

Досліджуються погрешності компенсаційного методу ідентифікації нелінійних динамічних систем у вигляді ядер Вольєрра. Для підвищення обчислювальної стійкості методу ідентифікації застосовуються процедури шумозаглушення, засновані на вейвлет-перетвореннях

Ключові слова: нелінійні динамічні системи, ідентифікація, ядра Вольєрра, вейвлет-фільтрація

Исследуются погрешности компенсационного метода идентификации нелинейных динамических систем в виде ядер Вольєрра. Для повышения вычислительной устойчивости метода идентификации применяются процедуры шумоподавления, основанные на вейвлет-преобразованиях

Ключевые слова: нелинейные динамические системы, идентификация, ядра Вольєрра, вейвлет-фильтрация

They are researched inaccuracy of the compensation method of identifications of the nonlinear dynamic system in the manner of Volterra kernels. For increasing of computing stability of the method to identifications are used procedures suppression of the noise, founded on wavelet-transformation.

Key words: nonlinear dynamic systems, identification, Volterra kernel, wavelet-filtering

ПРИМЕНЕНИЕ ВЕЙВЛЕТ- ФИЛЬТРАЦИИ В ПРОЦЕДУРЕ ИДЕНТИФИКАЦИИ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ В ВИДЕ ЯДЕР ВОЛЬТЕРРА

С. В. Павленко

Аспирант

Кафедра компьютеризированных систем управления
Одесский национальный политехнический университет
пр. Шевченко, 1, г. Одесса, Украина, 65044

Контактный тел.: (048) 771-25-61, 097-324-56-78

E-mail: psv85@yandex.ru

1. Введение

Методы математического моделирования и эксперимент являются основными средствами исследования сложных нелинейных динамических систем (НДС), для описания которых в настоящее время широко используются интегростепенные ряды Вольтерра (РВ) [1–3]. При этом нелинейные и динамические свойства системы полностью характеризуются последовательностью многомерных весовых функций ядер Вольтерра (ЯВ). Задача идентификации системы - построения модели в виде РВ заключается в определении многомерных ЯВ на основе экспериментальных данных исследования НДС “вход-выход”.

Идентификация по своей сути относится к обратным задачам, при решении которых возникают серьезные трудности вычислительного плана, обусловленные некорректностью постановки задачи [4]. Решения, получаемые при этом, оказываются неустойчивыми к погрешностям исходных данных - измерений откликов идентифицируемой системы.

Известные экспериментальные методы определения ЯВ во временной области [1, 5], основанные на применении тестовых импульсных (ступенчатых) сигналов, характеризуются малым временем измерения, просто-

той обработки информации и генерирования тестового сигнала. Однако низкая помехоустойчивость методов детерминированной идентификации ограничивает их применение в условиях реального эксперимента при наличии погрешностей измерений откликов.

Это обуславливает необходимость поиска новых эффективных способов идентификации НДС, с использованием детерминированных пробных воздействий, основанных на применении алгоритмов регуляризации некорректных задач [4, 6] или шумоподавления с помощью вейвлет-преобразований [6, 7].

Целью данной работы является повышение эффективности компенсационного метода идентификации НДС в виде РВ с использованием тестовых нерегулярных последовательностей импульсов [7], исследование точности и помехоустойчивости вычислительных алгоритмов, реализующих метод идентификации.

2. Модели Вольтерра нелинейных динамических систем

Соотношение вход-выход для непрерывной НДС с одним входом и одним выходом может быть представлено РВ

$$y(t) = w_0(t) + \int_0^t w_1(\tau)x(t-\tau)d\tau + \int_0^t \int_0^t w_2(\tau_1, \tau_2)x(t-\tau_1)x(t-\tau_2)d\tau_1 d\tau_2 + \int_0^t \int_0^t \int_0^t w_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3)x(t-\tau_1)x(t-\tau_2)x(t-\tau_3)d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 + \dots \quad (1)$$

где $x(t)$ и $y(t)$ - соответственно входной и выходной сигналы системы; $w_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n)$ - весовая функция или ядро Вольтерра n -го порядка ($n=1,2,3,\dots$), симметричная относительно вещественных переменных $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$ функция, t - текущее время; при нулевых начальных условиях $w_0(t)=0$.

