

УДК 62-50

С. А. Бобриков, Е. Д. Пичугин, кандидаты техн. наук

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ НЕПРЕРЫВНОЙ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ УПРАВЛЯЮЩЕГО УСТРОЙСТВА В ДИСКРЕТНУЮ

Аннотация. Рассмотрен метод преобразования непрерывной передаточной функции управляющего устройства в дискретную. Показано, что погрешность преобразования зависит от точности представления коэффициентов дискретной передаточной функции. Приведены зависимости между погрешностью преобразования, числом десятичных разрядов коэффициентов и числом шагов дискретного переходного процесса.

Ключевые слова: система управления, запаздывание, управляющее устройство, непрерывная и дискретная передаточные функции, погрешность преобразования, коэффициенты дискретной передаточной функции, точность представления коэффициентов

S. A. Bobrikov, PhD., E. D. Pichugin, PhD

TRANSFORMATION OF MANAGING DEVICE CONTINUOUS TRANSMISSION FUNCTION IN DISCRETE

Abstract. The method of transformation of continuous transmission function of managing device is considered in discrete. It is shown that the error of transformation depends on exactness of presentation of coefficients to the discrete transmission function. Dependencies over are brought between the error of transformation, number of decimal digits of coefficients and number of steps of discrete transient.

Keywords: control system, delay, managing device, transmission functions continuous and discrete, error of transformation, coefficients of discrete transmission function, exactness of presentation of coefficients

С. А. Бобриков, Е. Д. Пичугин, кандидаты техн. наук

ПРЕТВОРЕННЯ БЕЗПЕРЕРВНОЇ ПЕРЕДАВАЛЬНОЇ ФУНКЦІЇ ПРИСТРОЮ, ЩО УПРАВЛЯЄ, В ДИСКРЕТНУ

Анотація Розглянуто метод претворення безперервної передавальної функції керуючого пристрою в дискретну. Показано, що похибка претворення залежить від точності подання коефіцієнтів дискретної передавальної функції. Наведено залежності між похибкою претворення, числом десяткових розрядів коефіцієнтів і числом кроків дискретного перехідного процесу.

Ключові слова: система управління, запізнювання, керуючий пристрій, безперервна і дискретна передавальні функції, похибка претворення, коефіцієнти дискретної передавальної функції, точність подання коефіцієнтів

Введение. Для расчета цифрового управляющего устройства могут быть использованы методы, разработанные для расчета непрерывных систем. При этом полагают, что период квантования непрерывного сигнала в дискретный может быть выбран достаточно малым, по сравнению с постоянными времени непрерывной части системы и поэтому свойства дискретной системы будут мало отличаться от свойств исходной непрерывной системы [1, 2].

Порядок вычислений сводится к следующему. Сначала управляющее устройство рассчитывают как непрерывное, а затем непрерывную передаточную функцию управляющего устройства преобразуют в дискретную, используя подстановку

$$P = \frac{2(Z-1)}{T(Z+1)}, \quad (1)$$

где T – шаг квантования непрерывного сигнала в дискретный. Очевидно, чем меньше шаг квантования, тем меньше дискретная система отличается от непрерывной.

Современные цифровые вычислительные устройства имеют высокое быстродействие, что позволяет выбирать шаг квантования достаточно малым.

Отметим следующие особенности преобразования непрерывного сигнала в дискретный цифровым вычислительным устройством. Непрерывный сигнал квантуется не только по времени, но и по уровню. Ошибка квантования по уровню определяется ценой младшего разряда цифрового вычислительного устройства. Так как алгоритм работы цифрового регулятора основан на использовании рекуррентных уравнений, т.е.

© Бобриков С.А., Пичугин Е.Д., 2013

расчет на каждом шаге определяется результатом расчета на предыдущих шагах, то ошибка квантования сигнала по уровню нарастает от шага к шагу. Если число шагов велико, то малая ошибка на каждом шаге может привести к недопустимой погрешности в конце переходного процесса. Таким образом, при преобразовании непрерывной передаточной функции в дискретную возникает задача оценки конечной ошибки, её связи с числом шагов вычислений и с начальной ошибкой, зависящей от числа разрядов вычислителя.

