МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ОДЕСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

КАФЕДРА ПРОГРАМНИХ І КОМП’ЮТЕРНО-ІНТЕГРОВАНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ З ДИСЦИПЛІНИ Моделювання процесів і систем

(Теоретична частина)

Для студентів інституту штучного інтелекту та робототехніки

Перший (бакалаврський) рівень вищої освіти

Спеціальність: 151 – Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології

Освітньо-професійна програма: Комп'ютерні технології автоматизації.

Одеса 2022

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ОДЕСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

КАФЕДРА ПРОГРАМНИХ І КОМП’ЮТЕРНО-ІНТЕГРОВАНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ З ДИСЦИПЛІНИ Моделювання процесів і систем

(Теоретична частина)

Для студентів інституту штучного інтелекту та робототехніки

Перший (бакалаврський) рівень вищої освіти

Спеціальність: 151 – Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології

Освітньо-професійна програма: Комп'ютерні технології автоматизації.

Затверджено на засіданні

кафедри програмних і комп’ютерно-інтегрованих технологій

Протокол № 7 від 26.01.2022 р.

Одеса 2022

Методичні вказівки з дисципліни Моделювання процесів і систем. (Теретична частина): для студ. напряму 151 «Автоматизацiя та комп’ютерно-iнтегрованi технологiї» денної та заочної форм навчань./ Укл. Уліцька О.О. – Одеса: ОП, 2022. – 90 с.

Зміст

[Модель. Об’єкт 1](#_Toc95950063)

[Відносини подібності. 5](#_Toc95950064)

[Відмінності та подібності між моделлю та оригіналом 5](#_Toc95950065)

[Класифікація об'єктів математичного моделювання 8](#_Toc95950066)

[Типові процедури дослідження об'єктів АСУ ТП методом моделювання 10](#_Toc95950067)

[Розробка математичних моделей 13](#_Toc95950068)

[Завдання математичного моделювання 15](#_Toc95950069)

[Класифікація математичних моделей 17](#_Toc95950070)

[Методи побудови та форми представлення аналітичних математичних моделей 21](#_Toc95950071)

[Методика створення математичних моделей на мікрорівні 24](#_Toc95950072)

[Методика створення математичних моделей на макрорівні 29](#_Toc95950073)

[Формальний метод побудови математичних моделей на макрорівні 33](#_Toc95950074)

[Опис зв'язків між елементами однієї природи 36](#_Toc95950075)

[Подання у формі еквівалентних схем 38](#_Toc95950076)

[Моделювання складних структур промислових об’єктів 40](#_Toc95950077)

[Методи побудови емпіричних математичних моделей 43](#_Toc95950078)

[Методика підготовки, планування та проведення ксперименту 45](#_Toc95950079)

[Методика планування оптимального експерименту 46](#_Toc95950080)

[Проведення експерименту 52](#_Toc95950081)

[Отримання математичної моделі об'єкта 56](#_Toc95950082)

[Методика оцінки адекватності емпіричних моделей 60](#_Toc95950083)

[Методика побудови динамічних експериментальних моделей 65](#_Toc95950084)

[Автоматизоване моделювання технічних об'єктів 68](#_Toc95950085)

[Методи побудови моделюючих програм 75](#_Toc95950086)

[пакети візуального моделювання технічних систем 78](#_Toc95950087)

Модель. Об’єкт

Що таке модель?

МОДЕЛЬ (франц. modele, італ. modello, від лат. modulus - міра, мірило, зразок, норма):

•зразок, що є еталоном (стандартом) для серійного або масового відтворення (модель автомобіля, модель одягу тощо), а також тип, марка якогось виробу, конструкції;

•виріб (виготовлений з дерева, глини, воску, гіпсу та ін.), з якого знімається форма для відтворення в іншому матеріалі (металі, гіпсі та ін.);

• людина, яка позує художнику (натурник), і взагалі зображувані об'єкти («натура»);

•пристрій, що відтворює, імітує (зазвичай у зменшеному масштабі) будову та дію будь-якого іншого пристрою в наукових, практичних (наприклад, у виробничих випробуваннях) або спортивних цілях.

Перед тим, як запустити у виробництво новий літак, його обкатують в аеродинамічній трубі – це модель. Щоб продемонструвати систему кровообігу, лектор звертається до намальованого плакату – це модель. На стіні висить картина Айвазовського "Дев'ятий вал" - це модель.

Інакше кажучи, модель – це такий матеріальний чи уявний об'єкт, який у процесі пізнання замінює об'єкт – оригінал, зберігаючи деякі важливі його риси.

Для визначення ключового поняття «моделювання» нагадаємо, що будь-які об'єкти О1 і О2, які є предметами людської діяльності, завжди в чомусь подібні і в чомусь різні.

Якщо О1 і О2 мають суттєву подібність і несуттєву різницю, то можливе вивчення найважливіших властивостей О1 з допомогою О2. Назвемо О1 - натурою або оригіналом, а О2 - моделлю.

Заміщення об'єкта О1 об'єктом О2 вивчення чи фіксації найважливіших властивостей О1 з допомогою O2 називається моделюванням об'єкта O1 об'єктом O2. Модель та оригінал реалізуються у певному навколишньому середовищі.

Об’єкт О1

ОРИГІНАЛ

Об’єкт О2

МОДЕЛЬ

Задача

Суб’єкт діяльності

Рисунок 1 – Схема ситуації моделювання

Завдання виникає тоді, коли для досягнення мети є кілька неочевидних шляхів і треба вибрати найкраще.

Принагідно зауважимо, що сукупність завдань утворюють *проблему*.

Поняття моделі зазнало значних змін у процесі розвитку науки.

Спочатку моделлю називали деякий допоміжний засіб, об'єкт, який у певній ситуації замінював інший об'єкт. У цьому далеко ще не відразу було зрозуміло універсальність законів природи, загальність моделювання, тобто. не просто можливість, а й необхідність представляти будь-які наші знання у вигляді моделей.

Наприклад, древні філософи вважали за неможливе моделювання природних процесів, оскільки за їхніми уявленнями, природні та штучні процеси підпорядковувалися різним закономірностям. Вони вважали, що відобразити природу можна лише з допомогою логіки, суперечок, міркуванням, тобто. з сучасної термінології, мовних моделей.

Через кілька століть девізом англійського Королівського наукового товариства стало гасло "нічого словами". Визнавали лише висновки, підкріплені експериментально чи математичними викладками. Через війну дуже довго поняття “модель” стосувалося лише матеріальних об'єктів.

Лише пізніше було усвідомлено модельні характеристики креслень, малюнків, карт — реальних об'єктів штучного походження, що втілюють абстракції досить високого рівня. Наступний крок був у визнанні те, що моделями можуть бути як реальні об'єкти, а й ідеальні, абстрактні побудови, наприклад, математичні моделі.

Слід нагадати, що будь-який об'єкт (оригінал) є СИСТЕМУ. Формально систему можна уявити таким співвідношенням:

S = { E, P, R}

Систему утворюють множину елементів Е, з певними властивостями Р і пов'язаними певними відношеннями R. У певному сенсі модель теж являє собою систему:

s = {e, p, r}

Під ставленням R розумітимемо взаємозалежність або взаємодію двох або більше матеріальних або абстрактних об'єктів, явищ. Відносини взаємодії можуть бути матеріальними, енергетичними чи інформаційними. Розрізняють такі відносини взаємозалежності: подібність, ідентичність, аналогія, гомоморфізм, ізоморфізм, причина - наслідок, мета-засіб, зв'язок (послідовний, паралельний, зворотний, комбінований). Взаємозалежність може бути також функціональною, логічною, просторовою та тимчасовою. Крім того між об'єктами А, В, С можуть бути відносини:

1. рефлексивність - А = А
2. симетрія - А = В, а В = А
3. транзитивність - А = В, В = С, А = С
4. еквівалентність – якщо дотримуються перші три стосунки.

Приклад. На багатьох людей Землі введено бінарне відношення «бути родичем по крові». Чи це буде відношення еквівалентності?

Рішення. Позначимо через A безліч людей Землі, а задане ставлення буквоюhttp://www.math.mrsu.ru/text/courses/0/eluch/img/img_629.jpg. Тоді xhttp://www.math.mrsu.ru/text/courses/0/eluch/img/img_630.jpg*у*<=> людина x є родичем людини у. Що б відношенняhttp://www.math.mrsu.ru/text/courses/0/eluch/img/img_631.jpgбуло ставленням еквівалентності, воно має бути рефлексивним, симетричним, транзитивним.

Рефлексивність.Якбиhttp://www.math.mrsu.ru/text/courses/0/eluch/img/img_632.jpgбуло рефлексивним, то було б правильно:http://www.math.mrsu.ru/text/courses/0/eluch/img/img_633.jpgxhttp://www.math.mrsu.ru/text/courses/0/eluch/img/img_634.jpg*x*, т. е. будь-яка людина Землі є родичем себе (істина), т. е. ставленняhttp://www.math.mrsu.ru/text/courses/0/eluch/img/img_635.jpgна A рефлексивно.

Симетричність.Якбиhttp://www.math.mrsu.ru/text/courses/0/eluch/img/img_636.jpgбуло симетрично. (xhttp://www.math.mrsu.ru/text/courses/0/eluch/img/img_637.jpg*y*=> yhttp://www.math.mrsu.ru/text/courses/0/eluch/img/img_638.jpg*x*), тобто якби людина x була родичем людини у, то у була б родичем людини x (істина). Значить, ставленняhttp://www.math.mrsu.ru/text/courses/0/eluch/img/img_639.jpgна A симетрично.

Транзитивність.Якбиhttp://www.math.mrsu.ru/text/courses/0/eluch/img/img_640.jpgбуло транзитивно на A, то якби людина x була б родичем людини у, а у був родичем людини z, то x був би родичем z. Але це необов'язково. Наприклад, людина x родич для y по матері, а у – родич для z по батькові. Тоді x і у можуть бути родичами по крові. Значить, ставленняhttp://www.math.mrsu.ru/text/courses/0/eluch/img/img_641.jpgА не є транзитивним.

Отже, відношення «бути родичем по крові» на багатьох людей Землі не є еквівалентністю.

Властивість Р – це згорнуте (одномісне) ставлення.

Як і поняття “система”, є багато визначень поняття “модель”. Ми дотримуватимемося наступного:

**Модель** у загальному сенсі є створюваний з метою отримання та (або) зберігання інформації специфічний об'єкт у формі уявного образу, описи знаковими засобами (формули, графіки тощо), або матеріального предмета, що відображає властивості, характеристики та зв'язки об'єкта-оригіналу довільної природи , суттєві для завдання, яке вирішується людиною.

З цього визначення випливає, що поняття моделі неможливе обмежити тільки тим, що безпосередньо називається моделлю.

Схема на малюнку 1 відображає модель як багатомісне відношення між "суб'єктом" - ініціатором моделювання та (або) користувачем його результатів; "об'єкт-оригінал" - предмет моделювання; "модель" - відображення об'єкта; "Середовище", в якій знаходяться і взаємодіють всі елементи цієї множини. Можна коротко сказати, що модель є системним відображенням оригіналу.

Таким чином, модель потрібна для того, щоб:

1) зрозуміти, як влаштований об'єкт, його структуру, властивості, закони взаємодії з навколишнім світом;

2) навчитися управляти об'єктом чи процесом, визначити найкращі способи управління;

3) прогнозувати наслідки впливів на об'єкт.

Кожному матеріальному об'єкту відповідає безліч різних моделей, пов'язаних з різними завданнями. Тому є кілька ознак для класифікації моделей.

Умовно можна виділити матеріальне та ідеальне моделювання [3].

Матеріальним (фізичним) моделюванням прийнято називати моделювання, у якому реальному об'єкту протиставляється збільшена чи зменшена копія, вивчені властивості якої переносяться на об'єкт з допомогою теорії подоби.

При матеріальному моделюванні дослідження об'єкта відбувається при його відтворенні в іншому масштабі. Тут можливе кількісне перенесення результатів експерименту з моделі на оригінал. Однак для аналізу складних об'єктів і процесів, якими є більшість електронних схем, конструкцій та технологічних процесів виробництва радіоелектронної техніки, приладобудування, машинобудування та інших промислових галузей, застосування матеріального моделювання важко, оскільки доводиться використовувати велику кількість критеріїв та обмежень, які можуть бути несумісні, а найчастіше і нездійсненні.

Прикладами матеріального моделювання є макети, механічні моделі.

Ідеальним моделюванням називається моделювання, у якому реальному об'єкту протиставляється опис їх у формі мови, графіки, таблиць, математичних выражений.

До ідеальних моделей відносяться [23,24]:

• моделі словесні. Мова є унікальною системою кодування інформації. За допомогою мови можна описати будь-які предмети та процеси, проте це можна зробити лише за допомогою людини, тобто ці моделі є суб'єктивними. Побудувати за словесним описом модель, що діє, практично неможливо;

• моделі графічні. Малюнки, креслення та блок–схеми містять великий обсяг інформації, але й є статичними моделями, що ожиють лише через сприйняття їх людиною;

• функціональні моделі описують функції, які виконуються основними складовими частинами підприємства. Вони розробляються у тому, щоб отримати загальне уявлення про процес. Наприклад розглянемо загальний план частини типового цементного заводу (рис. 1.1). Призначенням цієї частини заводу є отримання однорідного матеріалу певного хімічного складу з відповідними розмірами зерен для подачі в сушильну піч. Сировина подається зі сховища до сировинного млина, змішується в гомогенізаторі і відправляється в сушильну піч. Таким чином, малюнок та опис процесу складають разом функціональну модель;



Рисунок 2 - Загальний план ділянки

• моделі математичні. Математичне моделювання є методом якісного чи кількісного опису об'єктів чи процесів, у своїй реальний об'єкт, процес чи явище спрощується, схематизується і описується певним рівнянням.

Відносини подібності.

Відмінності та подібності між моделлю та оригіналом

Щоб деяка матеріальна конструкція міг бути відображенням, тобто. заміняла у якомусь відношенні оригінал, між моделлю та оригіналом має бути встановлено відношення подібності.

Розрізнятимемо три види подоби: пряма, непряма та умовна Пряма подоба може бути просторовою (макети суден, літаків, манекени тощо) і фізичною. Фізичною подобою називають явища в геометрично подібних системах, у яких у процесі їх функціонування відносини характеризуючих однойменних фізичних величин у подібних точках є постійною величиною (критерії подоби). Приклад фізичної моделі – випробування макету літака в аеродинамічній трубі.

Другий тип подоби на відміну прямого подоби називають непрямим. Непряма подібність між оригіналом і моделлю встановлюється не внаслідок їхньої фізичної взаємодії, а об'єктивно існує в природі, виявляється у вигляді збігу або достатньої близькості їх абстрактних моделей і після цього використовуються у практиці реального моделювання. Прикладом непрямої подоби є аналогії між фізичними (фазовими) змінними (табл. 1.1).

*Таблиця*1.1

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Вид системи | Фазові змінні | |
|  | Типу потоку | Типу потенціалу |
| Механічна поступальна | Сила, F | Швидкість,**u** |
| Механічна обертальна | Момент, M | Кутова швидкість,**w** |
| Механічна пружна | Сила, F | Деформація,**s** |
| Гідроаеромеханічна | Витрата (потік), | Тиск, P |
| Теплова | Тепловий потік, Q | Температура, T |
| Електрична | Струм, I | Напруга, U |

Закономірності механічних, теплових, електричних процесів описуються однаковими рівняннями: відмінність полягає лише у різної фізичної інтерпретації змінних які у рівняння.

В результаті виявляється можливим не тільки замінити громіздке експериментування з механічною або тепловою системою, на прості досліди з електричною схемою (R, L, C – ланцюги) або електронною моделлю (АВМ).

Роль моделей, що мають непряму подобу оригіналу, дуже велика. Годинник – аналог часу. Аналогові та цифрові обчислювальні моменти (матеріальний об'єкт) дозволяє визначити рішення будь-якого диференціального рівняння.

Третій особливий клас реальних моделей утворюють моделі, подібність яких до оригіналу не є ні прямим, ні непрямим, а встановлюється в результаті угоди. Таку подобу називають умовною.

Прикладами умовної подоби є гроші (модель вартості), знаки дорожнього руху (модель сполучення) і т.д.

З моделями умовної подоби доводиться мати справу дуже часто. Вони є способом матеріального здійснення абстрактних моделей, речовинної формою, у якій абстрактні моделі можуть передаватися від однієї людини до іншого, зберігається досі їх використання, тобто. відчужуватися від свідомості і все-таки зберігати можливість повернення абстрактну форму. Це досягається за допомогою угоди про те, який стан реального об'єкта ставиться у відповідність до цього елемента абстрактної моделі. Така угода набуває вигляду сукупності правил побудови моделей умовної подоби та правил користування ними.

Розрізняють такі основні відмінності моделі від оригіналу: кінцівка, спрощеність та наближеність (адекватність).

Модель кінцева, оскільки вона відображає оригінал лише з кінцевому числі відносин при обмеженій кількості ресурсів.

Модель завжди спрощено відображає оригінал за рахунок кінцівки моделі; відображення лише головних істотних властивостей та відносин; обмеженістю засобів оперування із моделлю. Спрощеність характеризує якісні відмінності моделі та оригіналу.

Модель відображає оригінал приблизно. Цей аспект допускає кількісну оцінку відмінності (“більше – менше”, “краще – гірше”). З наближеністю моделі пов'язане поняття «адекватність».

Модель за допомогою якої успішно досягається поставлена ​​мета, називають адекватною цій меті.

Адекватність моделі не гарантує вимоги повноти, точності та істинності моделі, але означає, що вони виконуються тією мірою, яка є достатньою для досягнення мети. Спрощення та наближеність моделі необхідні, неминучі, але чудова властивість світу і нас самих полягає в тому, що цього достатньо для людської практики.

Між моделлю та оригіналом крім відмінностей є подібності.

Подібність виявляється, насамперед, у істинності моделі. Ступінь істинності моделі з'ясовується лише у її практичному співвідношенні з відображеною нею натурою. У цьому зміна умов, у яких ведеться порівняння, дуже істотно впливає результат: саме через це можливе існування двох суперечливих, але “однаково” істинних моделей одного об'єкта. Яскравий приклад цього – хвильова та корпускулярна моделі електрона.

Подібність моделі та оригіналу залежить від поєднання істинного та помилкового типів моделі. Крім, безумовно, істинного змісту моделі є: 1) умовно істинне (тобто. правильне лише за певних умов); 2) імовірне істинне (тобто умовно - істинне за невідомих умов), а отже, логічне. При цьому в кожних конкретних умовах невідомо точно, яке фактичне співвідношення істинного і помилкового в даній моделі. Відповідь це питання лише практика.

Однак у будь-якому випадку модель принципово бідніша за оригінал, це її фундаментальна властивість.

Завершуючи розгляд поняття "моделювання" слід підкреслити, що, збираючись створювати модель системи, потрібно мати на увазі наступну схему (рисунок 3):



Рисунок 3 – Оцінка ситуації моделювання

Широке поширення щодо технічних систем отримав метод математичного моделювання, який розглянемо докладніше.

Класифікація об'єктів математичного моделювання

Перш ніж розглянути вимоги до математичних моделей та їх різновиди, доцільно стає на відмінності об'єктів моделювання, які можна класифікувати за такими ознаками: властивості об'єкта, тип завдання та метод дослідження об'єкта (рисунок 4)

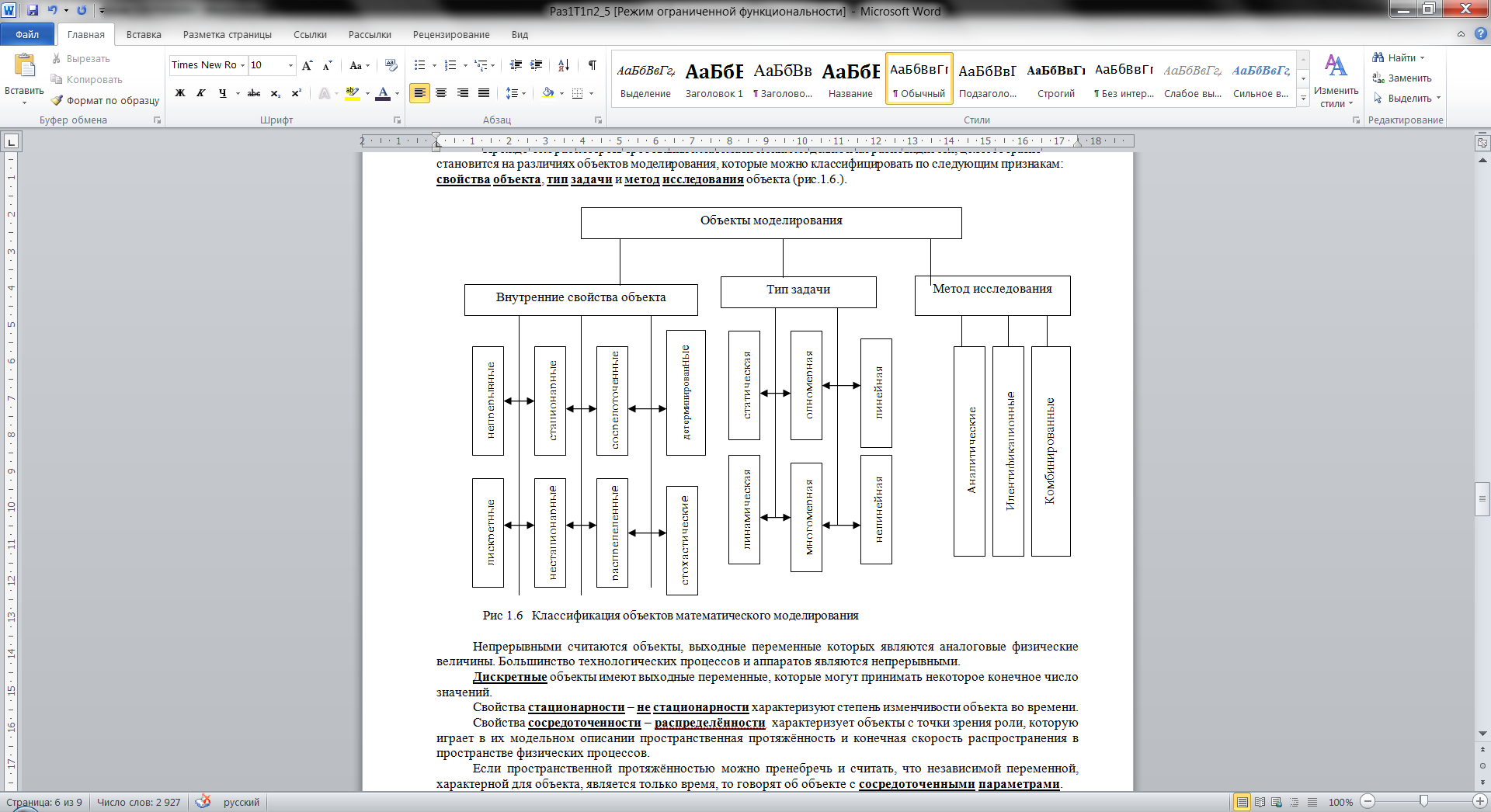


Рисунок 4 – Класифікація об'єктів математичного моделювання

Безперервними вважаються об'єкти, вихідні змінні яких є аналоговими фізичними величинами. Більшість технологічних процесів та апаратів є безперервними.

**Дискретні**об'єкти мають вихідні змінні, які можуть набувати деяку кінцеву кількість значень.

Властивості стаціонарності – не стаціонарності характеризують ступінь мінливості об'єкта у часі.

Властивості зосередженості – розподіленості характеризує об'єкти з точки зору ролі, яку грає в їх модельному описі просторова довжина і кінцева швидкість поширення у просторі фізичних процесів.

Якщо просторової протяжністю можна знехтувати і вважати, що незалежною змінною, характерною для об'єкта є лише час, то говорять про об'єкт із зосередженими параметрами.

У просторово протяжних об'єктах (гази, що деформують тіла) необхідно враховувати залежність показників від координат.

Для всіх реально існуючих об'єктів властива властивість стохастичності. Визначення детермінованості означає лише те що, що з умов вирішуваного завдання і стосовно властивостям конкретного об'єкта випадкові чинники не враховувати.

Поняття динамічного об'єкта відображає зміну параметрів об'єкта в часі. Це відбувається через кінцеву швидкість накопичення запасів речовини та енергії, що акумульуються об'єктом.

У статичному об'єкті зв'язок вхідних та вихідних параметрів не враховує динамічних ефектів.

Дуже істотно поділ об'єктів на лінійні та нелінійні. Відмінність між ними полягає в тому, що для перших справедлив принцип суперпозиції (положення), коли кожен із виходів об'єкта характеризується лінійною залежністю від відповідних вхідних змінних.

