МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ОДЕСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

КАФЕДРА ПРОГРАМНИХ І КОМП’ЮТЕРНО-ІНТЕГРОВАНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ З ДИСЦИПЛІНИ

Надійністні характеристики обладняння

(Лабораторний практикум)

Для студентів інституту штучного інтелекту та робототехніки

Перший (бакалаврський) рівень вищої освіти

Спеціальність: 151 – Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології

Освітньо-професійна програма: Комп'ютерні технології автоматизації.

Одеса 2022

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ОДЕСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

КАФЕДРА ПРОГРАМНИХ І КОМП’ЮТЕРНО-ІНТЕГРОВАНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ З ДИСЦИПЛІНИ

Надійністні характеристики обладняння

(Лабораторний практикум)

Для студентів інституту штучного інтелекту та робототехніки

Перший (бакалаврський) рівень вищої освіти

Спеціальність: 151 – Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології

Освітньо-професійна програма: Комп'ютерні технології автоматизації.

Затверджено на засіданні

кафедри програмних і комп’ютерно-інтегрованих технологій

Протокол № 7 від 26.01.2022 р.

Одеса 2022

Методичні вказівки з дисципліни Надійністні характеристики обладняння. (Лабораторний практикум): для студ. напряму 151 «Автоматизацiя та комп’ютерно-iнтегрованi технологiї» денної та заочної форм навчань./ Укл. Брунеткін О.І. – Одеса: ОП, 2022. – 53 с.

Зміст

[Вступ 4](#_Toc93510162)

[1. РОЗРАХУНОК ПОКАЗНИКІВ НАДІЙНОСТІ НЕРЕЗЕРВОВАНИХ НЕВІДНОВЛЮВАНИХ СИСТЕМ 5](#_Toc93510163)

[1.1. Методи розрахунку 5](#_Toc93510164)

[1.2. Приклади розв'язання задач 7](#_Toc93510165)

[1.3. Завдання 9](#_Toc93510166)

[2. РОЗРАХУНОК ПОКАЗНИКІВ НАДІЙНОСТІ РЕЗЕРВОВАНИХ НЕВІДНОВЛЮВАНИХ СИСТЕМ 12](#_Toc93510167)

[2.1. Методи розрахунку 12](#_Toc93510168)

[2.1.1. Загальне резервування з постійно увімкненим резервом 13](#_Toc93510169)

[2.1.2. Загальне резервування заміщенням 13](#_Toc93510170)

[2.1.3. Роздільне резервування 14](#_Toc93510171)

[2.1.4. Резервування з дробовою кратністю 15](#_Toc93510172)

[2.1.5. Ковзне резервування 15](#_Toc93510173)

[2.2. Приклади розв'язання задач 16](#_Toc93510174)

[2.3. Завдання 34](#_Toc93510175)

[3. РОЗРАХУНОК ПОКАЗНИКІВ НАДІЙНОСТІ НЕРЕЗЕРВОВАНИХ ВІДНОВЛЮВАНИХ СИСТЕМ 37](#_Toc93510176)

[3.1. Методи розрахунку 37](#_Toc93510177)

[3.1.1. Надійність системи, що відновлюється, як одного елемента 37](#_Toc93510178)

[3.1.2. Показники надійності системи, що відновлюється, що складається з n елементів 40](#_Toc93510179)

[3.2. Приклади розв'язання задач 42](#_Toc93510180)

[3.3. Завдання 45](#_Toc93510181)

[Додаток 1 49](#_Toc93510182)

[Додаток 2 50](#_Toc93510183)

[Список літератури 51](#_Toc93510184)

Метою дисципліни є формування у фахівців загальнокультурних, професійних компетенцій, що сприяють розвитку його соціальної мобільності, стійкості на ринку праці в галузі захисту в НС, здатності будувати власне, системне бачення світу, терпиме до інших уявлень про світобудову та сумісне з ними, але має переваги при вирішенні проблем безпеки людини у техносфері, виховання у тих, хто навчається соціальної відповідальності за результати своєї професійної діяльності.

# Вступ

Теорія надійності є досить складним для студентів предметом. Вона вимагає хороших знань математики, комп'ютерних технологій розв'язання математичних завдань, твердих знань предметної галузі, де вирішуються завдання надійності.

Процеси. які у технічних і інформаційних системах і пов'язані з відмовами техніки, є складними випадковими процесами. Їх моделювання вимагає складання та розв'язання алгебраїчних та диференціальних рівнянь високого порядку. При цьому в результаті їх вирішення отримують показники надійності, що мають ймовірнісний сенс, який важко зрозуміти, якщо немає досвіду розв'язання таких завдань.

Надійність складних технічних та інформаційних систем оцінюється багатьма показниками. Визначення кожного з них здійснюється за унікальною методикою. Обчислення ймовірності безвідмовної роботи та функції готовності пов'язане з вирішенням диференціальних рівнянь. Обчислення середнього часу безвідмовної роботи потребує знання інтегрального обчислення. Визначення параметра потоку відмов неможливе без знання методів вирішення інтегральних рівнянь іт. п. У результаті теорії надійності є велика кількість методів аналізу та синтезу технічних та інформаційних систем за різними критеріями надійності.

Проте, вивчивши теорію відмінно, можна вирішити завдання надійності. Для цього недостатньо теоретичних знань, необхідно також мати досвід розв'язання задач.

# РОЗРАХУНОК ПОКАЗНИКІВ НАДІЙНОСТІ НЕРЕЗЕРВОВАНИХ НЕВІДНОВЛЮВАНИХ СИСТЕМ

## Методи розрахунку

Критеріями надійності невідновлюваних систем є:

*Р*с(*t*) – можливість безвідмовної роботи системи протягом часу *t*,

*T*c – середній час безвідмовної роботи системи;

λc(*t*) – інтенсивність відмови системи у момент *t*;

*f*c(*t*) – щільність розподілу часу повністю.

Між цими показниками існують такі залежності:











***Зауваження***

Слід пам'ятати, що середній час безвідмовної роботи є незадовільним показником надійності систем із коротким часом роботи.

Структурна схема нерезервованої системи, що складається з n елементів, наведено на мал. 1.

|  |
| --- |
|  |
| Мал. 1. Структурна схема нерезервованої системи |

При відмові будь-якого елемента настає відмова системи. У цьому інші елементи системи припиняють своєї роботи.

Показники надійності такої системи обчислюються за формулами:









де:

*Pj*(*t*) – можливість безвідмовної роботи *j*-го елемента, *j*=1, 2, …, *n*;

*fj*(*t*) – щільність розподілу часу до відмови *j*-го елемента, *j*=1, 2, …, *n*;

λ*j*(*t*) – інтенсивність відмови *j*-го елемента, *j*=1, 2, …, *n*.

Для випадку постійних інтенсивностей відмов елементів мають місце співвідношення:









## Приклади розв'язання задач

**Приклад 1.1.**

Нерезервована система складається із 5 елементів. Інтенсивності їх відмов наведено у табл. 1.1.

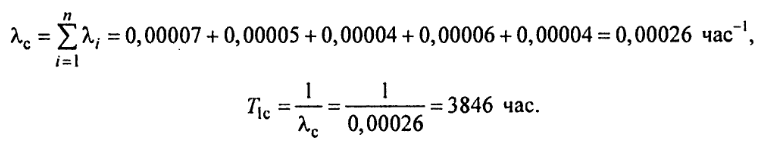
Таблиця 1.1.

Інтенсивності відмов елементів

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Номер елементу** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **λi, час-1** | 0.00007 | 0.00005 | 0.00004 | 0.00006 | 0.00004 |

Визначити показники надійності системи: інтенсивність відмови, середній час безвідмовної роботи, можливість безвідмовної роботи, щільність розподілу часу безвідмовної роботи. Показники надійності *Р*(*t*) та *f*(*t*) отримати на інтервалі від 0 до 1000 годин з кроком 100 годин.

