

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ ВЕНТИЛЬНО-РЕАКТИВНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

Рымша В.В., к.т.н., доц.

Одесский национальный политехнический университет

Украина, 65044, Одесса, пр. Шевченко, 1, ИЭЭ, кафедра электрических машин

Научно-производственное предприятие “Одесмонтажспецпроект”

Украина, 65005, Одесса, ул. Дальницкая, 23

тел.(048) 738-58-55, E-mail: rimsha@omsp.od.ua, pro@omsp.od.ua

Приведены основные конструктивные схемы линейных вентильно-реактивных двигателей (ЛВРД). Представлено математическое описание процесса электрохимического преобразования энергии в ЛВРД. Получены выражения для электромагнитных сил ЛВРД в линейной постановке задачи. Рассмотрены результаты решения задачи расчета магнитного поля и электромагнитных сил ЛВРД в двухмерной и трехмерной постановке с учетом нелинейных свойств ферромагнитных сред.

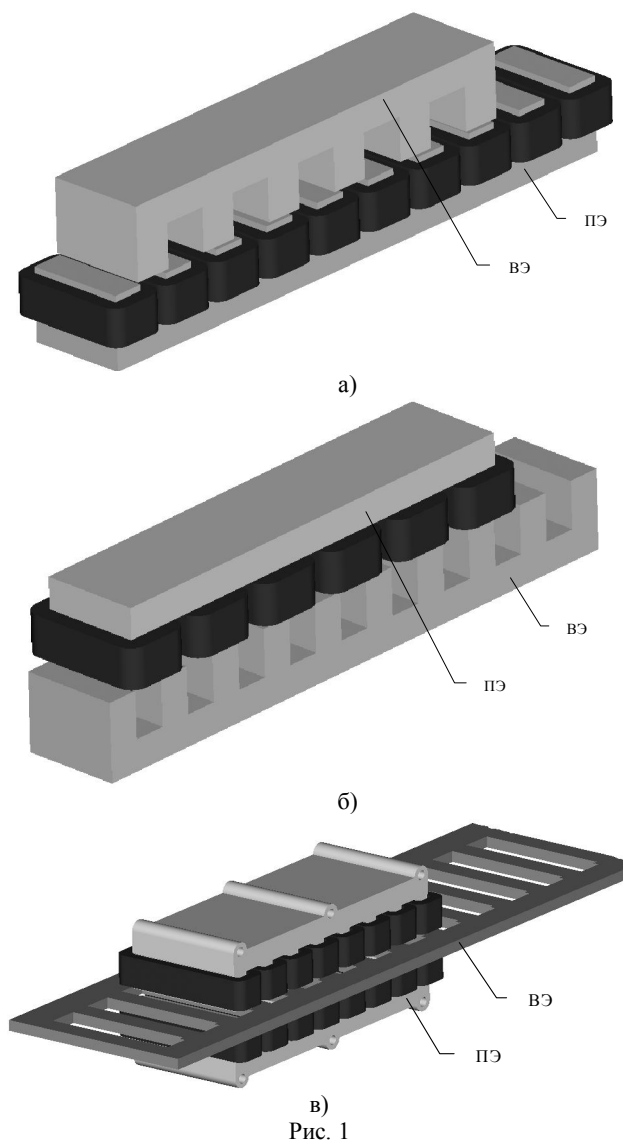
Наведено основні конструктивні схеми лінійних вентильно-реактивних двигунів (ЛВРД). Представлено математичний опис процесу електрохімічного перетворення енергії у ЛВРД. Отримано вирази для електромагнітних зусиль ЛВРД в лінійній постановці задачі. Розглянуто результати рішення задачі розрахунку магнітного поля та електромагнітних зусиль ЛВРД в двовірній та тривірній постановці з урахуванням нелінійних властивостей феромагнітних середовищ.

ВСТУПЛЕНИЕ

Применение линейных электродвигателей в ряде производственных и транспортных механизмов позволяет максимально упростить их кинематические схемы, повысить надежность и увеличить ресурс работы механизмов. Линейные вентильно-реактивные двигатели (ЛВРД) являются наиболее простыми и технологичными линейными машинами, что вызывает к ним научный и практический интерес [1,2,3]. Вместе с тем уровень исследований ЛВРД существенно отстает от уровня исследований их вращающихся аналогов [4]. Настоящая статья, посвященная решению ряда вопросов математического моделирования ЛВРД, призвана в определенной мере восполнить указанный пробел.