Об'єкти з одним виходом називають одновимірними, а з декількома багатовимірними.

Розподіл методів дослідження об'єктів моделювання на аналітичні, які засновані на раніше вивчених та описаних у математичній формі закономірностях об'єкта та ідентифіковані, що будуються на основі спеціального експериментального дослідження, пов'язане зі ступенем складності об'єкта.

Типові процедури дослідження об'єктів АСУ ТП методом моделювання

Області використання математичних моделей численні. Однак найчастіше їх використовують для дослідження діючих систем та при проектуванні новостворених.

У таких дослідженнях найчастіше застосовують такі типові процедури (рис. 5).



Рисунок 5 – Процедури дослідження об'єктів моделювання

Класифікують типові процедури дослідження систем таким чином:

Розрізняють два роду проектних процедур - аналізу та синтезу. Процедури аналізу застосовуються на дослідження діючих систем, а при проектуванні нових і синтезу, і аналізу. Синтез полягає у створенні опису об'єкта, а аналіз - у визначенні властивостей та дослідженні працездатності об'єкта за його описом.

Процедури аналізу діляться на два типи – процедури одно- та багатоваріантного аналізу. При одноваріантному аналізі задані значення внутрішніх та зовнішніх параметрів, потрібно визначити значення вихідних параметрів об'єктів. При одноваріантний аналіз задається також деяка точка в просторі внутрішніх параметрів і потрібно в цій точці визначити значення вихідних параметрів. Подібне завдання зазвичай зводиться до одноразового вирішення рівнянь, що становлять ММ.

Багатоваріантний аналіз полягає у дослідженні властивостей об'єкта у певній області простору внутрішніх параметрів. Такий аналіз потребує багаторазового вирішення систем рівнянь. Розглянемо сутність і математичну постановку завдань аналізу та синтезу, що найчастіше використовуються при дослідженні технічних систем у галузі автоматизації технологічних процесів та виробництв.

**Процедури синтезу**теж мають два типи – процедури структурного та параметричного синтезу.

Метою структурного синтезу є визначення структури об'єкта - переліку типів елементів, що становлять об'єкт, та способу зв'язку елементів між собою у складі об'єкта.

**Параметричний синтез**полягає у визначенні числових значень параметрів елементів при заданих структурі та умовах працездатності на вихідні параметри об'єкта, тобто. при параметричному синтезі потрібно знайти точку чи область у просторі внутрішніх параметрів, у яких виконуються ті чи інші умови (зазвичай умови працездатності).

Розглянемо докладніше завдання аналізу АСУ ТП.Одноваріантний аналіз поділяється на кілька видів.

**Аналіз динамічних процесів**функціонування об'єктів може виконуватися у часовій області шляхом вирішення систем ОДУ, як правило, чисельними методами, розглянутими у першій частині. Рішення системи ОДУ дозволяє отримати залежність вектора фазових змінних V від часу t у табличній формі. Крім того, завдання аналізу може вирішуватися в частотній області шляхом побудови комплексної частотної характеристики (КЧХ).

Аналіз статичних станів об'єктів може бути зведений до вирішення рівнянь алгебри F(V) = 0 , оскільки в статиці: dV/dt =0

**Аналіз стійкості**може бути виконаний або безпосереднім інтегруванням системи ОДУ, або її дослідженням відповідно до умов стійкості, що розглядалися в дисципліні Теорія автоматичного управління (ТАУ).

При багатоваріантному аналізі виконується вирішення наступних видів завдань.**Аналіз чутливості**полягає у визначенні впливу внутрішніх та зовнішніх параметрів xiна вихідні параметри yi , де: i = 1, 2, …, n; j = 1, 2, …, m. Кількісна оцінка цього впливу є матрицею чутливості А з елементами, званими коефіцієнтами чутливості Порівняльна оцінка впливу різних параметрів зручніша за допомогою відносних коефіцієнтів чутливості впливу

bij = aijxxiном/yiном, де xiном іyiном відповідно номінальні значення параметрів. Найбільш універсальний метод аналізу чутливості – метод кінцевих різниць – заснований на чисельному диференціюванні функцій.

**Статистичний аналіз**виконується з метою отримання тих чи інших відомостей про розподіл параметрів yj при заданні статистичних відомостей про параметри xi. Результати статистичного аналізу можуть бути представлені у вигляді гістограм розподілу, оцінок числових характеристик розподілів.

Завдання синтезу в АСУ ТП поділяються на два типи.

Параметричний синтез включає три основні види задач.

**Призначення технічних вимог**до вихідних параметрів об'єкта управління формується як технічного завдання з урахуванням думок експертів, які добре знають технологічні процеси, які у об'єкті.

Завдання розрахунку параметрів елементів, зазвичай, ставиться як завдання оптимізації параметрів і допусків зводиться до визначення таких вхідних впливів, щоб фазові траєкторії потрапляли у робочу область і виходили межі допустимої.

**Завдання ідентифікації**параметрів математичних моделей зводяться до оцінки ступеня збігу вихідних параметрів, одержуваних за допомогою випробуваної та еталонної моделей, а керовані параметри – параметри випробуваної математичної моделі.

Завдання визначення областей адекватності ММ зводиться пошуку діапазону зміни зовнішніх змінних, у яких математична модель адекватна.

Структурний синтез містить три основні види задач.

**Вибір основних принципів функціонування**майбутнього об'єкта (інформаційних, організаційних, фізичних тощо) виробляється на основі наявних знань та накопиченого досвіду, відомих прототипів.

**Вибір технічних рішень**відноситься до завдань конкретизації раніше обраних принципів побудови та функціонування об'єкта.

У процедурі оформлення технічної документації синтезується не зміст, а форма опису та подання технічних рішень. Оформлення технічної документації регламентується національними стандартами.

Для реалізації математичних моделей необхідний комплекс технічних засобів, засобів програмного забезпечення та інформаційних ресурсів.

Розробка математичних моделей

Складання математичного опису полягає у встановленні зв'язків між параметрами процесу та виявленні його граничних та початкових умов, а також у формалізації процесу у вигляді системи математичних співвідношень, що характеризують досліджуваний об'єкт (технологічний процес).

Математичне опис складається з урахуванням матеріальних і енергетичних балансів, і навіть фізичних законів, визначальних перехідні, чи якісь інші специфічні особливості процесу.

Для побудови математичних моделей технічних об'єктів використовуються фундаментальні закони фізики:

збереження маси, енергії тощо.

Відповідно моделі записуються у вигляді звичайних диференціальних рівнянь, що відображають матеріальний та тепловий баланс апаратів, зміни струму та напруги електричного ланцюга тощо. [13].

У систему математичного описи у випадку можуть входити:

* алгебраїчні рівняння,
* прості диференціальні рівняння й у приватних похідних,
* емпіричні формули,
* логічні умови та ін.

При моделюванні складних технологічних систем можливі такі випадки.

1. Моделювана система досить добре вивчена, що дозволяє записати аналітичні співвідношення, які й служитимуть моделлю (закони Кірхгофа, рівняння кінетики, рівняння енергетичного та матеріального балансів тощо). Передбачається, що це коефіцієнти аналітичних співвідношень відомі.

2. Математична модель відома з точністю до невідомих параметрів, для обчислення яких проводиться необхідна кількість експериментів.

3. Відомо, що моделлю може бути одна з функцій Необхідно провести експеримент для дискримінації моделей та визначити невідомі параметри адекватної моделі.

4. Аналітичний вид моделі не відомий взагалі [35].

У трьох останніх випадках ефективними є статистичні методи моделювання, що є сукупністю методів багатовимірної статистики та імітаційного моделювання. Методи багатовимірної статистики (методи регресійного, дисперсійного, підступного, факторного, компонентного та інших аналізів) базуються на спостереженні за функціонуванням моделюваної системи та обробці результатів спостережень. У цьому поруч із пасивним наглядом за системою іноді є можливість проводити планування вхідних обурень системи. Тоді ефективне застосування методів та ідей математичної теорії планування експерименту.

Перевірку адекватності (відповідності) математичної моделі досліджуваному процесу необхідно проводити з тієї причини, що будь-яка модель є лише наближеним відображенням реального процесу внаслідок припущень, які завжди приймаються при складанні математичної моделі. На цьому етапі встановлюється, наскільки прийняті припущення правомірні, і цим визначається, чи застосовна отримана модель для дослідження процесу. При необхідності математична .модель коригується. Для цього використовуються результати вимірювань на об'єкті або на його фізичній моделі, що відтворює в невеликих масштабах основні фізичні закономірності об'єкта моделювання. Оскільки метод математичного моделювання дозволяє розчленовувати складні процеси більш прості складові,

Практично математичне моделювання як метод не має обмежень, тому що: моделююча система може одночасно містити описи елементів безперервної та дискретної дії і бути схильною до впливу численних випадкових факторів складної природи; допустимо опис системи співвідношення великої розмірності; забезпечується простота переходу від одного завдання до іншого запровадженням змінних параметрів, обурень та різних початкових умов.

Послідовним нарощуванням елементів моделей можна досліджувати системи будь-якої складності, для яких досить повно відомі функціонування та взаємозв'язок щодо нескладних вихідних елементів. При цьому перехід на більш високий рівень моделювання ланок системи пов'язаний зі збільшенням кількості елементів, що беруть участь у моделі, що призводить до необхідності їх спрощення або до подання у вигляді узагальнених характеристик, отриманих на попередньому етапі імітації. При цьому обсяг моделей зберігається у деяких допустимих межах.

Завдання математичного моделювання

Математичні моделі дедалі ширше використовуються у системах управління. Подібні моделі необхідні для дослідження та вдосконалення управління технічними системами та застосовуються в АСУ як на стадії проектування, так і експлуатації. Для вирішення завдань управління моделюються реакції об'єкта, що управляють впливу, структура системи управління та контролю тощо, тобто імітуються процеси, що відбуваються в керуючій частині системи.

Модель у разі входить як структурний елемент у проект АСУ. У такій моделі необхідно розрізняти: умови нормального функціонування (наприклад, управління каналами зворотного та прямого зв'язків, статичну та динамічну оптимізацію, адаптивне управління, групове управління); критичні ситуації, коли спосіб управління залежить від інформації про тип та глибину відмови; пускові та аварійні режими, коли деякі елементи програмного управління можуть залежати від значень параметрів та стану системи.

У ході проектування часто доводиться вирішувати одне з двох оптимальних завдань:

визначення оптимальних параметрів заданого об'єкта

*визначення оптимального варіанта системи довільної структури.*

У першій задачі задані структура об'єкта та статичні характеристики вхідних сигналів. Потрібно знайти значення параметрів системи (одного чи кількох), у яких забезпечується екстремум деякого критерію оптимальності. Ці значення параметрів називають оптимальними. Таке завдання найпоширеніша практично, позаяк у деяких випадках структура об'єкта вибирається, з його функціонального призначення і реальних елементів. Для вирішення задачі вибору оптимальних параметрів необхідно висловити критерій оптимальності у вигляді деякої функції і потім вирішувати задачу на екстремум цієї функції за параметрами, що варіюються, приймаючи значення інших фіксованими.

Друге завдання вирішується за умови, що одна частина структури системи задана (наприклад, об'єкт управління), а інша (наприклад, керуючий або коригуючий пристрій) може бути вибрано з певного класу. Задано також параметри вхідних сигналів. Потрібно знайти оператор керуючого (коригувального) пристрою системи, який забезпечує з урахуванням заданих елементів цієї системи екстремум критерію оптимальності.

Метод математичного моделювання грає значну роль під час вирішення завдань, що з автоматизацією управління. Результати моделювання дозволяють розкрити закономірності процесу, визначити потоки керуючої інформації та обґрунтовано вибрати алгоритми управління. Методом статистичного моделювання можна оцінити ефективність різних принципів управління, варіантів побудови керуючих систем, і навіть працездатність і надійність керуючої апаратури.

Особливості методу математичного моделювання

Кількісний та якісний виграші від застосування математичного моделювання на ЕОМ полягають у наступному:

1. Повністю або частково відпадає необхідність у тривалому та трудомісткому етапі виготовлення лабораторного макета або напівпромислової установки; у витратах на комплектуючі вироби, матеріали та конструктивні елементи, необхідні для виготовлення макетів та установок; у вимірювальних приладах та устаткуванні для випробувань системи.

2. Значно скорочується час визначення характеристик (а отже, і доведення об'єкта) та час випробувань.

3. З'являється можливість розробляти системи, що містять елементи, характеристики яких відомі, але самих елементів у розробника в даний час немає; імітувати впливи, відтворення яких при натурних випробуваннях утруднене, вимагає складного обладнання, пов'язане з небезпекою для установки або експериментатора, а іноді взагалі неможливо; легко отримувати додаткові характеристики об'єкта, які складно чи неможливо отримати за допомогою вимірювальних приладів (характеристики параметричної чутливості, частотні та ін.). дозволяє за допомогою одного пристрою здійснити розв'язання цілого класу задач, що мають однаковий математичний опис; забезпечує простоту переходу від одного завдання до іншого, запровадження змінних параметрів, обурень та різних початкових умов;

4. дає можливість моделювати частинами (за «елементарними» процесами), що особливо істотно при дослідженнях складних об'єктів

5. використовує швидкодіючу обчислювальну техніку, яка безперервно вдосконалюється; економічніший за метод фізичного моделювання як за витратами часу, так і за вартістю.

Метод математичного моделювання, як будь-який чисельний метод, має суттєвий недолік:

рішення завжди має приватний характер, відповідаючи фіксованим значенням параметрів системи та початкових умов. Тому для всебічного аналізу системи доводиться багаторазово моделювати її процес функціонування, варіюючи вихідні дані.

Класифікація математичних моделей

**Математична модель (ММ)**це безліч математичних об'єктів (чисел, змінних, матриць, множин, точок, відрізків змінних тощо), пов'язаних певним чином. Така модель відображає деякі властивості об'єкта, що моделюється, що цікавлять користувача.

Створення ММ та оперування з нею для отримання корисної інформації про об'єкт називають математичним моделюванням.

Серед властивостей об'єкта, що відображаються ММ, розрізняють властивості систем, елементів систем та зовнішнього середовища, в якому має функціонувати об'єкт. Властивість – це суттєва ознака об'єкта, який визначається кількісно, ​​наприклад, геометричні розміри, маса.

**Кількісне**вираз властивостей здійснюється з допомогою величин, званих параметрами. Розрізняють вихідні, внутрішні та зовнішні (вхідні) параметри (рисунок 9).

Рисунок 9 – Параметрична схема об'єкта моделювання

Якщо їхнє число відповідно m, n, b, а вектори цих параметрів:

Y = (y1, y2, …, ym); Q = (q1, q2, …, qn); X = (x1, x2, …, xb),

то ММ можна відобразити ставленням у вигляді математичної функції:

**Y = F (X, Q)** (1.1)

Модель може відображати стан об'єкта. Стан – це сукупність значень властивостей об'єкта (параметрів) у певний час.

Величини, що характеризують фізичний або інформаційний стан об'єкта, що моделюється, називають фазовими змінними - V. Їх зміна в часі називають перехідним процесом. Тоді ММ представляється у формі:

**LV =j(z)**  (1.2)

Тут L – деякий оператор; z - вектор незалежних змінних, що в загальному випадку включає час і просторові координати;

j(z) - задана функція незалежних змінних.

До математичних моделей пред'являються вимоги універсальності, адекватності, точності та економічності.

Ступінь універсальності ММ характеризує повноту відображення моделі властивостей реального об'єкта. Математична модель відбиває лише деякі властивості об'єкта. Більшість моделей призначено для відображення фізичних чи інформаційних процесів, причому не потрібно, щоб ММ описувала такі властивості як геометрична форма об'єкта.

Наприклад, ММ резистора у вигляді рівняння закону Ома, що характеризує властивості резистора пропускати електричний струм, але не відображає габарити резистора, його колір, вартість тощо.

Точність ММ оцінюється ступенем збігів параметрів реального об'єкта і значень тих параметрів, розрахованих з допомогою оцінюваної ММ.

Адекватність ММ - здатність відображати задані властивості об'єкта з похибкою не вище заданої. Як правило, адекватність моделі має місце лише в обмеженій галузі зміни параметрів - області адекватності (ОА) математичної моделі:

Економічність ММ характеризується витратами ресурсів, у тому числі і обчислювальних (витрати машинного часу та пам'яті).

Вимоги високих точностей, ступеня універсальності, широкої області адекватності, з одного боку та високої економічності з іншого, суперечливі.

Найкраще компромісне задоволення цих суперечливих вимог залежить від особливостей розв'язуваних завдань, що в сукупності з великою різноманітністю об'єктів зумовлює широкий спектр математичних моделей.

Для класифікації можна використовувати принаймні 5 ознак (рисунок 10).

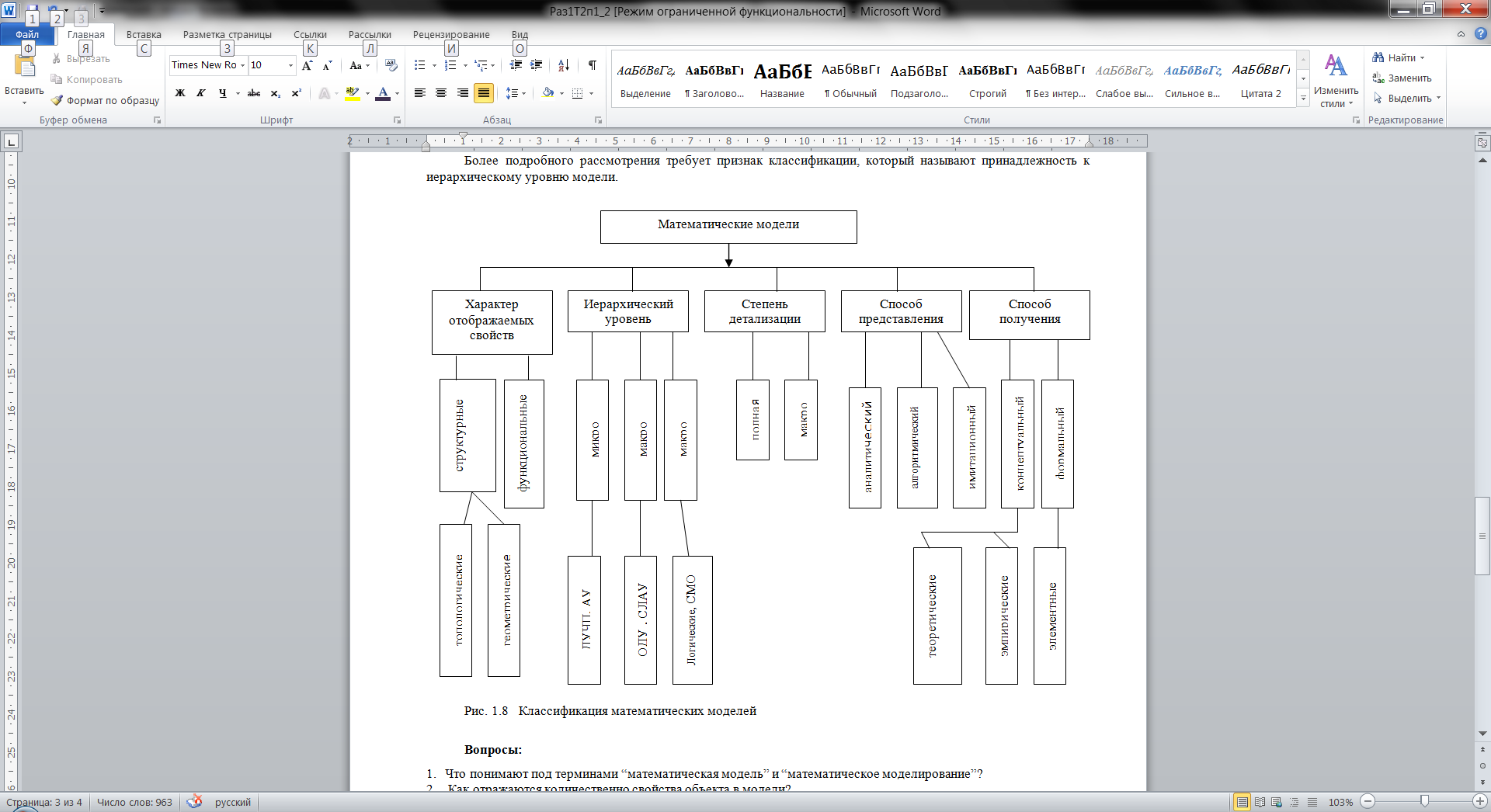


Рисунок 10 – Класифікація математичних моделей

За характером властивостей об'єкта ММ, що відображаються, ділять на структурні і функціональні.

Структурні моделі відображають склад та взаємозв'язки елементів об'єкта - топологічні, а також геометричні властивості об'єкта.

Топологічні моделі зазвичай мають форму матриць, графів, списків, а геометричні – сукупністю рівнянь ліній та поверхонь.

Функціональні ММ призначені для відображення фізичних та інформаційних процесів, що відбуваються в об'єкті під час його функціонування.

Зазвичай функціональні ММ являють собою системи рівнянь, що зв'язують фазові змінні та параметри об'єкта у формі (1.1) та (1.2).

За ступенем деталізації описи у межах кожного ієрархічного рівня виділяють повні ММ та макромоделі.

Повна ММ - модель, у якій фігурують фазові змінні, що характеризують стан всіх наявних міжелементних зв'язків.

Макромодель ММ — модель, у якій виділяються найважливіші міжелементні зв'язку укрупнених елементів об'єкта.

За способом представлення властивостей об'єкта моделі (як правило, функціональні) поділяються на аналітичні та алгоритмічні. Різновидом останніх є імітаційні моделі.

Аналітичні моделі мають вигляд (1.1). Вони характеризуються високою економічністю, однак отримання форм (1.1) вдається лише в окремих випадках, як правило, при прийнятті істотних припущень та обмежень, що знижують точність та звужують область адекватності моделі.

Алгоритмічні моделі виражають зв'язки параметрів у вигляді алгоритму. Типовою алгоритмічною ММ є система рівнянь (1.2), доповнена алгоритмом обраного чисельного методу розв'язання та алгоритмом обчислення вектора вихідних параметрів як функціоналів розв'язання системи рівняньu(z).

Імітаційні моделі - алгоритмічні моделі, що відображають поведінку об'єкта, що досліджується, у часі при заданні зовнішніх впливів на об'єкт. Типовий приклад – модель систем масового обладнання.

Для отримання ММ використовують неформальні (концептуальні) та формальні методи. Неформальні методи включають вивчення закономірностей процесів та явищ в об'єкті, виділення істотних факторів, прийняття різноманітних припущень та їх обґрунтування, математичну інтерпретацію наявних відомостей.

Застосування неформальних методів можливе для синтезу ММ теоретичних та емпіричних. Теоретичні ММ створюються з урахуванням фундаментальних закономірностей, властивих класу об'єктів і явищ.

Емпіричні ММ отримують в результаті вивчення зовнішніх проявів властивостей об'єкта за допомогою вимірювання фазових змінних на зовнішніх входах і виходах та обробки результатів вимірювань.

Формальні методи застосовують для отримання ММ систем за відомих математичних моделях елементів.

Докладнішого розгляду вимагає ознака класифікації, яку називають приналежність до ієрархічного рівня моделі.

Методи побудови та форми представлення аналітичних математичних моделей

Процес побудови аналітичної математичної моделі та її використання вивчення об'єкта складається з наступних етапів:

1. Вивчення конструкції об'єкта та процесів, що протікають у ньому.
2. Складання структурної схеми, поділ на складові (декомпозиція).
3. Введення припущень та спрощень.
4. Складання математичних залежностей.
5. Вибір способу вирішення математичних залежностей.
6. Рішення математичних залежностей (зазвичай, з допомогою ЕОМ).
7. Аналіз даних.

Перші три етапи не формалізовані і в кожному випадку мають індивідуальний характер. Повне математичне опис системи є сукупність рівнянь збереження, рівняння стану та умов однозначності.

У випадку для кожного елемента записуються:

1) рівняння збереження маси;

2) рівняння збереження енергії;

3) рівняння збереження кількості руху;

4) рівняння стану.

**Умови однозначності**- це геометричні, фізичні та крайові характеристики системи.

Розрізняють два види крайових умов:

**Початкові**та граничні, які визначають єдиність рішення.

**Початкові умови -**це значення параметрів у початковий час.

**Крайові умови**відомості про значення параметрів межі системи.

На межі області граничні умови можна задати декількома способами:

**а**) у вигляді значень шуканої функції;

**б**) у вигляді значень похідної шуканої функції за просторовими координатами;

**в**) як рівняння балансу потоків.

У випадках а-в говорять про граничні умови першого, другого, третього роду.

