

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМАЛИЗАЦИЯ УСЛОВИЙ ОБРАЗОВАНИЯ ФРАКТАЛЬНЫХ СТРУКТУР ПРИ ВОДОНАПОРНОМ РЕЖИМЕ НЕФТЕДОБЫЧИ

С. А. Положаенко, Мухиалдин Хассан Моха

Одесский национальный политехнический университет,  
просп. Шевченко, 1, Одесса, 65044, Украина; e-mail: polozhaenko@mail.ru

Выполнен качественный анализ условий образования фрактальных структур фильтрационного потока при вытеснении нефти водой в режимах реальной нефтедобычи. Анализ позволил установить связь между фрактальной структурой фильтрационного потока и устойчивостью фронта вытеснения, что обуславливается скоростью продвижения последнего. Формализация динамики продвижения фронта вытеснения нефти водой при их взаимной фильтрации позволила получить выражение для критической скорости, определяющее область устойчивости фронта вытеснения и начало образования фрактальных структур в фильтрующейся системе «нефть - вода».

**Ключевые слова:** фильтрационный поток, водонапорный режим нефтедобычи, фронт вытеснения, скорость продвижения фронта вытеснения, фрактальная структура.

## Введение

В ряде работ последних лет, посвященных исследованию фильтрационных процессов жидкостей в пористых средах [1-5], обращено внимание на образование фрактальных структур фильтрационного потока (ФП) и их качественное влияние на характер процесса фильтрации. Это влияние, как установлено, может осуществляться за счет фрактальной структуры пористой среды [6] или гетерогенного поведения фильтрующейся системы [7]. Вместе с тем показано [7], что гетерогенные жидкости, в частности, эмульсии, обладают динамической фрактальной структурой, которая определяется взаимодействием между частицами, что происходит со снижением концентрации дисперсной фазы.

Несмотря на имеющиеся значительные результаты в области определения фрактальных характеристик различных реологических процессов [8-11], остается нерешенным ряд важных теоретических и прикладных задач, связанных, в частности, с взаимной фильтрацией несмешивающихся жидкостей.

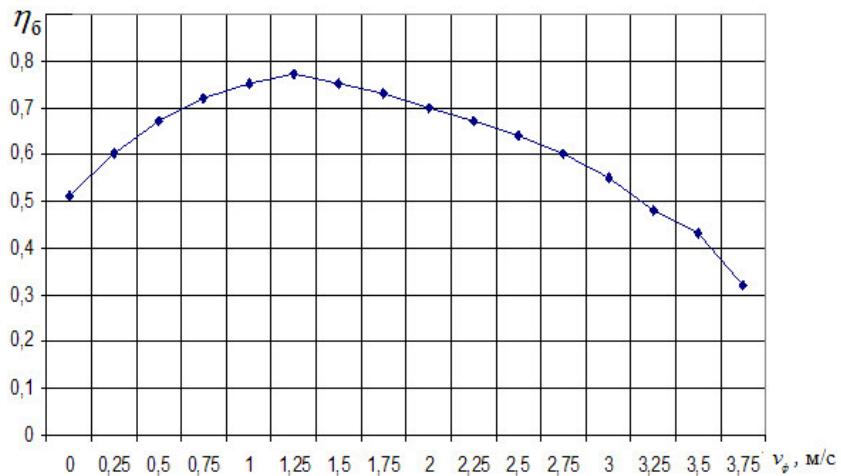
Целью работы является исследование условий образования фрактальных структур при вытеснении нефти водой (т.е. в условиях водонапорного режима нефтедобычи) и формализация при этом фронта вытеснения.

## Основная часть

В настоящее время около 90% товарной нефти добывается с применением заводнения [12, 13], причем количество закачиваемой воды в пласт значительно превышает уровень добычи нефти [14, 15]. Тем не менее, средний уровень коэффициента нефтеотдачи не превышает (40...50)%, что предопределяет актуальность поиска новых воздействий на нефтяную залежь.

Техническим противоречием при заводнении нефтяного месторождения является то, что поддержание необходимых градиентов пластового давления требует закачки значительных объемов воды, а это, в свою очередь, приводит к нарушению *устойчивости фронта вытеснения* (ФВ) (т.е. фронта раздела фаз «нефть - вода») и раннему прорыву воды к добывающим скважинам. Последнее обстоятельство резко снижает коэффициент нефтедобычи и уровень рентабельности промысловых работ. Преодоление указанного противоречия возможно признаком процессу фильтрации гетерогенного характера, например, образование из несмешивающихся в ходе реологии фильтрующихся жидкостей (нефти и воды) *гетерогенной системы* за счет добавления в закачиваемую воду поверхностно-активных веществ (ПАВ), в частности, эмульсий и полимеров [16, 17]. Как показывают проведенные исследования устойчивости ФВ фаз «нефть - вода» в условиях ячейки Хелле-Шоу [18], добавление ПАВ к фильтрующимся жидкостям обуславливает образование фрактальной структуры флюида (водо-нефтяной системы) в виде «вязких пальцев» («viscous fingering») [19-21] и стабилизирует ФВ.