КОНСТРУКТИВНЫЕ ИСПОЛНЕНИЯ ЛВРД

Конструктивно ЛВРД, в зависимости от сферы применения, могут быть выполнены в одностороннем или двухстороннем вариантах, с продольным или поперечным контуром замыкания магнитного потока [1]. Наибольшее распространение получили двигатели с трех- и четырехфазными обмотками. Фазные обмотки ЛВРД расположены на первичном элементе (ПЭ). Вторичный элемент (ВЭ) является пассивным. На рис. 1 представлены характерные модификации ЛВРД с продольным контуром замыкания магнитного потока односторонней (рис. 1,а,б) и двухсторонней конструкции (рис. 1,в). В модификации а) первичный элемент исполнен протяженным, в модификации б) – коротким. Отличительной особенностью двухстороннего варианта в) является скомпенсированная сила одностороннего магнитного притяжения. Кроме того, вторичный элемент данной конструкции более технологичен и может быть достаточно просто изготовлен с использованием современных технологий лазерной резки металла.



ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ СИЛЫ И ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЭНЕРГИИ В ЛВРД

Обобщенная электромагнитная сила (ЭМС) F_q ,

действующая на нелинейную магнитную систему целиком (либо на ее выделенную часть), может быть определена из уравнения электромеханического преобразования энергии для линейной модели этой системы [5]:

$$\Delta W_{\Sigma} = \sum_{k=1}^N i_k d\Psi_k = \Delta W + F_q \Delta q, \quad (1)$$

где ΔW_{Σ} - электрическая энергия, поступившая в контуры системы от управляемых источников энергии, поддерживающих в этих контурах постоянство тока i_k или потокосцепления Ψ_k при перемещении на бесконечно малое расстояние Δq ; ΔW - приращение энергии магнитного поля линейной модели нелинейной системы при перемещении на Δq ; $F_q \Delta q$ - механическая работа, совершаемая обобщенной ЭМС F_q при изменении на Δq координаты q , характеризующей положение нелинейной системы, либо ее части; k - количество возбуждающих контуров нелинейной системы.

Из уравнения (1) следует, что обобщенную ЭМС F_q можно найти, применяя закон сохранения энергии к электромеханическому преобразованию, которое происходит либо в условиях сохранения токов, либо в условиях сохранения потокосцеплений возбуждающих контуров при малом перемещении Δq . В первом случае F_q по абсолютной величине есть частная производная по координате q от магнитной энергии $W_{ЭН}$, а во втором случае - частная производная по той же координате от магнитной коэнергии $W_{КЭН}$ линейной модели нелинейной системы. Причем, как строго показано в [5], в линейной модели нелинейной системы магнитная энергия не отличается от коэнергии и, следовательно, обобщенная ЭМС, найденная при указанных выше условиях через приращение $W_{ЭН}$ либо $W_{КЭН}$, всегда одинаковая по абсолютной величине, т.е.:

$$F_q = - \lim_{\Delta q \rightarrow 0} \frac{\Delta W_{ЭН}}{\Delta q} = \lim_{\Delta q \rightarrow 0} \frac{\Delta W_{КЭН}}{\Delta q}, \quad (2)$$

где $q \in x, y, z$.

В связи с тем, что рассматривается линейная модель нелинейной системы из (2) можно получить известное выражение для составляющей ЭМС по оси координат x , т.е. тягового усилия ЛВРД:

$$F_x = \frac{I_{\phi}^2}{2} \frac{\Delta L}{\Delta x}, \quad (3)$$

где I_{ϕ} - среднее значение тока фазы двигателя; $L = L(x)$ - индуктивность фазы двигателя.

Очевидно, что для определения тягового усилия необходимо аналитически описать зависимость $L = L(x)$, характерный вид которой представлен на рис. 2.