Укрупнений алгоритм аналітичного математичного моделювання показаний малюнку 6

Рисунок 6 - Етапи отримання та застосування аналітичної математичної моделі

***Емпіричний метод***побудови математичної моделі ґрунтується на понятті "чорний ящик", введене У. Р. Ешбі. “Чорним ящиком” називають систему, внутрішній зміст якої спостерігачеві невідомо, а доступними є лише входи і виходи системи.



Рисунок 7 – Модель “чорної скриньки”

Ця на перший погляд проста модель відображає дві важливі властивості системи: цілісність та відокремленість від середовища.

Подання такої моделі здійснюється декількома способами.

У багатьох випадках достатньо змістовного словесного опису входів та виходів; тоді модель “чорного ящика” є їх списком. В інших випадках будують кількісний опис деяких або всіх входів та виходів. У цьому випадку тим чи іншим способом задаються два множини X і Y, наприклад, шляхом спостереження за входами та виходами.

Простота моделі "чорного ящика" оманлива, тому що побудова такої моделі не є тривіальним завданням, тому що на питання про те, скільки і які саме входи та виходи слід включати в модель не завжди однозначні.

Головною причиною множинності входів та виходів у моделі “чорного ящика”, є те, що будь-яка реальна система, як і будь-який об'єкт, взаємодіє з об'єктами довкілля необмеженим числом способів. При побудові моделі з безлічі входів, виходів, зв'язків відбирається їхнє кінцеве число. Критерієм відбору при цьому є цільове призначення моделі, суттєвість того чи іншого зв'язку щодо цієї мети. Саме тут можливі помилки. Той факт, що з розгляду виключаються інші зв'язки, не позбавляє їхньої реальності, і вони все одно діють. Нерідко виявляється, що те, що здавалося несуттєвим або невідомим при побудові моделі, насправді є важливим і має бути враховано.

Особливого значення це має завдання цілі системи, тобто. щодо її виходів. Це відноситься до опису існуючої системи за результатами її обстеження, і до проекту ще не існуючі системи. Для вирішення цієї суперечності головну мету супроводжують завданням додаткових цілей.

Важливо підкреслити, що виконання лише основної мети мало, що невиконання додаткових цілей може зробити непотрібним і навіть шкідливим і небезпечним досягнення основної мети. Цей момент заслуговує на особливу увагу, тому що на практиці часто виявляється незнання, нерозуміння або недооцінка важливості зазначеного положення. Тим часом воно є одним із центральних у всій системології.

Модель “чорного ящика” часто називається часом єдино застосовної щодо систем через об'єктивної неможливості потрапити всередину системи (дослідження психіки людини) без порушення її цілісності або за дійсному відсутності даних про внутрішній устрій системи. Наприклад, ми знаємо як “влаштований електрон”, але відомо, як і взаємодіє з електричним і магнітними полями, з гравітаційним полем. Це і є опис електрона лише на рівні моделі “чорного ящика”.

Таким чином, при всьому різноманітті реальних систем принципово різних типів моделей, дуже небагато: модель типу "чорного ящика", модель складу, модель структури, а також їхнє розумне поєднання і, перш за все об'єднання всіх трьох моделей, тобто. структурна схема системи (рис. 8).

 Рисунок 8 – Типи моделей

Можна сказати, що структурна схема "білий ящик" виходить як результат "підсумовування" всіх трьох типів моделей. Всі зазначені типи моделей є формальними, що відносяться до будь-яких систем і, отже, не належать до жодної конкретної системи. Щоб отримати модель певної технічної системи, потрібно надати моделі конкретного змісту. Процес побудови змістовних моделей є інтелектуальним, творчим.

Методика створення математичних моделей на мікрорівні

На рівні проектування базових елементів більшості технічних систем використовуються розподілені ММ, що є системами диференціальних рівнянь у приватних похідних. При створенні теоретичних ММ доцільно виходити з основних фіз. законів у їхньому фундаментальному вигляді. Дотримання цього принципу забезпечує отримання універсальних моделей.

До найбільш загальним фундаментальним законам насамперед відносяться закони збереження маси, кількості руху, енергії та ін. Особливістю ММ на мікро рівні є відображення фізичних процесів, що протікають у безперервному просторі та часі. Типові ММ на мікро рівні – диференціальні рівняння у приватних похідних (ДУЧП). Вони незалежними змінними є просторові координати (x, y, z) і час t.

Загальне формулювання цих законів, що допомагає перейти до математичних рівнянь, може бути описано таким чином:

*Зміна у часі деякої субстанції в елементарному обсязі дорівнює сумі припливу-стоку цієї субстанції через поверхню елементарного об'єму.*

Як субстанція виступають маса, кількість руху, енергія. Наведене формулювання справедливе і для інших субстанцій: наприклад, кількості частинок, кількості елементарних електричних зарядів, кількості теплоти. Тільки при цьому до суми припливу-стоку через поверхню об'єму слід додати член, що характеризує швидкість генерації або знищення субстанції елементарному об'ємі.

Тоді загальний вигляд рівнянь, що становлять основу розподілених моделей, буде наступним:

(2.1)

У цьому виразі: І - кількість субстанції, що акумульується в одиниці об'єму (одиниць).

Якщо V = dx∙dy∙dz, то V І- Об'ємна концентрація;

****- Вектор перенесення субстанції через поверхню, що оточує виділений обсяг,****;

**m**i- Потужність джерела субстанції, якщо він знаходиться всередині виділеного об'єму -.

Рівняння збереження можуть бути записані у двох фундаментально різних системах координат. Одна називається системою координат Лагранжа. У системі початок координат тісно пов'язані з конкретної матеріальної частиною субстанції (тіло, система). За цієї матеріальної системі переміщається і система координат, а спостереження зосереджено рухом матеріальної системи (рисунок 12 а).

Інша система координат називається системою координат Ейлера (рисунок 12б). Ця система координат фіксована у просторі. У разі, щоб описати рух матеріальної субстанції фіксується обсяг простору, куди потрапляє і який потім залишає субстанція, тобто. у координатах Лагранжа фіксують матеріальну систему, а координатах Ейлера — обсяг.

У статиці, коли субстанція не рухається, ці системи координат збігаються.

Рисунок 12 – Система координат Лагранжа (а) та Ейлера (б)

Загальний вираз закону збереження (1.5) записано для системи координат Ейлера.

Враховуючи, що дивергенція вектора:

, (2.2)

**Дивергенція**(від[лат.](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9B%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BD%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D1%8F%D0%B7%D1%8B%D0%BA)divergere - виявляти розбіжність) -[диференціальний оператор](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%B8%D1%84%D1%84%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D1%86%D0%B8%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D0%BE%D0%BF%D0%B5%D1%80%D0%B0%D1%82%D0%BE%D1%80),[відображає](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9E%D1%82%D0%BE%D0%B1%D1%80%D0%B0%D0%B6%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5)[векторне поле](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%92%D0%B5%D0%BA%D1%82%D0%BE%D1%80%D0%BD%D0%BE%D0%B5_%D0%BF%D0%BE%D0%BB%D0%B5)на[скалярне](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%BA%D0%B0%D0%BB%D1%8F%D1%80%D0%BD%D0%BE%D0%B5_%D0%BF%D0%BE%D0%BB%D0%B5)(тобто операція диференціювання, внаслідок застосування якої до векторного поля виходить скалярне поле)

а вектор перенесення субстанції, званий також потоком субстанції, у загальному випадку містить дві складові:

конвективну

та кондуктивну (дифузійну) (Δ****),

тобто.,

можна отримати для кожної субстанції диференціальне рівняння у приватних похідних (ϖ- Швидкість, м/с).

Наприклад, для закону збереження маси речовини:

**Ι = ρ**[кг/м-3],

а кондуктивна складова визначається законом Фіка.

Δ= - D∙ grad C (2.3)

де: D - коефіцієнт дифузії, [м2/с];

С - концентрація, [кг / м -3] (С~ρ).

\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}*Вираз 2.3 показує, що густина потоку речовини J [\mathrm{cm^{-2}s^{-1}}] пропорційна коефіцієнту дифузії D [(\mathrm{cm^2s^{-1}})] та градієнту концентрації. Це рівняння висловлює перший закон Фіка. Другий закон Фіка пов'язує просторові та тимчасові зміни концентрації (*[*рівняння дифузії*](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A3%D1%80%D0%B0%D0%B2%D0%BD%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5_%D0%B4%D0%B8%D1%84%D1%84%D1%83%D0%B7%D0%B8%D0%B8)*):*

Якщо всередині обсягу немає джерел, що генерують масу, то рівняння (2.1) записується у такому вигляді:

(2.4)

Це диференціальне рівняння у приватних похідних другого порядку.

Для закону збереження енергії:

**Ι = ρ∙е**,

де: е - питома енергія одиниці маси речовини [Дж/кг]

= ρ∙е∙+Δ, [Вт/м2] (2. 5)

*Закон теплопровідності Фур'є*

*В режимі, що встановився, щільність потоку енергії, що передається за допомогою теплопровідності, пропорційна*[*градієнту*](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D1%80%D0%B0%D0%B4%D0%B8%D0%B5%D0%BD%D1%82)*температури:*

*\vec{q}=-\varkappa\,\mathrm{grad}(T),*

*де\vec{q}- Вектор щільності теплового потоку - кількість енергії, що проходить в одиницю часу через одиницю площі, перпендикулярної кожної осі,\varkappa- Коефіцієнт теплопровідності (питома теплопровідність),T- Температура. Мінус у правій частині показує, що тепловий потік спрямований протилежно вектору grad T (тобто у бік якнайшвидшого зменшення температури). Цей вираз відомий як закон теплопровідності*

*Коефіцієнт теплопровідності вимірюється в*[*Вт*](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%92%D0%B0%D1%82%D1%82)*/(*[*м*](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B5%D1%82%D1%80)*·*[*K*](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%B5%D0%BB%D1%8C%D0%B2%D0%B8%D0%BD)*).*

*Коефіцієнт теплопровідності вакууму. Коефіцієнт теплопровідності*[*вакууму*](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%92%D0%B0%D0%BA%D1%83%D1%83%D0%BC)*майже нуль (чим глибший вакуум, тим ближче до нуля). Це з низькою концентрацією у вакуумі матеріальних частинок, здатних переносити тепло. Тим не менш, тепло у вакуумі передається за допомогою*[*випромінювання*](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D0%B5%D0%BF%D0%BB%D0%BE%D0%B2%D0%BE%D0%B5_%D0%B8%D0%B7%D0%BB%D1%83%D1%87%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5)*. Тому, наприклад, для зменшення тепловтрати стінки*[*термоса*](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D0%B5%D1%80%D0%BC%D0%BE%D1%81)*роблять подвійними, срібло (така поверхня краще відображає випромінювання), а повітря між ними відкачують.*

За законом Фур'є:

Δ= -λ∙grad T (2. 6)

тоді рівняння збереження енергії запишеться як:

(2.7)

Приω= const , ρ = const , e = c∙T ,

де: с - питома теплоємність [Дж/кг ∙ град] виходить рівняння переносу тепла Фур'є - Кірхгофа:

(2.8)

Якщо тепло переноситься в нерухомому середовищіω= 0 і розглядається перенесення тепла лише за координатою х, отримуємо рівняння теплопровідності (Фур'є) через плоску стінку:

(2.9)

де:- Коефіцієнт температуропровідності, - м2/с

Для закону збереження кількості руху (баланс сил у потоці):

Ι = ρ∙ω [кг∙м-3 ∙ м∙с-1] , за аналогією

**Δ= - ν grad ω**(2.10)

Оскільки**ϖ**Вектор необхідно записати рівняння для кожної координати. Наприклад, для координати x за постійної щільності**ρ**, де**g**- прискорення сили тяжкості, а***dp/dx***– градієнт тиску за координатою**x, ν**- Коефіцієнт кінематичної в'язкості - м2/с



(2.11)



Два інших рівняння по координатах y, zодержуються, якщо замінити відповідні індекси в рівнянні координати x .

Рівняння 2.4, 2.8, 2.11 слід доповнити рівнянням стану

Pυ = RT та крайовими умовами.

Крайові умови включають просторовий розподіл параметрів (швидкості, температури, тиску) в початковий момент часу (початкові умови) і закони взаємодії між об'єктом і навколишнім середовищем (граничні умови). Кордонні умови є функцією розподілу параметрів на кордоні і задаються декількома способами.

Наприклад, для параметра Т розрізняють граничні умови першого роду:

Ts = T (x, y, z, t);

Граничні умови другого роду задаються функцією теплового потоку Q, а граничні умови третього роду пов'язують температуру межі з температурою довкілля через задане значення коефіцієнта тепловіддачіα.

Методика створення математичних моделей на макрорівні

На макрорівні використовується укрупнена дискретизація простору за функціональною ознакою, що призводить до представлення ММ на цьому рівні як системи звичайних диференціальних рівнянь (ОДУ). Для цього доводиться вводити певні припущення. Наприклад, якщо припустити, що параметри за координатами y,z міняються мало (їх похідні близькі до нуля), щільність середовища змінюється тільки в часі, дифузії немає (D=0), то в цьому випадку математичний опис має назву — модель із зосередженими параметрами .

Наприклад, покажемо, як можна перетворити вихідне рівняння збереження маси речовини на мікрорівні до моделі із зосередженими параметрами.



при постійній щільності за координатою

Приватну похідну за швидкістю замінимо через кінцеві різниці:

, де lдовжина зосередженого обсягу

Помножимо обидві частини виразу на довжину та переріз зосередженого об'єму sl=V.

, де M масова витрата середовища.

Таким чином, ДУЧП перетворено на ОДУ.

, Нагромадження маси в зосередженому обсязі дорівнює приходу середовища мінус витрата. Аналогічно перетворюється рівняння енергії. Рівняння збереження кількості руху не використовується, оскільки у зосередженому обсязі швидкість середовища постійна.

На цільовому рівні як елементи приймають досить складні сукупності об'єктів. Багатьом ММ палатки рівні може бути також системою ОДУ. Однак так як в цих моделях не описуються внутрішні для елементів фазові змінні, а фігурують тільки фазові змінні, що відносяться до взаємних зв'язків елементів, то укрупнення елементів палати рівні означає отримання ММ прийнятної розмірності для більш складних об'єктів, ніж на макро рівні.

Важливий клас ММ палати рівні складають моделі об'єктів масового обслуговування, що застосовуються для опису процесів функціонування інформаційних та обчислювальних систем, що подаються у формі алгоритму.

Структурні моделі також поділяються на моделі різних ієрархічних рівнів. У цьому нижчих ієрархічних рівнях переважає використання геометричних моделей; на найвищих ієрархічних рівнях використовуються топологічні моделі.

Ієрархію моделей можна надати наступною схемою (рис. 2.2).

Метарівень

Алгоритми

Макрорівень

ОДУ

Мікрорівень

ДУЧП

Рисунок 13 – Ієрархія математичних моделей

Процес перетворень ММ що відносяться до різних ієрархічних рівнів, для реалізації на ЕОМ ілюструє рисунок 14.



Рисунок 14 – Перетворення математичних моделей

Гілки 1 малюнку відповідає постановка завдання, які стосуються мікро рівня, як крайової, найчастіше як ДУЧП. Численні методи вирішення ДУЧП засновані на дискретизації змінних та алгебризації завдання. Дискретизація полягає у заміні безперервних змінних кінцевим безліччю їх значень у заданих для дослідження просторовому та часовому інтервалах; алгебраїзація - у заміні довільних алгебраїчним співвідношенням.

Якщо ДУЧП стаціонарне (тобто описує статичні стани), то дискретизація та алгебраїзація перетворює ДУЧП в систему рівнянь алгебри, в загальному випадку нелінійних (гілка 2).

Якщо ДУЧП нестаціонарне (тобто описує змінні в часі та просторі поля змінних), то дискретизацію та алгебраїзацію можна представити що складається з 2-х етапів:

1). усунення похідних за просторовими координатами (гілка 3), результат - система ОДУ;

2). усунення похідних за часом (гілка 4).

Зведення завдання розв'язання рівнянь алгебри до послідовності елементарних операцій може або безпосереднім (гілка 5), або за допомогою попередньої лінеаризації рівнянь (гілка 6), що призводить до системи лінійних рівнянь алгебри.

Гілка 8 на рис. 2.3 відповідає перетворення вихідного опису завдання, що відноситься до макрорівню, в систему ОДУ з відомими початковими умовами. Якщо це система нелінійних ОДУ, то подальші перетворення відбуваються за охарактеризованими вище гілками 4, 6, 7 або 4, 5; якщо ж система лінійних ОДУ, то доцільним є безпосередній перехід до системи СЛАУ (гілка 9).

Для аналізу об'єктів палати рівні застосовують або перехід до систем логічних рівнянь, систем масового обслуговування тощо.

Сказане показує яке важливе значення, що відводиться в математичному забезпеченні моделювання чисельним методам розв'язання систем різних рівнянь.

Приклад складання моделі на макрорівні

У бак циліндричної форми з площею поперечного перерізу F= 2 м2 надходить вода з постійною щільністюρ= 1000 кг/м3. Вода із бака видаляється насосом, тобто. стік води із бака постійний. Скласти модель об'єкта по каналу "Витрата на притоці - рівень". Мпр = 0.5 кг/с, Мст = 0.4 кг/с,



Це модель інтегральної ланки, оскільки передатна функція.де K = 1/2000.

Якщо витрата на стоку пропорційна рівню Мст = ah, то модель буде такою:

, це ОДУ першого порядку (інерційна ланка першого порядку).

Докладніше моделювання ТОУ розглядатиметься у дисципліні "Ідентифікація та моделювання об'єктів управління", яка вивчається у першому семестрі 4 курсу.

Формальний метод побудови математичних моделей на макрорівні

Використання ММ об'єкта у формі диференціальних рівнянь у похідних можливе тільки для дуже простих технічних систем. Тому при моделюванні на макрорівні в технічній системі виділяються досить великі елементи, які надалі розглядаються як неподільне ціле. Безперервної незалежної змінної залишається (порівняно з моделюванням на мікро рівні) лише час. Математичною моделлю системи на макро рівні буде система звичайних диференціальних рівнянь (ОДП).

Поведінка більшості технічних підсистем можна охарактеризувати з допомогою фазових змінних.

Фазова змінна - величина, що характеризує фізичний або інформаційний стан об'єкта, що моделюється.

Доцільно згадати поняття величини (фізичної величини), якою визначається фазова змінна (ФП).

Величина (фізична величина) — характеристика об'єктів чи явищ матеріального світу, якісно загальна безлічі об'єктів чи явищ, але кількісно індивідуальне кожному за них.

Фізична величина є або узагальнене поняття (довжина, маса, площа тощо), або індивідуальну характеристику конкретного об'єкта (опір резистора R=5 МОм, ємність конденсатора С=5 мF).

Значення конкретної фізичної величини (її кількісне вираз) - уявлення про конкретну фізичну величину у вигляді деякого числа прийнятих для неї одиниць.

X = { X } [ X ] (2.1)

де: X - значення конкретної фізичної величини;

{X} - числове значення (абстрактне число);

[X] - одиниця фізичної величини.

На відміну від ФП параметр - це величина, що характеризує певну властивість об'єкта або режим функціонування. Технологічні об'єкти управління, як правило, складаються з декількох підсистем різної природи, що характеризуються двома типами фазових змінних: потік I та потенціал U. Фазові змінні утворюють вектор невідомих у ММ технічної системи. Вид фазової змінної залежить від фізичної природи системи (таблиця 2.1).

Таблиця 2.1

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| З | Потенціал | Потік |
| Механічна поступальна | Швидкість - м/с | Сила – F Н |
| Пневмогідравлічна | Тиск - P Па | Витрати - M кг/с |
| Теплова | Температура – ​​T0К | Тепловий потік – Q ВТ |
| Електрична | Напруга - U В | Струм - I А |

Закони функціонування елемента (компонента) підсистеми задаються компонентними рівняннями, що пов'язують, зазвичай, різнорідні фазові змінні, які стосуються даному елементу, тобто. компонентні рівняння пов'язують змінні типу потік та потенціал. Для простих елементів електричної природи компонентні рівняння мають такий вигляд:

, (2.2)

де: а - Параметр елемента;

I - фазова змінна типу потік;

U - фазова змінна типу потенціал.

Для складних об'єктів компонентні рівняння можна записати як:

(2.3)

де: V = (U, W) - вектор фазових змінних;

U - під вектор фазових змінних, що характеризують запаси енергії елементах об'єкта;

t - час;

W - Вектор інших фазових змінних.

Компонентні рівняння можуть бути лінійними та нелінійними, алгебраїчними, ОДУ або інтегральними. Вони виходять з урахуванням знання конкретної предметної області. Більшість елементів технічних систем компонентні рівняння вивчалися у прикладних дисциплінах.

Компоненти рівняння отримують або теоретично або фізичним тестуванням або математичним моделюванням на мікро рівні.

Важливо, що між підсистемами різної фізичної природи існує аналогія.

У більшості технічних систем можна виділити три типи найпростіших (базових, типових) пасивних елементів:

1) елемент розсіювання (дисипації) енергії, де відбувається перетворення будь-якої енергії на теплову. Це елемент типу R – опір для електричної підсистеми.

2) елемент накопичення енергії типу "ємність" - З (накопичення кінетичної енергії).

3) елемент накопичення енергії типу "пружність" - L (накопичення потенційної енергії).

Так для електричної системи фазовими змінними є: типу потік – струм І [А, Кл/с]; типу потенціал - напруга U [В].

Компонентні рівняння найпростіших елементів:

1) рівняння для елемента опір:, (2.5)

де: R - Електричний опір, [Ом];

g - провідність.

2) рівняння для елемента ємність:, (2.6)

де: З - Електрична ємність, [Ф].

3) рівняння для елемента індуктивності:, (2.7)

де: L - Електрична індуктивність, [Гн].

Для механічної поступальної системи фазові змінні: типу потік – сила F, H, типу потенціал – швидкість V, м/с.

Компонентні рівняння типових елементів:

1., де:

;- Коефіцієнт в'язкого тертя.

2.,

m – маса в кг – аналог електричної ємності.

3. Рівняння пружини F = k · x ,

де: x - переміщення, k - жорсткість пружини:

;

,

де:- аналог електричної індуктивності.

Опис зв'язків між елементами однієї природи

Зв'язок між однорідними фазовими змінними, що належать до різних елементів підсистеми, задається топологічними рівняннями, отриманими на підставі відомостей про структуру підсистеми.

Топологічні рівняння - рівняння, що пов'язують однотипні фазові змінні різних елементів об'єкта та відображають топологію взаємозв'язків його елементів. Загальний вид топологічних рівнянь (ТУ):

F2(V) = 0 (2.8)

ТУ виражають дію законів збереження субстанції (речовина, енергія, кількість руху), умови рівноваги сил, нерозривність потоків тощо.

Розглянемо топологічні рівняння електричної підсистеми.

Рівняння рівноваги(Перший закон Кірхгофа):

(2.9)

де: Ik - Струм k-тої гілки;

р - безліч номерів гілок інцидентних (прилеглих) до цього сайту.

Рівняння безперервності(Другий закон Кірхгофа):

(2.10)

де: j - Номер гілки;

q — безліч номерів гілок, що входять до контуру.

Топологічні рівняння суворо справедливі для режимів, але їх можна застосовувати і в тих випадках, коли часом поширення збудження по лініях зв'язку можна знехтувати.

Час поширення порушення залежить від фізичної природи підсистеми, тобто. від швидкості поширення обурень у відповідному середовищі та розмірів цього середовища у конкретному об'єкті. Під збудженням розуміється зміна фазових змінних.

Критичною довжиноюкрназивають наближений граничний розмір середовища, у разі перевищення якого необхідно враховувати час поширення обурень. Оцінитикрможна за формулою:

кр= Δt · υ,

де: υ - Швидкість поширення збудження в середовищі, наприклад для електричної підсистеми це швидкість світла 3 · 108 м / с;

Δt – інтервал часу, що характеризує тимчасову точність розгляду процесів.

Якщо моделюється електричний об'єкт у секундному діапазоні: Δt = 10 –9 с, то критична довжина буде 0.3 м.

Наведені вище типові елементи - лінійні, проте елементи підсистем можуть бути і нелінійними, що залежать від режиму роботи.

Якщо до набору типових лінійних та нелінійних елементів додати залежні та незалежні джерела типу джерело потоку I та джерело потенціалу Е, то вийде база двополюсників, на основі яких можна отримувати математичні макромоделі практично будь-яких технічних об'єктів. Розрізняють джерела двох типів: незалежні та залежні. Рівняння джерел: E = f (Z), I = f (Z), де Z час, константа або фазова змінна.

Незалежні джерела використовуються для моделювання постійних впливів на об'єкт, наприклад, сила тяжіння може бути відображена постійним джерелом сили F= mg , const.

Залежні джерела поділяються на дві групи:

1) джерела, залежні від часу – E = f(t);

2) джерела, залежні від фазових змінних Q=kΔP0.5.

