МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ОДЕСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

КАФЕДРА ПРОГРАМНИХ І КОМП’ЮТЕРНО-ІНТЕГРОВАНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ З ДИСЦИПЛІНИ

Надійністні характеристики обладняння

(Матеріали самостійної роботи студентів)

Для студентів інституту штучного інтелекту та робототехніки

Перший (бакалаврський) рівень вищої освіти

Спеціальність: 151 – Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології

Освітньо-професійна програма: Комп'ютерні технології автоматизації.

Одеса 2022

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ОДЕСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

КАФЕДРА ПРОГРАМНИХ І КОМП’ЮТЕРНО-ІНТЕГРОВАНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ З ДИСЦИПЛІНИ

Надійністні характеристики обладняння

(Матеріали самостійної роботи студентів)

Для студентів інституту штучного інтелекту та робототехніки

Перший (бакалаврський) рівень вищої освіти

Спеціальність: 151 – Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології

Освітньо-професійна програма: Комп'ютерні технології автоматизації.

Затверджено на засіданні

кафедри програмних і комп’ютерно-інтегрованих технологій

Протокол № 7 від 26.01.2022 р.

Одеса 2022

Методичні вказівки з дисципліни Надійністні характеристики обладняння. (Матеріали самостійної роботи студентів): для студ. напряму 151 «Автоматизацiя та комп’ютерно-iнтегрованi технологiї» денної та заочної форм навчань./ Укл. Брунеткін О.І. – Одеса: ОП, 2022. – 51 с.

Оглавление

[До лекції 6. 3](#_Toc93509857)

[До лекції 7 12](#_Toc93509858)

[До лекції 8 19](#_Toc93509859)

[До лекції 9 25](#_Toc93509860)

[До лекції 10 27](#_Toc93509861)

[До лекції 11 32](#_Toc93509862)

[До лекції 12 41](#_Toc93509863)

[До лекції 14 46](#_Toc93509864)

[Список літератури 49](#_Toc93509865)

# До лекції 6.

У деяких випадках все ж таки може знадобитися можливість відмови або безвідмовної роботи елемента в заданому тимчасовому проміжку нормальної кривої за умови, що елемент працював безвідмовно до початку цього проміжку. Тут вводиться вираз: "за умови, що елемент працював безвідмовно", а це призводить нас до поняття *умовної ймовірності*.

Умовні ймовірності для проміжків [*М*-3σ, *М*-2σ] і [*М*+2σ, *М*+3σ] можна визначити за допомогою ймовірності відмови або безвідмовної роботи в тимчасовому проміжку, якщо відомо, що елемент працював безвідмовно до початку цього проміжку. По теоремі множення ймовірність відмови у проміжку *T*2-*T*1 за умови, що елемент працював безвідмовно до моменту *T*1, дорівнює апріорній ймовірності відмови в інтервалі *T*2-*T*1, поділеної на ймовірність безвідмовної роботи від *Т*=0 до *Т*=*T*1:

 (6.1)

Ця величина є *апостеріорною* ймовірністю відмови у часовому проміжку від *T*1 до *T*2. У першому з розглянутих прикладів (див. лекцію 6):



і можливість безвідмовної роботи у цьому проміжку дорівнює:



У другому випадку:



і можливість безвідмовної роботи в цьому проміжку



Було б безглуздим говорити, що елемент має у проміжку від *М*+2σ до *Μ*+3σ ймовірність безвідмовної роботи 1-0.0214=0.9786, на підставі, що *апріорна* ймовірність *Р* його відмови в цьому інтервалі дорівнює 0.0214. Однак у початковий момент *Т*=0 можна з ймовірністю 97.86% стверджувати, що елемент не відмовить в інтервалі *М*+2σ до *М*+3σ, незважаючи на те, що він майже напевно відмовить раніше.

У попередньому викладі використовувалися три різні позначення для ймовірностей відмови:

1. PT2-T1 для *апріорної* ймовірності відмови у проміжку від *Т*1 до *Т*2;

2. FT2-T1 для *апостеріорної*, або умовної, ймовірності відмови у тому самому проміжку від *Т*1 до *Т*2;

3. *Q*(*Т*) для *інтегральної* ймовірності відмови у проміжку від *Т*=0 до *Т*.

Ці три ймовірності пов'язані з наступними формулами [див. Лекція 6, (6.2), (6.4) та з СРС до лекції 6 (6.1)]:

 (6.2)

 (6.3)

 (6.4)

Величини  н *Q*(*Т*) названі *ненадійністю*.  є умовною ймовірністю для проміжку *T*2-*T*1 за умови, що до *T*1 був відмов, а *Q*(*Т*) – інтегральна ймовірність для проміжку від *Т*=0 до *T*.

Різниця між *апріорною* та *апостериорною* ймовірностями стає більш зрозумілою, коли їх розглядають з погляду основного визначення ймовірності.

Нехай крива щільності нормального розподілу представляє частоту зносових відмов системи із 10000 елементів, нових у момент *Т*=0. Вважатимемо, що 214 елементів, або 2.14% від 10000, повинні відмовити в інтервалі від М-3σ до М–2σ та 214 елементів (знов 2.14% від 10000) – в інтервалі від *М*+2σ до *М*+3σ . Ці 2.14% є *апріорні* ймовірності відмови у тому сенсі, що вони відносяться до всіх 10000 елементів протягом того часу, поки жоден з них ще не відмовив. Однак у міру того, як продовжується експеримент, елементи починають відмовляти, і кожен наступний період починається з меншим числом елементів. Тепер ймовірність відмови, або ненадійність, для заданого проміжку визначається кількістю відмов у цьому проміжку, поділеним на загальну кількість елементів, що не відмовили до початку проміжку. Так виходить умовна можливість. В інтервалі від *М*-3σ до *М*-2σ відмовлять 214 елементів з 9986, справних на момент *М*-3σ. Отже, умовна ймовірність відмови дорівнює 214/9986=0.02143 чи 2.143%. В інтервалі від *М*+2σ до *М*+3σ знову відмовлять 214 елементів. Проте на момент *М*+2σ залишилися справними лише 228. Тому умовна ймовірність відмови у разі дорівнює 214/228 =0.941, чи 94.1%. Очевидна велика різниця між тим, чи відмовлять у проміжки рівної тривалості 214 елементів з 9986 або 228. Інтенсивність відмов елементів до моменту *М*+2σ стрімко зростає порівняно з інтенсивністю відмов до моменту -3σ. Таке зростання інтенсивності відмов притаманно періоду зносу.

Зростання інтенсивності відмов відбито на графіку нормального розподілу відмов. З формули [лекція 4 (4.14)] інтенсивність відмови визначається як . На мал. 1 зображені криві нормального розподілу *f*(*Т*) (точки), функції *R*(*Т)* (пунктир) та інтенсивності відмов *r*(*Т*) (суцільна лінія). Використовується стандартизована функція густини відмов, виражена в одиницях стандартного відхилення:



Значення φ(*Т*) разом із значеннями *R*и(*Т*) можуть бути отримані безпосередньо з таблиць нормального розподілу.

|  |
| --- |
| Мал. 1. Інтенсивність відмов за нормального розподілу |
|  |

Таким шляхом виходить стандартизована функція інтенсивності відмов:



Тоді інтенсивність зносових відмов буде рівна:



На мал.1 показано швидке зростання інтенсивності відмов елементів після закінчення періоду нормальної експлуатації елемента. Якщо довговічність *Т* вимірюється в годинах, то інтенсивність відмов λи вимірюватиметься в одиницях 1/годину (або годину-1). Позначення λи підкреслює, що відмови є результатом зносу.

Нормальний розподіл має ту особливість, що площа під кривою щільності стає рівною 100% тільки в тому випадку, коли крива в обох напрямках тягнеться до нескінченності. Однак це принципово неможливо, тому що нові елементи включаються до роботи в момент *Т*=0, а не в момент *Т*=-∞. Нормальний розподіл може, отже, розглядатися лише як апроксимація. Однак ця апроксимація, як правило, виявляється дуже точною, особливо у випадках, коли стандартне відхилення мало в порівнянні з середньою довговічністю.

У тих же випадках, коли *М*<3σ, слід було б розглянути перетворення нормального розподілу на логарифмічно нормальний розподіл зносових відмов. Останнє має ту перевагу, що приймає при *Т*=0 значення *f*(*T*)=0. Щільність логарифмічно-нормального розподілу має вигляд:

 (6.5)

де σ – стандартне відхилення, а *М* – середнє значення логарифму *T*.

Імовірність відмови від *Т*=0 до *Т*, як і раніше, є . У разі нормального розподілу нижня межа інтегрування має дорівнювати - ∞, що не має сенсу. Ця незручність кривої нормального розподілу долається інтегруванням від *Т* до +∞ і віднімання значення отриманого інтеграла з одиниці. Ця операція законна, тому що площа під кривою щільності дорівнює одиниці:

 (6.6)

тоді другий член праворуч є інтегральна надійність від *Т*=0 до *T*:

 (6.7)

Надалі використовуватимемо не логарифмічно нормальний, а просто нормальний розподіл, оскільки він більш знайомий більшості інженерів і зручніший для обчислень.

Вибравши нормальний розподіл як апроксимацію зносових явищ, можна визначити момент *Т*и, коли елемент повинен бути вилучений з вживання і замінений, щоб запобігти зносовій відмові під час роботи. Час заміни *Т*и повинен бути вибраний так, щоб інтегральна ймовірність носової відмови *Q*(*Т*) залишалася на мінімально прийнятному рівні, сумісному з вимогами надійності в кожному окремому випадку. Розмір *Q*(*Т*) визначається формулою (6.6).

Щоб уникнути непорозумінь, будемо для випадку зношування скрізь застосовувати індекс «и». Наприклад, якщо *Т*и=*М*-3σ вибрано як час заміни, то ймовірність зносової відмови для повного періоду експлуатації елемента від *Т*=0 до *Т*=*Т*и=*М*-3σ дорівнює *Q*и=0.00135. Ця величина отримана із таблиці нормального розподілу. Для часу заміни *Т*и=*М*-4σ знаходимо *Q*и=0.0000317, для *Т*и=*М*-5σ отримаємо *Q*и =0.000000287 і т.д. Здавалося б, ці значення дуже низькі для періоду нормальної експлуатації елемента. Однак, коли система об'єднує тисячі або десятки тисяч елементів, ймовірність зношування окремих елементів складаються і ймовірність безвідмовної роботи всієї системи різко зменшується. Отже, вибір часу має бути ретельно продуманий.

Розглянемо одномоторний літак. Якщо двигун замінюється або ретельно оглядається через кожні *Т*и=*М*-3σ годин, то в період між двома оглядами ймовірність його відмови в польоті внаслідок зносу дорівнює *Q*и=0.00135. Отже, очікується, що за весь час, протягом якого проводиться приблизно 700 оглядів, відбудеться приблизно одна зносова відмова в польоті, дуже добре. Але якщо вибрати для заміни *Т*и=*М*-2σ, то ймовірність відмови різко зросте. У цьому випадку *Q*и =0.0228, що означає приблизно одну відмову на 50 оглядів. Для групи в 50 одномоторних літаків це означало б у середньому одну відмову будь-якого літака в польоті між двома оглядами.