В общем случае для НДС со многими входами и

$$y_j(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{i_1=1}^v \dots \sum_{i_n=1}^v \int_0^t \dots \int_0^t w_{i_1 i_2 \dots i_n}^j(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) \prod_{k=1}^n x_{i_k}(t-\tau_k) d\tau_k, j = \overline{1, \mu}, \quad (2)$$

многими выходами модель Вольтерра имеет вид

где $y_j(t)$ - отклик НДС на j -ом выходе в текущий момент времени t при нулевых начальных условиях; $x_1(t), \dots, x_v(t)$ - входные воздействия; $w_{i_1 i_2 \dots i_n}^j(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n)$ - ядра Вольтерра n -го порядка по i_1, i_2, \dots, i_n входам и j -му выходу, симметричные относительно вещественных переменных $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$ функции; v, μ - количество входов и выходов НДС соответственно.

На практике РВ заменяют полиномом и обычно ограничиваются в модели НДС несколькими первыми членами ряда.

3. Компенсационный метод идентификации НДС с помощью тестовых нерегулярных последовательностей импульсов

В [7] рассматривается компенсационный метод идентификации НДС в виде ЯВ во временной области, основанный на испытании исследуемой системы нерегулярными последовательностями коротких импульсов с варьируемыми параметрами: амплитудой (A), длительностью ($\Delta\tau$) и задержками между импульсами.

Модель тестового сигнала, представляющая собой нерегулярную последовательность, состоящую не более, чем из m импульсов, действующих в моменты времени τ_i , можно записать в виде

$$x(t) = \sum_{i=1}^m \delta_{\tau_i} S \delta(t - \tau_i) \quad (3)$$

где $S=A\Delta\tau$ - площадь импульсов; $\delta(t - \tau_i)$ - дельта-функция Дирака; δ_{τ_i} - параметр, определяющий количество импульсов и их задержки относительно друг друга в тестовой импульсной последовательности - если $\delta_{\tau_i} = 1$, то в последовательности в момент времени τ_i импульс есть; при $\delta_{\tau_i} = 0$ - отсутствует.

С помощью введенного в [7] формализма получены соотношения, которые задают вычислительный алгоритм экспериментального определения диагонального и поддиагональных сечений ЯВ n -го порядка.

Для НДС с одним входом и одним выходом

$$\widehat{w}_n(t - \tau_1, \dots, t - \tau_n) = \frac{(-1)^n}{n! S^n} \sum_{\delta_{\tau_1} \dots \delta_{\tau_n} = 0}^1 (-1)^{\sum_{i=1}^n \delta_{\tau_i}} y(t, \delta_{\tau_1}, \dots, \delta_{\tau_n}), \quad (4)$$

где $\widehat{w}_n(t - \tau_1, \dots, t - \tau_n)$ - оценка сечения ЯВ n -го порядка; $y(t, \delta_{\tau_1}, \dots, \delta_{\tau_n})$ - реакция НДС, измеренная в момент времени t , при действии на входе модулированных дельта-импульсов с площадью S соответственно в моменты времени τ_1, \dots, τ_n .

Для НДС с v входами и μ выходами 0

$$\widehat{w}_{i_1 \dots i_n}^j(t - \tau_1, \dots, t - \tau_n) = \frac{(-1)^n}{n! S^n} \sum_{\delta_{\tau_1}^i \dots \delta_{\tau_n}^i = 0}^1 (-1)^{\sum_{m=1}^n \delta_{\tau_m}^i} y_j(t, \delta_{\tau_1}^i, \dots, \delta_{\tau_n}^i), \quad j = \overline{1, \mu}, \quad (5)$$

где $\widehat{w}_{i_1 \dots i_n}^j(t - \tau_1, \dots, t - \tau_n)$ - оценка сечения ЯВ n -го порядка, характеризующего нелинейные и динамические свойства НДС, полученная в результате обработки данных эксперимента; $y_j(t, \delta_{\tau_1}^i, \dots, \delta_{\tau_n}^i)$ - реакция объекта, измеренная на j -ом выходе в момент времени t , при действии на входах i_1, \dots, i_n модулированных дельта-импульсов с площадью S соответственно в моменты времени τ_1, \dots, τ_n ; если $\delta_{\tau_i}^i = 1$, то импульс действует на i -ом входе НДС в момент времени τ , при $\delta_{\tau_i}^i = 0$ импульс на этом входе в момент времени τ отсутствует.

