

УДК 621.876.004.15

Семенюк В.Ф. д.т.н.; Бойко А.А. к.т.н.; Кнюх А.Б.

*Одесский национальный политехнический университет*

### **ВЛИЯНИЕ ДИНАМИКИ ПУСКА НА КОЭФФИЦИЕНТ ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЯ ЛЕБЕДКИ ЛИФТА**

Для определения коэффициента полезного действия лебедки лифта рассмотрим динамическую модель этой лебедки (рис. 1.) и найдем зависимость для расчета динамических нагрузок, действующих на подъемные канаты лифта во время пуска.

Рассмотрим движение механической системы «лебедка – груз» (с учетом только упругости канатов) в доотрывной (рис.2,а) и послеотрывной (рис. 2,б) стадиях движения.

Доотрывная стадия. Уравнение движения системы "лебедка-груз" в доотрывной стадии имеет вид [1]

$$\left. \begin{aligned} m_M \ddot{y}_M &= S_1 - F_1; \\ m_1 \ddot{y}_1 &= P - S_1, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $- S_1 = c_{\Pi} (y_1 - y_M)$ ;

$$F_1 = c_M y_M. \quad (2)$$

На рис. 2 приняты следующие обозначения:  $m_M$  – масса металлоконструкции лебедки, приведенная к вертикальной деформации металлоконструкции  $y_M$ , отсчитываемой от статического положения металлоконструкции при условии отсутствия груза;  $c_M$  – жесткость металлоконструкции в точке подъема груза;  $m_1$  – масса вращающихся частей механизма подъема, приведенная к поступательному движению  $y_1$ , совпадающему с направлением перемещения груза  $y_{гр}$ ;  $c_{\Pi}$  – жесткость канатной подвески груза;  $m_{гр}$  – масса груза;  $G_{гр}$  – вес груза;  $P$  – усилие двигателя подъемного механизма, приведенное к поступательному перемещению груза;  $S_1$  и  $S_2$  – суммарное усилие в подъемных канатах соответственно до отрыва груза и после отрыва груза от основания;  $F_1$  и  $F_2$  – усилие, действующее на металлоконструкцию лебедки, возникающее при подъеме груза в доотрывной и после отрывной стадиях движения соответственно.