Число шагов переходной характеристики определяется временем переходного процесса и шагом квантования непрерывных сигналов по времени T . Как уже отмечено выше, чем меньше T , тем меньше дискретная система по своим свойствам отличается от непрерывной системы. Но при уменьшении периода квантования увеличивается число шагов в переходной характеристике и, следовательно, увеличивается результирующая погрешность, определяемая квантованием непрерывного сигнала по уровню.

При использовании преобразования (1) возникают вопросы: 1) можно ли округлять коэффициенты дискретной передаточной функции, если да, то до какой степени (сколько десятичных разрядов можно отбросить, а сколько нужно оставить); 2) всегда ли нужно стремиться к тому, чтобы шаг квантования по времени был как можно меньше (исходя из возможностей процессора), или есть какой-то разумный предел уменьшения шага квантования.

Предмет исследования. Предметом исследования выбрана цифровая система автоматического регулирования, заданная часть которой описывается дифференциальным уравнением третьего порядка и транспортным запаздыванием. Использован метод расчета цифрового регулятора [8], основанный на представлении результирующей передаточной функции разомкнутой системы, включающей цифровую управляющую часть и заданную непрерывную часть системы, в следующем виде (желаемая передаточная функция):

$$K_{жс}(P) = \frac{K_c e^{-P\tau}}{P}. \quad (2)$$

В соответствии с методом определяется непрерывная передаточная функция управляющего устройства, а затем, путем подстановки в непрерывную передаточную функцию из формулы (1) – дискретная передаточная функция.

Характер исследований – моделирование в системе MATLAB-Simulink.

Цель исследования

1. Определение зависимости погрешности вычислений переходной характеристики от числа шагов переходной характеристики и от числа десятичных разрядов коэффициентов дискретной передаточной функции.

2. Определение допустимой минимальной величины шага квантования непрерывного сигнала по времени, при котором результирующая ошибка расчета переходной характеристики не превышала бы допустимой величины.

Содержание и суть исследования. Для решения поставленной задачи рассмотрена система, заданная часть которой описывается линейным дифференциальным уравнением третьего порядка и транспортным запаздыванием. Такой системой может быть, в частности, система регулирования температуры печи, структурная схема которой представлена на рис.1.

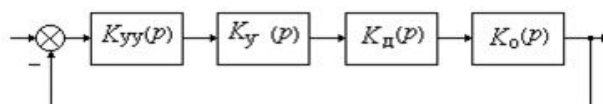


Рис. 1. Структурная схема системы с непрерывным управляющим устройством

Заданная часть системы включает в себя объект регулирования $K_o(p)$, регулирующий орган с исполнительным двигателем $K_d(p)$, и усилитель мощности $K_y(p)$. Последовательно с заданной частью системы включено управляющее устройство $K_{yy}(P)$. Передаточные функции звеньев заданной части системы имеют вид:

$$K_o(p) = \frac{K_o e^{-\tau p}}{T_o p + 1}, \quad K_d(p) = \frac{K_d}{T_{дв} p + 1},$$

$$K_y(p) = \frac{K_y}{T_y p + 1}.$$

Для расчета управляющего устройства использован метод [6,8], основанный на том, что управляющее устройство вместе с заданной частью системы образуют желаемую систему с передаточной функцией (2). Качество системы определяется произведением $K_c \tau$. На рис. 2 приведены графики зависимости максимального перерегулирования σ_{max} и интегральной квадратичной оценки I_2 переходной характеристики от произведения $K_c \tau$ [6].