Розглядаючи електронну систему, що об'єднує 10000 однакових або однотипних елементів, з'єднаних послідовно, неважко переконатися, що заміна елементів у моменти *Т*и=*М*-3σ не призводить до добрих результатів. Навіть *Т*и=*М*-4σ все ще не зовсім прийнятно, так як *Q*и = 0.0000317 і *R*и = 0.9999683 для кожного елемента. Визначивши ці величини для 10000 елементів, отримаємо до смішного низьку надійність системи, тобто система може напевно відмовити в роботі внаслідок зносу в період між кожними двома запланованими оглядами. Щоб система в розумних межах не була схильна до зносових відмов у процесі роботи за час заміни елемента, необхідно виконання умови *Т*и=*М*-5σ або навіть *Т*и=*М*-6σ в залежності від вимог, що пред'являються до надійності системи.

З кривої інтенсивності відмов випливає, що ймовірність зносової відмови зростає з часом – спочатку надзвичайно повільно, але як тільки час досягає середнього значення довговічності, зростання її стає дуже швидким.

Протягом періоду нормальної експлуатації умовні ймовірності відмови *F*и для періодів роботи рівної тривалості неоднакові. Наприклад, *F*и для перших 10 годин роботи елемента (від *Т*=0 до *Т*=10) за величиною буде набагато порядків менше, ніж *F*и для останніх 10 годин перед *T*и. Ці ймовірності можуть бути розраховані за допомогою рівності (6.1).

Якщо *T*и вибрано правильно, ймовірність безвідмовної роботи (*R*и) аж до моменту *T*и близька до 100%, так що знаменник (6.1) може бути взятий рівним одиниці. Отже, *F*и приблизно дорівнює ділянці площі під кривою щільності для робочого інтервалу *Т*2-*Т*1, тобто приблизно дорівнює апріорній ймовірності відмови:

 (6.8)

Ця апроксимація може бути використана для нормальної кривої приблизно до моменту *Т*=*М*-2σ, але не для більшого значення часу експлуатації.

Зростання ймовірності відмови з часом експлуатації елемента, що характеризує зношування, не має місця для ймовірностей раптових відмов, які розподіляються експоненційно. Для експоненційного розподілу ймовірність відмови не залежить від тривалості експлуатації елемента і, отже, має одне й те саме значення для заданого проміжку часу *t* як для нового елемента, так і для елемента, який пропрацював тисячі годин, за умови, що його працездатність не постраждала до цього часу від будь-якого відчутного пошкодження.

Розглянемо, наприклад, можливість відмови елемента протягом 10 годин роботи за умови, що він уже експлуатувався *Т* годин і має місце експоненційний закон відмов. Вона є апостеріорною, або умовною, ймовірністю, оскільки вона обумовлює безвідмовну роботу елемента до *Т* годин. Тому розглянемо можливість відмови в 10-годинний проміжок після моменту *Т*, тобто від *Т* до *Т*+10 годин. Почнемо з того, що проінтегруємо експонентну функцію щільності  від *Т* до *Т*+t:

 (6.9)

Ця величина дорівнює апріорній ймовірності відмови *Р* у проміжку від *Т* до *Т*+t. Для того щоб отримати шукану апостеріорну, або умовну, можливість відмови *F*, ділимо апріорну можливість відмови на можливість безвідмовної роботи до моменту *Т*, яка дорівнює :

 (6.10)

Але ця можливість одночасно дорівнює інтегральної можливості відмови від *Т*=0 до *Т*=*t* і, отже, в експоненційному випадку:

 (6.11)

що доводить незалежність ймовірності відмови в будь-якому тимчасовому проміжку *t* від часу експлуатації елемента *Т*. Отже, надійність  однакова для будь-яких тимчасових проміжків тривалістю *t* протягом усього періоду нормальної експлуатації елемента. Це означає також, що інтенсивність раптових відмов



не залежить від часу експлуатації *Т*.

Нехай необхідно оцінити спільний вплив раптових та зносових відмов протягом часу виконання завдання тривалістю *t* годин. Якщо елемент пропрацював час *Т* до початку виконання завдання, то сумарна ймовірність відмови елемента за час *t* дорівнює ймовірності відмови або за рахунок зносу, або за рахунок випадкової несправності:

 (6.12)

Тут індекси «в» і «и» вказують відповідно на раптову або зносову відмову,  незалежно від часу експлуатації *Т*, а  відповідно до (6.1) та (6.7) одно:



і від часу *Т* експлуатації елемента. Тоді надійність елемента для заданого часу *t* визначається як:

 (6.13)

де

 (6.14)

є ймовірність того, що елемент не відмовить внаслідок зношування при виконанні завдання тривалістю *t* в період від *Т* до *T*+*t*. Це приватне одно:

 (6.15)

Якщо зважити на можливість раптових відмов, то повна ймовірність безвідмовної роботи, або надійність, елемента для проміжку тривалістю *t* від *Т* до *Т*+*t* буде рівна:

 (6.16)

Якщо елементи в системі з'єднані послідовно, то надійність системи дорівнює добутку надійності всіх елементів:

 (6.17)

Поки що добуток  вдається зберігати близьким до одиниці (наприклад, 0.999 або ще більше), надійність системи визначається експонентним множником:

 (6.18)

Для того щоб твір, що визначає зношування, було по можливості близьким до одиниці, потрібно визначити час заміни *Т*иі кожного елемента. Наприклад, якщо добуток, що визначає знос всіх елементів у системі, повинен бути не нижче 0.999 протягом будь-якого заданого періоду тривалістю *t*, кожен елемент повинен замінюватися новим після часу експлуатації *Т*иі так, щоб виконувалася нерівність



Тут  означає ймовірність того, що *i*-й елемент не відмовить внаслідок зношування в період від моменту, коли він був новим, до моменту заміни *Тиі*, а  – ймовірність безвідмовної роботи елемента протягом часу , де *t* – час виконання операції системою. Різні елементи повинні піддаватися огляду або заміні через різні проміжки часу, якщо, з економічних міркувань, не вибрано загальний час *Ти* заміни елементів у системі. У такому разі деякі елементи замінюються раніше, ніж це необхідно, але це лише підвищує надійність системи і навіть, як правило, знижує вартість обслуговування, оскільки вигідніше замінювати багато елементів одразу, ніж окремі елементи у різний час.

Нарешті, загальна надійність елемента визначається формулою (6.16), яка може бути виражена через загальну інтенсивність відмов, що визначається формулою (4.10). Якщо позначити через  загальну інтенсивність відмови як суму інтенсивності раптових відмов  та зносових відмов , можна записати:

 (6.19)

Інтенсивність зносових відмов для елементів, що експлуатуються будь-який час, можна отримати з таблиць нормального розподілу, як зазначено на мал. 1, де  – число відмов за 1 годину, і вона може бути додана до інтенсивності раптових відмов . Аргумент експоненційної функції у правій частині формули (6.19) являє собою площу під кривою  в межах від *Т* до *T*+*t*:

 (6.20)

Інтеграл  для проміжків невеликої тривалості *t* можна приблизно оцінити, підставляючи під знак інтеграла середньоарифметичне значення інтенсивності:



яке можна виразити через щільність та інтегральну функцію нормального розподілу:



Тоді інтеграл приблизно дорівнює

 (6.21)

а загальна надійність приблизно дорівнює:

 (6.22)

Очевидно, тут  є функцією часу експлуатації елемента *Т*. Коли  на порядок менше, ніж інтенсивність раптових відмов , надійність добре апроксимується формулою . Формулу (6.22) можна використовувати для визначення часу заміни елементу *Ти*.

# До лекції 7

Графіки на мал.2 дозволяють провести порівняльну оцінку впливу зносу на надійність багатоелементних систем та окремого елемента. Нехай є електронна система, що складається з *n*=1000 однакових або однотипних елементів, з'єднаних послідовно, причому для кожного з них *m*=1000000 годин *М*=10000 годин і σ = 2000 год. Система починає працювати в момент, коли всі елементи нові та функціонують нормально (тобто передбачається, що приробітні відмови усунуті відбраковуванням). Отже, формула (6.17) у цьому випадку набуває вигляду:

 (7.1)

Протягом перших кількох сотень годин роботи системи з нею не виявляється скільки помітного впливу зносу. До напрацювань системи приблизно 600—700 годин з'являються лише раптові і відсутні зносові відмови. На мал.2 показано, як надійність системи послідовно з'єднаних елементів зменшується проти надійністю окремого елемента. Оскільки з'ясовується, що вплив зносу на надійність системи *R*посл порівняно невеликий, можна зробити поспішний висновок, що досить заміняти лише елементи, що відмовили. Однак це призвело б до катастрофи в будь-якій системі, наробіток якої перевищив час близько 1000 годин. Інтенсивність відмов системи у своїй стала б швидко збільшуватися, і система виявилася дуже ненадійної навіть малих періодів роботи. Якщо перші 600—700 годин роботи середнє напрацювання відмови системи було *m*ст=*m*/1000=1000 годин, тепер вона падає до 1 години. Це означає, що інтенсивність відмов у системі збільшилася у 1000 разів. Якщо раніше система була здатна працювати 10 годин на день із ймовірністю 0.99, то тепер її працездатність впала до 1 години із ймовірністю 0.37, і система не здатна до тривалої роботи.

Покажемо тепер, що станеться, якщо замінюються тільки елементи, що відмовили. З цією метою розглянемо 10000 будь-яких елементів, довговічність яких припущення = 7200 годин, а стандартне відхилення σ = 600 годин. Виключимо з розгляду приробіткові та раптові відмови, тобто враховуватимемо лише зносові відмови.

На мал. 3 наведена крива нормального розподілу довговічності елементів, або крива частоти зносових відмов сукупності 10000 елементів. З цієї кривої випливає, що близько 9970 елементів відмовлять між 5400 і 9000 годинами. Максимум цієї кривої відповідає 7200 годин. Замінюючи кожен елемент після його відмови ми безперервно використовуємо в роботі 10000 елементів.

Приблизно після 5000 годин роботи починає виходити з ладу перше покоління елементів і на дію починає вводитися їх друге покоління.

|  |
| --- |
| Мал.2. Надійність елемента та надійність системи:  1 - надійність одного елемента (тільки раптові відмови), *e*–λ*t*; 2 – надійність одного елемента (раптові та зносові відмови); 3 – можливість безвідмовної роботи системи при зносових відмових; 4 – ймовірність безвідмовної роботи системи при раптових відмових, *e*–1000 λt; 5 – надійність системи (раптові та зносові відмови). |
| Мал. 3. Розподіл довговічності елементів. |
| Мал. 4. Крива зносу трьох поколінь елементів. |

Елементи другого покоління вводяться у роботу одночасно, а поступово – в міру відмови елементів першого покоління. Тому крива щільності розподілу відмов елементів другого покоління проти елементами першого покоління значно ширше (мал. 4). Максимум кривої зносових відмов другого покоління елементів припадає на час 2*М*=14400 годин, але величина цього максимального значення приблизно вдвічі менша за максимум першого покоління, у той час як стандартне відхилення приблизно вдвічі більше, досягаючи σ2= 2σ1 = 1200 годин.

