

УДК 621.396.6

Є.О. Чемес, канд. техн. наук, доц.,
Ю.О. Андреева, магістр,
Одес. нац. політехн. ун-т

АНАЛІЗ МЕТОДУ ПРЯМОГО ЦИФРОВОГО СИНТЕЗУ ГАРМОНІЧНИХ КОЛИВАНЬ

Є.О. Чемес, Ю.О. Андреева. Аналіз методу прямого цифрового синтезу гармонічних коливань. Виконано аналіз методу формування сигналів прямим цифровим синтезом. Отримано вирази, що визначають мінімальну та максимальну частоти генератора і розрядність суматора накопичення з врахуванням обмеження максимальної частоти, яке визначається допустимим погіршенням динамічного діапазону та складністю генератора.

Ключові слова: цифровий синтез, гармонічне коливання, частота, розрядність, діапазон

Е.А. Чемес, Ю.А. Андреева. Анализ метода прямого цифрового синтеза гармонических колебаний. Выполнен анализ метода формирования сигналов прямым цифровым синтезом. Получены выражения, определяющие минимальную и максимальную частоты генератора и разрядность сумматора накопления с учетом ограничения максимальной частоты, определяемого допустимым ухудшением динамического диапазона и сложностью генератора.

Ключевые слова: цифровой синтез, гармоническое колебание, частота, разрядность, диапазон

E.A. Chemes, Yu.A. Andreeva. Analysis of the method of direct digital synthesis of harmonic oscillations. The method of signal formation by direct digital synthesis is analyzed. The expressions defining the minimum and maximum frequencies of the generator and word length of the accumulation adder are obtained taking into account the restriction of maximum frequency, determined by admissible deterioration of dynamic range and complexity of the generator.

Keywords: digital synthesis, harmonic oscillation, frequency, word length, range.

Складовими багатьох електронних пристроїв є генератори гармонічних коливань. Вони повинні мати високу стабільність частоти, малий рівень побічних спектральних складових, можливості модуляції і точної зміни частоти з малими перехідними процесами; краще, щоб це виконувалося цифровими кодами. Генератори використовують і як самостійні прилади для налагодження і перевірки радіотехнічних пристроїв. У цьому випадку вони повинні ще працювати в широкому діапазоні частот, давати можливість зміни частоти з малим кроком. Аналогові генератори гармонічних коливань не задовольняють таким вимогам. Тому розробниками запропоновано вести формування гармонічних коливань методом прямого цифрового синтезу, який завдяки своїм можливостям знайшов широке використання [1]. Сприяє побудові таких генераторів комплексне використання швидкодіючих аналогової і цифрової елементних баз.

У багатьох роботах ведуться дослідження методу прямого цифрового синтезу, метою яких є покращання параметрів пристроїв, зокрема, збільшення динамічного діапазону, у якому формуються сигнали [2], та розширення функціональних можливостей генераторів [2, 3]. Проте нині відсутній аналіз, результатом якого були б вирази, що дозволяють визначити параметри генератора прямого цифрового синтезу на основі даних щодо потрібного частотного діапазону, кроку переналагодження частоти, складності вибіркової частини генератора.

Багатоканальний генератор прямого цифрового синтезу (ГПЦС) може формувати S цифрових і аналогових коливань (рис. 1). У загальному випадку їх частоти різні. При рівних частотах формуються когерентні коливання. Опираючись на схему, проаналізуємо процес формування гармонічного коливання.

В аналоговій формі синусоїдальне коливання з амплітудою U_0 , круговою частотою ω , початковою фазою φ_0 подається виразом

$$U(t) = U_0 \sin(\omega t + \varphi_0).$$

Фаза коливання $(\omega t + \varphi_0)$ змінюється лінійно.

Формування коливання відбувається так. У суматорі накопичення розрядністю m формується цифровий код, значення якого зростають з часом і відповідають плинним значенням фази у дискретні часові моменти. З виходу буферного регістра старші $m-l$ розряди коду надходять на адресні входи пристрою постійної пам'яті (ППП), в комірки якої записані дискретні квантовані відліки синусоїдальної функції. Швидкість зміни коду фази визначається кодом частоти, який задається k -розрядним числом, що встановлюється на одному з входів суматора. Код може приймати значення: $k = 0, 1, \dots, k_{\max}$, де $k_{\max} = 2^{m-l}$ — максимальне значення коду (величини m, l будуть визначені далі).

