

УДК 621.86.06

Чаюн И.М. д.т.н.; Непомнящий А.В.

Одесский национальный политехнический университет

ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ИСТОЧНИКИ ПОВЫШАЮЩИЕ КАЧЕСТВО КАНАТОВ

Аннотация. На основе строительной механики каната и прикладной теории пластичности разработана механико-математическая модель деформированно-напряженного состояния спиральных канатов как статически неопределимой предварительно напряженной стержневой системы. Источником предварительного напряжения являются операции, связанные с технологией изготовления, в основе которой лежит упруго-пластическое деформирование проволок при их свивке в канат. Показано влияние технологических напряжений на показатели качества канатов.

Ключевые слова: канат, деформированно-напряженное состояние, статически неопределимая система, открутка, преформация, остаточные напряжения.

Анотація. На основі будівельної механіки канату і прикладної теорії пластичності розроблена механіко-математична модель деформовано-напруженого стану спіральних канатів як статично невизначуваної попередньо напруженої стержневої системи. Джерелом попередньої напруженості є операції, пов'язані з технологією виготовлення, в основі якої лежить пружно-пластичне деформування дротин при їх звиванні в канат. Показано вплив технологічної напруженості на показники якості канатів.

Ключові слова: канат, деформовано-напружений стан, статично невизначувана система, відкручування, преформація, залишкові напруження.

Annotation. An Anfangsgründe der baulichen Mechanik des Seils und angewandte Theorie bildsamer ist ausgearbeitet механіко-математическая Modell des deformierter - angespannter Befunds der WendelInseile als статически undefinierbarer предварительно angespannter Schaft системы. Quelle der предварительно Anspannung spuken Operationen, die mit Technologie der Anfertigung gebunden ist, in Anfangsgründe das liegt federnd - bildsame Deformation der Drähte bei ihr свивке in Seil. Ist aufgewiesen Einfluß der technologischen Anspannungen auf показатели der Qualität der Seile.

Stichwörter: Seil, deformierter - angespannter Befund, статически undefinierbares Gebäude, aufdreht, преформація, restliche Anspannungen.

Стальной канат является статически неопределимой предварительно напряженной стержневой конструкцией. Предварительное напряжение его элементов (проволок) обусловлено технологией изготовления. Имеется два источника предварительного напряжения. Во-первых, проволоки могут быть качественно свиты только в натянутом состоянии. Во-вторых, сам процесс свивки (придание проволокам спиральной формы) обеспечивается их упруго-пластическим деформированием в виде изгиба с кручением. Деформация изгиба определяется кривизной

$$\tilde{b} = \frac{\sin^2 \alpha}{r}, \tag{1}$$

где α и r – угол и радиус свивки.

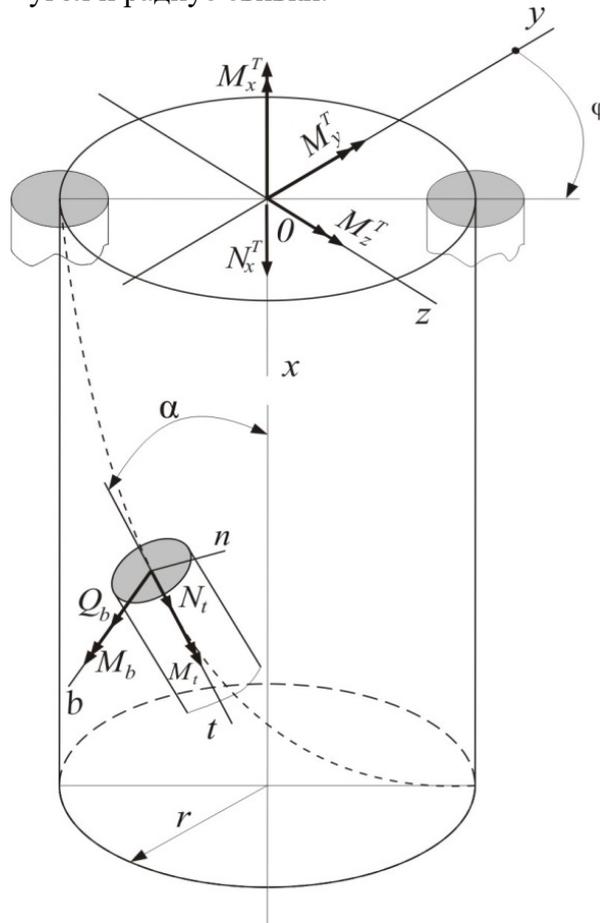


Рисунок 1 – Технологические внутренние усилия.

