

УДК 621.914.1:004.942

С.А. Зелинский, канд. техн. наук, доц.,
Ю.А. Морозов, канд. физ-мат. наук, доц.,
Ю.А. Серебряный, магистр,
Одес. нац. политехн. ун-т

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА КОНТУРНОГО ФРЕЗЕРОВАНИЯ НЕЖЕСТКИХ ДЕТАЛЕЙ

Введение. В машиностроении существует класс деталей, форма которых ограничена криволинейными поверхностями (лопатки турбин, моноколеса, кулачки). Детали такого класса распространены в энергомашиностроении, авиастроении, судостроении и др. Такие детали являются ответственными деталями таких машин как турбогенераторы, авиационно-космические двигатели и др. От качества и точности изготовления этих деталей зависит эффективность и надежность работы всей машины в целом. С целью повышения эффективности и КПД, снижения энергопотребления детали такого класса должны иметь небольшой вес, и их изготавливают, как правило, из специальных трудно обрабатываемых сталей и сплавов. Поэтому такие детали достаточно сложно обработать с высокой точностью из-за их малой жесткости и труднообрабатываемости материала. Обработку таких деталей, как правило, осуществляют на станках с числовым программным управлением методом концевой фрезерования.

Концевое фрезерование в современном машиностроении имеет достаточно большое значение и в некоторых случаях незаменимо другими способами обработки. Подтверждением этого может служить все большее количество разнообразных конструкций концевых фрез, разрабатываемых и поставляемых на мировой рынок ведущими фирмами по производству инструмента. Однако во многих случаях приходится ограничивать режимы резания при таком способе обработки вследствие низкой виброустойчивости концевой фрезы и обрабатываемой детали. Повышенные вибрации приводят к ухудшению качества обработанной поверхности, ускоренному износу фрезы. Все это снижает производительность и качество концевой фрезерования нежестких деталей сложной криволинейной формы.

Поэтому актуальной является задача снижения отрицательного влияния вибраций. Один из путей решения данной проблемы состоит в прогнозировании виброустойчивых режимов обработки исходя из того факта, что технологическая система (ТС) при резании является замкнутой упруго-динамической системой [1]. Виброустойчивость процесса резания определяется динамическими характеристиками ТС и процесса резания. При обработке нежестких деталей концевыми фрезами малых диаметров и с большим вылетом фрезы доминирующими колебательными системами в составе ТС являются системы заготовки и инструмента. Таким образом, для прогнозирования виброустойчивых зон обработки нежестких деталей необходимо разработать математическую модель процесса концевой фрезерования, в которой должно быть учтено одновременное влияние двух нежестких технологических элементов ТС (обрабатываемой детали и концевой фрезы).

Анализ последних исследований и публикаций. При контурном фрезеровании тонкостенных конструкций возникают вибрации, что отрицательно сказывается на производительности и качестве обработанной поверхности. В [2] разработана математическая модель, которая позволяет определить критические и оптимальные условия резания, при которых резко снижается отрицательное влияние вибраций. Для определения критических и оптимальных условий резания рассматривались только динамические свойства заготовки. Это связано с теорией устойчивости, которая используется для оценки изменения динамических свойств тонкостенной детали. Создана 3D схема определения зоны устойчивости, которая позволяет определить

DOI 10.15276/opu.1.45.2015.06

© С.А. Зелинский, Ю.А. Морозов, Ю.А. Серебряный, 2015

значение частоты вращения шпинделя, при которой достигается требуемое качество поверхности обрабатываемой детали.

В [3] рассматривается математическая модель, которая позволяет численно исследовать процесс фрезерования нежестких деталей цилиндрической фрезой. Основной причиной, снижающей качество обработанной поверхности, являются колебания, возникающие в системе “инструмент — деталь”. Наряду с вынужденными колебаниями системы, обусловленными переменной по времени силой резания, в ТС возникают автоколебания. Причину их возникновения объясняют наличием регенеративного эффекта (резание по следу). Колебания могут привести не только к снижению качества обрабатываемой поверхности, но и к повреждению инструмента. В работе предлагается введение двух критериев устойчивости: основного, оценивающего амплитуды вибраций фрезы, и дополнительного, оценивающего качество обрабатываемой поверхности. Результаты работы сводятся к определению зон устойчивых параметров режимов резания, при которых возможно получение требуемого качества поверхности.