Анализ и обобщение имеющихся литературных данных экспериментальных исследований скоростей движения ФВ «ньютоновской» (вязкой) нефти водой [16, 17] позволяют прийти к следующему. Для фрактальных структур ФП при скорости  $v_\phi$  последнего в диапазоне  $v_\phi = (10^{-3} \dots 2 \times 10^{-3}) \text{ м/с}$  ФВ практически устойчив. При  $v_\phi < 10^{-3} \text{ м/с}$  и  $v_\phi > 2 \times 10^{-3} \text{ м/с}$  наблюдается значительное нарушение устойчивости ФВ. На основании проведенных обобщений построена зависимость «безводной» нефтеотдачи (отсутствует прорыв воды в добывающую скважину) от скорости движения ФВ. Очевидно, что «безводная» нефтеотдача характерна лишь для области устойчивости ФВ. Иными словами, желаемый режим разработки нефтяного месторождения, при котором достигается максимальная нефтеотдача, достигается в условиях устойчивости фронта раздела фаз «нефть - вода», что исключает прорыв воды в добывающую скважину. Указанная выше зависимость представлена на рис. 1 в виде функции «безводного» коэффициента вытеснения  $\eta_6$  от скорости движения ФВ  $v_\phi$ , т.е.  $\eta_6 = f(v_\phi)$ .



**Рис. 1.** Зависимость «безводного» коэффициента вытеснения  $\eta_6$  от скорости  $v$  продвижения ФВ  $v$

Выполним формализацию динамики продвижения ФВ нефти водой при их взаимной фильтрации в условиях образования фрактальных структур ФП. Качественные явления, определяющие динамику в данном случае, состоят в следующем. Молекулярно-поверхностные силы на границе раздела фаз «нефть - вода» действуют в направлении уменьшения площади поверхности потока (т.е. в направлении, обратном действию гидродинамических сил). Поэтому, когда молекулярно-поверхностные силы преобладают

над гидродинамическими силами, форма ФВ определяется радиусом кривизны с центром, расположенным в вытесняемой жидкости (нефти). Данное состояние соответствует участку  $v_\phi < 10^{-3}$  м/с на рис. 1. Образование подобных структур объясняется [21] неоднородностью по размеру пор среды (толще пласта), в которой происходит фильтрационное движение. Вместе с тем, возникающая неустойчивость ФВ при этом может быть объяснена [16] доминированием возмущающего воздействия (градиента пластового давления, обусловленного закачиванием воды) над капиллярным давлением (капиллярными силами) в центре потока. В противном случае стабилизация (устойчивость) ФВ является следствием подавления возмущений поверхностным натяжением в зоне «отмыва» нефти водой. Когда поверхностные силы уравновешиваются гидродинамическими силами (возмущения в центре потока и у стенок капилляров имеют один порядок), ФВ становится практически устойчивым и имеет место картина, полученная в диапазоне скоростей  $v_\phi = (10^{-3} \dots 2 \times 10^{-3})$  м/с.

В случае, если гидродинамические силы преобладают над поверхностными, максимальное значение скорости продвижения ФВ наблюдается в центре капилляра, а минимальная — на его стенках. Физически данная ситуация соответствует образованию «языков» вытесняющей фазы (воды) в центре капилляра. На рис. 1 отражение указанного эффекта обусловлено резким падением «безводного» коэффициента вытеснения  $\eta_b$  при скоростях продвижения ФВ  $v_\phi > 2 \times 10^{-3}$  м/с.

Далее, будем считать, что молекулярно-поверхностные и гидродинамические силы уравновешены (т.е. скорость продвижения ФВ  $v_\phi$ , определяемая градиентом пластового давления, равна скорости капиллярной пропитки  $v_{kp}$ ). Поскольку скорость  $v_{kp}$  определяется физико-химическими свойствами фильтрующихся жидкостей (их вязкостями и фракционным составом, в частности, для нефти), а также реологическими характеристиками среды (пористостью и проницаемостью), то для условий конкретного месторождения эта скорость практически неизменна. Исходя из этого, определим критическую скорость продвижения ФВ  $v_{\phi0}$ , соответствующую предельному условию устойчивости фронтального вытеснения нефти водой, т.е. случаю  $v_{\phi0} = v_\phi = v_{kp}$ .

