

НЕЛИНЕЙНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВОЛН В АКУСТИЧЕСКИХ ПУЧКАХ С ПОПЕРЕЧНЫМ ФАЗОВЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ

Ю.М. ДУДЗИНСКИЙ, Н.В. МАНИЧЕВА, А.А. БОНДАРЬ

Одесский национальный политехнический университет

Рассматривается параметрический излучатель в виде антенны, по поверхности которой задано линейное фазовое распределение амплитуды. Используя модель Хохлова – Заболотской, получено аналитическое решение, описывающее как ближнее, так и дальнее поле излучателя. Показано, что в ближнем поле можно увеличить амплитуду вторичной волны разностной частоты (т. е. КПД параметрической антенны) при определенном фазировании сигнала на излучающей поверхности. Также показано, что в ближней и прожекторной зоне угол поворота характеристики направленности параметрической антенны отличается от угла фазирования первичных волн накачки на ее излучающей поверхности. Получено нелинейное соотношение между этими углами.

ВВЕДЕНИЕ

Использование нелинейного взаимодействия звуковых волн разных частот при их распространении в воде позволяет разделить в пространстве процессы преобразования электрической энергии в акустическую и формирования направленного излучения [1]. Функцию устройства, формирующего диаграмму направленности, выполняет протяженный (длиной в десятки и даже сотни метров) участок среды, в котором взаимодействуют упругие волны конечной амплитуды. На этом принципе построены параметрические антенны (излучатели). Сама среда с нелинейными свойствами играет самую активную роль в формировании диаграммы направленности гидроакустических устройств. При этом габариты излучающей поверхности (апертура) акустического источника не играют роли. При этом за пределами области взаимодействия, которая ограничена дистанцией затухания первичных волн накачки, может распространяться только низкочастотная волна разностной частоты (ВРЧ) [2, 3].

Существующие в настоящее время модели нелинейного взаимодействия волн в большинстве описывают дальнее поле излучения, наиболее интересное для прикладных задач гидроакустики. Хотя в ближнем поле (область накачки), где формируется направленность нелинейных излучателей, не все исследовано. Кроме того, для расчета характеристик направленности параметрических излучателей часто используются численные методы или использование в моделях упрощенных уравнений [4 – 7].

В традиционных акустических антеннах широко используется электронное сканирование диаграммой направленности водного пространства путем введения фазового распределения возбуждающего сигнала по апертуре. Это позволяет, во-первых, избавиться от сложных и громоздких электромеханических поворотных устройств. Во-вторых, такой подход в конструировании позволяет существенно увеличить быстродействие гидролокаторов. Об аналогичных подходах при создании параметрических антенн в литературных источниках не упоминается.

Представляет интерес получить аналитическое решение, описывающее как ближнее, так и дальнее поле параметрической антенны. Рассматривается задача нелинейного взаимодействия волн накачки в плоском акустическом пучке, в поперечном сечении которого задано линейное фазовое распределение амплитуды.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим излучатель с линейной апертурой длиной a , который возбуждается сигналом типа биений со спектром из двух гармоник близких частот ω_1 и ω_2 . Амплитуда колебаний на апертуре имеет нормальное распределение (рис. 1а). Во-первых, это соответствует акустическому полю вблизи поршневой диафрагмы. Во-вторых, метод Хохлова – Заболотской именно для такого вида распределения амплитуды по поверхности излучателя дает наиболее точный результат. Фазовое распределение амплитуды по поверхности излучателя – линейное (рис. 1б). Решение двумерной задачи производится в координатных осях $(x; z)$.