**Рішення.** Обчислимо інтенсивність відмови та середній час безвідмовної роботи системи:

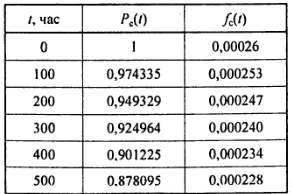
 Отримаємо значення ймовірності безвідмовної роботи та щільності розподілу часу до відмови, табулюючи функції

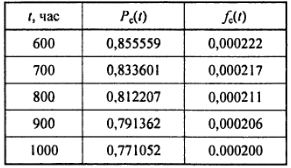


на інтервалі від 0 до 1000 годин. Результати табулювання представлені у табл. 1.2.

Таблиця 1.2.

Імовірність безвідмовної роботи і щільність розподілу часу вщент





Графічно результати розрахунку *P*c(*t*) та *f*c(*t*) показані на мал. 1.1 та 1.2.

|  |
| --- |
|  |
| Мал. 1.1. Можливість безвідмовної роботи системи |

|  |
| --- |
|  |
| Мал. 1.2. Щільність розподілу часу вщент |

Інтенсивність відмови системи в даному випадку є величина постійна, рівна λс час-1, її графіком є пряма, паралельна осі часу.

## Завдання

**ЗАДАЧА 1.1.** Технічна система складається з *n*=3 підсистем, які можуть відмовити незалежно одна від одної. Відмова кожної підсистеми призводить до відмови всієї системи. Імовірність того, що протягом часу *t* перша підсистема пропрацює безвідмовно, дорівнює 0.7, друга – 0.9, третя – 0.8. Знайти ймовірність, що протягом часу *t* система пропрацює безвідмовно. Знайти можливість відмови системи за час *t*.

Відповідь: 0.504; 0.496.

**ЗАДАЧА 1.2.** Відомо, що деталь, що випускається серійно, має експоненційний розподіл часу до відмови з параметром λ = 10-5 час-1. Деталь використовується конструктором розробки нового приладу. Призначений ресурс приладу *T*н = 104 час..

Визначити такі показники надійності деталі:

- можливість відмови деталі до моменту *T*н;

- ймовірність того, що деталь безвідмовно пропрацює протягом часу *T*н;

- ймовірність того, що деталь безвідмовно пропрацює в інтервалі часу від 103 до 104 год.

Відповідь: 0.0952; 0.9048; 0.0852.

**ЗАДАЧА 1.3.** Проектується нерезервована система, що складається із елементів чотирьох груп. Кількість елементів кожної групи, а також інтенсивність їх відмов наведено в табл. 1.3.

Таблиця 1.3.

Дані про кількість елементів системи та інтенсивність їх відмов:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Номер групи | Кількість елементів | Інтенсивність відмови елемента, час-1 |
| 1 | 10 | 2\*10-6 |
| 2 | 15 | 4\*10-6 |
| 3 | 32 | 2.5\*10-6 |
| 4 | 8 | 5\*10-6 |

Визначити:

- Інтенсивність відмови системи;

- Середній час безвідмовної роботи;

- ймовірність безвідмовної роботи системи протягом часу *t*1 = 100 год, *t*2 = 1000 год та в інтервалі зазначених напрацювань;

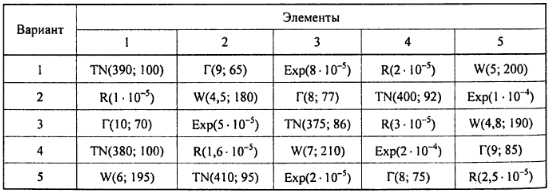
- Щільність розподілу часу безвідмовної роботи системи при напрацюванні *t*2 = 1000 год.

Відповідь: λс =2\*10-4 час-1; *T*c =4800 час; *Р*(*t*1)=0.9792; *Р*(*t*2) = 0.8106; *Р*(*t*1; *t*2) =0.1686; *f*(*t*2)=1.7\*10-4 час-1.

**ЗАДАЧА 1.4.** Система складається із п'яти елементів. Дані про їхню надійність наведено в табл. 1.4.

Таблиця 1.4.

Закони розподілу часу до відмови елементів та їх параметри



*Примітка*: Показники законів розподілу, які у табл. 1.4, описані в Додатку 1 та 2.

Визначити:

- можливість безвідмовної роботи системи;

- Середній час безвідмовної роботи системи;

- Інтенсивність відмов системи;

- щільність розподілу часу повністю системи.

Рішення подати в аналітичному вигляді, у вигляді графіків та таблиць.

**ЗАДАЧА 1.5.** Система складається з п'яти елементів з експоненційними законами розподілу часу вщент. Показниками їх надійності є: *P*1(100)=0.99, λ2 =0,00001 час-1, *Τ*3 =8100 час, *Τ*4 =7860 час, λ5 =0.000025 час-1.

Визначити час *t* протягом якого система буде справна з ймовірністю 0.92.

Відповідь: *t*=215 час.

**ЗАДАЧА 1.6.** Система складається з п'яти елементів із постійними інтенсивностями відмов. Імовірності безвідмовної роботи елементів протягом t годин мають такі значення: *P*1(100)=0.99, *P*2(200)=0.97, *P*3(157)=0.98, *P*4(350) =0.95, *P*5(120) = 0.98.

Визначити можливість безвідмовної роботи системи протягом 625 годин її функціонування, а також середній час безвідмовної роботи.

Відповідь: *P*c(625) =0.4611; *T*1 =807 час.

**ЗАДАЧА 1.7.** Час роботи повністю серійно випускається деталі розподілено за нормальним законом з параметрами: *m*=1000 час, σ =250 час.

Определить:

- ймовірність того, що деталь пропрацює безвідмовно понад 1200 годин;

- ймовірність того, що напрацювання буде перебувати в інтервалі [*m*-3σ, *m*+3σ];

- ймовірність того, що безвідмовно пропрацювавши до часу 1200 годин, деталь безвідмовно пропрацює і до 1500 годин.

Відповідь: 0.2119; 0.9973; 0.1074.

**ЗАДАЧА 1.8.** Комплектуюча деталь, що використовується при виготовленні пристрою, за даними постачальника має нормальний розподіл часу до відмови з параметрами *m* = 4000 год, σ = 1000 год. Визначити такі показники надійності деталі:

- напрацювання до відмови, що відповідає 90% надійності деталі;

- ймовірність того, що деталь має напрацювання, що лежить в інтервалі [2000; 3000];

- ймовірність того, що деталь має напрацювання більшу за 4000 годин.

Відповідь: 2718 часов; 0.1359; 0.5.

# РОЗРАХУНОК ПОКАЗНИКІВ НАДІЙНОСТІ РЕЗЕРВОВАНИХ НЕВІДНОВЛЮВАНИХ СИСТЕМ

## Методи розрахунку

Критерії надійності резервованих систем, що не відновлюються, ті ж, що і нерезервованих систем, що не відновлюються.

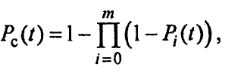
Основними видами резервування є: загальне постійне, загальне заміщення, роздільне постійне, роздільне заміщення. Структурні схеми резервованих систем наведено на мал. 2.1.

|  |
| --- |
|  |
| Мал. 2.1. Структурні схеми резервованих систем: а – загальне резервування із постійно включеним резервом, б – роздільне резервування із постійно включеним резервом, в – загальне резервування заміщенням, г – роздільне резервування заміщенням. |

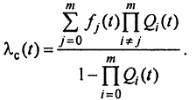
Наведемо основні співвідношення показників надійності резервованих систем.

