

Главный редактор: чл.-кор. НАН Украины В. Ф. ЕВДОКИМОВ

Заместитель главного редактора: канд. техн. наук Э. П. СЕМАГИНА

Ответственный секретарь: л. е. ЗБОРОВСКАЯ

Редакционная коллегия: канд. техн. наук В. В. АРИСТОВ, чл.-кор. НАН Украины В. П. БОЮН, д-р техн. наук В. Н. БЕЛЕЦКИЙ, д-р техн. наук А. Ф. ВЕРЛАНЬ, д-р техн. наук С. Д. ВИННИЧУК, д-р техн. наук А. Ф. КАТКОВ, д-р техн. наук В. Я. КОНДРАЩЕНКО, д-р техн. наук Ю. М. КОРОСТИЛЬ, д-р техн. наук А. Я. МАТОВ, акад. НАН Украины Ю. М. МАЦЕВИТЬЙ, д-р техн. наук В. В. МОХОР, д-р техн. наук М. В. МЫСЛОВИЧ, д-р техн. наук А. С. ОГИР, чл.-кор. НАН Украины К. Г. САМОФАЛОВ, д-р техн. наук В. Д. САМОЙЛОВ, д-р техн. наук С. Е. САУХ, д-р техн. наук В. П. СИМОНЕНКО

Региональные редакторы:

Prof. E. Dshalalow

Department of Applied
Mathematics, Florida
Institute of Technology,
Melbourne FL 32901, USA,
edshalalow@cfl.rr.com

Dr. Stan Lipovetsky

GfK Custom Research North America,
8401 Golden Valley Road,
Minneapolis, Minnesota
55427-0900, USA,
stan.Lipovetsky@gfk.com

Prof. V. Sree Hari Rao

Department of Mathematics
Jawaharlal Nehru
Technological University,
Hyderabad 500872, India,
vshrao@yahoo.com

Редакционный совет:

Prof. R. P. AGARWAL (USA), проф. Ю. А. БЕЛОВ (Украина), чл.-кор. НАН Украины, проф. В. В. ВА-СИЛЬЕВ (Украина), prof. E. ÇINLAR (USA), акад. НАН Украины, проф. Ф. Б. ГРИНЕВИЧ (Украина), prof. H. DADUNA (Germany), акад. РАН, проф. К. С. ДЕМИРЧЯН (Россия), prof. P. M. FRANK (Germany), prof. H. I. FREEDMAN (Canada), prof. V. A. FUSARO (USA), prof. T. KACZOREK (Poland), prof. J. KORBICZ (Poland), акад. НАН Казахстана, проф. А. Т. ЛУКЬЯНОВ (Казахстан), акад. НАН Украины, проф. А. А. МАРТЫНЮК (Украина), prof. M. F. NEUTS (USA), проф. А. И. ПЕТ-РЕНКО (Украина), проф. В. Б. СМОЛОВ (Россия), акад. НАН Украины, проф. Б. С. СТОГНИЙ (Украина), prof. D. D. SHILJAK (USA), prof. J. SOLDEK (Poland), чл.-кор. НАН Украины С.Г. ТА-РАНОВ, акад. НАН Украины, проф. А. К. ШИДЛОВСКИЙ (Украина), prof. V. A. VUJICHICH (Serbia), чл.-кор. РАН, проф. В. Г. ХОРОШЕВСКИЙ (Россия)

Журнал реферировается в РЕФЕРАТИВНОМ ЖУРНАЛЕ
(Abstracts Journal), Россия

Адрес редакции: 03164, Киев-164, ул. Генерала Наумова, 15.

Тел. (044) 4241466, факс 4240586. E-mail: em@ipme.kiev.ua; http: www.ipme.kiev.ua

НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНЫ
ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МОДЕЛИРОВАНИЯ В ЭНЕРГЕТИКЕ им. Г. Е. ПУХОВА

ЭЛЕКТРОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ **3** ^{ТОМ 32} МАЙ—ИЮНЬ **• 2010**

МЕЖДУНАРОДНЫЙ
НАУЧНО-ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ
ЖУРНАЛ
ОСНОВАН В 1979 ГОДУ
ВЫХОДИТ ОДИН РАЗ
В ДВА МЕСЯЦА

СОДЕРЖАНИЕ

Математические методы и модели

ПАВЛЕНКО В. Д. Идентификация нелинейных динамических систем в виде ядер Вольтерры на основе данных измерений импульсных откликов 3

Информационные технологии

DSHALALOW J. H., ROBINSON R. On Fluctuations of a Nonmonotone Marked Point Process 19

КАСУМОВ А. Б. Исследование нестационарных характеристик длины очереди однолинейной системы массового обслуживания, зависящих от числа требований 33

Точность, надежность, диагностика

РЯБЦЕВ В. Г., МОАМАР Д. Н. Метод и средство визуализации алгоритмов тестов диагностирования запоминающих устройств 43

Применение методов и средств моделирования

ЛЕНЮК М. П., ДАНАПАКИЙ О. Г. Математическая модель полупроводникового термоэлектрического устройства для охлаждения компьютерного процессора 53



© Институт проблем
моделирования
в энергетике
им. Г. Е. Пухова
НАН Украины, 2010

КОВАЛЕЦ И. В., ЖЕЛЕЗНЯК М. И., ХАЛЧЕНКОВ А. В., УДОВЕНКО О. И., ЛАВРОВА Т. В. Численное моделирование воздушного распространения радона вокруг урановых хвостохранилищ	67
RAMESH BABU N., MURTY K.N., BALARAM V.V.S.S.S. Control of Time Scale Dynamical Systems with an Application to Concurrency Control for Real-time Database Systems	83
ФЕДОРЧУК В. А. Моделирование типовых распределенных звеньев механической системы буровой установки	95
Краткие сообщения	
ТИМЧЕНКО Л. И., ПОПЛАВСКИЙ А. А., КОКРЯЦКАЯ Н. И., ПОПЛАВСКИЙ А. В. Метод формирования границ туннеля для классификации изображений пятен лазерных пучков	111
БОРУКАЕВ З. Х., ЕВДОКИМОВ В. Ф., ШИХАЛИЕВ С. З. Некоторые результаты компьютерного моделирования динамики взаимодействия сварочной дуги, вращающейся в радиальном магнитном поле, с трубчатым электродом	117
Етичний кодекс ученого України	125

Номер надруковано частково за рахунок державного замовлення згідно з Програмою підтримки періодичних видань НАН України

Свидетельство о гос. регистрации КВ № 291, 16.12.93

Оригинал-макет подготовлен в ИПМЭ им. Г. Е. Пухова НАН Украины

Подписано в печать 28.05.10. Формат 70 × 100 /16. Усл. печ. л. 10,0. Тираж 222 экз.
Цена 30 грн. Зак. 2704.

Типография Издательского дома «Академперіодика»
01004, Киев, ул. Терещенковская, 4.



УДК 681.5.015.52

В. Д. Павленко, канд. техн. наук
Одесский национальный политехнический университет
(Украина, 65044, Одесса, пр. Шевченко, 1,
тел. (048)7348579, E-mail: pavlenko_vitalij@mail.ru)

Идентификация нелинейных динамических систем в виде ядер Вольтерры на основе данных измерений импульсных откликов

(Статью представил д-р техн. наук А. Ф. Верлань)

Предложен новый метод идентификации нелинейных динамических систем в виде рядов Вольтерры с использованием импульсных пробных сигналов, основанный на выделении парциальных составляющих из отклика с помощью дифференцирования реакции системы по амплитуде входных воздействий. Для повышения помехоустойчивости вычислительного алгоритма идентификации применена вейвлет-фильтрация.

Запропоновано новий метод ідентифікації нелінійних динамічних систем у вигляді рядів Вольтерри з використанням імпульсних пробних сигналів, який базується на виділенні парціальних складових із відгуку за допомогою диференціювання реакції системи по амплітуді входних впливів. Для підвищення завадостійкості обчислювального алгоритму ідентифікації застосовано вейвлет-фільтрацію.

К л ю ч е в ы е с л о в а: идентификация, моделирование, нелинейные системы, ряд Вольтерры, ядра Вольтерры.

Постановка задачи. Одним из наиболее универсальных подходов к математическому моделированию нелинейных динамических систем (НС), позволяющих использовать его в различных областях науки и техники, является представление отклика системы на внешние воздействия (детерминированные и случайные) в виде интегро-степенного ряда Вольтерры (РВ) [1, 2]. Теория моделирования НС на основе РВ получила широкое применение в многочисленных исследованиях [1—7].

При описании в виде РВ соотношение вход—выход для моделируемой НС полностью характеризуется совокупностью инвариантных относительно вида входного сигнала многомерных импульсных переходных функций — ядер Вольтерры (ЯВ). Задача идентификации, т.е. построения модели на основе такого представления, заключается в выборе вида тестовых воздействий и разработке алгоритма, позволяющего определять по

измеренным реакциям динамические характеристики — ЯВ исследуемой системы [1].

Для известных экспериментальных методов оценки ЯВ во временной области [1, 4], основанных на применении пробных импульсных (ступенчатых) сигналов, характерны малое время измерения, простота обработки информации и генерирования тестового сигнала. Однако малая помехоустойчивость методов детерминированной идентификации ограничивает их применение в реальных условиях при наличии погрешностей измерений данных откликов, полученных в результате экспериментальных исследований вход—выход идентифицируемой системы. Это обуславливает необходимость поиска новых эффективных способов идентификации НС с использованием детерминированных пробных воздействий, основанных на применении алгоритмов регуляризации некорректных задач [8—10] или шумоподавления с помощью вейвлет-преобразований [11—13].

Повышение вычислительной устойчивости оценок ЯВ n -го порядка к шумам измерений тесно связано с другой проблемой — выделением парциальной составляющей (ПС) $y_n(t)$ РВ (целого однородного регулярного функционала Вольтерры n -й степени), поскольку в режиме активного эксперимента обычно измеряется суммарный отклик $y(t)$ на заданное возмущение $x(t)$. Поэтому применяются специальные приемы выделения $y_n(t)$ из $y(t)$ [4, 11, 12].

Исследуем точность и помехоустойчивость вычислительных алгоритмов предлагаемого метода идентификации НС в виде РВ с использованием импульсных пробных сигналов. Метод основан на выделении ПС с помощью n -кратного дифференцирования откликов системы по амплитуде входных воздействий.

Моделирование нелинейных систем на основе рядов Вольтерры. В общем случае соотношение вход—выход для НС может быть представлено интегростепенным РВ вида

$$y[x(t)] = \sum_{n=1}^{\infty} y_n[x(t)] = \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\infty} \dots \int_0^{\infty} w_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) \prod_{r=1}^n x(t - \tau_r) d\tau_r, \quad (1)$$

где $x(t)$ и $y[x(t)]$ — входной и выходной сигналы НС; $w_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n)$ — ЯВ n -го порядка; $y_n[x(t)]$ — n -я ПС отклика объекта.

На практике РВ (1) заменяют полиномом и обычно ограничиваются несколькими первыми членами ряда. Процедура идентификации заключается в выделении ПС $y_n[x(t)]$ и определении на основе ее ЯВ $w_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n)$.

Известно, что всякая непрерывная функция может быть получена как предел равномерно сходящейся последовательности ступенчатых функций $x_k(\tau)$ [14]. Непрерывный функционал $y[x(t)]$ определяется в каждой

точке такого множества, как предел последовательности значений функций $\tilde{y}_k(x_1, x_2, \dots, x_k)$ при условии, что $x_k(\tau)$ для рассматриваемой сходимости стремится к $x(\tau)$. Следовательно, этот функционал может быть определен, если известны функции $\tilde{y}_k(x_1, x_2, \dots, x_k)$. Метод перехода от конечного к бесконечному, предложенный Вольтеррой, состоит в выводе свойств функционала $y[x(t)]$ из свойств функции $\tilde{y}_k(x_1, x_2, \dots, x_k)$.