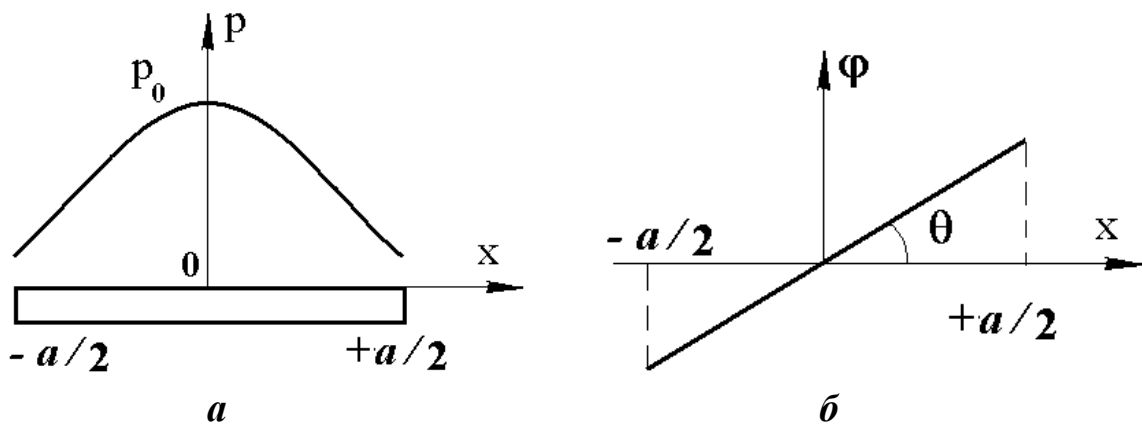


Рис. 1.

Итак, функция распределения амплитуды имеет вид:

$$\rho(x; z=0) = A_1(x) \cdot \exp(i\omega_1\tau - ik_1x \cdot \operatorname{tg} \theta) + A_2(x) \cdot \exp(i\omega_2\tau - ik_2x \cdot \operatorname{tg} \theta), \quad (1)$$

где $A_1(x) = A_2(x) = A(x) = \rho_0 \exp(-x^2/\sigma^2)$ – амплитудные множители; $\omega_1 = 2\pi f_1$ и $\omega_2 = 2\pi f_2$ – круговые частоты первичных волн накачки; $k_1 = \omega_1/c_0$ и $k_2 = \omega_2/c_0$ – соответствующие волновые числа; $\tau = t - z/c_0$ – параметр времени; z – ось, в направлении которой излучаются волны; c_0 – скорость звука в невозмущенной среде; ρ_0 – плотность среды в равновесном состоянии; θ – угол фазирования.

2. РАСЧЕТ ВТОРИЧНОГО АКУСТИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Используем модель Хохлова – Заболотской. В этом случае уравнение первого приближения [3] имеет вид

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial z} - \frac{b}{2c_0^3 \rho_0} \frac{\partial^2 \rho_1}{\partial \tau^2} = 0, \quad (2)$$

где ρ_1 – решение первого приближения, b – параметр затухания. Решение обыкновенного волнового уравнения (2) имеет вид:

$$\rho_1 = A(x) \left[\exp(i\omega_1\tau - ik_1x \cdot \operatorname{tg} \theta) \Phi_1(z) + \exp(i\omega_2\tau - ik_2x \cdot \operatorname{tg} \theta) \Phi_2(z) \right]. \quad (3)$$

Здесь $\Phi_{1,2}(z) = \exp(-\alpha_{1,2}z)$ – функция, учитывающая затухание волн накачки;

$$\alpha_{1,2} = \frac{b\omega_{1,2}^2}{2c_0^3\rho_0} \text{ – коэффициенты затухания первичных волн.}$$

Уравнение второго приближения [2, 3]:

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial \tau \partial z} - \frac{c_0}{2} \cdot \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} = \frac{\varepsilon}{2c_0\rho_0} \cdot \frac{\partial^2 (\rho_1)^2}{\partial \tau^2}, \quad (4)$$

где $\rho(x, z)$ – искомое решение; ε – нелинейный параметр среды.