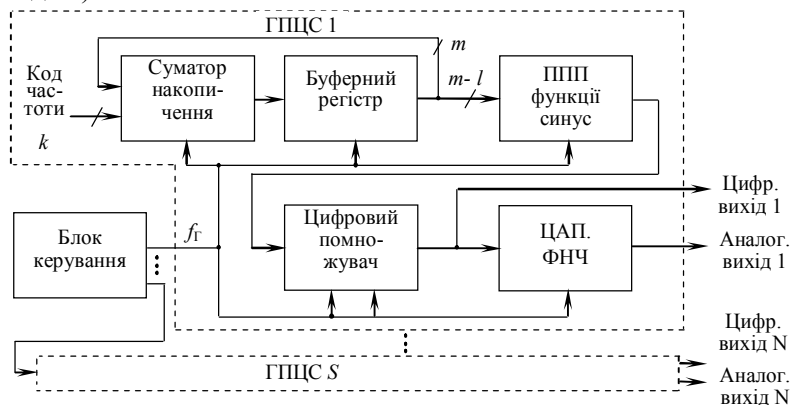


Рис. 1. Структурна схема багатоканального пристрою

З приходом кожного імпульсу тактового генератора, які надходять з частотою $f_T = 1/T_T$, де T_T — період надходження імпульсів, вміст суматора збільшується на значення, що дорівнює величині коду частоти k . Чим більше число k , тим скоріше зростає вміст суматора накопичення і більшою є швидкість зміни фази. Період коливання, що генерується, визначається часом, на протязі якого заповнюється суматор ємністю $N = 2^m$ одиниць. Пристрій постійної пам'яті функції синус є перетворювачем лінійного коду фази в нелінійну функцію амплітуди вихідного коливання [4, 5].

На часових діаграмах рисунків 2, а і 2, б умовно відображено процеси отримання гармонічного коливання $U(t)$ тривалістю в один і два періоди: $T_1 = 8T_T$, $T_2 = 4T_T$. Зменшення періоду

досягнуто за рахунок збільшення у два рази коду частоти k . На рисунку 2, б це проявилось у два рази більших стрибках фази $\varphi(nT_\Gamma)$ у моменти часу nT_Γ , $n = 0, 1, \dots$.

Цифрові відліки гармонічного коливання зчитуються з пристрою пам'яті і через цифровий помножувач зміни амплітуди, що керується зовнішнім входом, надходять на цифро-аналоговий перетворювач (ЦАП). На його тактовий вхід подаються імпульси з частотою f_Γ , тому спектр на виході ЦАП є періодичним з періодом f_Γ . Для виділення першої гармоніки коливання використовується фільтр нижніх частот (ФНЧ).

Знайдемо залежність між вихідною частотою та іншими параметрами вузлів цифрового генератора. На виході ППП у моменти часу nT_Γ формуються відліки $U(nT_\Gamma)$ гармонічного коливання, що має амплітуду U_0 , кругову частоту ω_k та початкову фазу φ_0 ,

$$U(nT_\Gamma) = U_0 \sin(\omega_k nT_\Gamma + \varphi_0). \quad (1)$$

Початкова фаза φ_0 для аналізу не є важливою, тому приймемо $\varphi_0 = 0$. Значення фаз φ_{kn} та $\varphi_{k(n+1)}$ у моменти часу nT_Γ і $(n+1)T_\Gamma$ при частоті ω_k

$$\varphi_{kn} = \omega_k nT_\Gamma, \quad \varphi_{k(n+1)} = \omega_k (n+1)T_\Gamma.$$