### Загальне резервування з постійно увімкненим резервом

Нехай *Р*i(*t*) – ймовірність безвідмовної роботи i-го елемента за час *t*, *Q*i(*t*) – ймовірність відмови *i*-го елемента за час *t*, *f*i(*t*) – щільність розподілу часу до відмови *i*-го елемента у момент часу *t*. Тоді можливість безвідмовної роботи, щільність розподілу часу безвідмовної роботи та інтенсивність відмов системи з кратністю резервування *m* визначаються співвідношеннями:

 (2.1)

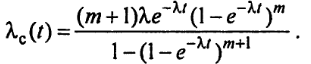
 (2.2)

 (2.3)

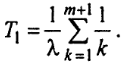
Зокрема, для експоненційних розподілів часу повністю елементів з однаковими параметрами λ мають місце рівності:

 (2.4)

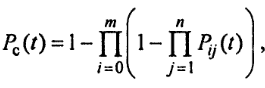
 (2.5)

 (2.6)

Середній час безвідмовної роботи системи визначається виразом:

 (2.7)

Формули справедливі для випадку, коли нерезервована система сприймається як один елемент, показники надійності якого відомі. Насправді будь-яка система складається з великої кількості елементів, кожен з яких має показник надійності, що самостійно враховується при розрахунку. У такому разі формула для ймовірності безвідмовної роботи має вигляд:

 (2.8)

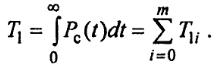
де *n* – число елементів нерезервованої системи, *Pij*(*t*) – можливість безвідмовної роботи елемента з номером (*i*,*j*).

### Загальне резервування заміщенням

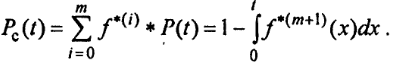
Імовірність безвідмовної роботи, щільність розподілу часу до відмови та середній час безвідмовної роботи системи визначаються виразами:

 (2.9)

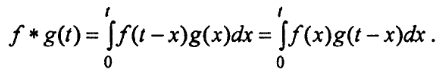
 (2.10)

 (2.11)

Якщо всі елементи рівнонадійні, то:

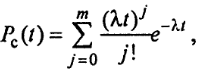
 (2.12)

Формули містять згортки функцій, позначені символом (\*). Згортка функцій *f*(*t*) і *g*(*t*), заданих при , визначається співвідношенням:



Вираз  є *i*-кратную згортку функції *f*(*t*).

Якщо інтенсивність відмов елементів постійна і дорівнює λ, то формули для ймовірності та середнього часу безвідмовної роботи системи мають вигляд:

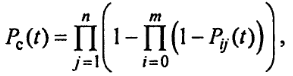
 (2.13)



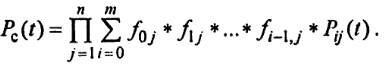
### Роздільне резервування

Нехай вихідна система складається із *n* елементів. Тоді можливість безвідмовної роботи системи при роздільному резервуванні виражається такими формулами:

* роздільне резервування з постійно увімкненим резервом:

 (2.14)

* роздільне резервування заміщенням:

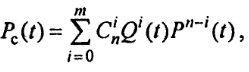
 (2.15)

У формулах прийнято такі позначення: *Рij*(*t*) – ймовірність безвідмовної роботи елемента з номером (*i*, *j*), *fij*(*t*) – щільність розподілу часу до відмовлення елемента, *i*= 0, 1, 2,...,*m*, *j* =1,2,...,*n*.

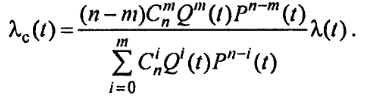
### 2.1.4. Резервування з дробовою кратністю

Наведемо формули для показників надійності мажоритарних систем (систем з дробовою кратністю резервування), у яких *n* – загальна кількість елементів, (*n*-*m*) основних та *m* резервних елементів. Відмова такої системи настає при відмові (*m*+1)-го елемента.

Показники надійності мажоритарної системи за умови, що всі елементи мають однакову надійність, обчислюються за формулами:

 (2.16)

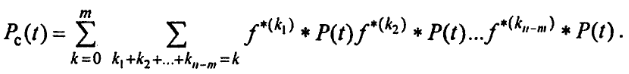
 (2.17)

 (2.18)

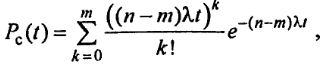
### 2.1.5. Ковзне резервування

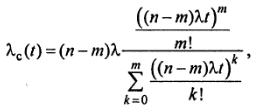
Ковзне резервування є резервування заміщенням з кратністю *m*/(*n*–*m*), де *n* – загальна кількість елементів, *m* – число резервних елементів, (*n*–*m*) – число основних резервованих елементів.

Імовірність безвідмовної роботи системи з ковзним резервом за умови, що всі елементи системи мають однакову надійність, дорівнює:

 (2.19)

Якщо елементи системи мають експоненційний розподіл ймовірностей часу до відмови з параметром А, то ймовірність безвідмовної роботи, інтенсивність відмов та середній час безвідмовної роботи системи відповідно рівні:

 (2.20)

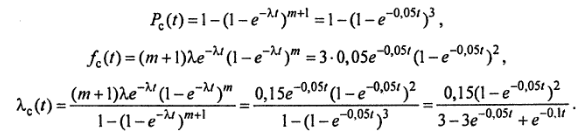
 (2.21)

 (2.22)

## Приклади розв'язання задач

**Приклад 2.1.** Дано резервовану систему з постійним резервом кратності *m*=2. Елементи системи мають постійну інтенсивність відмови λ=0.05 год-1. Знайти показники надійності системи: ймовірність безвідмовної роботи, щільність розподілу часу вщент, інтенсивність відмови, середній час безвідмовної роботи.

**Рішення.** Відповідно до (2.4) – (2.6) отримаємо:



Показники надійності представлені в табл. 2.1.

|  |  |
| --- | --- |
| Таблиця 2.1.  Показники надійності резервованої системи з постійно включеним резервом та кратністю резервування *m*=2 | |
|  |  |

Графічна ілюстрація результатів дано на мал. 2.2 та 2.3.

|  |
| --- |
|  |
| Мал. 2.2. Можливість безвідмовної роботи |

|  |
| --- |
|  |
| Мал. 2.3. Інтенсивність і щільність розподілу часу повністю |

Відповідно до (2.7.) середній час безвідмовної роботи системи дорівнюватиме:



**Приклад 2.2.** Потрібно визначити кратність резервування системи з постійним резервом, що забезпечує можливість безвідмовної роботи 0,96 протягом часу *t* = 150 год. Елементи системи рівнонадійні та мають експоненційний розподіл із середнім часом безвідмовної роботи Г=300 год. Знайти також кратність резервування для системи, елементи якої мають розподіл Релея з тим самим середнім.

**Рішення.** Кратність резервування може бути визначена за такою формулою:



де *Р*(*t*) – можливість безвідмовної роботи елемента протягом часу *t*, *P*c(*t*) =0.96 – можливість безвідмовної роботи системи протягом часу *t*.

Для експонентного розподілу , де  – інтенсивність відмови елемента.

Для розподілу Релея , де  – параметр розподілу.

Протягом часу *t* =150 год отримаємо:

* для експоненційного закону:



* для закону Релея:



Підставляючи значення *P*1(*t*) та *P*2(*t*) у формулу для кратності резервування *m*, отримаємо:

* для експоненційного розподілу:



* для розподілу Релея:

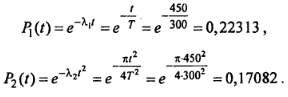


Округлюючи до цілих чисел у велику сторону, отримаємо *m*1=3, *m*2=1. Таким чином, для досягнення заданої надійності в першому випадку потрібно 3 резервні елементи, а в другому – тільки один.

З прикладу видно, що надійність системи визначається як її структурою і часом роботи, але й законом розподілу часу повністю елементів.

**Приклад 2.3.** У разі попереднього прикладу необхідно забезпечити задану надійність системи протягом часу *t*=450 год.

**Рішення.** Визначимо можливість безвідмовної роботи елемента протягом часу *t*=450 год для експоненційного розподілу та розподілу Релею:



Знайдемо кратність резервування:

* для експоненційного розподілу:



* для розподілу Релея:



Округлення до цілих чисел дає необхідну кратність із *m*1 =12, *m*2 =17. Якщо система працює час *t*=450 годину, то для досягнення заданої надійності необхідно мати 12 резервних елементів у першому випадку та 17. резервних елементів у другому випадку.

З розрахунку випливає, що структурне резервування не може забезпечити можливість безвідмовної роботи системи 0.96 протягом 450 годин. Кратність резервування настільки висока, що її практична реалізованість навряд чи можлива.