Возводя выражение (3) в квадрат, оставляем лишь слагаемое, описывающее волну разностной частоты (ВРЧ):

$$\rho_1^2 = A^2(x) \cdot \Phi_1(z) \cdot \Phi_2(z) \cdot \exp(i\Omega\tau - iKx \cdot \text{tg}\theta), \quad (5)$$

где $\Omega = |\omega_1 - \omega_2|$, $K = \Omega/c_0$ – частота и волновое число ВРЧ, соответственно. Ищем решение уравнения (4) для амплитуды ВРЧ в виде:

$$\rho(x; z) = A_-(x; z) \cdot \exp(i\Omega\tau). \quad (6)$$

С учетом (5) и (6) уравнение (4) примет вид:

$$\frac{dA_-}{dz} + \frac{i}{2K} \frac{\partial^2 A_-}{\partial x^2} = \frac{i\varepsilon\Omega}{2c_0^4\rho_0} A^2\Phi_1\Phi_2 \cdot \exp(-iKx \cdot \text{tg}\theta) \text{ или } \frac{dA_-}{dz} + \frac{i}{2K} \frac{\partial^2 A_-}{\partial x^2} = \frac{i\varepsilon\Omega}{2c_0\rho_0} \cdot F(x; z). \quad (7)$$

Целесообразно искать решение уравнения (7) в виде спектра плоских волн:

$$A_-(x; z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} A^s(k_x; z) \cdot \exp(ik_x x) \cdot dk_x. \quad (8)$$

К правой части уравнения (7) применим прямое и обратное преобразования Фурье:

$$F(x; z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} F^s(k_x; z) \cdot \exp(ik_x x) \cdot dk_x = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x \int_{-\infty}^{+\infty} F(x; z) \cdot \exp(ik_x(x-x')) \cdot dx'. \quad (9)$$

С учетом выражений (8) и (9) уравнение (7) примет вид:

$$\frac{dA_-^s}{dz} + \frac{ik_x^2}{2K} A_-^s = \frac{i\varepsilon\Omega}{2c_0\rho_0\sqrt{2\pi}} \cdot \Phi_1(z) \cdot \Phi_2(z) \int_{-\infty}^{+\infty} A^2 \cdot \exp(-iKx \cdot \text{tg}\theta - ik_x x) \cdot dx. \quad (10)$$

Поскольку интеграл в правой части (10) табличный [8], то уравнение примет вид:

$$\frac{dA_-^s}{dz} - \frac{ik_x^2}{2K} A_-^s = \frac{i\varepsilon\Omega}{4c_0\rho_0} \rho_0^2 a \cdot \exp\left[-\frac{K^2 a^2 \cdot \text{tg}^2 \theta + k_x^2 a^2 K \cdot \text{tg}\theta}{8}\right] \cdot \exp[-(\alpha_1 + \alpha_2)z]. \quad (11)$$

Уравнение (11) – линейное дифференциальное уравнение относительно параметра z , решение которого [9] имеет вид:

$$A_-^s(k_x; z) = \frac{i\varepsilon\Omega\rho_0 a}{4c_0} \cdot \exp\left[\frac{-a^2 K^2 \cdot \text{tg}^2 \theta + a^2 (k_x^2 + 2k_x K \cdot \text{tg}\theta)}{8}\right] \times \left\{ \frac{\exp[-(\alpha_1 + \alpha_2)z] - \exp\left[\frac{ik_x^2}{2K}z\right]}{\alpha_1 + \alpha_2} + \frac{ik_x^2}{2K}z \right\}. \quad (12)$$