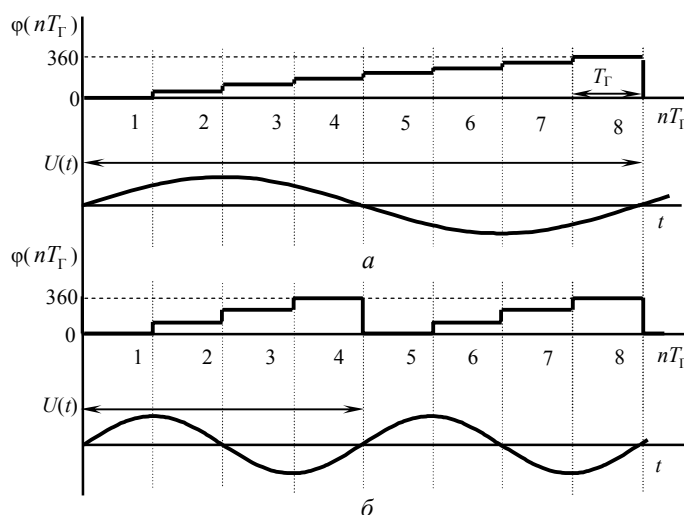


Рис. 2. Часові діаграми пояснення процесів формування гармонічних коливань різних частот: $T_1=8T_\Gamma$ (а), $T_2=4T_\Gamma$ (б)

Різниця фаз сусідніх відліків пропорційна частоті ω_k і періоду T_Γ

$$\Delta\varphi_k = \varphi_{k(n+1)} - \varphi_{kn} = \omega_k T_\Gamma. \quad (2)$$

З виразу (2) знайдемо кругову частоту

$$\omega_k = \Delta\varphi_k / T_\Gamma. \quad (3)$$

Оскільки вихідний код суматора накопичення, що задає значення фази, змінюється в діапазоні $0, 1, \dots, 2^m - 1$, а плинне значення фази — в діапазоні $0 \dots 2\pi$, то $\Delta\varphi_k$ можна подати добутком

$$\Delta\varphi_k = \Delta\varphi_{\min} k, \quad (4)$$

де $\Delta\varphi_{\min}$ — мінімально можливий фазовий зсув між сусідніми відліками, який має місце при $k = 1$.

$$\Delta\varphi_{\min} = 2\pi / 2^m. \quad (5)$$

З урахуванням (4) і (5) вираз (3) для частоти ω_k набуває вигляду

$$\omega_k = 2\pi k / 2^m T_\Gamma. \quad (6)$$

Перейдемо в (6) від кругової частоти ω_k до лінійної f_k і підставимо замість періоду T_Γ його значення $T_\Gamma = 1/f_\Gamma$. У результаті отримаємо вираз для k -го значення частоти f_k

$$f_k = f_\Gamma k / 2^m. \quad (7)$$

Мінімальне значення частоти f_{\min} і мінімальний крок її зміни отримаємо з (7) при $k = 1$.

$$f_{\min} = f_\Gamma / 2^m. \quad (8)$$

Знайдемо $k = k_{\max}$ і відповідно максимальну частоту генератора f_{\max} .

З виразу (7) випливає, що при $k = 2^m / 2$ частота сигналу, що формується, у два рази менша частоти тактового генератора: $f_k = f_\Gamma / 2$. Згідно з теоремою дискретизації це є гранична ситуація відновлення аналогової функції за її дискретними значеннями. Тому $k_{\max} = 2^m / 2$, що дозволяє записати

$$f_\Gamma / f_{\max} = 2^m / k_{\max} = 2. \quad (9)$$

Розглянемо далі процес формування гармонічного коливання у частотній площині. Зміна амплітуд відліків у цифровому помножувачі не впливає на структуру спектра, а тільки пропорційно змінює амплітуди спектральних складових. Спектр на виході ЦАП є періодичним з періодом f_Γ . На рисунку 3 наведено частини спектрів гармонічних коливань для мінімальної f_{\min} і максимальної f_{\max} частот. Спектральні складові зображені відповідно штрих-пунктиром і суцільними лініями. Пунктиром зображена амплітудно-частотна характеристика ФНЧ зі смугою прозорості в діапазоні $0 \dots f_{\max}$.