В [4] представлена математическая модель концевое фрезерования нежестких деталей. Нежесткая деталь заменяется одномерной колебательной системой, описывающей движение фрезы. Моделирование производится во временной области. Результатом моделирования являются перемещение детали, толщина срезаемого слоя, силы резания в каждый момент времени и геометрия обработанной поверхности.

Целью работы является построение математической модели процесса контурного фрезерования нежестких деталей, с помощью которой можно определять зоны устойчивых режимов резания, в условиях одновременного действия двух нежестких элементов ТС (обрабатываемой детали и концевой фрезы).

Изложение основного материала. В [5] рассмотрен общий случай процесса контурного фрезерования, при котором доминирующими в плане возникновения колебаний могут быть три составляющие ТС: жесткость детали j_d ; жесткость концевой фрезы $j_{фр}$; жесткость станка $j_{ст}$. В зависимости от конкретных условий процесса фрезерования (конфигурации и жесткости обрабатываемой детали, диаметра и вылета концевой фрезы и др.) доминирующей составляющей может быть любая из них либо их сочетание. Последовательно рассмотрим общий вид уравнений упругодемпфирующего состояния ТС при условии, что доминирующим может быть любой из элементов ТС и условие, при котором учтено одновременное действие двух доминирующих элементов ТС (детали и концевой фрезы).

Рассмотрим первый случай, при котором доминирующей подсистемой из условий возбуждения колебаний является подсистема детали (рис. 1, 2).

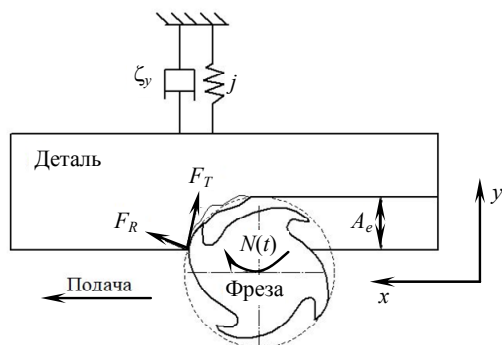


Рис. 1. Механическая модель процесса фрезерования

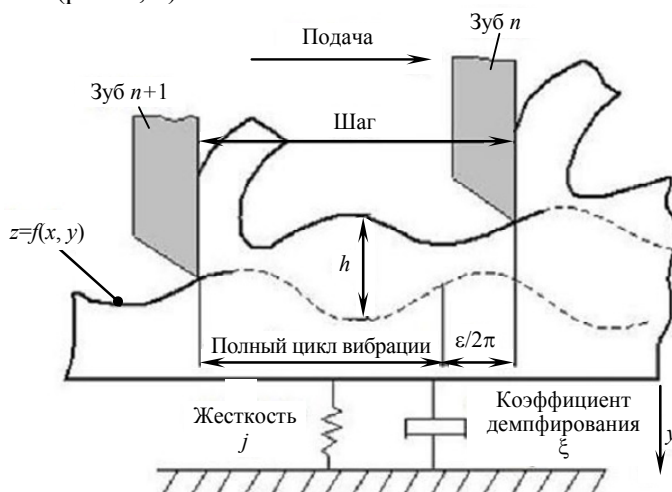


Рис. 2. Схема формирования неровностей при доминирующей подсистеме детали

Уравнение динамической системы, описывающее колебания ТС для случая, когда $j_d \ll j_{ст}, j_{фр}$,

$$\ddot{y}(t) + \zeta_y^2 \dot{y}(t) + \omega_y^2 y(t) = F_y(t), \quad (1)$$

где j — жесткость;

$\zeta^2 = c / m$ — коэффициент демпфирования;

$\omega^2 = j / m$ — собственная частота;

m — масса детали;

$F_y(t) = A_p \sum_{j=1}^z [(K_R \cos \varphi_j - K_T \sin \varphi_j) h_j(t)]$ — сила резания;

A_p — осевая глубина резания, мм;

A_e — радиальная глубина резания, мм;

K_R — удельный коэффициент резания в радиальном направлении;

K_T — удельный коэффициент резания в тангенциальном направлении;

$h_j(t) = g_j(t) \{ f_z \sin \varphi_j + [x(t) - x(t - \tau(t))] \cos \varphi_j \}$ — толщина среза;

f_z — подача на зуб;

$x(t)$ — текущее положение инструмента;

$x(t - \tau(t))$ — предыдущее положение инструмента, регенеративная задержка $\tau(t)$ является периодической во времени в связи с изменением скорости вращения шпинделя;

$g_j(t) = \begin{cases} 1 & \text{if } \varphi_{st} < \varphi_j < \varphi_{ex} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$ — функция зуба;

φ_{ex} — угол выхода инструмента (рис. 3);

φ_{st} — угол входа инструмента (рис. 3).