Деформации кручения в общем случае не равна крутке и определяется зависимостью

$$\tilde{t} = \frac{\sin \alpha (\cos \alpha \mp \kappa_0)}{r}, \tag{2}$$

где κ_0 – параметр открутки-подкрутки.

В каждой проволоке будут продольные усилия N_i , а также изгибающие M_b и крутящие M_t моменты (рис. 1). Указанные внутренние усилия в проволоках, приведенные к осям поперечного сечения каната, представляют его технологические внутренние силовые факторы (ТВСФ) : N_x^T ; M_x^T ; M_z^T ; M_y^T (рис.1).

Внутренние силовые факторы в сечении каната зависят от свивочного натяжения проволок, а также деформаций изгиба и кручения (1) и (2).

Согласно [1...3]:

$$N_x^T = \sum_{i=1}^s (N_i \cos \alpha_i + M_{t_i} \frac{\sin^3 \alpha_i}{r_i} - M_{b_i} \frac{(\kappa_o + \cos \alpha_i) \sin^2 \alpha_i}{r_i}); \quad (3)$$

$$M_x^T = \sum_{i=1}^s (N_i r_i \sin \alpha_i + M_{t_i} \cos^3 \alpha_i + M_{b_i} (1 + \kappa_o + \cos \alpha_i) \cos \alpha_i \sin \alpha_i); \quad (4)$$

$$M_y^T = \sum_{i=1}^s (N_i r_i \cos \alpha_i - M_{t_i} \sin \alpha_i \cos^2 \alpha_i + M_{b_i} (\cos \alpha_i - (\kappa_o + \cos \alpha_i) \sin^2 \alpha_i)) \sin \varphi_i; \quad (5)$$

$$M_z^T = \sum_{i=1}^s (M_{t_i} \sin \alpha_i \cos^2 \alpha_i - N_i r_i \cos \alpha_i - M_{b_i} (\cos \alpha_i - (\kappa_o + \cos \alpha_i) \sin \alpha_i^2)) \cos \varphi_i, \quad (6)$$

где s – количество проволок в канате.

После изготовления происходит разгрузка каната. На основе теоремы о разгрузке [4] этот процесс деформирования считаем упругим. Для его аналитического описания применим метод конечных элементов (МКЭ) аналогично работе [5], где МКЭ использован при различных схемах нагружения каната. Основное уравнение метода:

$$|G| \cdot |DK| = F. \quad (7)$$

Здесь $|G|$ – матрица жесткости каната [5]

$$|G| = \begin{vmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} & G_{14} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} & G_{24} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} & G_{34} \\ G_{41} & G_{42} & G_{43} & G_{44} \end{vmatrix} = \sum_1^s s c \alpha_i |K_i| \cdot |G\Pi_i| |K_i|^T, \quad (8)$$

где G_{11} ; G_{22} ; G_{33} ; G_{44} – продольная, крутильная и изгибные жесткости каната;

$G_{12} = G_{21}$; $G_{13} = G_{31}$; $G_{14} = G_{41}$; $G_{23} = G_{32}$; $G_{24} = G_{42}$; $G_{34} = G_{43}$ – жесткости влияния;

$|K_i|$ – матрица удельных деформаций проволок в канате [5];

$|G\Pi_i|$ – матрица внутренней жесткости i -й проволоки

$$|G\Pi_i| = \begin{vmatrix} \Phi_p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Phi_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Phi_u & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Phi_u \end{vmatrix}_i,$$

где $\Phi_p; \Phi_t; \Phi_u$ – продольная, крутильная и изгибная жесткости проволок.

Множитель $|DK|$ – вектор деформаций каната

$$|DK| = \begin{vmatrix} \varepsilon \\ \theta \\ \chi \\ \zeta \end{vmatrix}, \tag{9}$$

где ε – продольная деформация; θ – деформация кручения; χ и ζ – изгибные деформации.

Вектор разгрузки, обусловленный свивочным технологическим деформированием

$$F = \begin{vmatrix} N_x^T \\ M_x^T \\ M_y^T \\ M_z^T \end{vmatrix}. \tag{10}$$

В силу статической неопределимости каната в процессе разгрузки от указанных силовых факторов возникают остаточные усилия и связанные с ними напряжения. Это и делает канат предварительно напряженной конструкцией.