Применим этот метод при выводе РВ для выяснения смысла его ядер. Разлагая функцию $\tilde{y}_k(x_1, x_2, \dots, x_k)$ в ряд Тейлора в некоторой окрестности точки $x^0 = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_k^0)$, получаем

$$\tilde{y}_k(x_1, x_2, \dots, x_k) = \tilde{y}_k(x_1^0, x_2^0, \dots, x_k^0) + \sum_{l=1}^k \frac{\partial \tilde{y}_k}{\partial x_l} \Big|_{x^0} \Delta x_l + \frac{1}{2!} \sum_{l_1=1}^k \sum_{l_2=1}^k \frac{\partial^2 \tilde{y}_k}{\partial x_{l_1} \partial x_{l_2}} \Big|_{x^0} \Delta x_{l_1} \Delta x_{l_2} + \dots, \quad (2)$$

где $\Delta x_l = x_l - x_l^0$. Будем рассматривать случай, когда $x^0 = 0$ и $\tilde{y}_k(x_1, x_2, \dots, x_k) = 0$, т.е. предположим, что система до подачи входного воздействия находилась в состоянии покоя (нулевые начальные условия). Вообще говоря, функция \tilde{y}_k зависит также от параметра t , т.е. $\tilde{y}_k(t, x_1, x_2, \dots, x_k)$. Поэтому выражение (2) можно записать в виде

$$y[x_k(\tau), 0 \leq \tau \leq t] = \sum_{l=1}^k w_1(t, \tau_l) \Delta x_l \Delta \tau_l + \sum_{l_1=1}^k \sum_{l_2=1}^k w_2(t, \tau_{l_1}, \tau_{l_2}) \Delta x_{l_1} \Delta x_{l_2} \Delta \tau_{l_1} \Delta \tau_{l_2} + \dots, \quad (3)$$

где $\Delta \tau_l = \tau_l - \tau_{l-1} = \Delta \tau$, $\Delta \tau = t/k$;

$$w_1(t, \tau_l) = \frac{1}{\Delta \tau} \frac{\partial \tilde{y}_k}{\partial x_l} \Big|_{x=0};$$

$$w_2(t, \tau_{l_1}, \tau_{l_2}) = \frac{1}{2! (\Delta \tau)^2} \frac{\partial^2 \tilde{y}_k}{\partial x_{l_1} \partial x_{l_2}} \Big|_{x=0};$$

$$\dots$$

$$w_n(t, \tau_{l_1}, \dots, \tau_{l_n}) = \frac{1}{n! (\Delta \tau)^n} \frac{\partial^n \tilde{y}_k}{\partial x_{l_1} \dots \partial x_{l_n}} \Big|_{x=0}.$$

В выражении (3), переходя к пределу при $\Delta \tau \rightarrow 0$ ($k \rightarrow \infty$), получаем ряд (1).

Приближенное представление произвольной функции $x(\tau)$ ступенчатой функцией $x_k(\tau)$ эквивалентно представлению входного сигнала в виде суммы k импульсов длительностью $\Delta\tau$ и с амплитудами $x(\tau_l) = x_l$, вплотную следующих один за другим. Переходя в выражениях (4) к малым конечным приращениям Δf_k и Δx при достаточно малом $\Delta\tau$ так, чтобы (3) являлось «хорошим» приближением (1) (это достигается в случае, когда длительность входного импульса $\Delta\tau$ мала по сравнению с минимальной постоянной времени исследуемой системы), получаем следующее приближенное соотношение для определения ЯВ:

$$\hat{w}_n(t-t_1, \dots, t-t_n) = \frac{(-1)^n}{n!(\Delta\tau\Delta x)^n} \sum_{\delta_{t_1}, \dots, \delta_{t_n}=0}^1 (-1)^{\sum_{i=1}^n \delta_{t_i}} y(t, \delta_{t_1}, \dots, \delta_{t_n}). \quad (5)$$

Здесь $\hat{w}_n(t-t_1, \dots, t-t_n)$ — оценка сечения ЯВ n -го порядка; $y(t, \delta_{t_1}, \dots, \delta_{t_n})$ — реакция системы, измеренная в момент времени t при действии на входе модулированных дельта-импульсов площадью $\sigma = \Delta\tau\Delta x$ (будем считать, что амплитуды пробных импульсов одинаковы, т.е. $\Delta x_1 = \dots = \Delta x_n = \Delta x$) соответственно в моменты времени t_1, \dots, t_n , если $\delta_{t_i} = 1$, то импульс на входе системы действует в момент времени t_i , а если $\delta_{t_i} = 0$, то импульс на входе в этот момент отсутствует. Полагаем, что идентифицируемая НС инвариантна во времени.

Анализируя выражение (5), видим, что использовать его для оценки сечений ЯВ невозможно, поскольку при определении ЯВ n -го порядка возникает методическая погрешность, обусловленная нескомпенсированным обработкой вкладом членов ряда, порядок которых выше n .

Интерполяционный метод идентификации. Для построения модели НС в виде (1) необходимо решить задачи выделения из суммарного отклика НС ПС n -го порядка $y_n[x(t)]$ и восстановления из нее соответствующего ЯВ. Рассмотрим метод выделения ПС с помощью n -кратного дифференцирования откликов НС по амплитуде тестовых сигналов, в качестве которых используем полиимпульсные сигналы.

Подавая на вход НС сигнал вида $ax(t)$, где a — масштабный коэффициент (амплитуда сигнала), отклик системы получим в виде

$$y[ax(t)] = a \int_0^t w(\tau) x(t-\tau) d\tau + \\ + a^2 \int_0^t \int_0^t w_2(\tau_1, \tau_2) x(t-\tau_1) x(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 + \dots$$

$$\dots + a^n \int_0^t \dots \int_0^t w_n(\tau_1, \dots, \tau_n) \prod_{r=1}^n x(t - \tau_r) d\tau_r + \dots$$

Для выделения ПС n -го порядка продифференцируем отклик системы n раз по амплитуде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^n y[ax(t)]}{\partial a^n} &= n! \int_0^t \dots \int_0^t w_n(\tau_1, \dots, \tau_n) \prod_{r=1}^n x(t - \tau_r) d\tau_r + \\ &+ (n+1)! a \int_0^t \dots \int_0^t w_{n+1}(\tau_1, \dots, \tau_{n+1}) \prod_{r=1}^{n+1} x(t - \tau_r) d\tau_r + \dots \end{aligned}$$

Взяв значение производной при $a = 0$, получим n -ю ПС:

$$y_n(t) = \int_0^t \dots \int_0^t w_n(\tau_1, \dots, \tau_n) \prod_{r=1}^n x(t - \tau_r) d\tau_r = \frac{1}{n!} \left. \frac{\partial^n y[ax(t)]}{\partial a^n} \right|_{a=0}. \quad (6)$$

Подставляя (6) в (4) и полагая $\tau_{l_1} = \dots = \tau_{l_n} = 0$, получаем выражения для определения диагональных сечений ЯВ n -го порядка:

$$\begin{aligned} \hat{w}_1(t) &= \frac{y_1(t)}{\Delta\tau}; \\ \hat{w}_2(t, t) &= \frac{y_2(t)}{(\Delta\tau)^2}; \\ &\dots \\ \hat{w}_n(t, t, \dots, t) &= \frac{y_n(t)}{(\Delta\tau)^n}. \end{aligned} \quad (7)$$

Для определения боковых сечений ЯВ на основании (5) получаем следующее приближенное выражение:

$$\hat{w}_n(t - t_1, \dots, t - t_n) = \frac{(-1)^n}{n!(\Delta\tau)^n} \sum_{\delta_{t_1}, \dots, \delta_{t_n}=0}^1 (-1)^{\sum \delta_{t_i}} y_n(t, \delta_{t_1}, \dots, \delta_{t_n}).$$

Вычислительный алгоритм. Дифференцирование функции, заданной в дискретных точках, может быть выполнено одним из численных методов после предварительного сглаживания результатов измерений. Заменяем частную производную выражением в конечных разностях. Известны различные формулы для численного дифференцирования [15], отличающиеся одна от другой величиной погрешности. Предложенный в [16] универсальный прием, позволяет заменить производную любого порядка

n разностным отношением так, чтобы погрешность от такой замены для функции $y(a)$ была любого наперед заданного порядка аппроксимации p относительно шага $h = \Delta a$ разностной сетки по амплитуде. Воспользуемся методом неопределенных коэффициентов для равенства

$$\frac{d^n y(a)}{da^n} = h^{-n} \sum_{s=-s_1}^{s_2} c_s y(a+sh) + O(h^p) \quad (8)$$

и подберем независимые от h коэффициенты c_s , $s = -s_1, -s_1 + 1, \dots, s_2$, так, чтобы равенство (8) оказалось справедливым. Пределы суммирования $s_1 \geq 0$ и $s_2 \geq 0$ можно взять произвольными, но так, чтобы порядок $s_1 + s_2$ разностного отношения

$$h^{-n} \sum c_s y(a+sh)$$

удовлетворял неравенству $s_1 + s_2 \geq n + p - 1$.

Для определения c_s необходимо решить следующую систему уравнений:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ -s_1 & -s_1 + 1 & \dots & s_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ (-s_1)^{n-1} & (-s_1 + 1)^{n-1} & \dots & s_2^{n-1} \\ (-s_1)^n & (-s_1 + 1)^n & \dots & s_2^n \\ (-s_1)^{n+1} & (-s_1 + 1)^{n+1} & \dots & s_2^{n+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ (-s_1)^{n+p-1} & (-s_1 + 1)^{n+p-1} & \dots & s_2^{n+p-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{-s_1} \\ c_{-s_1+1} \\ \dots \\ c_{s_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ n! \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Если $s_1 + s_2 = n + p - 1$, то выписанные $n + p$ равенств образуют линейную систему относительно того же числа неизвестных c_s . Определитель этой системы есть определитель Вандермонда и он отличен от нуля. Таким образом, существует единственный набор коэффициентов c_s , удовлетворяющий системе (9). Если $s_1 + s_2 \geq k + p$, то, очевидно, таких систем коэффициентов c_s много.

Полученные на основе (8) формулы вычисления производных при $a = 0$ с использованием центральных разностей для равноотстоящих узлов имеют следующий вид:

для производной первого порядка

$$y'_0 = \frac{1}{2h} (-y_{-1} + y_1),$$

$$y'_0 = \frac{1}{12h} (y_{-2} - 8y_{-1} + 8y_1 - y_2), \quad (10)$$

$$y'_0 = \frac{1}{60h} (-y_{-3} + 9y_{-2} - 45y_{-1} + 45y_1 - 9y_2 + y_3);$$

для производной второго порядка

$$y''_0 = \frac{1}{h^2} (y_{-1} - 2y_0 + y_1),$$

$$y''_0 = \frac{1}{12h^2} (-y_{-2} + 16y_{-1} - 30y_0 + 16y_1 - y_2), \quad (11)$$

$$y''_0 = \frac{1}{180h^2} (2y_{-3} - 27y_{-2} + 270y_{-1} - 490y_0 + 270y_1 - 27y_2 + 2y_3);$$

для производной третьего порядка

$$y'''_0 = \frac{1}{2h^3} (-y_{-2} + 2y_{-1} - 2y_1 + y_2), \quad (12)$$

$$y'''_0 = \frac{1}{8h^3} (y_{-3} - 8y_{-2} + 13y_{-1} - 13y_1 + 8y_2 - y_3);$$

для производной четвертого порядка

$$y^{(4)}_0 = \frac{1}{h^4} (y_{-2} - 4y_{-1} + 6y_0 - 4y_1 + y_2), \quad (13)$$

$$y^{(4)}_0 = \frac{1}{6h^4} (-y_{-3} + 12y_{-2} - 39y_{-1} + 56y_0 - 39y_1 + 12y_2 - y_3),$$

где $y'_0 = y'(0)$, $y''_0 = y''(0)$, $y'''_0 = y'''(0)$, $y^{(4)}_0 = y^{(4)}(0)$, $y_s = y(sh)$, $s = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$.