Например, для определения ЯВ второго порядка НДС сначала испытывают одиночными импульсами, действующими в моменты времени τ_1 и τ_2 , и осуществляют запись реакций. Затем, подают на вход объекта два импульса

$$x(t) = S\delta(t - \tau_1) + S\delta(t - \tau_2), \quad (6)$$

Из полученной при этом реакции вычитаются записи реакций объекта на одиночные импульсы

$$y(t, 1, 1) - y(t, 1, 0) - y(t, 0, 1) = 2! S^2 \widehat{w}_2(t - \tau_1, t - \tau_2), \quad (7)$$

При фиксированных значениях τ_1 и τ_2 , $\widehat{w}_2(t - \tau_1, t - \tau_2)$ представляет собой функцию от переменной t - сечение поверхности $\widehat{w}_2(t, t_2)$ плоскостью, проходящей под углом в 45° к осям t_1 и t_2 и сдвинутой по оси t_1 на величину $\tau_0 = \tau_2 - \tau_1$. Изменяя величину τ_0 , будем получать различные сечения $\widehat{w}_2(t_1, t_2)$, по которым можно восстановить всю поверхность $w_2(t_1, t_2)$.

Структурные схемы процедуры идентификации ЯВ второго порядка для НДС с одним входом и одним выходом и для НДС с двумя входами и одним выходом представлены соответственно на рис. 1 и 2.

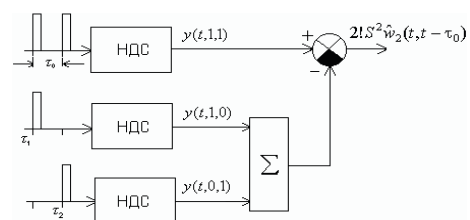


Рис. 1. Структурная схема процедуры идентификации ЯВ второго порядка

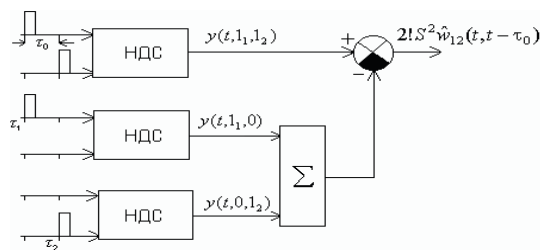


Рис. 2. Структурная схема процедуры идентификации ЯВ второго порядка по разным входам

Для определения сечения ЯВ третьего порядка для НДС с двумя входами и одним выходом $\hat{w}_{112}(t, t - \tau_1, t - \tau_2)$, систему (рис. 3) сначала испытывают по первому входу одиночными импульсами, действующими в моменты времени 0 и τ_1 , по второму входу импульсом, действующим в момент времени τ_2 . Осуществляются записи соответствующих откликов $y(t, 1, 1, 0, 0)$, $y(t, 0, 1, 1, 0)$ и $y(t, 0, 0, 1, 2)$. Затем НДС испытывают двумя импульсами: по первому входу в моменты времени 0 и τ_1 ; по первому и второму входам соответственно в моменты времени 0 и τ_2 , и в моменты времени τ_1 и τ_2 . Сохраняются в памяти ЭВМ соответствующие отклики $y(t, 1, 1, 1, 0)$, $y(t, 1, 1, 0, 1, 2)$ и $y(t, 0, 1, 1, 2)$. Далее из отклика НДС на три импульса, два из которых действуют на первом входе в моменты времени 0 и τ_1 и один импульс, действующий на втором входе в момент времени τ_2 , вычитается сумма откликов НДС на одиночные тестовые импульсы. Полученный результат суммируется с откликами НДС на тестовые воздействия, состоящие из двух импульсов. В результате таких операций, имеем

$$\begin{aligned} & y(t, 1, 1, 1, 2) - (y(t, 1, 1, 0, 0) + y(t, 0, 1, 1, 0) + y(t, 0, 0, 1, 2)) + \\ & y(t, 1, 1, 1, 0) + y(t, 1, 1, 0, 1, 2) + y(t, 0, 1, 1, 2) = \\ & = 3! S^3 \hat{w}_{112}(t, t - \tau_1, t - \tau_2) \end{aligned} \tag{8}$$

Изменяя τ_1 и τ_2 , находим различные сечения $\hat{w}_{112}(t_1, t_2, t_3)$, по которым можно восстановить функцию трех переменных ЯВ третьего порядка.

