

УДК 62-83.

Р. П. Герасимьяк, д-р техн. наук,
В. В. Субботин

АНАЛИЗ ПОВЕДЕНИЯ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ДВУХМАССОВОЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЧАСТЬЮ

Аннотация. Рассмотрены процессы, происходящие при выборе зазора в зубчатых передачах. Даны основные соотношения для определения коэффициента динамичности, характеризующего интенсивность нагрузки в передачах, без учета диссипации. Предложены способы демпфирования всплесков упругого момента во время выбора зазора.

Ключевые слова: электромеханическая система, зазор в передаче, коэффициент динамичности.

R. P. Gerasymiak, Sc.D.,
V. V. Subbotin

DUAL-MASS MECHANICAL PART ELECTROMECHANICAL SYSTEM BEHAVIOR ANALYSIS

Abstract. Processes that occur during the selection of the gap are considered. The basic relations for determination of dynamical coefficient without dissipation are given. It characterizes the intensity of the load in kinematic transmissions. Methods of damping elastic torque are proposed.

Keywords: electromechanical system, gap, dynamical coefficient.

Р. П. Герасимьяк, д-р техн. наук,
В. В. Субботин

АНАЛІЗ ПОВЕДІНКИ ЕЛЕКТРОМЕХАНИЧНОЇ СИСТЕМИ З ДВОМАСОВОЮ МЕХАНИЧНОЮ ЧАСТИНОЮ

Анотація. Розглянуто процеси, що відбуваються під час вибору зазору в кінематичних передачах, наведені залежності для визначення коефіцієнта динамічності, що характеризує інтенсивність навантаження в передачах, без врахування дисипації. Запропоновано способи демпфування піків пружного моменту під час вибору зазору.

Ключові слова: електромеханічна система, зазор у передачі, коефіцієнт динамічності.

Наиболее распространенной в технике является электромеханическая система (ЭМС), приведенная к двухмассовой механической части (ДМЧ). Для ряда механизмов, у которых динамический момент много больше статического и момент инерции механизма превышает момент инерции двигателя в несколько раз, существенное влияние оказывают такие особенности зубчатых передач как неравномерность хода, создаваемая зубчатым зацеплением, и наличие зазоров в зубчатом зацеплении [3].

Проанализируем процессы, протекающие при пуске двигателя в ЭМС с ДМЧ с зазором δ . Расчетная схема ДМЧ приведена на рис. 1. На нем J_1 , J_2 моменты инерции двигателя и рабочего органа, c_{12} – жесткость упругой связи передаточного устройства, M_1 , M_C – моменты двигателя и статический, ω_1 , ω_2 , φ_1 , φ_1' , φ_2 – соответствующие угловые скорости и перемещения.

© Герасимьяк Р.П., Субботин В.В., 2012

Рассмотрим процессы пуска двигателя с постоянным моментом. Последний обеспечивается специальным исполнением двигателя или за счет системы управления, применение которой позволяет формировать требуемый момент.

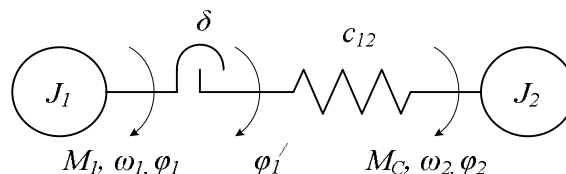


Рис. 1. Расчетная схема ДМЧ с зазором

Известно [1], что в идеальном случае для схемы рис. 1 зазор периодически замыкается и размыкается. Условимся этапам движения, во время которых зазор разомкнут и каждая масса движется независимо, присваивать нечетные номера, а этапам, во время которых зазор замкнут и массы связаны через упру-

гую связь, – четные. Анализ на этом этапе проведем при допущении, что потери на вязкое трение отсутствуют.

В общем случае рассмотрим нечетные этапы движения.