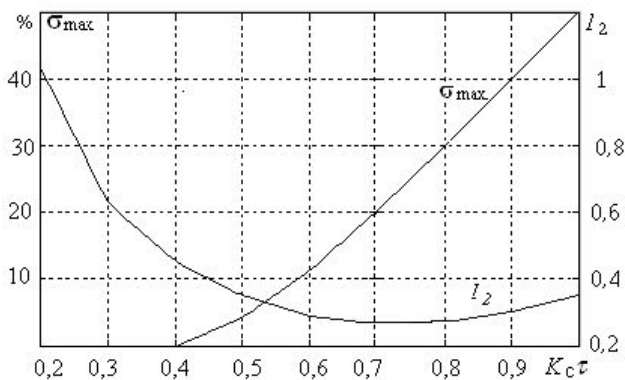


Рис. 2. Графики зависимости максимального перерегулирования и интегральной квадратичной оценки от произведения $K_c \tau$

Передаточная функция заданной части системы

$$K_3(p) = \frac{K_3 e^{-P\tau}}{(T_y p + 1)(T_{дв} p + 1)(T_o p + 1)}, \quad (3)$$

где $K_3 = K_y K_d K_o$.

Передаточная функция желаемая имеет вид (2). Разделив (2) на (3), получим непрерывную передаточную функцию последовательного управляющего устройства:

$$K_{\text{доо}}(P) = \frac{K_{\text{доо}}(\delta + 1)(\delta + 1)(\delta + 1)}{\delta(T_A \delta + 1)^2}, \quad (4)$$

где $K_{yu} = K_c / K_3$. Для того чтобы обеспечить реализуемость управляющего устройства, в знаменатель передаточной функции (4) введены две дополнительные постоянные времени T_d . Величина дополнительных постоянных времени определяется из соотношения $T_d \leq 0,1 T_{\min}$, где T_{\min} – минимальная постоянная времени заданной части системы.

Выберем настройку управляющего устройства так, чтобы перерегулирование при единичном ступенчатом входном сигнале не превышало 5 %, а интегральный квадратичный критерий был близок к минимуму. При этом произведение $K_c \times \tau = 0,45$ (рис. 2).

Путем моделирования в системе MATLAB-Simulink проведен ряд исследований указанных систем с различными постоянными времени (0,1–10) с и с постоянной времени запаздывания $\tau = (0,1–5)$ с.

Рассмотрим конкретный пример. Пусть $T_o = 5$ с, $T_{дв} = 0,5$ с, $T_y = 0,15$ с, $\tau = 0,2$ с, $K_3 = 1$.

Выбираем величину дополнительных постоянных времени $T_d = 0,01$ с. При этом передаточная функция, желаемая с учетом дополнительных постоянных времени имеет вид:

$$K_{\text{д}}(p) = \frac{2,25 e^{-0,2p}}{p(0,01 \delta + 1)^2}. \quad (5)$$

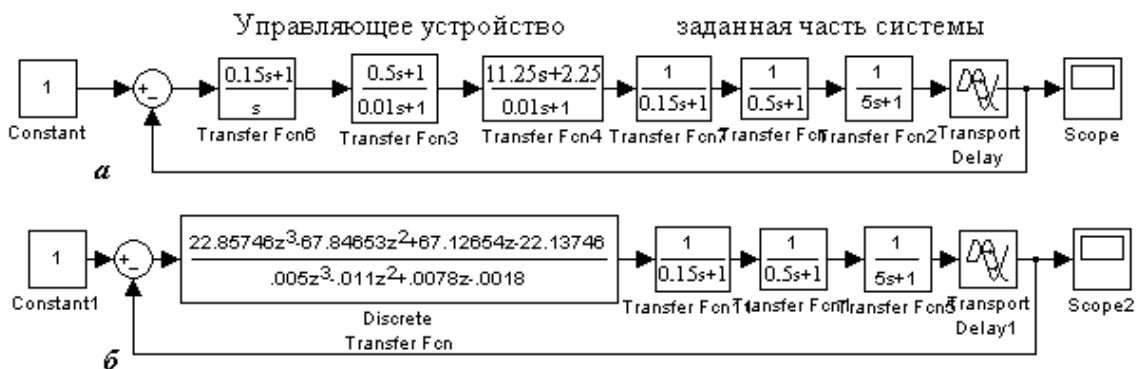


Рис. 3. Модели системы:
 а – с непрерывным регулятором; б – с дискретным

Передаточная функция непрерывного управляющего устройства

$$K_{yy}(p) = \frac{2,25(0,15p+1)(0,5p+1)(5p+1)}{p(0,01p+1)^2}. \quad (6)$$

Для контроля правильности определения параметров управляющего устройства проведено моделирование системы с непрерывным управляющим устройством. Схема модели в системе MATLAB-Simulink приведена на рис. 3.