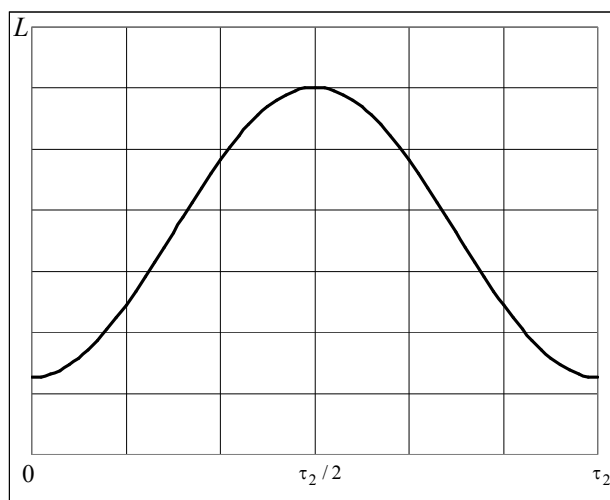


Рис. 2

Как и во вращающихся ВРД максимум индуктивности фазы L_{\max} имеет место при совпадении осей зубцов первичного и вторичного элементов (согласованное положение), минимум индуктивности L_{\min} - при совпадении оси зубца первичного элемента с осью паза вторичного элемента (рассогласованное положение). Период изменения индуктивности равен величине полюсного деления τ_2 вторичного элемента ЛВРД.

Результаты практической реализации различных методов аппроксимации зависимости $L = L(x)$ (кусочно-линейная [1,2], параболическая [3], отрезком гармонического ряда [4]) позволяют сделать вывод о том, что наиболее приемлемой является аппроксимация отрезком ряда Фурье в виде [4]:

$$L(x) = L_1 - L_2 \cos\left(2\pi \cdot \frac{x}{\tau_2}\right), \quad (4)$$

где $L_1 = \frac{L_{\max} + L_{\min}}{2}$, $L_2 = \frac{L_{\max} - L_{\min}}{2}$.

Подставляя (4) в (3) и проведя ряд математических преобразований, получим:

$$F_x = I_{\phi}^2 L_1 \frac{\pi}{\tau_2} \sin\left(2\pi \cdot \frac{x}{\tau_2}\right). \quad (5)$$

При выводе уравнения (5) принята система допущений [4].

Учитывая, что:

$$L_{\max} = \frac{\mu_0 l_{\delta} \alpha_1 \tau_1 w^2}{2\delta}, \quad (6)$$

где l_{δ} - ширина активной части ЛВРД, α_1 - коэффициент полюсного перекрытия первичного элемента, τ_1 - полюсное деление первичного элемента, w - число витков фазы обмотки ПЭ, δ - воздушный зазор и вводя коэффициент

$$K_L = \frac{L_{\max}}{L_{\min}}, \quad (7)$$

получим окончательное выражение для тягового усилия ЛВРД:

$$F_x = \left(\frac{I\phi W\phi}{2} \right)^2 \frac{\mu_0 l_{\delta} \alpha_1}{\delta} \frac{\tau_1}{\tau_2} \times \left(1 - \frac{1}{K_L K_{\mu}} \right) \sin \left(2\pi \frac{x}{\tau_2} \right), \quad (8)$$

где K_{μ} - коэффициент насыщения магнитной цепи.

Выражение для силы одностороннего магнитного притяжения линейной модели ЛВРД наиболее просто получить, выражая приращение энергии или ко-энергии при малом перемещении через приращения проводимостей или сопротивлений линейных моделей ветвей магнитной схемы замещения ЛВРД [5]. Причем в расчет берутся только те ветви схемы замещения, магнитные сопротивления (либо магнитные проводимости) которых изменяются при перемещении на расстояние Δy . В этом случае сила одностороннего притяжения:

$$F_y = - \frac{F^2}{2} \frac{\Delta \lambda}{\Delta y} = \frac{\Phi^2}{2} \frac{\Delta R}{\Delta y}, \quad (9)$$

где F - МДС ветвей схемы замещения; Φ - магнитные потоки ветвей схемы замещения; λ - магнитные проводимости ветвей схемы замещения; R - магнитные сопротивления ветвей схемы замещения.