Зазор разомкнут, массы не связаны между собой. Момент, развиваемый двигателем M_1 , приводит в движение первую массу с моментом инерции J_1 . Если момент M_c активный, то вторая масса приходит в движение, а механическая система описывается системой уравнений (момент M_c принят тормозным)

$$\begin{cases} M_1^{(1)} = J_1 \frac{d^2 \varphi_1}{dt^2} \\ -M_c^{(1)} = J_2 \frac{d^2 \varphi_2}{dt^2} \end{cases} \quad (1)$$

Решение системы при нулевых начальных условиях

$$\begin{cases} \varphi_1 = \frac{M_1^{(1)}}{2J_1} t^2 \\ \varphi_2 = \frac{-M_c^{(1)}}{2J_2} t^2 \end{cases} \quad (2)$$

На нечетных этапах справедливо равенство $\varphi_1' = \varphi_2'$. Этап заканчивается, когда выполняется условие $\varphi_1 - \varphi_2 = \delta/2$, т. е. разность углов поворота первой и второй масс равна половине зазора. Длительность протекания этапа

$$t_1 = \sqrt{\frac{\delta J_1 J_2}{M_1^{(1)} J_2 + M_c^{(1)} J_1}} \quad (3)$$

После выбора зазора справедливы начальные условия для скоростей и для углов поворота каждой массы. Так, решение (1) относительно скоростей

$$\begin{cases} \omega_1 = \frac{M_1^{(1)}}{J_1} t \\ \omega_2 = -\frac{M_c^{(1)}}{J_2} t \end{cases} \quad (4)$$

Тогда после окончания первого этапа справедливы следующие начальные условия для второго этапа по скорости

$$\begin{cases} \omega_1(0_-) = \frac{M_1^{(1)}}{J_1} \sqrt{\frac{\delta J_1 J_2}{M_1^{(1)} J_2 + M_c^{(1)} J_1}} \\ \omega_2(0_-) = -\frac{M_c^{(1)}}{J_2} \sqrt{\frac{\delta J_1 J_2}{M_1^{(1)} J_2 + M_c^{(1)} J_1}} \end{cases} \quad (5)$$

и по углам поворота

$$\begin{cases} \varphi_1(0_-) = \frac{\delta}{2} \times \frac{M_1^{(1)} J_2}{M_1^{(1)} J_2 + M_c^{(1)} J_1} \\ \varphi_2(0_-) = -\frac{\delta}{2} \times \frac{M_c^{(1)} J_1}{M_1^{(1)} J_2 + M_c^{(1)} J_1} \end{cases} \quad (6)$$

Если M_c носит реактивный характер, то необходимо учитывать величину скорости второй массы. Так, если это первый этап и вторая масса неподвижна, то в выражениях (2)-(6) слагаемые, содержащие M_c , равны нулю.

На четном этапе движения зазор выбран, массы связаны упругой связью. Система уравнений, описывающая движение масс,

$$\begin{cases} M_1^{(2)} - c_{12} (\varphi_1' - \varphi_2') = J_1 \frac{d^2 \varphi_1}{dt^2} \\ c_{12} (\varphi_1' - \varphi_2') - M_c^{(2)} = J_2 \frac{d^2 \varphi_2}{dt^2} \end{cases} \quad (7)$$

Перепишем (7) относительно момента упругой связи $M_{12} = c_{12} (\varphi_1' - \varphi_2')$:

$$\frac{1}{\Omega^2} \frac{d^2 M_{12}}{dt^2} + M_{12} = M_{12cp} \quad (8)$$

где $\Omega = \sqrt{c_{12} \frac{J_2 + J_1}{J_1 J_2}}$ – угловая частота свободных колебаний ДМЧ.