На основании уравнения (7) с учетом вектора разгрузки (10) и матрицы жесткости (8) вектор деформации каната

$$\begin{vmatrix} \varepsilon \\ \theta \\ \chi \\ \zeta \end{vmatrix} = \frac{1}{|D|} \begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} N_x \\ M_x \\ M_z \\ M_y \end{vmatrix}, \tag{11}$$

где $|D|$ – определитель матрицы жесткости

$$|D| = G_{11}A_{11} + G_{12}A_{12} + G_{13}A_{13} + G_{14}A_{14}; \tag{12}$$

алгебраические дополнения

$$A_{11} = G_{22}(G_{33}G_{44} - G_{34}^2) - G_{23}(G_{23}G_{44} - G_{34}G_{24}) + G_{24}(G_{23}G_{34} - G_{33}G_{24});$$

$$\dots$$

$$A_{44} = G_{11}(G_{22}G_{33} - G_{23}^2) - G_{12}(G_{12}G_{33} - G_{23}G_{13}) + G_{13}(G_{12}G_{23} - G_{22}G_{13}).$$

Деформации разгрузки каната на основании (11) получают вид:

$$\varepsilon = (N_x A_{11} + M_x A_{12} + M_z A_{13} + M_y A_{14}) / |D|; \tag{13}$$

$$\theta = (N_x A_{12} + M_x A_{22} + M_z A_{23} + M_y) / |D|; \quad (14)$$

$$\chi = (N_x A_{13} + M_x A_{23} + M_z A_{33} + M_y A_{34}) / |D|; \quad (15)$$

$$\zeta = (N_x A_{14} + M_x A_{24} + M_z A_{34} + M_y A_{44}) / |D|. \quad (16)$$

После вычисления деформаций каната деформации проволок можно определить аналогично работе [5] матричной формулой

$$|DP| = |DK| \cdot |K|. \quad (17)$$

Это блочная матрица $1 \times s$. Каждый i -й $|DP_i|$ компонент матрицы $|DP|$ представляет деформации растяжения e , кручения t , а также изгиба b относительно бинормали и n относительно нормали проволоки в канате (рис. 1). Для i -й проволоки:

$$|DP_i| = |etbn|, \quad i = 1, 2, \dots, s. \quad (18)$$

Матрица $|K|$ также является блочной размера $1 \times s$. Каждый i -й компонент $|K_i|$ матрицы $|K|$ представляет матрицу размера 4×4 удельных деформаций i -й проволоки в канате [5].

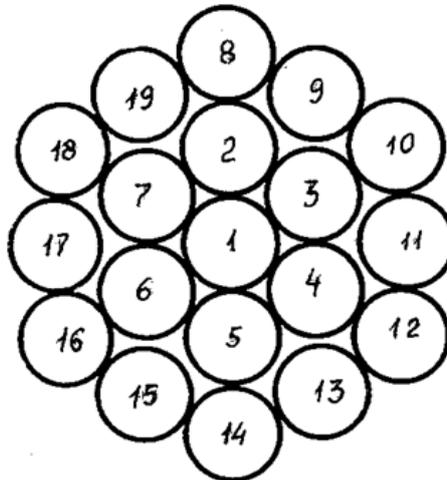


Рисунок 2 – Сечение каната.

В качестве примера приведен расчет для двух состояний каната одинарной свивки конструкции $1/1,15+6/1+12/1$; диаметры проволок $\delta_1 = 1,15 \text{ мм}$; $\delta_2 = \delta_3 = 1 \text{ мм}$; углы свивки $\alpha_2 = 16,75^\circ$; $\alpha_3 = 16,16^\circ$.

Состояние 1 – симметричное свивочное натяжение проволок.

Состояние 2 – асимметричное натяжение из-за прослабления натяжения проволок №№ 8...10. Расчеты выполнены при модуле упругости проволок $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

В табл.1 приведены жесткосные характеристики каната, вычисленные по формулам [5], с учетом межэлементного трения согласно [6, 7].