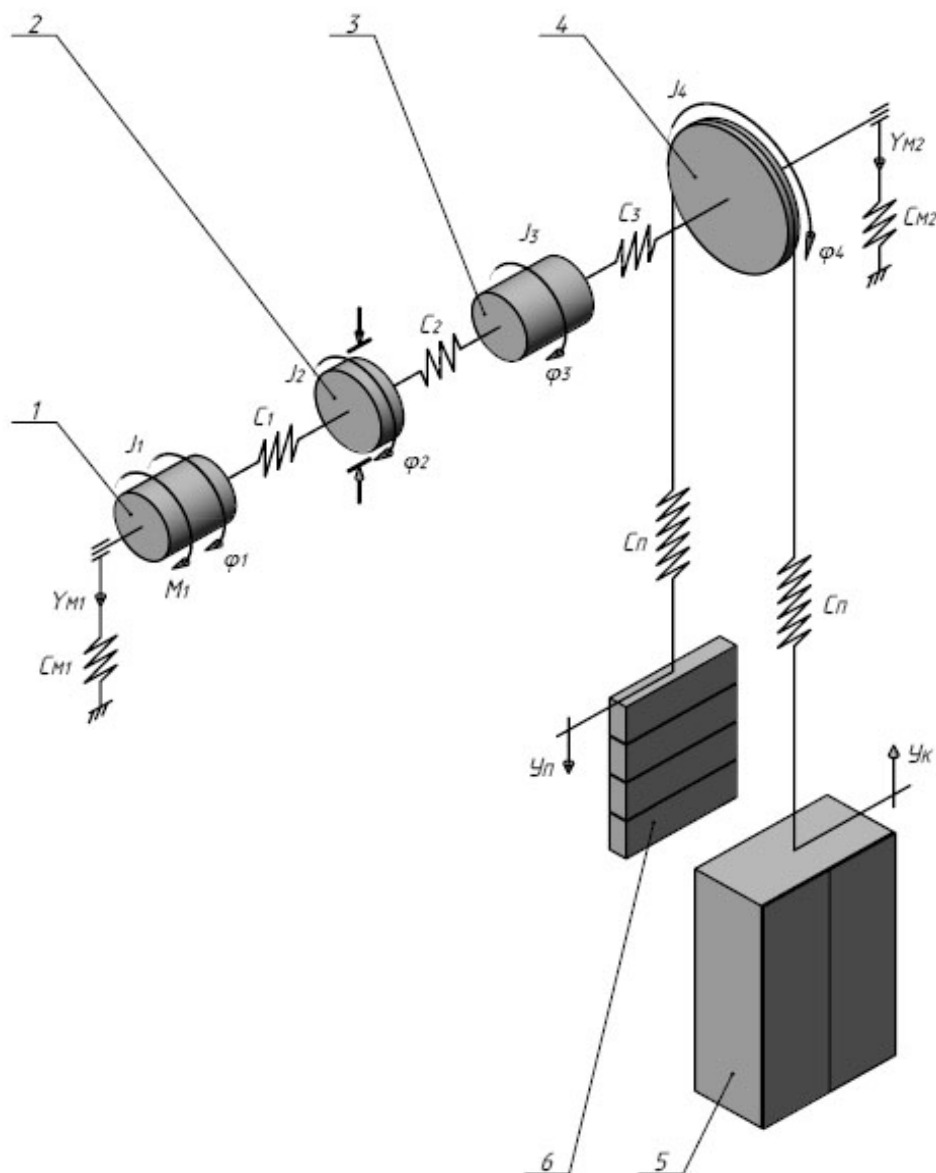


Рисунок 1 – Расчетная динамическая схема подъемного механизма пассажирского лифта

На схеме рис. 1 показаны: 1- первая расчетная масса, 2 – вторая расчетная масса, 3 – третья расчетная масса, 4 – канатоведущий шкив (КВШ), 5 - кабина с грузом, 6 – противовес.

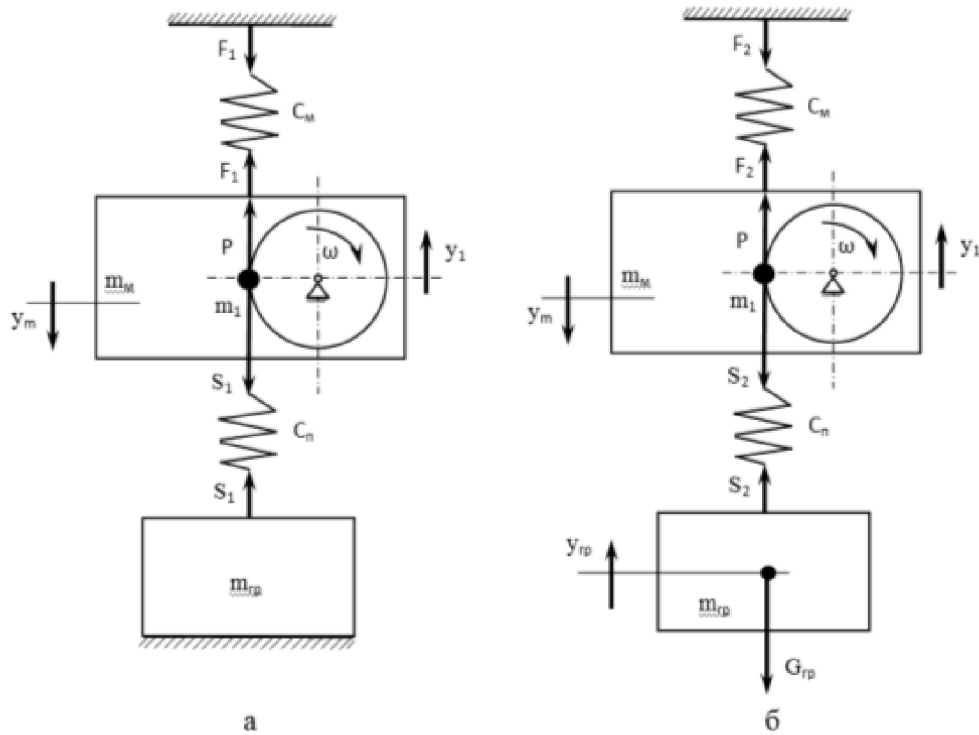


Рисунок 2 - Расчетная схема механической системы "лебедка-груз" в доотрывной (2а) и послеотрывной (2б) стадиях движения