Для определения дискретной передаточной функции регулятора в передаточную функцию (6) делаем подстановку (1). Шаг квантования выбран $T=0,01$ с. В результате получаем:

$$K_{yy}(Z) = \frac{S_3Z^3 + S_2Z^2 + S_1Z + S_0}{G_3Z^3 + G_2Z^2 + G_1Z + G_0},$$

где $S_0=-6,453290$; $S_1=19,94821$;
 $S_2=-20,54670$; $S_3=7,051794$; $G_0=-0,0002$;
 $G_1=0,0014$; $G_2=-0,003$; $G_3=0,0018$.

Коэффициенты дискретной передаточной функции определены с точностью – 7 десятичных разрядов. На рис. 4 приведены результаты моделирования системы с непрерывным регулятором (кривая 1) и с дискретным регулятором при разных числах десятичных разрядов в коэффициентах дискретной передаточной функции. При семи разрядах переходная характеристика в дискретной системе полностью совпадает с переходной характеристикой в непрерывной системе (кривая 1). При шести разрядах (кривая 2) характеристика существенно отличается от кривой 1. Как следует из кривой 2, уменьшение числа разрядов до 6 в данном случае недопустимо, потому что при этом свойства системы существенно изменяются и не отвечают заданным показателям качества.

Если число десятичных разрядов уменьшить до пяти (кривая 3), то система становится неустойчивой.

Для выяснения вопроса, до какой степени можно уменьшать шаг квантования, рассмотрим ту же систему при условии, что шаг квантования $T=0,001$ с. Результаты моделирования приведены на рис. 5.

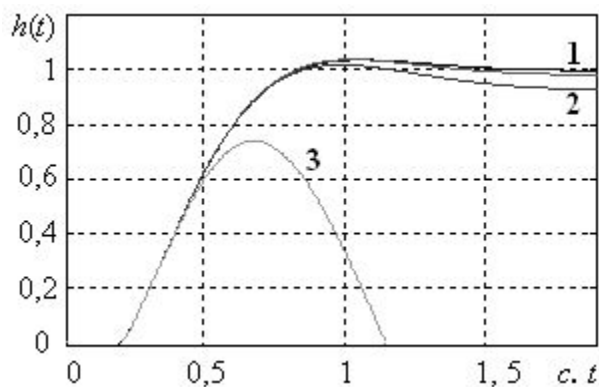


Рис.4. Переходная характеристика в непрерывной системе и переходные характеристики в дискретной системе ($T=0,01$ с.):

1 – семь разрядов; 2 – шесть; 3 – пять

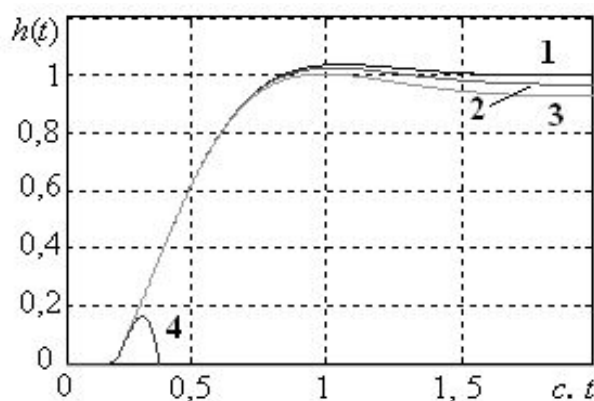


Рис. 5. Переходная характеристика в непрерывной системе и переходные характеристики в дискретной системе ($T=0,001$ с):

1 – девять разрядов; 2 – восемь; 3 – семь; 4 – шесть

Из графиков рис.5 видно, что полное совпадение переходных характеристик в непрерывной системе и в дискретной имеет место при числе десятичных разрядов в коэффициентах дискретной передаточной функции равном девяти, что соответствует тысяче шагов переходного процесса. При восьми разрядах (кривая 2) переходная характеристика уже отличается от кривой 1. При семи разрядах (кривая 3) динамические свойства системы существенно изменились. При шести разрядах (кривая 4) система неустойчива.