Таблица 1 – Жесткости сечения каната и его отдельных проволок

$G_{11},$ H	$G_{22},$ $Hмм^2$	$G_{12},$ $Hмм$	$G_{33},$ $Hмм^2$	$G_{44},$ $Hмм^2$	$G_{13},$ $Hмм$	$G_{14},$ $Hмм$	$G_{23},$ $Hмм^2$	$G_{24},$ $Hмм^2$	$G_{34},$ $Hмм$
Канат з одинаковым симметричным свивочным натяжением проволок									
274	84,8	123,	25,6	25,6	0	0	0	0	0
Канат з прослабленным натяжением проволок №№ 8, 9, 10									
231	70,8	98,5	24,44	25,04	-7,03	-4,06	-4,00	-2,34	-0,54
Жесткости проволок №№ 8, 9, 10 соответственно рис.2									
14,0	5,79	8,09	1,49	1,15	2,93	0	1,72	0	0
14,0	5,79	8,09	1,405	1,23	2,54	1,47	1,49	1,28	-0,33
14,0	5,79	8,09	1,23	1,41	1,47	2,54	0,86	2,22	-0,33

В табл.2 помещены результаты расчета вектора разгрузки (10) и внешнего деформированного состояния каната. Вычисления выполнены для 4-х технологических вариантов свивки. Для оценки уровня деформаций каната от разгрузки в табл.2 приведены также вычисления деформированного состояния от нагружения при свободном и чистом растяжении. Для каждого из вариантов разгрузки и нагружения верхние строчки относятся к *состоянию 1*, а нижние – к *состоянию 2*.

Таблица 2 – Внешнее деформированное состояние каната

№	ТВСФ				ϵ	Деформации $\times 10^4$		
	N_x^T	M_x^T	M_y^T	M_z^T		θ	χ	ζ
	H		$Hмм$			$рад /мм$		
1	-1746	-3892	0	0	40,60	-104,6	~ 0	~ 0
	-1475	-3728	256	-444	39,2	-107,6	3,41	-21,4
2	-1765	458	0	0	-25,3	42,1	0	0
	-1494	622	256	-444	-24,98	43,54	10,16	-17,5
3	-1752	86,3	0	0	-19,6	29,4	0	0
	-1480	249	256	-444	-19,86	30,4	9,59	-17,8
4	-1752	-828	0	0	-5,77	-1,41	~ 0	~ 0
	-1480	-665	256	-444	-5,92	-1,31	8,17	-18,64
5	P	0	0	0	18,28	-26,48	0	0
		0	0	0	20,6	-29,1	-0,86	-0,497
6	P	M_x	0	0	6,4	0	0	0
	P	M_x	0	0	7,6	0	2,22	1,29

Примечание.

- 1) Компоненты вектора разгрузки (10) $F = [N_x^T; M_x^T; M_y^T; M_z^T]^T$ вычислялись по формулам (3)...(6) с привлечением информации [3].
- 2) Варианты разгрузки определяются технологией свивки каната:
 - №1 – свивка без открутки и преформации;
 - №2 – свивка с откруткой $\kappa_0 = -1$ без преформации;

№3 –свивка с полной откруткой $\kappa_0 = -\cos \alpha$ без преформации;

№4 – свивка с полной откруткой $\kappa_0 = -\cos \alpha$ и преформацией.

№5 – свободное растяжение концевым усилием $P = 1752H$.

№6 – чистое растяжение концевым усилием $P = 1752H$; реакция направляющих $M_x = P \cdot G_{12} / G_{11}$.

При разгрузке каната свитого с симметричным натяжения внешнее деформированное состояние описывается продольной ε и крутильной θ деформациями. На основе теоремы разгрузки [4] деформирование является упругим линейным с присущим ему принципом суперпозиции

$$\varepsilon = f(N_x^T; M_x^T) = \varepsilon(N_x^T) + \varepsilon(M_x^T); \quad \theta = f(N_x^T; M_x^T) = \theta(N_x^T) + \theta(M_x^T).$$

Это положение отображают данные табл. 3 составляющих деформаций, которые вычислены по общей системе уравнений (11) при отдельных действиях сил N_x^T и M_x^T .

Таблица 3 – Составляющие деформаций разгрузки каната

№ варианта разгрузки	N_x^T		M_x^T		$\sum \varepsilon$	$\sum \theta$
	ε	θ , рад/мм	ε	θ , рад/мм		
1	-18,22	26,39	58,80	-131	40,58	-104,6
2	-18,43	26,68	-6,93	15,44	-25,36	42,12
3	-18,83	26,48	-1,303	2,904	-20,13	29,38
4	-18,28	26,48	12,51	-27,88	-5,77	-1,40

Как видно из табл. 3 для всех 4-х вариантов разгрузки от действия N_x^T продольная деформация $-\varepsilon$ (канат укорачивается); деформация кручения $+\theta$ (канат закручивается). От действия M_x^T для 1-го и 4-го вариантов продольная деформация $+\varepsilon$ (канат удлиняется); деформация кручения $-\theta$ (канат раскручивается). Для 2-го и 3-го вариантов ситуация противоположная. При свободном растяжении (схема 5 табл.2) деформации по направлению противоположны схемам разгрузки. По модулю значения ε и θ (схема 5, табл. 2 и схема 4, табл. 3) одинаковы, что указывает на обоснованность предлагаемой расчетной схемы разгрузки от ТВСФ.