Для удобства оценки стабильности процесса изменения скорости вращения шпинделя уравнение (1) может быть представлено в виде пары совместных дифференциальных уравнений первого порядка относительно переменных состояния

$$\{x_1(t), x_2(t)\}, \quad x_1(t) = y(t); \quad x_2(t) = \dot{y}(t); \quad \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t - \tau(t)),$$

$$\text{где } \mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{H(t)A_p}{m} - \frac{j}{m} & -\frac{c}{m} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{H(t)A_p}{m} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{u}(t - \tau(t)) = [x_1(t - \tau(t)) \quad 0];$$

$H(t) = \sum_{j=1}^z g_j(t) [K_R \cos \varphi_j - K_T \sin \varphi_j] \cos \varphi_j$ — удельный коэффициент силы резания;

$\tau(t)$ — переменное время;

φ_j — угловое положение режущей кромки.

Характеристическое уравнение

$$1 - \frac{N}{4\pi} K_T a_{lim} (1 - e^{-i\omega_c T}) \alpha_{yy} G_y(i\omega_c) = 0,$$

где N — скорость шпинделя;

c — модальное затухание;

T — общий период;

$$\alpha_{yy} = -\frac{1}{2} [\cos 2\varphi_{ex} + 2j\varphi_{ex} + j_r \sin 2\varphi_{ex} - \cos 2\varphi_{st} - 2j_r \varphi_{st} - j_r \sin 2\varphi_{st}];$$

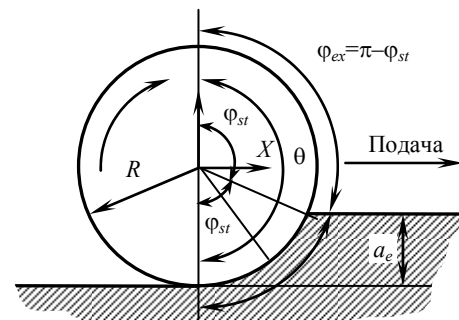


Рис. 3. Угол входа и выхода зубьев фрезы

$$G_y(i\omega_c) = \frac{\omega_{ny}^2 / j}{\omega_{ny}^2 - \omega_c^2 + 2\xi\omega_{ny}\omega_c i} \text{ — передаточная функция.}$$

Заготовка имеет более чем один режим вибрации в одном направлении, поэтому передаточная функция G_y может быть определена путем суперпозиции

$$G_y = \sum_{v=1}^r \frac{\omega_{nyv}^2 / k_{yv}}{\omega_{nyv}^2 - \omega_c^2 + 2\xi_{yv}\omega_{nyv}\omega_c i},$$

где индекс v обозначает параметр v^{th} режима вибрации;

$$a_{\text{lim}} = \frac{1}{\frac{N}{4\pi} \alpha_{yy} K_t G_y(i\omega_c) (1 - e^{-i\omega_c T})}.$$

Тогда вещественные части имеют противоположные знаки, приводящие к

$$G_y(i\omega_c)(1 - e^{-i\omega_c T}) = 2 \operatorname{Re}[G_y(i\omega_c)].$$

Действительная часть передаточной функции $G_y(i\omega_c)$

$$\operatorname{Re}[G_y(i\omega_c)] = \frac{1}{j_y} \frac{1 - d_y^2}{(1 - d_y^2)^2 + 4\xi_y^2 d_y^2},$$

где $d_y = \frac{\omega_c}{\omega}$;

$$a_{\text{lim}} = \frac{1}{\frac{N}{2\pi} \alpha_{yy} K_t \operatorname{Re}[G_y(i\omega_c)]}.$$

Рассмотри второй случай, при котором доминирующей подсистемой из условий возбуждения колебаний является подсистема инструмента (концевой фрезы) (рис. 4).

Уравнение, описывающее колебание ТС для случая, когда $j_{\text{фр}} \ll j_{\text{ст}}, j_{\text{д}}$,

$$\ddot{x}(t) + 2\xi_x \dot{x}(t) + \omega_{ix}^2 x(t) = \frac{1}{m_{ix}} \sum_{j=0}^{N-1} F_{xj} = \frac{1}{m_x} F_x(t), \quad \ddot{y}(t) + 2\xi_y \dot{y}(t) + \omega_{iy}^2 y(t) = \frac{1}{m_{iy}} \sum_{j=0}^{N-1} F_{yj} = \frac{1}{m_y} F_y(t).$$

Второй случай характерен для обработки концевой фрезой малого диаметра и большого вылета жестких элементов детали.