**Приклад 2.4.** Структурна схема системи є дубльованою системою з постійно включеним резервом. Елементи системи мають різні закони розподілу часу повністю: експоненційний з інтенсивністю відмови λ=2\*10-3 час-1 і Вейбулла з параметрами α=4, β=500 год. Необхідно визначити: можливість безвідмовної роботи системи *Р*c(*t*), середній час безвідмовної роботи *Т*1c, інтенсивність відмов λc(*t*). Рішення отримати у вигляді формул, таблиць та графіків.

**Рішення.**

На мал. 2.4 наведено залежність від часу ймовірностей безвідмовної роботи елементів. З графіків видно, що ймовірність безвідмовної роботи системи із законом розподілу часу повністю Вейбулла більше в області малих значень *t* і менше при великих *t*.

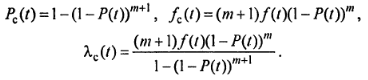
|  |
| --- |
|  |
| Мал. 2.4. Імовірність безвідмовної роботи елементів системи із законом розподілу часу повністю: експонсиційним (крива 1) та Вейбулла (крива 2) |

Цікавим, з погляду теорії надійності, є графік інтенсивності резервних відмов (мал. 2.5). Відповідно до теорії інтенсивність відмови резервованої системи при *t* = 0 дорівнює нулю і зі зростанням *t* наближається до інтенсивності відмови найбільш надійного елемента резервованої системи. У нашому випадку при великих *t* більш надійною є система з експоненційним законом розподілу часу вщент, що має інтенсивність відмови λ=0.002 год-1. З мал. 2.5 видно, що ця умова ідеально виконується.

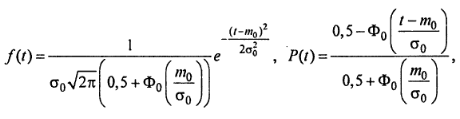
|  |
| --- |
|  |
| Мал. 2.5. Інтенсивність відмови системи |

**Приклад 2.5.** Дана резервована система з постійним резервом кратності *m*‚ всі елементи якої рівнонадійні та мають усічений нормальний закон розподілу часу до відмови з параметрами *m*0=400 год і σ0 =200 год. Визначити усі показники надійності системи. Результати подати у вигляді таблиць та графіків. Прийняти *m* = 0, 1, 2.

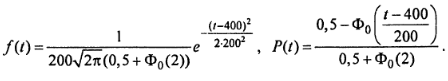
**Рішення.** Для рівнонадійних елементів формули (2.1) – (2.3) показників надійності набувають вигляду:



Щільність розподілу часу до відмови та ймовірність безвідмовної роботи для усіченого нормального розподілу рівні відповідно:



де Ф0(*t*) - Функція Лапласа. Для вихідних даних завдання отримаємо:



Значення ймовірності безвідмовної роботи системи *P*c(*t*) для кратності резервування *m*=0, 1, 2 містяться у табл. 2.2. Відповідні графіки наведено на мал. 2.6.

|  |
| --- |
| Таблиця 2.2.  Можливість безвідмовної роботи резервованої системи |
|  |

Слід пам'ятати, що з великих значеннях *t* ймовірність безвідмовної роботи настільки мала, що немає сенсу експлуатувати систему. Таблиця необхідна лише для ілюстрації результатів розв'язання задачі, представлення рішення у графічному вигляді та обчислення середнього часу безвідмовної роботи системи методом Сімпсона.

|  |
| --- |
|  |
| Мал. 2.6. Ймовірність безвідмовної роботи за різної кратності резервування |

З графіків слід, що *P*c(*t*) зростає зі збільшенням кратності резервування, причому цей ефект тим більше, що менше *m*.

З даних табл. 2.2. приблизно обчислимо середній час безвідмовної роботи системи для значень *m*=0, 1, 2. Скористаємося, наприклад, формулою Сімпсона:



у якій крок інтегрування приймемо рівним *h*=50 год, *n*=20. Розрахунки показують, що при *m*=0 *T*1~411 год, при *m*=1 *T*1~518 год, при *m*=2 *T*1~573 год.

У табл. 2.3. міститися значення густини розподілу ймовірностей *f*c(*t*) для тієї ж кратності резервування. Графіки *f*c(*t*) наведено на мал. 2.7.

|  |
| --- |
| Таблиця 2.3.  Щільність розподілу часу вщент |
|  |

|  |
| --- |
|  |
| Мал. 2.7. Щільність розподілу часу повністю при різній кратності резервування |

При *m*=0 маємо графік щільності усіченого нормального розподілу часу повністю основної системи. Зі збільшенням кратності резервування збільшується середній час безвідмовної роботи та зменшується дисперсія. Зазначені фактори є більш відчутними для системи з меншою кратністю резервування.

Інтенсивності відмови системи різних кратностей m мають значення, наведені в табл. 2.4. Відповідні графіки показано на мал. 2.8.

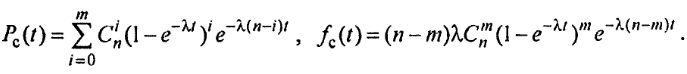
|  |
| --- |
| Таблиця 2.4.  Інтенсивність відмови резервованої системи |
|  |

З графіків випливає, що більшу кратність резервування відповідає менша інтенсивність відмов.

|  |
| --- |
|  |
| Мал. 2.8. Інтенсивність відмови системи за різної кратності резервування |

**Приклад 2.6.** Визначити ймовірність безвідмовної роботи та щільність розподілу часу вщент мажоритарної системи, що складається з *n*=5 елементів з постійною інтенсивністю відмови λ=0,004 год-1 при числі резервних елементів *m*=1, 2, 3.

**Рішення.** Для постійної інтенсивності відмов елементів , . Відповідно до формул (2.16) і (2.17) отримаємо:



Формула для *Р*c(*t*) являє собою накопичені суми біномного розподілу ймовірностей з параметрами *n*=5 та *p*=1-*e*-λ*t*. Такі формули зручно програмуються в Ехсі. В результаті отримаємо табл. 2.5.

Таблиця складена при *m*=0, 1, 2, 3, 4.

|  |
| --- |
| Таблиця 2.5.  Можливість безвідмовної роботи системи з дробовою кратністю резервування |
|  |

|  |
| --- |
|  |
| Мал. 2.9. Можливість безвідмовної роботи |

Графіки *P*c(*t*) за різної кількості резервних елементів наведено на мал. 2.9. (Номери кривих відповідають числу резервних елементів).

З малюнка випливає, що зі зростанням кратності резервування надійність системи значно збільшується.

Щільність *f*c(*t*) без постійного коефіцієнта (*n*-*m*)λ є формула Бернуллі для обчислення ймовірностей біномного розподілу залежно від кратності резервування з параметрами *n*=5 та *p*=1-*e*-λ*t*. Отримаємо табл. 2.6., яка містить значення щільності *f*c(*t*) за різних *m* і *t*.

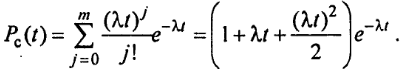
|  |
| --- |
| Таблиця 2.6.  Щільність розподілу часу безвідмовної роботи системи |
|  |

Графіки густин зображені на мал. 2.10. Крива 0 відповідає щільності розподілу часу повністю нерезенвованої системи, що складається з 5 елементів. Крива 4 являє собою щільність розподілу часу повністю резервованої системи з одним основним і чотирма резервними елементами.

|  |
| --- |
|  |
| Мал. 2.10. Щільність розподілу часу безвідмовної роботи |

**Приклад 2.7.** Дана резервована система із резервом заміщенням кратності *m*=2. Елементи системи мають постійну інтенсивність відмови λ=0.05 год-1. Визначити можливість безвідмовної роботи та середній час безвідмовної роботи системи. Порівняти *Р*c(*t*) із постійно включеним резервом.

**Рішення.** За формулою (2.13) отримаємо:



Розраховані *Р*c(*t*) за різних значеннях *t* зведені в табл. 2.7. Для порівняння таблицю поміщені також значення *Р*c(*t*) для постійно включеного резерву.

|  |
| --- |
| Таблиця 2.7.  Імовірність безвідмовної роботи системи за різних видів резервування |
|  |

Графік ймовірності безвідмовної роботи обох видів резервування показаний на мал. 2.11.