Аналогичные формулы численного дифференцирования для равноотстоящих узлов получены на основе (8) с использованием правых разностей при $a = 0$:

первого порядка

$$y'_0 = \frac{1}{2h} (-3y_0 + 4y_1 - y_2),$$

$$y'_0 = \frac{1}{12h} (-25y_0 + 48y_1 - 36y_2 + 16y_3 - 3y_4), \quad (14)$$

$$y'_0 = \frac{1}{60h} (-147y_0 + 360y_1 - 450y_2 + 400y_3 - 225y_4 + 72y_5 - 10y_6);$$

второго порядка

$$y''_0 = \frac{1}{h^2} (y_0 - 2y_1 + y_2),$$

$$y_0'' = \frac{1}{12h^2} (35y_0 - 104y_1 + 114y_2 - 56y_3 + 11y_4), \quad (15)$$

$$y_0'' = \frac{1}{8h^2} (812y_0 - 3132y_1 + 5265y_2 - 5080y_3 + 2970y_4 - 972y_5 + 137y_6);$$

третьего порядка

$$y_0''' = \frac{1}{2h^3} (-5y_0 + 18y_1 - 24y_2 + 14y_3 - 3y_4), \quad (16)$$

$$y_0''' = \frac{1}{180h^3} (-49y_0 + 232y_1 - 461y_2 + 496y_3 - 307y_4 + 104y_5 - 15y_6);$$

четвертого порядка

$$y_0^{(4)} = \frac{1}{h^4} (y_0 - 4y_1 + 6y_2 - 4y_3 + y_4), \quad (17)$$

$$y_0^{(4)} = \frac{1}{6h^4} (35y_0 - 186y_1 + 411y_2 - 484y_3 + 321y_4 - 114y_5 + 17y_6).$$

В формулах (11), (13), (14)—(17) необходимо положить $y_0 = 0$, поскольку идентификация НС осуществляется при нулевых начальных условиях.

Компьютерное моделирование. Для исследования метода идентификации выбран объект, описываемый нелинейным дифференциальным уравнением

$$\frac{dy(t)}{dt} + \alpha y(t) + \beta y^2(t) = x(t),$$

где α, β — постоянные коэффициенты, $\alpha = 2,64$, $\beta = 1,45$. Непараметрическая модель объекта в виде трех членов РВ при нулевых начальных условиях имеет вид

$$y(t) = \int_0^t w_1(\tau_1) x(t-\tau_1) d\tau_1 + \int_0^t \int_0^t w_2(\tau_1, \tau_2) x(t-\tau_1) x(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 + \\ + \int_0^t \int_0^t \int_0^t w_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3) x(t-\tau_1) x(t-\tau_2) x(t-\tau_3) d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3,$$

где

$$w_1(\tau_1) = e^{-\alpha\tau_1}; \quad w_2(\tau_1, \tau_2) = \frac{\beta}{\alpha} (e^{-\alpha(\tau_1+\tau_2)} - e^{-\alpha\tau_2}), \quad \tau_1 \leq \tau_2;$$

$$w_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3) =$$

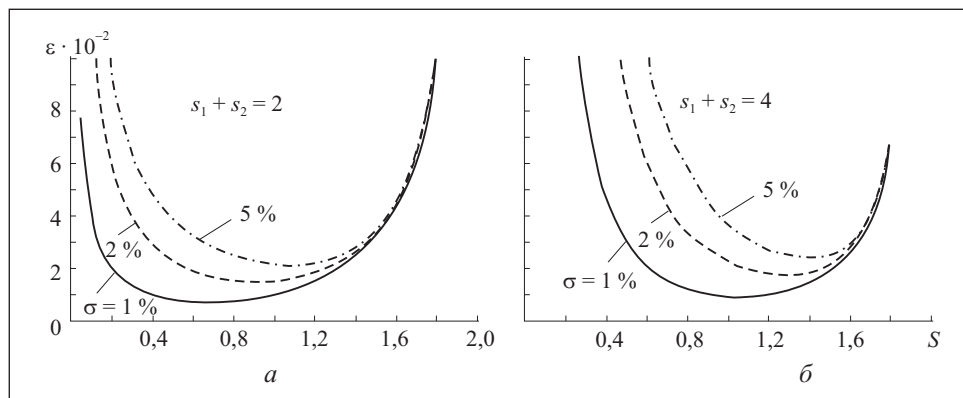


Рис. 1. Зависимости СКО идентификации ЯВ второго (а) и третьего (б) порядков от площади импульсных воздействий при различных погрешностях измерений σ

$$\varepsilon = \frac{1}{3} \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^2 (e^{\alpha(\tau_1 - \tau_2 - \tau_3)} + 3e^{-\alpha(\tau_1 + \tau_2 + \tau_3)} - 4e^{-\alpha(\tau_2 + \tau_3)} - 2e^{-\alpha(\tau_1 + \tau_3)} + 2e^{-\alpha\tau_3}),$$

$$\tau_1 \leq \tau_2 \leq \tau_3.$$

Диагональные сечения ЯВ получаем, полагая $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = t$:

$$w_2(t, t) = \frac{\beta}{\alpha} (e^{-2\alpha t} - e^{-\alpha t}), \quad w_3(t, t, t) = \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^2 (e^{-3\alpha t} - 2e^{-2\alpha t} + e^{-\alpha t}).$$

Для оценки погрешностей экспериментального определения сечений ЯВ используем критерии среднеквадратичной ошибки (СКО) ε и процентной нормированной среднеквадратичной ошибки (ПНСКО) ε_n :

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{t=1}^k (w_t - \hat{w}_t)^2}, \quad \varepsilon_n = 100\% \sqrt{\sum_{t=1}^k \frac{(w_t - \hat{w}_t)^2}{w_t^2}},$$

где k — число отчетов на интервале времени наблюдения; w_t — эталонные значения ЯВ; \hat{w}_t — значения оценки ЯВ, полученные в результате обработки экспериментальных данных (откликов системы) в дискретные моменты времени t .

На рис. 1, а и б, представлены графики зависимостей СКО идентификации ε от шага по амплитуде Δa (площади S) импульсных воздействий при определении диагональных сечений ЯВ соответственно второго и третьего порядков с помощью формул (11) и (12) по $s_1 + s_2$ узлам при различных погрешностях измерений откликов σ .

В таблице приведены минимальные значения ПНСКО идентификации ЯВ второго и третьего порядков ($n = 2, 3$) и соответствующие им оптимальные амплитуды импульсных воздействий Δa (при неизменной длительности $\Delta \tau = 0,02$) для исследуемого объекта.

На рис. 2 представлены результаты идентификации диагональных сечений ЯВ второго порядка соответственно при $\sigma = 1\%$, $\sigma = 3\%$ и оптимальной площади импульсных воздействий (см. таблицу). Для сглаживания результатов идентификации применена функция шумоподавления с использованием вейвлет-преобразования на основе материнского вейвлета *coiflet* [13].

На рис. 3 представлены результаты идентификации диагональных сечений ЯВ второго порядка при $\sigma = 1\%$, $s_1 + s_2 = 2$ и различных амплитудах импульсных воздействий (больше ($\Delta a = 65$) и меньше ($\Delta a = 10$) оптимальной ($\Delta a = 45$)), соответствующих ошибке идентификации $\varepsilon = 0,02$ (см. рис. 1, а).

Графики, представленные на рис. 3, свидетельствуют о том, что при использовании тестовых импульсов с шагом приращения по амплитуде меньше оптимального (см. рис. 1) доминирует случайная ошибка, при значениях шага, больших оптимального, — методическая ошибка. Таким образом, в предлагаемом методе идентификации в качестве параметра регуляризации использован шаг приращения по амплитуде (площади) тестовых импульсов. Выбор шага Δa обуславливает наилучшую (т.е. обеспечивающую минимальную СКО) оценку ЯВ. Сглаживание получаемых оценок ЯВ достигается применением вейвлет-преобразований.

Результат идентификации по четырем узлам ($s_1 + s_2 = 4$) поддиагонального сечения ЯВ второго порядка, смещенного относительно диагонального на

Ошибки идентификации ЯВ второго и третьего порядков

n	$s_1 + s_2$	Минимальная ПНСКО идентификации (%) и оптимальные значения шага по амплитуде Δa при различных уровнях погрешности измерений (%)										
		Без сглаживания							С применением вейвлет-фильтрации			
		0		1		3		5		ε_n		
		ε_n	Δa	ε_n	Δa	ε_n	Δa	ε_n	Δa	1	3	5
2	2	4,85	13,0	34	26,3	45	37,5	53	10,9	15,5	19,2	
	4	4,83	14,7	72	36,5	79	58,1	80	11,2	16,8	23,6	
	6	4,84	19,6	84	54,1	86	88,1	87	11,6	20,8	31,5	
3	4	3,94	4,8	51	84,3	65	118,1	69	24,78	44,7	55,88	
	6	2,03	74,6	75	182	82	278,5	84	32,83	71,1	107,3	

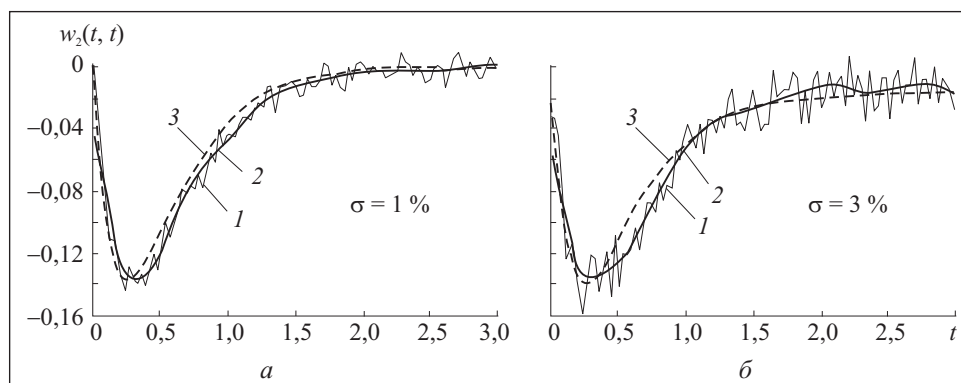


Рис. 2. Графики диагонального сечения ЯВ второго порядка при $s_1 + s_2 = 2$ и различной погрешности измерений: 1 — результат идентификации; 2 — применение вейвлет-преобразования; 3 — эталонные значения

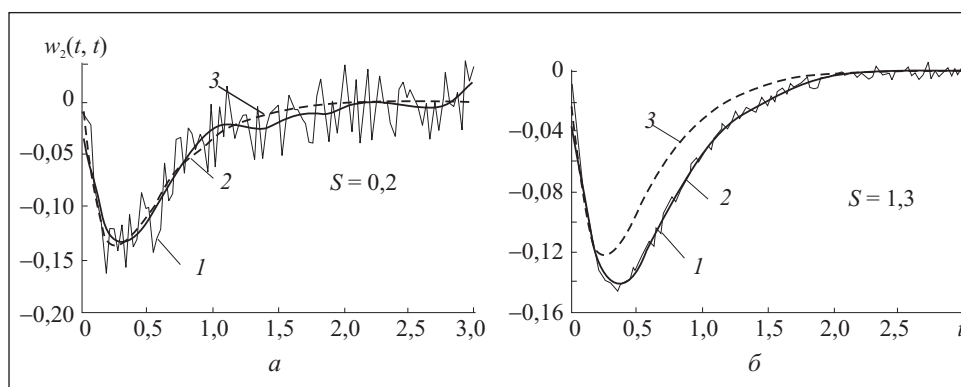


Рис. 3. Графики диагонального сечения ЯВ второго порядка при $s_1 + s_2 = 2$, $\sigma = 1\%$ и ошибке идентификации $\varepsilon = 0,02$ о.е.: 1 — результат идентификации; 2 — применение вейвлет-преобразования; 3 — эталонные значения

величину $\tau_0 = 0,2$, при $\sigma = 1\%$ и амплитуде импульсных воздействий $\Delta a = 15$ представлен на рис. 4. Полученная при этом СКО $\varepsilon = 0,0132$ о.е. После сглаживания результатов идентификации с помощью функции шумоподавления, основанной на вейвлет-преобразовании с использованием материнского вейвлета *coiflet*, получена СКО $\varepsilon = 0,006$ о.е. Таким образом, применение вейвлет-фильтрации позволяет уменьшить СКО оценки сечения ЯВ в 2,2 раза.