Джерела першої групи використовуються для моделювання зовнішніх впливів на об'єкт. Джерела, залежні від фазових змінних, використовуються для відображення нелінійних властивостей об'єкта, а також для встановлення взаємозв'язків між підсистемами різної природи.

Для зображення простих елементів використовують умовні графічні позначення (рис. 2.4).

Умовні графічні позначення елементів:



а) б)

Рисунок 15 – Умовні позначення типових елементів а) електрична підсистема; б) механічна підсистема

Подання у формі еквівалентних схем

Структуру формальної математичної моделі на макрорівні можна представляти різних рівнях абстракції. Однією з них є еквівалентні схеми, які складаються із набору базових елементів та зв'язків між ними. Методика побудови еквівалентних схем містить такі кроки:

Виділити елементи, масу яких треба врахувати та зобразити їх умовним зображенням двополюсника. Один полюс з'єднати з базовим вузлом, який визначає інерційну систему відліку. Другий з'єднуватиметься з іншими елементами.

Виділити елементи тертя та пружності. Один полюс елементів тертя приєднати до базового вузла.

Поєднати елементи маси з елементами тертя, а елементи пружності між масами.

Виділити джерела, що додаються до пасивних елементів. Джерело сили (потоку) з'єднується між базовим вузлом та масою, на яку він впливає.

Розглянемо приклад складання еквівалентної схеми для системи, що складається з елементів однієї фізичної природи – технічної

Системи механічного типу, представленої рисунку 16.а..

****Це вантажівка масою m1, яка тягне два причепи з масою m2, m3.

а)

б)Малюнок 16 – Механічна поступальна система (а) та її еквівалентна схема (б)

Еквівалентна схема для сил і швидкостей уздовж горизонтальної осі представлена ​​малюнку 16.б.

Сила інерції маси автомобіля, причепа 1 і причепа 2, яка долається силою тяги F, протистоять сили опору (тертя поверхню руху) R1, R2, R3. Пружні зв'язки між тягачом і причепами є елементами L1 і L2.

Якщо за еквівалентною схемою скласти топологічні рівняння, то вийде система диференційних рівнянь. Це формальна математична модель.

Для систем, куди входять підсистеми різноманітної природи еквівалентні схеми створюються кожної з них з урахуванням виду зв'язку.

Приклад такої системи та її еквівалентна схема представлені рисунку 17.

Система складається з гідравлічної підсистеми - трубопровід, заповнений рідиною і механічної підсистеми - циліндр з поршнем.

Гідравлічна підсистема (p) є трьома пасивними елементами: C1 - ємність трубопроводу; L1 - індуктивність (пружність середовища); R1 - опір тертя по довжині трубопроводу; та двома активними: Р - джерело тиску (потенційний); М – джерело витрати (потік).

Механічна підсистема (q) складається з наступних базових елементів: m1 – маса поршня; m2 – маса штока; R2 - тертя поршня об стінки циліндра; R3 – тертя штока про ущільнення; UP1 - пружний зв'язок між поршнем та штоком; F1 - (джерело) сила, що впливає на поршень через шток. F2 – сила, що впливає на поршень з боку рідини.

а)

****б)

Рисунок 17. Гідромеханічна система (а),

її еквівалентна схема (б)

Зв'язок між підсистемами гіраторний, оскільки рух поршня зі швидкістюV під впливом F2 змінює обсяг і з'являється витрата середовища М. У свою чергу зміна тиску Р викликає появу сили F1 = k2P вплив тиску рідини на поршень.

**M=k1V →Ip = f1(Uq)**

**F1 = k2P →Iq = f21(Up), де**

Р – тиск (потенціал) гідравлічної системи;

V – швидкість (потенціал) механічної системи.

Більш абстрактною формою моделі на макрорівні є її уявлення на рівні графа.

Моделювання складних структур промислових об’єктів

Якщо математичною моделлю об'єкта служить система з десяти або менше рівнянь, то під час її використання (при програмуванні, аналізі) труднощів зазвичай не виникає. При великих системах рівнянь, що відбивають промислові об'єкти, що з десятків, сотень, тисяч і більше елементів, потрібен спеціальний формалізований апарат. Так, при моделюванні електричних, трубопровідних, залізничних та інших мереж описи їх структури зазвичай використовується поняття графа.

Будь-які мережі, що складаються з труб, дротів, доріг, є граф. Крім того, граф можна використовувати для опису складніших систем, наприклад електронних схем. При цьому можливі два підходи. Якщо всі елементи уявити як вершини, то ребрами є провідники, що з'єднують їх. Можна замінити всі елементи схеми наборами двополюсників, що є ребрами, а вершинами вважати точки цих двополюсників.

Граф дає зручне геометричне уявлення відносин на безлічі. Тому теорія графів і теорія відносин на безлічі взаємно доповнюють одне одного.

**Визначення та елементи графа**

Сукупність об'єктів, суттєві властивості яких описуються зв'язками з-поміж них, може бути представлені у вигляді графа.

Якщо об'єкт (вузол) представляти вершиною (зображується коло), а зв'язок з іншим об'єктом руба чи гілкою (лінією), то отримаємо граф.

**Граф**- Це безліч вершин V, зв'язок між якими визначається безліччю ребер E.

Формальне уявлення графа**G = {V, E}**, де



**p**- кількість вершин

**q**- Кількість ребер.

Якщо зв'язок має напрямок (орієнтацію), тоді такий граф має назву**орієнтованого**графа (орграфа), а зв'язку називають дугами.

Для представлення математичних моделей зазвичай використовують орграф.

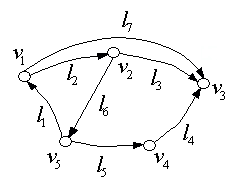
На рисунку 18 показаний орграф, який має 5 вершин та 7 дуг

Рисунок 18 – Орієнтований граф (орграф)

Вершини та дуги такого графа перебувають у певних стосунках.

Дві вершини vi і vj, що належать множині вершин Vграфа G = {V, E}, отримали назву суміжних, якщо вони є граничними вершинами ребра lk, що належать множині ребер E.

Відношення суміжності на безлічі вершин графа визначають, представивши кожне ребро як пару суміжних вершин, тобто:

**lk={vi,vj}**, де k = 1,2,3...q

**vi**- Початкова вершина, звідки дуга виходить;

**vj**- Кінцева вершина, куди дуга входить.

Відношення суміжності подається як матриці**[Cij] v = [p**x**p]***.*

**Для орграфа малюнку 18. матриця суміжності має вид:

**Сій**елемент матриці дорівнює числу ребер, спрямованих від вершини vi до вершини vj.

Відношення інцидентності описується матрицею A = [aij] V, E = [pxq].

Якщо вершина vi є кінцем (початком) дуги lk, кажуть, що вони інцидентні. Рядки матриці A відповідають вершинам, а стовпці дугам. ai,j -й елемент дорівнює +1, якщо vi початкова вершина ребра lj і дорівнює -1 якщо vi кінцева вершина ребра lj. Якщо зв'язку немає aij = 0.

Для наведеного вище орграфа матриця інцидентності має вигляд:

При описі математичних моделей використовують деякі частини орграфа:

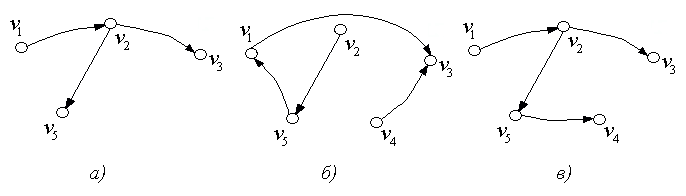
**Підграф**- частина графа утворена деякими дугами та інцидентними ним вершинами.

**Суграф**- Частина графа, утворена з вихідного вилученням деяких дуг, при збереженні всіх вершин.

Послідовність суміжних дуг графа утворюють маршрут. Якщо у маршруті всі дуги відмінні, він називається ланцюгом. Замкнений ланцюг утворює цикл. Простий цикл (контур) не містить повторюваних вершин.

**Зв'язковий граф**має маршрут через усі вершини.

**Деревом графа**називають зв'язний підграф який немає циклів. Гілками дерева називають дуги дерева, а хордами - гілки, що віддаляються при утворенні підграфа.

Приклади підграфа, суграфа та дерева для орграфа 18 представлені на малюнку 19

Малюнок 19 – Подграф (а), суграф (б) та дерево графа (в).

Еквівалентну схему можна у вигляді графа. Місце з'єднання базових компонентів замінюється вузлом, а компонент дугою. Наприклад, еквівалентну схему механічної системи малюнку 16 б., можна подати графом (рис.2.13).

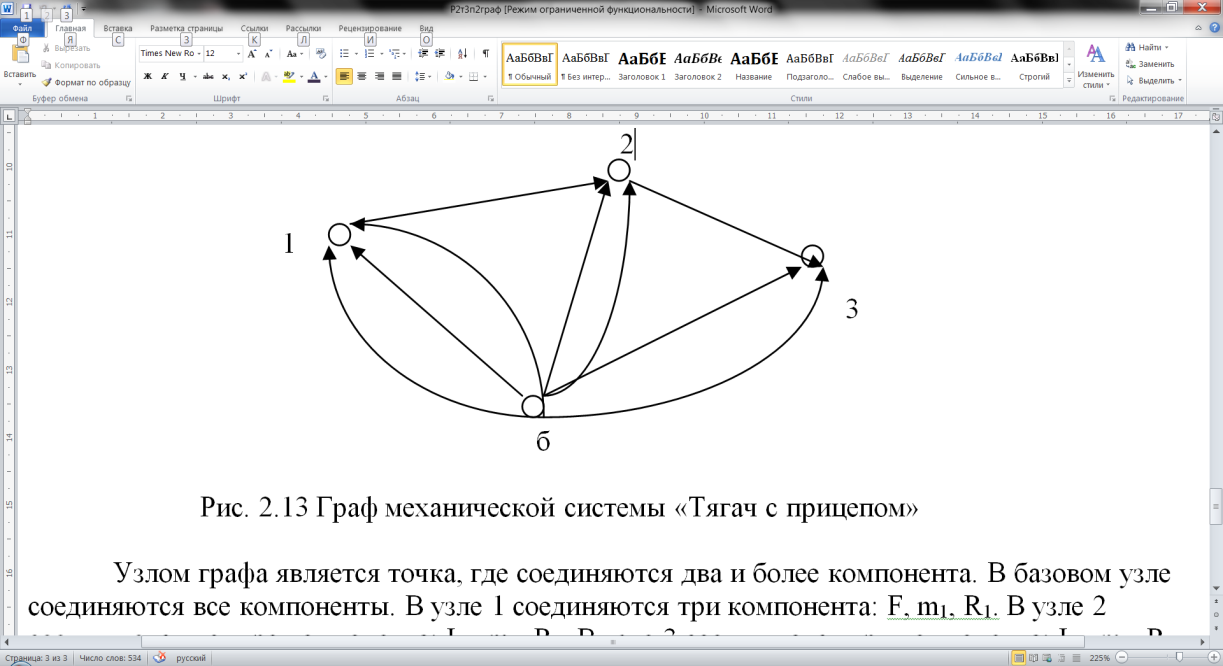


Рисунок 20 – Граф механічної системи «Тягач із причепом»

Вузлом графа є точка, де з'єднуються два та більше компоненти. У базовому вузлі з'єднуються всі компоненти. У вузлі 1 з'єднуються три компоненти: F, m1, R1. У вузлі 2 з'єднуються чотири компоненти: L1, m2, R2. У вузлі 3 з'єднуються три компоненти: L2, m3, R3. таким чином модель набула більш формального вигляду.

Розглянуті загальні визначення відповідають графам, які відображають структури об'єктів, незалежно від їх фактичного змісту. Так само ряд алгоритмів обробки інформації, що міститься у графі, має загальний характер.

Припустимо, що треба побудувати мережу залізниць, які б з'єднали n даних міст, причому так, щоб пасажир міг з кожного міста проїхати в будь-який інший. Якщо при цьому з економічних міркувань потрібно, щоб кількість витрачених рейок була мінімальною, то граф, вершини якого відповідають містам, і ребра — залізницям, що їх сполучають, повинен бути деревом. Завдання полягає у знаходженні алгоритму, що визначає, яке з можливих nn-2 дерев, що з'єднують ці міста, вимагає найменшої кількості рейок, якщо відомі відстані між кожною парою міст.

Методи побудови емпіричних математичних моделей

Фахівцям з автоматизації технологічних процесів потрібне знання статичних та динамічних характеристик ТОУ. Часто для побудови таких моделей використовують е**кспериментальний метод**- Отримання експериментальних даних та їх обробка шляхом вирішення задачі наближення функції. Результат вирішення – експериментальна математична модель (ЕММ), тобто. математичний опис певної структури, отриманий у результаті проведення експерименту та розв'язання задачі наближення функції.

**Методологічні засади**експериментального методу:

1. Використання поняття 'модель - чорна скринька'.
2. Використання теорії планування експерименту.
3. Методи проведення експерименту.
4. Теорія наближення функцій.

Узагальнена параметрична схема моделі 'чорна скринька' для багато канального ТОУ показана на малюнку 3.1. На вході об'єкта вектор X = {x1, x2, … xn) - вектор вхідних параметрів, які в результаті експерименту можна змінювати та вимірювати. На виході відповідно вектор вихідних параметрів або фазових змінних,

Рисунок 23 – Параметрична схема об'єкта

які можна виміряти з певною точністю. Вектор Z – випадкові перешкоди, які не контролюються.

Методи отримання ЕММ ділять на два роди: експериментальний та експериментально-аналітичний.

Експериментальний метод має 3 типи: активний, пасивний, ітераційний (адаптивний).

**Активний**Метод ділитися на два види: регулярний та оптимальний. Регулярний вид передбачає при проведенні експерименту використання контрольованих та змінюваних впливів вектора Х, які можуть бути аперіодичними та періодичними. Оптимальний відрізняється від регулярного тим, що дія проводиться одночасно по всіх складових вектора Х.

Такяк при регулярному експерименті зазвичай проводяться послідовно по кожному з каналів, при стабілізованих значеннях інших вхідних величин, використовують спрощені параметричні схеми ТОУ (рис. 3.2):

а) б)

Рисунок 24 – Спрощені структури ТОВ

а) - один вхід - один вихід; б) - кілька входів - один вихід.

Причому активні методи побудови ЕММ можливі за умови, що рівень перешкод Z є незначним і може контролюватись, а також у разі можливості здійснення активних впливів потрібного рівня.

Дуже часто рівень перешкод є значним та неконтрольованим, тому доводиться застосовувати пасивні методи. У цьому випадку вектори Х та Y є випадковими процесами. Вони реєструються на певному відрізку часу, а обробка експериментальних даних здійснюється відповідно до теорії випадкових функцій. Розрізняють псевдопасивний вид такого експерименту, коли на вході Х із заздалегідь відомими статичними характеристиками , mx , Dx , Kxx (математичне очікування, дисперсія та кореляційна функція).

**Адаптивний**експеримент відрізняється від перших двох тим, що після отримання першої експериментальної точки та її аналізу приймається рішення про подальший перебіг експерименту. Це дозволяє скоротити витрати на проведення експерименту.

Процес побудови моделі ТОУ складається з 4-х етапів:

1. Підготовка до експерименту;
2. Планування експерименту;
3. Проведення експерименту;
4. Опрацювання результатів експерименту.

Розглянемо ці етапи докладніше.

Методика підготовки, планування та проведення ксперименту

Мета будь-якого експерименту – отримання даних властивості об'єкта, тобто. статистичної та динамічної характеристики. Як правило, їх одержують в одному експерименті.

Кожен етап містить певну кількість та послідовність загальних процедур та особливості, пов'язані з типом експерименту.

Процедури 1 етапу (підготовка):

1. Вивчення теплофізичних, режимних та конструктивних параметрів ТОУ.

Як джерела використовують проектну документацію, оперативні журнали з експлуатації ТОУ, записи реєструючих приладів, інформацію оперативного персоналу.

Отримавши ці апріорні дані, експериментатор робить припущення про властивості ТОУ: зосередженості чи розподіленості параметрів, стаціонарності чи стаціонарності об'єкта. Встановлюється також, чи є об'єкт одномірним або багатовимірним, одноємним, або багато ємнісним.

2. Визначення вхідних та вихідних параметрів та фазових змінних об'єкта, які можуть вимірюватися та змінюватися в процесі експерименту. Якщо параметр не вимірюється і на нього не можна вплинути, це перешкода. Формування параметричної схеми об'єкта.

3.Визначення допустимих змін величин Х та Y відповідно до правил технічної експлуатації або регламенту роботи ТОУ. Оцінюється хмакс., хмин. , yмин.yмакс.

4. Вивчення Туст. - часу стабілізації вихідної величини після нанесення активного впливу та рівня перешкод. Активні експерименти проводять лише тоді, коли рівень перешкод не перевищує 10% номінальної величини.

Процедури 2 етапи (планування):

* Вибір діапазону вимірювання параметрів та фазових змінних;
* Вибір вимірювальних приладів із заданими характеристиками (штатні, стаціонарні чи переносні технічні засоби).
* Вибір типу експерименту: активний, з лінійним перебором, активний оптимальний (запланований) багатофакторний, пасивний, адаптивний експеримент.
* Оцінка часу проведення експерименту;
* Складання та затвердження плану проведення експерименту.
* Під час проведення активного експерименту проводять вибір наступних складових:
* Вид активного впливу;
* Тривалість спостереження перехідного процесу Δtнабл.> (1.5 ÷ 2) Туст. ;
* Число рівнів зміни активних впливів;
* Число повторних дослідів.

Методика планування оптимального експерименту

Такий експеримент називають факторним експериментом (ФЕ), який проводиться відповідно до плану, що відображається у формі матриці.

У переважній більшості випадків експерименти багатофакторні. За традицією під час проведення багатофакторного експерименту приймається або класичний, або факторний план. Класичний багатофакторний експеримент є послідовністю однофакторних експериментів, при яких всі незалежні змінні, крім однієї, приймаються постійними. У таких експериментах не можна визначити характер взаємодії факторів між собою та їх спільний вплив на вихідний параметр.

Основи багатофакторного експерименту за факторним планом було закладено працями Р. Фішера наприкінці 20-х років ХХ століття. Багатофакторність експерименту дає можливість змінити його стратегію після чергового етапу. p Багатофакторне планування, засноване на досить загальному математичному апараті, дозволяє:

отримати математичну модель процесу, яку можна використовувати, зокрема, при управлінні;

розкрити об'єктивні закономірності та отримати додаткову інформацію про процес;

перевірити адекватність представлення результатів експерименту певною інтерполяційною залежністю.

Планування експерименту різко підвищує точність та зменшує обсяг експериментальних досліджень. Воно дозволяє знаходити оптимум функції, що характеризує процес, що досліджується. Модель процесу описується рівнянням регресії, коефіцієнти якого визначаються з допомогою спеціальних методів (наприклад, методом найменших квадратів). Для пошуку оптимуму застосовуються різні градієнтні та безградієнтні методи: крутого сходження, симплексні.

**Визначення та термінологія**

Зміст планування експерименту проілюструємо дослідженням «чорного ящика».

*Змінні х1, х2,*..., ХП прийнято називати факторами.

*Залежно та умовами вирішуваного завдання вихідна величина називається відгуком, функцією мети, функцією відгуку, параметром оптимізації.* Зазвичай аналітичний зв'язок між входом і виходом (модель об'єкта) невідомий, а відомі фактори х1 і вихідні величини, що підлягають дослідженню.

Визначимо одну вихідну величину, яка є невідомою функцією k факторів:

*у*= φ(х1, х2, ..., хk)

Область можливих або допустимих значень факторів xiназивається областю визначення та позначається й. Область визначення двох факторів х1 х2 – частина площини х10, х2, ця область називається двофакторним простором, а експеримент – двофакторним експериментом. За аналогією можуть бути одно- та багатофакторні простори та експерименти. Експерименти розкриття механізму явища називаються іноді інтерполяційними або регресійними.

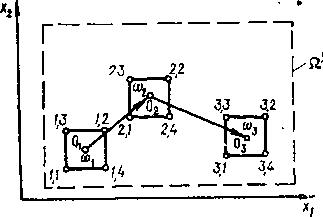


Рисунок 25 – Схема дослідження відгуку двох факторів

Розглянемо (рисунок 25) принцип дослідження відгуку двох факторів у = f(xl, х2). Спочатку експеримент ставиться в області ω1 з центром 01 і визначаються значення відгуку y11, у12, у13, у14 у кутових точках області першого експерименту ω1 – точки 1.1; 1.2; 1.3; 1.4.

Потім, якщо необхідно, здійснюється перехід у область ω2 і визначаються значення відгуку у21.. у24, Усі області ω1, ω2 належать області визначення факторів Ω, яка називається областю дослідження.

У кожній області і-го експерименту ωі проводяться чотири досліди (за кількістю вершин області ωі) і кожен фактор [х1, х2] приймає лише два значення, які можна позначити 0 та 1 або -1 та +1. Ці значення називаються рівнями факторів.

У випадку вектор Х містить m змінних (факторів). Кожен фактор може бути на n рівнях зміни кожної змінної. У разі N = nm – число дослідів, необхідне проведення експерименту.

Так, для п'яти чинників із п'ятьма рівнями N = 3125, а десяти факторів на чотирьох рівнях – вже понад 1 000 000.

Вибір факторів

Приступаючи до планування експерименту, необхідно вибрати фактори і визначити: вплив їх на вихідну величину у яких їх можна задаватися за бажанням експериментатора і які некеровані або випадкові; точність апаратури, за допомогою якої задаються значення факторів, що варіюються, і вимірюються значення виходу у чи є фактори незалежними або залежними величинами.

Вибрані фактори повинні бути доступні вимірювання з точністю приблизно на порядок більшою, ніж вимірювання вихідної величини.

Вони повинні бути спільні (наприклад, при дослідженні електронної апаратури величини струмів і опорів повинні бути такими, щоб потужність і температура елементів, що розсіюються, не перевищували допустимих значень), незалежними величинами (при взаємній залежності факторів їх слід об'єднати в один узагальнений). Необхідно вибрати для кожного експерименту інтервал варіювання факторів I, яким називається половина різниці між великим (верхнім) та меншим (нижнім) значенням фактора (х1Н, Х\в, х2н, х2в)-

Значення фактора у центрі області експериментуω(рисунок 26а) точка Ох називається його основним рівнем і відзначається підрядковим індексом "О" (х10, х20 ...).