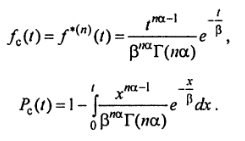
Середній час безвідмовної роботи для резерву заміщенням за формулою (2.11) дорівнює *T*1c =3*T*1 =3\*20=60 год. Для постійного резерву, як показано у прикладі 2.1, цей час становить 36,7 години.

|  |
| --- |
|  |
| Мал. 2.11. Імовірність безвідмовної роботи для резерву заміщенням (крива 1) та для постійно включеного резерву (крива 2) |

**Приклад 2.8.** Дано 3 системи з кратностями резервування *m* = 0, 2, 4 (резерв заміщенням). Елементи системи рівнонадійні і мають гамарозподіл часу до відмови з параметрами α =3, β=100 годин. Визначити показники надійності систем: можливість безвідмовної роботи, щільність і середній час безвідмовної роботи. Навести таблиці та графіки.

Загальна кількість елементів у системах дорівнює *n* = 1, 3, 5 відповідно.

**Рішення.** Скористайтеся формулами (2.10) – (2.12). Якщо *f*(*t*) – щільність гамма-розподілу з параметрами α та β, то *n* – кратна згортка *f*\*(*n*)(*t*) також має гамма-розподіл з параметрами *n*α та β. Тому щільність розподілу часу до відмови та ймовірність безвідмовної роботи виражаються рівностями:



Щільність і функція гамма-розподілу легко обчислюються в Excel.

|  |
| --- |
| Таблиця 2.8.  Щільність та ймовірність безвідмовної роботи для різної кратності резервування |
|  |

По колонках E, F, G таблиці можна побудувати графіки ймовірності безвідмовної роботи кратностей резервування *m*=0, 2, 4 (мал. 2.12).

|  |
| --- |
|  |
| Мал. 2.12. Можливість безвідмовної роботи системи з резервом заміщення |

По колонках B, C, D можна побудувати графіки щільності розподілу часу безвідмовної роботи для тих резервів резервування (рис. 2.13).

|  |
| --- |
|  |
| Мал. 2.13. Щільність розподілу часу повністю системи з резервом заміщенням |

Середній час безвідмовної роботи резервованої системи обчислимо за формулою (2.11): *T*1c=*nT*1, де T1=αβ=300 год – середній час безвідмовної роботи одного елемента. Для системи із заданими кратностями резервування відповідно отримаємо *T*1c=*nT*1=300 год, *T*1c=3*T*1=900 год, *T*1c=5*T*1=1500 год.

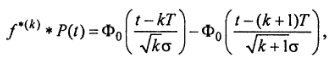
**Приклад 2.9.** Дана резервована система зі ковзним резервом, що складається з 4-х елементів: два основних та два резервних (*n*=4, *m*=2). Час безвідмовної роботи кожного елемента має нормальне розподілення з математичним очікуванням *T* = 500 год та середнім квадратичним відхиленням σ = 100 год. Знайти можливість безвідмовної роботи, порівняти *P*c(*t*) з аналогічним показником для експоненційного розподілу.

**Рішення.** Розкриваючи формулу (2.19) при *n*=4, *m*=2 отримаємо



де *P*(*t*) – ймовірність безвідмовної роботи, а *f*(*t*) – щільність розподілу часу повністю одного елемента.

Оскільки сума *k* незалежних нормально розподілених випадкових величин має нормальне розподілення з параметрами *kT* і , то:



де Ф0(*t*) – Функція Лапласа. Тоді:

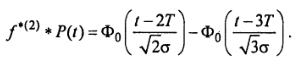
* при *k*=0



* при *k*=1



* при *k*=2



Функція Лапласа може бути обчислена Excel.

Імовірність безвідмовної роботи резервованої системи з елементами, що мають експоненційний час вщент отримаємо з (2.20):



де .

|  |
| --- |
| Таблиця 2.9.  Розрахунки ймовірності безвідмовної роботи для нормального та експоненційного розподілу |
|  |

З таблиці видно, що функція  мало впливає надійність всієї системи. На основі колонок E і F побудовані графіки ймовірностей безвідмовної роботи *P*с,н(*t*) і *P*с,э(*t*) для нормального та експоненціального випадків. Вони представлені на мал. 2.14.

Графіки ймовірностей безвідмовної роботи системи з ковзним резервом для розглянутих законів розподілу дуже відрізняються друг від друга. У разі нормального розподілу (з малою дисперсією) протягом тривалого часу роботи система практично абсолютно надійна, але протягом короткого часу вона втрачає ресурс і швидко стає ненадійною.

|  |
| --- |
|  |
| Мал. 2.14. Імовірність безвідмовної роботи системи при нормальному (крива 1) та експоненційному (крива 2) розподілах |

## Завдання

**ЗАДАЧА 2.1.** Технічна система є дубльованою системою з постійно включеним резервом. Імовірність безвідмовної роботи основної та резервної підсистем протягом *t* = 200 год дорівнює 0,8. Знайти ймовірність безвідмовної роботи та ймовірність відмови системи протягом часу *t*. Знайти середній час безвідмовної роботи системи, за умови, що її підсистеми мають постійну інтенсивність відмови.

Відповідь: *Р*c(*t*) = 0.96, *Q*c(*t*)=0.04, *T*1c=1344 час.

**ЗАДАЧА 2.2.** Інтенсивність відмови елементів системи λ=0.0025 год-1. Потрібно визначити кратність резервування системи з постійно увімкненим резервом, побудовану з цих елементів, що забезпечує середній час безвідмовної роботи системи *T*1C = 800 год.

Відповідь: *m*=3.

**ЗАДАЧА 2.3.** Знайти показники надійності резервованої системи з постійним резервом кратності m=3, елементи якої мають інтенсивності відмови λ0=0,004 год-1, λ1=0,007 год-1, λ2=0,002 год-1, λ3=0,001 год-1. Час безперервної роботи системи *t* = 120 год.

**ЗАДАЧА 2.4.** Визначити показники надійності мажоритарної системи, що складається з 6 рівнонадійних елементів, час до відмови яких рівномірно розподілено на інтервалі від 0 до 1000 годин. Кількість резервних елементів дорівнює 2. Отримати аналітичне та графічне уявлення показників надійності системи.

**ЗАДАЧА 2.5.** Отримати формулу для можливості безвідмовної роботи мажоритарної системи, що складається з елементів різної надійності при *n*=4, *m*=2.

**ЗАДАЧА 2.6.** Інтенсивність відмови одного елемента λ=0,0035 год-1. Потрібно визначити кратність резервування системи (резерв заміщенням), побудовану з цих елементів, що забезпечує середній час безвідмовної роботи системи *T*1C = 800 год.

Відповідь: *m*=2.

**ЗАДАЧА 2.7.** Знайти показники надійності *P*c(*t*), *T*c, λc(*t*) резервованої системи (резерв заміщенням) кратності *m*=3 елементи якої мають інтенсивності відмови λ0=0,04 год-1, λ1=0,07 год-1, λ2= 0,02 год-1, λ3=0,01 год-1. Рішення отримати у вигляді формул, таблиць та графіків.

**ЗАДАЧА 2.8.** Для резерву заміщенням кратності m отримати формулу ймовірності безвідмовної роботи, якщо елементи системи рівнонадійні і мають гамма-розподілення часу до відмови з параметрами α і β.

**ЗАДАЧА 2.9.** Для резерву заміщенням кратності m отримати формулу щільності розподілу часу безвідмовної роботи за умови, що елементи системи є рівнонадійними і мають нормальний розподіл з параметрами *m* і σ (σ<*m*/3):

**ЗАДАЧА 2.10.** Дано дві системи з ковзним резервом. Перша система складається з *n*=7 елементів, у тому числі *m*=3 резервних. Друга система складається з *n*=5 елементів із *m*=2 резервними. Визначити надійнішу систему за критерієм ймовірності безвідмовної роботи. Елементи обох систем мають постійну інтенсивність відмови λ= 0,01 год-1.