Найдем функцию-оригинал, применив обратное преобразование Фурье к (12):

$$A_-(x; z) = \frac{i\varepsilon\Omega\rho_0 a}{4c_0\sqrt{2\pi}} \exp\left[\frac{-a^2 K^2 \operatorname{tg}^2 \theta}{8}\right] \cdot \left\{ -\int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-k_x^2 \left(\frac{a^2}{8} - \frac{iz}{2K}\right)\right] \exp\left[k_x \left(ix - \frac{a^2 K \operatorname{tg} \theta}{4}\right)\right] dk_x + \frac{\exp\left[-(\alpha_1 + \alpha_2)z\right] \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[\frac{a^2(-k_x^2 - 2k_x K \operatorname{tg} \theta)}{8} + ik_x x\right] dk_x}{\alpha_1 + \alpha_2} + \frac{ik_x^2 z}{2K} \right\},$$

или иначе

$$A_-(x; z) = \frac{i\varepsilon\Omega\rho_0 a}{4c_0\sqrt{2\pi}} \exp\left[\frac{-a^2 K^2 \operatorname{tg}^2 \theta}{8}\right] \cdot \{-I_1 + I_2\}.$$

Здесь интеграл I_1 – табличный [8], а интеграл I_2 – типа Фурье, описывающий, обычно, дальнейшее поле излучения. Вычислить I_2 можно методом наискорейшего спуска по формуле Дебая [10]. Введя обозначение характеристической длины дифракции вторичного поля:

$$L_d = Ka^2/2,$$

после вычисления интегралов I_1, I_2 , получим выражение для поля ВРЧ:

$$A_-(x; z) = -\frac{i\varepsilon\Omega\rho_0 a}{2c_0} \left\{ \frac{\exp\left[-\frac{Kx^2}{L_d} + \frac{iKz \operatorname{tg} \theta}{2} - \frac{iKx \operatorname{tg} \theta}{1 + \frac{2iz}{L_d}}\right]}{(\alpha_1 + \alpha_2) \sqrt{1 + \frac{2iz}{L_d}}} - \frac{\exp\left[-(\alpha_1 + \alpha_2)z - iKx \operatorname{tg} \theta\right]}{(\alpha_1 + \alpha_2)} + \frac{iKz \operatorname{tg} \theta}{2} \right\}. \quad (13)$$

3. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЙ

Первое слагаемое в выражении (13) описывает ближнее поле, второе – дальнейшее поле излучения. Как видно из этого выражения, в ближней зоне акустического поля амплитуда вторичного поля ВРЧ увеличивается (рис. 2а). Это связано с тем, что происходит перекачка энергии из первичных волн накачки в энергию волны разностной частоты на дистанции $z \leq L_d$. Это имеет место, пока за счет затухания волны накачки конечной амплитуды не трансформируются в волны малой амплитуды.

Кроме того, при определенных углах фазирования поля первичных волн накачки (рис. 2б) возможно увеличить амплитуду ВРЧ, т. е. повысить КПД параметрической антенны.