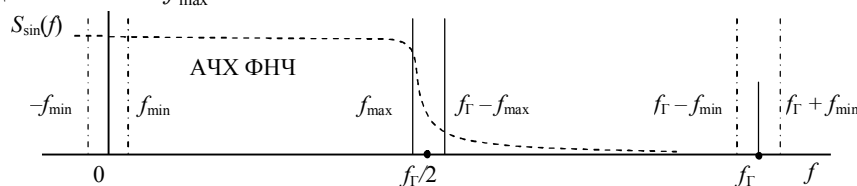


Рис. 3. АЧХ аналогового ФНЧ та частини спектрів гармонічних коливань при мінімальній f_{\min} і максимальній f_{\max} частотах генератора прямого цифрового синтезу

ФНЧ не є ідеальним, тому проблема селекції виникає, коли максимальна частота f_{\max} наближається до значення $f_\Gamma / 2$. Тут має місце спад частотної характеристики, а також фільтр виділяє спектральну складову з частотою $f_\Gamma - f_{\max}$, яка є завадою для корисної складової f_{\max} . Відношення сигнал/завада у сучасних генераторів знаходиться на рівні 60...100 дБ. Тому вимоги до крутизни зрізу АЧХ фільтра при $f_{\max} \rightarrow f_\Gamma / 2$ зростатимуть, і в граничній ситуації $f_{\max} = f_\Gamma / 2$ фільтр не може бути реалізованим. Вихід з цієї ситуації можна знайти тільки в обмеженні частоти f_{\max} . При цьому задачу проектування необхідно сформулювати так: необхідно визначити, якою може бути частота f_{\max} при мінімально допустимому відношенні потужності основної гармоніки до потужності складових спектра, які попадають у смугу прозорості ФНЧ, і можливостями реалізації ФНЧ. Результатом цього стане визначення величини коефіцієнта обмеження $k_{\text{обм}} > 1$, який потрібно ввести до виразу (9)

$$f_\Gamma / f_{\max} = 2^m / k_{\max} = 2k_{\text{обм}}. \quad (10)$$

З (10) знаходимо значення k_{\max} та верхню частоту f_{\max} генератора

$$k_{\max} = 2^{m-1} / k_{\text{обм}}, \quad (11)$$

$$f_{\max} = f_{\Gamma} / 2k_{\text{обм}}. \quad (12)$$

Розділивши (12) на (8), знайдемо діапазон робочих частот ГПЦС.

$$D_f = f_{\max} / f_{\min} = 2^{m-1} / k_{\text{обм}}. \quad (13)$$

Проведемо аналіз виразів (8...13). З (8) та (12) випливає, що мінімальне та максимальне значення частот залежать від частоти f_{Γ} тактового генератора. Для підвищення частоти f_{\max} потрібно збільшувати тактову частоту, але це приводить до збільшення частоти f_{\min} і кроку налаштування генератора. Збільшити f_{\max} , залишивши незмінною f_{\min} , можна при пропорційному збільшенні частоти f_{Γ} і ємності суматора накопичення. Відносний діапазон (13) не залежить від частоти f_{Γ} . Якщо відомим є діапазон частот D_f , то з (13) можна знайти розрядність суматора накопичення m

$$m = 1 + \log_2 D_f k_{\text{обм}} = 1 + \lg(D_f k_{\text{обм}}) / \lg 2. \quad (14)$$

Розрядність суматора (14) визначає і потрібну кількість комірок ППП функції синус. Наприклад, при $f_{\min} = 1$ Гц, $f_{\max} = 100$ МГц, $k_{\text{обм}} = 4$ отримуємо $m = 30$. Тобто постійна пам'ять повинна містити 2^{30} комірок. Щоб значення функції не повторялися, відліки повинні мати дуже велику розрядність. Для спрощення генератора можна зменшити кількість комірок пам'яті до значення $2^{m-l} - 1$ [3, 5], як це показано на рисунку 1, а для їх адресації використати $m-l$ старших розрядів суматора накопичення. Незмінність частоти f_{Γ} відліків на виході ЦАП, забезпечується тим, що інформація кожної комірки пам'яті повторяється $(2^m / 2^{m-l}) = 2^l$ разів. Кількість комірок можна ще зменшити в 2...4 рази, якщо врахувати симетричність синусоїдальної функції.

