

АНАЛИЗ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СВОЙСТВ НЕТРАДИЦИОННЫХ ОБМОТОК

Дёгтев В.Г., д.т.н., Шульгин Д.Н., Дмитриева Т.Н.

Одесский национальный политехнический университет, ООО "Баспродукт", Институт медицины транспорта Украина, 65044, Одесса, пр-т Шевченко, 1, ОНПУ, кафедра "Электрические машины"
тел. (048) 7380364, E-mail: dankov@paco.net

Предложен метод анализа электромагнитных свойств нетрадиционных обмоток, основанный на декомпозиции исходной структуры. Приведен пример его применения в процессе синтеза подмножества однослойных обмоток.

Запропоновано метод аналізу електромагнітних властивостей нетрадиційних обмоток, заснований на декомпозиції вихідної структури. Приведено приклад його застосування в процесі синтезу підмножини одношарових обмоток.

Применение множественных методов синтеза [1-4] на основе обобщенной структурной модели синтеза [5] дает возможность серийного проектирования новых модификаций многофазных якорных обмоток с новыми потребительскими свойствами. Эффективность проектирования в значительной мере зависит от возможности анализа электромагнитных свойств обмоток на самых ранних стадиях проектирования – при формировании структуры синтезируемого множества.

Целью настоящей статьи является разработка аналитического метода расчета обмоточных коэффициентов нетрадиционных обмоток для гармонических составляющих произвольных порядков.

Метод основан на декомпозиции исходной структуры, преобразуемой в совокупность групп упорядоченно расположенных модулей. Смысл упорядочения заключается в том, чтобы на векторных диаграммах МДС (ЭДС), соответствующих модулям одной группы, углы α_v между соседними векторами были одинаковы. На практике для формирования упорядоченных групп модулей следует придерживаться следующих рекомендаций:

- модули группы должны быть идентичными или принадлежать к одной группе симметрии [6];
- числа циклических перестановок модулей группы должны быть одинаковыми;
- расположение модулей группы в исходной структуре должно быть упорядоченным.

В этом случае величины МДС $\dot{F}_{i\nu}$ (ЭДС $\dot{E}_{i\nu}$) любой упорядоченной группы по произвольным гармоникам ν находят геометрическим суммированием векторов $\dot{f}_i(\dot{e}_i)$ активных катушечных сторон [7].

Естественно было бы предположить, что для нахождения результирующей МДС F_ν (ЭДС E_ν) исследуемой структуры следует выполнить геометрическое суммирование векторов $\dot{F}_{i\nu}$ ($\dot{E}_{i\nu}$). Однако непосредственное суммирование может привести к ошибке, причиной возникновения которой является неравенство углов α_ν и β_ν между векторами МДС f_i (ЭДС e_i) активных катушечных сторон различных групп.

Для исключения такой возможности рассмотрим векторные диаграммы двух произвольных групп с неодинаковыми углами α_ν и β_ν . Заметим, что здесь возможно использование двух подходов: с привязкой векторной диаграммы к базовой окружности неиз-

менного диаметра или с привязкой к величине МДС f_i (ЭДС e_i) активных катушечных сторон.

Пусть декомпозиция исходной структуры содержит 2 группы, одна из которых содержит n , а вторая l модулей. Типичная векторная диаграмма, характеризующая первый подход, приведена на рис. 1.