Приблизно до 10000 годин роботи починає вводитися в роботу третє покоління елементів. Його максимум відповідає 3*М* = 21600 годин, яке відмови розподілені у часі зі стандартним відхиленням, приблизно рівним σ3=3σ1 =1800 годин. Через більш пологий характер кривої розподілу її максимум ще менше і дорівнює приблизно 1/3 першого максимуму. Як видно із мал. 4, щоб отримати *N*отк – число елементів, які відмовили в одиницю часу, необхідно скласти частоти відмов другого і третього поколінь. У нашому прикладі це додавання здійснюється, починаючи приблизно з 14400 годин.

Пізніше, починаючи приблизно з 19000 годин, необхідно додати також частоту відмов четвертого покоління, яке вводиться в роботу на час, коли починається знос елементів третього покоління. З цього часу кількість відмов ламп в одиницю часу практично стає постійним, причому ця постійна середня частота відмов сукупності елементів з різними напрацюваннями дорівнює λз=1/*М*=0.000139 відмов на годину. Тоді середня частота відмов усієї системи, що містить 10000 елементів, дорівнює:



Тут і надалі індекс "*ст*" означає "система".

Так як ця постійна середня частота відмов елементів, що мають різне напрацювання в системі, є наслідком виключно зносових відмов, вона визначає середню частоту замін елементів. Тому назвемо її *середньою частотою зносових замін* (λз). Вона встановлюється практично постійному рівні через інтервал часу *Т*=*nМ*, де *n*= *М*/3σ1. У прикладі *n*=7200/1800=4, і, отже, середню частоту зносових замін елементів можна вважати постійної, починаючи з часу *Т*=4*М*=28800 годин. Процес складання та стабілізації середньої частоти відмов відображено на мал.5.

З цього прикладу видно, що система, що поповнюється при замінах елементами з нормальним розподілом довговічності із середнім значенням *М* і стандартним відхиленням σ, набуває постійної інтенсивності відмов λз=1/*М*, якщо елементи замінюються тільки після відмови і мають різні напрацювання. Цей процес перемішування напрацювань елементів практично закінчується за *Т*=*М*2/3σ. Середня довговічність *М* дорівнює тоді середньої

|  |
| --- |
| Мал.5. Стабілізація середньої частоти відмов. |

напрацювання на відмову *m* системи елементів з різними напрацюваннями. Оскільки інтенсивність відмов постійна, відмови виникатимуть через випадкові проміжки часу, але ці не раптові, а чисто зносові відмови. Для системи, що містить 10000 таких елементів, з'єднаних послідовно, середнє напрацювання на відмову буде:



і ймовірність безвідмовної роботи системи дорівнюватиме:



Якщо елемент має інтенсивність відмов 0.000139, то середнє напрацювання на відмову системи буде:



Це означає дуже низьку надійність. Інтенсивність відмов системи досягає постійного значення, і закон відмов стає експоненційним незважаючи на те, що відмови виникають лише через зношування.

Все вищевикладене застосовується також до систем, що складаються з елементів з різним доробком, незалежно від закону розподілу відмов елементів. Якщо елементи від початку різнотипні, причому всі типи мають різну середню довговічність *М* або різний розподіл відмов, процес стабілізації інтенсивності відмов системи відбувається набагато швидше, ніж у розглянутому прикладі. Майже різнотипність елементів має місце у всіх системах, у будь-якій апаратурі.

Питання полягає в тому, чи можна побудувати надійну систему, що містить 1000, 10000 або більше елементів, якщо вони з'єднані послідовно. Наразі зараз, що за певних обставин може бути отримана навіть надзвичайно висока надійність системи.

До цього часу передбачалося, що елементи замінюються, «коли відмовляють». Наслідком цього є неприпустимо висока інтенсивність відмов. Щоб зменшити інтенсивність відмов системи, елементи повинні замінюватись до того, як вони остаточно зношені. Це підвищує надійність системи на кілька систем. Якби всі 10000 елементів заміняли через проміжки часу *М*-6σ1 = 3600 годин, то жоден з елементів не відмовив би за час від 3600 до 7200 годин. Якби через 7200 годину знову замінили елементи, та був замінили їх знову через 10 800 годин тощо., можна було б отримати майже безвідмовну систему. Дійсно, при цьому можна було б очікувати відмову не більше одного елемента з 10000 за 100000 годин роботи системи. Надійність системи за період роботи, рівний 3600 годин, тобто. за час між замінами доходить до 0.99999, а для малих проміжків часу, скажімо для 10 годин, можна було б отримати набагато вищу надійність. Точні значення цих ймовірностей можуть бути отримані відповідним чином вибраних областей під кривою щільності нормального розподілу відмов першого покоління ламп з урахуванням числа елементів в системі.

Підвищення надійності системи дуже значно при порівнянні з надзвичайно низькою надійністю в умовах коли елементи замінюються тільки при відмових. Середнє напрацювання на відмову системи було лише 0.72 години, але, запровадивши правильно сплановані профілактичні заміни елементів через кожні 3600 годин, можна збільшити середнє напрацювання на відмову до 100 000 годину, т. е. п'ять порядків.

Отже, коли раптові відмови відсутні, а виникають лише зносові відмови, причому елементи замінюються лише після відмови, інтенсивність відмов системи стає постійною після періоду стабілізації, протягом якого мають місце великі флуктуації інтенсивності відмов. Постійна інтенсивність відмов виражається формулою:

 (7.2)

де *Мi* - середня довговічність *i*-го елемента. Надійність системи тоді дорівнюватиме:

 (7.3)

оскільки після стабілізації відмови системи підпорядковуються експонентному закону, хоча самі елементи відмовляють внаслідок зносу. Функція щільності розподілу відмов кожного елемента нормальна, а чи не експоненціальна.

На додаток до мал.5, зауважимо, що необхідно складати миттєві значення функції щільності відмов тих поколінь елементів, які зараз працюють у системі. Але так як функція щільності будь-якого покоління елементів є сумою функцій щільностей окремих елементів цього покоління, процес такого підсумовування, що згладжує миттєве значення інтенсивності відмов системи (горизонтальний ділянку на мал.5), може бути також отриманий підсумовуванням миттєвих значень функцій щільності всіх окремих елементів, що працюють у системі у розглянутий час. Такий метод використовується, коли елементи неоднакові, тобто мають різні середні значення довговічності, різні закони розподілу відмов та різні дисперсії. Однак це важливо лише тоді, коли цікавляться перехідним процесом, що передує остаточній стабілізації інтенсивності відмов системи, що визначається формулою (7.2). Отже, формули (7.2) і (7.3) завжди використовуються для систем з значенням інтенсивності відмов, що встановилися, коли елементи замінюються тільки в міру зносу і незалежно від функції щільності відмов окремих елементів системи.

Але справа зовсім інакше, коли елементи в системі з послідовним з'єднанням профілактично замінюються до того, як з'являться будь-які припаси відмов внаслідок зносу. Надійність таких систем для проміжку роботи *t* задають як:

 (7.4)

якщо раптові відмови не відбуваються та враховуються лише ймовірності зносових відмов. Права частина формули є твір надійностей всіх *n* елементів системи. Надійність *i*-го елемента системи за час *t* роботи системи виходить із формули (6.15):

 (7.5)

де *fi*(*t*) – функція щільності відмови елемента, а *Тi* – напрацювання елемента відтоді, як і включений у роботу, т. е. з часу останньої заміни на початок аналізованого періоду роботи *t*. Так як жоден елемент не працює більше за проміжок часу між замінами *Т*и*i*, то мінімальна надійність системи стає рівною

 (7.6)

Коли всі елементи системи замінюються одночасно через проміжок часу, *Т*и формула (7.6) записується наступним чином:

 (7.7)

Якщо поруч із зносовими виникають раптові відмови, то інтенсивність відмов, що встановилася, за умови, що елементи замінюються тільки при відмові, дорівнює:

 (7.8)

та надійність системи після стабілізації інтенсивності відмов на рівні (7.8) виражатиметься у формі:

 (7.9)

де λ*вi* – інтенсивність раптових відмов та *Мi* – середня довговічність i-го елемента. Якщо використовувати позначення λз для інтенсивності зносових замін і λв для інтенсивності раптових відмов, то інтенсивність відмов системи буде λ=λв+λз і (7.9) можна переписати так:

 (7.10)

Інтенсивність відмов  буде тоді постійною. Вона виходить підсумовуванням постійних інтенсивностей відмов *n* окремих елементів з урахуванням як раптових, і зносових відмов.

Формула (7.10) на перший погляд подібна до суто експоненційної, для якої мають місце лише раптові відмови. Тому може легко уникнути уваги той факт, що складова λз може бути усунена за допомогою профілактичних замін. Але, як буде показано в лекціях, крім λв і λз, є ще третя постійна складова інтенсивності відмов, що враховує приробітні відмови.

Тут необхідно зазначити, що якщо протягом тривалого випробування системи будуть отримані постійні інтенсивності відмов, то це зовсім не обов'язково є наслідком раптових відмов – з таким самим успіхом відмови можуть бути тільки зносовими. Отже, постійна інтенсивність відмов неспроможна бути критерієм різницю між зносовими і раптовими отказами. Тільки ретельний статистичний аналіз та випробування можуть точно розкрити природу відмов. Дані про відмови елементів, отримані зі спостережень, зазвичай є сумішшю приробіткових, раптових та зносових відмов, які важко розділити.

Якщо потрібна висока надійність системи протягом великого проміжку часу, зносові відмови елементів повинні бути повністю виключені за допомогою профілактичної заміни кожного з елементів відповідно до його довговічності, причому для заміни потрібно використовувати тільки елементи, що пройшли приробіток. Коли цього правила дотримується і коли використовуються досить надійні елементи, можна забезпечити дуже високу надійність системи.

# До лекції 8

Розглянемо докладніше, зазначені наприкінці лекції 8, три припущення. **Припущення 1** може бути зображено графічно як розподілу міцності двох множин елементів (див. мал.6). На цьому графіку величина *Т*макс відповідає максимальному значенню навантаження, що виникає у процесі роботи. Такий розподіл зустрічається на практиці, коли відхилення міцності елементів відносно невеликі, але внаслідок недосконалості системи контролю у процесі виробництва невелика частина неякісних елементів потрапляє до партії.

|  |
| --- |
| Мал. 6. Розподіл міцності добрих та дефектних елементів. |

В іншому випадку приробіткові відмови виникають, коли відхилення міцності елементів великі і якість елементів, що випускаються, неоднорідно. Розподіл міцності елементів у разі зображено на мал. 7. З погляду надійності використання таких елементів небажане. Такі елементи затримують процес приробітку і, головне, підвищують інтенсивність відмов.

|  |
| --- |
| Мал.7. Елементи із нерівномірним розподілом міцності. |

Щоб порівняти ці два випадки, припустимо, що партія хороших елементів у першому випадку та партія елементів з великими відхиленнями у другому мають однакову середню міцність *S*ср. Припустимо, що в. обох випадках діють однакові навантаження із максимальним значенням *Т*макс. Оскільки в першому випадку елементи практично не досягають граничних навантажень, система після того, як дефектні елементи замінені хорошими, майже абсолютно надійна. У другому випадку висока ймовірність відмов збережеться і в області навантажень, близьких до *Т*макс. Отже, коли потрібна висока надійність системи, необхідно уникати використання елементів із розподілом міцності, представленим на мал. 7.