Приведенное движущее усилие двигателя лифтовой лебедки

$$P = 2M \frac{i_p \eta_{\text{мех}} a}{D_m + d}, \quad (3)$$

где  $M$  – момент двигателя подъемного механизма, Нм;  $i_p$  – передаточное число редуктора подъемного механизма, о.е.;  $\eta_{\text{мех}}$  – КПД подъемного механизма, о.е.;  $a$  – кратность полиспаста, о.е.;  $D_m$  – диаметр канатоведущего шкива, м;  $d$  – диаметр каната, м.

Приняв допущение линейности рабочих участков механических характеристик асинхронных электродвигателей, может быть определена зависимость изменения движущего усилия на данном этапе

$$P = P_0 - \beta \dot{y}_1, \quad (4)$$

где  $P_0$  – усилие в момент пуска двигателя лебедки, Н;  $\dot{y}_1$  – скорость приведенной массы вращающихся частей лифтового подъемного механизма, м/с;  $\beta$  – коэффициент жесткости механической характеристики, Нс/м.

$$\beta = \eta_{\text{мех}} \frac{2M_0}{\pi n_0} \left( \frac{i_p a}{D_m + d} \right)^2, \quad (5)$$

здесь  $M_0$  – пусковой момент на валу двигателя (определяется при условии линейности механических характеристик АД), Нм;  $n_0$  – число оборотов двигателя лебедки, соответствующие его синхронной скорости, об/мин.

Путем подстановки в (1) значений  $S_1$ ,  $F_1$  и  $P$  формируется система дифференциальных уравнений, описывающих движение динамической механической системы на доотрывной стадии

$$\left. \begin{aligned} m_M \ddot{y}_M + (c_1 + c_M) y_M - c_1 y_1 &= 0; \\ m_1 \ddot{y}_1 + \beta \dot{y}_1 + c_1 (y_1 - y_M) &= P_0. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Начальные условия для рассматриваемой стадии движения системы в случае подъема груза с подхватом имеют вид:  $t_1 = 0$ ,  $y_M = 0$ ,  $\dot{y}_M = 0$ ,  $y_1 = 0$ ,  $\dot{y}_1 = (\dot{y}_1)_0$ . При этом  $(\dot{y}_1)_0$  – скорость массы  $m_1$ , соответствующая скорости холостого хода двигателя лебедки, равна

$$(\dot{y}_1)_0 = \frac{\pi n_0 (D_M + d)}{i_p a}. \quad (7)$$

Условием перехода к послеотрывной стадии движения динамической механической системы является равенство

$$(S_1)_1 = G_{гр}, \quad (8)$$

где  $(S_1)_1$  – усилие в подъемных канатах лифта в конце доотрывной стадии.

Послеотрывная стадия. После отрыва груза от основания, движение лифтовой системы описывается уравнениями [1]

$$\left. \begin{aligned} m_M \ddot{y}_M &= S_2 - F_2; \\ m_1 \ddot{y}_1 &= P - S_2; \\ m_{гр} \ddot{y}_{гр} &= S_2 - G_{гр}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Усилие в металлоконструкции и натяжение каната определяются выражениями

$$F_2 = c_M y_M; \quad (10)$$

$$S_2 = c_1 (y_1 - y_M - y_{ад}). \quad (11)$$

С учетом (10, 11) система дифференцированных уравнений (9) может быть записана в следующем виде

$$\left. \begin{aligned} m_M \ddot{y}_M + (c_{п} + c_M) y_M - c_{п} y_1 + c_{п} y_{гр} &= 0; \\ m_1 \ddot{y}_1 + \beta \dot{y}_1 + c_{п} (y_1 - y_M - y_{гр}) &= P_0; \\ m_{гр} \ddot{y}_{гр} - c_{п} (y_1 - y_M - y_{гр}) &= -G_{гр}. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Начальные условия для данной стадии движения  $t_2 = 0$ ,  $y_M = (y_M)_1$ ,  $\dot{y}_M = (\dot{y}_M)_1$ ,  $y_1 = (y_1)_1$ ,  $\dot{y}_1 = (\dot{y}_1)_1$ ,  $y_{гр} = 0$ ,  $\dot{y}_{гр} = 0$ ,