Очевидно, что при смещении на Δy во всем диапазоне движения ЛВРД вдоль координаты x изменению будет подвержена лишь проводимость воздушного зазора, а проводимости остальных участков магнитной цепи останутся неизменными. Тогда проводимость воздушного зазора с учетом (4), (6), (7):

$$\lambda(x) = \frac{\mu_0 l_{\delta} \alpha_1 \tau_1}{4\delta K_L} \left[(K_L + 1) + (1 - K_L) \cos \left(2\pi \frac{x}{\tau_2} \right) \right], \quad (10)$$

и, следовательно, усилие одностороннего магнитного притяжения по (9) с учетом (10):

$$F_y = - \left(\frac{I\phi W\phi}{2\delta K_{\mu}} \right)^2 \frac{\mu_0 l_{\delta} \alpha_1 \tau_1}{2K_L} \times \left[(K_L + 1) + (1 - K_L) \cos \left(2\pi \frac{x}{\tau_2} \right) \right]. \quad (11)$$

Расчеты, проведенные по формулам (8) и (11), сравнение результатов с экспериментальными данными [1] и результатами расчетов электромагнитных сил на основе анализа магнитного поля [6] позволяют рекомендовать полученные выражения для оценки максимальных значений тягового усилия и усилия одностороннего притяжения ЛВРД на стадии проектных исследований, а также для сравнительной оценки различных конструктивных исполнений ЛВРД по максимальной величине развиваемого тягового усилия.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЛВРД НА БАЗЕ РАСЧЕТА ДВУХМЕРНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Аналитические выражения (8), (11), полученные на основе допущений [4] для линейной модели ЛВРД, не учитывают реальный уровень насыщения, разомкнутость магнитной системы ЛВРД и потому могут

быть рекомендованы на стадии предварительных исследований. Повышение точности расчета электромагнитных сил возможно на основе расчета магнитного поля ЛВРД одним из численных методов в нелинейной постановке задачи.

Рассмотрим трехфазный ЛВРД с подвижным вторичным элементом (рис. 1,а). Материал первичного и вторичного элементов – сталь 2013. Геометрические размеры магнитной системы заимствованы из [1]. Магнитное поле определим методом конечных элементов в плоской постановке для ряда положений первичного элемента относительно вторичного. Смещение вторичного элемента осуществим от согласованного к полностью рассогласованному положению с шагом 1 мм. Расчетные исследования проведем, используя программное обеспечение [7]. В данной постановке задачи число узлов сетки конечных элементов составляет 31322, число треугольников - 62286 (рис. 3,а). Точность решения задачи – не ниже 10^{-8} . Результаты расчета магнитного поля ЛВРД в виде линий магнитного потока для согласованного, двух промежуточных и рассогласованного положения представлены соответственно на рис. 3,б,в,г,д.

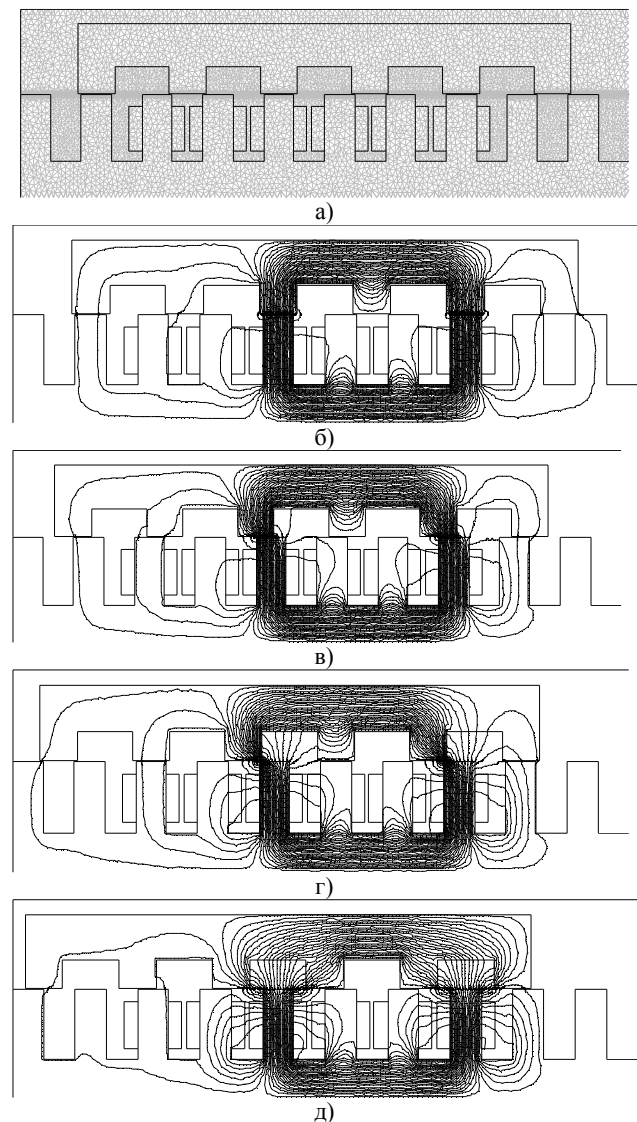
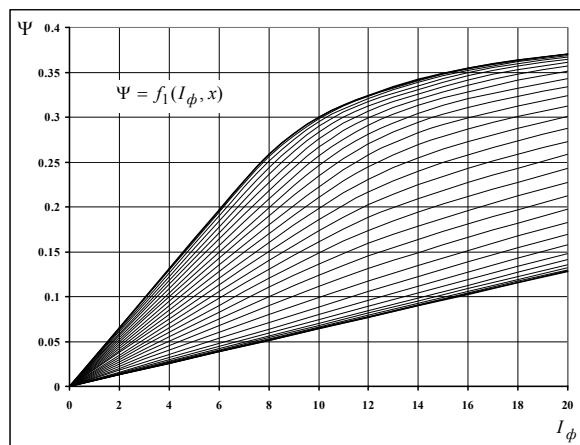