**Припущення 2**, згідно з яким кожен дефектний елемент, що відмовив, замінюється хорошим, називається «досконалим ремонтом», тому що новий елемент не призводить до приробітної відмови системи при заміні відмовив елемента або при виконанні якого-небудь іншого виду ремонту. Так як приробіткові відмови можуть бути викликані не тільки дефектними елементами, але можуть бути і наслідком поганого складання, *N*д може бути як числом початкових дефектних місць у системі, так і в загальному випадку числом потенційних відмов приробітку.

Якщо ремонт не досконалий, запроваджується певна кількість нових приробіткових відмов – відмов після ремонту. Ці віднови, що заново з'явилися, можуть бути результатом введення дефектних елементів замість відмовили або наслідком інших недоліків ремонту. Отже, у разі досконалого ремонту, після того, як вичерпано початкову кількість *N*д можливих приробіткових відмов і проведений ремонт, можливість приробіткових відмов у системі зникає, у той час як у разі недосконалого ремонту після цього все ще залишається можливість приробіткових відмов.

Припустимо, що причиною недосконалого ремонту є дефектний елемент, а чи не якась ремонтна помилка, і що елементи заміни беруться із партії *N* елементів, містять *N*д. дефектних. Після того як первісна кількість *N*д дефектних елементів у системі відмовило та замінено, в системі можлива за рахунок недосконалого ремонту поява в середньому:

 (8.1)

нових приробіткових відмов. І якщо для заміни використовуються елементи, взяті з партії, що містить таку ж частку дефектних зразків, як і партин, з якої була створена система, тобто *N*д/*N*, то число нових приробіткових відмов буде в середньому дорівнює:

 (8.2)

Після того як відмовило  елементів, середня кількість приробіткових відмов, що вводяться цими елементами, буде однаковою:

 (8.3)

Таким чином, процес приробітку відбувається тепер повільніше, ніж у разі досконалого ремонту, але якщо в системі є потенційна можливість однієї приробітної відмови, то ймовірність того, що коли відбудеться ця остання приробіткова відмова, для заміни буде відібраний хороший елемент, виявиться рівною .

Розглянемо останнє **припущення 3**. Припущення у тому, що хороші елементи мають інтенсивність відмов, рівну нулю, є надто сильної ідеалізацією. Подивимося, що відбувається, коли добрі елементи мають якусь постійну інтенсивність раптових відмов, хоча б дуже низьку.

У такій сукупності з переважаючим числом хороших елементів вплив дефектних елементів або інших причин потенційних відмов від спрацювання істотно відрізняється від попереднього випадку, коли передбачалося, що хороші елементи мають нульову інтенсивність відмов. Якщо система складається спочатку з *N*x хороших елементів, кожен з яких має інтенсивність відмов λх, і *N*д дефектних елементів з інтенсивністю відмови кожного з них λд, причому λд >> λx, то початкова інтенсивність відмов системи дорівнює:

 (8.4)

де *N*=*N*x+*N*д – загальна кількість елементів у системі.

При досконалому ремонті, як показано вище, *N*д елементів відмовляють експоненційно, і інтенсивність відмов системи зменшується до значення:

 (8.5)

щойно останній дефектний елемент відмовив і замінено. Таким чином, надійність системи, яка спочатку була низькою через наявність дефектних елементів або внаслідок інших причин потенційних приробіткових відмов, підвищується, як тільки починається процес приробітку, і досягає високого значення, що визначається постійною інтенсивністю відмов у системі [див. (8.5)]. У разі недосконалого ремонту система не може досягти надійності, яка визначається формулою (8.5), тому що в системі весь час залишатиметься можливість виникнення приробіткових відмов. Початкова інтенсивність відмов, як і раніше, визначається формулою (8.4); вона також швидко зменшується в процесі роботи, але врешті-решт встановлюється рівною:

 (8.6)

де *n*x – число хороших замін із загальної кількості n замін, іншими словами, *n* – число ремонтних операцій, у яких у системі можлива поява *n*–*n*x=*n*д приработочных отказов.

Формула (8.6) може бути переписана у вигляді:

 (8.7)

де *n*д/*n*х - відношення дефектних елементів до добрих у партії запасних елементів.

Відношення *n*д/*n*х має важливе значення при недосконалому ремонті, оскільки воно визначає приріст встановленої інтенсивності відмов системи проти  при досконалому ремонті. Назвемо *n*д/*n*х *коефіцієнтом збільшення інтенсивності відмов*.

Формула (8.6) може бути записана у вигляді:

** (8.8)

Розмір *n*х/*n* називається *ефективністю ремонту*.

Графік на мал. 8 показує процес стабілізації інтенсивності відмов у системі при досконалому та недосконалому ремонті. У разі недосконалого ремонту процес стабілізації інтенсивності відмов може мати коливальний характер, коли *N*д<*N*x і λд>>λx.

|  |
| --- |
| Мал.8. Стабілізація інтенсивності відмов при досконалому та недосконалому ремонті |

Насамкінець розглянемо надійність систем, які не піддаються ремонту з моменту початку роботи або не ремонтуються, коли вони не працюють. Прикладами таких систем є керовані снаряди і ракети.

Якщо партії елементів знаходиться *N*д дефектних з інтенсивністю відмов λд і *N*x хороших з інтенсивністю відмов λx, то відносне число дефектних зразків дорівнюватиме:



передбачувана інтенсивність відмов елементів, вибраних із цієї партії навмання, стає функцією часу *Т* експлуатації елемента і набуває значення:

 (8.9)

де , а *T*п визначається відповідно до [лекції 8, (8.2)]. Тоді момент *Т*=0, коли елемент новий, передбачувана початкова інтенсивність відмов дорівнює:

 (8.10)

У процесі роботи елемента (якщо він не відмовив у початковий період роботи) його інтенсивність відмов швидко сходиться до кінцевого значення, яке визначається (8.9) переходом до межі при ,

 (8.11)

Очікувана сумарна надійність одного елемента, що визначається з моменту *Т*=0, коли елемент був новий, до моменту *Т*, дорівнює:

 (8.12)

Ця формула враховує можливість як приробіткових, так і раптових відмов і тому функцією часу експлуатації елемента.

Якщо існує можливість зносу, формулу довговічності елемента можна отримати в такий спосіб. До інтенсивності відмов, що визначається (8.9), необхідно додати інтенсивність зношування елементів λи. Тоді отримуємо загальну інтенсивність відмов, яка включає можливість приробіткових, раптових та зносових відмов:

 (8.13)

Відповідно до [лекції 5, (5.14)] та мал. 1 інтенсивність зносових відмов елемента дорівнює:

 (8.14)

(для нормального розподілу зносових відмов). В інших випадках, коли процес зносу краще апроксимується іншим типом розподілу, наприклад, логарифмічно-нормальним, інтенсивність зносових відмов визначається через функцію щільності ймовірності *f*(*Т*) даного розподілу:

 (8.15)

Загальна інтенсивність відмов λзаг є функцією часу експлуатації елемента *T*:

 (8.16)

Результуюча надійність, або функція довговічності елемента, розрахована з першого включення елемента, дорівнює:

 (8.17)

Функція *L*(*Т*) дорівнює ймовірності того, що елемент працюватиме безвідмовно протягом інтервалу часу не менше *Т*.

Надійність елемента для робочого інтервалу t, коли початком цього інтервалу є момент *Т* визначається за формулою:

 (8.18)

Тільки в тому випадку, коли є абсолютна гарантія, що з елементом не відбудеться приробітної відмови, тобто коли він береться з ідеальної партії і протягом періоду *t* не може відбуватися будь-який знос елемента, формула (8.18) наводиться до експоненційної формі, яка не залежить від часу експлуатації елемента:

 (8.19)

Однак для великої кількості елементів повинні враховуватися навіть поодинокі випадки приробіткових та зносових відмов.

Таким чином, *надійність елемента* – *це умовна ймовірність його задовільного функціонування протягом заданого періоду за певного часу попередньої експлуатації та за розрахункових робочих умов*.

Надійність елемента може дуже точно описуватися експоненційною функцією, якщо добре виконана його доробка і якщо елемент розрахований на триваліший термін служби, ніж загальна тривалість роботи системи, в якій він використовується.

# До лекції 9

У лекції 4 експонентні. закон було отримано з основного визначення поняття ймовірності. Цей закон напрочуд добре підходить для опису подій, у яких важко визначити кількість сприятливих та несприятливих результатів протягом певного проміжку часу.

Щоб розрахувати ймовірність події *А*, зазвичай потрібна інформація про те, як часто з'являється ця подія і як часто відбувається протилежна подія , що означає неяву події *А*, причому *Р*(*А*)+*Р*()=1. Наприклад, якщо виробляють вибірку *n* елементів із великої сукупності, що містить 90% хороших і 10% дефектних елементів, то ймовірність вибірки одного хорошого елемента *р*=0.9, а ймовірність вибірки дефектного елемента *q*=0.1, то *р*+*q*=0.9+0.1=1. Якщо необхідно визначити розподіл ймовірностей для вибірки елементів, використовують біноміальний розподіл:

 (9.1)

в якому кожне доданок представляє певну ймовірність. Так, якщо випробування полягає у виборі 10 елементів, тобто *n* = 10, то ймовірність того, що всі 10 елементів будуть хорошими, дорівнює , а ймовірність



означає, що 9 елементів у вибірці виявляться хорошими, а один виявиться дефектним і т. д.; ймовірність  означає, що всі 10 елементів будуть дефектними. Сума всіх цих ймовірностей повинна дорівнювати одиниці, так як вичерпуються всі можливі результати при виборі вибірки, що складається з 10 елементів.

Однак біномнальний розподіл не можна безпосередньо використовувати для розрахунків ймовірностей подій у заданий проміжок часу, так як нелегко підрахувати загальну кількість подій зі сприятливими та несприятливими наслідками, і він часто навіть невідомий. Пуассонівський розподіл допомагає подолати цю проблему. У ньому використовується основа натурального логарифму для отримання виразу, еквівалентного . Цей еквівалентний вираз виходить за допомогою тотожності:

 (9.2)

Розкладемо *ex* у ряд:



Тоді (9.2) наводиться до вигляду:

 (9.3)

Якщо *х* – середня кількість появи події *А*, то доданки у формулі (9.3) є певними ймовірностями. Наприклад, *e*-*x* означає ймовірність того, що подія не станеться,  – ймовірність того, що відбудеться одна подія,  означає ймовірність двох подій тощо. Отже, все, що потрібно знати, – це величину *х*, або середня кількість появи події *А*, за допомогою якої можна безпосередньо розрахувати ймовірності всіляких результатів, не знаючи числа *n*.

Якщо елемент працює протягом деякого проміжку часу, необхідно зв'язати з тривалістю цього проміжку середня кількість появи деякої події, що визначається роботою елемента (прикладом може бути відмова елемента). Вважаючи, що *x*=λ*t* – середня кількість відмов за час *t*, де λ, – середня кількість відмов за одиницю часу (годину), отримуємо ймовірність безвідмовної роботи за час *t*, яку ми називаємо надійністю:

 (9.4)

Для ймовірності того, що за час *t* відбудеться точно одна відмова, отримуємо:

 (9.5)

Імовірність того, що за той же час *t* відбудеться точно дві відмови, дорівнює:

 (9.6)

Суму *Q*=*Q*1+*Q*2+... називають *ненадійністю*. Вона є ймовірністю того, що за час *t* відбудеться одна або більше ніж одна відмова, або просто ймовірністю того, що за час *t* відбудеться хоча б одна відмова. Оскільки *R*+*Q* = 1, то:

 (9.7)

Отже, єдине, що потрібно знати – це середня кількість відмов в одиницю часу. Тоді можна розрахувати ймовірність відсутності відмов або надійність, а також ймовірність відмови або ненадійність для будь-якого часу *t*. Це найбільш чудова властивість розподілу Пуассона, яка часто зустрічається в природі і яка заснована на числі *е*=2,71828...