где  $(y_M)_1, (y_1)_1, (\dot{y}_M)_1, (\dot{y}_1)_1$  – перемещения и скорости масс  $m_M$  и  $m_1$  в конце доотрывной стадии движения подъемного механизма лифта.

Численное решение системы дифференциальных уравнений (6) и (12) может быть найдена одним из методов численного интегрирования, например, методом Рунге-Кутты [2]. Для нахождения аналитических зависимостей определения усилий подъемных канатов  $S_1$  и  $S_2$ , примем, что окружная скорость вала двигателя лебедки в процессе подъема кабины и груза с основания при работе на естественной механической характеристике постоянна и равна  $(\dot{y}_1)_0$ , тогда  $y_1 = (\dot{y}_1)_0 t$  и система дифференцированных уравнений (6) превращается в одно уравнение

$$m_M \ddot{y}_M + (c_{II} + c_M) y_M = c_{II} (\dot{y}_1)_0 t, \quad (13)$$

или

$$\ddot{y}_M + \frac{(c_{II} + c_M)}{m_M} y_M = \frac{c_{II}}{m_M} (\dot{y}_1)_0 t. \quad (14)$$

Общее решение линейного неоднородного уравнения (2.41)

$$y_M = A \cos \sqrt{\frac{c_{II} + c_M}{m_M}} t + B \sin \sqrt{\frac{c_{II} + c_M}{m_M}} t + \frac{c_{II}}{c_{II} + c_M} (\dot{y}_1)_0 t. \quad (15)$$

Начальные условия при  $t_1 = 0$ ;  $y_M = 0$ ;  $\dot{y}_M = 0$  и  $A = 0$ ,

$$B = - \frac{\frac{c_{II}}{(c_{II} + c_M)} (\dot{y}_1)_0}{\sqrt{\frac{c_{II} + c_M}{m_M}}}. \quad (16)$$

С учетом (16)

$$y_M = \frac{c_{II}}{c_{II} + c_M} (\dot{y}_1)_0 \left[ t - \frac{1}{\sqrt{\frac{c_{II} + c_M}{m_M}}} \sin \sqrt{\frac{c_{II} + c_M}{m_M}} t \right]. \quad (17)$$

Усилие, действующее на металлоконструкцию лебедки, возникающее при подъеме груза в доотрывной стадии

$$F_1 = c_M y_M. \quad (18)$$

Усилие в подъемных канатах до отрыва груза от основания

$$S_1 = c_{II} (y_1 - y_M), \quad (19)$$

тогда

$$S_1 = \frac{c_{\Pi} (\dot{y}_1)_0}{c_{\Pi} + c_M} \left[ c_M t + c_{\Pi} \frac{\sin \sqrt{\frac{c_{\Pi} + c_M}{m_M}} t}{\sqrt{\frac{c_{\Pi} + c_M}{m_M}}} \right]. \quad (20)$$

В момент отрыва  $(S_1)_1 = G_{гр}$  а, следовательно, продолжительность  $t_1$  доотрывной стадии определяется из уравнения

$$\frac{c_{\Pi} (\dot{y}_1)_0}{c_{\Pi} + c_M} \left[ c_M t_1 + c_{\Pi} \frac{\sin \sqrt{\frac{c_{\Pi} + c_M}{m_M}} t_1}{\sqrt{\frac{c_{\Pi} + c_M}{m_M}}} \right] = G_{гр}. \quad (21)$$

При рассмотрении послеотрывной стадии учитывается, что при  $t_2 = 0$

$$c_{\Pi} (y_1 - y_M - y_{гр}) = G_{гр} + c_{\Pi} (y'_1 - y'_M - y'_{гр}), \quad (22)$$

где  $y'_1, y'_M, y'_{гр}$  отсчитываются от начала послеотрывной стадии и при  $t_2 = 0$  ( $y'_1 = 0, y'_M = 0, y'_{гр} = 0$ ).

