Сербин Д. А., *студент*
Кафедра прикладной математики
Одесский национальный политехнический университет

МОДИФИКАЦИЯ МЕТОДА ВЕТВЕЙ И ГРАНИЦ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ЦЕЛОЧИСЛЕННОГО ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ С БУЛЕВЫМИ ПЕРЕМЕННЫМИ

В рамках исследования рассмотрена модификация аддитивного алгоритма Балаша решения задачи о ранце для ускоренного поиска решения, близкого к оптимальному.

Ключевые слова: *целочисленное линейное программирование, задача о ранце, алгоритм Балаша.*

Постановка проблемы и цель исследования. Задачи управления проектами, распределения ресурсов, планирования производства, размещения производственных сил и многие другие приводятся к дискретным моделям линейной оптимизации. Поэтому пристальное внимание к этому разделу оптимизации не случайное. Построение математических моделей[1], а также разработка и совершенствование существующих методов решений[2] одно из важнейших направлений в отечественной и зарубежной научной литературе. Следует отметить, что методы комбинированного характера довольно распространенные[3]. Это объясняется тем, что они гибкие, позволяют учесть специфические особенности задач, а также их легко модифицировать, включая различные новые вычислительные моменты, улучшающие эффективность их работы.

Наиболее распространенным среди комбинаторных алгоритмов является метод ветвей и границ. История этого метода начинается с алгоритма Ленд и Дойг[4], предложенного для решения задачи целочисленного линейного программирования (ЦЛП). Популярности этот алгоритм не завоевал. Более существенным оказался алгоритм Литтла и др.[5] для решения задачи о коммивояжере. Он содержит четко выраженные моменты ветвления (разбиения множества вариантов решения на подмножества), в нем предложен способ получения оценок подмножеств (что теперь называется способом расширения-сужения).

В монографии Корбута А. А. И Финкельштейна Ю. Ю.[3] были выделены и обобщены три основных момента наиболее известных методов ветвей и границ, которые являются общими для всех методов этого типа:

- получение оценок множеств вариантов;
- разбиение множества вариантов на подмножества;
- признак оптимальности, построенный на базе оценок подмножеств.

Каждый из этих моментов предопределяет процедуру алгоритмизации метода и дает возможность модифицировать как способ разбиения множества, так и способ его оценивания.

На сегодняшний день известно два класса методов ветвей и границ. Методы с двусторонним и односторонним ветвлением. Это деление четко предопределяет направление развития алгоритмизации метода для решения задач ЦЛП с булевыми переменными. Алгоритм Литтла главный представитель двустороннего метода, а алгоритм Балаша[6] – одностороннего.

Предполагаемая разработка нацелена на совершенствование алгоритмов с односторонним ветвлением. В первую очередь, скорости сходимости. Главная проблема – определение компонент в векторе решения, которые должны принимать единичное значение. Порядок присвоения единиц компонентам значительно влияет на скорость сходимости алгоритмов и, тем самым, увеличение количества отсеиваемых вариантов, что является главным моментом в комбинаторных алгоритмах.

Ведется исследование по применению существующих алгоритмов, таких как жадный[7], генетический[2], муравьиных колоний[8] и их комбинаций с целью увеличения скорости сходимости алгоритмов с односторонним ветвлением. Рассматривается задача в следующей постановке

$$z = \max \sum_{j=0}^{n} c_j x_j$$

и ограничениях

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \leq b_i, i = \overline{1,m};$$

$$x_j \in \{0,1\}, j = \overline{1,n}.$$

Вариантом решения будет вектор $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$, некоторые компоненты которого имеют значение 1, остальные нулевые. Какие компоненты должны быть принимать единичное значение и в какой последовательности необходимо конкретизировать их как единицы и является основой экспериментального исследования.

Пусть на s-том шаге конкретизации имеется множество индексов $K_j^s = \{j | x_j = 1\}$ и множество V_j^s претендентов на значения 1

$$V_j^s = \{j \notin K_j^s | (b_j^s - a_{ij}) \geq 0, i = \overline{1,m}\},$$

где

$$b_i^s = b_i - \sum_{j \in K_j} a_{ij}, i = \overline{i,m}.$$

При первом способе конкретизации надлежит присвоить значения 1 компонентам x_{j0}, если

$$c_{j0} = \max c_j, j \in V_j^s.$$

При втором способе x_{j0} определяются с учетом суммарной величины неувязок между правой и левой частями системы ограничений. Имеем

$$r_{j0} = \max r_j, j \in V_j^s$$

где

$$r_j = \sum_{i=1}^{m} (b_j^s - a_{ij}) \cdot c_j, j \in V_j^s.$$

Результаты исследования. Проведен предварительный эксперимент решения задач ЦЛП с булевыми переменными различной размерности. Выявлено, что второй способ конкретизации с учетом неувязок предопределяет большую сходимость алгоритма, чем первый. Наиболее чувствительными являются задачи большой размерности при небольшом количестве ограничений. Исследование продолжается. Идет поиск других вариантов порядка конкретизации переменных, дающих большую сходимость. Результаты будут приведены в следующей публикации.

Научный руководитель к.э.н., профессор кафедры ПМ Юхименко Б.И.

Литература

1. Хемди А. Таха. Введение в исследование операций. Седьмое издание. – М.: Вильямс, 2007. – 901 с.
2. И. Х. Сигал. Введение в прикладное дискретное программирование / И. Х. Сигал, А. П. Иванова. – М.: Физматлит, 2007. – 300 с.
3. А. А. Корбут. Дискретное программирование / А. А. Корбут, Ю. Ю. Финкельштейн. – М.: Наука, 1969. – 389 с.
4. Land A. H. An automatic method of solving discrete programming problems / A. H. Land, H. G. Doig // Econometrica, 1960. – V. 28. – № 3. – pp. 497–520.
5. Little J. D. C. An algorithm for the salesman problem / K. G. Murty, D. W. Sweency, C. Karel // Operations Research, 1963. – T. 11. – № 6. – pp. 972–989.
6. Balas E. An Additive Algorithm for Solving Linear Programs with Zero-One Variables // Operations Research, 1965. – Vol. 13. – № 4. – pp. 517–546
7. Г. Н. Дюбин, А. А. Корбут. Жадные алгоритмы для задачи о ранце: поведение в среднем // Сибирский журнал индустриальной математики. Июль-декабрь, 1999. Т. II, № 2(4). – с. 68–92.
8. С. Д. Штовба. Муравьиные алгоритмы: теория и применение. // Программирование. – 2005, – №4. – с. 1–16.