# До лекції 10

Як простий приклад попереднього аналізу надійності розглянемо електричну схему, що складається з «послідовно» з'єднаних (послідовне з'єднання в сенсі теорії надійності) 4 транзисторів, 10 діодів, 20 опорів і 10 конденсаторів. Припустимо, що схема з'єднань (друкований монтаж) і паяння мають 100% надійність. Припустимо, що змонтовані елементи працюють при заданих значеннях напруги, струму і температури (наприклад, при температурі 85° С), і в цих умовах елементи мають наступні інтенсивності відмов:

|  |  |
| --- | --- |
| діод | λд=0.2·10-5 |
| транзистор | λт=10-5 |
| опір | λс=0.1·10-5 |
| конденсатор | λк=0.2·10-5 |

Спочатку складаємо всі інтенсивності відмов:



Ця сума є інтенсивністю відмов всієї схеми. Оцінювана надійність схеми для заданого часу *t* дорівнюватиме:



Для десятигодинної роботи надійність або ймовірність того, що система не відмовить протягом 10 годин, дорівнює:



Отже, від цієї схеми можна очікувати в середньому роботи без відмови у 999 таких 10-годинних операціях із 1000.

У цих розрахунках інтенсивність відмов схеми 0.0001 на годину, тому середнє напрацювання на відмову:



Це не означає, що від схеми очікується 10000 годин роботи без відмов. При експонентному законі розподілу відмов це означає, що ймовірність безвідмовної роботи протягом 10000 годин становить лише 37%, а ймовірність відмови за 10000 годин – 63%. Але середнє напрацювання на відмову важливо знати з тієї причини, що вона є параметром, який можна виміряти і який повністю визначає надійність системи послідовно з'єднаних елементів у період нормальної експлуатації.

Точність одержаної величини надійності схеми залежить від точності визначення інтенсивностей відмов елементів. Їх одержують або від заводу-виробника, або за результатами досить тривалої експлуатації, або шляхом випробувань.

Знайдене для розглянутої схеми середнє напрацювання на відмову, що дорівнює 10000 годин, для деяких спеціальних застосувань може виявитися недостатнім. Може статися так, що потрібно середнє напрацювання на відмову, що дорівнює 100000 годин.

Що може зробити конструктор, щоб підвищити надійність до необхідного рівня? Рішення полягає у *полегшенні режимів* роботи елементів.

Значення інтенсивностей відмов елементів залежать від умов роботи, наприклад від номінальної напруги, струму та температури, і від механічних навантажень, таких, як удар та вібрація, що змінюються у заданих межах. із зменшенням цих рівнів впливу інтенсивність відмов зазвичай різко змінюється. Якщо конденсатор працює при напрузі, що дорівнює лише половині номінальної, інтенсивність відмов падає до 1/30 її значення при номінальній напрузі. Така ж різка залежність спостерігається і за змін температури. Інтенсивності відмов більшості радіоелектронних елементів сильно залежать від рівнів напруги, струму і температури, при яких вони використовуються.

Отже, підвищення надійності необхідно зменшувати навантаження елементи, т. е. використовувати елементи з вищими номінальними значеннями напруги і струмів і передбачати заходи, які знижують рівень робочої температури. Користуючись цими методами, можна домогтися зменшення інтенсивності відмов у десятки разів.

Іноді заводи-виробники дають криві залежності параметрів коефіцієнтів навантаження, з допомогою яких безпосередньо визначаються інтенсивності відмов у різних режимах роботи. Щоб скористатися такими графіками, ми спочатку визначаємо умови роботи схеми, тобто відношення робочої напруги та потужностей до номінальної, і розрахункову (а пізніше і дійсну) температуру. Потім по кривим залежності інтенсивності відмов від режиму роботи кожного окремого елемента визначаємо його інтенсивність відмов у заданих умовах роботи. Складаємо всі ці інтенсивності відмов і до суми додаємо ще 10% на невраховані пайки та роз'єми. Коли мають місце механічні впливи (удар, вібрація), вони також мають розглядатися на етапі аналізу режимів та умов роботи. Їхній вплив на інтенсивність відмов електронних елементів залежить від обраної конструкції схеми. Протиударна конструкція та усунення резонансних коливань допомагають суттєво зменшити вплив механічних впливів.

Ці міркування ясно показують, що надійність апаратури створюється конструктором. Він може досягти великого виграшу у надійності, змусивши працювати елементи при низьких рівнях навантажень. У той же час, наскільки це можливо, необхідно зменшувати кількість використовуваних елементів. Таким чином, при розрахунках та проектуванні схеми конструктор завжди повинен брати до уваги наступні дві обставини:

1. Щоб не перевантажувати елементи важкими режимами, потрібно використовувати елементи при знижених навантаженнях, включаючи температуру. Необхідно забезпечувати протиударність конструкції та нечутливість її до вібрації, але пам'ятати, що при щільному монтажі апаратури без відповідних тепловідводів у ній може виникнути дуже висока температура, яка зведе нанівець усі зусилля щодо забезпечення надійності.

2. Необхідно проектувати будь-яку апаратуру з можливо меншою кількістю елементів. Спрощення підвищує надійність та полегшує монтаж апаратури та її обслуговування.

Коли апаратура спроектована і пущена у виробництво, важко вже щось зробити для підвищення її надійності. Іноді, якщо конструкція це дозволяє, можна, правда, спробувати використовувати елементи з вищими номіналами, але в загальному випадку можна стверджувати, що якщо апаратура виявилася ненадійною через недостатню увагу до надійності на етапі проектування, то виправити справу може лише корінна переробка апаратури. що пов'язано з втратою часу та коштів. Тому досвідчений конструктор чудово відчуває значення надійності та необхідність її глибокого вивчення.

Як згадувалося в другій лекції, інтенсивність відмов деяких елементів, таких, як перемикаючі пристрої, повніше виражається числом «відмов за робочий цикл», ніж числом «відмов за годину роботи елемента». Коли розглядається робота цих елементів у системі, необхідно переводити значення інтенсивності відмов за робочий цикл одиниці інтенсивності відмов за годину роботи системи. Тільки після цього для чисельних розрахунків можна використати формулу [лекція 10 (10.14)]. Переведення в інтенсивність відмов за 1 годину роботи буває необхідний також елементів з випадковими проміжками зайнятості протягом загального періоду роботи системи, хоча інтенсивність їх відмов теж виражається кількістю відмов за годину роботи елемента.

Час *t* у формулі [лекція 10 (10.14)] - час роботи системи. Тільки в тому випадку, коли елемент працює в системі безперервно, час роботи співпадає з часом роботи системи. Наприклад, якщо елемент повинен працювати всього десяту частину часу роботи системи, тобто *t*/10 годин за кожні *t* годин роботи системи, і якщо інтенсивність відмов у вимкненому стані прийняти рівною нулю, надійність елемента для *t* годин роботи системи буде рівна:



Де  – інтенсивність відмов елемента за 1 годину його роботи. Отже, виявляється, що інтенсивність відмов елемента у системі має значення . Якщо ж елемент працює в системі лише *t*/1000 години за кожні *t* години роботи системи, інтенсивність його відмов у масштабі часу роботи системи буде .

Загалом, коли елемент працює у середньому *t*1 години за *t* годин роботи системи, інтенсивність відмов елемента масштабі часу роботи системи виражається формулою

 (10.1)

Ця наведена інтенсивність відмов елемента може бути використана [лекція 10, (10.14)] для елементів з випадковими проміжками зайнятості. Якщо *t*1 становить дуже малу частину *t*, то елемент може бути високонадійним у масштабі часу роботи системи, навіть якщо інтенсивність його відмов порівняно висока при безперервній роботі.

Формула (10.1) заснована на припущенні, що у відключеному або знеструмленому стані елемент має нульову інтенсивність відмов, хоча система в цей час працює.

Але це завжди так. Інтенсивність відмов елемента може бути рівної нулю навіть у знеструмленому чи відключеному стані. Якщо  – інтенсивність відмов у робочому, а  – у вимкненому стані і якщо елемент протягом *t* годин роботи *t*1 годин знаходиться у робочому стані, а *t*2=*t*-*t*1 години – у вимкненому, то поведінка елемента в системі буде описуватися середньою інтенсивністю відмов, що дорівнює :

 (10.2)

Формула (10.2) виражає, отже, інтенсивність відмов елемента масштабі часу роботи системи.

Якщо інтенсивність відмов елемента виявляється у одиницях робочих циклів, т. е. значенням λc. за один робочий цикл, і якщо елемент в середньому здійснює `*с*` операцій за *t* годин роботи системи, елемент у системі матиме інтенсивність відмов:

 (10.3)

Але якщо елемент до того ж має залежну від часу інтенсивність відмов  у включеному стані і інтенсивність відмов  у вимкненому, інтенсивність відмов елемента в масштабі часу роботи всієї системи буде дорівнює:

 (10.4)

Вочевидь, що у цій формулі *t*1+*t*2=*t* де *t* – заданий час роботи системи.

Формулу (10.4) можна як загальну формулу до розрахунку інтенсивностей відмов елементів у масштабі часу роботи системи. Для більшості елементів величиною  можна знехтувати, за винятком тих випадків, коли вплив навантажень на елемент у працюючій системі дуже великий, навіть якщо сам елемент вимкнений. Інтенсивність відмов деяких пристроїв, зокрема перемикаючих, майже повністю визначається величиною λc, так що в цих випадках величиною  також можна знехтувати. Для інших елементів, зокрема для елементів, що включаються на тривалий час, визначальною є залежна від часу інтенсивність відмов . Але є і категорія елементів, які не належать до перемикаючих пристроїв, для яких необхідно враховувати як λc, так і . Такі елементи зазвичай є елементами, що надовго включаються, але в них виникають різкі перепади температури при включеннях і вимиканнях.

Коли елементи, що мають інтенсивність відмов λc, є частиною системи, надійність усієї системи, виражена формулою [лекція 10, (10.14)], очевидно, залежатиме від частоти, з якої включаються ці елементи. Якщо скористатися загальним виразом (10.4) для інтенсивності відмов елементів, надійність послідовної системи з *n* елементів буде дорівнює:

 (10.5)

де *сi* – Число циклів перемикань i-го елемента за рахунок t = t1i + t2i години роботи системи.

Нехай *i*-м елементом буде, наприклад, реле, яке здійснює тільки один перемикаючий цикл за годину, тобто включає систему на *t* годин, а потім вимикає, так що *с*i=1. Якщо, крім того, припустити  і  рівними нулю, то внесок цього реле в інтенсивність відмов системи точно дорівнює λc і надійність цього реле за час роботи *t* є *ехр*(-λc) і не залежить від часу. Якщо далі припустити, що решта елементів системи мають 100%-ную надійність, то надійність системи одного завдання буде *R*=*ехр*(-λc) незалежно від цього, скільки часу триватиме це завдання. При цьому за час виконання завдання реле має здійснити лише один перемикаючий цикл, тобто включити та вимкнути систему.