**ЗАДАЧА 2.11.** Дана послідовно-паралельна система розміром 3х5 (5 елементів нерезервованої системи, 3 резервні підсистеми) з постійно включеним резервом. Всі елементи мають однакову надійність, час відмови елементів має розподіл Релея з математичним очікуванням *Т* = 50 год. Потрібно визначити можливість безвідмовної роботи системи при загальному та роздільному резервуванні. Провести порівняння за критерієм *Р*с(*t*).

Вказівка: скористатися формулами (2.8) та (2.14).

**ЗАДАЧА 2.12.** Дана послідовно-паралельна система розміром 3х5 (5 елементів нерезервованої системи, 3 резервні підсистеми), резервована методом заміщення. Усі елементи мають однакову інтенсивність відмови λ= 0,02 год-1. Потрібно визначити можливість безвідмовної роботи системи при загальному та роздільному резервуванні. Провести порівняння за критерієм *Р*с(*t*).

Вказівка: скористатися формулами (2.9) та (2.15).

**ЗАДАЧА 2.13.** Елементи резервованої системи з постійно включеним резервом мають розподіл Вейбулла часу роботи вщент. Знайти вираз для середнього часу безвідмовної роботи системи за кратності резервування *m* = 0, 1, 2, 3, 4, 5. Обчислити середній час безвідмовної роботи за параметрами закону розподілу α =2,5, β=20. Рішення подати у вигляді таблиці.

**ЗАДАЧА 2.14.** Елементи резервованої системи з постійно включеним резервом мають усічено-нормальний розподіл часу вщент. Знайти вираз середнього часу безвідмовної роботи системи при кратності резервування *m*=0, 1, 2, 3, 4, 5. Обчислити значення середнього часу безвідмовної роботи за параметрами закону розподілу *m*0=380, σ0 =200. Рішення подати у вигляді таблиці.

**ЗАДАЧА 2.15.** Дано дві системи з постійно включеним резервом з дробовою кратністю резервування *m*=1/2 та *m*=2/3 відповідно. Визначити показники надійності систем *Р*с(*t*), *Т*c, λc(*t*). Рішення подати у вигляді формул, графіків та таблиць. Відомі такі вихідні дані для числового аналізу: час роботи системи *t* = 0 500 год, середній час безвідмовної роботи нерезервованої системи *Т* = 550 год, основна і всі резервні системи рівнонадійні і мають експоненційний розподіл часу повністю. Визначити, яка із систем має вищі показники надійності.

**ЗАДАЧА 2.16.** Дано дві системи, описані в задачі 2.15. Визначити критичний час *t*кр, понад який резервування з дробовою кратністю не доцільно. Визначити значення ймовірності *Р*(*t*кр). Рішення отримати в аналітичному та чисельному вигляді.

**ЗАДАЧА 2.17.** Дано дві системи, описані в задачі 2.15. Визначити аналітичні висловлювання інтенсивностей відмов резервованих систем та знайти межу . Подати функцію λc(*t*) як графіка і пояснити отриманий результат.

Відповідь: 2λ и 3λ.

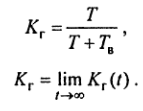
# РОЗРАХУНОК ПОКАЗНИКІВ НАДІЙНОСТІ НЕРЕЗЕРВОВАНИХ ВІДНОВЛЮВАНИХ СИСТЕМ

## Методи розрахунку

Критеріями надійності нерезервованих систем, що відновлюються, є:

* *К*г(*t*) – функція готовності (імовірність того, що система готова до роботи у довільний момент часу *t*);
* *К*г – коефіцієнт готовності (фінальна ймовірність того, що система справна у довільний момент часу *t*);
* *T –* напрацювання на відмову (середній час між відмовами);
* *T*в– середній час відновлення системи;
* *ω* – параметр потоку відмов.

Між цими показниками існують такі залежності:



Показники надійності систем, що відновлюються і не відновлюються, пов'язані між собою інтегральним рівнянням:



де *f*(*t*) – щільність розподілу часу повністю невідновлюваної системи.

Вирішення цього інтегрального рівняння не дозволяє отримати у явному вигляді залежність функції готовності від таких показників надійності системи, як ймовірність безвідмовної роботи, інтенсивність відмов, напрацювання на відмову, середній час відновлення та ін.

Простих розрахункових співвідношень як формул визначення функції готовності немає навіть найпростіших випадків. Розглянемо це питання докладніше з прикладу системи як елемента.

### Надійність системи, що відновлюється, як одного елемента

Нехай *f*(*t*) – щільність розподілу часу повністю, *Р*(*t*) – ймовірність безвідмовної роботи, *T* – математичне очікування часу повністю, *g*(*t*) – щільність розподілу часу відновлення системи, *T*в – математичне очікування часу відновлення.

Основна складність розрахунку показників надійності полягає у обчисленні функції готовності *K*г(*t*).

Функція готовності задовольняє інтегральне рівняння:

 (3.1)

Рішенням рівняння (3.1) є функція:

 (3.2)

Функція *K*г(*t*) представлена аналітичному вигляді, але у випадку непридатна для інженерних розрахунків. Розглянемо окремі випадки, що допускають аналітичне або чисельне рішення рівняння (3.1).

***Постійні інтенсивності відмови та відновлення***

Нехай λ – інтенсивність відмови, а μ – інтенсивність відновлення системи. Тоді:

 (3.3)

Це випливає з розв'язання системи диференціальних рівнянь, а також із рмули (3.1).

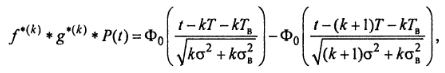
***Нормальні закони розподілу часу до відмови та часу відновлення***

Нехай час до відмови та час відновлення мають нормальні розподіли з параметрами відповідно *T* і σ, *T*в і σв.

Члени ряду (3.2) представимо у вигляді різниці двох функцій розподілу:

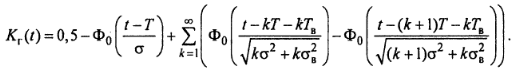


Оскільки *f\**(*k*)(*t*) – щільність нормального розподілу з параметрами *kT* і , а *g\**(*k*)(*t*) – щільність нормального розподілу з параметрами *kT*в і , то *f\**(*k*)\**g\**(*k*)\*1(*t*) – функція нормального розподілу з параметрами *kT* + *kT*в, и . Аналогічно *f\**(*k*+1)\**g\**(*k*)\*1(*t*) – функція нормального розподілу з параметрами (k+1)T + *kT*в, и . Тоді:



де Ф0(*t*) – функція Лапласа.

На підставі (3.2) отримаємо наступну формулу для коефіцієнта готовності:



***Довільні інтенсивності відмови та відновлення***

Найпростіший спосіб вирішення інтегрального рівняння (3.1) для випадку різних інтенсивностей відмов та відновлення елементів полягає у використанні чисельних методів. За визначенням згортки з (3.1) отримаємо:



Для обчислення інтеграла застосуємо формулу трапецій:

 (3.4)

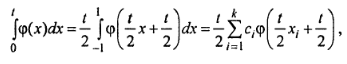
де *h* – крок інтегрування; *n* – потрібна кількість значень функції готовності.

Вибір формули трапецій пов'язані з тим, що у кожному кроці значення *K*г(*t*) залежить від значень, обчислених попередніх кроках. Точність обчислень забезпечується належним вибором кроку інтегрування.

Нехай час відновлення системи незмінне, тобто . Тоді



Аналогічно можна отримати арен згортки, а значить, і алгоритм обчислення *K*г(*t*) для деяких інших розподілів часу до відмови та відновлення. Але в загальному випадку розраховувати значення функції *f*\**g*(*t*) припадає на основі чисельних методів із застосуванням квадратурних формул Симпсона, Котеса та ін. Гаус. Для функції φ(*t*)= *f*\*g(*t*) формула Гауса з *k* вузлами має вигляд:



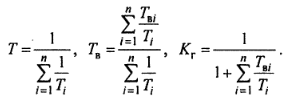
де *сi* і *хi* – відповідно ваги та вузли квадратурної формули Гауса. У табл. 3.1 наведено ваги та вузли для випадку *k* =7.

|  |
| --- |
| Таблиця 3.1.  Ваги та вузли формули Гауса |
|  |

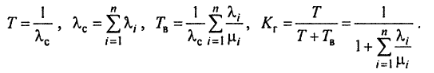
### Показники надійності системи, що відновлюється, що складається з n елементів

Схема розрахунку надійності системи очевидна. Вона є послідовне, у сенсі надійності, з'єднання елементів.

