bombardment – method CIB are offered. Models are intended for use at designing of technological process of drawing, and also for steering of process in real time.

Важнейшим фактором проектирования и управления процессами нанесения покрытий методом КИБ является наличие адекватной модели тепло-массообменных процессов в вакуумной камере. Построение такой модели рассмотрим отдельно для тепло и массообменных процессов.

Модель теплообменных процессов. Температура T инструмента на этом этапе считается зависящей только от времени: $T = T(\tau)$. Модель учитывает следующие переменные: выход $T(\tau)$ – температура инструмента; вход (управление) $U_{\text{и}}(\tau)$ – напряжение на подложке и возмущение $q(\tau)$ – тепловой поток от инструмента к кассете, в которой он закреплен.

Для построения динамической модели процесса нанесения покрытия *по температуре* запишем *энергетический баланс* для инструмента:

$$\frac{dQ_{\text{и}}}{d\tau} = q_{\text{дуги}} - q_{\text{к}} - q_{\text{изл}}, \quad (1)$$

где $Q_{\text{и}}$ – теплосодержание инструмента, Дж; $q_{\text{дуги}}$ – тепловой поток, входящий в инструмент за счет бомбардировки ионами, Дж/с; $q_{\text{к}}$ – тепловой поток, отдаваемый инструментом кассете, в которой он закреплен, Дж/с; $q_{\text{изл}}$ – тепловой поток, отдаваемый инструментом за счет излучения, Дж/с.

Полагая, как условлено, на этапе нанесения покрытия температуру инструмента T постоянной по всему его объему и зависящей только от времени, запишем для теплосодержания $Q_{и}$ [1]:

$$Q_{и} = c_{и}\rho_{и}V_{и}T, \quad (2)$$

где $c_{и}$ – теплоемкость материала инструмента, Дж/кг·К; $\rho_{и}$ – плотность материала инструмента, кг/м³; $V_{и}$ – объем инструмента, м³, или в дифференциальной форме:

$$\frac{dQ_{и}}{dt} = c_{и}\rho_{и}V_{и} \frac{dT}{dt}. \quad (3)$$

Тепловой поток, отдаваемый инструментом кассете, в которой он закреплен q_k является возмущением.

Напряжение подложки $U_{п}$ является управлением по температуре

$$u_{T} = U_{п}. \quad (4)$$

Тепловой поток от дуги может быть найден по уравнению [2]:

$$q_{изл}(\tau) = s\varepsilon\sigma_0 T_{п}^4(\tau), \quad (5)$$

где ε – степень черноты поверхности излучения; σ_0 – коэффициент излучения абсолютно черного тела ($\sigma_0 = 0,576 \cdot 10^{-7}$ Вт/м²·К⁴), а от излучения:

$$q(\tau) = js \left(\frac{E_0}{\bar{z}e} + U_{п}(\tau) \right) - s\varepsilon\sigma_0 T_{п}^4(\tau) \quad (6)$$

Подставляя (5), (6) и (3) в (1), получим дифференциальное уравнение динамики нагрева инструмента в процессе нанесения покрытия в виде:

$$c_{и}\rho_{и}V_{и} \frac{dT(\tau)}{dt} = -s\varepsilon\sigma_0 T^4(\tau) - q_k(\tau) + jsU_{п}(\tau) + js \frac{E_0}{\bar{z}e} \quad (7)$$

при начальных условиях:

$$T(0) = T_0. \quad (8)$$

Таким образом, в уравнении (7): $T(\tau)$ – выход объекта; $U_{п}(\tau)$ – управление; $q_k(\tau)$ – возмущение.

После преобразований и подстановок: $c_{и}\rho_{и}V_{и} = a_1$; $s\varepsilon\sigma_0 = a_2$; $js = a_3$;

$js \frac{E_0}{\bar{z}e} = a_4$ получим из (7) окончательно [3]:

$$a_1 \frac{dT(\tau)}{dt} = -a_2 T^4(\tau) - q(\tau) + a_3 U_{п}(\tau) + a_4. \quad (9)$$

Положим в нелинейном дифференциальном уравнении (9) $q(\tau) = \text{const}$; $U_{п}(\tau) = \text{const}$. Тогда после разделения переменных оно принимает вид:

$$\frac{dT}{A^4 - T^4} = B d\tau, \quad (10)$$

$$A = A(u, q) = \sqrt[4]{\frac{a_3 u + a_4 - q}{a_2}}; \quad B = \frac{a_2}{a_1}. \quad (11)$$

где

После интегрирования уравнения (10) [4, 5] получаем:

$$\frac{1}{4A^3} \ln \frac{A+T}{A-T} + \frac{1}{2A^3} \operatorname{arctg} \frac{T}{A} = B\tau + C \quad (12)$$

Постоянную интегрирования C найдем из начального условия (8):

$$C = \frac{1}{4A^3} \ln \frac{A+T_0}{A-T_0} + \frac{1}{2A^3} \operatorname{arctg} \frac{T_0}{A} \quad (13)$$

Наконец, подставляя (13) в (12), получим окончательное решение [3]:

$$\frac{1}{2A^3 B} \left[0,5 \ln \frac{(A+T)(A-T_0)}{(A-T)(A+T_0)} + \operatorname{arctg} \frac{A(T-T_0)}{A^2 + TT_0} \right] = \tau \quad (14)$$

Программным решением для этой стадии процесса является постоянное значение температуры $T_{\text{пр}} = T_{\text{нан}}$, а программным управлением некоторое значение $U_{\text{п(пр)}}$, обеспечивающее заданное значение температуры в статическом режиме.