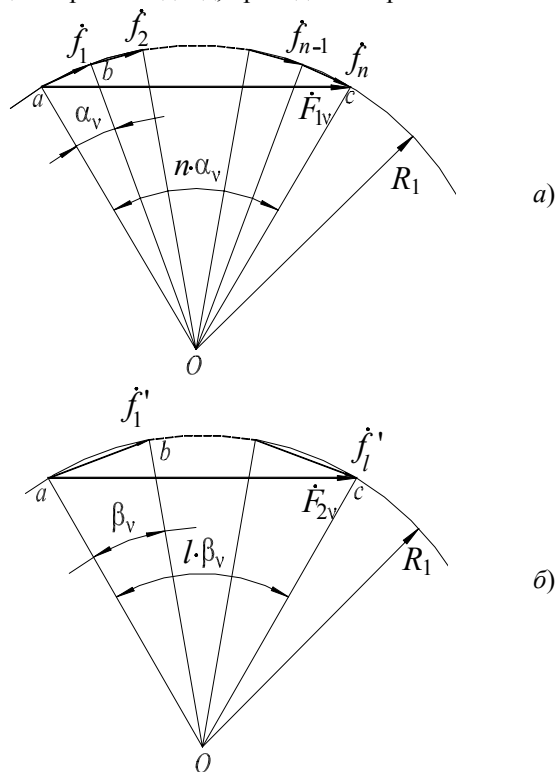


Рис.1 Определение величин МДС (ЭДС) групп с привязкой к базовой окружности

Как следует из этого рисунка, при равенстве радиусов R_1 базовых окружностей и неравенстве углов α_ν и β_ν между соседними векторами f_i и f_i' величины f_i и f_i' последних неодинаковы. Действительно, из треугольников Oab (рис. 1, а, б) имеем:

$$f_i = 2R_1 \cdot \sin(\alpha_\nu/2), \quad f_i' = 2R_1 \cdot \sin(\beta_\nu/2),$$

откуда

$$f_i' / f_i = \sin(\beta_\nu/2) / \sin(\alpha_\nu/2). \quad (1)$$

Это обстоятельство исключает непосредственное геометрическое сложение векторов $\dot{F}_{1\nu}$ и $\dot{F}_{2\nu}$ групп, величины которых $F_{1\nu}$ и $F_{2\nu}$ определяются из треугольников Oac по выражениям:

$$F_{1v}=2R_1 \cdot \sin(n \cdot \alpha_v/2), \quad F_{2v}=2R_1 \cdot \sin(l \cdot \beta_v/2). \quad (2)$$

Для нахождения результирующей МДС F_v исследуемой структуры необходимо сначала выполнить приведение векторов \dot{f}'_i и \dot{F}_{2v} второй группы (рис.1,б) умножением их величин на величину, обратно пропорциональную (1)

$$f'_i = f_i \cdot \sin(\alpha_v/2) / \sin(\beta_v/2) = 2R_1 \cdot \sin(\alpha_v/2).$$

Тогда приведенная величина F_{2v}' составит

$$F_{2v}' = 2R_1 \cdot \sin(l \cdot \beta_v/2) \cdot \sin(\alpha_v/2) / \sin(\beta_v/2). \quad (3)$$

Результирующую МДС F_v можно определить, если известен угол сдвига Θ_v между векторами \dot{F}_{1v} и \dot{F}_{2v} , например, по теореме косинусов:

$$F_v = \sqrt{F_{1v}^2 + F_{2v}^2 + 2F_{1v} \cdot F_{2v} \cdot \cos(\Theta_v)}.$$

Арифметическая сумма A_v векторов и определяется по выражению:

$$A_v = n \cdot f_n + l \cdot f'_n = 2R_1 \cdot (n+l) \cdot \sin(\alpha_v/2). \quad (4)$$

В этом случае выражение расчета коэффициента распределения k_{Rv} принимает вид

$$k_{Rv} = \frac{\sqrt{\left[\frac{F_{1v}}{2R_1}\right]^2 + \left[\frac{F_{2v}'}{2R_1}\right]^2 + \frac{2F_{1v} \cdot F_{2v}' \cdot \cos(\Theta_v)}{4R_1^2}}}{(n+l) \cdot \sin(\alpha_v/2)} \quad (5)$$

Типичная диаграмма, характерная для второго подхода, приведена на рис.2. Здесь возможны 2 варианта решения задачи. В первом варианте величины векторов \dot{f}_i и \dot{f}'_i выражаются через радиусы окружностей, а во втором – радиусы окружностей выражаются через величины этих векторов.