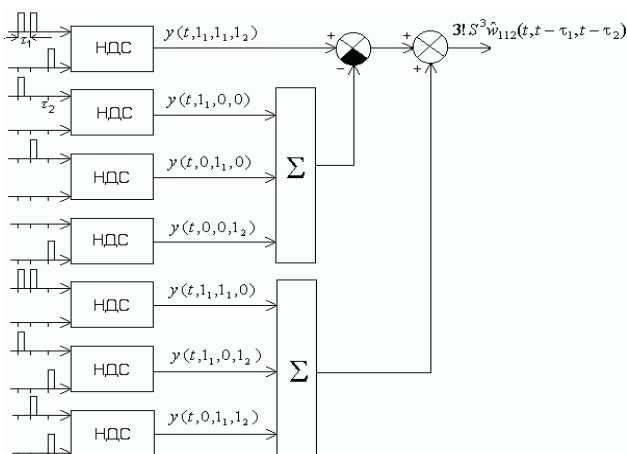


Рис. 3. Структурная схема процедуры идентификации ЯВ третьего порядка по разным входам $\hat{w}_{112}(t, t - \tau_1, t - \tau_2)$

4. Погрешности компенсационного метода идентификации НДС

Выражения (3) и (4) получены при условии, что длительности и амплитуды тестовых импульсов достаточно малы. В результате обработки откликов НДС $y(t, \delta_{\tau_1}, \dots, \delta_{\tau_n})$ (3) и $y_j(t, \delta_{\tau_1}^j, \dots, \delta_{\tau_n}^j)$ (4) находятся приближенные значения сечений ЯВ, точность определения которых зависит от выбора площади тестовых импульсов, т.е. их длительности и амплитуды. Необходимым условием применения метода идентификации с использованием тестовых последовательностей импульсов является достаточно малая величина длительности импульсов, которая на практике выбирается из условия [2]

$$\Delta\tau \leq \frac{0.05\tau_{\min}}{n}, \tag{9}$$

где τ_{\min} - минимальная постоянная времени линейной части НДС в модели Вольтерра; n - порядок определяемого ЯВ.

Анализ погрешностей метода идентификации - методической, обусловленной нескомпенсированным вкладом в отклике НДС членов ряда Вольтерра, порядок которых выше порядка оцениваемого ЯВ, и случайной погрешности, реально существующей при обработке зашумленных данных измерений откликов, показал, что при уменьшении амплитуды пробных импульсов уменьшается методическая погрешность, но при этом возрастает относительная погрешность измерений [7]. Уменьшая амплитуду импульсов тестовой последовательности, находится ее оптимальное значение, соответствующее минимальной погрешности экспериментального определения ЯВ на основе компенсационного метода идентификации.

Неустойчивость вычислительных алгоритмов детерминированной идентификации (4) и (5) к погрешностям исходных данных - измерений импульсных откликов, особенно сильно сказывается при определении ЯВ высоких порядков. Практическая реализация алгоритмов возможна лишь в условиях относительно малых уровней помех при измерениях откликов НДС. Для повышения точности метода идентификации можно также использовать процедуры для подавления составляющих отклика всех четных и всех нечетных порядков [1].

Если известно, что НДС описывается функциональным полиномом степени N , то при определении ЯВ N -го порядка компенсационным методом методическая ошибка равна нулю. Нахождение ЯВ порядков ниже N -го производится с помощью последовательного понижения порядка модели идентифицируемой НДС. При этом из выходного сигнала НДС вычитается отклик модели, составленной из полученных ЯВ старших порядков.

Исследование зависимости погрешности метода идентификации от амплитуды тестовых импульсов осуществлялось с помощью компьютерного моделирования в среде MATLAB-SIMULINK.