Запишем для плоского капилляра закон Дарси (в форме Буссинеска [20]):

$$v = (b^2 \Delta P) / (12 \mu l), \quad (1)$$

где  $b$  и  $l$  — соответственно размеры поперечного сечения капилляра,  
 $\Delta P$  — перепад (градиент) пластового давления,  
 $\mu$  — вязкость вытесняющей фазы (воды); и уравнение Лапласа

$$\Delta P_k = 2\sigma/b, \quad (2)$$

где  $\Delta P_k$  — перепад капиллярного давления,  
 $\sigma$  — поверхностное натяжение на границе раздела «стенка капилляра — фильтрующаяся жидкость».

Очевидно, что критическая скорость продвижения ФВ  $v_{\phi0}$  будет определяться условием  $\Delta P = \Delta P_k$ . Тогда, с учетом (1) и (2), получим

$$v_{\phi0} = \sigma b / (6 \mu l). \quad (3)$$

Для реальных реологических условий нефтяных месторождений (например, пояса Гамбурцева [62]) величины, входящие в выражение (3), имеют следующие численные

значения параметров:  $\sigma = 30 \times 10^{-3}$  Н/м,  $b = 1,2 \times 10^{-4}$  м,  $l = 0,24$  м,  $\mu = 10^{-3}$  Па·с (вязкость воды). Их подстановка в (3) позволяет получить  $v_{\phi 0} \approx 2,36 \times 10^{-3}$  м/с, что подтверждает проведенные рассуждения.

Скорость продвижения ФВ  $v_{\phi}$  оказывает качественное влияние на фрактальные структуры «вязких пальцев», образующихся при неустойчивых ФВ. При вытеснении «легких» и «сверхлегких» нефтей (для которых плотность составляет  $\rho \leq 800$  кг/м<sup>3</sup>) критическая скорость продвижения ФВ с учетом (3) будет соответствовать значениям  $v_{\phi 0} < 10^{-3}$  м/с. Этому случаю, очевидно, будет соответствовать доминирующее развитие «вязкого пальца» вытесняемой жидкости (нефти), поскольку ее смачивающие свойства будут выше, чем у вытесняющей жидкости (воды). При вытеснении «тяжелых» нефтей (для которых плотность составляет  $\rho > 900$  кг/м<sup>3</sup>) критическая скорость продвижения ФВ будет иметь значения  $v_{\phi 0} > 2 \times 10^{-3}$  м/с, а фрактальные структуры будут практически зеркальным отражением первого случая: доминирующее развитие получит «вязкий палец» вытесняющей жидкости, т.к. скорость  $v_{\phi}$  в центре фронта будет максимальной.

## Вывод

Исследованы условия образования фрактальных структур при водонапорном режиме разработки нефтяных месторождений, которые обусловливают устойчивость фронта раздела фаз «нефть - вода». Получено выражение для критического значения скорости продвижения ФВ, позволяющее, в условиях реальных реологических характеристик месторождения, прогнозировать появление фрактальных структур типа «вязкий палец», а также качественно оценивать характерный вид последних.

## Список литературы

1. Мандельборт, Б. Фрактальная геометрия природы / Б. Мандельборт. — М.-Ижевск: МКИ. — 2002. — 656 с.
2. Katz, A. J. Fractal Sandstone Pores: Implications between for Conductivity and Pore Formation / A.J. Katz, A.H. Thompson // Physical Review Letters. — 1985. — V. 54. — P. 1325 — 1332.
3. Динариев, О. Ю. Движение жидкостей и газов в пористых средах с фрактальной геометрией / О.Ю. Динариев // Известия РАН. Механика жидкостей и газа. — 1992. — № 5. — С. 101 — 109.
4. Мальшаков, А. В. Уравнения гидродинамики для пористых сред со структурой порового пространства, обладающей фрактальной геометрией / А.В. Мальшаков // Инженерно-физический журнал. — 1992. — Т. 62. — № 3. — С. 405 — 414.
5. Мейланов, Р. П. К теории фильтрации в пористых средах с фрактальной структурой / Р.П. Мейланов // Журнал технической физики. — 1996. — Т. 22. — Вып. 23. — С. 10 — 12.
6. Гийон, Э. Фракталы и перколяция в пористой среде / Э. Гийон, К.Д. Митееску, Ж.П. Юдлен, С. Ру // Успехи физических наук. — 1991. — Т. 161. — № 10. — С. 121 — 128
7. Зосимов, В. В. Динамическая фрактальная структура эмульсий, обусловленная движением и взаимодействием частиц. Численная модель / В.В. Зосимов // Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 1997. — Т. 111. — Вып. 4. — С. 1314 — 1319.
8. Avnir, D. Chemistry in non integer dimensions between two and three. Fractal surfaces of adsorbents / D. Avnir, D. Farin, P. Pfeifer // The Journal of Chemical Physics. — 1983. — V. 7. — № 7. — P. 3566 — 3571.
9. Неймарк, А. В. Термодинамический метод расчета поверхностной фрактальной размерности / А.В. Неймарк // Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 1990. — Т. 51. — Вып. 10. — С. 535 — 538.
10. Черкашинин, Г. Ю. Оценка фрактальной размерности дисперсных систем на основании уравнения, описывающего адсорбцию в микропорах / Г.Ю. Черкашинин, В.А. Дроздов // Журнал физической химии. — 1998. — Т. 72. — № 1. — С. 88 — 92.