Нехай заданий час дорівнює 100 годин. Подивимося, що станеться з надійністю системи за іншого характеру її роботи, коли система працює з перервами, так що за 100 годин роботи вона включається 10 разів. Очевидно, надійність системи за кожне окреме включення знову буде *ехр*(-λc), але для 10 включень за 100 год вона дорівнюватиме:



Отже, за ті ж 100 годин надійність системи тепер значно нижча.

Фактично вплив перемикання нічого очікувати настільки значним, оскільки сума залежних від часу інтенсивностей відмов інших елементів у системі зазвичай набагато більше, ніж інтенсивність відмов за цикл перемикаючих пристроїв, які роблять один цикл перемикань під час виконання завдання. Однак якщо перемикаючий пристрій здійснює велику кількість циклів за час виконання завдання або якщо система містить багато перемикаючих пристроїв або пристроїв, чутливих до різких перепадів температури, викликаних перемиканнями, то частота увімкнення та вимкнення цих пристроїв та системи повинна враховуватися при розрахунках надійності системи.

Іноді виникає питання, чи не краще, чи економніше залишати такі системи включеними, навіть коли не потрібна робота системи? Що вигідніше, з погляду надійності, – визначається ставленням ймовірності безвідмовної роботи за *Т* годин перебування у включеному стані, коли в цьому немає необхідності, до ймовірності безвідмовної роботи за цикл одного включення. Таким чином, критерій для вибору режиму використання системи виходить у вигляді відношення очікуваних чисел відмов системи для цих двох випадків:

 (10.6)

де *Т*1+*Т*2=*Т*. Якщо ρ>1, більш висока надійність досягається вимкненням системи на *Т*-годинний проміжок, коли не потрібно функціонування системи. Якщо ρ<1, більш висока надійність досягається, коли систему залишають включеної на *Т*-годинний проміжок часу, тобто до початку виконання наступного завдання. Але, очевидно, що відношення ρ може стати менше одиниці, тільки якщо чисельник буде меншим за знаменник. Це може статися, наприклад, якщо за проміжок часу *Т*, коли система залишається включеною, жоден елемент не перемикається, тобто *c*=0. Якщо за час *Т* всі елементи системи увімкнені, середня кількість відмов буде . Воно має бути менше середньої кількості відмов системи за одне включення . Вимога ρ<1 виконується, якщо тривалість проміжку *Т* менше відношення інтенсивності відмов системи за один перемикаючий цикл або за одне включення до інтенсивності відмов за одну годину безперервної роботи:

 (10.7)

Очевидно, що величина *Т* може бути важливою тільки для систем, які містять елементи з порівняно високою інтенсивністю відмов λc і коли ці елементи не схильні до перемикань під час нормальної роботи системи.

Про економічність системи, що працює, коли вона не потрібна, можна судити за вартістю енергії, яку споживає система за цей час. Але важливішим є те міркування, що у включеному стані більшість елементів схильна до зносу, тобто поступового погіршення параметрів, у той час як у вимкненому стані цей процес істотно уповільнюється.

# До лекції 11

На мал. 9 показана схема з'єднання двох елементів, що працюють паралельно і мають інтенсивність відмов λ1 і λ2. Надійність *R*нг цієї системи відповідно до [лекції 10, (10.11)] дорівнює:

 (11.1)

а середнє напрацювання на відмову

 (11.2)

Якщо елементи однакові, тобто λ1=λ2=λ, то:

 (11.3)

а надійність

 (11.4)

Середнє напрацювання на відмову в цьому випадку дорівнює:

 (11.5)

Для трьох однакових елементів, що працюють паралельно (мал. 10), маємо:

 (11.6)

 (11.7)

|  |  |
| --- | --- |
| Мал. 9. Надійність двох паралельно включених елементів | Мал. 10. Надійність трьох паралельно включених елементів |

Коли три елементи, що працюють паралельно, неоднакові, отримуємо:

 (11.8)

 (11.9)

Нарешті, для *n* однакових елементів, що працюють паралельно, отримуємо:

 (11.10)

 (11.11)

Слід зазначити, що не всі елементи придатні для паралельної роботи у цьому сенсі. Зокрема, опори та ємності не підходять для такої роботи, оскільки якщо один з двох паралельних ланцюгів відмовляє, це викликає зміну параметрів іншої. Якщо вимоги високої надійності призводять до необхідності резервування таких ланцюгів, ці ланцюги повинні перебувати в режимі ненавантаженого резерву. Працює лише один ланцюг, а другий перебуває у відключеному стані і включається до схеми, коли перший ланцюг відмовляє. Питання надійності при ненавантаженому резервуванні будуть розглянуті в лекції 12.

Розглянемо як приклад три однакові ланцюги, кожна з яких складається з низки послідовних елементів. Інтенсивність відмов кожного ланцюга є сумою інтенсивностей відмов окремих елементів. Нехай ця сума дорівнює λ=0.01 год-1. Отже, надійність одного ланцюга для 10-годинної роботи дорівнює:



Наскільки можна підвищити надійність цієї ланки, яка може бути дуже важливою у складній системі, шляхом постійного включення трьох ланцюгів?

Ненадійність одного ланцюга для *t* = 10 годин дорівнює:



ненадійність паралельно працюючої групи з трьох ланцюгів:



Тоді надійність паралельно працюючої групи з трьох ланцюгів при 10-годинній роботі дорівнює:



Таким чином, надійність цієї ланки збільшилася з 90 до 99,9%. Практичне значення такого підвищення надійності полягає в тому, що, у той час як один ланцюг викликав би 10 відмов за 100 операцій або 100 відмов за 1000 операцій складної системи, в яку входить цей ланцюг, ланка з трьома паралельними ланцюгами відмовить лише один раз за 1000 операцій. Це відбувається тому, що для відмови ланки а, отже, і всієї системи всі три ланцюги мали б відмовити протягом однієї і тієї ж 10-годинної операції. Розглянемо також, що станеться, якщо не контролювати цю ланку, що складається з трьох паралельних ланцюгів після кожної операції, а чекати його відмови в результаті виходу з ладу всіх трьох ланцюгів за ряд послідовних операцій. Це означає, що ми не знаємо, коли відмовили один або два ланцюги, і чекаємо лише відмови третього ланцюга, після чого замінюємо відразу всі три ланцюги. Чи отримаємо ми при цьому лише одну відмову ланки за 1000 десятигодинних операцій?

Щоб відповісти на це питання, обчислимо середнє напрацювання на відмову групи з трьох паралельних кіл:



У середньому відмова відбувається через кожні 183 години або за кожні 18.3 десятигодинних операції. Отже, за 1000 операцій очікується, що ланка відмовить 1000/18.3=54 разу. Це відповідає в середньому 946 вдалим і 54 невдалим операціям з 1000. Якщо всі три ланцюги в початковий момент справні, надійність дорівнює 99.9% за 10 годин, якщо справні два ланцюги, надійність становить 99.1%. Коли ж залишається лише одна справна ціль, надійність дорівнює 90%.

Ті самі результати виходять, коли розглядається необслуговувана ланка з трьох паралельних ланцюгів, закон відмов якого не є експоненційним, але приблизно вважаючи для великого часу закон експоненційним з напрацюванням на відмову *m*=183 години, отримаємо, що в середньому для 10 годин надійність дорівнює:



Таким чином, якщо не обслуговувати паралельно працюючу групу після кожної операції, ми отримуємо в цьому випадку для систем тривалого використання лише незначний виграш у надійності порівняно з випадком коли ланка складається з одного ланцюга з надійністю 0.905. Але коли група після кожної операції контролюється на справність всіх трьох ланцюгів, досягається надійність 0.999138 для кожної 10-годинної операції з ризиком однієї відмови групи за 1000 операцій.

На мал. 11 зіставлені криві ймовірності безвідмовної роботи трьох паралельних ланцюгів та одного ланцюга. Наприклад, для 10 годин маємо надійність 0.999. паралельних ланцюгів та лише 0.9 – для одного ланцюга. З графіка видно також, що ймовірності безвідмовної роботи паралельних ланцюгів є експоненціальними функціями часу і, отже, інтенсивність відмов не постійна. Середнє напрацювання на відмову т дорівнює 183 годин, тоді як середнє для експоненційної кривої одного ланцюга дорівнює 100 годин. Величина *R* при *t*=*m* дорівнює 0.37 для експоненційної кривої, але за *t*=*m*нг маємо *R*(*m*нг)=0.408 для випадку трьох паралельних кіл. Це значення зростає зі збільшенням числа паралельних кіл.

|  |
| --- |
| Рис.11. Можливість безвідмовної роботи трьох паралельно включених елементів. (Для одного елемента λ=0.01) |

Таким чином, паралельна робота кіл здатна забезпечити надзвичайно високу надійність для порівняно коротких періодів роботи. Для того щоб один ланцюг забезпечив ту саму надійність 0.999 для 10 годин, такий ланцюг повинен мати середній напрацювання на відмову 10000 годин.

Розглянемо коротко процес обслуговування. У випадку одного ланцюга необхідно виконати приблизно 100 операцій з обслуговування на 1000 робочих операцій, тобто замінити та відремонтувати 100 ланцюгів, оскільки система в середньому відмовляє 100 разів на 1000 операцій. Коли використовуються три паралельні ланцюги і вони ідеально обслуговуються, виконується 1000 перевірок по одній після кожної операції. При цьому необхідно замінити або відремонтувати близько 300 ланцюгів для 1000 операцій, якщо вимагати, щоб кожна операція розпочиналася при справному стані всіх трьох кіл. У цьому випадку замінюється велика кількість ланцюгів, тому що весь час зберігаються три працюючі ланцюги. Для трьох працюючих ланцюгів ймовірність того, що за 10 годин жодна з трьох не відмовить, дорівнює:



Таким чином, можна очікувати, що жодна ланцюг не відмовить за 740 операцій, але в 260 операціях міг би бути виявлений відмова одного або кількох ланцюгів. Справді, очікується, що відмова однієї ланцюга відбудеться приблизно 234 операціях, відмова двох ланцюгів – приблизно 25 операціях, а одній операції відмовить всі три ланцюга; отже, довелося б замінити лише близько 287 ланцюгів. Але ми можемо очікувати, що вся система відмовить лише один раз за 1000 операцій, якщо під відмовою системи розуміти відмову всіх трьох ланцюгів.

У третій схемі обслуговування паралельні ланцюги не перевіряють і чекають, поки не відмовлять усі три ланцюги. Тут у середньому необхідні 54 операції обслуговування на 1000 робочих операцій і буде потрібно заміна чи ремонт 3\*54=162 ланцюгів.

Порівняємо ці три схеми. Схема 1 вимагає в середньому 100 операцій обслуговування та заміни 100 ланцюгів, система відмовляє в середньому 100 разів на 1000 операцій. Схема 2 вимагає 1000 перевірок та в середньому 260 операцій обслуговування та заміни 287 ланцюгів, але ця система відмовляє лише один раз за 1000 операцій. Схема 3 вимагає в середньому 54 операції обслуговування та заміни 162 ланцюгів, система відмовляє 54 рази на 1000 операцій. Вочевидь, що з погляду надійності схема 2 значно перевищує дві інші схеми. Але вона створює певні труднощі в обслуговуванні. Однак, якщо потрібна надійність 0.999 для 10-годинної операції і якщо не можна використовувати жодні надійніші ланцюги, ніж ланцюги з *m* = 100 годин, схема 2 є єдиним рішенням.