В дальнейшем перемещение послеотрывной стадии будет обозначаться через величины  $Y_1, Y_M$  и  $Y_{гр}$ .

Приняв во внимание (22), а так же допустив, что  $P = G_{гр}$  в начале послеотрывной стадии, может быть записана система дифференциальных уравнений (12) в следующем виде

$$\left. \begin{aligned} m_M \ddot{y}_M + c_M y_M - c_{\Pi} (y_1 - y_M - y_{гр}) &= 0; \\ m_1 \ddot{y}_1 + c_{\Pi} (y_1 - y_M - y_{гр}) &= G_{гр}; \\ m_{гр} \ddot{y}_{гр} - c_{\Pi} (y_1 - y_M - y_{гр}) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Для упрощения решения системы предполагается, что динамическая деформация несущей металлоконструкции мало отличается от статической деформации [4], то есть

$$c_M y_M \approx c_{\Pi} (y_1 - y_M - y_{гр}). \quad (24)$$

Это предположение вносит весьма малую ошибку в результат.

Умножая второе уравнение системы (23) на  $m_{гр}$ , а третье уравнение - на  $m_1$  и вычитая после этого из второго уравнения третье, после преобразований

$$m_1 m_{гр} (\ddot{y}_1 - \ddot{y}_{гр}) + (m_1 + m_{гр}) c_{\Pi} (y_1 - y_M - y_{гр}) = m_{гр} G_{гр}. \quad (25)$$

Обозначив  $\frac{c_M c_{II}}{c_M + c_{II}} = c$ , из (24) определяется

$$c_{II} (y_1 - y_M - y_{rp}) = c (y_1 - y_{rp}). \quad (26)$$

Тогда, учитывая (26), уравнение (25) примет вид

$$m_1 m_{rp} (\ddot{y}_1 - \ddot{y}_{rp}) + (m_1 + m_{rp}) c (y_1 - y_{rp}) = m_{rp} G_{rp}, \quad (27)$$

или

$$\ddot{y}_1 - \ddot{y}_{rp} + \frac{m_1 + m_{rp}}{m_1 m_{rp}} c (y_1 - y_{rp}) = \frac{G_{rp}}{m_1}. \quad (28)$$

Общее решение этого уравнения [2]

$$y_1 - y_{rp} = A \cos pt + B \sin pt + (y_1 - y_{rp})^*, \quad (29)$$

где  $p = \sqrt{\frac{m_1 + m_{rp}}{m_1 m_{rp}}}$ ,

$(y_1 - y_{rp})^*$  – частное решение уравнения (28), которое равно

$$(y_1 - y_{rp})^* = \frac{G_{rp}}{m_1} \cdot \frac{(m_1 + m_{rp})c}{m_1 m_{rp}} = \frac{G_{rp} m_{rp}}{(m_1 + m_{rp})c}. \quad (30)$$

Учитывая (30), уравнение (29) может быть записано в виде

$$y_1 - y_{rp} = A \cos pt + B \sin pt + \frac{G_{rp} m_{rp}}{(m_1 + m_{rp})c}. \quad (31)$$

Начальные условия пути  $t_2 = 0$   $y_1 - y_{rp} = 0$ ;  $\dot{y}_1 - \dot{y}_{rp} = (\dot{y}_1)_1$ , так как  $y_{rp} = 0$ . Продифференцировав (30), с учетом того, что скорость  $(\dot{y}_1)_1$  в начале послеотрывной стадии равна  $(\dot{y}_1)_0$ , определяется

$$\dot{y}_1 - \dot{y}_{rp} = -pA \sin pt + pB \cos pt. \quad (32)$$

Подставив из начальных условий  $y_1 - y_{rp} = 0$  в (31) и  $\dot{y}_1 - \dot{y}_{rp} = (\dot{y}_1)_0$  в (32)

$$A = -\frac{G_{rp} m_{rp}}{c(m_1 + m_{rp})}; \quad (33)$$

$$B = \frac{(\dot{y}_1)_0}{\sqrt{\frac{m_1 + m_{rp}}{m_1 m_{rp}} c}}. \quad (34)$$