11. Дункан, Г. Методы увеличения нефтеотдачи: практика проектирования, закачивания и эксплуатации скважин / Г. Дункан // Нефтегазовые технологии. — 1995. — № 2. — С. 11 — 16.
12. Suleimanov, B. A. Experimental Study of the Formation Structures During Oil Displacement / B. A. Suleimanov // Energy Sources. — 1995. — V. 17. — № 4. — P. 477—483.
13. Азиз, Х. Математическое моделирование пластовых систем / Х. Азиз., Э. Сеттари.— М.: Недра, 1982. — 406 с.
14. Кричлоу Генри, Б. Современная разработка нефтяных месторождений - проблемы моделирования / Б. Кричлоу Генри. — М.: Недра, 1979.— 302с.
15. Сулейманов, Б. А. Экспериментальные исследования образования фрактальных структур при вытеснении несмешивающихся жидкостей на ячейке Хелле-Шоу / Б.А. Сулейманов // Инженерно-физический журнал. — 1996. — Т. 69. — № 2. — С. 229 — 236
16. Сулейманов, Б. А. Экспериментальные исследования образования фрактальных структур при вытеснении нефти / Б.А. Сулейманов // Азербайджанское нефтяное хозяйство. — 1993. — № 5. — С. 29 — 33.
17. Федер, Е. Фракталы / Е. Федер. — М.: Мир, 1991. — 254 с.
18. Котяхов, Ф. И. Основы физики нефтяного пласта / Ф.И. Котяхов. — М.: Энергия, 1996. — 364 с.
19. Мосолов, А. Б. Фрактальная гриффитова трещина / А.Б. Мосолов // Журнал технической физики. — 1991. — Т. 61. — Вып. 7. — С. 57 — 60.
20. Мосолов, А. Б. Фрактальный распад упругих полей при разрушении / А.Б. Мосолов // Журнал технической физики. — 1992. — Т. 62. — Вып. 6. — С. 23 — 32.
21. Кисленко, Б. Е. Об устойчивости водонефтяного контакта в однородной пористой среде / Б.Е. Кисленко // прикладная механика и техническая физика. — 1961. — № 6. — С. 194 — 195.

## МАТЕМАТИЧНА ФОРМАЛІЗАЦІЯ УМОВ УТВОРЕННЯ ФРАКТАЛЬНИХ СТРУКТУР ПРИ ВОДОНАПІРНОМУ РЕЖИМІ НАФТОДОБУТКУ

С. А. Положаснео, Мухіалдин Хасан Моха

Одеський національний політехнічний університет,  
просп. Шевченко 1, Одеса, 65044, Україна; e-mail: polozhaenko@mail.ru

Виконано якісний аналіз умов утворення фрактальних структур фільтраційного потоку при витісненні нафти водою в режимах реального нафтovidобудку. Аналіз дозволив встановити зв'язок між фрактальною структурою фільтраційного потоку та сталістю фронту витіснення, що зумовлено швидкістю просування останнього. Формалізація динаміки просування фронту витіснення нафти водою при їх взаємній фільтрації дозволила отримати вираз для критичної швидкості, що визначає область сталості фронту витіснення та початок утворення фрактальних структур у системі «нафта - вода», яка фільтрується.

**Ключові слова:** фільтраційний потік, водонапірний режим нафто добутку, фронт витіснення, швидкість просування фронту витіснення, фрактальна структура.

## MATHEMATICAL FORMALIZATION OF TERMS OF FORMATION OF FRACTAL STRUCTURES AT MODE OF PRESSURE OF WATER OF OIL PRODUCTION

S. A. Polozhaenko, Muhialdin Hassan Moha

Odessa national polytechnic university,  
1, Shevchenko Ave., Odessa, 65044, Ukraine; e-mail: polozhaenko@mail.ru

The high-quality analysis of terms of formation of fractal structures of filtration stream at ousting of oil by water in the modes of the real oil production is executed. The analysis allowed to set communication between the fractal structure of filtration stream and stability of front of ousting, that is determined by speed of advancement of the last. Did formalization of dynamics of advancement of front of ousting of oil by water during their mutual filtration allow to get expression for stalling speed, determining the region of stability of front of ousting and beginning of formation of fractal structures in the filtered system «oil - water».

**Keywords:** filtration stream, mode of pressure of water production, front of ousting, speed of advancement of front of ousting, fractal structure.