Рис. 3

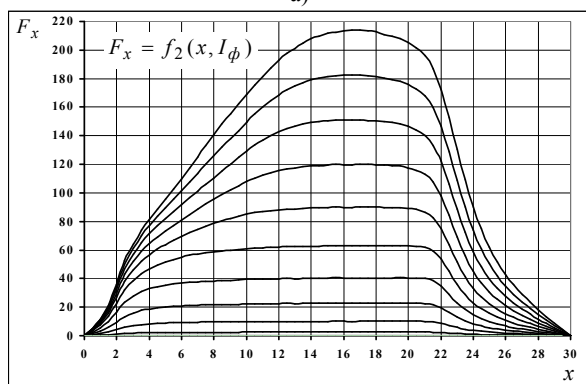
Зная распределение магнитного поля, можно, в частности, определить потокосцепление (индуктивность) фазы обмотки и составляющие электромагнитной силы по осям координат, т.е. получить зависимости:

$$\Psi = f_1(I_\phi, x); F_x = f_2(x, I_\phi); F_y = f_3(x, I_\phi), \quad (12)$$

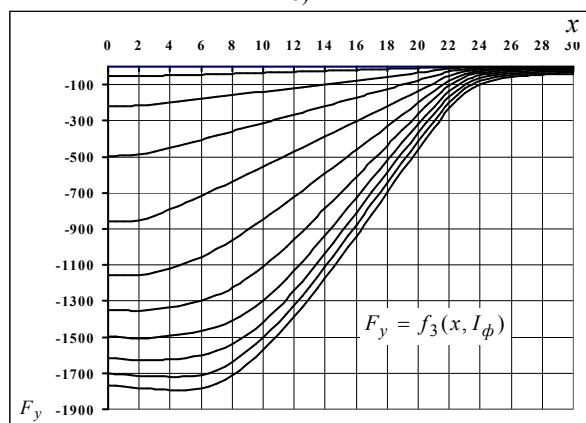
необходимые для анализа переходных и квазиустановившихся режимов ЛВРД по методике [8]. Расчет составляющих электромагнитной силы осуществляется методом натяжений [5]. Зависимости (12), рассчитанные для ЛВРД односторонней конструкции при изменении тока фазы I_ϕ в пределах от 0 до 20 А, представлены на рис. 4.



а)



б)



в)

Рис. 4

Подготовка геометрии расчетной области осуществляется в программной среде конструирования

AutoCAD®, после чего геометрия ЛВРД импортируется в программный комплекс расчета магнитного поля. Пользователь задает величину шага и пределы перемещения, пределы изменения тока фазы обмотки, оговаривает материал магнитопровода. Получение зависимостей (12), а также иных требуемых векторов и матриц, содержащих результаты расчета магнитного поля, осуществляется в автоматическом режиме, возможность реализации которого обеспечивается благодаря встроенному в программный комплекс языку программирования высокого уровня.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЛВРД НА БАЗЕ РАСЧЕТА ТРЕХМЕРНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Математические модели, построенные на основе расчета двумерных магнитных полей, являются эффективным инструментом для быстрой оценки свойств и характеристик ЛВРД с достаточной для практических целей точностью. В то же время эти модели в полной мере не в состоянии учесть реальную трехмерную геометрию магнитопровода двигателя, его фазных обмоток и, следовательно, требуют уточнения на основе расчета магнитного поля в трехмерной постановке задачи с учетом нелинейных свойств ферромагнитных сред.