Модель массообменных процессов. Технологическая схема массообменных процессов на этапе нанесения покрытия приведена на рис. 1. На схеме обозначены учитываемые моделью потоки азота: $m_{\text{под}}$ – регулируемая подача газа из отдельной емкости; $m_{\text{нат}}$ – натекание воздуха в вакуумную камеру через дефекты уплотнений; $m_{\text{отс}}$ – расход азота за счет откачки вакуумным насосом; $m_{\text{хр}}$ – расход азота на химическую реакцию с титаном при образовании нитрида титана TiN.

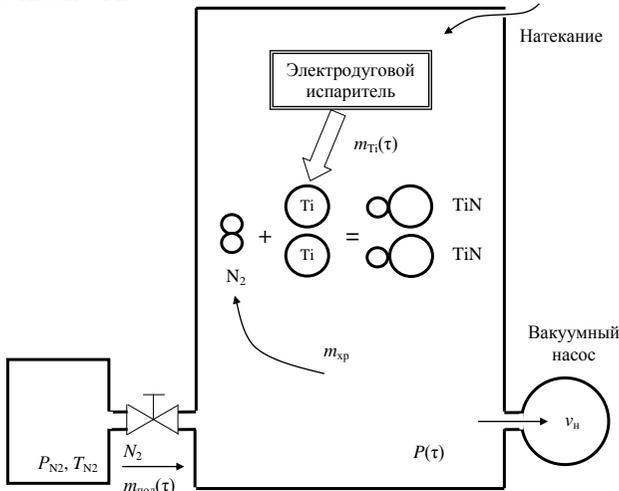


Рисунок 1 – Технологическая схема процесса нанесения ионно-плазменного покрытия на режущий инструмент (массовая составляющая)

Для построения динамической модели процесса нанесения покрытия по давлению азота запишем массовый баланс для газа в вакуумной камере:

$$\frac{dM_{N_2}}{d\tau} = m_{\text{под}} + m_{\text{нат}} - m_{\text{отс}} - m_{\text{хр}}, \quad (15)$$

где M_{N_2} – масса газообразного азота в вакуумной камере, кг; $m_{\text{под}}$ – приход азота за счет принудительной подачи его в камеру, кг/с; $m_{\text{нат}}$ – приход азота за счет натекания воздуха из атмосферы из-за негерметичности камеры, кг/с; $m_{\text{отс}}$ – расход азота за счет работы вакуумного насоса, кг/с; m_{xp} – расход азота на химические реакции в камере, кг/с.

Полагая на этапе нанесения объем вакуумной камеры и температуру газа постоянными, запишем на основании закона Менделеева-Клапейрона:

$$M_{N_2} = \frac{\mu_{N_2} V_k}{RT_k} P_{N_2}, \quad (16)$$

где μ_{N_2} – молекулярный вес азота ($\mu_{N_2} = 28$); V_k – объем вакуумной камеры, м³; R – универсальная газовая постоянная ($R = 8,314$ Дж·г-моль/К), м³; T_k – температура газовой смеси в вакуумной камере, К; P_{N_2} – парциальное давление азота, Па, или в дифференциальной форме:

$$\frac{dM_{N_2}}{dt} = \frac{\mu_{N_2} V_k}{RT_k} \cdot \frac{dP_{N_2}}{dt}. \quad (17)$$

Массовый приход азота за счет принудительной подачи его в камеру $m_{\text{под}}$ является управлением по давлению:

$$u_p = m_{\text{под}}, \quad (18)$$

Массовый приход азота за счет натекания воздуха из атмосферы из-за негерметичности камеры $m_{\text{нат}}$ в пределах одного цикла нанесения является величиной постоянной и равной:

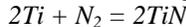
$$m_{\text{нат}} = 0,79 \frac{\mu_{N_2} H}{RT_k}, \quad (19)$$

где 0,79 – доля парциального давления азота в воздухе; H – натекание, м³·Па/с. Массовый расход азота за счет работы вакуумного насоса $m_{\text{отс}}$ определяется из выражения:

$$m_{\text{отс}} = \frac{\mu_{N_2} v_n}{RT_k} P_{N_2} \quad (20)$$

где v_n – объемная производительность вакуумного насоса, м³/с.