С помощью графиков рис.5 (построенных в увеличенном масштабе) была опреде-

лена зависимость между числом шагов вычислителя за время переходного процесса n , числом десятичных разрядов в коэффициентах дискретной передаточной функции и погрешностью вычислений. Погрешность определялась на каждом шаге вычислений по формуле

$$\Delta = \frac{y_f - y_d}{y_f} 100,$$

где y_n – значение выходной величины на данном шаге в непрерывной системе, y_d – значение выходной величины на том же шаге в дискретной системе. Результаты вычислений представлены на рис. 6.

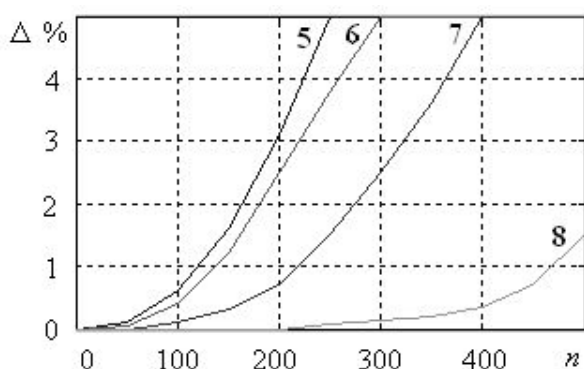


Рис.6. Зависимость ошибки округления коэффициентов дискретной передаточной функции от числа шагов вычислителя.

Цифрами указано число десятичных разрядов

Пользуясь кривыми рис.6, можно оценить число десятичных разрядов, которое необходимо принять при условии, что известно примерно число шагов переходного процесса. Число шагов n может быть определено, если известно время переходного процесса и шаг квантования.

Выводы

1. Точность преобразования непрерывной передаточной функции в дискретную зависит от точности представления коэффициентов дискретной передаточной функции и от числа шагов переходного процесса в системе управления. При выборе шага квантования и оценки времени переходного процесса (числа шагов переходного процесса) можно определить с помощью графиков рис.6 число разрядов в коэффициентах дискретной передаточной функции, когда по-

грешность преобразования не превысит допустимой величины.

2. При выборе шага квантования непрерывного сигнала по времени следует учитывать, что чем меньше шаг квантования, тем больше число шагов в переходном процессе и тем больше будет результирующая ошибка, вызванная квантованием сигнала по уровню.

Отсюда следует, что допустимая минимальная величина шага квантования непрерывного сигнала по времени определяется максимальным числом десятичных разрядов в дискретной передаточной функции и числом шагов переходного процесса.

Список использованной литературы

1. Бесекерский, В. А. Теория систем автоматического регулирования / В. А. Бесекерский, Е. П. Попов. – М. : Наука. – 1972. – С. 695 – 719.
2. Батоврин, А. А. Цифровые следящие системы судовой автоматики [А. А. Батоврин, П. Г. Дашевский, В. Д. Лебедев, Б. А. Марков, Н. И. Чичерин]. – Л. : Судостроение, 1972. – 445 с.
3. Ситников, В. С. Оценка верхней границы ошибок квантования в цифровом фильтре с фиксированной точкой / В. С. Ситников // ХГТУ: Автоматика, автоматизация, электротехнические комплексы и системы. – № 1(11). – 2003.
4. Бобриков, С. А. Расчет цифрового управляющего устройства для линейного объекта с запаздыванием / С. А. Бобриков, А. Б. Воевода, Т. А. Лебедева // ХГТУ: Автоматика, автоматизация, электротехнические комплексы и системы. – № 2(16). – 2005.
5. Ситников, В. С. Анализ коэффициентов перестраиваемого цифрового фильтра нижних частот второго порядка / В. С. Ситников, А. А. Брус // ХГТУ: Автоматика, автоматизация, электротехнические комплексы и системы. – № 1(17). – 2006.
6. Бобриков, С. А. Оптимальная настройка ПИ-регулятора с одноемкостным объектом / С. А. Бобриков, Е. Д. Пичугин // Электромашиностроение и электрооборудование. – К. : Техніка. – 2009. – № 72. – С.179 – 181.