Решение задачи расчета трехмерного магнитного поля осуществим в программной среде CST EM Studio® [9] для трехфазного ЛВРД односторонней конструкции с подвижным вторичным элементом (рис. 1,а). Геометрические размеры двигателя те же, что и при решении двумерной задачи, рассмотренной выше. Число расчетных узлов трехмерной задачи – 2356200. Точность решения – не ниже 10^{-6} . Результаты расчета для одного из взаимных положений первичного и вторичного элементов ЛВРД представлены на рис. 6 в виде распределения магнитного поля во взаимно ортогональных плоскостях.

Расчеты трехмерного магнитного поля были проведены для $I_\phi = 18$ А, соответствующего насыщенному состоянию магнитной цепи ЛВРД, в диапазоне изменения координаты x от согласованного положения первичного и вторичного элементов до их рассогласованного положения с шагом 2 мм. По результатам расчетов трехмерного магнитного поля определялись индуктивность фазы обмотки первичного элемента и, через тензор натяжений, составляющие электромагнитной силы F_x, F_y, F_z по осям координат. Составляющая электромагнитной силы F_z ниже не анализируется в виду ее малости.

Результаты расчета индуктивности фазы позволили подтвердить ранее известный вывод [1,10] о том, что корректные значения индуктивности фазы в согласованном положении магнитопроводов первичного и вторичного элементов ЛВРД могут быть получены при решении как двумерной, так и трехмерной задачи расчета магнитного поля, а индуктивности фазы в рассогласованном положении магнитопроводов – лишь при решении трехмерной задачи.

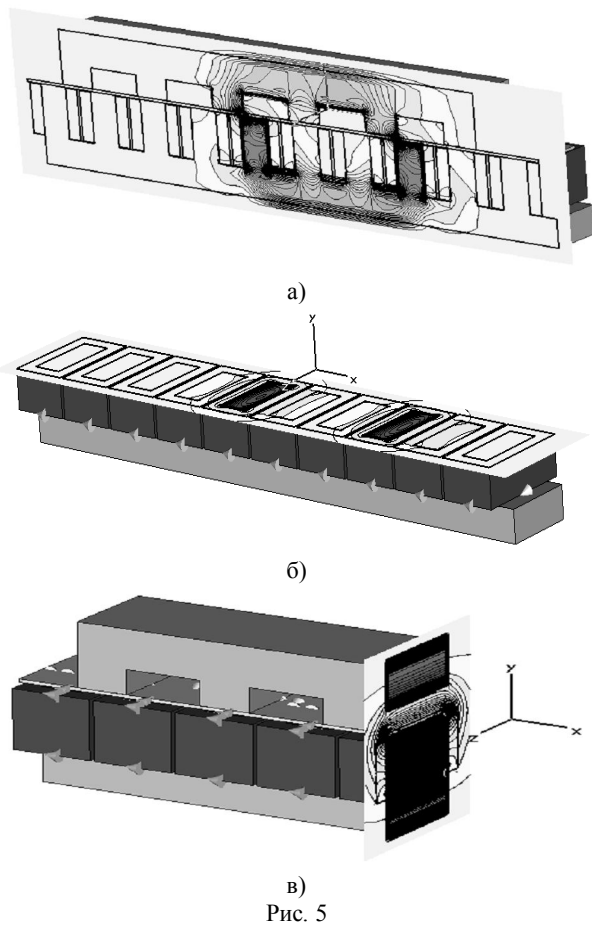


Рис. 5

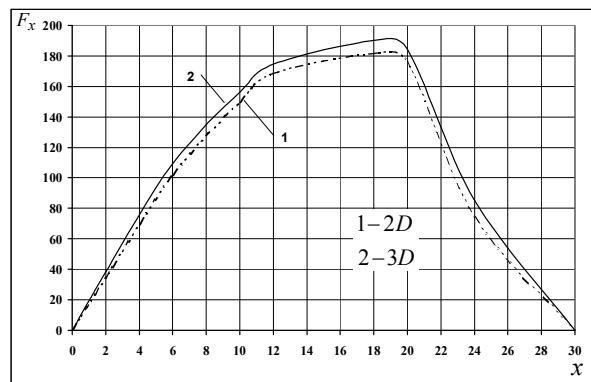
Данные, представленные ниже, в таблице, иллюстрируют этот вывод.