Третий случай, при котором доминирующими подсистемами является одновременно подсистемы детали и инструмента, представлен на рис. 5. Данный случай характерен при обработке нежестких деталей концевой фрезой малого диаметра и большого вылета.

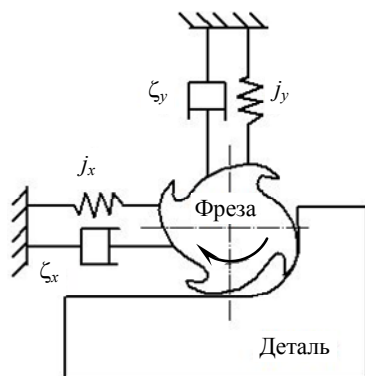


Рис. 4. Жесткость фрезы на порядок меньше жесткости детали и станка

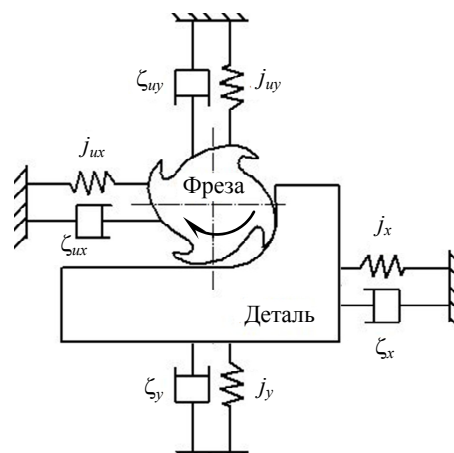


Рис. 5. Жесткость фрезы и детали на порядок меньше жесткости станка

Уравнение, описывающее колебание ТС для случая, когда $j_d, j_{фр} \ll j_{ст}$,

$$\ddot{y}(t) + \zeta_y^2 \dot{y}(t) + \omega_{\dot{y}}^2 y(t) = F_y(t) \frac{1}{m_{\dot{y}}},$$

$$\ddot{x}(t) + \zeta_x^2 \dot{x}(t) + \omega_{\dot{x}}^2 x(t) = F_x(t) \frac{1}{m_{\dot{x}}},$$

$$\ddot{x}(t) + 2\zeta_x \dot{x}(t) + \omega_{ix}^2 x(t) = \frac{1}{m_{ux}} \sum_{j=0}^{N-1} F_{xj} = \frac{1}{m_x} F_x(t),$$

$$\ddot{y}(t) + 2\zeta_y \dot{y}(t) + \omega_{iy}^2 y(t) = \frac{1}{m_{uy}} \sum_{j=0}^{N-1} F_{yj} = \frac{1}{m_y} F_y(t).$$

Результаты. Разработана математическая модель процесса контурного фрезерования, которая учитывает влияние одновременно двух нежестких элементов ТС, а именно детали и концевой фрезы. Модель построена с учетом упругодемпфирующих связей всех элементов ТС. Предложены дифференциальные уравнения, с помощью которых описываются колебательные процессы, сопровождающие обработку маложестких деталей концевыми фрезами.

Использование предложенных моделей является предметом дальнейших исследований авторов.

Выводы. Разработаны основы математической модели процесса контурного фрезерования маложестких деталей, с помощью которой можно определять зоны устойчивых параметров динамики процесса контурного фрезерования, в условиях одновременного наличия двух нежестких элементов ТС (обрабатываемой детали и концевой фрезы). Для повышения качества обработанной поверхности и точности выбор режимов резания осуществляется в пределах выявленных зон устойчивости.