Для исследования выбрана НДС, которая описывается нелинейным дифференциальным уравнением вида:

$$\frac{dy(t)}{dt} + \alpha y(t) + \beta y^2(t) = x(t) \tag{10}$$

где α и β - постоянные коэффициенты. Имитационная модель в SIMULINK имеет вид (рис. 4).

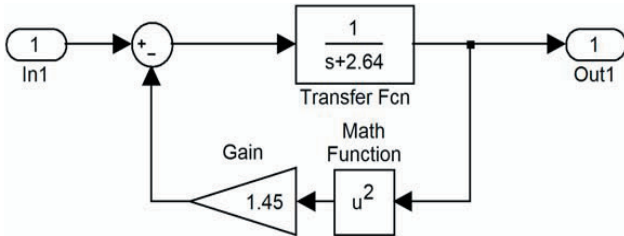


Рис. 4. Имитационная модель идентифицируемой НДС в SIMULINK

Модель НДС в виде трех членов РВ при нулевых начальных условиях имеет вид:

$$y(t) = \int_0^t w_1(\tau_1)x(t-\tau_1)d\tau_1 + \int_0^t \int_0^t w_2(\tau_1, \tau_2)x(t-\tau_1)x(t-\tau_2)d\tau_1d\tau_2 + \int_0^t \int_0^t \int_0^t w_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3)x(t-\tau_1)x(t-\tau_2)x(t-\tau_3)d\tau_1d\tau_2d\tau_3, \tag{11}$$

где

$$w_1(\tau_1) = e^{-\alpha\tau_1};$$

$$w_2(\tau_1, \tau_2) = \frac{\beta}{\alpha} (e^{-\alpha(\tau_1+\tau_2)} - e^{-\alpha\tau_2}), \quad \tau_1 \leq \tau_2;$$

$$w_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3) = \frac{1}{3} \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^2 \cdot (e^{a(\tau_1-\tau_2-\tau_3)} + 3e^{-a(\tau_1+\tau_2+\tau_3)} - 4e^{-\alpha(\tau_2+\tau_3)} - 2e^{-\alpha(\tau_1+\tau_3)} + 2e^{-\alpha\tau_3}), \quad \tau_1 \leq \tau_2 \leq \tau_3.$$

Диагональные сечения ЯВ получаем, полагая $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = t$:

$$w_2(t, t) = \frac{\beta}{\alpha} (e^{-2\alpha t} - e^{-\alpha t}),$$

$$w_3(t, t, t) = \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^2 \cdot (e^{-3\alpha t} - 2e^{-2\alpha t} + e^{-\alpha t}).$$

Для оценки погрешностей экспериментального определения сечений ЯВ используется критерий среднеквадратичной ошибки (СКО):

$$\epsilon = \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{t=1}^k (w_t - \hat{w}_t)^2} \tag{12}$$

где k – количество отсчетов на интервале времени наблюдения, w_t - эталонные значения ЯВ, \hat{w}_t - значения оценки ЯВ, полученные в результате обработки экспериментальных данных (откликов системы) в дискретные моменты времени t .

На рис. 5 и 6 представлены графики (в логарифмическом масштабе) зависимостей СКО идентификации (ϵ) от амплитуды A (площади S) импульсных воздействий при определении диагональных сечений ЯВ соответственно второго и третьего порядков с помощью выражения (3) при различных уровнях погрешности измерений откликов (σ).

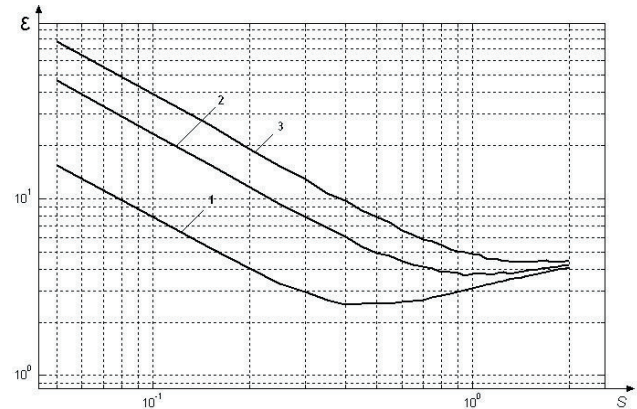


Рис. 5. Зависимости СКО идентификации ЯВ 2-го порядка от площади тестовых импульсов при погрешности измерений: 1% (1), 3% (2) и 5% (3)