Далее проанализируем результаты численного исследования для каната свитого с нарушением симметрии натяжения проволок (нижние строчки чисел табл.2). Разгрузки происходят под действием сжимающих усилий и крутящих моментов:

$$N_x^T = -1475H; -1494H; -1480H; -1480H;$$

$$M_x^T = -3728Hмм; 622Hмм; 249Hмм; -665Hмм,$$

а также изгибающих моментов $M_y^T = 256 \text{ Нмм}$; $M_z^T = -444 \text{ Нмм}$, которые появляются вследствие асимметрии свивочного натяжения проволок и вызывают деформации χ ; ζ изгиба. Внешне деформированное состояние каната приобретает сложную спиральную форму с возможной потерей устойчивости, что наблюдается на практике.

В табл. 4 представлены результаты расчетов по внутреннему деформированно-напряженному состоянию каната при разгрузке. Это три группы деформаций проволок для каната с симметричным свивочным натяжением. Там же помещены данные расчета по напряженному состоянию каната. Напряжения нормальные $\bar{\sigma}(\ddot{e})$, связанные с остаточной упругой деформацией растяжения-сжатия, и $\bar{\sigma}(\ddot{b}, \ddot{n})$, связанные с остаточными упругими деформациями изгиба, и касательные, связанные с остаточной упругой деформацией кручения, а также напряжения $\bar{\sigma}_{эк}$ эквивалентные представлены в удобной относительной форме.

Таблица 4 – Внутреннее деформированно-напряженное состояние при симметричном свивочном натяжении проволок

Обозначения параметров ↓ №№ слоев ⇒	Вариант 1			Вариант 2			Вариант 4		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
Деформации проволок в слоях $\times 10^4$									
\ddot{e}	5,7	5,7	5,7	5,7	5,7	5,7	5,7	5,7	5,7
$\ddot{t}, \text{ мм}^l$	0	164	164	0	-32,9	-35,2	~ 0	~ 0	~ 0
$\ddot{b}, \text{ мм}^l$	0	42,2	40,5	0	114	114	~ 0	~ 0	~ 0
e	40,6	7,19	-17,9	-25,3	-11	-0,95	-5,77	-5,57	-5,95
$\ddot{t}, \text{ мм}^l$	105	-91	-103	42,1	36	41,3	-1,41	-1,39	-1,46
$\ddot{b}, \text{ мм}^l$	~ 0	-58	-55	~ 0	24	22,6	0	-0,23	-0,47
$\ddot{n}, \text{ мм}^l$	0	~ 0	~ 0	~ 0	~ 0	~ 0	~ 0	~ 0	~ 0
\ddot{e}	46,3	12,9	-12,	-19,	-5,2	4,8	-0,06	0,14	-0,24
$\ddot{t}, \text{ мм}^l$	105	73,5	61,2	42,1	3,4	6,05	-1,41	-1,39	-1,46
$\ddot{b}, \text{ мм}^l$	0	-16	-14	~ 0	138	136	~ 0	-0,23	-0,47
$\ddot{n}, \text{ мм}^l$	0	~ 0	~ 0	~ 0	~ 0	~ 0	~ 0	~ 0	~ 0
Относительные напряжения в проволоках слоев $\bar{\sigma} = \sigma/\sigma_T$; $\bar{\tau} = \sqrt{3} \tau/\sigma_T$									
$\bar{\sigma}(\ddot{e})$	0,81	0,22	-0,21	-0,34	-0,09	0,08	0,001	0,002	-0,004
$\bar{\sigma}(\ddot{e}, \ddot{b})$	~ 0	0,14	0,13	~ 0	1,21	1,19	~ 0	0,002	0,004
$\bar{\tau}(\ddot{t})$	-0,73	0,45	0,37	0,29	0,021	0,04	-0,009	-0,008	-0,009
$\bar{\sigma}_{эк}$	1,09	0,58	0,51	0,45	1,31	1,28	0,009	0,009	0,012