Наведемо розрахункові співвідношення показників надійності системи, що складається з n елементів. Стаціонарні показники надійності системи, що відновлюється, виражаються через середній час безвідмовної роботи і середній час відновлення елементів. При цьому напрацювання на відмову *Т*, середній час відновлення *T*в, коефіцієнт готовності *К*г системи визначаються за формулами:

 (3.5)

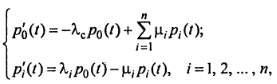
У більшості практичних випадків при розрахунках показників надійності невідновлюваних та відновлюваних систем відомими є інтенсивності відмов λi та інтенсивності відновлення μi елементів, *i*=1,2,...,*n*. Тоді формули для показників надійності мають вигляд:



Для функції готовності системи звичайні розрахункові співвідношення відсутні. Розглянемо способи та алгоритми обчислення *К*г(*t*).

***Експонентний закон розподілу часу до відмови та часу відновлення елементів***

Математичною моделлю функціонування системи є система звичайних диференціальних рівнянь:

 (3.6)

де:

* λ*i* – інтенсивність відмови *i*-го елемента;
*  – інтенсивність відмови системи;
* μ*i* – інтенсивність відновлення *i*-го елемента;
* *p*0(*t*)=*K*г(*t*) – ймовірність того, що в момент *t* система справна;
* *pi*(*t*) – ймовірність того, що в момент *t* система знаходиться в несправному стані внаслідок відмови i-го елемента.

Систему (3.6) лінійних диференціальних рівнянь із постійними коефіцієнтами можна вирішити двома способами: аналітичним та чисельним. Однак отримати рішення у вигляді формули для довільного *n* можна лише для випадку обмеженого числа елементів або фіксованих значеннях інтенсивностей їх відмови і відновлення.

Існують наближені методи, що дозволяють отримати рішення у аналітичному вигляді. Однак при цьому виникають проблеми з оцінкою помилок результатів обчислення показників надійності.

Найпростіше вирішити систему (3.6) чисельним методом, наприклад, методом Рунге - Кутти.

***Експонентний закон розподілу часу до відмови та довільний закон часу відновлення елементів***

Математичною моделлю є система інтегральних рівнянь. Якщо час безвідмовної роботи *i*-го елемента має експоненційний закон розподілу з параметром λ, то із системи інтегральних рівнянь випливає, що функція готовності задовольняє інтегральне рівняння:

 (3.7)

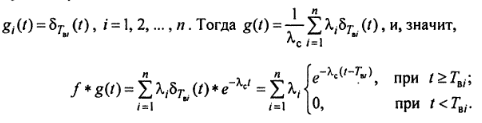
де  – густина розподілу часу відновлення системи; *gi*(*t*) – щільність розподілу часу відновлення *i*-го елемента.

Відповідно до (3.7) функціонування нерезервованої системи з постійними інтенсивностями відмов з позицій надійності еквівалентно функціонуванню системи, що має інтенсивність відмов  та закон розподілу часу відновлення . Щільність *g*(*t*) являє собою середнє зважене густини розподілу часу відновлення елементів.

Нехай інтенсивність відновлення *i*-го елемента стала й дорівнює μ*i*. Тоді , і функція готовності нерезервованої системи з будь-яким числом елементів збігається з функцією готовності одного елемента, що має гіперекспоненційну щільність розподілу часу відновлення. Спосіб знаходження *K*г(*t*) у цьому випадку був описаний раніше розд. 3.1.1. Застосування чисельного методу пов'язані з визначенням згортки функцій  і *g*(*t*). У припущенні, що , отримаємо:

 (3.8)

Нехай час відновлення елементів системи незмінне, тобто

 (3.9)

## Приклади розв'язання задач

**Приклад 3.1.** Нерезервована система складається із 8 елементів. Інтенсивності їх відмов наведено у табл. 3.2.

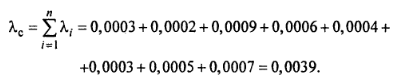
Таблиця 3.2.

Інтенсивності відмов елементів

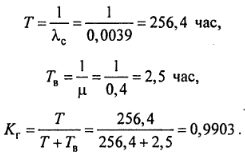
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер  елемента | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| λ*i*, год-1 | 0.0003 | 0.0002 | 0.0009 | 0.0006 | 0.0004 | 0.0003 | 0.0005 | 0.0007 |

Інтенсивності відновлення елементів однакові і дорівнюють μ = 0,4 год-1. Потрібно визначити показники надійності системи.

**Рішення**. Обчислимо інтенсивність відмови системи:



Тоді напрацювання на відмову, середній час відновлення та коефіцієнт готовності рівні відповідно:



Оскільки інтенсивності відновлення елементів однакові, систему можна розглядати як один елемент з інтенсивністю відмов λc і інтенсивністю відновлення μ. Згідно (3.3) отримаємо:



Табулюючи функцію від 0 до 40 годин із кроком 2 години, отримаємо значення, наведені в табл. 3.3.

|  |
| --- |
| Таблиця 33  Функція готовності системи |
|  |

Графік функції готовності зображено на мал. 3.1.

З мал. 3.1. видно, що час перехідного процесу замало і становить приблизно 10 годин. Це означає, що у випадку високонадійної системи (*K*г>0.99) і тривалості її роботи готовність системи доцільно оцінювати коефіцієнтом готовності.

|  |
| --- |
|  |
| Мал. 3.1. Функція готовності системи для однакових інтенсивностей відновлення |

**Приклад 3.2.** Нерезервована система складається з трьох елементів із законами розподілу часу повністю, відображеними в табл. 3.4. Проте час відновлення кожного елемента передбачається не випадковим, а постійним і відповідно: *T*в1 =0,5 год, *T*в2 =2 годину, *T*в3 =0,6667 год. Вони взяті такими ж, як і математичні очікування часу відновлення елементів. Потрібно визначити показники надійності системи.

|  |
| --- |
| Таблиця 3.4.  Характеристики елементів системи |
|  |

**Рішення.** Оскільки стаціонарні показники надійності не залежать від законів розподілу, а залежать лише від середніх значень, відповідно до формул (3.5):



Обчислимо функцію готовності елементів та системи. Оскільки час відновлення елементів постійно, то вираз для згортки функцій має вигляд:



Функцію готовності елементів визначимо за формулою (3.4), а функцію готовності системи – за формулою (3.14). Результати розрахунків наведено у табл. 3.5.

|  |
| --- |
| Таблиця 3.5.  Функція готовності системи та її елементів |
|  |

Значення функцій готовності майже змінилися проти аналогічними значеннями для експоненційного закону розподілу часу відновлення. Це свідчить, що у разі елементів із швидким відновленням функція готовності слабко залежить від законів розподілу. Те саме підтверджують і графіки функцій готовності, зображені на мал. 3.2.

|  |
| --- |
|  |
| Мал. 3.2. Функція готовності елементів та всієї системи  (Час відновлення постійний) |

З малюнка випливає, що 1-й та 3-й елементи більш надійні, ніж 2-й, а надійність системи нижча за надійність кожного елемента.

## Завдання

**ЗАДАЧА 3.1.** Нерезервована система, що відновлюється, складається з *n*=10 елементів. Необхідно визначити напрацювання на відмову, середній час відновлення та коефіцієнт готовності системи. Передбачається, що справедливий експоненційний закон відмов та відновлення елементів. Варіанти завдань наведено у табл. 3.7.

|  |
| --- |
| Таблиця 3.7.  Вихідні дані задачі 3.1. |
|  |

У таблиці прийнято такі позначення:

* *n* – номер елемента;
* *T*в *–* середній час відновлення елемента;
* *t* – час роботи елемента;
* *Р*(*t*)– можливість безвідмовної роботи елемента протягом часу *t*;
* *λ –* інтенсивність відмови елемента;
* *T*1 *–* середній час безвідмовної роботи елемента;
* *K*г *–* коефіцієнт готовності елемента.