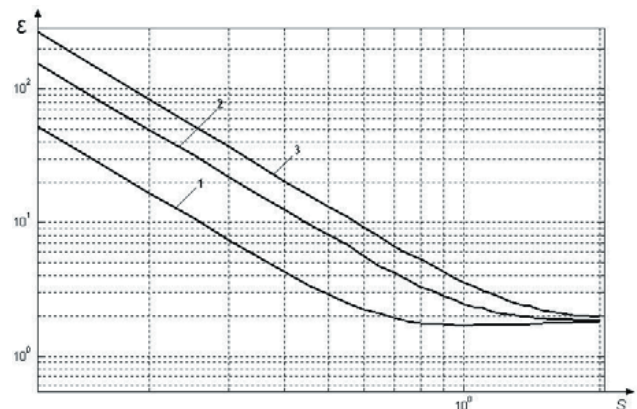


Рис. 6. Зависимости СКО идентификации ЯВ 3-го порядка от площади тестовых импульсов при погрешности измерений: 1% (1), 3% (2) и 5% (3)

В табл. 1 приведены оптимальные значения площади (амплитуды) тестовых импульсов при определении ЯВ второго и третьего порядков для различных погрешностей измерений откликов НДС.

Для повышения помехоустойчивости компенсационного метода идентификации применяются процедуры шумоподавления (сглаживания) к получаемым оценкам многомерных ЯВ, основанные на вейвлет-преобразовании [8].

Шумоподавление обычно достигается удалением высокочастотных составляющих из спектра сигнала,

представляющего аддитивную смесь информационной составляющей – получаемой в результате обработки откликов сечения ЯВ и шума, обусловленного погрешностью измерительной аппаратуры. Применительно к вейвлетным разложениям это может быть реализовано непосредственно удалением детализирующих коэффициентов высокочастотных уровней. Задавая некоторый порог для их уровня, и срезая по нему детализирующие коэффициенты, можно уменьшать уровень шумов.

Таблица 1

Оптимальные значения площади тестовых импульсов

| Порядок ЯВ, n | Погрешность измерений σ , % | | |
|---------------|------------------------------------|------|------|
| | 1 | 3 | 5 |
| 2 | 0.41 | 1.2 | 1.4 |
| 3 | 1.77 | 1.84 | 1.87 |

5. Повышение помехоустойчивости метода идентификации с помощью вейвлет-фильтрации

Для сглаживания результатов идентификации использовалась утилита wden из пакета расширения Wavelet Toolbox системы Matlab с материнским вейвлетом coiflet - coif4 при следующих значениях параметров: параметр установки правила вычисления порогового значения для ограничения коэффициентов разложения TPTR='minimaxi' (по минимаксной оценке); параметр установки типа порога очистки SORH='s' (гибкий); параметр, определяющий способ пересчета порога SCAL='one' (использование порога, единого для всех уровней разложения, без перемасштабирования); глубина разложения данных - 3.

В исследованиях модель получаемой зашумленной оценки сечения ЯВ принимается аддитивной: $\hat{w}_n(t, t, \dots, t) + \xi(t)$ с равномерным шагом по аргументу t , где $w_n(t, t, \dots, t)$ - полезная информационная составляющая, $\xi(t)$ - помеха, белый гауссов шум с дисперсией D и средним нулевым значением.

В среде MATLAB-SIMULINK получены СКО оценки диагональных сечений ЯВ второго и третьего порядков для тестовой НДС (рис. 4) при погрешности измерений откликов $\sigma=1, \sigma=3$ и $\sigma=5\%$ без применения и с применением вейвлет-фильтрации (табл. 2).