На рис. 5 представлены графики зависимости СКО идентификации диагонального сечения ЯВ второго порядка от площади (амплитуды) тестовых импульсных воздействий при различных уровнях погрешности σ . Из рис. 5 видно, что при больших погрешностях измерений минимум СКО иденти-

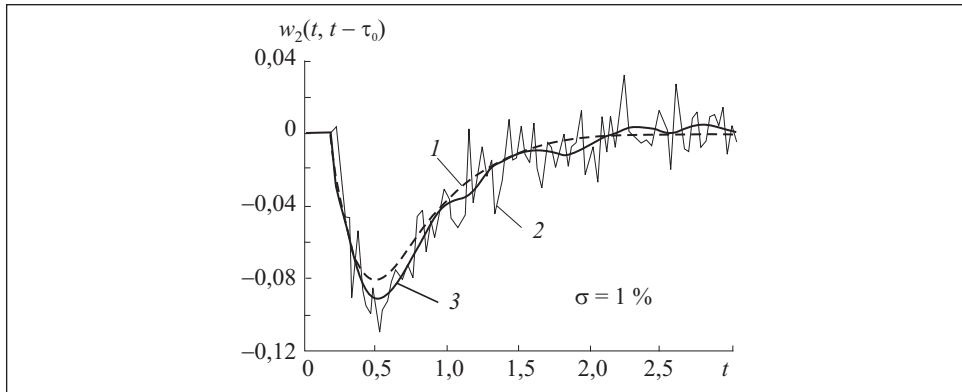


Рис. 4. Графики поддиагонального сечения ЯВ второго порядка при $S=0,3$ и $s_1 + s_2 = 4$: 1 — эталонные значения; 2 — результат идентификации; 3 — применение вейвлет-преобразования

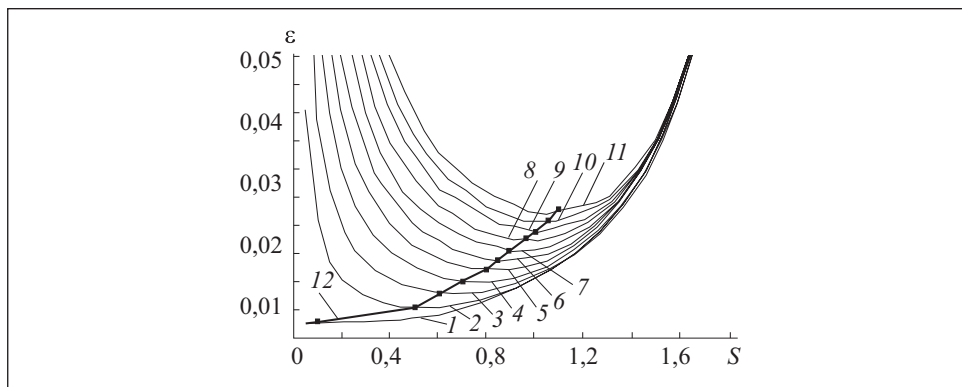


Рис. 5. Графики зависимости СКО идентификации диагонального сечения ЯВ второго порядка от площади S при различных уровнях погрешностей измерений откликов: 1 — точные измерения; 2 — $\sigma = 0,5\%$; 3 — $\sigma = 1\%$; 4 — $\sigma = 1,5\%$; 5 — $\sigma = 2\%$; 6 — $\sigma = 2,5\%$; 7 — $\sigma = 3\%$; 8 — $\sigma = 3,5\%$; 9 — $\sigma = 4\%$; 10 — $\sigma = 4,5\%$; 11 — $\sigma = 5\%$; 12 — кривая, соединяющая точки минимумов данных зависимостей

фикации обеспечивается использованием тестовых импульсных воздействий с большими амплитудами. При этом минимальное значение СКО также возрастает.

На рис. 6 приведены графики зависимости оптимального значения площади (амплитуды) S от уровня погрешности измерений откликов, полученные при определении ЯВ первого порядка и диагональных сечений ЯВ второго, третьего и четвертого порядков. Ядра Вольтерры вычислены на основе (7) и (10) — (13) с различным числом узлов (тестовых экспериментов): для первого и второго порядков при $s_1 + s_2 = 2$, для третьего и четвертого порядков при $s_1 + s_2 = 4$.

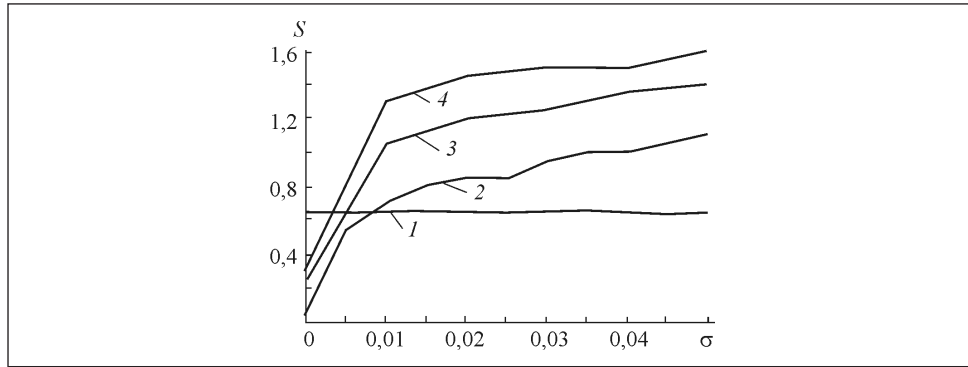


Рис. 6. Графики зависимости оптимальной площади S от уровня погрешности σ при определении ЯВ первого (1), второго (2), третьего (3) и четвертого (4) порядков: 1, 2 — при $s_1 + s_2 = 2$; 3, 4 — при $s_1 + s_2 = 4$

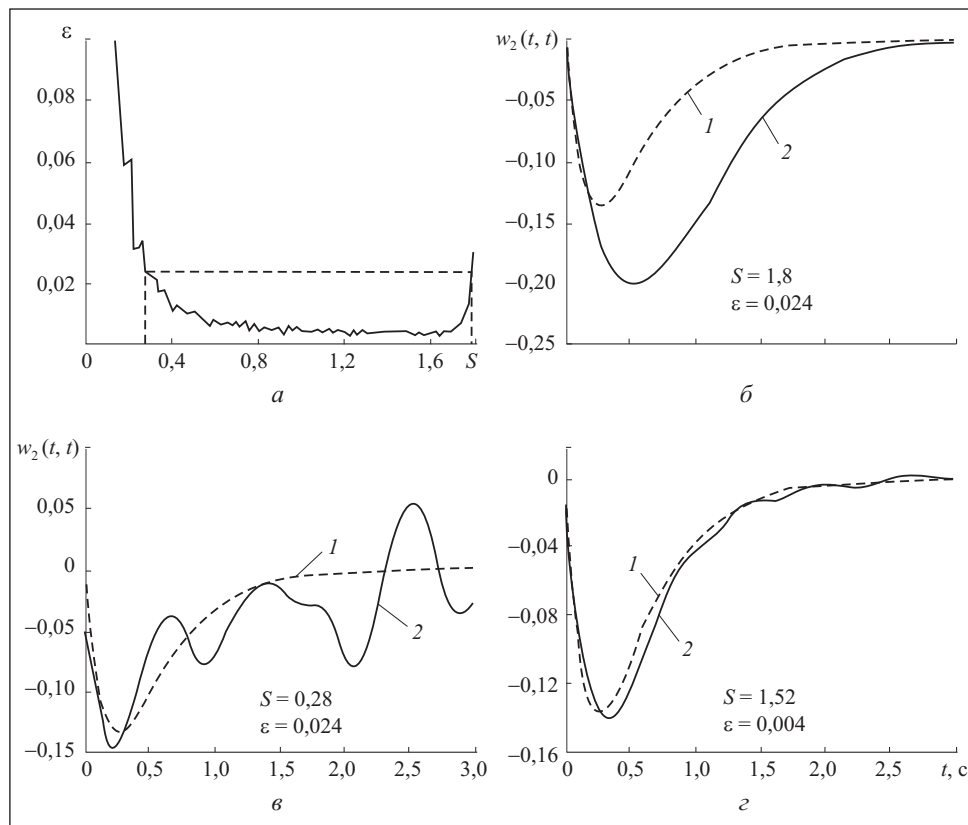


Рис. 7. Графики СКО идентификации (а) и диагонального сечения ЯВ второго порядка системы с неизвестной структурой при $s_1 + s_2 = 4$ и различных значениях S (б, в, г): 1 — эталонные значения; 2 — результат идентификации

С увеличением порядка идентифицируемого ЯВ при одном и том же значении ε оптимальные амплитуды тестовых импульсов, обеспечивающие минимум СКО идентификации, возрастают.

Методика идентификации ЯВ для систем неизвестной структуры (типа «черный ящик»).

1. Задаем максимально возможную амплитуду тестовых импульсов, при которых идентифицируемая нелинейная система еще устойчива (на границе устойчивости системы). Длительность импульсов τ_n выбираем при условии: $\tau_n \leq 0,05 \tau_{\min} / n$, где τ_{\min} — минимальная постоянная времени линейной части системы, n — порядок определяемого ЯВ [3].

2. Для каждого экспериментального исследования идентифицируемой системы и обработки полученных откликов в соответствии с одним из алгоритмов идентификации (10)—(13) или (14)—(17), начиная со второго идентификационного эксперимента, находим среднеквадратичное отклонение между соседними результатами оценок ЯВ n -го порядка.

3. На основе полученных результатов находим оптимальную амплитуду тестовых импульсных сигналов, при которой соседние результаты идентификации ЯВ n -го порядка будут наиболее близкими по критерию СКО (при минимальном значении критерия).

На рис. 7, а, указаны значения шага по амплитуде тестовых импульсов: $\Delta a = 14$ ($S = 0,28$) и $\Delta a = 90$ ($S = 1,8$), при которых СКО результатов идентификации принимает одинаковые значения ($e = 0,024$). Соответствующие им результаты идентификации ЯВ второго порядка, полученные интерполяционным методом при $s_1 + s_2 = 4$, приведены на рис. 7, б и 7, в. Результат идентификации, соответствующий минимальному значению СКО (при $e = 0,004$), приведен на рис. 7, г. При этом оптимальный шаг по амплитуде импульсов $\Delta a = 76$ ($S = 1,52$).

Выводы. Предложенный метод идентификации нелинейных непрерывных динамических систем в виде ЯВ, основанный на выделении ПС откликов с помощью n -кратного дифференцирования выходных сигналов системы по амплитуде входных импульсов, исследован экспериментально на тестовом объекте с помощью средств компьютерного моделирования в пакете MATLAB.

Полученные зависимости СКО идентификации от величины амплитуды (площади) пробных сигналов позволяют находить значения оптимального шага (при котором достигается минимум СКО) разностной сетки при численном дифференцировании откликов НС по амплитуде для различных уровней погрешностей измерений.

Для повышения помехоустойчивости метода идентификации применены процедуры шумоподавления к получаемым оценкам многомерных ЯВ, основанные на вейвлет-преобразовании. Это позволяет получить сглаженные решения и уменьшить погрешность идентификации в 1,5—3 раза.

A new method of identification of nonlinear dynamic systems is proposed in a form of the Volterra series with the use of pulse test signals. The method is based on the response division into partial components with the help of differentiation of a target signal on amplitude of input action. The wavelet filtration is used to increase the noise immunity of the method of identification.