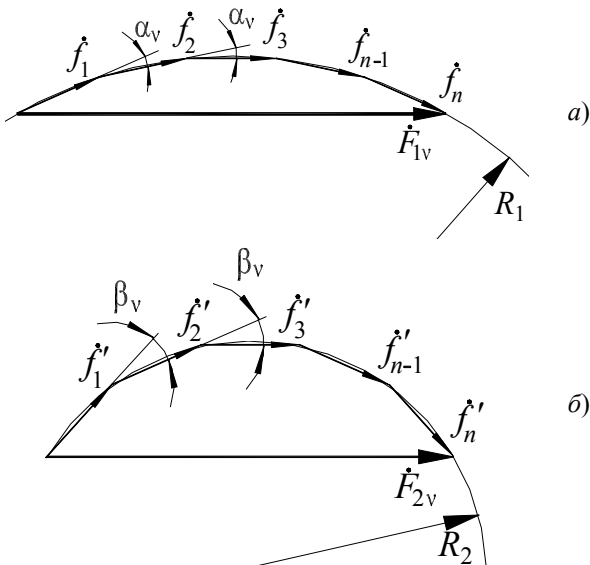


Рис.2. Определение величин МДС (ЭДС) групп с привязкой к величине МДС f_i

Первый вариант. Величины векторов МДС f_i равны между собой и определяются по выражениям

$$f_i = 2R_1 \cdot \sin(\alpha_v/2) = f'_i = 2R_2 \cdot \sin(\beta_v/2)$$

Это позволяет выразить радиус второй окружности в виде

$$R_2 = R_1 \cdot \sin(\alpha_v/2) / \sin(\beta_v/2). \quad (6)$$

Несмотря на то, что здесь приведение выполнено относительно радиусов окружностей, все последую-

щие преобразования сводятся к ранее рассмотренному первому подходу.

Действительно, величины векторов f_i и f'_i , их арифметической суммы A_v , а также МДС F_{1v} не изменились. После подстановки в (2) значения R_2 из (6) приведенное выражение суммарной F_{2v}' МДС не отличается от (3).

Таким образом, оба рассмотренных случая равноценны.

Второй вариант. Примем величины векторов \dot{f}_i и \dot{f}'_i равными единице, тогда радиусы каждой из окружностей равны:

$$R_1 = 0,5 / \sin(\alpha_v/2), \quad R_2 = 0,5 / \sin(\beta_v/2),$$

а арифметическая сумма

$$A = n + l.$$

Величины суммарных МДС первой F_{1v} и второй F_{2v} групп векторов соответственно определяются по выражениям:

$$F_{1v} = 2R_1 \cdot \sin(n \cdot \alpha_v/2) = \sin(n \cdot \alpha_v/2) / \sin(\alpha_v/2), \\ F_{2v} = 2R_2 \cdot \sin(l \cdot \beta_v/2) = \sin(l \cdot \beta_v/2) / \sin(\beta_v/2). \quad (7)$$

При известной величине угла сдвига Θ_v между векторами \dot{F}_{1v} и \dot{F}_{2v} с использованием теоремы косинусов формула расчета коэффициента распределения k_{Rv} принимает вид

$$k_{Rv} = \frac{\sqrt{F_{1v}^2 + F_{2v}^2 + 2F_{1v} \cdot F_{2v} \cdot \cos(\Theta_v)}}{(n+l)}. \quad (8)$$

Ввиду корректности каждого подхода оба выражения (5) и (8) равносильны и их применение должно приводить к одинаковым результатам. Более того, в каждом конкретном случае они могут быть преобразованы одно в другое.

Рассмотрим применение предложенного метода на примере анализа электромагнитных свойств подмножества W_{5c} трехфазных обмоток, матричная модель M_{5c} которого имеет следующую структуру

$$M_{5c} = \left(\begin{array}{c} 012345 \\ 501234 \\ \dots\dots\dots \\ 012345 \\ 501234 \\ 012345 \\ \dots\dots\dots \\ 012345 \end{array} \right) \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} k \\ \\ \\ Q-k \end{array}$$

Выполним декомпозицию исходной структуры, представив матрицу M_{5c} в виде совокупности трех вспомогательных матриц M_1, M_2 и M_3

$$M_{5c} = \left(\begin{array}{c} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ 012345 \\ \dots\dots\dots \\ 012345 \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ 012345 \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ 501234 \\ \dots\dots\dots \\ 501234 \end{array} \right) \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} k \\ \\ \\ Q-k \end{array}$$

$$M_1 + M_2 + M_3$$

Матрица M_1 содержит $(Q-k)$ модулей b_5 без циклических перестановок, сосредоточенных в нижней части матрицы с угловым сдвигом $\alpha_v = \pi v / (6Q)$, а ее

верхняя часть состоит из k инвариантных блоков b_0 [1]. Матрицы M_2 и M_3 состоят из $k/2$ модулей b_5 с угловым сдвигом $\beta_v=2\alpha_v$ без циклических перестановок, а их нижние части содержат по $(Q-k)$ блоков b_0 . Матрица M_3 отличается от M_2 тем, что в каждом из модулей b_5 выполнена циклическая перестановка с шагом $n=1$.