Наконец, массовый расход азота на химические реакции в камере m_{xp} может быть рассчитан, исходя из стехиометрии химической реакции



по формуле:

$$m_{\text{xp}} = m_{Ti} \cdot \frac{0,5\mu_{N_2}}{\mu_{Ti}}, \quad (21)$$

где m_{Ti} – масса титана, израсходованного за один цикл нанесения, кг; τ_n , τ_k – соответственно, время начала и окончания цикла, с; μ_{Ti} – молекулярный вес титана ($\mu_{Ti} = 48$).

Подставляя (17) – (21) в (15), получим дифференциальное уравнение динамики изменения давления газов в вакуумной камере в процессе нанесения покрытия в виде:

$$\frac{\mu_{N_2} V_K}{RT_K} \cdot \frac{dP_{N_2}(\tau)}{d\tau} = -\frac{\mu_{N_2} v_H}{RT_K} P_{N_2}(\tau) + m_{\text{под}}(\tau) - \frac{0,5\mu_{N_2}}{\mu_{Ti}} m_{Ti}(\tau) + 0,79 \frac{\mu_{N_2} H}{RT_K} \quad (22)$$

при начальном условии:

$$P_{N_2}(0) = P_{N_2,0} \quad (23)$$

После преобразований и подстановок:

$$a_1 = \frac{\mu_{N_2} V_K}{RT_K}; \quad a_2 = \frac{\mu_{N_2} v_H}{RT_K}; \quad a_3 = \frac{0,5\mu_{N_2}}{\mu_{Ti}}; \quad a_4 = 0,79 \frac{\mu_{N_2} H}{RT_K}$$

получим окончательно:

$$a_1 \frac{dP_{N_2}(\tau)}{d\tau} = -a_2 P_{N_2}(\tau) + m_{\text{под}}(\tau) - a_3 m_{Ti}(\tau) + a_4 \quad (24)$$

Полагая в (24) $m_{\text{под}}(\tau) = \text{const}$ и $m_{Ti}(\tau) = \text{const}$, а также:

$$A = \frac{a_2}{a_1}; \quad B = \frac{m_{\text{под}} - a_3 m_{Ti} + a_4}{a_1} \quad (25)$$

преобразуем линейное дифференциальное уравнение (24) к виду:

$$\frac{dP_{N_2}(\tau)}{d\tau} + AP_{N_2}(\tau) - B = 0; \quad P_{N_2}(0) = P_{N_2,0} \quad (26)$$

Уравнение (26) имеет следующее решение [3]:

$$P_{N_2} = \left(P_{N_2,0} - \frac{B}{A} \right) e^{-A\tau} + \frac{B}{A} \quad (27)$$

Программным решением для этой стадии процесса является постоянное значение давления $P_{N_2} = P_{N_2,0}$, а программным управлением некоторое значение $m_{\text{под(пр)}}$, обеспечивающее заданное значение давления в статическом режиме.

Список использованных источников: 1. Лыков А.В. Теория тепло- и массопереноса / А.В. Лыков, Ю.А. Михайлов. – М. – Л.: Госэнергоиздат, 1963. – 536 с. 2. Блох А.Г. Основы теплообмена излучением. – М.: Госэнергоиздат, 1962. – 332 с. 3. Тонконогий В.М. Моделирование технологического процесса нанесения вакуумного износостойкого покрытия на режущий инструмент / Материалы XI семинара «Моделирование в прикладных научных исследованиях». – Одесса: ОНПУ, 2004. – С. 17 – 20. 4. Пехович А.И. Расчеты теплового режима твердых тел / А.И. Пехович, В.М. Жидких. – Ленинград: Энергия, 1976. – 351 с. 5. Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: Высшая школа, 1967. – 409 с.

Поступила в редколлегию 12.05.2011

Bibliography (transliterated): 1. Lykov A.V. Teorija teplo- i massoperenosa / A.V. Lykov, Ju.A. Mihajlov. – M. – L.: Gosjenergoizdat, 1963. – 536 s. 2. Bloh A.G. Osnovy teploobmena izlucheniem. – M.: Gosjenergoizdat, 1962. – 332 s. 3. Tonkonogij V.M. Modelirovanie tehnologicheskogo processa nanesheniya vakuumnogo iznosostojkogo pokrytija na rezhujij instrument / Materialy HI seminaru «Modelirovanie v prikladnyh nauchnyh issledovanijah». – Odessa: ONPU, 2004. – S. 17 – 20. 4. Pehovich A.I. Raschety teplovogo rezhima tverdyh tel / A.I. Pehovich, V.M. Zhidkih. – Leningrad: Jenergija, 1976. – 351 s. 5. Matveev N.M. Metody integrirovaniya obyknovennyh differencial'nyh uravnenij. – M.: Vysshaja shkola, 1967. – 409 s.