На рис. 7 и 8 представлены зависимости СКО идентификации ЯВ второго порядка от площади тестовых импульсов S при погрешности измерений $\sigma=1\%$ и применении вейвлет-фильтрации к полученным оценкам сечений ЯВ с помощью вейвлет-преобразования на основе материнского вейвлета coiflet (рис. 7), и СКО идентификации с использованием вейвлет-фильтрации при различных уровнях разложения L на основе вейвлета coif4 (рис. 8). Минимальная СКО идентификации достигается при использовании материнского вейвлета coiflet — coif4 (рис. 7) с уровнем глубины разложения L=4 (рис. 8). При этом получаются сглаженные решения, а погрешность идентификации уменьшается в 1.5–2 раза.

Таблица 2

СКО идентификации ЯВ второго и третьего порядков

| Порядок ЯВ, n | Без применения вейвлет-фильтрации | | | С применением вейвлет-фильтрации | | |
|---------------|------------------------------------|-------|-------|------------------------------------|-------|-------|
| | Погрешность измерений σ , % | | | Погрешность измерений σ , % | | |
| | 1 | 3 | 5 | 1 | 3 | 5 |
| 2 | 0.024 | 0.037 | 0.045 | 0.019 | 0.033 | 0.037 |
| 3 | 0.025 | 0.028 | 0.032 | 0.014 | 0.017 | 0.020 |

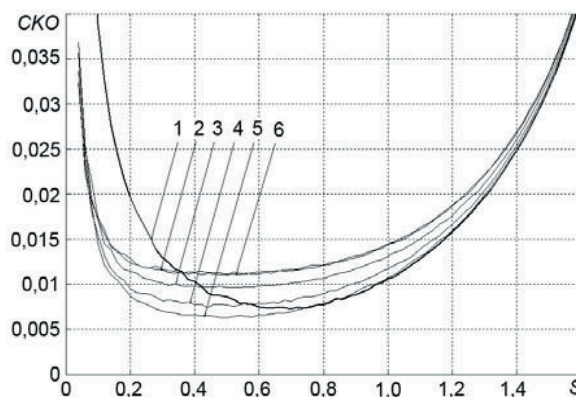


Рис. 7. Зависимости СКО идентификации ЯВ 2-го порядка от площади тестовых импульсов при погрешности измерений 1%: без фильтрации (1); при применении вейвлет-фильтрации с помощью вейвлетов: coif1 (2), coif2 (3), coif3 (4), coif4 (5), coif5 (6)

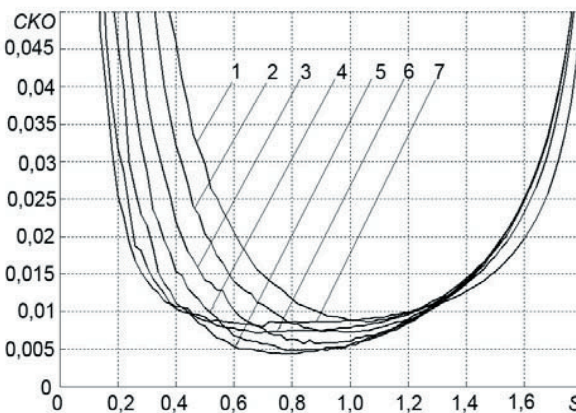


Рис. 8. Зависимости СКО идентификации ЯВ 2-го порядка от площади тестовых импульсов S при погрешности измерений 1%: без фильтрации (1); при применении вейвлет-фильтрации на основе вейвлета coif4 с уровнями разложения L=1 (2), 2 (3), 3 (4), 4 (5), 5 (6), 6 (7)

На рис. 9 представлены результаты идентификации с помощью компенсационного метода диагональных сечений ЯВ второго и третьего порядков тестовой НДС при погрешности измерений откликов 1% без применения и с применением вейвлет-фильтрации на основе материнского вейвлета coif4.