Приняв во внимание значение выражений  $A$  и  $B$ , из уравнения (31) определяется

$$(y_1 - y_{гр}) = \frac{G_{гр} m_{гр}}{(m_1 + m_{гр})c} (1 - \cos pt) + \frac{(\dot{y}_1)_0}{p} \sin pt. \quad (35)$$

Усилие в подъемных канатах после отрыва груза от основания

$$S_2 = G_{гр} + c(y_1 - y_{гр}) \quad (36)$$

и с учетом (35)

$$S_2 = G_{гр} + \frac{G_{гр} m_{гр}}{m_1 + m_{гр}} (1 - \cos pt) + \frac{c(\dot{y}_1)_0}{p} \sin pt. \quad (37)$$

Определяется максимальное усилие подъемных канатах лифта после отрыва кабины от основания.

Дифференцируя и приравнявая к нулю уравнение (37), определяется

$$\frac{G_{гр} m_{гр}}{m_1 + m_{гр}} p \sin pt + c(\dot{y}_1)_0 \cos pt = 0. \quad (38)$$

Разделив обе части уравнения (38) на  $(\cos pt)$

$$\operatorname{tg} pt = -\frac{c(\dot{y}_1)_0}{p} \frac{(m_1 + m_{гр})}{G_{гр} m_{гр}} \quad (39)$$

тогда

$$pt = \operatorname{arctg} \left[ -\frac{c(\dot{y}_1)_0}{p} \frac{(m_1 + m_{гр})}{G_{гр} m_{гр}} \right]. \quad (40)$$

Подставив значение  $(pt)$  из (40) в (37), находится максимальное значение усилия в подъемных канатах после отрыва кабины от основания

$$S_{2\max} = G_{гр} + \frac{G_{гр} m_{гр}}{m_1 + m_{гр}} \left\{ 1 - \cos \operatorname{arctg} \left[ -\frac{c(\dot{y}_1)_0}{p} \frac{(m_1 + m_{гр})}{G_{гр} m_{гр}} \right] \right\} + \dots \rightarrow \quad (41)$$

$$\rightarrow \dots + \frac{c(\dot{y}_1)_0}{p} \sin \operatorname{arctg} \left[ -\frac{c(\dot{y}_1)_0}{p} \frac{(m_1 + m_{гр})}{G_{гр} m_{гр}} \right].$$

Коэффициент полезного действия лебедки лифта за время пуска, с учетом приведенной жесткости каната  $C_{п}$  и металлоконструкции  $C_{м}$ , может быть определен как

$$\eta_{лп} = \frac{W_{гр} + A_{гр}}{S_{2\max} h_k}, \quad (42)$$

где  $h_k$  – путь, который проходит кабина за время пуска, м.

Анализ выражений (41) и (42) показывает, что на величину коэффициента полезного действия лебедки лифта во время пуска



---

оказывают влияние массы всех подвижных частей лебедки, а также жесткость каната. Для повышения КПД лебедки лифта во время пуска необходимо уменьшить массу подвижных частей лебедки и уменьшить жесткость каната.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Семенюк, В.Ф. Ограничители грузоподъемности мостовых кранов. Учебное пособие / В. Ф. Семенюк. — Одесса: ОПИ, 1991. — 114 с.
2. Будіков, Л. Я. Багатопараметричний аналіз динаміки вантажопідйомних кранів мостового типу / Л. Я. Бутіков. — Луганськ: СНУ ім. Даля, 2003. — 210 с.
3. Лобов Н.А. Динамика грузоподъемных кранов. М. Машиностроение, 1987. – 160 с.: ил.
4. Комаров, М. С. Динамика грузоподъемных машин / М. С. Кома-ров — М - К.: Южное отделение машгиза, 1962. — 267 с.