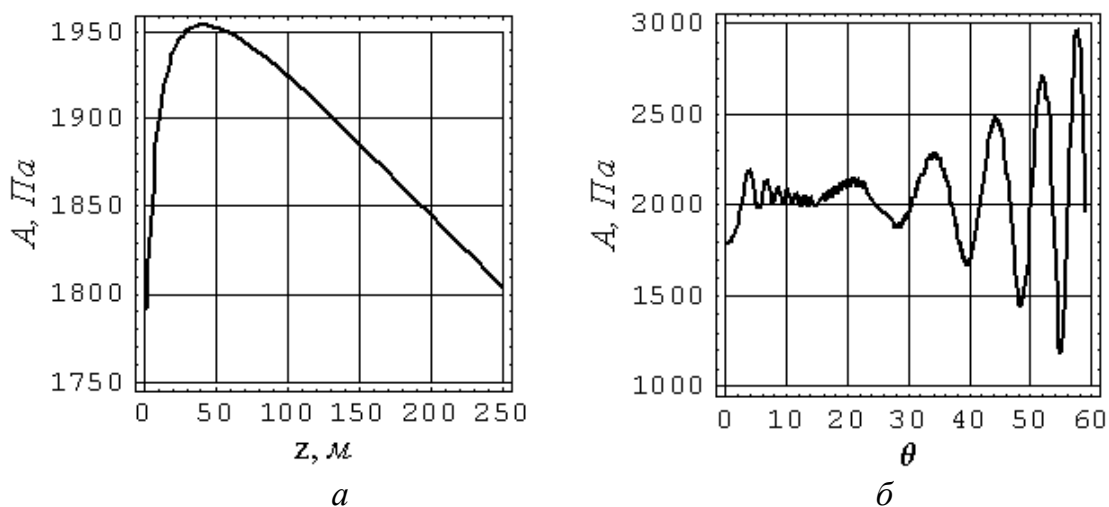


Рис.2.

Анализ выражения (13) показывает, что в ближней зоне характеристика направленности вторичного поля ВРЧ будет повернута на некоторый угол θ^* (рис. 3), который связан с углом поворота первичного поля волн накачки θ .

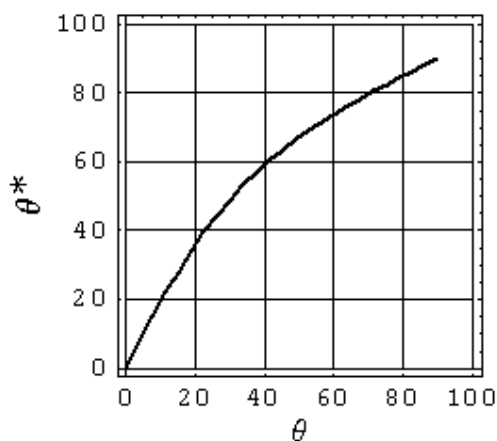


Рис.3.

Из второго слагаемого в выражении (13) следует, что в дальнем поле ($z > L_d$) амплитуда ВРЧ изменяется пропорционально $1/z$ и диаграмма направленности вторичного поля повернута на угол θ , соответствующий углу фазирования волн накачки.

ВЫВОДЫ

1. При разработке и конструировании параметрических антенн с электронным сканированием следует учитывать, что в ближней и прожекторной зоне угол поворота диаграммы направленности поля ВРЧ нелинейно зависит от угла фазирования первичных волн на апертуре излучателя.
2. Введя фазирование возбуждающего сигнала, подводимого к параметрическому излучателю, можно повысить его КПД по полю ВРЧ.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Зарембо Л. К., Красильников В. А.* Введение в нелинейную акустику. – М. : Наука, 1966. – 520 с.
2. *Новиков Б. К., Руденко О. В., Тимошенко В. И.* Нелинейная гидроакустика. – Л. : Судостроение, 1984. – 264 с.
3. *Зарембо Л. К., Тимошенко В. И.* Нелинейная акустика. – М. : Изд-во МГУ, 1984. – 104 с.
4. *Андебура В. А., Донской Д. М., Наугольных К. А., Степанов Ю. С., Сутин А. М.* Звуковое поле мощного акустического излучателя в параметрическом режиме // Акустический журнал. – 1990. – **36**, № 3. – С. 548–550.
5. *Воронин В. А., Куценко Т. Н., Тарасов С. П.* Особенности формирования характеристики направленности параметрической антенны // Акустический журнал. – 2000. – **46**, № 6. – С. 838–840.
6. *Островский Д. Б.* Статистические свойства ореола характеристики направленности акустической параметрической антенны // Акустический журнал. – 2002. – **48**, № 2. – С. 281–284.
7. *Hedberg C. M., Haller K. C. E., Katakura T.* A self-silenced sound beam // Acoustical Physics . – 2010 . – **56**. – P. 637–639.
8. *Прудников А. П., Брычков Ю. А., Маричев О. И.* Интегралы и ряды. – М. : Наука, 1981. – 800 с.
9. *Камке Э.* Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. – М. : Наука, 1976. – 576 с.
10. *Скучик Е.* Основы акустики. – М. : Мир. –1976. – Т. 1, 520 с.