1. Пупков К. А., Капалин В. И., Ющенко А. С. Функциональные ряды в теории нелинейных систем. — М. : Наука, 1976. — 448 с.
2. Попков Ю. С., Киселев О. Н., Петров Н. П., Шмутьян Б. Л. Идентификация и оптимизация нелинейных стохастических систем. — М. : Энергия, 1976. — 440 с.
3. Пупков К. А., Егупов Н. Д. Методы классической и современной теории автоматического управления. Т. 2. Статистическая динамика и идентификация систем автоматического управления. — М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. — 638 с.
4. Данилов Л. В., Матханов Л. Н., Филиппов В. С. Теория нелинейных электрических цепей. — М. : Энергоатомиздат, 1990. — 256 с.
5. Мармарелис П., Мармарелис В. Анализ физиологических систем. Метод белого шума. — М. : Мир, 1981. — 480 с.
6. Doyle F. J., Pearson R. K., Ogunnaike D. A. Identification and Control Using Volterra Models. — London Great Britain: Springer Verlag, 2002. — 314 p.
7. Giannakis G. B., Serpedin E. A Bibliography on Nonlinear System Identification and its Applications in Signal Processing, Communications and Biomedical Engineering // Signal Processing—EURASIP. — 2001. — Vol. 81, No. 3. — P. 533—580.
8. Апарцин А. С. О повышении точности моделирования нелинейных динамических систем полиномами Вольтерры // Электрон. моделирование. — 2001. — 23, № 6. — С. 3—12.
9. Апарцин А. С., Солодуша С. В. О математическом моделировании нелинейных динамических систем рядами Вольтерры // Там же. — 1999. — 21, № 2. — С. 3—12.
10. Верлань А. Ф., Горошко И. О., Гушель Т. П. Способ регуляризации с усечением спектра ядра интегрального оператора в задаче восстановления сигналов // Там же. — 2003. — 25, № 3. — С. 3—11.
11. Pavlenko V.D. Estimation of the Volterra Kernels of a Nonlinear System Using Impulse Response Data // Proc. the Eighth All—Ukrainian International Conference UkrOBRAZ'2006. «Signal/Image Processing and Pattern Recognition». August 28 — 31, 2006. — Kyjiv : Intern. Research and Training Center for Information Technologies Systems NAS Ukraine & ESM Ukraine, 2006. — P. 191—194.
12. Pavlenko V. D., Massri M. and Ilyin V. Computing of the Volterra Kernels of a Nonlinear System Using Impulse Response Data. — Proc. of 9th International Middle Eastern Simulation Multiconference MESM'2008. August 26—28, 2008. — Amman, Jordan: Philadelphia University, 2008. — P. 131—138.
13. Смоленцев Н. К. Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в MATLAB. — М. : ДМК Пресс, 2005. — 304 с.

14. *Леви П.* Конкретные проблемы функционального анализа / Пер. с франц. под ред. Шилова Г.Е. — М.: Наука, 1967. — 511 с.
15. *Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М.* Численные методы. — М.: БИНОМ, 2004. — 636 с.
16. *Годунов С. К., Рябенский В. С.* Разностные схемы. — М.: Наука, 1973. — 400 с.

Поступила 08.10.09;
после доработки 02.01.10

ПАВЛЕНКО Виталий Данилович, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., доцент кафедры компьютеризированных систем управления Одесского национального политехнического университета. В 1970 г. окончил Одесский политехнический ин-т. Область научных исследований — математическое моделирование и идентификация нелинейных динамических объектов: теория, методы, алгоритмы и программные средства; интеллектуальные системы обработки информации, информационные технологии косвенного контроля и диагностики состояния объектов разной физической природы.



J. H. Dshalalow¹, R. Robinson

Department of Mathematical Sciences, College of Science
(Florida Institute of Technology, Melbourne, FL 32901, USA)
E-mail's: eugene@fit.edu and robinsor@my.fit.edu

On Fluctuations of a Nonmonotone Marked Point Process²

The present article investigates a bivariate recurrent process, which can describe the behavior of a nonmonotone financial instrument observed at random times. We are able to find explicitly the joint distribution of the highest value of the instrument prior to its first drop using a game-theoretic approach.

Исследован бивариантный рекуррентный процесс, с помощью которого можно описать поведение немонотонного финансового инструмента, наблюдаемое в случайные моменты времени. С использованием теоретико-игрового подхода явно определено объединенное распределение наибольшей величины инструмента, предшествующей его первому падению.

Key words: random walk analysis, stock market, stochastic games, antagonistic games, fluctuation theory, marked point process, compound Poisson process, ruin time, exit time, first passage time, stochastic finance.

1. Introduction. In various applications to economics it is of interest to investigate a financial instrument observed over some random times. The key reference points of interest are: the time of the first drop of the stock or hedge fund if it increases, its highest value prior to the first drop and other data.

In our recent article [1], we assumed that the stochastic process which modeled a financial instrument we studied was monotone. In the present setting, the stochastic process under investigation is not monotone.

Consider a financial instrument observed at random moments of time $\tau_0, \tau_1, \tau_2, \dots$ with respective values B_0, B_1, B_2, \dots so that

$$(B, T) = \sum_{k \geq 0} Y_k \varepsilon_{\tau_k}$$

(Y_k are the increments $B_k - B_{k-1}$, $B_0 = Y_0$ and ε_a is the Dirac measure) is a delayed marked renewal process. Unlike our earlier assumption [1] on Y_k 's, here we assume

¹The corresponding author.

²This research is supported by the US Army Grant No. W911NF-07-1-0121.

that they need not be positive. Consequently, the marginal process \mathcal{B} is recurrent and not renewal as in [1] where we were interested in the behavior of \mathcal{B} around some critical threshold L .

In the present paper we are concerned with the time when \mathcal{B} drops for the first time while increasing, or opposite, when \mathcal{B} raises up for the first time while decreasing. For now, we introduce the auxiliary process $\mathcal{A} = (A_n)$ with increments $X_k = A_k - A_{k-1}$ defined as

$$X_k = \begin{cases} 0, & Y_k \geq 0, \\ 1, & Y_k < 0 \end{cases} \quad (1)$$

and «attach» it to $(\mathcal{B}, \mathcal{T})$ upon \mathcal{T} to have the bivariate marked point process

$$(\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{T}) = \sum_{k \geq 0} (X_k, Y_k) \varepsilon_{\tau_k}.$$

In this form, the first drop of \mathcal{B} will coincide with the time τ_k when the auxiliary marginal process \mathcal{A} will once hit 1. We therefore consider $(\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{T})$ as the thri-variate generalized random walk process with exactly one «active» entry \mathcal{A} . The other two entries \mathcal{B} and \mathcal{T} will be referred to as «passive». Associate with the random walk is the r.v.

$$v = \min\{n : A_n = X_0 + \dots + X_n = N\}$$

(*exit index*) for some positive integer N . For example, if $N = 1$, then the value of the exit index is the v th observation of the random walk when \mathcal{B} drops for the first time. In the general case of N , the exit index v will stop the observation process when \mathcal{B} drops for the N th time. The corresponding time τ_v is referred to as the *exit time* (or *first passage time* or *hitting time*). The following functional

$$\Psi(w, z, u, v, \vartheta, \theta) = E [w^{A_{v-1}} z^{A_v} e^{uB_{v-1}} e^{vB_v} e^{-\vartheta\tau_{v-1}} e^{-\theta\tau_v}]$$

gives all needed information upon the exit time τ_v and pre-exit time τ_{v-1} . The latter is of our particular interest, since at this moment, the process \mathcal{B} assumes the largest value while appreciating before dropping for the first time (restricted to the observation process \mathcal{T}).

We observe that $(\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{T})$ can be treated as a one-sided antagonistic game, in which player A sustains damages from another player B at random times. Positive values of increments Y_k 's can be attributed to strikes that hit A, while negative values of Y_k 's can be interpreted as restoration of wealth of A. Alternatively, the random walk $(\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{T})$ can also be regarded as a two-sided game, in which positive values of Y_k 's can be attributed to the consecutive strikes sustained by player A, while negative strikes can be regarded as losses to player B. It resembles a gambler's ruin problem, in which a game consists of a series of contests

and each successful contest for player A means a loss for player B and visa versa. In this case, the first passage time τ_v represents the first successful contest for player A, along with the total capital $C - B_v$ of player A at time τ_v and the capital B_v of player B. Thus, B_{v-1} is the highest capital value of player B prior to his first loss. We are interested exactly in B_{v-1} .

For an arbitrary value of N , τ_v will give the observed time when player B suffers his N th loss and B_v will be his capital. Note that B_v can also be negative (the case of a debt). It would be of interest to investigate at what time player A or player B gets bankrupted, given some nonpositive threshold values, but this is not the aim of our paper. We are interested in an analytically tractable form for the joint pdf (probability density function) and PDF (probability distribution function) of r. v.'s (random variables) τ_{v-1} and B_{v-1} . In a special case of the instrument with position independent marking, we manage to find it as the double inverse of Laplace—Carson transform and we obtained an explicit formula in terms of a modified Bessel function. Marginal pdf's and PDF's are also given and they are very tame. For a numerical illustration, we plotted the joint PDF.

We apply the tools of fluctuation analysis specifically designed for this class of games (café. [1]). A more general literature on fluctuation theory can be referred to Bingham [2], Kyprianou and Pistorius [3], Redner [4], and Takács [5], of which [3] contains applications to economics and [4] — applications to physics. Other applications of fluctuation theory to finance can be found in Dshalalow [6, 7] and Dshalalow and Liew [8]. For the game-theoretic aspect of our paper in connection with its antagonistic nature we mention papers by Fishburn [9], Konstantinov and Polovinkin [10], and Shashikin [11]. The two latter papers deal with applications to economics.

2. The Formalism. We begin with more general assumptions on random walk $(\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{T})$. For a moment we go over its generic version assuming that it is marked point process with position dependent marking, i.e. (X_k, Y_k) depend on τ_k through

$$\Delta_k = \tau_k - \tau_{k-1} \tag{2}$$

only. Suppose $(X_k, Y_k, \Delta_k) : \Omega \rightarrow \mathbb{N}_0 \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+$, $k = 0, 1, \dots$ is a sequence of independent random vectors on a probability space (Ω, \mathcal{F}, P) and that for $k = 1, 2, \dots$, they are also identically distributed. In other words,

$$(X_k, Y_k, \Delta_k) \in [(X, Y, \Delta)], \tag{3}$$

where the latter is the equivalence class of random vectors with the common joint transform

$$\gamma(z, v, \theta) := E [z^X e^{vY - \theta \Delta}], \quad |z| \leq 1, \operatorname{Re}(\theta) \geq 0. \tag{4}$$

Also, let

$$\gamma_0(z, v, \theta) := E [z^{X_0} e^{vY_0 - \theta \Delta_0}], \quad |z| \leq 1, \operatorname{Re}(\theta) \geq 0. \tag{5}$$

Under the above assumptions, the following major formula for the functional $\Psi(w, z, u, v, \vartheta, \theta)$ holds true:

Theorem 1 [7]. Let $(\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{T})$ be a bivariate delayed marked renewal process with positron dependent marking defined in (2)—(5). Let \mathcal{A} be its discrete component valued in \mathbb{N}_0 , which is *active* in the sense of section 1. For a positive integer N , let

$$v := \inf \{n : A_n = X_0 + \dots + X_n \geq N\}$$

be the exit index of $(\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{T})$. Then it holds true that

$$\begin{aligned} \Psi(w, z, u, v, \vartheta, \theta) &= E[w^{A_{v-1}} z^{A_v} e^{uB_{v-1}} e^{vB_v} e^{-\vartheta\tau_{v-1}} e^{-\theta\tau_v}] = \mathcal{D}_x^{N-1} \{\gamma_0(z, v, \theta) - \\ &\quad - \gamma_0(xz, v, \theta) + \frac{\gamma_0(xwz, u+v, \vartheta+\theta)}{1-\gamma(xwz, u+v, \vartheta+\theta)} [\gamma(z, v, \theta) - \gamma(xz, v, \theta)]\} \end{aligned}$$

where \mathcal{D}^{L-1} is the inverse of the operator

$$D_p \{f(p)\}(x) := \sum_{p=0}^{\infty} x^p f(p)(1-x), \quad \|x\| < 1 \tag{6}$$

(applied to an integrable function f on set \mathbb{N}_0). The inverse \mathcal{D}^k is

$$k \mapsto \mathcal{D}_x^k \varphi(x, y) = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{k!} \frac{\partial^k}{\partial x^k} \left[\frac{1}{1-x} \varphi(x, y) \right], & k \geq 0, \\ 0, & k < 0 \end{cases} \tag{7}$$

if applied to a function $\varphi(x, y)$ analytic at zero in the first variable.