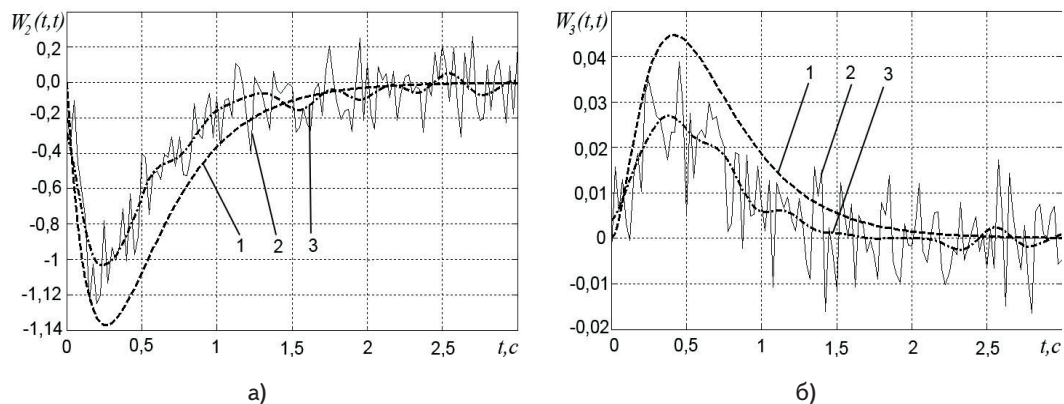


Рис. 9. Результат идентификации диагональных сечений ЯВ 2-го (а) и 3-го (б) порядков НДС с помощью компенсационного метода при погрешности измерений 1%: эталонные ЯВ (1); идентифицированные ЯВ (2); идентифицированные ЯВ при применении вейвлет-фильтрации на основе вейвлета coif4 с уровнем разложения $L=4$ (3)

6. Выводы

Таким образом, исследуемый компенсационный метод идентификации нелинейных динамических систем в виде ЯВ во временной области, основанный на испытании исследуемой НДС нерегулярными последовательностями коротких импульсов с варьируемыми параметрами: амплитудой, длительностью и задержкой между импульсами, позволяет находить приближенные значения диагональных и под диагональных сечений ЯВ, минимальная погрешность определения которых обеспечивается выбором площади (оптимальной амплитуды) тестовых импульсов.

Проведен анализ погрешностей метода идентификации - методической, обусловленной не скомпен-

сированным обработкой вкладом в отклике системы членов РВ, порядок которых выше порядка оцениваемого ЯВ, и случайной, реально существующей при обработке зашумленных данных измерений откликов. Показано, что при уменьшении амплитуды пробных импульсов уменьшается методическая погрешность, но при этом возрастает относительная погрешность измерений.

Для повышения вычислительной устойчивости компенсационного метода идентификации к получаемым оценкам многомерных ЯВ применяются процедуры шумоподавления, основанные на вейвлет-преобразовании, что позволяет получить сглаженные решения и уменьшить погрешность идентификации в 1,5...2 раза.

Литература

1. Пупков, К.А. Методы классической и современной теории автоматического управления. Статистическая динамика и идентификация систем автоматического управления [Текст]: учеб. для вузов в 5 т. / К.А. Пупков, Н.Д. Егупов. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. — Т.2. — 638 с.
2. Doyle, F.J. Identification and Control Using Volterra Models / F.J. Doyle, R.K. Pearson, D.A. Ogunnaike — Published Springer Technology & Industrial Arts, 2001. — 314 p.
3. Giannakis, G.B. A bibliography on nonlinear system identification / G.B. Giannakis, E. Serpedin // EURASIP, Elsevier Science B.V. March 2001. — Vol. 81. — No. 3. — P. 533 — 580.
4. Апарцин, А.С. О повышении точности моделирования нелинейных динамических систем полиномами Вольтерры // Электрон. моделирование. — 2001. — №6. — С. 3 — 12.
5. Данилов, Л.В. Теория нелинейных электрических цепей [Текст] / Л.В. Данилов, П.Н. Матханов, Е.С. Филиппов. — Л.: Энергоатомиздат, 1990. — 256 с.
6. Павленко, В.Д. Идентификация нелинейных динамических систем в виде ядер Вольтерры на основе данных измерений импульсных откликов // Электрон. моделирование. — 2010. — Т. 32. — №3. — С. 3 — 18.
7. Павленко, В.Д. Компенсационный метод идентификации нелинейных динамических систем в виде ядер Вольтерры // Труды Одесск. политехн. ун-та. — Одесса, 2009. — Вып. 2 (32). — С. 121 — 129.
8. Смоленцев, Н.К. Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в MATLAB [Текст] / Н.К. Смоленцев. — М.: ДМК Пресс, 2005. — 304 с.