Определим сначала угловые координаты векторов \dot{F}_{iV} суммарных МДС F_{iV} каждой из вспомогательных матриц. Отсчет угловых координат условимся производить от первой ячейки матрицы M_{5c} .

Тогда угловая координата Θ_{1V} вектора \dot{F}_{1V} суммарной МДС матрицы M_1

$$\Theta_{1V} = \frac{\pi \cdot v}{6Q} \cdot (k + Q - 1).$$

Угловая координата Θ_{2V} вектора \dot{F}_{2V} суммарной МДС матрицы M_2 и соответственно равны

$$\Theta_{2V} = \frac{\pi \cdot v}{3Q} \cdot \frac{k-2}{2} = \frac{\pi \cdot v \cdot (k-2)}{6Q}.$$

С учетом циклических перестановок в матрице M_3 угловую координату Θ_{3V} вектора \dot{F}_{3V} можно выразить в виде

$$\Theta_{3V} = \Theta_{2V} + \frac{\pi \cdot v}{3Q} + \frac{\pi \cdot v}{3} = \Theta_{2V} + \frac{\pi \cdot v}{3Q} \cdot (1+Q).$$

Теперь легко показать, что векторы \dot{F}_{2V} и \dot{F}_{3V} располагаются симметрично относительно вектора \dot{F}_{1V} . Действительно, координата Θ_{23V} биссектрисы угла между векторами \dot{F}_{2V} и \dot{F}_{3V} равна Θ_{1V}

$$\begin{aligned} \Theta_{23V} &= \frac{\Theta_{3V} + \Theta_{2V}}{2} = \frac{\pi \cdot v \cdot (k-2)}{6Q} + \frac{\pi \cdot v}{6Q} + \frac{\pi \cdot v}{6} = \\ &= \frac{\pi \cdot v}{6Q} \cdot (k-1+Q) \end{aligned}$$

а сами векторы \dot{F}_{2V} и \dot{F}_{3V} отстоят от этой биссектрисы на угол

$$\Theta_{\Delta V} = \frac{\Theta_{3V} - \Theta_{2V}}{2} = \frac{\pi \cdot v}{6Q} + \frac{\pi \cdot v}{6} = \frac{\pi \cdot v}{6Q} \cdot (1+Q).$$

Построим на рис.3 векторную диаграмму МДС для одной из обмоток исследуемого подмножества W_{5c} с привязкой к величине МДС f_i (ЭДС e_i) активных катушечных сторон.

Тогда в соответствии с (6) имеем

$$R_1 = R_{23} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot v}{3Q}\right)}{\sin\left(\frac{\pi \cdot v}{6Q}\right)} = 2R_{23} \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot v}{6Q}\right).$$

Согласно (2) величины суммарных МДС F_{1V} , F_{2V} и F_{3V} вспомогательных матриц M_1 , M_2 и M_3 соответственно равны

$$F_{1V} = 4R_{23} \cdot \sin\left[\frac{\pi \cdot v \cdot (Q-k)}{6Q}\right] \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot v}{6Q}\right),$$

$$F_{2V} = F_{3V} = 2R_{23} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot v}{3Q} \cdot \frac{k}{2}\right) = 2R_{23} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot v \cdot k}{6Q}\right),$$

а сумма проекций F_{pp2} и F_{pp3} векторов \dot{F}_{2V} и \dot{F}_{3V} на биссектрису угла Θ_{23V} между ними составляет

$$F_{pp2V} + F_{pp3V} = 4R_{23} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot v \cdot k}{6Q}\right) \cdot \cos\left[\frac{\pi \cdot v}{6Q} \cdot (Q+1)\right].$$