7. Бобриков, С. А. Использование логарифмических частотных характеристик при расчете цифровых систем управления / С. А. Бобриков, Е. Д. Пичугин // *Электромашиностроение и электрооборудование*. – К. : Техніка. – 2009. – № 74. – С.70 – 74.

8. Бобриков, С. А. Оптимальная настройка цифрового регулятора для объекта высокого порядка с запаздыванием / С. А. Бобриков, Е. Д. Пичугин // *Электромашиностроение и электрооборудование*. – К. : Техніка. – 2010. – № 75. – С.57 – 61.

9. Бобриков, С. А. Оптимальное цифровое управляющее устройство в системе с запаздыванием при заданном коэффициенте усиления / С. А. Бобриков, Е. Д. Пичугин // *Электротехнические и компьютерные системы*. – К. : Техніка. – 2010. – № 1(77). – С.49 – 52.

10. Рабинер, Л. Теория и применение цифровой обработки сигналов / Л. Рабинер, Б. Гоулд. – М. : Мир, 1978. – 848 с.

Получено 20.02.2013

References

1. Besekersky, V. A. The theory of automatic control systems / V. A. Besekersky, E. P. Popov. – Moscow : Science. – 1972. – P. 695 – 719 [in Russian].

2. Batovrin, A. A. Digital servo system of ship automation [A. A. Batovrin, P. G. Dashevskii, V. Lebedev, B. A. Markov, N. I. Tchitcherin]. – Leningrad : "Shipbuilding", 1972. – 445 [in Russian].

3. Sitnikov, V. S. Estimate the upper limit of quantization errors in digital filters with fixed-point / V. S. Sitnikov // *HGTU: Automation, automation, electrical systems and systems*. – № 1 (11). – 2003 p. [in Russian].

4. Bobrikov, S. A. The calculation of the digital control device for a linear object with delay / S. A. Bobrikov, A. B. Governor, T. A. Lebedeva // *HGTU: Automation, automation, electrical systems and systems*. – 2005. – № 2 (16) [in Russian].

5. Sitnikov, V. S. Analysis coefficients perestraivemogo digital lowpass filter of second order / V. S. Sitnikov, A. A. Bruce // *HGTU: Automation, automation, electrical systems and systems*. – № 1 (17). – 2006. [in Russian]

6. Bobrikov, S. A. The optimal configuration of the PI controller with odnoemkostnym object / S. A. Bobrikov, D. E. Pichugin // *Electrical mashinostroenie and electrical equipment*. – Kiev: Tehnika. – 2009. – № 72. – P.179 – 181 [in Russian].

7. Bobrikov, S. A. Using a logarithmic frequency characteristics in the calculation of digital control systems / S. A. Bobrikov, D. E. Pichugin // *Electrical mashinostroeni and electrical equipment*. – Kiev : Tehnika. – 2009. – № 74. – P.70 – 74 [in Russian]

8. Bobrikov, S. A. The optimal configuration of a digital controller for an object of high order delay / S. A. Bobrikov, E. D. Pichugin // *Electrical machinery and electrical equipment*. – Kiev : Tehnika. – 2010. – № 75. – P.57 – 61[in Russian]

9. Bobrikov, S. A. Optimal digital control unit in the system of delay for a given gain / S. A. Bobrikov, E. D. Pichugin // *Electrical and computer systems*. Kiev : Tehnika. – 2010. - № 1 (77). – P.49 – 52 [in Russian].

10. Rabiner, L. Theory and application of digital signal processing / L. Rabiner, B. Gould. – Moscow :Verlag, 1978. – 848 p. [in Russian].



Бобриков Сергей Александрович,
доц. каф. «Компьютерные системы управления»
Одесского нац. политехн. ун-та,
т. 688770



Пичугин Евгений Дмитриевич,
проф. каф. «Компьютерные системы управления»
Одесского нац. политехн. ун-та,
т. 7778045