Consider a special case with $N = 1$ and the initial values $\tau_0 = 0$ a.s. and $Y_0 \geq 0$ is a constant a.s. As mentioned in the Introduction, considering (1), it will correspond to the first observed drop of the process on those paths which are monotone nondecreasing. In this case (i.e with $N = 1$), the operator \mathcal{D}^0 will be in its simplest form. Furthermore, we would like to look into the marginal functional $E[e^{uB_{v-1}} e^{-\vartheta\tau_{v-1}}]$ of the pre-exit elements, i.e. of the process attaining it highest value B_{v-1} before the first drop on one of the observation epochs, along with the associated observation time τ_{v-1} . Considering (7) we easily arrive at the marginal joint transform

$$\Psi_{v-1}(u, \vartheta) = E[e^{-uB_{v-1}} e^{-\vartheta\tau_{v-1}}] = \frac{\gamma_0(0, -u, \vartheta)[\gamma(1, 0, 0) - \gamma(0, 0, 0)]}{1 - \gamma(0, -u, \vartheta)}. \tag{8}$$

In (8), for convenience, we changed the sign of u to its opposite (especially considering that $B_{v-1} \geq 0$). The components of (8) are as follows:

$$\gamma(0, -u, \vartheta) = E[0^X e^{-uY} e^{-\theta\Delta}]. \tag{9}$$

Note that

$$E[0^X] = P\{X = 0\} = P\{Y \geq 0\} = E[\mathbf{1}_{\mathbb{R}_+}(Y)]. \quad (10)$$

We go on with more assumptions. We assume that the marginal process $(\mathcal{B}, \mathcal{T})$ is with position independent marking, Δ is exponentially distributed with parameter δ , and Y has a Laplace symmetric pdf (probability density function) with parameter λ :

$$f_Y(x) = \frac{\lambda}{2} e^{-\lambda|x|}, \quad x \in \mathbb{R}. \quad (11)$$

In other words, the marginal Laplace—Stieltjes transform of Δ and moment generating function of Y , respectively, are

$$E e^{-\vartheta\Delta} = \frac{\delta}{\delta + \vartheta}, \quad (12)$$

$$m_Y(u) = E e^{uY} = \frac{\lambda^2}{\lambda^2 - u^2}. \quad (13)$$

It can be readily shown that

$$m_Y^+(u) = E[e^{uY} \mathbf{1}_{\mathbb{R}_+}(Y)] = \frac{\lambda}{2(\lambda - u)} \quad (14)$$

and thus

$$m_Y^+(-u) = E[e^{-uY} \mathbf{1}_{\mathbb{R}_+}(Y)] = \frac{\lambda}{2(\lambda + u)}. \quad (15)$$

Consequently, from (9)—(15) we have

$$\gamma(0, -u, \vartheta) = \frac{\delta}{\delta + \vartheta} E[e^{-uY} \mathbf{1}_{\mathbb{R}_+}(Y)] = \frac{\delta}{\delta + \vartheta} \frac{\lambda}{2(\lambda + u)}. \quad (16)$$

Furthermore, from (10) and (11),

$$\gamma(1, 0, 0) = 1 \text{ and } \gamma(0, 0, 0) = P\{Y \geq 0\} = \frac{1}{2}.$$

Therefore, the functional Ψ_{v-1} of (8) turns

$$\Psi_{v-1}(u, \vartheta) = e^{-uY_0} \frac{1}{2} \frac{1}{1 - \frac{\delta}{\delta + \vartheta} \frac{\lambda}{2(\lambda + u)}}. \quad (17)$$

After a straightforward algebra, we have (17) reduce to

$$\Psi_{v-1}(u, \vartheta) = \frac{1}{2} e^{-uY_0} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{\delta\lambda}{u+\lambda} \frac{1}{\vartheta + \delta \left(1 - \frac{\lambda}{2(u+\lambda)} \right)} \right]. \quad (18)$$

Our next goal is to find the joint pdf of the r.v.'s B_{v-1} and τ_{v-1} . We will use the Fubini's theorem to invert the double Laplace transform, first applying it w.r.t. variable ϑ and then — variable u .

Let us denote

$$\psi(u, \vartheta) = \frac{1}{2} \frac{\delta\lambda}{u+\lambda} \frac{1}{\vartheta + \delta \left(1 - \frac{\lambda}{2(u+\lambda)} \right)}. \quad (19)$$

Then, applying the inverse Laplace transform to $\psi(u, \vartheta)$ w.r.t. ϑ we have from standard tables of Laplace transform:

$$\mathcal{L}_\vartheta^{-1}\{\psi(u, \vartheta)\}(y) = \frac{\delta\lambda}{2} \frac{1}{\lambda+u} e^{-\delta y} e^{\frac{\lambda}{2(u+\lambda)}y}.$$

The next step will require some auxiliary result not available in the tables we know.

Lemma 1. For three real numbers: $a > 0$, b and c , it holds true that

$$\mathcal{L}_y^{-1} \left\{ \frac{\exp\left(\frac{a}{y+b}\right)}{y+c} \right\} (q) = e^{-bq} I_0(2\sqrt{aq}) + (b-c) e^{-cq} \int_{u=0}^q e^{-(b-c)u} I_0(2\sqrt{au}) du,$$

where $I_0(x)$ is the modified Bessel function of order zero.

P r o o f. Using the representation

$$\frac{1}{y+c} = \frac{y+b}{(y+c)(y+b)} = \frac{y+c+b-c}{(y+c)(y+b)} = \frac{b-c}{(y+c)(y+b)} + \frac{1}{y+b}$$

and by linearity of \mathcal{L}^{-1} we obtain

$$\mathcal{L}_y^{-1} \left\{ \frac{\exp\left(\frac{a}{y+b}\right)}{y+c} \right\} (q) = \mathcal{L}_y^{-1} \left\{ \frac{\exp\left(\frac{a}{y+b}\right)}{y+b} \right\} + (b-c) \mathcal{L}_y^{-1} \left\{ \frac{\exp\left(\frac{a}{y+b}\right)}{y+b} \frac{1}{y+c} \right\}.$$

The above transforms are now easy to invert. First, due to Bateman and Erdélyi [12],

$$\mathcal{L}_y^{-1} \left\{ \frac{\exp\left(\frac{a}{y+b}\right)}{y+b} \right\} = e^{-bq} I_0(2\sqrt{aq}).$$

In the second term, the expression $\frac{\exp\left(\frac{a}{y+b}\right)}{y+b} \frac{1}{y+c}$ can be regarded as a product of two Laplace transforms: $\frac{\exp\left(\frac{a}{y+b}\right)}{y+b}$ and $\frac{1}{y+c}$. Consequently, the inverse of $\frac{\exp\left(\frac{a}{y+b}\right)}{y+b} \frac{1}{y+c}$ will be the convolution of their respective inverses and thus it yields

$$\begin{aligned} (b-c) \mathcal{L}_y^{-1} \left\{ \frac{\exp\left(\frac{a}{y+b}\right)}{y+b} \frac{1}{y+c} \right\} &= (b-c) e^{-cq} \int_{u=0}^q e^{c(q-u)} e^{-bu} I_0(2\sqrt{au}) du = \\ &= (b-c) e^{-cq} \int_{u=0}^q e^{-(b-c)u} I_0(2\sqrt{au}) du. \end{aligned}$$

So, we are done with the proof of the lemma.

Applying the Laplace inverse transform w.r.t. variable u to $\mathcal{L}_\vartheta^{-1} \{ \psi(u, \vartheta) \}(y)$ (ψ is defined in (19)) and using Lemma 1 we arrive at

$$g(x, y) := \mathcal{L}_{\vartheta, u}^{-1} \{ \psi(u, \vartheta) \}(x, y) = \frac{\delta\lambda}{2} e^{-\delta y} e^{-\lambda x} I_0\left(2\sqrt{\frac{\delta\lambda xy}{2}}\right). \quad (20)$$

Therefore, using the well-known property of the Laplace inverse we have

$$\mathcal{L}_{\vartheta, u}^{-1} \{ e^{-uY_0} \psi(u, \vartheta) \}(x, y) = g(x - Y_0, y) \mathbf{1}_{(Y_0, \infty)}(x). \quad (21)$$

The remaining part of the expression $\frac{1}{2}e^{-uY_0} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{\delta\lambda}{u+\lambda} \frac{1}{\vartheta + \delta \left(1 - \frac{\lambda}{2(u+\lambda)} \right)} \right]$ to be

dealt with is constant **1** to which we need to apply the double inverse:

$$\mathcal{L}_{\vartheta, u}^{-1}\{\mathbf{1}\}(x, y) = \delta_D(x) \delta_D(y), \tag{22}$$

where δ_D is the Dirac delta. Consequently, from (22),

$$\mathcal{L}_{\vartheta, u}^{-1}\{e^{-uY_0}\}(x, y) = \delta_D(x - Y_0) \delta_D(y) \mathbf{1}_{(Y_0, \infty)}(x). \tag{23}$$

Finally, compiling all formulas (20)—(23) we have the joint pdf of B_{v-1} and τ_{v-1} in the form

$$f(x, y) = \frac{1}{2} \mathbf{1}_{(Y_0, \infty)}(x) \left\{ \delta_D(x - Y_0) \delta_D(y) + \frac{\delta\lambda}{2} e^{-\delta y} e^{-\lambda(x - Y_0)} I_0 \left(2\sqrt{\frac{\delta\lambda y(x - Y_0)}{2}} \right) \right\}. \tag{24}$$

From (24), using the definition of Dirac delta, we get the joint PDF (probability distribution function) of B_{v-1} and τ_{v-1}

$$F(x, y) = \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^y f(u, v) dv du = \frac{\delta\lambda}{4} \int_{u=0}^x \mathbf{1}_{(Y_0, \infty)}(u) e^{-\lambda(u - Y_0)} \int_{v=0}^y e^{-\delta v} I_0 \left(2\sqrt{\frac{\delta\lambda v(u - Y_0)}{2}} \right) dv du + \frac{1}{2} \mathbf{1}_{(Y_0, \infty)}(x) \mathbf{1}_{(0, \infty)}(y). \tag{25}$$

Let us summarize the main result of this section as.

Theorem 2. Let $(\mathcal{B}, \mathcal{T}) = \sum_{k \geq 0} Y_k \varepsilon_{\tau_k}$ be a marked point process on probability

space (Ω, \mathcal{F}, P) with position independent marking, exponentially distributed time increments $\Delta_k = \tau_k - \tau_{k-1}$, symmetrical Laplace distribution of marks Y_k , all specified by (11)—(13), and the initial condition of $(\mathcal{B}, \mathcal{T})$, $Y_0 > 0$ (being a.s. a constant) and $\tau_0 = 0$, a.s. Then, the pdf and PDF of the highest value of the process B_{v-1} before the first drop jointly with the time τ_{v-1} of the first drop satisfies formulas (24) and (25), respectively. Here $I_0(z)$ is the modified Bessel function of order zero.

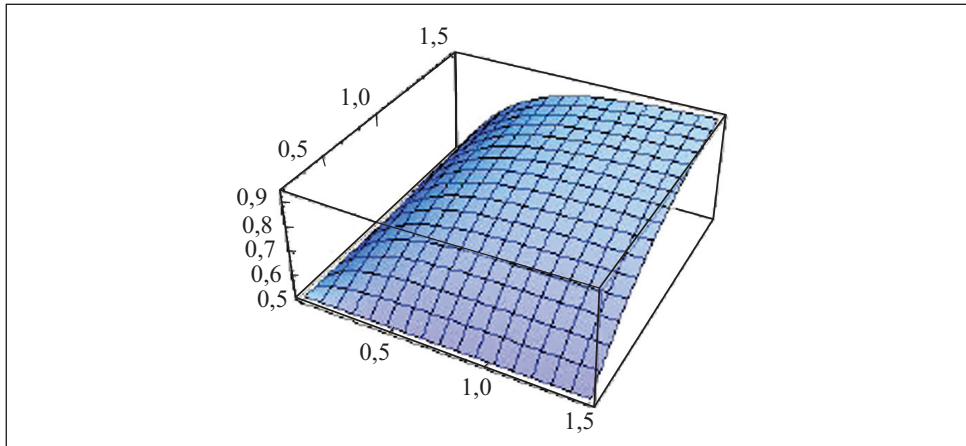


Fig. 1

Figures 1—3 are three different views of plots of the PDF F given in (25) for a special case (by using *Mathematica*) with $\delta = 5, \lambda = 4$ and $Y_0 = 0,5$ on the intervals $0, 5 \leq x \leq 1, 5$ and $0 \leq y \leq 1, 5$. For convenience, the graph is plotted beginning from the rectangle $[0,5, \infty) \times [0, \infty)$ where F is positive. We omitted plotting for $x \leq 0, 5$ where $F(x, y) = 0$.