Подивимося, якою була б вартість одного ланцюга з *m*=10000 годин? Цей ланцюг відмовить у середньому один раз за 1000 операцій (тобто за 10000 годин), і, отже, знадобилася лише одна операція обслуговування і один ланцюг для заміни. Цей ланцюг відповідає вимогам, щоб ймовірність безвідмовної роботи за 10 годин дорівнювала 0.999. Причому це досягається майже без жодного обслуговування. Вартість створення такого високонадійного ланцюга слід порівняти з вартістю робочої схеми 2, що складається з вартості 287+3=290 ланцюгів плюс вартість 1000 перевірок плюс вартість 260 операцій із заміни. У 234 випадках замінюється один ланцюг, у 25 випадках замінюються два ланцюги та в одному випадку замінюються три ланцюги. Цю сумарну вартість слід порівняти із вартістю двох ланцюгів, кожен з яких має *m*=10000 годин плюс вартість однієї операції із заміни. Не виключено, що такий високонадійний ланцюг виявиться дешевшим, ніж резервований з обслуговуванням за схемою 2. У всякому разі, можна досягти багато чого за рахунок значного збільшення середнього напрацювання на відмову. При цьому поряд із зручністю обслуговування та ремонту має також враховуватися вага обладнання та його обсяг.

Нехай є три однакові елементи. Імовірності всіх можливих наслідків операцій даної тривалості виходять за допомогою розкладання бінома:

 (11.12)

Перший доданок виражає ймовірність того, що всі три елементи безвідмовно працюватимуть, друге – ймовірність того, що відмовить один елемент, третє – ймовірність того, що один елемент безвідмовно працюватиме, а два відмовить. Останнє доданок є ймовірністю того, що відмовлять усі три елементи. Ця остання величина дорівнює ненадійності паралельної системи *Q*нг=*Q*3, оскільки поки хоча один елемент працює, система не відмовляє. Отже, надійність системи визначається виразом:

 (11.13)

Якщо для безвідмовної роботи системи потрібно, щоб з трьох паралельних елементів щонайменше два працювали безвідмовно, величину 3*RQ*2 необхідно виключити із суми (11.13). Тоді ненадійність системи дорівнюватиме:



а надійність системи

 (11.14)

Для чотирьох однакових елементів, що працюють паралельно, біноміальне розкладання має вигляд:

 (14.15)

Щоб отримати надійність цієї паралельної системи, викреслюємо із суми (11.15) доданки, що означають відмову системи. Якщо для того, щоб не відбулася відмова системи, повинен безвідмовно працювати хоча б один елемент, тільки останній складник *Q*4 виражає відмову системи, так що:



Якщо для того, щоб успішно виконати поставлене завдання, повинні працювати принаймні три елементи з чотирьох, то  оскільки відмова двох елементів () і відмова трьох елементів () означає відмова системи. Отже, ненадійність системи у разі дорівнює:



Якщо є *n* однакових елементів або ланцюгів у паралельній системі, біноміальний вираз набуває вигляду:

 (11.16)

де *R* і *Q* – відповідно надійність та ненадійність одного елемента або ланцюга. Якщо ці величини відомі, можна обчислити ймовірності різних можливих комбінацій подій для заданого проміжку часу в припущенні, що паралельні елементи або ланцюги в період, що розглядається, працюють одночасно і що вони мають одну і ту ж надійність.

Якщо елементи неоднакові і мають різну надійність, обчислення стає складнішим. Уявімо три елементи з надійностями *R*1, *R*2 і *R*3, що працюють одночасно. та паралельно. Потрібно визначити надійність цієї системи за умови, що для успішного виконання роботи в першому випадку повинен працювати безвідмовно принаймні один з елементів, а в другому потрібна безвідмовна робота двох елементів. Тоді замість (*R*+*Q*)3 запишемо:

 (11.17)

Щоб отримати *R*нг системи, викреслюємо відповідно до вищевизначених умов відмови системи тільки останній доданок *Q*1*Q*2*Q*3 або останній доданок і попередню величину в дужках. Подібним чином для чотирьох неоднакових паралельних елементів можна написати:



та викреслити доданки, які виражають відмову системи.

Розглянемо надійність системи реактивних двигунів у трируховому літаку. Кожен двигун складається з безлічі послідовних елементів з інтенсивністю відмов λi, тому інтенсивність відмови двигуна дорівнює . Це все, що необхідно для розрахунку надійності 10-годинної роботи системи в умовах, коли для успішного виконання завдання потрібна безвідмовна робота принаймні двох двигунів. Надійність одного двигуна для 10 годин роботи дорівнює:



Використовуємо біномне розкладання (11.14) для випадку трьох паралельно працюючих ланцюгів, з яких принаймні два повинні працювати безвідмовно. Отримаємо, що надійність цієї системи дорівнює:



тобто більше ніж 99.99%. Отже, надійність дуже висока. Однак, якщо політ повинен тривати 100 годин, надійність одного двигуна стане приблизно рівною *R*=0.95 і надійність системи для 100 годин зменшиться до *R*нг=0.99, або 99%. Якби час польоту був 1000 годин, надійність системи становила б лише 0.6, або 60%.

Нарешті розглянемо ефективність роздільного резервування системи. Під роздільним резервуванням розуміється резервування деяких окремих елементів чи груп елементів у системі.

З (11.10) слід, що надійність *n* однакових елементів, що працюють паралельно, дорівнює

 (11.18)

де *r* – надійність одного елемента. Якщо паралельно з'єднати групи елементів, наприклад ланцюга, в кожній з яких послідовно з'єднані *m* елементів, то для *n* однакових ланцюгів, що працюють паралельно в умовах навантаженого резерву, отримуємо:

 (11.19)

Якщо паралельно включаються два однакові ланцюги (*n*=2) з *m* послідовно з'єднаними елементами кожна, отримуємо:

 (11.20)

Паралельне включення двох однакових груп елементів часто застосовують при проектуванні підвищення надійності. Однак в окремих випадках паралельне включення двох таких ланцюгів може ще не забезпечити необхідну надійність і потрібно включити три ланцюги. Перш ніж приймати таке рішення, варто розглянути можливість паралельного резервування деяких елементів кожного ланцюга, що може збільшити його надійність. У цьому випадку необхідна надійність системи, можливо, буде забезпечена паралельним включенням двох ланцюгів. Цей метод скорочує вагу та обсяг обладнання та допомагає спростити обслуговування системи.

Надійність ланцюга, що складається з послідовно з'єднаних елементів, з яких b елементів дубльовані, визначається виразом:

 (11.21)

де *а* = *m*-*b*. У цій формулі *ri* – надійність *i*-го нерезервованого елемента, а *rj* – надійність *j*-го резервованого елемента. Надійність системи двох таких паралельних кіл дорівнює:

 (11.22)

де *R* визначається формулою (11.21). Метод роздільного резервування дає значне збільшення надійності паралельного з'єднання за мінімальної вартості та зусиль.

Формули (11.20) та (11.22) у разі експоненційного закону відмов елементів записуються у такій формі:

 (11.23)

 (11.24)

Формула (11.23) визначає надійність двох однакових ланцюгів (послідовно з'єднаних елементів), включених па алельно, а формула (11.24) – надійність двох паралельно включених ланцюгів, кожен з яких містить роздільний резерв у вигляді *b* індивідуально дубльованих елементів.

Очевидно, що роздільне резервування збільшує кількість елементів у ланцюзі. Спочатку ланцюг містив *m*=*a*+*b* елементів, після дублювання *b* елементів він містить *a*+2*b* елементів. Однак її надійність збільшилася від значення, що визначається формулою (11.23), до значення, що визначається формулою (11.24).

Іноді більш практично дублювати весь ланцюг повністю, ніж кожен елемент окремо. Однак збільшення надійності в цьому випадку менш ефективно, ніж у випадку індивідуального дублювання, так як відмова будь-якого елемента ланцюга призводить до відмови всього ланцюга, незважаючи на те, що вона ще містить інші справні елементи, і ці справні елементи в ланцюгу виявляються марними.

Надійність ланцюга, в якій *а* недубльовані елементи є послідовними, а *b* елементів дублюються в цілому, а не індивідуально, у разі експоненційного розподілу дорівнює:

 (11.25)

а в загальному випадку

 (11.26)

що менше надійності (11.21) того ж ланцюга з індивідуально дубльованими елементами.

Якщо паралельно з'єднати два ці ланцюги, кожен з яких містить у свою чергу дубльовані ланцюги, отримуємо:

 (11.27)

або у загальному випадку:

 (11.28)

Хоча величина надійності при цьому менша за ту, яка дана в (11.24), все ж досягається підвищення надійності в порівнянні з (11.23). Який метод вибрати – чи дублювати окремими елементами або одночасно групою елементів, – визначається вимогами до надійності системи та можливостями при проектуванні. Кожен конструктор знає, що окремі елементи часто неможливо використовувати в режимі навантаженого резерву (наприклад, опору або ємності). Так само часто утруднена паралельна робота навантажених резервованих ланцюгів. У таких випадках необхідно віддати перевагу ненавантаженому резерву (див. лекцію 12).

Як показано вище, щоразу, коли вводиться резерв, кількість елементів у системі збільшується. У тому випадку, коли система регулярно піддається обслуговуванню та відновленню, велика кількість елементів у системі може призвести до великих витрат на обслуговування.

# До лекції 12

Визначимо функцію щільності відмов системи, що складається з двох елементів або ланцюгів з інтенсивностями відмов λ1 і λ2, з яких один ланцюг – робочий та один – резервний. У подібних системах передбачається, що якщо робочий елемент відмовляє під час *t*1, резервний елемент починає працювати негайно. Момент відмови резервного елемента *t*2=*t*-*t*1, якщо час роботи цього елемента *t*2 відраховується з моменту, коли перший елемент відмовив. Вочевидь, що час *t*1, і час *t* є змінними величинами. Отже, функція щільності відмов для першого елемента дорівнює:



а для другого



Для першого елемента можливість відмови на малому інтервалі *dt*1 є  а для другого . Тоді ймовірність відмови системи на малому інтервалі від *t* до *t*+*dt* дорівнює добутку:



Інтегруючи по *t*1, отримаємо спільну функцію щільності розподілу *f*(*t*) відмов системи із двох елементів, перший з яких основний, а другий – ненавантажений резервний:

 (12.1)

Якщо *f*1 і *f*2 не експоненціальні, то *f*(*t*) залежатиме від часу експлуатації елементів і надійність такої системи з ненавантаженим резервом для даного робочого інтервалу обчислюється через умовну ймовірність відмови, як було показано в [матеріали СРС до лекції 6, (6.1) — (6.3)].

Але у разі експонентного закону відмов залежність від часу експлуатації елемента відсутня. Тоді функція щільності спільного розподілу дорівнює:

 (12.2)

Надійність часу роботи *t* виходить інтегруванням функції щільності:

 (12.3)

а середнє напрацювання на відмову дорівнює

 (12.4)

У випадку, коли перемикачі не абсолютно надійні, формула (12.3) записується у вигляді

 (12.5)

Формулу (12.1) для спільної функції щільності можна узагальнити для випадку трьох елементів, з яких один робочий, а два інших резервних, які послідовно включаються в роботу:

 (12.6)

де *t*1 - момент відмови робочого елемента, *t*2 - момент відмови першого резервного елемента. Другий резервний елемент відмовляє у момент *t* > *t*2.