Для подальшого спрощення генератора можна обмежити розрядність відліків m_p , що входять у пам'яті, хоча це збільшує крок Δ подання амплітуди і дисперсію шуму квантування $\sigma^2 = \Delta^2 / 12$. Динамічний діапазон зміни амплітуд, обмежений шумом квантування, при перетворенні у цифрову форму випадкового сигналу складає в децибелах [5]

$$D_a \approx 6m_p + c, \quad (15)$$

де $c = (1...2)$ дБ — коефіцієнт, що залежить від статистичних властивостей сигналу.

Спрощення генератора призводить до появи у його спектрі додаткових гармонічних складових і погіршенню відношення сигнал/шум, аналізу якого приділяється багато уваги [2, 5].

Таким чином виконано аналіз ГПЦС, у результаті якого математично строго отримані вирази (8), (12), (14), що визначають мінімальну та максимальну частоти генератора і розрядність суматора накопичення. Введено коефіцієнт обмеження максимальної частоти сигналу, який визначається допустимим погіршенням динамічного діапазону та складністю реалізації вибірних ланцюгів генератора.

Література

1. Tierney, J. A Digital Frequency Synthesizer / J. Tierney, C. Rader, B. Gold // IEEE Trans. Audio and Electroacoust. — 1971, Mar. — P. 48 — 57.
2. Стешенко, В.Б. Цифровые синтезаторы прямого синтеза частот [Электронный ресурс] / В.Б. Стешенко. — Спб.: Компоненты и технологии. — 2002. — http://www.kit-e.ru/articles/dsp/2002_7_56/. — 15.02.10.

3. Чемес, Е.А. Цифро-аналоговое формирование сигналов / Е.А. Чемес, В.И. Великий, Е.С. Чемес // МНПК “Современ. информ. и электрон. технологии”. — Одесса. — 2009. — С. 228.
4. Мерфи, Е. Прямой цифровой синтез в тестовом, измерительном и коммуникационном оборудовании [Электронный ресурс] / Е. Мерфи, К. Слеттери. — СПб.: Компоненты и технологии, — 2006. — http://www.kit-e.ru/articles/dsp/2006_8_52/ — 10.01.12.
5. Vankka, J. Digital Synthesizers and Transmitters for Software Radio / J. Vankka. — Helsinki: University of Technology, Finland. — 2005. — 360 p.

References

1. Tierney, J. A Digital Frequency Synthesizer / J. Tierney, C.Rader, B.Gold // IEEE Trans. Audio and Electroacoust. — 1971, Mar. — pp. 48 — 57.
1. Steshenko, V.B. Tsifrovye sintezatory pryamogo sinteza chastot [Elektronniy resurs] [Digital Synthesizers for Direct Synthesis of Frequencies] [Electronic resource] / V.B. Steshenko. — St.-Petersburg, Components and Technologies. 2002. — Available at: http://www.kit-e.ru/articles/dsp/2002_7_56/ — 15.02.10.
2. Chemes, E.A. Tsifro-analogovoe formirovanie signalov [Digital-to-Analog Formation of Signals] / E.A. Chemes, V.I. Velikiy, E.S. Chemes // МНПК “Modern information technologies”. — Odessa. — 2009. — p. 228.
3. Merfi, E. Pryamoy tsifrovoy sintez v testovom, izmeritel'nom, i kommunikatsionnom oborudovanii [Elektronniy resurs] [Direct Digital Synthesis in the Test, Measuring and Communication Equipment] [Electronic resource] / E. Merfi. — St.-Petersburg, 2006. — Available at: http://www.kit-e.ru/articles/dsp/2006_8_52/. — 10.01.12 p.
4. Vankka, J. Digital Synthesizers and Transmitters for Software Radio / J. Vankka. — Helsinki: University of Technology, Finland. — 2005. — 360 p.

Рецензент д-р техн. наук, проф. Одес. нац. політехн. ун-ту Філіпський Ю.К.

Надійшла до редакції 20 січня 2012 р.