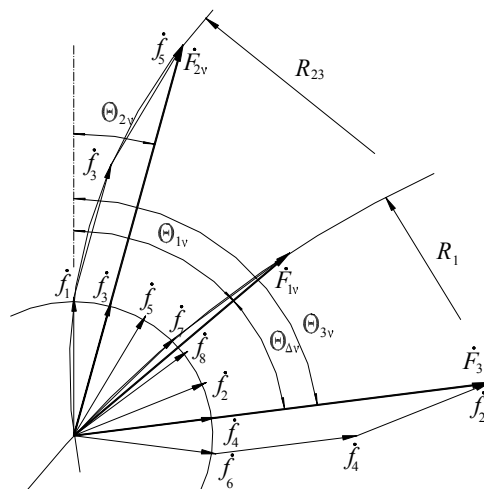


Рис.3. Векторная диаграмма обмоток подмножества W_{5c}

Тогда результирующая МДС F_V обмоток рассматриваемого подмножества W_{5c} равна

$$\begin{aligned} F_V = F_{1V} + F_{pp2V} + F_{pp3V} = 4R_{23} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot v \cdot (Q-k)}{6Q}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot v}{6Q}\right) + \\ 4R_{23} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot v \cdot k}{6Q}\right) \cdot \cos\left[\frac{\pi \cdot v}{6Q} \cdot (Q+1)\right] \end{aligned}$$

С учетом того, что арифметическая сумма векторов активных катушечных сторон согласно (4) равна

$$A_V = n \cdot f_n + l \cdot f'_n = 2R_1 \cdot Q \cdot \sin[\pi v / (3Q)].$$

выражение для расчета коэффициента распределения k_{RV} принимает вид

$$\begin{aligned} k_{RV} = \frac{F_V}{A_V} = \frac{2 \sin\left[\frac{\pi \cdot (Q-k) \cdot v}{6Q}\right] \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot v}{6Q}\right)}{Q \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot v}{3Q}\right)} + \\ + \frac{2 \sin\left(\frac{\pi \cdot k \cdot v}{6Q}\right) \cdot \cos\left[\frac{\pi \cdot (Q-n+1) \cdot v}{6Q}\right]}{Q \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot v}{3Q}\right)}. \end{aligned} \quad (9)$$

Покажем, что использование любого другого подхода к обмоткам подмножества W_{5c} приводит к аналогичному результату.

Если принять величины векторов \dot{f}_i и \dot{f}'_i равными единице, то их арифметическая сумма $A=Q$.

Радиусы каждой из окружностей равны:

$$R_1 = \frac{1}{2 \sin\left(\frac{\pi \cdot v}{6Q}\right)}, \quad R_{23} = \frac{1}{2 \sin\left(\frac{\pi \cdot v}{3Q}\right)}$$

Согласно (6) величины суммарных МДС F_{1V} , F_{2V} и F_{3V} вспомогательных матриц M_1 , M_2 и M_3 соответственно равны

$$F_{1v} = 2R_{23} \cdot \sin \left[\frac{\pi \cdot v \cdot (Q-k)}{6Q} \right] = \frac{\sin \left[\frac{\pi \cdot v \cdot (Q-k)}{6Q} \right]}{\sin \left[\frac{\pi \cdot v}{6Q} \right]},$$

$$F_{2v} = F_{3v} = 2R_{23} \cdot \sin \left[\frac{\pi \cdot v \cdot k}{6Q} \right] = \frac{\sin \left[\frac{\pi \cdot v \cdot k}{6Q} \right]}{\sin \left[\frac{\pi \cdot v}{3Q} \right]}.$$

а сумма проекций F_{pp2} и F_{pp3} векторов \vec{F}_{2v} и \vec{F}_{3v} на биссектрису угла Θ_{23v} между ними составляет

$$F_{\text{pp2v}} + F_{\text{pp3v}} = \frac{2 \sin \left(\frac{\pi \cdot v \cdot k}{6Q} \right)}{\sin \left(\frac{\pi \cdot v}{3Q} \right)} \cdot \cos \left[\frac{\pi \cdot v}{3Q} \cdot (Q+1) \right].$$