Таблица

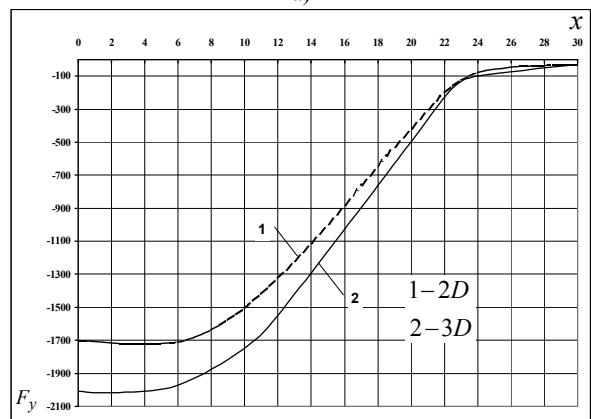
Индуктивность, мГн	Двухмерная задача	Трехмерная задача	Эксперимент [1]
L_{max}	32,51	32,21	32,36
L_{min}	6,43	8,1	9,38

Расчет трехмерного магнитного поля позволил также уточнить значения составляющих электромагнитной силы F_x, F_y . Для сравнения результатов решения двухмерной (2D) и трехмерной (3D) задачи на рис. 6 представлены зависимости $F_x = f(x)$ (рис. 6,а) и $F_y = f(x)$ (рис. 6,б). Анализ данных зависимостей показывает, что неучет в рассматриваемой задаче реального трехмерного характера распределения магнитного поля ЛВРД приводит к некоторому занижению значений составляющих электромагнитной силы. В частности, максимальное тяговое усилие, полученное по результатам решения трехмерной задачи больше на 5% максимального тягового усилия, полученного по результатам решения двухмерной задачи. Максимальная величина усилия одностороннего притяжения, полученная по результатам решения трехмерной задачи больше на 17,3% максимальной величины усилия одностороннего притяжения, полученной по результатам решения двухмерной задачи. В то же время следует отметить тот факт, что, несмотря на возможности современной вычислительной техники,

решение трехмерных полевых задач с учетом насыщения все еще остается трудоемким процессом, требующим больших временных и ресурсных затрат.



а)



б)

Рис. 6

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Krishnan R. Switched Reluctance Motor Drives. Modeling, Simulation, Analysis, Design and Applications. – CRC Press, 2001. – 398 p.
- [2] Бут Д.А., Чернова Е.Н. Линейные вентильно-индукторные двигатели. Часть 1 // Электричество. – 1999. - № 12. – С. 32-41.
- [3] Смирнов Ю.В. Линейные вентильно-индукторные двигатели // Электричество. – 2002. - № 1. – С. 37-43.
- [4] Ткачук В. Электромехатроніка: Навчальний посібник. – Львів: Видавництво Національного університету “Львівська політехніка”. 2001. – 404 с.
- [5] Иванов-Смоленский А.В. Электромагнитные силы и преобразование энергии в электрических машинах. – М.: Высш. шк., 1989. – 312 с.
- [6] Рымша В.В. Расчет параметров статического режима линейного вентильно-индукторного двигателя // Электромашинобудування та електрообладнання: Респ. міжвід. наук.-техн. зб. – 2002. – Вип.. 59. – С. 84-88.
- [7] <http://femm.berlios.de>.
- [8] Радимов И.Н., Рымша В.В., Малеваный О.Е. Моделирование режимов работы вентильного индукторного двигателя // Електротехніка і електромеханіка. – 2002. - №2. – С. 60-64.
- [9] <http://www.cst-world.com>.
- [10] Miller T.J.E. Switched Reluctance Motors and their Control. – Magna Physics Publishing and Clarendon Oxford Press, 1993, 203 p.

Поступила 15.09.2003