Інтервал варіювання фізичного фактора Іі повинен бути таким, щоб його величина приблизно на порядок перевершувала похибку установки та вимірювання величини;

вершини будь-якої області експериментуω знаходилися всередині області визначення факторів Ω(рисунок 26 а)

апроксимуюча функція*у*= f(х1, х2, ..., хk) незначно відрізнялася від шуканої залежності у = φ(х1, х2, ..., хk);

- Вимога адекватності моделі;

при переході від одного досвіду до іншого в області зміна відгуку була досить відчутною, тобто в кілька разів перевершувала похибку відгуку

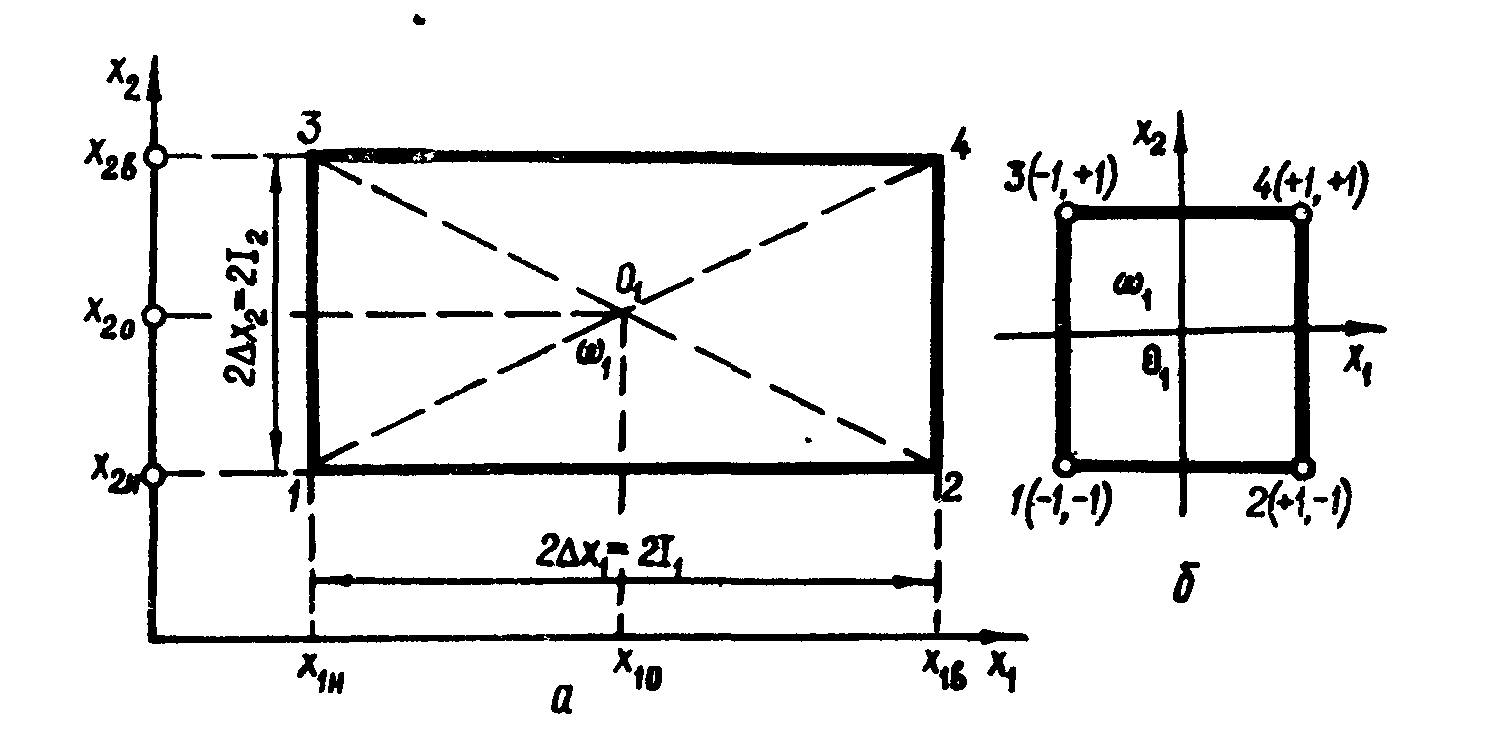
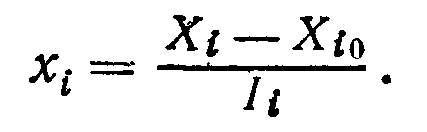


Рисунок 26 – Область експерименту для факторів:

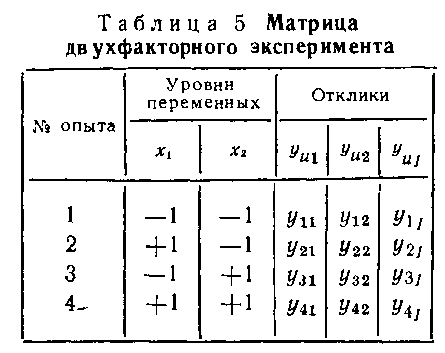
а-фізичних, б-кодованих.

Для зручності запису плану експерименту та обробки експериментальних даних зазвичай користуються кодованими значеннями факторів, що позначаються малими літерами х1, х2... Кодовані хі та фізичні Хі змінні пов'язані між собою таким співвідношенням:



Кодування факторів рівносильне перенесення початку координат у точку основного рівня факторів (центральна точка експерименту О1) та зміни масштабу. Усі кодовані фактори – безрозмірні та нормовані величини. У процесі експерименту можуть приймати значення —1, 0, +1.

План експерименту подаємо у вигляді таблиці-матриці (табл. 5).х Матриця містить чотири (22) рядки і два основні стовпці змінних хг і хг. В інших стовпцях записуються вимірювання відгуку в окремих точках факторного простору.

Якщо проводиться одна серія дослідів, то заповнюється одна графа (табл. 5): у11, у21, у31, у41. При низькій точності вимірювань відгуку або при дії випадкових факторів повторюється і записується ще одна серія результатів у12, у22, у32, г/42. Для підвищення точності серії вимірювань можуть повторюватися кілька разів (паралельні досліди).

Наприклад, для n=2, m=2, N = 4 матриця планування буде наступною (таблиця 3.1).

Таблиця 3.1

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Вхідні | змінні | (Фактори) | Xik | Вихід |
| X0 | X1 | X2 | X1 X2 | y |
| +1 | -1 | -1 | +1 | Y1 |
| +1 | +1 | -1 | -1 | Y2 |
| +1 | -1 | +1 | -1 | Y3 |
| +1 | +1 | +1 | +1 | Y4 |

X0 = 1 - фіктивна змінна. Геометричне уявлення такого плану експерименту – квадрат, а центр плану у його центрі. При такому підході матриця є ортогональною (рівність нулю скалярних творів всіх векторів стовпців), що спрощує обробку експериментальних даних. Методика планування оптимального експерименту складається з наступних кроків:

1. Визначення мах та min значень змінних.
2. Визначення центру плану. Упорядкування матриці планування в абсолютних значеннях змінних.
3. Складання матриці планування кодованих значеннях змінних.
4. Проведення досвіду, отримання експериментальних даних.

Примітка: Планування оптимального експерименту сформувалося у самостійний науковий напрямок та використовується експериментаторами для пошуку оптимальних режимів роботи обладнання. Ідею планування у 1951 році стали розвивати американські вчені Дж. Бокс та К. Вілсон. У цей напрям розвивали професор МГУ В.В. Минь з учнями.

Під час проведення пасивного експерименту проводять вибір наступних складових:

1. Вибір часу реалізації випадкових процесів на вході та виході;
2. Вибір моментів часу реєстрації ti з кроком Δt за спеціальною методикою;

*Примітка: Слід зазначити, що на основі методів планування експерименту можна кількісно описати властивості таких продуктів, як сплави, пластмаси, гума, кераміка, ситали, бетони і т.п.*

**Перевірка відтворюваності експерименту**Існує не що інше, як перевірка виконання другої причини регресійного аналізу про однорідність вибіркових дисперсій s2g. Завдання полягає у перевірці гіпотези про рівність генеральних дисперсій

при дослідах відповідно у точках z1, ..., zN. Оцінки дисперсій знаходять за відомою формулою:

(4)

Розраховані для прикладу за формулою (4) значення s2g занесені в останній стовпець таблиці 2.5.

ПРИКЛАД

Наприклад, вивчається вплив на вихід продукту (у, %) трьох факторів: температури (z1) в діапазоні 100-200 ° С, тиску 2 - 6 • 105Па (z2) та часу перебування (z3) 10-20 хв.

Верхній рівень за температурою 200, нижній 100.





**

Проведення експерименту

Процедури 3 етапи (проведення):

1. Здійснення впливів та їх реєстрація;
2. Реєстрація вихідних величин;
3. Здійснення заходів безпеки.

Складається регламент експерименту, у якому визначається: час проведення експерименту; співробітник відповідальний проведення експерименту; особа оперативного персоналу, який контролює проведення експерименту, заходи безпеки, частота зняття показань; час закінчення эксперимента.Регламент документується, узгоджується і затверджується, зазвичай, головним інженером об'єкта.

Методика обробки результатів експерименту

Процедури 4 етапи:

1. Вибір типу та виду моделі.
2. Вибір структури математичного опису;
3. Вибір методу та засобів обробки даних;
4. Обробка даних;
5. Оцінка точності та адекватності моделі;

Експериментальна математична модель

Статична модель

Динамічна модель

Багатофакторна модель

Однофакторна модель

Нелінійна модель

Лінійна модель

Рисунок 27 – Типи експериментальної моделі

Вибір моделі (рівняння моделі) у методі планування експерименту – неформалізований етап, який ґрунтується зазвичай на інтуїтивних міркуваннях з урахуванням попереднього досвіду експериментатора, а кількісне визначення коефіцієнтів вибраних рівнянь моделі – на результатах експерименту. Тому правильний вибір моделі має підтверджуватись експериментально.

За результатами проведення експерименту отримують безліч табличних функцій y=f(xi) для низки xi та при повторних експериментах для одного значення xi.

Завдання побудови моделі формулюється наступним чином: на основі аналізу експериментальних даних та попередньої їх обробки вибрати тип експериментальної математичної моделі, форму математичного опису (вид функції наближення), метод та алгоритм вирішення задачі наближення функції та обчислити її коефіцієнти. Вибір типу та виду моделі зводиться до узгодження обраної параметричної схеми ТОУ та мети випробувань з експериментальними даними відповідно до рис. 3.3. Найбільш складною буде модель для нелінійного багатовимірного об'єкту.

Аналіз експериментальних даних зводиться до нанесення даних на графік, оцінки тенденції зміни y=f(xi) та рівня перешкод.

При реєстрації X та Y виникають перешкоди, джерелами яких є:

* нестаціонарність об'єкта,
* внутрішні шуми об'єкта,
* шуми у вимірювальних ланцюгах.

Якщо виявляється значне розкидання біля середніх значень, застосовують попередню обробку даних - згладжування.

Найчастіше використовують метод ковзного середнього.

Однак при цьому методі втрачається кілька початкових і кінцевих значень y в залежності від величини L. Якщо отримано N експериментальних значень, згладжених залишиться-n = NL.

Застосовують також згладжування четвертими різницями. Його суть - апроксимація 5-ти сусідніх значень y(i) параболою другого порядку, коефіцієнти якої перебувають методом МНК.

Так як зміна відгуку y носить випадковий характер, то в кожній точці xg доводиться проводити паралельних дослідів і результати спостережень yg1, yg2, ..., ygm усереднювати:

(3)

Нехай у разі число паралельних дослідів у кожному рядку МП m = 3. Перед реалізацією плану об'єкті необхідно рандомізувати (розташувати у випадковому порядку) варіанти варіювання чинників, тобто. за допомогою таблиці рівномірно розподілених випадкових чисел або комп'ютерної програми для проведення процесу рандомізації визначити послідовність реалізації варіантів варіювання плану N N m дослідах.

Далі проводять експеримент, і результати спостережень експерименту відповідно до варіантів варіювання плану записують в стовпці yg1, yg2 і yg3 таблиці 8.5, а в стовпці yg записують середні значення.

Таблиця 8.5

Проведення паралельних дослідів

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| g | z0 | z1 | z2 | z3 | *yg*1 | *yg*2 | *yg*3 | *g* |  |
| 1 | +1 | -1 | -1 | -1 |  |  |  |  |  |
| 2 | +1 | +1 | -1 | -1 |  |  |  |  |  |
| .. | .. | .. | .. | .. | .. | .. | .. | .. | .. |
| 8 | +1 | +1 | +1 | +1 |  |  |  |  |  |

**Перевірка відтворюваності експерименту**Існує не що інше, як перевірка виконання другої причини регресійного аналізу про однорідність вибіркових дисперсій s2g. Завдання полягає у перевірці гіпотези про рівність генеральних дисперсій

при дослідах відповідно у точках z1, ..., zN. Оцінки дисперсій знаходять за відомою формулою:

(4)

Розраховані для прикладу за формулою (4) значення s2g занесені в останній стовпець таблиці 8.5.

Оскільки всі оцінки дисперсій отримані за вибірками однакового обсягу т = 3, то число ступенів свободи для них однаково і становить

ν1ос = m – 1

У цьому випадку для перевірки гіпотези про однорідність оцінок дисперсій s2g слід користуватися критерієм Koxpena, який заснований на законі розподілу відношення максимальної оцінки дисперсії до суми всіх оцінок дисперсій, що порівнюються, тобто.

Якщо обчислене за даними експерименту (емпіричне) значення критерію G виявиться менше критичного значення Gкр, знайденого за таблицею 8.6 для ν1ос = m - 1 і ν2ос = N і обраного рівня значимості qвос (зазвичай qвос = 0,05), то гіпотеза про однорідність вибіркових дисперсій відповідає результатам спостережень. При цьому всю групу вибіркових дисперсій s2g можна вважати оцінками для однієї і тієї ж генеральної дисперсії σ2{у} відтворюваності експерименту, звідки найкраща її оцінка має вигляд:

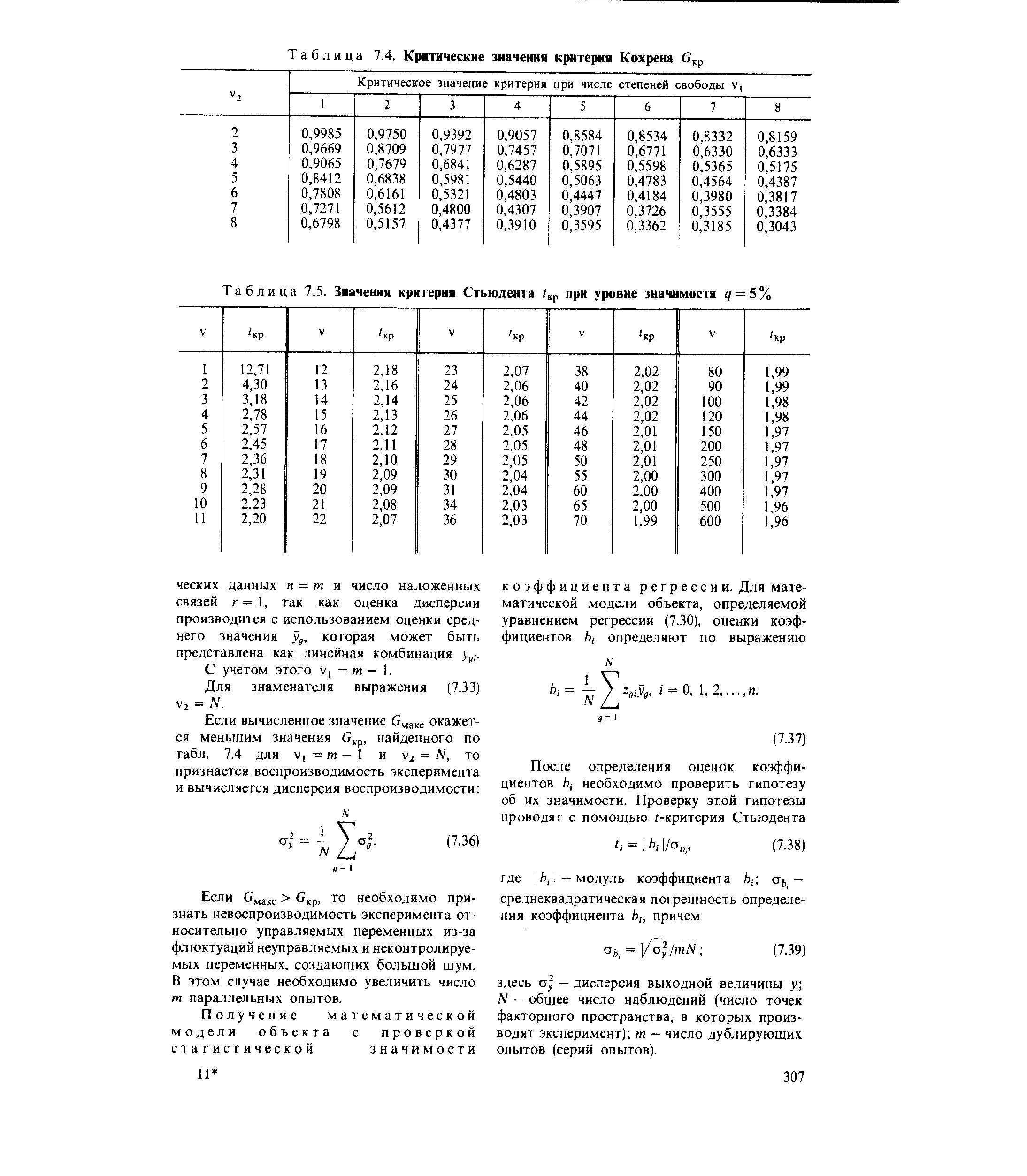
з числом ступенів свободи

νос = N(m – 1)

Якщо перевірка відтворюваності експерименту дала негативний результат, залишається визнати його невоспроизводимость щодо керованих чинників внаслідок наявності несприятливих флуктуацій некерованих і неконтрольованих факторів. При цьому слід або збільшити кількість паралельних дослідів для варіантів варіювання з великими значеннями вибіркових дисперcій s2g, або використовувати надалі модифікацію методу найменших квадратів, придатну при невиконанні передумови про відтворюваність експерименту.

Таблиця 8.6

*Критичні значення критерію Кохрена*



Отримання математичної моделі об'єкта

Вибір форми математичного описи проводиться за графічним уявленням експериментальних даних. Вибраний аналітичний вираз називається рівнянням регресії, а обчислення коефіцієнтів – регресійним аналізом.

Статичні характеристики технологічного об'єкта управління, як правило, є безперервними (монотонними) функціями, які допускають кусково-лінійну апроксимацію на невеликих інтервалах зміни вхідних величин.

Лінійнаоднофакторна модель системи має вигляд: y = a0 + a1x

Нелінійні однофакторні моделі можуть бути представлені типовими функціями:

гіперболічної:

статечної:

показовою:

експоненційною:

логарифмічною:

параболічної:

поліноміальній:

Можливірізноманітні комбінації із цих функцій.

Лінійна багатофакторна модель описується рівняннями:

Нелінійнабагатофакторна модель містить ступеня та комбінації хi:



Найчастіше використовують поліном 2 ступеня

 При виборі способу наближення приймається рішення з двох варіантів:

метод інтерполяції (побудова інтерполяційного полінома);

метод апроксимації.

Метод інтерполяції використовують у тому випадку, якщо кількість дослідів (вузлів) табличної функції невелика (≤ 10), а рівень шумів низький. При більшому числі вузлів та значних шумах використовують метод апроксимації.

Для оцінки коефіцієнтів регресії однофакторної моделі використовують метод найменших квадратів. Для оцінки коефіцієнтів нелінійної однофакторної моделі нелінійне рівняння шляхом заміни змінних наводиться до лінійного. Наприклад, гіперболічне рівняння заміноюx\* = 1/x перетворюється на рівняння

**y = a0 + a1x \***

При побудові нелінійної моделі можна замінити завдання наближення оптимізаційної.

Для отримання коефіцієнтів багатофакторної лінійної математичної моделі у регресійному аналізі використовуються такі вирази:



Х – вектор вхідних величин

Y – вектор вихідних величин

Обробку можна проводити у програмному пакеті MatLab. Особливо зручний пакет MatLab 6.\*, де можна працювати в режимі зручного інтерфейсу розділу меню Tools.

Оцінку точності та адекватності моделі проводять за методикою, що розглядається нижче.

При ПФЕ виходять незалежні оцінки*b*0,*bi*,*bil*відповідних коефіцієнтів моделіβ0,β*i*,β*il*, тобто.*b*0→ β0,*bi*→ β*i*,*bil*→ β*il*. Ці оцінки легко знайти за допомогою методу найменших квадратів.

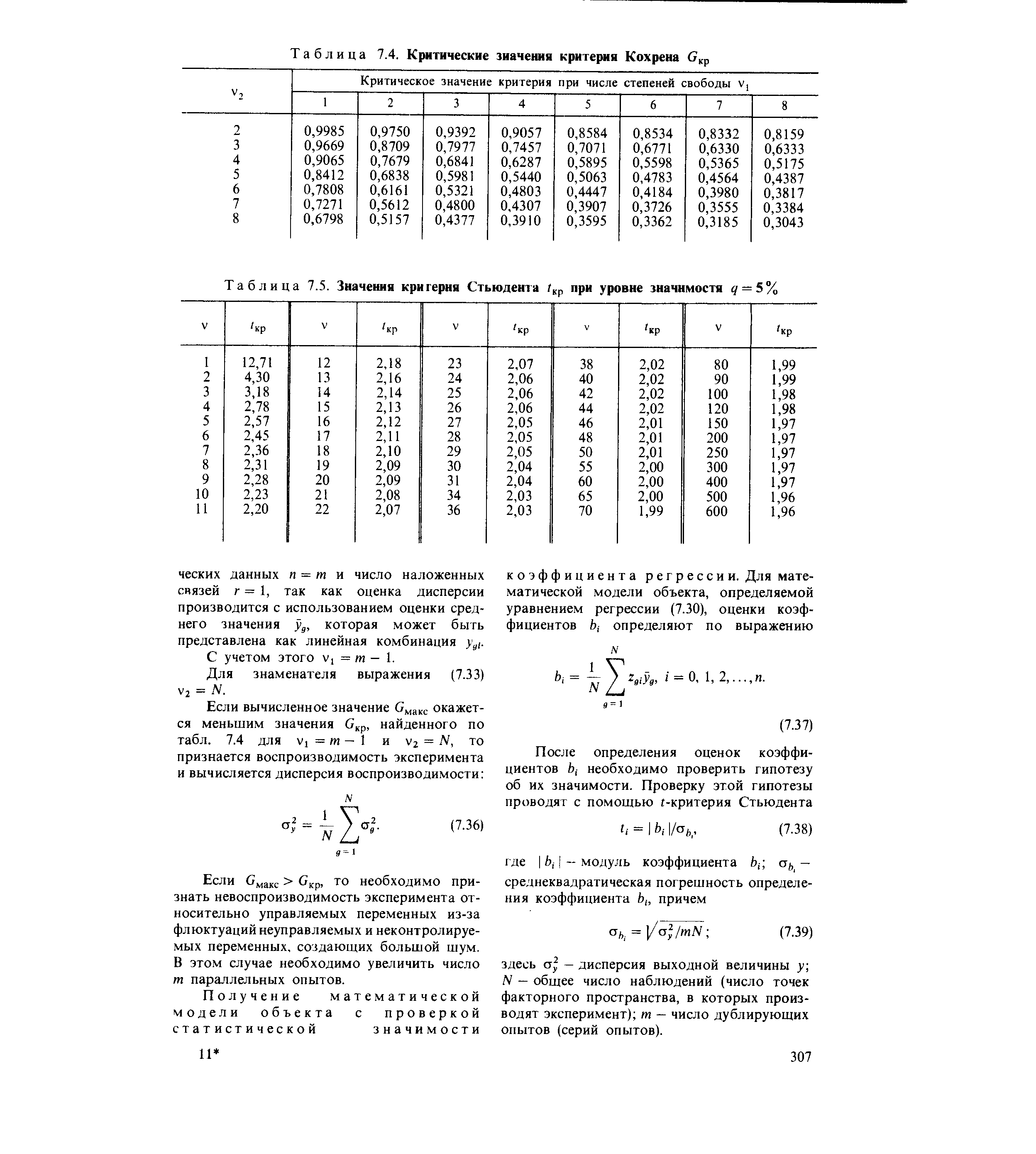
Після визначення оцінок b коефіцієнтів регресії необхідно перевірити гіпотези про значимість, тобто. перевірити відповідні нуль-гіпотези β = 0. Перевірку таких гіпотез проводять за допомогою критерію Стьюдента, емпіричне значення якого:

,

де дисперсія оцінки*b*коефіцієнта рівняння регресії:

Таблиця 2.7

Критерій Стьюдента



Якщо знайдена величина параметра ti перевищує значення tкр, визначене з таблиці 2.7 для числа ступенів свободи νзн = N(m – 1), при заданому рівні значущості qзн (зазвичай qзн = 0,05), то нуль-гіпотезу Н0, що перевіряється: β = 0 відкидають і відповідну оцінку bi коефіцієнта визнають значною.

Інакше, нуль-гипотезу не відкидають і оцінку b вважають статистично незначущою, тобто. β=0.

Статистична незначимість оцінки bi коефіцієнта регресії може бути зумовлена ​​такими причинами:

1) даний i-й фактор немає функціонального зв'язку з відгуком y, тобто. βi = 0;

2) рівень хi0 базового режиму x0 знаходиться у точці приватного екстремуму функції відгуку за фактором хi, і тоді β = 0;

3) інтервал варіювання Δxi обраний занадто малим;

4) внаслідок впливу некерованих та неконтрольованих факторів велика помилка відтворюваності експерименту.

Ортогональне планування дозволяє визначати довірчі межі незалежно кожного з коефіцієнтів регресії. Тому якщо будь-яка з оцінок коефіцієнтів виявиться незначною, її можна відкинути без перерахунку решти. Після цього математичну модель об'єкта складають у вигляді рівняння зв'язку відгуку у факторів xi, що включає тільки значущі оцінки коефіцієнтів.

Результати обчислень необхідно занести до таблиці 2.8, зробити висновки про значущість кожного коефіцієнта та записати вираз шуканої математичної моделі.

Таблиця 2.8

Емпіричні значення критерію Стьюдента

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *bi* | b0 | b1 | b2 | b3 | b1 b2 | b1 b3 | b2 b3 | b1b2b3 |
| *ti* | - | - | - | - | - | - | - | - |

Повернемося наприклад багатофакторного експерименту

Була отримана матриця планування експерименту х, елементами якої є безрозмірні коефіцієнти:

x=[1 -1 -1 -1;1 1 -1 -1;1 -1 1 -1;1 1 1 -1;1 -1 -1 1;1 1 -1 1; 1 -1 1 1;1 1 1 1]

y=[2 6 4 8 10 18 8 12]'

b=inv(x'\*x)\*x'\*y

b =

8.5000

2.5000

-0.5000

3.5000

Оцінку точності та адекватності моделі проводять за методикою, що розглядається нижче.