3. The Marginal Distribution of B_{v-1} . To find the marginal pdf of B_{v-1} we integrate $f(x, y)$ with respect to y :

$$f_{B_{v-1}}(x) = \int_{y=0}^{\infty} f(x, y) dy = \frac{1}{2} \mathbf{1}_{(Y_0, \infty)}(x) \delta_D(x - Y_0) + \frac{\delta\lambda}{4} \mathbf{1}_{(Y_0, \infty)}(x) e^{-\lambda(x-Y_0)} \int_{y=0}^{\infty} e^{-\delta y} I_0\left(2\sqrt{\frac{\delta\lambda y(x-Y_0)}{2}}\right) dy. \quad (26)$$

To simplify (26) we need the following lemma.

Lemma 2. For two positive real numbers A and B the following exponential integral of the modified Bessel function is equal to

$$\int_{u=0}^{\infty} e^{-Bu} I_0(2\sqrt{Au}) du = \frac{1}{B} e^{\frac{A}{B}}.$$

P r o o f. We use the formula [13],

$$\int_{t=0}^{\infty} I_{\mu}(\alpha t) e^{-\sigma^2 t^2} t^{\mu+1} dt = \frac{\alpha^{\mu}}{(2\sigma^2)^{\mu+1}} e^{-\frac{\alpha^2}{4\sigma^2}}, \quad (27)$$

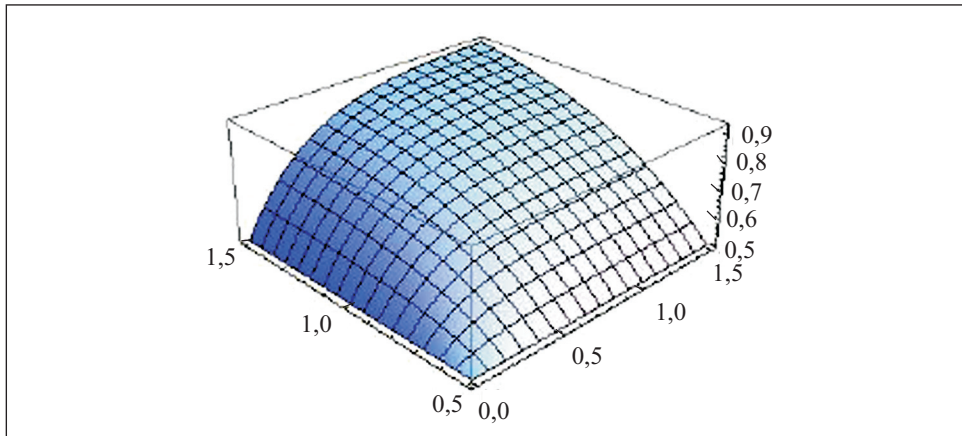


Fig. 2

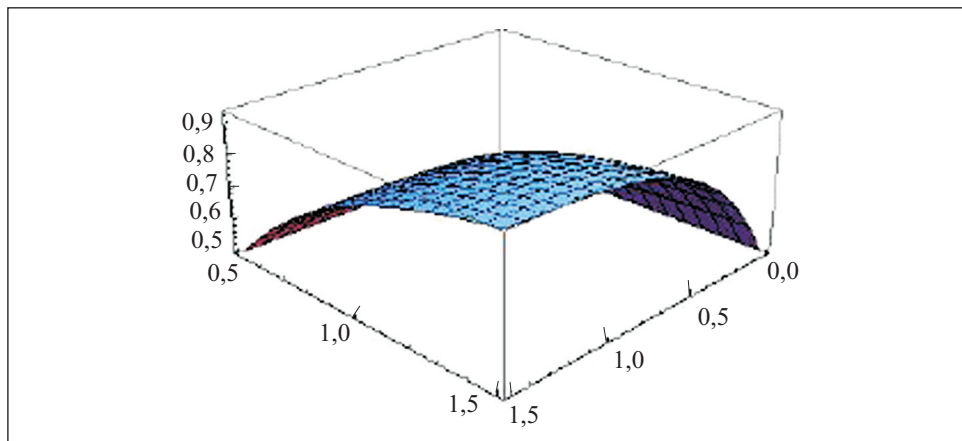


Fig. 3

where J_μ is the Bessel function of order μ , and the relation between the Bessel and modified Bessel functions:

$$I_\mu(z) = e^{\frac{i\mu\pi}{2}} J_\mu\left(ze^{\frac{i\pi}{2}}\right).$$

Take $\mu = 0$ and set $\sigma^2 = B > 0$, $\alpha = 2\sqrt{Ai}$. Then, (27) will reduce to

$$\int_{t=0}^{\infty} t e^{-Bt^2} J_0(2\sqrt{A} t e^{\frac{i\pi}{2}}) dt = \frac{1}{2B} e^{\frac{A}{B}}$$

and on the other hand, in terms of the modified Bessel function of order zero, being

$$\int_{t=0}^{\infty} t e^{-Bt^2} I_0(2\sqrt{A} t) dt. \quad (28)$$

With the substitution $t = \sqrt{u}$ we have (28) further reduce to

$$\int_{t=0}^{\infty} \frac{1}{2} e^{-Bu} J_0(2\sqrt{Au}) du = \frac{1}{2B} e^{\frac{A}{B}}.$$

The latter proves the lemma.

Using Lemma 2 we render the integration of

$$\int_{y=0}^{\infty} e^{-\delta y} I_0\left(2\sqrt{\frac{\delta\lambda y(x-Y_0)}{2}}\right) dy = \frac{1}{\delta} e^{\frac{\lambda(x-Y_0)}{2}}$$

and finally arrive at the marginal pdf of B_{v-1} :

$$f_{B_{v-1}}(x) = \frac{1}{2} \mathbf{1}_{(Y_0, \infty)}(x) \delta_D(x - Y_0) + \frac{\lambda}{4} e^{-\frac{\lambda}{2}(x-Y_0)} \mathbf{1}_{(Y_0, \infty)}. \quad (29)$$

Further integrating (29) we get the marginal PDF of B_{v-1} :

$$F_{B_{v-1}}(x) = \int_{u=0}^x f_{B_{v-1}}(u) du = \mathbf{1}_{(Y_0, \infty)}(x) \left[1 - \frac{1}{2} e^{-\frac{\lambda}{2}(x-Y_0)} \right] \quad (30)$$

which looks very simple compared to the joint PDF of (25).

Theorem 3. Under the condition of Theorem 2, the marginal pdf and PDF of the highest value B_{v-1} of \mathcal{B} prior to the first drop satisfy formulas (29) and (30).

4. The Marginal Distribution of τ_{v-1} . To find the marginal pdf of τ_{v-1} integrate the joint pdf $f(x, y)$ with respect to x :

$$f_{\tau_{v-1}}(y) = \frac{1}{2} \int_{x=0}^{\infty} \mathbf{1}_{(Y_0, \infty)}(x) \delta_D(x - Y_0) \delta_D(y) +$$

$$+ \mathbf{1}_{(Y_0, \infty)}(x) \frac{\delta\lambda}{4} e^{-\delta y} \int_{x=0}^{\infty} e^{-\lambda(x-Y_0)} I_0\left(2\sqrt{\frac{\delta\lambda y(x-Y_0)}{2}}\right) dx =$$

$$= \left[\frac{1}{2} \delta_D(y) + \frac{\delta}{4} e^{-\frac{\delta y}{2}} \right] \mathbf{1}_{(0, \infty)}(y). \quad (31)$$

The result easily follows from Lemma 2:

$$\int_{x=0}^{\infty} e^{-\lambda(x-Y_0)} I_0 \left(2 \sqrt{\frac{\delta \lambda y (x - Y_0)}{2}} \right) dx = \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{\delta y}{2}} \mathbf{1}_{(0, \infty)}(y).$$

Proceeding analogously (as in section 3) we have the marginal PDF of τ_{v-1}

$$F_{\tau_{v-1}}(y) = \int_{u=0}^y f_{\tau_{v-1}}(u) du = \frac{1}{2} \mathbf{1}_{(0, \infty)}(y) + \frac{1}{2} \left(1 - e^{-\frac{\delta y}{2}} \right) \mathbf{1}_{(0, \infty)}(y) = \mathbf{1}_{(0, \infty)}(y) \left[1 - \frac{1}{2} e^{-\frac{\delta y}{2}} \right]. \quad (32)$$

Theorem 4. Under the condition of Theorem 2, the marginal pdf and PDF of the time τ_{v-1} , when the highest value B_{v-1} of \mathcal{B} prior to the first drop is attained, satisfy formulas (31) and (32).

Досліджено біваріантний рекурентний процес, за допомогою якого може бути описане поводження немонотонного фінансового інструмента, що спостерігається у випадкові моменти часу. З використанням теоретико-гравального підходу явно визначено об'єднане розподілення найбільшої величини інструмента, що передує його першому падінню.

1. *Dshalalow J. H., Robinson R.* On One-sided Stochastic Games and their Applications to Finance, Submitted.
2. *Bingham N. H.* Random Walk and Fluctuation Theory//Handbook of Statistics/Eds. D.N. Shanbhag, Rao C. R. Volume 19. — Elsevier Science, 2001. — P. 171—213.
3. *Kyprianou A. E., Pistorius M. R.* Perpetual Options and Canadization Through Fluctuation Theory// Ann. Appl. Prob. — 2003. — **13**, N 3. — P. 1077—1098.
4. *Redner S.* A Guide to First-Passage Processes. — Cambridge : Cambridge University Press, 2001.
5. *Takács L.* On Fluctuations of Sums of Random Variables//Studies in Probability and Ergodic Theory. Advances in Mathematics; Supplementary Studies. Volume 2/ Ed. by G.-C. Rota. — 1978. — P. 45—93.
6. *Dshalalow J. H.* Fluctuations of Recurrent Processes and their Application to the Stock Marke// Stochastic Analysis and Applications. — 2004. — **22**, N 1. — P. 67—79.
7. *Dshalalow J. H.* On Exit Times of a Multivariate Random Walk with Some Applications to Finance// Nonlinear Analysis, Series A. — 2005. — **63**. — P. 569—577.

8. *Dshalalow J. H., Liew A.* On Fluctuations of a Multivariate Random Walk with Some Applications to Stock Options Trading and Hedging// *Math. and Comp. Modeling.* — 2006. — **44**, N 10. — P. 931—944.
9. *Fishburn P. C.* Non-cooperative Stochastic Dominance Games// *International Journal of Game Theory.* — 1978. — **7**, N 1. — P. 51—61.
10. *Konstantinov R. V., Polovinkin E. S.* Mathematical Simulation of a Dynamic Game in the Enterprise Competition Problem// *Cybernetics and Systems Analysis.* — 2004. — **40**, N 5. — P. 720—725.
11. *Shashikin V. N.* Antagonistic Game with Interval Payoff Functions// *Cybernetics and Systems Analysis.* — 2004. — **40**, N 4. — P. 556—564.
12. *Bateman H., Erdélyi.* Higher Transcendental Functions. Volume 2. — McGraw-Hill, 1953.
13. *Bateman H., Erdélyi.* Tables of Integral Transforms. Volume I. — McGraw-Hill, 1954.