Тогда результирующая МДС F_v обмоток рассматриваемого подмножества W_{5c} равна

$$F_v = F_{1v} + F_{\text{pp2v}} + F_{\text{pp3v}} = \frac{\sin \left[\frac{\pi \cdot v \cdot (Q-k)}{6Q} \right]}{\sin \left(\frac{\pi \cdot v}{6Q} \right)} +$$

$$+ \frac{2 \sin \left[\frac{\pi \cdot k \cdot v}{6Q} \right] \cdot \cos \left[\frac{\pi \cdot (Q+1) \cdot v}{6Q} \right]}{\sin \left[\frac{\pi \cdot v}{3Q} \right]}.$$

Вывод формулы расчета коэффициента распределения k_{Rv} дополним преобразованиями, доказывающими ее эквивалентность выражению (9)

$$k_{Rv} = \frac{\sin \left[\frac{\pi \cdot (Q-k) \cdot v}{6Q} \right]}{Q \cdot \sin \left[\frac{\pi \cdot v}{3Q} \right]} +$$

$$+ \frac{2 \sin \left[\frac{\pi \cdot k \cdot v}{6Q} \right] \cdot \cos \left[\frac{\pi \cdot (Q+1) \cdot v}{6Q} \right]}{Q \cdot \sin \left[\frac{\pi \cdot v}{3Q} \right]} =$$

$$= \frac{\sin \left[\frac{\pi \cdot (Q-k) \cdot v}{6Q} \right]}{Q \cdot \sin \left[\frac{\pi \cdot v}{3Q} \right]} + \frac{2 \sin \left[\frac{\pi \cdot k \cdot v}{6Q} \right] \cdot \cos \left[\frac{\pi \cdot (Q+1) \cdot v}{6Q} \right]}{2Q \cdot \sin \left[\frac{\pi \cdot v}{3Q} \right] \cdot \cos \left[\frac{\pi \cdot v}{3Q} \right]} =$$

$$= \frac{2 \sin \left[\frac{\pi \cdot (Q-k) \cdot v}{6Q} \right] \cdot \cos \left[\frac{\pi \cdot v}{6Q} \right]}{Q \cdot \sin \left[\frac{\pi \cdot v}{3Q} \right]} +$$

$$+ \frac{2 \sin \left[\frac{\pi \cdot k \cdot v}{6Q} \right] \cdot \cos \left[\frac{\pi \cdot (Q+1) \cdot v}{6Q} \right]}{Q \cdot \sin \left[\frac{\pi \cdot v}{3Q} \right]}.$$

Предложенный метод, включающий в себя декомпозицию исходной структуры на упорядоченные группы модулей и учет неравенства углов сдвига между векторами, может быть эффективно использован для анализа электромагнитных свойств подмножеств многофазных обмоток произвольной структуры на самом раннем этапе их синтеза.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Дегтев В.Г. Модульный синтез обмоток// Респ. міжвід. наук. техн. зб., "Електромашинобудування та електрообладнання", №51.– Київ: Техніка.– 1998.– С.46-50.
- [2] Дегтев В.Г. Структура множеств и синтез многофазных обмоток// Респ. міжвід. наук. техн. зб., "Електромашинобудування та електрообладнання", №52.– Київ: Техніка.– 1998.– С.67-71.
- [3] Дегтев В.Г., Лаврук И.С. Направленный синтез обмоток в заданном числе пазов//Технічна електродинаміка, №6.– 2001.– С. 39-42.
- [4] Дегтев В.Г., Смирнов С.Б. Стратегия структурного синтеза обмоток//Вісник Східноукраїнського національного університету, №4(50).– 2002.– С.85-88.
- [5] Дегтев В.Г. Обобщенная модель многофазных обмоток //Электричество.–1990.–№11.–С. 40-45.
- [6] Дегтев В.Г. Симметрия и свойства многофазных обмоток//Електротехніка і електромеханіка, Національний технічний університет ХПІ, №1.– 2002.– С. 23-27.
- [7] Arnold E. Die Wicklungen der Wechselstrommaschinen.- Verlag von Julius Springer, Berlin: 1912.– 371 S.

Поступила 15.08.2005