Среди деформаций, представленных в табл.4, первая группа – это деформации каждой i -ой проволоки при условии свободной собственной разгрузки

$$|\tilde{D}\Pi_i| = |\tilde{e} \tilde{t} \tilde{b} \tilde{n}|_i.$$

Здесь компоненты матрицы

$$\tilde{e}_i = \frac{\kappa \sigma_T}{E}; \quad \tilde{t}_i = \frac{2\sqrt{3}\bar{M}_i^b \sigma_T}{\delta E}; \quad \tilde{b}_i = \frac{2\bar{M}_i^t \sigma_T}{\delta E},$$

где \bar{M}_i^b и \bar{M}_i^t – относительные значения крутящего и изгибающего моментов в сечении проволоки при свивке каната [3].

Вторую группу составляют деформации проволок при разгрузке каната, которые можно определять аналогично [5].

$$|D\Pi_i| = |e t b n|_i = |DK| \cdot |K|_i.$$

В развернутом виде [5]

$$|e t b n|_i = |\varepsilon \theta \chi \zeta| \times \begin{vmatrix} K_{ee} & K_{te} & K_{be} & K_{ne} \\ K_{e\theta} & K_{t\theta} & K_{b\theta} & K_{n\theta} \\ K_{e\chi} & K_{t\chi} & K_{b\chi} & K_{n\chi} \\ K_{e\zeta} & K_{t\zeta} & K_{b\zeta} & K_{n\zeta} \end{vmatrix}_i.$$

Третья группа – это остаточные упругие деформации проволок после разгрузки каната. Для каждой i -ой проволоки

$$|\ddot{D}\Pi_i| = |\ddot{e} \ddot{t} \ddot{b} \ddot{n}|_i = |\tilde{D}\Pi_i| - |D\Pi_i|.$$

ВЫВОДЫ

1) Приведенные исследования представляют основу теоретического определения деформаций кручения и изгиба канатов от технологического свивочного деформирования проволок, связанных с параметрами нераскручиваемости и прямолинейности после изготовления, которые являются главными показателями качества.

2) Теоретически подтверждено, что известная практикам технология свивки с откруткой и преформацией обеспечивает нераскручиваемость и прямолинейность канатов после изготовления.

3) Выполненные исследования показывают, что деформации разгрузки канатов от ТВСФ и остаточные напряжения в проволоках сопоставимы с соответствующими параметрами от эксплуатационных нагрузок.

4) Одним из способов уменьшения деформаций разгрузки, а значит и остаточных напряжений может стать регулирование свивочных натяжений проволок и прядей по условиям работы [8].

5) Учет остаточных напряжений в проволоках позволяет построить более точную схему расчета канатов на прочность и долговечность, что повышает эксплуатационную надежность и экономичность.

ЛИТЕРАТУРА

1. Козлов В.Т. К вопросу упругой отдачи стальных канатов после свивки // Стальные канаты. – Вып. 1 – К.: Техніка. – 1964. – С. 144 – 151.
2. Глушко М.Ф. Стальные подъемные канаты /М.Ф. Глушко. – К.: Техніка, 1966. – 325 с.
3. Чаюн И.М., Пишняк О.А., Непомнящий А.В. Предварительное деформированное состояние спиральных канатов // Стальные канаты. – Одесса: Астропринт, 2013. – Вып.9. – С. 141 – 155.
4. Малинин Н. Н. Прикладная теория пластичности и ползучести / Н. Н. Малинин. – М.: Машиностроение. – 1975. – 399 с.
5. Чаюн И.М. Несущая способность подъемных канатов и лент / И.М. Чаюн. – Одесса: Астропринт, 2003. – 233 с.
6. Чаюн И.М., Чаюн М.И. Концепция учета трения между элементами каната // Стальные канаты. – Одесса: Астропринт, 2008. – Вып.6. – С. 24 – 37.
7. Чаюн М.И. Роль учета трения в деформированно-напряженном состоянии канатов // Стальные канаты. – Одесса: Астропринт, 2008. – Вып.6. – С. 37 – 48.
8. Патент 5175 Україна. Спосіб виготовлення витих виробів одинарної звивки / І.М. Чаюн, М.І. Чаюн, О.О. Пишняк .– № u 2010 02300; заявл.01.03.10 ; опубл. 26. 07. 10, Бюл. № 14.