Начальные условия для (8):

$$M_{12}(0_-) = c_{12} \varphi_{12} = 0$$

$$\left. \frac{dM_{12}}{dt} \right|_{t=0} = c_{12} \omega_{12} = c_{12} \sqrt{\delta \frac{M_1^{(1)} J_2 + M_c^{(1)} J_1}{J_1 J_2}},$$

где

$$\varphi_{12} = \varphi_1'(0_-) - \varphi_2'(0_-) \quad (9)$$

$$\omega_{12} = \omega_1(0_-) - \omega_2(0_-) . \quad (10)$$

Общее решение (8) представляет собой сумму двух незатухающих гармонических колебаний:

$$M_{12} = \frac{M_1^{(2)}J_2 + J_1M_C^{(2)}}{J_1 + J_2}(1 - \cos \Omega t) + \frac{c_{12}\omega_{12}}{\Omega} \sin \Omega t \quad (11)$$

Сложив колебания, можно переписать (11) в виде

$$M_{12} = M_{12\max} \sin(\Omega t - \psi) + M_{12\text{cp}}, \quad (12)$$

где $M_{12\text{cp}} = \frac{M_1^{(2)}J_2 + J_1M_C^{(2)}}{J_1 + J_2}$ – среднее значение момента упругой связи, действующее на четном этапе, определяющее среднее ускорение второй массы. Из (12) находим амплитуду гармонической составляющей момента упругой связи

$$M_{12\max} = \sqrt{M_{12\text{cp}}^2 + \left(\frac{\omega_{12}c_{12}}{\Omega}\right)^2}$$

и начальную фазу гармонической составляющей момента упругой связи

$$\psi = \arctg\left(\frac{\Omega M_{12\text{cp}}}{\omega_{12}c_{12}}\right)$$

Определим пиковое значение упругого момента в течение второго этапа

$$M_{12\text{пик}} = M_{12\text{cp}} \left(1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\omega_{12}c_{12}}{\Omega M_{12\text{cp}}}\right)^2}\right) . \quad (13)$$

Так как на втором этапе момент упругой связи описывается гармонической функцией с постоянной составляющей, то её максимум приходится через четверть периода основной гармоники плюс начальная фаза.

Время достижения максимума момента упругой связи

$$t_{\max} = \frac{1}{\Omega} \left(\frac{\pi}{2} + \psi\right) . \quad (14)$$

Длительность этапа может быть рассчита-

$$t_{II} = \frac{2}{\Omega} \left(\frac{\pi}{2} + \psi\right) \quad (15)$$

Когда зазор снова разомкнется, будет справедлива система (1), решением которой оказывается система (2) со своими начальными условиями.

Оценивать пик упругого момента будем по коэффициенту динамичности [1-3], который равен отношению пика момента упругости на втором этапе к среднему значению момента, передаваемого через передачу при разгоне $M_{12\text{cp.баз}}$:

$$K_{\text{дин}} = \frac{M_{12\text{cp}}}{M_{12\text{cp.баз}}} \left(1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\omega_{12}c_{12}}{\Omega M_{12\text{cp}}}\right)^2}\right) , \quad (16)$$

где $M_{12\text{cp.баз}} = \frac{M_{II}J_2 + J_1M_C^{(2)}}{J_1 + J_2}$ – значе-

ние момента упругой связи при разгоне второй массы, когда двигатель развивает реальный пусковой момент M_{II} , требуемый технологическим процессом. Если уменьшать момент, развиваемый двигателем на первом этапе движения, а в момент выбора зазора увеличить его до значения M_{II} , то (16) примет вид [1]

$$K_{\text{дин}} = 1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\omega_{12}c_{12}}{\Omega M_{12\text{cp.баз}}}\right)^2} \quad (17)$$

При таком способе управления изменение пика упругого момента в (17) может определяться только величиной ω_{12} .

Если уменьшенный момент двигателя будет действовать и в течение второго этапа, то справедлива формула (16), в которой могут изменяться составляющие $M_{12\text{cp}}$ и ω_{12} .