Литература

1. Janutėnienė, J. Mathematical Modeling of Metal Cutting Process / J. Janutėnienė, D. Švitra // *Informatika*. — 2001. — Vol. 12, No. 2. — PP. 303 — 314.
2. Influence of material removal on the dynamic behavior of thin-walled structures in peripheral milling / V. Thevenot, L. Arnaud, G. Dessein, G. Cazenave-Larrochea // *Machining Science and Technology: An International Journal*. — 2006. — Vol. 10, Issue 3. — PP. 275 — 287.
3. Воронов, С.А. Критерии оценки устойчивости процесса фрезерования нежестких деталей / С.А. Воронов, А.В. Непочатов, И.А. Киселев // *Изв. ВУЗов. Машиностроение*. — 2011. — № 1(610). — С. 50 — 62.
4. Логминов, В.А. Моделирование колебаний нежестких деталей при концевом фрезеровании / В.А. Логоминов, О.Л. Лукьяненко // *Вісн. СумДУ. Сер.: Технічні науки*. — 2011. — № 4. — С. 145 — 157.
5. Зелинский, С.А. Требования к модели процесса контурного фрезерования деталей малой жесткости / С.А. Зелинский, Ю.А. Серебряный // *Новые и нетрадиционные технологии в ресурсо- и энергосбережении: материалы науч.-техн. конф., 22–24 сентября 2014 г., г. Одесса*. — К.: АТМ Украины, 2014. — С. 50 — 52.

References

1. Janutėnienė, J. and Švitra, D. (2001). Mathematical modeling of metal cutting process. *Informatika*, 12(2), 303-314.
2. Thevenot, V., Arnaud, L., Dessein, G. and Cazenave-Larrochea, G. (2006). Influence of material removal on the dynamic behavior of thin-walled structures in peripheral milling. *Machining Science and Technology: An International Journal*, 10(3), 275-287.
3. Voronov, S.A., Nepochatov, A.V. and Kiselev, I.A. (2011). Stability criteria of flexible details milling. *Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building*, 1, 50-62.

4. Logominov, V.A. and Lukyanenko, O.L. (2011). Modeling of fluctuations of flexible workpieces at end milling. *Visnyk of Sumy State University: Technical Science*, 4, 145-157.
5. Zelinskiy, S.A. and Serebriy, Yu.A. (2014). Requirements for model of contour milling process of low rigid details. In *Proceedings of International Scientific and Technical Conference on New and Innovative Technologies in Resource and Energy Conservation* (pp. 50-52). Kyiv: ATM Ukrainy.

АНОТАЦІЯ / АННОТАЦИЯ / ABSTRACT

С.А. Зелінський, Ю.О. Морозов, Ю.А. Серебрий. Математична модель процесу контурного фрезерування нежорстких деталей. При фрезеруванні маложорстких деталей якість обробленої поверхні багато в чому залежить від динамічних явищ, які супроводжують процес різання. Труднощі забезпечення необхідної якості поверхні зумовлені наявністю в технологічній системі маложорстких елементів, в першу чергу, деталі та інструменту. Це зумовлено виникненням резонансних коливань в процесі обробки, що різко знижує якість обробленої поверхні. З метою підвищення якості і точності обробки таких деталей розроблено модель процесу контурного фрезерування нежорстких деталей. При цьому технологічну систему представлено у вигляді сукупності трьох пружних підсистем: верстата, інструменту і деталі.

Ключові слова: контурне фрезерування, нежорстка деталь, математична модель.

С.А. Зелинский, Ю.А. Морозов, Ю.А. Серебрий. Математическая модель процесса контурного фрезерования нежестких деталей. При фрезеровании маложестких деталей качество обработанной поверхности во многом зависит от динамических явлений, сопровождающих процесс резания. Трудность обеспечения требуемого качества поверхности обусловлена наличием в технологической системе маложестких элементов, в первую очередь, детали и инструмента. Это обусловлено возникновением резонансных колебаний в процессе обработки, что резко снижает качество обработанной поверхности. С целью повышения качества и точности обработки таких деталей разработана модель процесса контурного фрезерования нежестких деталей. При этом технологическая система представлена в виде совокупности трех упругих подсистем: станка, инструмента и детали.

Ключевые слова: контурное фрезерование, нежесткая деталь, математическая модель.

S.A. Zelinskiy, Yu.A. Morozov, Yu.A. Serebriy. Mathematical model of process of contour milling of nonrigid details. At milling of nonrigid details the quality of the treated surface mostly depends on the dynamic events accompanying the cutting process. The presence of nonrigid elements, first of all, a part and a tool in technological system causes difficulty in providing the required quality of the surface. It is caused by occurrence of resonant vibrations during the processing that sharply reduces the quality of treated surface. For the purpose of improvement of quality and exactitude of processing of such details the model of process of contour milling of nonrigid details is developed. At the same time the technological system is presented in the form of set of three elastic subsystems: the rig, the instrument and the detail.

Keywords: contour milling, nonrigid detail, mathematical model.

Поступила в редакцию 19 ноября 2014 г.