У тому випадку, коли інтенсивності відмов елементів постійні та рівні λ1, λ2 та λ3, спільна функція щільності дорівнює:

 (12.7)

Інтегруючи цю функцію щільності, отримуємо надійність системи трьох паралельних елементів, в яких один основний має два ненавантажені резервні:

 (12.8)

Аналогічно можна отримати спільну функцію щільності для п елементів, у тому числі один робочий, інші (*n*–1) служать ненавантаженим резервом.

Надійність групи з чотирьох паралельних елементів, з яких один робітник, інші – ненавантажений резерв, дорівнює:

 (12.9)

Структура цих формул ясна, так що за аналогією відразу можемо написати формулу надійності групи паралельних елементів, серед яких один основний, а (*n*-1) представляють ненавантажений резерв:

 (12.10)

Середнє напрацювання на відмову для *n* паралельних елементів у разі ненавантаженого резерву дорівнює:

 (12.11)

Формули (12.7) – (12.11) справедливі для випадку абсолютно надійних перемикаючих пристроїв і для елементів з експонентним законом відмов. Фактично це відповідає випадку, коли працюючі елементи замінюються досі їх зносу, навіть якщо вони не відмовили. Однак у групі з ненавантаженими елементами основний елемент працює до повного зносу, якщо він тільки не відмовить раптово. У цьому випадку ми отримуємо функцію щільності як спільну ймовірність, що враховує раптові та зносові відмови, як це було показано у лекціях 6-8.

Розглядаючи питання, пов'язані з ненавантаженим резервом, ми припускаємо, що ненавантажені елементи мають нульову інтенсивність відмов до того часу, поки вони включені у роботу. Однак це може не виконуватися, оскільки включені в роботу резервні елементи діючої системи можуть відмовити через високу температуру і вібрації. Якщо така можливість допускається, то елементи, не включені в роботу, також матимуть деяку інтенсивність відмов, яка, мабуть, буде меншою за інтенсивність відмов у робочому стані. Поширюючи формули і ці випадки, необхідно врахувати ймовірність відмови елементів у період, що де вони включені у роботу.

Розглянемо два різні елементи, відмови яких підпорядковуються експоненційному закону, причому робочий елемент відмовляє з інтенсивністю λ1, а ненавантажений резерв відмовляє з інтенсивністю λ2 після включення його в роботу і з інтенсивністю λ3, коли він не включений в роботу. Надійність такої системи:

 (12.12)

а якщо надійність перемикаючого пристрою не дорівнює одиниці, то:

 (12.13)

Розглянемо потужне джерело живлення, наприклад генератор з інтенсивністю відмов λ1=0.0002 год-1, та ненавантажену резервну батарею з інтенсивністю відмов λ2=0.001 год-1. Припустимо, що перемикаючий пристрій має надійність *R*пер=0.99 одну операцію перемикання. Блок-схема розрахунку надійності показано на рис. 12. Обчислимо надійність цієї системи для заданого часу *t*=10:



Система, що має таку надійність, що означає появу двох відмов на 100000 операцій, або однієї відмови на 50000 операцій, можливо, була б прийнятна, якби існувала впевненість у тому, що кожна операція починається за справного стану всіх елементів, і за умови, що інтенсивність відмови системи дорівнює нулю, коли вона не включена в роботу. Але якою буде надійність системи, якщо не перевіряти всі елементи після кожної

|  |
| --- |
| Мал. 12. Надійність при ненавантаженому резерві. |

операції та допускати роботу системи без обслуговування доти, доки вона раптово не відмовить? Щоб отримати відповідь на це питання, визначимо середнє напрацювання на відмову, інтегруючи *R*нн:



де λ – середня інтенсивність відмов перемикаючого пристрою. Таким чином, слід очікувати, що генератор, який має інтенсивність відмов 0.0002, відмовить у середньому один раз за кожні 5000 годин, і, отже, вимагалося б, щоб перемикач пристрій спрацьовував у середньому один раз за кожні 5000 годин. Еквівалентна інтенсивність відмов:



Підставляючи цю величину у формулу для mнн, отримаємо для системи з ненавантаженим резервом середнє напрацювання на відмову, приблизно рівну 5988 годин при 10-годинній роботі, тобто одна відмова на кожні 598 операцій. Очевидна повна протилежність цього випадку випадку системи, що обслуговується після кожної операції, коли одна відмова очікується на 50000 годин роботи.

# До лекції 14

Розглянемо випадок паралельно працюючих перемикачів (в режимі навантаженого резерву). Нехай λо та λз – постійні інтенсивності обриву та короткого замикання перемикачів. Тоді ймовірність обриву дорівнює , а ймовірність короткого замикання . Припускаючи, що ці події взаємно виключають і незалежні, визначимо ймовірність *q* того, що в перемикачі буде або обрив, або коротке замикання:

 (14.1)

і ймовірність *r* того, що в перемикачі не буде ні урвища, ні короткого замикання:



Щоб обчислити надійність *R* двох перемикачів, що працюють паралельно так, якщо один перемикач відмовить, інший здатний виконати функцію перемикання один, використовуємо формулу повної ймовірності для блок-схеми, показаної на мал. 13:

 (14.2)

Якщо обидва перемикачі мають рівні постійні інтенсивності відмов, то (14.2) отримуємо:

 (14.3)

Тоді надійність системи паралельно працюючих перемикачів дорівнює:

 (14.4)

де *r* - ймовірність того, що перемикач не даватиме ні урвища, ні короткого замикання; λо – інтенсивність обривів, λз – інтенсивність короткого замикання. У наведеному розрахунку не враховується ймовірність того, що перемикачі можуть мати різну інтенсивність відмов, коли вони працюють поодинці після того, як один з них відмовив. Отже, ця модель придатна для тих ланцюгів, де перемикачі навантажуються лише малою частиною всього дійсного навантаження, тому практично немає різниці в режимах паралельної роботи одного і двох перемикачів.

Формула (14.4) показує, що два паралельні перемикачі збільшують надійність, тільки якщо  і, отже, якщо . Якщо  надійність двох перемикачів, що працюють паралельно в навантаженому режимі, дорівнювала б надійності одного перемикача, але витрати на обслуговування довелося б подвоїти. Якщо ж , два перемикачі, з'єднаних паралельно, менш надійні, ніж один. Деякі типи перемикачів (наприклад напівпровідникові) мають явну тенденцію частіше давати пробої, ніж обриви. При цьому відношення  може досягати 10:1 і більше. Якщо це має місце і єдиний перемикач недостатньо надійний, щоб виконати необхідну функцію перемикання з дуже високою надійністю, необхідно поставити два ключі послідовно, як показано на мал. 14. Використовуючи (14.2), отримаємо вираз для ненадійності послідовного з'єднання з двох перемикачів:

 (14.5)

а для надійності

 (14.6)

З (14.6) видно, що послідовне з'єднання покращує надійність перемикання, якщо .

|  |  |
| --- | --- |
| Мал. 13. Два перемикачі у паралельному з'єднанні | Мал. 14. Два перемикачі у послідовному з'єднанні |

Як було зазначено, ці висновки справедливі лише у випадках, коли інтенсивність відмов зовсім змінюється чи змінюється лише незначно. Ситуація може стати зовсім іншою, коли один перемикач навантажується повним струмом *I*, а при двох паралельних перемикачах кожен навантажується струмом *I*/2. Інтенсивність відмов за умови повного струму може бути значно більшою, ніж за половинної величини струму. Припустимо, що з повному струмі перемикач має інтенсивності відмов , а при половинному (тобто при паралельній роботі двох перемикачів) – .

Для вирішення цього завдання скористаємося методом, застосованим нами при виведенні формули [лекція 14, (14.7)], яка визначає надійність двох паралельних елементів, інтенсивність відмов яких змінюється, коли один з елементів відмовляє.

Уявімо, що два паралельно працюючих перемикачі утворюють ланцюг і що є третій (уявний) перемикач з інтенсивностями відмов , який починає діяти, якщо будь-який з двох перемикачів у ланцюзі дає обрив, що означає відмову всього ланцюга. За таких умов третій (уявний) перемикач працює один. Відмова системи відбувається, якщо: а) будь-який з двох перемикачів в ланцюзі дасть коротке замикання, або 6) будь-який з двох перемикачів у ланцюзі дасть урвище, а третій (уявний) перемикач, який знаходиться в режимі ненавантаженого резерву, також відмовляє (внаслідок урвища або короткого замикання). Отже, є дві ймовірності відмови системи:



Оскільки події «а» та «б» не можуть статися одночасно, ненадійність паралельної системи визначається як:



а надійність системи

 (14.7)

Якщо перемикачі відмовляють тільки внаслідок коротких замикань, так що λ0=0, то формула (14.7) зводиться до , а це означає, що в даному випадку два перемикачі, що працюють паралельно, мають меншу надійність, ніж один перемикач з , так як з точки зору ймовірності відмови два паралельних перемикача, які можуть лише закорочуватися, розглядаються як послідовно включені. Якщо кожен із новачків відмовляє, т. е. дає коротке замикання, система відмовляє. У той же час, якщо вони включені послідовно, то вони пропускають один і той же струм незалежно від того, чи працюють обидва вони послідовно або в одному з них сталося коротке замикання, в той час як інший продовжує працювати. Вважаючи, що замикання одного перемикача не призводить до зміни інтенсивності відмов працюючого перемикача, отримуємо для надійності системи величину . Отже, система, що складається з двох перемикачів, що працюють послідовно, у разі коли перемикачі можуть відмовляти тільки через коротке замикання, з точки зору надійності виявляється системою паралельної дії.

Проведене дослідження паралельно і послідовно працюючих перемикачів зі зміною і без зміни інтенсивності відмов однаковою мірою застосовується і до роз'ємних (ковзаючих) контактів, коли контакти розглядаються як окремі елементи. Очевидно, що коли ланцюг спочатку розімкнений і повинен бути замкнутий, більш надійно мати два паралельно працюючі контакти або два перемикачі, щоб виконувати цю операцію. Але якщо завдання полягає в тому, щоб розімкнути спочатку замкнутий ланцюг, послідовне з'єднання надійніше.

# Список літератури

1. Bazovsky I. Reliability. Theory and practice. Prentice-Hall Space Technology Series. Prentice-Hall International. London, 1961. (Базовский И. Надежность. Теория и практика. Пер. с англ. под ред. Левина Б.Р. М., Мир, 1965. 374 с.)
2. Lloyd D. K., Lipov M. Reliability: management, methods and mathematics. Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey, 1962. (Ллойд Д., Липов М. Надежность. Организация исследования, методы, математический аппарат. Пер. с англ. под ред. Бусленко Н.П. М. «Советское радио», 1964, 687 с.)
3. Половко А.М., Гуров С.В. Основы теории надежности. 2-е ид., перераб. и лоп., СПб, БХВ-Петербург, 2006, 704 с.
4. Половко А.М., Гуров С.В. Основы теории надежности. Практикум. СПб, БХВ-Петербург, 2006, 560 с.
5. Половко А.М. Сборник задач по теории надежности / А.М. Половко, И.М. Маликов, А.Н. Жигарев, В.И. Зарудный // М. «Советское радио», 1972, 408 с.