В самом общем случае, обозначив моменты, развиваемые двигателем на каждом этапе, соответствующим индексом сверху, получим универсальную формулу, из которой видно влияние момента на каждом этапе движения:

$$K_{\text{дин}} = \frac{M_1^{(2)}J_2 + J_1M_C^{(2)}}{M_{II}J_2 + J_1M_C^{(2)}} \times$$

$$\times \left(1 + \sqrt{1 + \Omega^2 J_1 J_2 \delta \frac{M_1^{(1)} J_2 + M_C^{(1)} J_1}{(M_1^{(2)} J_2 + M_C^{(2)} J_1)^2}} \right). \quad (18)$$

По графику зависимости коэффициента динамичности от величины момента, развиваемого на первом этапе, удобно проводить сравнительный анализ. Поэтому приведем графики для двух случаев: согласно (17), когда момент, развиваемый двигателем меньше реального пускового момента только на первом этапе, и согласно (18), при условии, что и во время второго этапа момент, развиваемый двигателем, неизменен, т.е. $M_1^{(1)} = M_1^{(2)}$.

При расчете зависимостей использованы следующие параметры ЭМС.

Тип асинхронного двигателя: 4МКТФ (Н)

112L6, $P_H = 2,2$ кВт, $n_H = 880$ мин⁻¹,

$M_{max} = 64$ Ё · ñ , $M_H = 62$ Ё · ñ ,

$J_1 = 0,035$ Ё · ñ².

Параметры механической части:

$c_{12} = 368,465$ Ё · ñ / ðää ,

$J_2 = 2J_1$; $J_2' = 5J_1$, $\delta_1 = 0,5$ рад, $\delta_2 = 2$ рад,

$M_C = 7,16$ Ё · ñ .

Для оценки влияния на коэффициент динамичности изменения момента инерции второй массы, что соответствует, например, увеличению массы груза, перемещаемого тележкой, приведем в одной системе координат зависимость коэффициента динамичности при различных моментах инерции второй массы с одинаковым зазором (рис. 2).

На рис. 2 кривые 1 и 3 построены для J_2' и J_2 соответственно при первом способе уменьшения демпфирования (уменьшение момента только на первом этапе движения), а кривые 2 и 4 – при втором способе (уменьшение момента на первых двух этапах движения) для тех же моментов инерции. Как видно из рисунка, при уменьшении момента инерции второй массы коэффициент динамичности уменьшается. Следует отметить, что пик упругого момента нормировался к среднему моменту упругой связи для $J_2' = 5J_1$. Следовательно, в нашем примере коэффициент динамичности характеризует изменение нагрузки в передаче при измене-

нии массы груза по отношению к нагрузкам в передаче при номинальной загрузке тележки.

В течение срока эксплуатации механизма зубцы передач срабатываются, что приводит к увеличению зазоров в местах зацеплений, поэтому оценим влияние величины зазора на коэффициент динамичности. Для этого в одной системе координат построим графики при $J_2' = 5J_1$ и зазорах $\delta_1 = 0,5$ рад и $\delta_2 = 2$ рад (рис. 3).

На рис. 3. кривые 1 и 3 построены для δ_1 и δ_2 соответственно при первом способе уменьшения демпфирования, а кривые 2 и 4 – при втором способе для тех же зазоров. При сравнении кривых 1 и 3 или 2 и 4 видно, что увеличение зазора существенно влияет на значение коэффициента динамичности, при этом нагрузка в передаче возрастает.

Из приведенных рисунков видно, что первый способ оказывает демпфирующее действие, но не позволяет снизить коэффициент динамичности ниже двух при постоянном моменте инерции второй массы.

Вместе с тем при изменении момента инерции второй массы минимальная величина коэффициента динамичности изменяется прямо пропорционально изменению момента инерции этой массы.

При применении второго способа коэффициент динамичности может быть существенно меньше при тех же значениях момента, и может быть ниже минимально возможного значения коэффициента динамичности при первом способе регулирования.

Важно сравнить, насколько изменяется длительность первых двух этапов при использовании различных способов демпфирования. Если технологический процесс предъявляет строгие требования по быстродействию, т. е. даже незначительное увеличение времени переходных процессов повлечет за собой существенное уменьшение производительности, то применение определенного способа демпфирования может оказаться недопустимым.

Построим в одной системе координат суммарное время первых двух этапов для первого и второго способов демпфирования, а также время первого этапа (оно будет оди-

наковым для обоих способов) при $J_2' = 5J_1$ и зазорах $\delta_1 = 0,5$ рад и $\delta_2 = 2$ рад (рис. 4).