У кожному з варіантів те саме значення середнього часу відновлення елементів.

**ЗАДАЧА 3.2.** Нерезервована система, що відновлюється, складається з *n*=10 елементів. Середній час відновлення елементів - величина стала і дорівнює Tв = 5 год-1. Значення інтенсивностей відмов елементів наведено у табл. 3.8.

Таблиця 3.8.

Інтенсивності відмов елементів

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № елемента | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|  | 0.5 | 0.55 | 0.47 | 0.58 | 0.5 | 0.47 | 0.6 | 0.52 | 0.52 | 0.5 |

Визначити коефіцієнт готовності системи за точною та наближеною формулами. Обчислення виконати за значеннями λ, наведених у табл. 3.8, зменшених у 10 та у 100 разів. За результатами розрахунків зробити висновки щодо можливості використання наближеної формули для оцінки коефіцієнта готовності системи.

Наближена формула має вигляд , тобто. Коефіцієнт готовності системи дорівнює добутку коефіцієнтів готовності її елементів.

**ЗАДАЧА 3,3.** Нерезервована система, що відновлюється, має інтенсивність відмови λ=0,003 год-1, середній час відновлення *T*в =60 год. Необхідно визначити час роботи *t*, при якому функція готовності дорівнюватиме: 0.997; 0.99; 0.95; 0.9; 0,85.

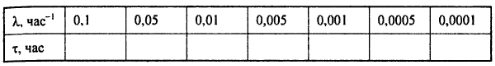
*Вказівка*: скористайтеся формулою функції готовності, підставте в неї вихідні дані та визначте коріння трансцендентного рівняння.

**ЗАДАЧА 3.4.** Дослідити вплив безвідмовності та відновлюваності на тривалість перехідних процесів системи в оцінці її надійності функцією готовності. Розглянути два випадки:

1. Середній час відновлення *Т*в=10 год, варіанти інтенсивностей відмов λ наведено у табл. 3.9.

Таблиця 3.9.

Інтенсивності відмов системи



2. Інтенсивність відмови системи = 0,01 год-1, варіанти значень середнього часу відновлення наведені в табл. 3.10.

Таблиця 3.10.

Варнати середнього часу відновлення системи



Визначити тривалість перехідного процесу, заповнивши порожні рядки в табл. 3.9 та 3.10. Обчислення виконати за такою формулою (3.3). Перехідний процес вважати закінченим, якщо виконується умова:



За результатами розрахунків зробити висновки про вплив безвідмовності та відновлюваності на тривалість перехідних процесів.

**ЗАДАЧА 3.5.** Нерезервована система складається з *n* підсистем, однакових за надійністю та відновлюваністю, *n*=1, 2, 3, 4, 5. Закон розподілу часу повністю та його параметри відомі (табл. 3.11). Час відновлення підсистем завжди і дорівнює *T*в.

Таблиця 3.11.

Характеристики елементів системи

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Варіант | Час до відмови | Час відновлення *T*в, година |
| 1 | TN(300;100) | 20 |
| 2 | Г(4;60) | 5 |
| 3 | N(250;80) | 6 |
| 4 | W(2;180) | 10 |
| 5 | R(0.00006) | 15 |
| 6 | Exp(0.005) | 12 |

Обчислити показники надійності системи. Встановити залежність показників надійності від числа *n*.

**ЗАДАЧА 3.6.** Нерезервована система складається із двох підсистем. У разі відмови однієї підсистеми інша не вимикається і продовжує витрачати свій ресурс. Інтенсивності відмов підсистем рівні λ1 та λ2. Обслуговує систему одна ремонтна бригада із зворотним пріоритетом. Закон розподілу часу відновлення має густину *g*(*t*). Потрібно обчислити стаціонарні показники надійності системи. Довести незалежність показників надійності системи від виду закону розподілу часу відновлення. Варіанти завдань містяться у табл. 3.12.

Таблиця 3.12.

Характеристики елементів системи

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Варіант | λ1, год-1 | λ2, год-1 | Час відновлення |
| 1 | 0.004 | 0.008 | TN(30;10) |
| 2 | 0.007 | 0.003 | Г(4;6) |
| 3 | 0.0008 | 0.0005 | N(25;8) |
| 4 | 0.005 | 0.007 | W(2;18) |
| 5 | 0.0004 | 0.0007 | R(0.006) |
| 6 | 0.0002 | 0.0006 | Exp(0.5) |

**ЗАДАЧА 3.7.** Визначити показники надійності нерезервованої системи, що складається із трьох груп різнорідних елементів, що відрізняються законами розподілу та їх параметрами, а також випадковістю вихідних даних. Дані цих груп наведено в табл. 3.13.

Елементи кожної групи мають середній час безвідмовної роботи, рівномірно розподілене на інтервалі між нижнім і верхнім значеннями. Час безперервної роботи системи *t*=10000 год.

Таблиця 3.13.

Показники надійності елементів

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер  групи | Число  елементів | Час  до відмови | *Т*  нижнє | *Т*  верхнє | σ | Час  відновлення | *Т*в |
| 1 | 45 | Г | 3000 | 4000 | 2000 | Exp | 24 |
| 2 | 20 | W | 4000 | 6000 | 3000 | Exp | 36 |
| 3 | 35 | TN | 3500 | 5000 | 2500 | Exp | 20 |

**ЗАДАЧА 3.8.** Технічна система є основним з'єднанням двох підсистем. Перша підсистема є відновлюваною, а друга – не відновлюваною. Інтенсивності відмов та відновлення підсистем відповідно рівні: λ1=0.01 год-1, λ2=0.001 год-1, μ1=2 год-1. Визначити показники надійності системи із частковим відновленням: *Т*, *Т*в, *К*г, *P*(*t*), *K*г(*t*).

Отримати аналітичні та чисельні вирази для всіх показників надійності.

## Додаток 1

**Зв'язок параметрів розподілу з першими двома моментами**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Розподіл** | ***m*** | **σ** |
| Експонентне Exp(λ) |  |  |
| Гамма (α, β) |  |  |
| Усічене нормальне  TN (*m*0, σ0) | *m*0+*k*σ0 |  |
| Релея R(λ) |  |  |
| Вейбула W (α, β) |  |  |
| Рівномірне U(a,b), a0 |  |  |
| Нормальне N(*m*,σ) *m*>3σ | *m* | σ |

У таблиці введено позначення:

 – функція Лапласа;

 – гамма-функція.

## Додаток 2

**Закони розподілу ймовірностей**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Розподіл** | *f*(*t*) | *P*(*t*) |
| Експонентне Exp(λ) |  |  |
| Гамма (α, β) |  |  |
| Усічене нормальне  TN (*m*0, σ0) |  |  |
| Релея R(λ) |  |  |
| Вейбула W (α, β) |  |  |
| Рівномірне U(a,b), a0 |  |  |
| Нормальне N(*m*,σ) *m*>3σ |  |  |

# Список літератури

1. Bazovsky I. Reliability. Theory and practice. Prentice-Hall Space Technology Series. Prentice-Hall International. London, 1961. (Базовский И. Надежность. Теория и практика. Пер. с англ. под ред. Левина Б.Р. М., Мир, 1965. 374 с.)
2. Lloyd D. K., Lipov M. Reliability: management, methods and mathematics. Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey, 1962. (Ллойд Д., Липов М. Надежность. Организация исследования, методы, математический аппарат. Пер. с англ. под ред. Бусленко Н.П. М. «Советское радио», 1964, 687 с.)
3. Половко А.М., Гуров С.В. Основы теории надежности. 2-е ид., перераб. и лоп., СПб, БХВ-Петербург, 2006, 704 с.
4. Половко А.М., Гуров С.В. Основы теории надежности. Практикум. СПб, БХВ-Петербург, 2006, 560 с.
5. Половко А.М. Сборник задач по теории надежности / А.М. Половко, И.М. Маликов, А.Н. Жигарев, В.И. Зарудный // М. «Советское радио», 1972, 408 с.