Методика оцінки адекватності емпіричних моделей

При аналізі чисельної послідовності, отриманої експериментально, можливі три варіанти:

Х – невипадкова та Y – невипадкова величини. Математична модель у = f(x). Адекватність моделі оцінюється з урахуванням похибки вимірювальних приладів.

Х – невипадкова величина, Y – випадкова величина. Y = φp (X) – регресійна модель.

Х – випадкова величина, Y – випадкова величина. Y = Fk (X) – кореляційна модель.

Коли рівняння регресії знайдено, необхідно провести статистичний аналіз результатів. Цей аналіз полягає у перевірці значущості всіх коефіцієнтів регресії порівняно з помилкою відтворюваності та адекватності рівняння. Таке дослідження називається регресійним аналізом.

**Адекватність**отриманого математичного опису (рівняння регресії) - відповідність моделі (відхилення даних моделі від експериментальних даних) експериментальним даним за заданим критерієм.

Кількісна оцінка адекватності може проводитись двома методами.

**I Шляхом визначення середньої помилки апроксимації за формулою**

(3.7)

де N – кількість досвідчених даних, що використовуються отримання коефіцієнтів у рівнянні регресії;

Yм(i) – значення залежного параметра, розрахованого за рівнянням регресії;

Yо(i)- значення залежного параметра, одержаного в експерименті.

Критеріємдопустимої похибки апроксимації є вираз**ε≤10%**.

**II Шляхом статистичної оцінки результатів з урахуванням критерію Фішера.**

Статистичний розподіл, який дозволяє перевіряти гіпотезу про рівність двох дисперсій, називають розподілом Фішера**F**(Таблиця 3.2).

Перевірка гіпотези адекватності здійснюється шляхом порівняння дисперсії дослідних даних щодо рівняння регресії**Sост**та дисперсії випадкової помилки вимірів. Вважається, що рівняння регресії адекватно визначає досліджуваний об'єкт, якщо залишкова дисперсія Sост вихідної величини не перевищує похибки досвіду.

Проте, з метою оцінки дисперсії досвіду, необхідно мати кілька значень вихідного параметра, отриманих за однакових умов.

Якщо паралельні досліди провести не вдається, проводиться оцінка якості апроксимації отриманих даних прийнятому математичному опису. У цьому випадку порівнюють дисперсію щодо середнього значення досвідчених даних Sy та залишкову дисперсію.

Рівняння регресії має сенс, якщо дисперсія відносного середнього**Sy**значно більше, ніж залишкова дисперсія Sост. І тому обчислюється критерій Фішера Fр, та був знаходять його табличне значення FT(f1,f2).

**f1**- Число ступенів свободи чисельника - f1 = N-1;

**f2**- Число ступенів свободи знаменника - f2 = Nn-1;

Ступінь свободи – кількість експериментальних точок, які можна використовуватиме оцінки дисперсії.

**N**- кількість дослідних даних;

**n**- кількість незалежних змінних у рівнянні регресії.

Оцінка адекватності проводиться за таким алгоритмом:

1. Отримують масив дослідних даних X0(i); Y0(i) у кількості N (таблична функція);

2. Оцінюють статистичні характеристики дослідних даних:

1. середнє значення (математичне очікування).

2. середньоквадратичневідхилення та дисперсію S

3.Методом найменших квадратів одержують рівняння регресії, наприклад, для лінійної моделі (з n=1 одна незалежна змінна);

4.Обчислюють за рівнянням регресії масив значень YM(i);

5. Оцінюють статистичні показники регресійних значень YM, Sост. розкид значень обчислених за рівнянням регресії щодо досвідчених даних:

6.Знаходять значення критерію Фішера по відношенню до дисперсій Sy і Sост, як відношення:

7.Знаходять по таблиці критерій Фішера як функцію трьох змінних:

де**q**- Ступінь значимості.

8. Порівнюють Fр та FT і роблять висновок. Рівняння регресії має сенс за умови Fp>FT. Чим більше Fpперевищує FT, тим ефективніше рівняння регресії.

*Значення критерію Фішера* Таблиця 3.2.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Число ступенів свободи знаменника | Число ступенів свободи чисельника | | | | | | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 12 | 24 | 48 |
| 1 | 161,4 | 199,5 | 215,7 | 224,6 | 230,2 | 234,0 | 243,9 | 249,9 | 254,3 |
| 2 | 18,5 | 19,0 | 19,2 | 19,3 | 19,3 | 19,4 | 19,5 | 19,5 | 19,5 |
| 3 | 10,1 | 9,6 | 9,3 | 9,1 | 9,0 | 8,9 | 8,7 | 8,6 | 8,5 |
| 4 | 7,7 | 6,9 | 6,6 | 6,4 | 6,3 | 6,2 | 5,9 | 5,8 | 5,6 |
| 5 | 6,6 | 5,8 | 5,4 | 5,2 | 5,1 | 5,0 | 4,7 | 4,5 | 4,4 |
| 6 | 6,0 | 5,1 | 4,8 | 4,5 | 4,4 | 4,3 | 4,0 | 4,0 | 3,7 |
| 7 | 5,6 | 4,7 | 4,4 | 4,1 | 4,0 | 3,9 | 3,6 | 3,4 | 3,2 |
| 8 | 5,3 | 4,5 | 4,1 | 3,8 | 3,7 | 3,6 | 3,3 | 3,1 | 2,9 |
| 9 | 5,1 | 4,3 | 3,9 | 3,6 | 3,5 | 3,4 | 3,1 | 2,9 | 2,7 |
| 10 | 5,0 | 4,1 | 3,7 | 3,5 | 3,3 | 3,2 | 2,9 | 2,7 | 2,5 |
| 11 | 4,8 | 4,0 | 3,6 | 3,4 | 3,2 | 3,1 | 2,8 | 2,6 | 2,4 |
| 12 | 4,8 | 3,9 | 3,5 | 3,3 | 3,1 | 3,0 | 2,7 | 2,5 | 2,3 |
| 13 | 4,7 | 3,8 | 3,4 | 3,2 | 3,0 | 2,9 | 2,6 | 2,4 | 2,2 |
| 14 | 4,6 | 3,7 | 3,3 | 3,1 | 3,0 | 2,9 | 2,5 | 2,3 | 2,1 |
| 15 | 4,5 | 3,7 | 3,3 | 3,1 | 2,9 | 2,8 | 2,5 | 2,3 | 2,1 |
| 30 | 4,2 | 3,3 | 2,9 | 2,7 | 2,5 | 2,4 | 2,1 | 1,9 | 1,6 |
| 40 | 4,1 | 3,2 | 2,9 | 2,6 | 2,5 | 2,3 | 2,0 | 1,8 | 1,5 |
| 60 | 4,0 | 3,2 | 2,8 | 2,5 | 2,4 | 2,3 | 1,9 | 1,7 | 1,4 |
| 120 | 3,9 | 3,1 | 2,7 | 2,5 | 2,3 | 2,2 | 1,8 | 1,6 | 1,3 |
| ∞ | 3,8 | 3,0 | 2,6 | 2,4 | 2,2 | 2,1 | 1,8 | 1,5 | 1,0 |

У табл. 3.2 наведено значення критерію Фішера F рівня значимості q=0.05.

Повернемося до питання оцінки значущості коефіцієнтів регресії у порівнянні з помилкою відтворюваності.

Визначена з паралельних дослідів дисперсія відтворюваності S2оспр необхідна для оцінки значущості коефіцієнтів рівняння регресії та перевірки адекватності рівняння експерименту.

Оцінка значимості коэф-ов проводиться у разі критерію Стьюдента

,

де – j-й коефіцієнт рівняння регресії;

- СКО j-го коефіцієнта.

Якщо більше табличного для обраного рівня значущості р і числа ступенів свободи f=fвоспр, коефіцієнт значимо відрізняється від нуля; визначається за законом накопичення помилок:

Якщо вибіркові дисперсії , , отримаємо

Незначні коефіцієнти виключаються із рівняння регресії.

Якщо F виявиться менше табличного значення F1-p(f1,f2) для рівня значущості р і числа ступенів свободи f1=fад і f2=fвоспр, рівняння адекватне експерименту.

Повернемося наприклад:

Якщо на розгляд запровадити повніше рівняння регресії з коефіцієнтами взаємодії

то для визначення коефіцієнтів b12, b13, b23 (ефектів парної взаємодії) та b123 (ефекту потрійної взаємодії) необхідно розширити матрицю таким чином:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер досвіду | х0 | х1 | х2 | х3 | х1 х2 | х1 х3 | х2 х3 | х1х2 х3 |
| 1 | +1 | -1 | -1 | -1 | +1 | +1 | +1 | -1 |
| 2 | +1 | +1 | -1 | -1 | -1 | -1 | +1 | +1 |
| 3 | +1 | -1 | +1 | -1 | -1 | +1 | -1 | +1 |
| 4 | +1 | +1 | +1 | -1 | +1 | -1 | -1 | -1 |
| 5 | +1 | -1 | -1 | +1 | +1 | -1 | -1 | +1 |

Ввівши отриману матрицю в матлаб і скориставшись відомим виразом b=inv(x'\*x)\*x'\*y, отримаємо:

b = (8.5000 2.5000 -0.5000 3.5000 -0.5000 0.5000 -1.5000 -0.5000)Т

Якщо поставити додатково паралельні досліди, можна визначити, перевірити значущість коефіцієнтів регресії та адекватність рівняння.

У зв'язку з тим, що коваріаційна матриця (ХТХ)-1 для спланованого експерименту - діагональна матриця, коефіцієнти рівняння регресії некореловані між собою. Значимість коефіцієнтів рівняння регресії можна перевіряти кожному за коефіцієнта окремо за критерієм Стьюдента. Виняток із рівняння регресії незначущого коефіцієнта позначиться інших коефіцієнтах.

Наприклад, у центрі плану поставлено додатково три паралельні досвіди та отримані наступні значення:

b/0.2 = 42.5000 12.5000 -2.5000 17.5000 -2.5000 2.5000 -7.5000 -2.5000

Табличне значення критерію Стьюдента для рівня значущості р=0,05 та числа ступенів свободи f=2 tp(f)=4.3. Таким чином, коефіцієнти b2, b12, b13, b123 незначні та їх слід виключити з рівняння. Після виключення незначних коефіцієнтів рівняння регресії має вигляд:

Перевіримо адекватність отриманого рівняння за критерієм Фішера:

Методика побудови динамічних експериментальних моделей

Методика побудови динамічних моделей відрізняється тим, що використовуються інші форми математичного опису. Об'єкти моделювання в динаміці можуть бути описані у часовій області диференціальними рівняннями (3.1)

Або передатними функціями (3.2). У частотній області є комплексною частотною характеристикою (3.3).



(3.2.)



(3.3)



Будь-яку форму математичного опису експериментальної динамічної моделі можна перетворити з однієї на іншу.

При активному експерименті для побудови динамічної моделі об'єкта на вхід об'єкта подається вхідна дія (сигнал) та реєструється реакція об'єкта на виході об'єкта. Активний вплив може бути аперіодичним (рис.3.6) та періодичним (рис.3.7). Т.ч. після проведення експерименту за допомогою вхідних дій одержують табличну функцію. Крива може бути зашумлена, тоді необхідно провести операцію згладжування, після чого вибрати спосіб обробки функції.

Рисунок - Аперіодичні впливи та реакція об'єкта на них



Рисунок - Періодичні впливи на об'єкт

Перехідна функція (3.4) – це рішення диференціального рівняння (3.1). Відомо, що рішення лінійного диференціального рівняння з постійними коефіцієнтами і початковими нульовими умовами існує і єдино. Після експерименту відома таблична функція, якій може відповідати безліч рішень (апроксимуючих функцій). Методи апроксимації перехідної функції рішенням лінійного диференціального рівняння залежать про припущення при виборі його структури та використовують різні алгоритми. Це пояснює наявність багатьох способів оцінки коефіцієнтів апроксимуючої функції. Більшість їх описано в літературі. [Див. Балакірєв В.С. та ін. Експериментальне визначення динамічних характеристик промислових об'єктів управління. М.: «Енергія», 1967].



(3.4)

Якщо перехідна функція має коливальний характер (рішення має комплексне коріння p=α +βi), то використовують вираз (3.5).



(3.5)

 Коефіцієнти функцій (3.4,3.5) оцінюють методом послідовного логарифмування або вирішення задачі оптимізації. Формується цільова функція:

У цьому вся виразі: табличні значення xj і yj j=1,2,...Nпереходной функції; φ(xj, θi) – апроксимуюча функція; θi - Коефіцієнти перехідної функції, що підлягають оцінці.

У зазначеній літературі описані інші методи апроксимації:

- метод площ (Сімою);

- кратного коріння;

- метод Ольденбурга та Сарторіуса;

- інтерполяція за двома точками (метод Орманна);

- інтерполяція за п'ятьма точками;

- метод Цирліну.

При коливальному характері перехідної функції застосовують методи: перетворення Фур'є, дискретні перетворення Лапласа, апроксимація трапеціями, сумою парабол.

При використанні періодичного впливу у вигляді синусоїди x(t)= Xвх SIN (ωt) реєструю коливання різної частоти вихідний змінної, а обробка ведеться в частотній області шляхом оцінки A(ω), φ(ω), де**ΔT**- зсув періоду коливань на виході стосовно входу. Потім апроксимація КЧХ здійснюється чисельними методами за допомогою MATLAB.

В інженерній практиці використовується найпростіший метод. Приймається гіпотеза, що об'єкт є послідовне з'єднання інерційної ланки першого порядку і ланки запізнення з передавальної функцією.

(3.6)

Будується графік перехідної функції. У точці перегину проводиться дотична, яка на осі ординат відсікає величину τ, а на рівні значення y∞, що встановилося, постійну часу T. К= ∆x/∆y.

Автоматизоване моделювання технічних об'єктів

**Історичний екскурс.**Необхідність автоматизації процесів моделювання технічних об'єктів виникла одночасно з появою обчислювальних машин. Проте історично різні етапи моделювання автоматизувалися в різний час. Першим етапом слід вважати створення бібліотек чисельних методів дослідження систем. Самі чисельні методи розробили задовго до появи ЕОМ і призначалися, передусім, на вирішення завдань небесної механіки. Оскільки спочатку розрахунки велися вручну, алгоритми методів були добре налагоджені та оптимізовані. До кінця 70-х років минулого століття було створено спеціалізовані колекції чисельних методів практично для всіх областей чисельного аналізу.

Подальші кроки по дорозі автоматизації моделювання пов'язані з розробкою систем автоматизованого проектування (САПР) і систем автоматизації обчислювального експерименту – пакетів прикладних програм. Автоматизації підлягали стандартні розрахунки та оформлення результатів експериментів. Зазвичай, ці системи створювалися під певну предметну область, насамперед, у наукомістких галузях (космічна, авіація тощо.). Для створення більшості пакетів прикладних програм для чисельних розрахунків використовувалася мова Фортран, що добре пристосована саме для цих цілей. Подібні пакети створювалися роками, їх модифікація та розвиток вимагали спеціальних знань у предметній галузі, чисельних методах та програмуванні.

Найбільш важко автоматизованим етапом став процес побудови моделі. Ручна підготовка моделі складного технічного об'єкта пов'язана з великим обсягом перетворень, в яких легко припуститися помилки. Використання систем автоматизації моделювання (САМ) дозволило суттєво підвищити продуктивність праці, знизити кількість помилок та, у багатьох випадках, виключити необхідність залучення програмістів до вирішення конкретних предметних завдань. Спираючись на САМ, фахівець у предметній області може самостійно створювати досить складні моделі.

При використанні системи автоматизованого моделювання дослідник формулює математичну модель досліджуваної системи формальною вхідною мовою моделювання. На ранніх етапах розвитку САМ, коли були відсутні можливості прямого зображення структури моделі на екрані монітора, використовувалися методи кодування структурної інформації [1, 6]. Програма моделі була послідовністю викликів процедур, кожна з яких була моделлю структурного компонента. Після зв'язування з модулями виконуючої системи пакета моделювання список компонентів перетворювався на незалежну програму, що виконується.

У сучасних системах автоматизованого моделювання, виходячи з міркувань зручності сприйняття людиною, використовуються, як правило, графічні засоби завдання вихідної інформації про модель. Перехід до зображення структури системи на екрані монітора дозволив виключити етап ручного кодування схеми, проте зажадав розробки нового принципу організації самого процесу чисельних розрахунків – принципу Data Flow або принципу потоку даних.

Можна відзначити такі фактори, що сприяють впровадженню систем автоматизованого моделювання:

* трудомісткість отримання математичної моделі складних технічних об'єктів, пов'язана з небезпекою зробити помилку у численних перетвореннях модельних виразів;
* необхідність багатоваріантного моделювання, при якому необхідно мати для одного об'єкта кілька моделей, що відрізняються складністю;
* бажання мати дружній інтерфейс з програмою та можливість оперативно вносити зміни до моделі, що найпростіше на основі використання графічних мов завдання вихідної інформації.

Особливості сучасних систем автоматизованого моделювання

Сучасні професійні САМ мають такі відмінні риси [31]:

* підтримка ієрархічного проектування як зверху – вниз, і знизу – вгору, з допомогою реалізації багаторівневого моделювання і методу локальної деталізації моделі;
* компонентне моделювання на основі використання бібліотек, що містять велику кількість графічних та функціональних описів компонентів, причому ці бібліотеки відкриті для додавання до них нових описів, які може зробити сам користувач;
* графічний інтерфейс, що поєднує графічні засоби формування візуального образу досліджуваного технічного пристрою з автоматичною генерацією моделі всієї схеми за її структурним описом;
* наявність інтерактивного робочого середовища проектування (керівної оболонки, монітора), тобто. спеціальної програми, з якої можна запускати всі чи більшість інших програм пакету, не звертаючись до послуг штатної операційної системи;
* наявність у сучасних САПР та САМ постпроцесорів моделювання, що дозволяє не лише переглядати у зручній для користувача формі результати моделювання, а й обробляти ці результати;
* наявність вбудованих засобів чисельного моделювання робочого процесу як реального часу чи режимі масштабування модельного часу;
* реалізація механізмів просування модельного часу, заснованих як на принципі, так і на принципі;
* інтегрованість з іншими пакетами аналогічного призначення, що забезпечується відповідними програмами – конверторами, що дозволяють імпортувати та експортувати дані з однієї системи до іншої;
* наявність засобів, що забезпечують формування віртуальних аналогів вимірювально-керуючої апаратури.

Якщо САМ призначена на вирішення дослідницьких завдань, то до переліченим якостям додаються можливості активного обчислювального експерименту. Зокрема:

* візуалізація результатів під час експерименту;
* можливість інтерактивного втручання у перебіг моделювання;
* можливість використання 2D та 3D анімації.

Ієрархічне проектування та багаторівневе моделювання технічних систем

З погляду інженера, основне призначення моделювання – підтримка процедур проектування технічних об'єктів та систем. Процедури проектування працюють із моделями об'єктів реального світу і мають бути підлаштовані під їх властивості.

Складні системи мають, зазвичай, ієрархічну структуру. Природні можливості людини дозволяють оперативно обробляти трохи більшеодиниць інформації одночасно. У процесі проектування досліднику зручно зосереджуватися спочатку на поведінці окремих компонентів системи, та був їх взаємодії [21]. При необхідності моделі компонентів можуть деталізуватись або, навпаки, укрупнюватися.

Такий підхід, відомий як ієрархічне проектування [21, 31],є типовим розробки складних технічних об'єктів і полягає у розбиття вихідної завдання підзавдання.

У процесі проектування складної системи формуються певні уявлення про систему, що відображають її суттєві властивості з тим чи іншим ступенем подробиці. У цих уявленнях можна назвати складові – рівні проектування. В один рівень, як правило, включаються уявлення, що мають загальну фізичну основу і допускають для свого опису використання одного й того самого математичного апарату. Рівні проектування можна виділяти за ступенем подробиці, з якою відображаються властивості проектованого об'єкта. Тоді їх називають горизонтальними (ієрархічними) рівнями проектування.

В результаті такого підходу об'єкт проектування декомпозується на фрагменти (підсхеми) та проектування кожного з них ведеться у певному сенсі самостійно. На кожному рівні ієрархії цей принцип застосовується знову, що дозволяє замінити розв'язання одного складного завдання багаторазовим розв'язанням задач меншої розмірності.

При ієрархічному проектуванні розробнику достатньо тримати у полі зору лише один фрагмент об'єкта. Інші частини лише імітують зовнішнє середовище, тобто. взаємодія проектованого фрагмента коїться з іншими частинами об'єкта.

Використання принципу ієрархічного проектування дозволяє обмежити поточну складність проекту на прийнятному рівні, за рахунок того, що в кожний момент часу розробник має справу тільки з двома суміжними рівнями декомпозиції об'єкта - структурним описом фрагмента, що проектується в даний момент, і функціональним описом зовнішнього середовища.

Інструментальною підтримкою ієрархічного проектування є багаторівневе моделювання. При багаторівневому моделюванні різні фрагменти представляються різних рівнях ієрархії, тобто. з різним ступенем детальності. Наприклад, проектована нині частина об'єкта розкрито рівня елементарних динамічних компонентів і імітується структурної моделлю, інші фрагменти представлені на сусідньому вищому рівні як функціональних моделей.

Завершивши проектування одного фрагмента, розробник може звернути його у функціональний блок і перейти до детальної моделі наступного фрагмента, з яким він збирається працювати. Ця процедура повторюється багаторазово, різних рівнях ієрархії проектованого об'єкта. Перевагою такого підходу є те, що в полі зору розробника знаходиться в кожний момент часу мінімум  
необхідної інформації, яка не перевантажена зайвими деталями. Описаний метод проектування називається методом локальної деталізації об'єкта.

Програмною підтримкою багаторівневого моделювання, реалізованої переважно мов графічного програмування, є процедура інкапсуляції, що дозволяє «згорнути» будь-який смисловий фрагмент графічного представлення одиничний блок. Крім того, що інкапсуляція є основою отримання ієрархічно структурованих моделей, вона також дозволяє розширити бібліотеку базових блоків блоками користувача, які, згодом, можна багаторазово використовувати (наприклад, типові динамічні ланки).

Таку можливість має, зокрема, пакет LabVIEW, пакет Simulink і засновані на ньому пакети SimMechanics і SimPower. Пакети IDEF-моделювання (ERWIN, BPWIN) принципово ґрунтуються на багаторівневому зображенні об'єктів.

Існуючі інструментальні засоби автоматизованого моделювання можуть відноситися до різних предметних областей і суттєво відрізнятися за своїми можливостями, та їх модульні структури мало відрізняються один від одного. На рис. 4.1 представлено типову структуру сучасного пакету візуального компонентного моделювання. Розглянемо детальніше призначення та особливості основних елементів цієї структури.

Графічний інтерфейс є нині стандартним компонентом сучасної САМ. Він створює дружній інтерфейс між користувачем та програмою, дає можливість оперувати з графічними образами замість аналітичних виразів. Це значно полегшує роботу в САМ і знижує ймовірність помилок під час введення інформації про систему.

**Бібліотека моделей компонентів**

**Монітор**

**Система управління базами даних**

**Програми аналітичного моделювання**

**Графічний інтерфейс**

**Транслятор мови опису об’єкту**

**Мова опису об’єкту**

**Моделятор**

**Постпроцесор моделювання**

**Система моделювання**

Рисунок – Модульна структура системи автоматизованого моделювання

Графічний інтерфейс дозволяє вводити інформацію про досліджувану систему шляхом «малювання» на екрані монітора проектованої схеми у вигляді, зрозумілому широкому колу фахівців. Формою графічного представлення інформації про моделювану систему можуть бути [16]:

* операторно-структурні схеми, прийняті до ТАУ;
* функціональні та важливі схеми різних фізичних пристроїв;
* кінематичні схеми механізмів;
* сигнальні графи;
* графи зв'язків;
* блок-схеми алгоритмів та інші графічні моделі.

Проте простим "малюванням" роль графічного інтерфейсу не обмежується. Завданнями графічного інтерфейсу, крім того, можуть бути:

* контроль за дотриманням деяких правил у процесі створення графічного зображення на екрані монітора (зазвичай накладаються обмеження способів з'єднання компонентів тощо);
* перетворення інформації про схему команди для моделюючої програми (моделятора);
* контроль за процесом моделювання; візуалізація результатів моделювання.

Типовий склад системи автоматизованого моделювання включає графічну та/або текстову мову опису об'єкта (МОО), за допомогою якого користувач вводить в систему схему, що моделюється.

Мови моделювання, це спеціальні мови програмування, зазвичай графічні, тобто. мають графічні аналоги основних своїх синтаксичних конструкцій, що дозволяють створювати строгі (що піддаються однозначному перекладу машинними мовами) описи моделей різних об'єктів.