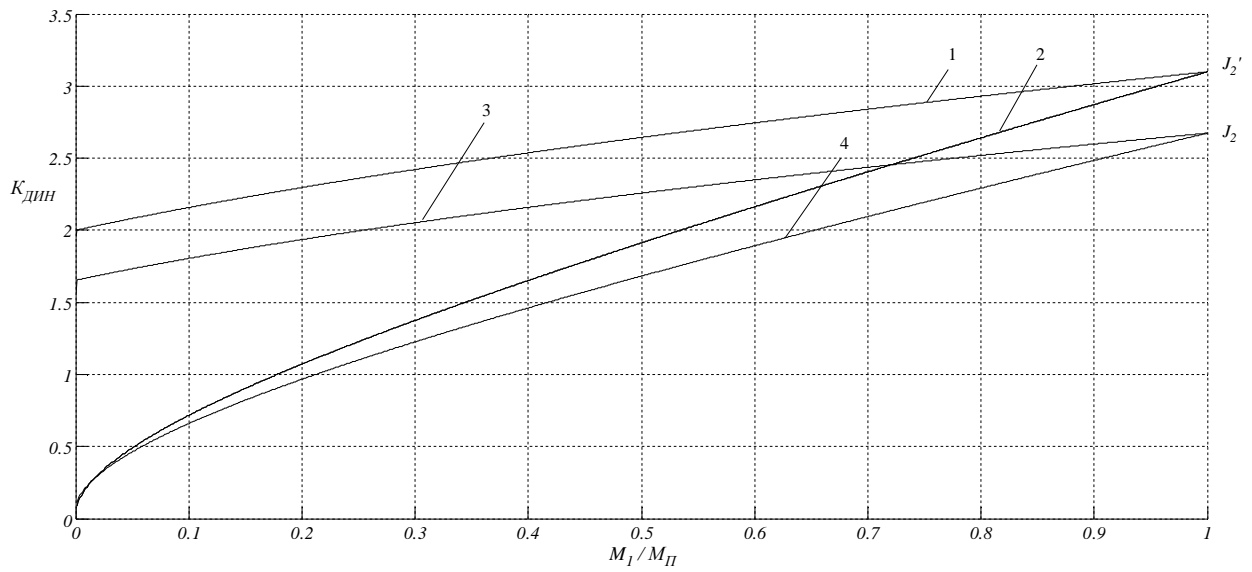


Рис. 2. Зависимость коэффициента динамичности от момента при различных моментах инерции второй массы: 1,2 – при $J_2 = 2J_1$, $\delta_1 = 0,5$ рад; 3,4 – при $J_2' = 5J_1$, $\delta_1 = 0,5$ рад.

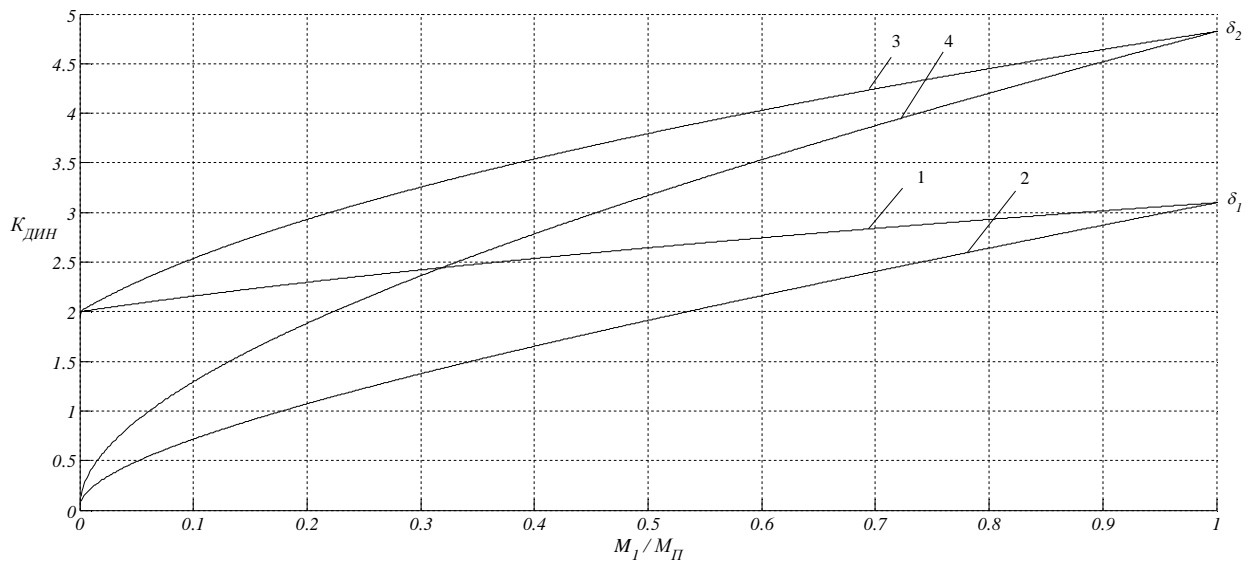


Рис. 3. Зависимость коэффициента динамичности от момента при различных зазорах: 1,2 – при $J_2' = 5J_1$, $\delta_1 = 0,5$ рад; 3,4 – при $J_2' = 5J_1$, $\delta_2 = 2$ рад.

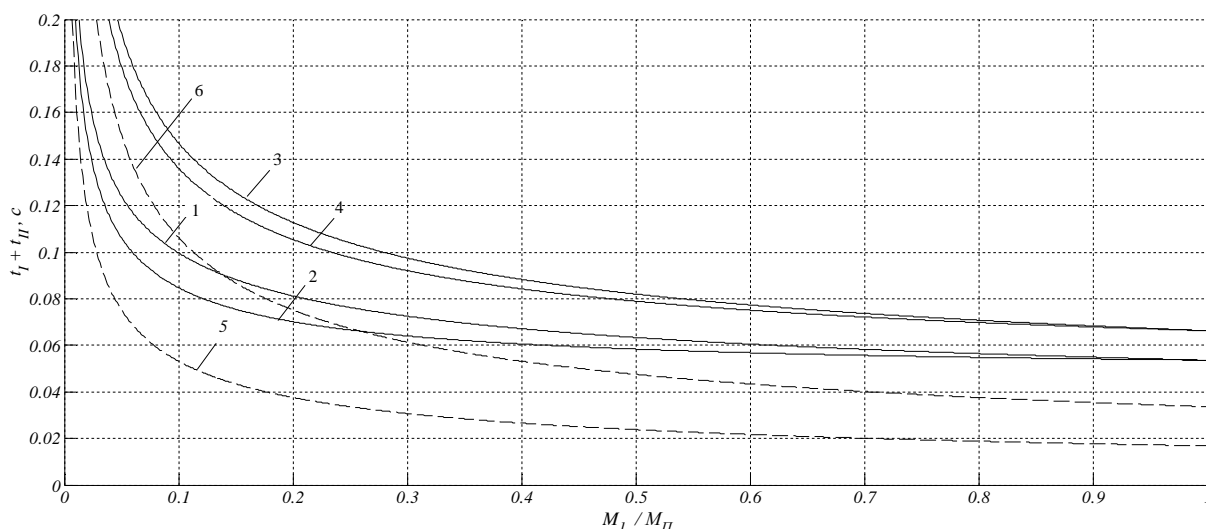


Рис. 4. Зависимость длительности первых двух этапов от момента, развиваемого двигателем:
 1,2,5 – при $J_2' = 5J_1$, $\delta_1 = 0,5$ рад; 3,4,6 – при $J_2' = 5J_1$, $\delta_2 = 2$ рад

На рис.4 кривые 1 и 3 построены для δ_1 и δ_2 соответственно при первом способе уменьшения демпфирования, а кривые 2 и 4 – при втором способе для тех же зазоров. Кривые 5 и 6 характеризует длительность первого этапа для δ_1 и δ_2 соответственно