Спочатку для цього використовувалися звичайні мови програмування або їх макророзширення (SLAM, Simula). Необхідність запровадження спеціальних мов моделювання була зумовлена ​​бажанням спростити процедуру спілкування спеціаліста у певній предметній галузі з ЕОМ. Тому багато мов є предметно-орієнтованими, включають в себе семантику певної галузі застосування. Крім того, багато сучасних систем автоматизованого моделювання містять як би кілька рівнів мови, розраховані на різних користувачів і різні завдання. Прикладом є середовище MATLAB, що містить у собі пакети Simulink, SimMechanics, SimPower та інші, з якими можна працювати на рівні графічних описів. Однак використання поряд з цим текстової мови програмування середовища MATLAB дозволяє суттєво розширити коло можливостей, що використовуються. Часто текстові мови моделювання створюються як розширення якоїсь мови програмування (С, Fortran, Java). Наприклад, у пакеті AnyLogic як мову моделювання прийнята мова Java.

Розширення апаратних можливостей ЕОМ призвело до появи графічних мов, найзручніших дослідника – не програміста. В даний час використання графічних мов стало стандартом автоматизованого моделювання. У сучасних графічних середовищах користувач не має справи із системами рівнянь. Основним способом моделювання об'єктів макрорівня, зокрема технічних систем є компонентне моделювання [21, 29], яке може розглядатися як окремий випадок об'єктно-орієнтованого моделювання.

Ідея методу полягає в тому, щоб сформувати заздалегідь типові компоненти заданого класу об'єктів, які потім групуються в бібліотеки і зберігаються в базі даних системи моделювання. Для технічних систем декомпозиція на компоненти зазвичай не становить проблеми.

Метод компонентного моделювання добре поєднується з графічним способом завдання інформації, проте він був розроблений ще тоді, коли можливості ЕОМ не дозволяли реалізувати графічний інтерфейс, тобто. задавати модель шляхом зображення на екрані ЕОМ як графічного об'єкта.

Важливою привабливою стороною компонентного моделювання є те, що поняття структурного примітиву не є абсолютно, кожен ієрархічний рівень моделювання має свої примітиви. У процесі проектування об'єкт деталізується до заданого ієрархічного рівня та його представлення використовується відповідна бібліотека структурних примітивів.

У цьому структура може описуватися різними типами ієрархічних схем, які включають як структурні (спрямовані) і «фізичні» (неспрямовані) компоненти. Набір типових компонентів може розглядатися як спеціальний предметно-орієнтованиймова моделювання у цій галузі.

Серед інших досить типових характеристик сучасних мов моделювання можна відзначити можливість моделювання паралельно протікаючих процесів, можливість обліку та відображення структурних змін у системі, що моделюється, потужні логічні можливості, що не поступаються логічним можливостям універсальних мов, а іноді і перевершують їх, наявність засобів для моделювання випадкових подій і процесів, а також інструменти для статистичної обробки результатів.

Транслятор ЯОО перетворює вихідний опис проекту у формат, придатний для моделювання. У випадку, якщо мова опису об'єкта графічна, транслятор з цієї мови є частиною графічного інтерфейсу.

Система управління базами даних (СУБД) відповідає за зберігання бібліотек моделей компонентів графічних уявлень, і навіть складених користувачем моделей. Основи поділяються на довідкові та робітники.

СУБД забезпечує пошук та підключення моделей компонентів, що запитуються користувачем через графічний інтерфейс; оновлення, заміну та видалення моделей; розширення бібліотек з допомогою введення нових моделей.

Керуюча оболонка САМ (монітор) забезпечує інтерфейс між функціонуючим математичним ядром і користувачем, здійснює виклики потрібних програм і робить роботу із системою зручною для користувача.

Основне обчислювальне навантаження здійснюється блоками, що входять до інструментальних засобів (математичне ядро) САМ. Спектр завдань, які вирішують програми математичного ядра, може бути дуже широким, від аналізу лише лінійних моделей (Classic), до символьних обчислень та інтервальної арифметики. Для пакетів, здатних досліджувати технічні системи, основною частиною є колекції програм, що містять реалізації чисельних методів.

Як правило, сучасні універсальні системи моделювання містять як засоби вирішення статичних (аналітичних) завдань, так і потужні засоби розрахунку та аналізу динамічних процесів. Так більшість завдань аналізу лінійних систем (розрахунок перехідних показників, отримання і перетворення типових математичних моделей, побудова частотних показників, аналіз розміщення полюсів і нулів на комплексної площині тощо.), не кажучи вже про завдання синтезу, вирішується програмами, що входять в блок аналітичних програм. Ця частина математичного ядра значною мірою прив'язана до специфіки об'єкта проектування, його фізичних та інформаційних особливостей функціонування, а також до конкретних  
ієрархічним рівням проектування Ці програми особливо актуальні під час вирішення завдань ТАУ.

Іншу частину математичного ядра становлять програми, призначені для аналізу перехідних процесів у складних нелінійних системах, де застосування аналітичних методів неможливе. Ця частина є більш інваріантною до особливостей об'єкта моделювання, включає методи і алгоритми, слабо пов'язані з особливостями математичних моделей і використовувані на багатьох ієрархічних рівнях. Найважливішими є різноманітні програми чисельного інтегрування.

Чисельне інтегрування (те, що в іноземній літературі розуміється як «Simulation») виконується спеціальною програмою, яка називається керуючою програмою моделювання або коротко моделятором. На моделятор зазвичай покладаються такі функції [16]:

* встановлення початкових умов і значень сигналів на входах схеми, що моделюється;
* управління модельним часом за принципомабоа при моделюванні гібридних схем використання одночасно обох принципів;
* інтерфейс із користувачем по ходу модельного експерименту, а також видача запитів та діагностичних повідомлень.

Для виведення, спостереження та обробки результатів моделювання використовується інша програма, яка називається постпроцесором моделювання.

Вже зазначалося, що багато методів були добре відпрацьовані задовго до появи ЕОМ і програмно реалізовані на ранніх стадіях використання ЕОМ. В даний час для дослідника, що займається моделюванням технічної системи, значно більш актуально вміти обґрунтовано вибирати ті чи інші програмні засоби розрахунку, ніж самостійно розробляти програмне забезпечення. Характеристики математичного забезпечення надають суттєве, котрий іноді визначальний впливом геть можливості і показники САМ. Найважливішими з них зазвичай вважаються такі:

**Універсальність,** під якою розуміється застосування математичного забезпечення широкому класу проектованих об'єктів. Висока міра універсальності потрібна для того, щоб наявну САМ можна було застосувати для дослідження будь-яких або більшості об'єктів, що проектуються. Ступінь універсальності характеризується заздалегідь обумовленими обмеженнями.

**Алгоритмічна надійність**як властивість компонента математичного забезпечення давати при його правильному застосуванні правильні результати. Алгоритмічну надійність можна оцінити ймовірністю отримання правильних результатів за дотримання заздалегідь встановлених і відомих користувачеві обмежень застосування методу. Для алгоритмічно надійного методу ця можливість близька до одиниці.

**Точність –**кількісна характеристика застосування математичного забезпечення до вирішення конкретних завдань. Точність визначається за рівнем збігу розрахункових та справжніх результатів, як правило, з використанням однієї зі стандартних норм (див. разд. 1.6). Розрахунок точності може бути не простим і не однозначним завданням, якщо вихідний векторний сигнал. Зазвичай у разі точність розраховується як виважена сума точностей за складовими цього сигналу.

**Витрати машинного часу**зазвичай виступають як головний обмежуючий фактор при спробах підвищити складність об'єктів, що моделюються, і ретельність їх дослідження. Тому вимога економічності за витратами машинного часу зазвичай одна із основних до математичного забезпечення САМ.

Методи побудови моделюючих програм

Сучасні пакети візуального компонентного моделювання використовують один із двох методів представлення інформації про досліджувану систему – структурне (блочне) моделювання та фізичне мультидоменне моделювання [13]. При цьому за кожним із двох методів можуть стояти певні особливості математичного ядра.

**Структурним моделюванням**називається техніка моделювання, заснована на використанні моделей у вигляді блоків, для яких визначено входи та виходи. Відповідно, блоки розглядаються як перетворювачі вхідних сигналів у вихідні. При моделюванні лінійних систем зв'язку між вхідними та вихідними сигналами встановлюються за допомогою завдання передавальних функцій. Для  
нелінійних систем ці зв'язки задаються нелінійними алгебраїчними чи диференціальними рівняннями. Оскільки структурні блоки мають виражені входи та виходи, побудовані згідно з цією технікою моделі іноді називають спрямованими сигнальними графами.

Структурне моделювання використовується, наприклад, у пакеті Simulink (рис. 4.2).

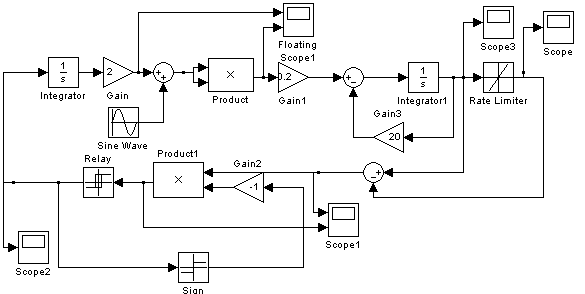


Рисунок - Схема для дослідження екстремальної системи у пакеті Simulink

**Фізичним** мультидоменним моделюванням (іноді просто мультидоменним моделюванням [13]) називається техніка моделювання, заснована на використанні бібліотеки моделей елементів фізичних пристроїв, з яких можна складати фізичні принципові схеми. Оскільки в енергетичних ланцюгах потік енергії може змінювати напрямок, то для елементів фізичних схем входи та виходи не визначені. Окремим випадком цієї техніки моделювання є використання графів зв'язків.

Ідеологія фізичного мультидоменного моделювання полягає в тому, що модель будь-якого технічного пристрою будується як ланцюг, що перетворює енергію (рис. 4.3). У розпорядженні користувача надається бібліотека елементів фізичних пристроїв

Залежно від рівня ієрархії це можуть бути бібліотеки різних енергетичних доменів (електричних, механічних, гідравлічних тощо). Або складніших функціональних вузлів, наприклад, механічних ланок та кінематичних пар у механічних моделях, підсилювачів, трансформаторів, перетворювачів, двигунів – в електричних та електромеханічних моделях.

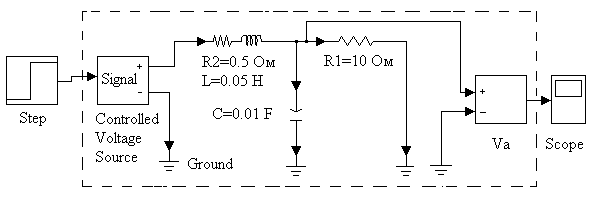


Рисунок – Схема моделювання електричного кола у пакеті SimPowerSystems

Структурне моделювання може передбачати два варіанти управління процесом моделювання:

* потік команд (Control Flow);
* потік даних (Data Flow).

Принцип потоку команд – це звичайний принцип запису програм у текстових мовах програмування, де інструкції виконуються у тому послідовності, де вони написані. Якщо в процесі виконання чергової інструкції програма виявляє, що якісь дані не визначені, це розглядається як помилка і спричиняє зупинку програми. Упорядкування інструкцій лягає на програміста. При цьому слід розуміти, що процесор тільки так і може працювати - виконуючи команди одну за одною.

Жорсткі форми мов програмування, на основі яких формується модельуюча програма при використанні принципу Control Flow, погано поєднуються зі зростаючим рівнем абстракції графічних мов. За будь-якої форми завдання графічної інформації її необхідно перетворити виконувані інструкції, тобто. послідовність команд для процесора, тому що код графічної мови не може виконуватися рядок за рядком. Крім того, більшість типових програм, що реалізують чисельні методи, розраховані на стандартні форми запису рівнянь, які не завжди можливо дотримуватись при графічному завданні інформації. Це веде до необхідності автоматично перетворювати введені користувачем чи побудовані графічним інтерфейсом рівняння до форм, із якими можуть працювати бібліотеки програмних реалізацій чисельних методів.

І тут ефективною є технологія потоку даних (Dataflow). САМ, що працює на потоковій технології управління процесом моделювання, обов'язково містить блок, який упорядковує потік даних (інформаційний потік).

Технологія потоку даних - система програмування, що складається з вузлів даних, що виконуються. Вузли виконуються лише тоді, коли всі необхідні дані надійдуть на їхні входи. Вузли даних – це просто узагальнююча назва будь-якого елемента програми, що виконується. Вузли аналогічні операторам, функцій та підпрограм у традиційних мовах програмування. Можна сміливо сказати, що потокова модель управління – це середовище програмування потоку даних. Як правило, це середовище – графічне.

На поточній моделі управління процесом моделювання засновано значну частину програм математичного структурного моделювання динамічних систем. Поточна модель управління – основне поняття таких програм, як VisSim, MBTY, Simulink, Easy5, LabVIEW.

Вирішувачі для структурного та фізичного мультидоменного моделювання

Головна відмінність структурного та фізичного мультидоменного моделювання криється не так у формі завдання вихідної інформації, як у використовуваних методах чисельного інтегрування диференціальних рівнянь. Зазвичай зі структурним моделюванням пов'язують явний вирішувач, який є бібліотекою класичних підпрограм чисельного інтегрування, що реалізують явні методи інтегрування.

З фізичним мультидоменним моделюванням зазвичай пов'язують ітераційний вирішувач. Ітераційний решатель реалізує неявний метод моделювання, у якому кожному кроці спочатку формується повна нелінійна система алгебраїчних рівнянь, що далі вирішується ітераційним методом. У розд. 3.2.1 показано, що для цього може використовуватися лінеаризована система рівнянь алгебри, а ітераційний процес зводитися до одного кроку. Важливою особливістю неявних методів (крім іншого) є те, що не потрібно штучно розривати систему, щоб організувати потік обчислень.

Власне кажучи, явні та неявні методи інтегрування не прив'язані жорстко до структурного та фізичного мультидоменного моделювання.

У межах структурного моделювання можна як явні, і неявні методи. Зокрема, у системі РЕМОС, що використовує неявні методи інтегрування, можна моделювати у часовій області як об'єкти, задані структурними схемами, тобто. з використанням спрямованих ланок, і об'єкти, представлені як фізичних принципових схем.

І, навпаки, при заданні вихідної інформації у вигляді принципової схеми можна включити в математичне ядро ​​процедуру перетворення мультидоменної інформації до форми спрямованої структури і потім використовувати ті ж методи явного чисельного інтегрування, що і в звичайному структурному моделюванні. Схоже, саме так зроблено у пакетах SimMechanics та SimPower, які є підсистемами Simulink. В результаті отриманий деякий проміжний варіант, основною перевагою якого є форма завдання вихідної інформації. У цьому сам перехід до структури у випадку неоднозначний. У найпростіших випадках машина може виконувати його самостійно, без звернення до користувача. У більш складних, користувач повинен допомогти програмі сформувати найбільш раціональну структуру, з точки зору витрат на інтегрування.

пакети візуального моделювання технічних систем

Сьогодні на ринку існує безліч інструментальних засобів для автоматизованого моделювання технічних, зокрема, механічних систем. Деякі їх добре відомі російському користувачеві і користуються популярністю, інші з'явилися зовсім недавно. Частина пакетів є універсальними і можуть використовуватися для моделювання будь-яких технічних, а не тільки технічних систем. Інші мають вузьку спеціалізацію у будь-якій предметній області. Можливості багатьох пакетів значною мірою перекриваються і підходи до вирішення тих самих завдань у них приблизно однакові.

Оскільки освоєння навіть одного серйозного пакета пов'язане із значними витратами часу, сил і грошей, правильний вибір інструменту значно визначить успішність досліджень.

Проведемо класифікацію інструментальних засобів, які можуть бути тією чи іншою мірою використовуватися для моделювання технічних систем, спираючись на такі найважливіші показники як призначення та можливості пакета, склад бібліотек та принципи побудови моделей, методи інтегрування та засоби візуалізації результатів.

Класифікація пакетів моделювання технічних систем

Під спеціалізованими пакетами розуміються програмні засоби, які тривалий час створювалися та розвивалися на конкретних підприємствах та галузях та були орієнтовані на специфічні поняття конкретної прикладної області (механіки, теплотехніки, електроніки тощо). Написані мовами Fortran, Сі тощо, ці пакети йдуть у минуле, замінюючись предметно-орієнтованими компонентними пакетами. Пов'язано це з тим, що спеціалізовані пакети вимагають тісної співпраці програміста та спеціаліста у предметній галузі, а краще, хорошого володіння фахівцем мистецтвом програмування. Перехід до компонентних пакетів дозволяє розірвати зв'язок. Крім того, спеціалізовані пакети важко піддаються модернізації, в них складно використовувати сучасні програми візуалізації та обробки результатів експериментів тощо.

**Математичні** пакети, такі як Mathcad, Maple, Mathematica, добре пристосовані до проведення розрахунків у природничих дисциплінах, коли модель задана в аналітичній формі. Зручність варіювання параметрів у поєднанні із заздалегідь визначеною процедурою обробки та візуалізації результатів суттєво полегшує дослідження. У таких багатоваріантних розрахунках накладні витрати, пов'язані з написанням спеціальної програми на мові пакета, що управляє експериментом, окупаються тією легкістю, з якою можна повторити всі обчислення заново при внесенні змін у вихідну модель. Програмування зводиться до написання щодо невеликих за обсягом програм, які здебільшого з макрооператорів.

З погляду моделювання технічних об'єктів основним і, мабуть, єдиною перевагою систем комп'ютерної математики є математична прозорість обчислень та легкість створення об'єктів, які здійснюють математичні обчислення. До недоліків можна віднести відсутність таких принципово важливих можливостей, як:

* автоматизація побудови математичної моделі;
* компонентне моделювання із застосуванням досить великої кількості типових блоків;
* швидка модифікація моделі;
* створення предметно-орієнтованого середовища;
* оперативна зміна методу моделювання тощо.

В результаті застосування систем комп'ютерної математики обмежується вирішенням простих задач, або задач, де головне - прозорість обчислень.

Пакети компонентного моделювання переважно орієнтовані чисельні експерименти і є нині домінуючими у процесах проектування технічних об'єктів. Вони дозволяють користувачеві не дбати про програмну реалізацію моделі, як про послідовність виконуваних операторів, і тим самим створюють на комп'ютері деяке зручне середовище, в якому можна створювати віртуальні системи та проводити експерименти з ними.

Пакети компонентного моделювання за способами їх застосування або технології моделювання можна розділити на дві групи.

Так звані універсальні пакети, орієнтовані певний клас математичних моделей і застосовні будь-який прикладної області, у якій ці моделі справедливі. Основу універсального пакету складають бібліотеки компонентів загального призначення. У цих пакетах використовують різноманітні колекції чисельних методів, здатні впоратися з широким спектром завдань. Як правило, універсальні пакети мають розвинені засоби візуалізації, що забезпечують показ явища, що вивчається, з різних сторін, а не одним, прийнятим у конкретній області, способом.

**Предметно-орієнтовані**пакети призначені для вирішення промислових та науково-дослідних завдань у конкретній предметній галузі. Бібліотеки моделей компонентів таких пакетів містять добре вивчені та налагоджені моделі з досить вузької предметної області, які лише накопичуються, модифікуються та пристосовуються для вирішення конкретних завдань. В результаті, накопичена база моделей з часом набуває великої цінності. Спектр методів вирішення завдань проектування також обмежений відомими та добре відпрацьованими інструментами, можливо, орієнтованими на вузький клас завдань, в ефективності та надійності яких користувачі не мають сумнівів. Як правило, предметно-орієнтовані пакети вимагають серйозних зусиль для їхнього освоєння, а також знань у конкретній предметній області. Вартість цих пакетів досить висока,

Слід зазначити, що між універсальними та предметно-орієнтованими пакетами немає чіткої межі. Часто різниця лише кількісна. Додавання до універсального пакету відповідного набору спеціалізованих модулів, насамперед бібліотек моделей компонентів, перетворює цей пакет на предметно-орієнтоване середовище моделювання. Прикладом такого підходу може бути поява предметних розширень пакета Simulink – SimPower, SimMechanic тощо. Враховуючи відкритість системи, кожен користувач може додати до готових моделей те, що йому потрібно, створивши власне предметно-орієнтоване середовище.

За принципами представлення вихідної моделі серед пакетів компонентного моделювання можна виділити дві основні групи:

1) пакети структурного (або блочного) моделювання;

2) пакети фізичного мультидоменного моделювання.

Елементарні блоки пакетів структурного моделювання мають спрямовану дію, наступний блок не впливає на попередній. До переваг цього підходу слід віднести, перш за все, простоту створення не дуже складних моделей навіть не дуже підготовленим користувачем. Іншою перевагою є ефективність реалізації елементарних блоків та простота побудови еквівалентної системи. У той самий час під час створення складних моделей доводиться будувати досить громіздкі багаторівневі блок-схеми, які відбивають природної структури моделируемой системи. Найбільш відомими представниками пакетів візуального структурного моделювання є: MATLAB/Simulink, EASY5, VisSim, AnyLogiс.

Пакети фізичного мультидоменного моделювання дозволяють використовувати як орієнтовані, і неорієнтовані компоненти і зв'язку. Підхід дуже зручний та природний для опису типових блоків фізичних систем. До пакетів фізичного моделювання можна віднести: Multisim, DYNAST, 20-SIM; Dymola.

Деякі автори виділяють як третю групу пакети, призначені для моделювання гібридних систем. Ці пакети дозволяють дуже наочно та природно описувати технічні системи зі складною логікою перемикань. До цього напряму належить пакет Shift, і навіть вітчизняний пакет Model Vision Studium.

Пакети структурного моделювання

Розглянемо дуже коротко можливості та особливості деяких універсальних та досить поширених пакетів візуального моделювання, які можуть бути використані для моделювання технічних систем.

До універсальних, не орієнтованих на конкретні прикладні області пакетів для моделювання технічних систем можна віднести пакет [MATLAB/Simulink](http://www.mathworks.com), а також побудовані за його образом та подобою пакети VisSim, МВТУ.

Дані пакети призначені для моделювання та дослідження динамічних систем у широкому розумінні цього терміна, включаючи дискретні, безперервні та гібридні моделі. Їх відрізняє відносна простота та інтуїтивна ясність вхідних мов у поєднанні з розумними вимогами до потужності комп'ютерів.

Пакет MATLAB/Simulink

Система математичного моделювання MATLAB/Simulink є в даний час одним з найпопулярніших інструментів чисельних розрахунків та застосовується у різних галузях знань [7, 8].

Головна особливість середовища MATLAB – ретельна опрацьованість та налагодженість всього найбагатшого арсеналу засобів та методів. Можливості MATLAB закривають більшу частину потреб розробників систем управління у різних галузях техніки. Великий набір різних чисельних методів у поєднанні із потужними засобами графічної візуалізації робить MATLAB універсальним інструментом інженерних розрахунків та наукових досліджень.

Серйозними перевагами середовища MATLAB є її відкритість та розширюваність. Більшість команд і функцій системи реалізовані як текстових m-файлів (файлів з розширенням .m) і файлів мовою Сі, причому всі файли доступні модифікації. Це дозволяє користувачеві створювати як окремі файли, а й цілі бібліотеки файлів, формуючи, в такий спосіб, власне предметно-ориентированное середовище моделювання.

Такий підхід використовується і самими розробниками середовища MATLAB, що відбилося у створенні десятків пакетів прикладних програм, що набагато розширили сфери застосування системи.

Найважливішою складовою середовища MATLAB є пакет структурного моделювання динамічних систем Simulink. Розробку цього пакета можна розглядати як принципову модернізацію середовища MATLAB, у результаті якого вона набула всіх рис сучасної САМ – компонентне моделювання, графічна форма завдання інформації про об'єкт тощо. Simulink настільки органічно інтегрований із системою MATLAB, що, розглядаючи сучасні засоби дослідження технічних систем, логічно говорити про середовище візуального компонентного моделювання MATLAB/Simulink.

На базі пакету Simulink розроблено додаткові бібліотеки блоків для різних сфер застосування (наприклад, Power System Blockset – моделювання електротехнічних пристроїв, Digital Signal Processing Blockset – набір блоків для розробки цифрових пристроїв, Control System Toolbox – пакет для розробки систем керування тощо) . Очікується, що таку політику буде продовжено і в наступних модифікаціях середовища MATLAB з'являться нові предметно-орієнтовані бібліотеки.

При моделюванні Simulink користувач може скористатися досить широкою палітрою методів вирішення диференціальних рівнянь, а також вибрати спосіб зміни модельного часу (з фіксованим або змінним кроком), що дозволяє проводити моделювання для широкого кола систем, що включають безперервні, дискретні та гібридні системи будь-якої розмірності. Окремий напрямок досліджень пов'язаний із можливим переходом у область лінеаризованих систем, де реалізовано весь арсенал методів лінійного аналізу. Засоби візуалізації дають можливість стежити за процесами, що відбуваються у системі. Для цього використовуються спеціальні пристрої спостереження, що входять до складу бібліотеки Simulink. Результати моделювання можуть бути представлені у вигляді графіків або таблиць.