При анализе рис.4 видно, что длительность второго этапа при двух способах мало отличается (1 и 2, 3 и 4), а в области моментов, близких к реальному пусковому практически совпадают. Причина заключается в том, что длительность второго этапа зависит от частоты колебаний, которая определяется параметрами механической части, и от величины фазового сдвига, зависящего от начальной разности скоростей и среднего момента на втором этапе. Разница в фазовых сдвигах становится тем заметней, чем меньше начальная разность скоростей и чем сильнее различие средних моментов на втором этапе. Длительность первого этапа существенно влияет на общую длительность процесса.

При изменении момента инерции второй массы длительность первого этапа сохранится неизменной, лишь незначительно изменится время второго этапа, а, значит, и суммарное время.

При увеличении зазора длительность первого этапа, естественно, возрастает, увеличивается начальная разность скоростей,

фазовый сдвиг снижается, при этом частота колебаний сохраняется неизменной. С уменьшением фазового сдвига ускоряется второй этап, но возросшее время первого этапа увеличивает и суммарное время всего переходного процесса.

Вывод. Анализ процессов пуска показал, что существенное демпфирование всплесков упругого момента, возможно осуществлять путем понижения момента, развиваемого двигателем, как только во время первого этапа, так и во время обоих. Однако из-за незначительной разности второй способ демпфирования оказывается предпочтительней, так как его применение позволяет в большей степени снизить ударные нагрузки.

Для поддержания уменьшенного момента во время первого и второго этапов необходимо строить специальные схемы, которые в функции определенного параметра (время, ускорение и др.) будут регулировать момент, развиваемый двигателем. Однако, как показывает рис. 4, применение регуляторов или схем управления, которые будут управлять моментом в функции времени, неприемлемо, так как с износом звеньев передающего устройства длительность первых двух этапов увеличивается. Более приемлемым вариантом может послужить схема, которая будет поддерживать момент на первом этапе пониженным в функции, например ускорения первой массы, а по окончании его

учитывать выдержку времени, соответствующую длительности второго этапа. Такой способ может применяться для механизмов, у которых момент инерции рабочего органа может изменяться не в очень широком диапазоне, так чтобы частота упругих колебаний менялась в пределе не более 10...20 %.

Возможно применение более сложных регуляторов в системах управления. Они, воздействуя на уровень токоограничения или являясь гибкой обратной связью, будут инварианты к изменению зазора или других параметров механической части.

Список использованной литературы

1. Герасимьяк, Р. П. Анализ и синтез крановых электромеханических систем / Р. П. Герасимьяк, В. А. Лещев – Одесса : СМИЛ, 2008. – 192 с.
2. Ключев, В. И. Электропривод и автоматизация общепромышленных механизмов: Учебник для вузов / В. И. Ключев, В. М. Терехов – М. : Энергия, 1980. – 360 с.
3. Чиликин, М. Г. Теория автоматизированного электропривода. Учеб. пособие для вузов / М. Г. Чиликин, В. И. Ключев, А. С. Сандлер – М. : Энергия, 1979. – 616 с.

Получено 07.10.2012

References

1. Gerasymiak, R. P. Analysis and synthesis electromechanical systems of cranes / R. P. Gerasymiak, V. A. Leshchev – Odessa : SMIL, 2008. – 192 p. [in Russian].
2. Klyuchev, V. I. Electric drive and automation of general-purpose mechanisms. Schoolbook / V. I. Klyuchev, V. M. Terekhov – Moscow : Energy, 1980. – 360 p. [in Russian].
3. Chilikin, M. G. The automated electric drive theory / M. G. Chilikin, V. A. Leshchev. – Moscow : Energy, 1979. – 616 p. [in Russian].



Герасимьяк
Ростислав Павлович,
д-р техн. наук,
профессор кафедры
ЭМСКУ
Одесск. нац.
политехн. ун-та



Субботин
Виктор Владимирович,
студент Одесск.
нац. политехн. ун-та,
каф. ЭМСКУ