Базова бібліотека Simulink містить понад 200 блоків, що найчастіше зустрічаються при моделюванні різних систем. Додаткові бібліотеки дозволяють розширити можливості Simulink для застосування в аерокосмічній області, обробці сигналів, зв'язку та інших програм.

Бібліотеки блоків MATLAB/Simulink можуть поповнюватися за рахунок підпрограм, написаних як мовою середовища MATLAB, так і мовами С++, Fortran та Ada. Крім того, в ньому реалізовано процедуру інкапсуляції, яка є ще одним зручним для користувача засобом розширення бібліотек

Недоліки MATLAB/Simulink є спільними всім інструментів структурного моделювання. Як у всіх подібних пакетах при створенні складних моделей доводиться будувати досить громіздкі багаторівневі блок-схеми, що не відображають природної структури системи, що моделюється. Частково цей загальний недолік пакетів структурного моделювання усувається використанням додатків, в яких реалізовано принцип фізичного мультидоменного моделювання, таких як [SimMechanics](http://www.mathworks.com/products/simmechanics/) і [SimPowerSystems](http://www.mathworks.com/products/simpower/), що забезпечують можливість побудови механічних та електричних систем відповідно. Також тим, що розробники більшості сучасних пакетів фізичного мультидоменного моделювання передбачають можливість підключення бібліотек Simulink.

Пакет VisSim

VisSim – пакет компонентного візуального моделювання фірми Visual Solutions, призначений для розробки та моделювання динаміки безперервних, дискретних та гібридних систем [12]. За своїми функціональними можливостями та способом завдання вихідної інформації VisSim близький до пакету MATLAB/Simulink. Simulink отримав  
Дещо більше поширення, проте, VisSim має чимало шанувальників і займає помітну частку ринку інженерних пакетів.

VisSim – один із найяскравіших представників систем, що реалізують концепцію структурного моделювання. Основним інструментом завдання моделей є типові блоки «вхід-состояння-вихід». Подібно до MATLAB/Simulink кожен типовий блок VisSim реалізує математичну модель або забезпечує візуалізацію того чи іншого явища, процесу чи пристрою. Базова бібліотека VisSim містить понад 100 лінійних та нелінійних блоків, що дозволяють моделювати дуже складні системи та згруповані за функціональною ознакою.

Більшість бібліотечних блоків-підпрограм написані мовою C++, однак пакет надає можливість створювати користувацькі бібліотеки практично будь-якою процедурною мовою програмування. Процедура інкапсуляції дає можливість користувачеві VisSim створювати нові блоки (підсистеми), ґрунтуючись на існуючих блоках.

Як і Simulink, VisSim має широкий набір інструментів оцінки якості, стійкості, синтезу, корекції, оптимізації, лінеаризації, налагодження об'єктів у контурі моделі та програмування цифрових сигнальних процесорів.

Вирішувач VisSim інтерпретує типу, функціонує в динамічному режимі з можливістю online-взаємодії з обладнанням реального часу. У складі пакета решателя VisSim реалізовані як явні, і неявні решатели.

Можливості моделювання гібридних систем у пакеті VisSim приблизно аналогічні Simulink, якщо не враховувати пакет розширення StateFlow. VisSim не працює з поняттям карти стану Харелла. Він призначений насамперед для моделювання безперервних систем. Загальним принципом гібридного моделювання VisSim є використання готових гібридних блоків або перемикання заздалегідь заготовлених альтернативних ділянок блок-схем. Однак не виключено, що найближчим часом з'явиться відповідне розширення, аналогічне StateFlow.

Як обмеження пакету VisSim можна відзначити відсутність альтернатив мови блок-схем. Однак для моделювання технічних систем це не є вже серйозним недоліком.

Крім того, VisSim не відповідає вимогам об'єктно-орієнтованого моделювання, не підтримує успадкування, динамічну зміну кількості об'єктів. Тим самим він не дає можливості моделювати систему з кількістю об'єктів, що змінюється в часі.

Подібно до Simulink, пакет VisSim включає ряд додаткових модулів, що розширюють його можливості в конкретних предметних областях, а також інструменти інтеграції з пакетами MATLAB, Mathcad і транслятор проектів програми Simulink.

Пакет МВТУ

З вітчизняних програмних продуктів візуального моделювання технічних систем найбільш розвиненим нині є пакет, або, як його називають автори – програмний комплекс «Моделювання в технічних пристроях» (ПК «МВТУ»), створений МГТУ ім. н.е. Баумана. Програмний комплекс «МВТУ» реалізує структурне моделювання та призначений для дослідження динаміки та проектування різноманітних технічних систем та пристроїв. Автори вважають його альтернативою програмним продуктам Simulink, VisSim та ін. Дійсно, ПК має всі основні переваги сучасних засобів візуального моделювання, хоча його функціональні можливості істотно вже, ніж у вищезгаданих пакетів. Зручний редактор структурних схем, велика бібліотека типових блоків і вбудована мова програмування дозволяють реалізовувати моделі високого ступеня складності, забезпечуючи наочність їх представлення. Для вітчизняних користувачів зручність роботи з ПК «МВТУ» обумовлена ​​також російськомовним інтерфейсом та наявністю великої документації російською мовою.

Судячи з літературних джерел, ПК «МВТУ» успішно застосовується для проектування систем автоматичного управління, приводів та роботів-маніпуляторів, ядерних і теплових енергетичних установок. Він може функціонувати в багатокомп'ютерних моделюючих комплексах, у тому числі і в режимі віддаленого доступу до технологічних та інформаційних ресурсів.

ПК «МВТУ» реалізує такі режими роботи як моделювання процесів у безперервних, дискретних та гібридних динамічних системах, у тому числі за наявності обміну даними із зовнішніми програмами та пристроями; оптимізація показників якості; аналіз та синтез за лінійними моделями; контроль та керування з використанням віртуальних аналогів пультів керування з вимірювальними приладами та керуючими пристроями.

Основними особливостями ПК, що роблять його сучасним програмним продуктом і ставлять його в один ряд з аналогічними за призначенням зарубіжними пакетами, є:

* принцип вкладеності структур, що особливо актуально під час моделювання складних динамічних систем;
* наявність досить повної загальнотехнічної та низки спеціалізованих бібліотек типових блоків;
* великий набір алгоритмів чисельного інтегрування;
* відкритість, що дозволяє користувачеві розширити склад особистої бібліотеки шляхом створення нових типів блоків.

Бібліотека типових блоків складається з загальнотехнічної та ряду спеціалізованих бібліотек, що мають значні за кількістю готових моделей, таких як «Гідроавтоматика», «Роботи», «Електромашини» та ін.

Для користувача ПК «МВТУ» існує дві можливості розширити бібліотеку математичних моделей – створити у вигляді графічного представлення блок-схему, яка потім використовуватиметься як типовий блок (макроблок), або створити новий типовий блок, описав його поведінку за допомогою мови програмування аналогічної мови системи MATLAB. Такі підходи є типовими та використовуються у багатьох програмних комплексах, що реалізують методи структурного моделювання.

На рис. 5.2 наведено модель електричної схеми в ПК "МВТУ", всі елементи якої є замаскованими макроблоками, з'єднаними між собою векторними лініями зв'язку.

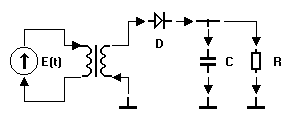


Рисунок – Приклад побудови моделі електричної схеми випрямляча

Векторні змінні мають дві компоненти: напругу та струм. Моделі деяких елементів схеми показано на рисунку:

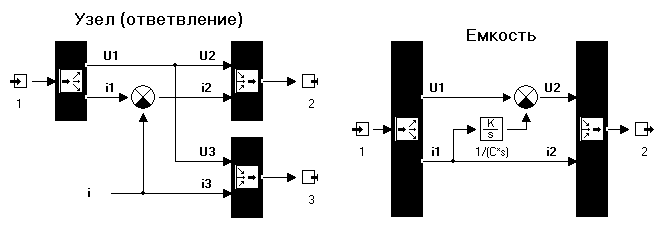


Рисунок – Еквівалентні схеми вузла та ємності (макроблоки)

У вирішувачі інтерпретує типу реалізовані 10 явних і 6 неявних методів чисельного інтегрування, серед яких є нові оригінальні методи, що дозволяють ефективно інтегрувати жорсткі системи.

Пакети фізичного мультидоменного моделювання

Пакети фізичного мультидоменного моделювання багатьма спецами вважаються найбільш перспективними інструментами для дослідження технічних систем. По-перше, вони використовують форму завдання вихідної інформації, яка набагато ближче і зрозуміліша фахівцям у предметних галузях. По-друге, дослідник позбавлений необхідності проводити структурні перетворення моделі з тим, щоб перейти до структури спрямованих блоків. І, нарешті, більшість сучасних пакетів фізичного моделювання як допускають використання спрямованих блоків, а й можуть сполучатися з класичними пакетами структурного моделювання, наприклад, з Simulink.

Спочатку пакети фізичного моделювання розроблялися для моделювання електричних та електронних схем. Структура таких схем простіша, ніж механічних. Кожна енергетична зв'язок містить лише дві змінні – струм та напруга. Саме тому сучасні пакети комп'ютерного моделювання та аналізу схем електронних пристроїв, такі як Multisim, є найбільш розвиненими та відпрацьованими.

Для нас цікаві пакети, здатні моделювати, перш за все, механічну частину технічної системи, як найбільш складну як з точки зору формування математичної моделі, так і з точки зору чисельного інтегрування та візуалізації результатів.

Пакет Modelica/Dymola

Modelica є середовищем візуального моделювання, що включає універсальну об'єктно-орієнтовану мову Modelica для моделювання складних фізичних систем і власне інструментальні засоби, такі як пакети[Dymola](http://www.dynasim.se) або [MathModelica](http://www.ida.liu.se/~vaden/). Мова Modelica, поруч із ASCEND, Smile, VHDL-AMS та інших., належить до групи про каузальних мов, тобто. мов фізичного моделювання.

Як і у всіх розглянутих пакетах, Modelica використовується компонентний принцип завдання вихідної інформації про досліджувану систему, проте, використовувані компоненти мають не входи і виходи, а висновки або контакти, як правило, мають ясний фізичний сенс. Це робить його привабливим для фахівців нематематичного профілю та більш простим для розуміння та використання в цілому.

Modelica має хорошу технічну підтримку з боку виробника, для неї є велика кількість бібліотек готових компонентів. Постійно відбувається як доповнення вже існуючих бібліотек, і розробка нових, які охоплюють багато галузей науки.

Пакет Dymola (Dynamic Modeling Laboratory), що підтримує мову моделювання Modelica, є комплексним інструментом для моделювання та дослідження складних систем у таких галузях як мехатроніка, автоматика, аерокосмічні дослідження та ін.

Можливість об'єднання в одній моделі компонентів різної фізичної природи дозволяє будувати моделі складних систем, що краще відповідають реальності та отримувати більш точні та прозорі результати.

Стандартна бібліотека Dymola включає елементарні компоненти, що стосуються електротехніки, механіки, гідравліки тощо. Спеціалізовані бібліотеки містять моделі пристроїв та явищ для конкретної галузі. Наприклад, MultiBody Library містить тривимірні механічні компоненти, призначені для моделювання роботів, ШСЗ чи транспортних засобів. Це моделі твердих тіл, шарнірів, джерел та засобів анімації. Такі ж бібліотеки розроблені для електротехніки, гідравліки тощо.

Гнучкість і відкритість пакету Dymola дозволяє користувачам створювати власні бібліотеки моделей, описуючи їх на внутрішній мові описи блоків, або модифікувати вже існуючі моделі під свої конкретні потреби.

Крім власної мови Dynola (Modelica) підтримує інтеграцію з такими програмними середовищами, як Fortran, Si, SIMULINK (M-files and SimStruct) та деякими іншими.

Можливість взаємодії розроблених моделей із системою MATLAB/Simulink дозволяє об'єднати сильні сторони структурного та фізичного моделювання.

Пакет 20-sim

Пакет моделювання 20-sim призначений для моделювання динаміки технічних систем – механічних, електричних, гідравлічних та складних систем, що містять механічні, електричні або гідравлічні компоненти.

Пакет підтримує візуальне компонентне моделювання – модель вводиться звичайним для пакетів такого типу методом – компоненти вибираються з бібліотеки, переносяться на робочий стіл та з'єднуються зв'язками. 20-sim дозволяє працювати як з орієнтованими блоками, так і не орієнтованими, що дуже зручно при моделюванні систем управління фізичними об'єктами та установками.

Бібліотеки базових компонентів включають: бібліотеку типових одновимірних спрямованих ланок – джерел, вимірників, перетворювачів, блоків математичних операцій тощо; бібліотеку елементів графів зв'язків як найпростіших універсальних енергетичних компонентів; бібліотеки механічних, електричних, гідравлічних, теплових елементів Як приклад на рис. 5.4 представлена ​​модель системи, де енергетична частина представлена ​​графом зв'язків, а керуюча – блок-схема, що включає спрямовані ланки.

Пакет 20-sim має ряд розширень, одним із яких є Mechatronics Toolbox, що включає в основному моделі різних електромеханічних пристроїв. Важливо відзначити, що більшість моделей, представлених у цьому розширенні, відносяться до конкретних технічних пристроїв, підтримуються та супроводжуються виробниками технічних засобів. Вони точні, докладні, закривають всі аспекти функціонування пристроїв і з цього погляду дуже корисні проектувальникам, які розробляють технічні системи.

Пакет припускає створення користувачем власних бібліотек. В якості внутрішньої мови опису моделей використовується мова, подібна до мови середовища Maple – досить зрозуміла і проста у вивченні.

20-sim має потужний вирішувач, що дозволяє вирішувати як ОДУ, так і диференціально-алгебраїчне рівняння використовуючи однокрокові та багатокрокові методи різних порядків.

Як і належить сучасному пакету візуального моделювання, 20-sim має розвинені засоби анімації, у тому числі 3D анімацію.

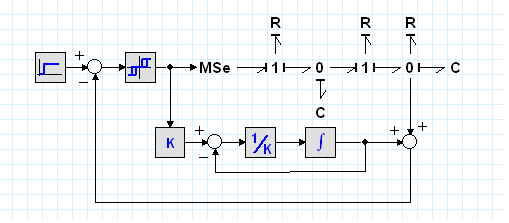


Рисунок – Схема системи у пакеті 20-sim з використанням графів зв'язків. Схема містить енергетичну частину, що задається графами зв'язків,  
та сигнальну, що задається спрямованими блоками

Пакети середовища MATLAB для моделювання технічних систем

Найбільш поширеними, універсальними та доступними у навчальному процесі є пакети моделювання технічних систем, що працюють у середовищі MATLAB. Програми середовища MATLAB дозволяють моделювати технічні системи, що включають механічні, електричні та інформаційні елементи. Серед цих програм має сенс виділити пакети візуального моделювання SimMechanics, SimPowerSystems, StateFlow.

Принципи моделювання механічних систем у пакеті SimMechanics

Пакет SimMechanics призначений для технічного проектування та моделювання просторових механізмів та здатний моделювати поступальний та обертальний рух тіл у тривимірному просторі. Для цього SimMechanics забезпечений набором інструментів для опису масових та геометричних властивостей твердих тіл, їх можливих рухів, кінематичних обмежень, систем координат, джерел зовнішніх впливів та засобів вимірювання рухів.

На відміну від Simulink, формування моделей SimMechanics відповідає концепції фізичного мультидоменного моделювання. Модель не математичний опис руху механізму, тобто. алгебраїчні та диференціальні рівняння, хоч і виражені у графічній формі, а структуру механізму, геометричні та кінематичні відносини між складовими його тілами.

Зв'язки між основними компонентами SimMechanics, твердими тілами та кінематичними парами, мають енергетичний векторний характер. Вони можуть включати лінійні та кутові швидкості, сили, моменти та переміщення. До тіл і кінематичних пар можуть підключатися компоненти, що грають роль приводів і датчиків. Через ці компоненти на механічну систему можуть бути подані зовнішні дії. Через них механічна частина може бути підключена до інформаційно-керуючої системи, для моделювання якої може бути використаний пакет Simulink.

Крім основних елементів бібліотека блоків SimMechanics містить блоки Обмежень, які обмежують рух тіл відносно один одного; блоки початкових умов, що визначають початковий стан механізму; блоки приводів, які визначають сили або рухи, що прикладаються до з'єднань і тіл та блоки Датчиків.

На рис. 5.5 наведена блок-схема найпростішої механічної системи (маятника), що включає такі фізичні компоненти, як блок тіла (body), блок одномірного обертального руху (revolute), блок основи (ground).

Енергетичні зв'язки між тілами та кінематичними парами визначають кінематику механізму. Вони можуть бути векторними та скалярними. Наприклад, на рис. 5.5 b зв'язку між основою, обертальної кінематичної парою і тілом є векторними, так як визначаю передачу енергії у обертовому русі по трьох осях системи координат.

Найважливішою перевагою пакету SimMechanics є можливість об'єднання блоків SimMechanics та блоків Simulink у єдиній схемі. Зокрема, блоки Приводу SimMechanics (Actuator blocks) можуть підключатися до стандартних вихідних портів Simulink, як показано на рис. 5.5, b. Таким чином, є можливість змоделювати Simulink джерело керуючого сигналу і здійснювати управління тілом через блок Приводу. Так само блоки Датчиків SimMechanics містять вихідні порти, через які можна з'єднати модель SimMechanics із блоками Simulink.

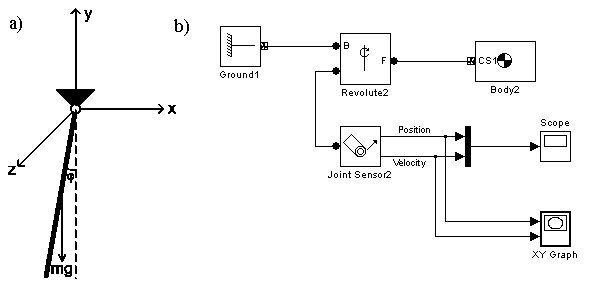


Рисунок – Модель маятника у пакеті SimMechanics

Можливості налаштування режимів моделювання забезпечують такі способи аналізу, кожен із яких відповідає специфічному типу моделі.

**Прямий режим дослідження динаміки механізму.**У цьому режимі обчислюють положення та швидкості тіл системи на кожному тимчасовому кроці, з урахуванням початкових умов за положеннями та швидкостями тіл та дії будь-яких сил, що додаються до системи.

**Інверсний режим дослідження динаміки механізму.**В даному режимі обчислюються сили, необхідні для того, щоб отримати задану швидкість кожного тіла розімкнутої системи.

**Кінематичний режим.**Обчислюються сили, які потрібні для отримання заданої швидкості кожного тіла замкнутої системи.

**Режим балансування.**Це режим - варіант прямого режиму дослідження динаміки, заснований на використанні для дослідження моделі команди trim Simulink, яка дозволяє знаходити рішення для досліджуваної моделі.

Пакет моделювання електричних систем SimPower

Пакет SimPowerSystems є, як і SimMechanics, розширенням середовища MATLAB. Він працює під керуванням Simulink, використовуючи той самий спосіб візуального компонентного програмування з використанням «енергетичних» компонентів.

SimPowerSystems є сучасним інструментом проектування, що дозволяє вченим та інженерам швидко та легко будувати та досліджувати моделі енергетичних систем. Використовуване графічне введення інформації дає можливість задати топологію електричного ланцюга. Аналіз може включати взаємодію електричного ланцюга з механічними, тепловими, керуючими та іншими елементами. Це можливо тому, що всі електричні частини моделі взаємодіють з великою бібліотекою моделювання Simulink.

Бібліотеки SimPowerSystems містять моделі типового енергетичного обладнання типу джерел енергії, трансформаторів, ліній передачі енергії та силової електроніки. Усі моделі добре опрацьовані та їх достовірність дуже висока.

З погляду моделювання технічних систем слід особливо виділити бібліотеку, що включають моделі різних електричних машин – постійного струму, синхронних, асинхронних. Можливість об'єднання в єдиній схемі блоків SimPowerSystems та блоків Simulink відкриває можливості дослідження як самих машин, так і складних систем електроприводу.

Як приклад на рисунку представлена ​​схема набору моделі для отримання перехідної функції простого електричного ланцюга в пакеті SimPowerSystems. Частина малюнка, обведена пунктиром, відноситься до енергетичної частини схеми, включає елементи, що передають потужність. Ці елементи входять до бібліотек SimPowerSystems. Модель ступінчастої вхідної дії (Step) та модель індикатора (Scope) взяті з бібліотек Simulink. В результаті джерело постійної напруги керується вхідним сигналом. Вихідна напруга також перетворюється на сигнал і подається на індикатор. Блоки керованого джерела та вимірника виконують роль інтерфейсів між інформаційною та енергетичною частинами моделі.

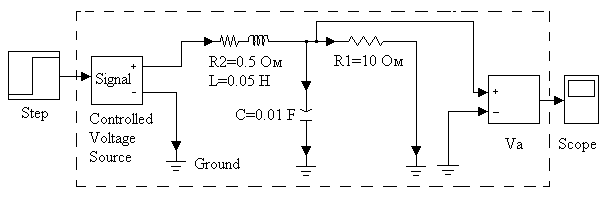


Рисунок – Схема моделювання електричного ланцюга у пакеті SimPowerSystems

Пакет моделювання гібридних систем StateFlow

У розд. 3.3. зазначалося, що особливість дослідження динаміки гібридних систем полягає в тому, що фазовий простір цих систем розбивається на області з різною поведінкою, при цьому фазова траєкторія в залежності від подій, що відбуваються, переходить з однієї області фазового простору в інший. Ще недавно єдиним способом вивчення гібридних систем було дослідження їх окремих фаз чи режимів та «склеювання» загальної поведінки вручну. Нині з'явилися пакети, що дозволяють моделювати глобальну поведінку таких об'єктів [7, 18]. Одним з найефективніших і найдоступніших інструментів чисельного моделювання систем, керованих подіями, є пакет Stateflow, що входить до складу середовища MathLab.

Stateflow використовується разом із пакетом Simulink і дозволяє моделювати складні подієво-керовані системи, виходячи з теорії кінцевого автомата. При цьому MATLAB забезпечує доступ до даних, програмування високого рівня та інструментальних засобів візуалізації; Simulink підтримує моделювання безперервних і дискретних динамічних систем серед графічних блок-схем; Діаграми Stateflow розширюють можливості Simulink з моделювання складних, керованими подіями систем.

Традиційною формою уявлення кінцевого автомата є таблиця істинності, що описує логіку поведінки системи [Карпов]. Проте з погляду візуального моделювання зручнішим підходом до проектування керованих подіями систем є його опис термінах переходів між станами. На цьому підході ґрунтується побудова графічних уявлень – діаграм переходів.

Діаграма Stateflow (SF-діаграма) у нотації позначень кінцевого автомата, запропонованої Девідом Харелом - графічне уявлення кінцевого автомата, де стани та переходи формують базові конструктивні блоки системи. Графічний інтерфейс Stateflow дозволяє створювати SF-діаграми динамічного типу. Це означає, що в ході моделювання на SF-діаграмі відображаються всі зміни моделі: наприклад, показується, які переходи реалізуються і за якими умовами, змінюються кольори блоків залежно від їхньої активності тощо. Це дозволяє візуально відстежувати поведінку системи під час моделювання, значно підвищуючи рівень наочності. Комбінація MATLAB-Simulink-Stateflow є потужним універсальним інструментом моделювання систем, керованих подіями.

Як правило, при моделюванні технічних систем, SF-діаграма вбудована в Simulink-модель і працює разом з нею, обмінюючись сигналами (дані, події) через інтерфейс. На рисунку показана схема, в якій джерело змінної напруги підключено до навантаження - осцилограф через керований комутатор. Перемикач повинен працювати в такий спосіб. При позитивній напрузі на виході генератора він повинен підключати цю напругу на вхід індикатора. Якщо напруга стає меншою за нуль, на індикатор повинен передаватися сигнал, що дорівнює 2.

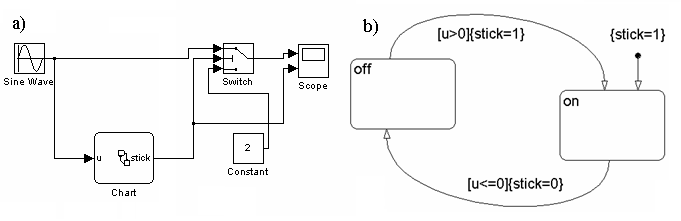


Рисунок – Система управління комутатором:*a*- Блок-схема моделі; b - SF-діаграма