Submitted 05.02.10

УДК 519.512

А. Б. Касумов, канд. техн. наук
Азербайджанский технический университет
(Азербайджан, AZ1073, Баку, просп. Г. Джавида, 25,
тел. (+99412) 4383201, E-mail: adil.gasimov@mail.ru)

Исследование нестационарных характеристик длины очереди однолинейной системы массового обслуживания, зависящих от числа требований

(Статью представил д-р техн. наук М. В. Мыслович)

Рассмотрена однолинейная система массового обслуживания, на вход которой поступает поток марковского типа, зависящий от числа требований, находящихся в системе. Определены нестационарные и стационарные распределения длины очереди с использованием однолинейной системы массового обслуживания с параметрами, зависящими от числа требований.

Розглянуто однолінійну систему масового обслуговування, на вхід якої надходить потік марковського типу, що залежить від числа вимог, які перебувають у системі. Визначено нестационарні та стаціонарні розподілення довжини черги з використанням однолінійної системи масового обслуговування з параметрами, що залежать від числа вимог.

К л ю ч е в ы е с л о в а: однолинейная система, длина очереди, скорость обслуживания, марковский процесс, преобразование Лапласа.

Известно, что во многих случаях для повышения надежности технического устройства, в частности узла электрической схемы системы, необходимо резервирование по мощности нагрузки или напряжению, что приводит к существенному изменению режима эксплуатации. Постоянное включение избыточных элементов (таких как конденсаторы, сопротивления, полупроводниковые диоды и триоды) требует учета перераспределения мощностей (токов) и напряжений. Такие задачи актуальны и при резервировании элементов сильноточных схем (силовых трансформаторов, кабелей и др.). Перераспределение мощностей и напряжений существенно влияет на интенсивность отказов схемы.

Представляется целесообразным исследовать нестационарные и стационарные вероятности характеристики однолинейной системы с очередью и счетным числом состояний в случае произвольной зависимости интенсив-

ности входящего потока λ от числа требований i , находящихся в системе обслуживания, $\lambda_i = \lambda(i)$. Исследования нестационарных вероятностных характеристик таких систем являются весьма актуальной и важной задачей и представляют существенный теоретический и практический интерес.

Постановка задачи. Имеется однолинейная система массового обслуживания. На ее вход поступает поток марковского типа, параметр которого λ_i в момент t зависит от числа требований i , находящихся в системе в этот момент времени, т.е. вероятность поступления требования в интервале времени $(t, t + \Delta t)$, где Δt мало, равна $\lambda_i \Delta t + o(\Delta t)$. Скорость обслуживания α_i также зависит от i . При этом величина работы по обслуживанию требований равна η_i . Случайная величина η_i имеет функцию распределения $H_i(x)$ с математическим ожиданием τ_i . Назовем длиной очереди число требований в системе. Обозначив через $v(t)$ длину очереди в момент t , найдем распределение длины очереди в момент t :

$$P_k(t) = P\{v(t) = k\}.$$

Решение задачи. Рассмотрим очередь длиной $v(t)$. Поскольку распределение количества работы для обслуживания требования произвольно, $v(t)$ не является марковским процессом. Для получения марковского процесса введем дополнительную переменную $\xi(t)$ — величину работы в момент времени t , которую необходимо выполнить для обслуживания требования, обслуживаемого в этот момент, если такое имеется. Следует заметить, что векторный процесс

$$\zeta(t) = \begin{cases} 0, & \text{если } v(t) = 0, \\ \{v(t), \xi(t)\}, & \text{если } v(t) > 0 \end{cases}$$

является марковским случайным процессом и частным случаем кусочно-линейных марковских процессов, введенных И. Н. Коваленко [1].

Введем обозначения для распределения процесса $\zeta(t)$:

$$\varphi_0(t) = P\{v(t) = 0\}, \quad \varphi_i(x, t) = P\{v(t) = i, \xi(t) < x\}, \quad \varphi_0(t) = P_0(t).$$

Функции $\varphi_i(x, t)$ удовлетворяют следующей системе дифференциальных уравнений в частных производных:

$$\varphi_0'(t) = -\lambda_0 \varphi_0(t) + \alpha_1 \frac{\partial \varphi_1(0, t)}{\partial x}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \varphi_1(x, t)}{\partial x} - \alpha_1 \frac{\partial \varphi_1(x, t)}{\partial x} =$$

$$= -\lambda_1 \varphi_1(x, t) - \alpha_1 \frac{\partial \varphi_1(0, t)}{\partial x} + \alpha_2 \frac{\partial \varphi_2(0, t)}{\partial x} H_1(x) + \lambda_0 P_0(t) H_1(x), \quad (2)$$

.....

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_i(x, t)}{\partial x} - \alpha_i \frac{\partial \varphi_i(x, t)}{\partial x} = -\lambda_i \varphi_i(x, t) - \\ - \alpha_i \frac{\partial \varphi_i(0, t)}{\partial x} + \alpha_{i+1} \frac{\partial \varphi_{i+1}(0, t)}{\partial x} H_i(x) + \lambda_{i-1} \varphi_{i-1}(x, t), \quad (i \geq 2) \end{aligned} \quad (3)$$

с начальными условиями

$$P_0(0) = P_0^{(0)}, \varphi_i(x, 0) = \varphi_i^{(0)}(x_i), P_i^{(0)} = \varphi_i^{(0)}(\infty), (i \geq 1).$$

Положим в (2) и (3) $x \rightarrow 0$. Принимая во внимание тот факт, что $\varphi_i(x, t)$ — ограниченная монотонно неубывающая функция, находим

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\partial \varphi_i(x, t)}{\partial x} = 0, (i \geq 1).$$

Тогда система (1)—(3) преобразуется к следующему виду:

$$\begin{aligned} \varphi_0'(t) + \lambda_0 \varphi_0(t) = \alpha_1 \frac{\partial \varphi_1(0, t)}{\partial x}, \\ - \frac{\partial \varphi_1(\infty, t)}{\partial t} - \lambda_1 \varphi_1(\infty, t) - \alpha_1 \frac{\partial \varphi_1(0, t)}{\partial x} + \alpha_2 \frac{\partial \varphi_2(0, t)}{\partial x} + \lambda_0 \varphi_0(t) = 0, \\ - \frac{\partial \varphi_i(\infty, t)}{\partial t} - \lambda_i \varphi_i(\infty, t) - \alpha_i \frac{\partial \varphi_i(0, t)}{\partial x} + \alpha_{i+1} \frac{\partial \varphi_{i+1}(0, t)}{\partial x} + \lambda_{i-1} \varphi_{i-1}(\infty, t) = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Складывая первое уравнение системы (4) со вторым, получившееся в результате уравнение — с третьим и так далее, находим

$$\alpha_{i+1} \frac{\partial \varphi_{i+1}(0, t)}{\partial x} = \lambda_i \varphi_i(\infty, t) + \sum_{j=0}^i \frac{\partial \varphi_j(\infty, t)}{\partial t}.$$

Поскольку $\varphi_i(\infty, t) = P_i(t)$, получаем

$$\alpha_{i+1} \frac{\partial \varphi_{i+1}(0, t)}{\partial x} = \lambda_i P_i(t) + \sum_{j=0}^i P_j'(t) \quad (5)$$

с использованием $P_j(t), 0 \leq j \leq 1$.

Применяя к системе (1)—(3) двойное преобразование Лапласа, получаем следующую систему уравнений:

$$(u + \lambda_0) \tilde{P}_0(u) = \alpha_1 \frac{\partial \tilde{\varphi}_1(0, u)}{\partial x} + P_0^{(0)}, \quad (6)$$

$$(u - s\alpha_1 + \lambda_1) \tilde{\varphi}_1(s, u) = -\alpha_1 \frac{\partial \tilde{\varphi}_1(0, u)}{\partial x} + \alpha_2 \frac{\partial \tilde{\varphi}_2(0, u)}{\partial x} \tilde{h}_1(s) + \lambda_0 \tilde{P}_0(u) \tilde{h}_1(s) + \tilde{\varphi}_1^{(0)}(s), \quad (7)$$

$$(u - s\alpha_i + \lambda_i) \tilde{\varphi}_i(s, u) = \alpha_i \frac{\partial \tilde{\varphi}_i(0, u)}{\partial x} + \alpha_{i+1} \frac{\partial \tilde{\varphi}_{i+1}(0, u)}{\partial x} \tilde{h}_i(s) + \lambda_{i-1} \tilde{\varphi}_{i-1}(s, u) + \tilde{\varphi}_i^{(0)}(s), \quad i \geq 2. \quad (8)$$

Применив к (5) преобразование Лапласа, получим

$$\alpha_{i+1} \frac{\partial \tilde{\varphi}_{i+1}(0, u)}{\partial x} = \lambda_i \tilde{P}_i(u) + u \sum_{j=0}^i \tilde{P}_j(u) - \sum_{j=0}^i P_j^{(0)}. \quad (9)$$

Рассмотрим уравнение (8). Поскольку $\tilde{\varphi}_i(s, u)$ является аналитической функцией при $\text{Re}\{u\} > 0$ и $\text{Re}\{s\} > 0$, при $u - s\alpha_i + \lambda_i = 0$ левая часть (8) равна нулю. Приравнявая нулю правую часть (8), при $S = \frac{u + \lambda_i}{\alpha_i}$ получаем

$$-\alpha_i \frac{\partial \tilde{\varphi}_i(0, u)}{\partial x} + \alpha_{i+1} \frac{\partial \tilde{\varphi}_{i+1}(0, u)}{\partial x} \tilde{h}_i\left(\frac{u + \lambda_i}{\alpha_i}\right) + \lambda_{i-1} \tilde{\varphi}_{i-1}\left(\frac{u + \lambda_i}{\alpha_i}, u\right) + \tilde{\varphi}_i^{(0)}\left(\frac{u + \lambda_i}{\alpha_i}\right) = 0. \quad (10)$$

Подставив (9) в (10), запишем

$$-\lambda_{i-1} \tilde{P}_{i-1}(u) - u \sum_{j=0}^{i-1} \tilde{P}_j(u) + \sum_{j=0}^{i-1} \tilde{P}_j^{(0)} + \tilde{h}_i\left(\frac{u + \lambda_i}{\alpha_i}\right) \left[(\lambda_i + n) \tilde{P}_i(u) + u \sum_{j=0}^{i-1} \tilde{P}_j(u) - \sum_{j=0}^i \tilde{P}_j^{(0)} \right] + \lambda_{i-1} \tilde{\varphi}_{i-1}\left(\frac{u + \lambda_i}{\alpha_i}, u\right) + \tilde{\varphi}_i^{(0)}\left(\frac{u + \lambda_i}{\alpha_i}\right) = 0.$$

Отсюда для $\tilde{P}_i(u)$ находим

$$\tilde{P}_i(u) = \frac{1}{(u + \lambda_i) \tilde{h}_i\left(\frac{u + \lambda_i}{\alpha_i}\right)} \left[\lambda_{i-1} \tilde{P}_{i-1}(u) + \tilde{h}_i\left(\frac{u + \lambda_i}{\alpha_i}\right) P_i^{(0)} - \left(1 - \tilde{h}_i\left(\frac{u + \lambda_i}{\alpha_i}\right) \right) \right] \times$$

$$\times \left(u \sum_{j=0}^{i-1} P_j^{(0)} - u \sum_{j=0}^{i-1} \tilde{P}_j(u) \right) - \lambda_{i-1} \tilde{\varphi}_{i-1} \left(\frac{u+\lambda_i}{\alpha_i}, u \right) - \tilde{\varphi}_i^{(0)} \left(\frac{u+\lambda_i}{\alpha_i} \right). \quad (11)$$

Подставляя (9) в (8), получаем следующую формулу:

$$\tilde{\varphi}_i(s, u) = \frac{1}{(u - s\alpha_i + \lambda_i)} \left[-\lambda_{i-1} \tilde{P}_{i-1}(u) + \tilde{h}_i(s) P_i^{(0)}(u) (u + \lambda_i) \tilde{h}_i(s) - \left(u \sum_{j=0}^{i-1} P_j(u) - \sum_{j=0}^{i-1} P_j^{(0)} \right) (1 - \tilde{h}_i(s)) + \lambda_{i-1} \tilde{\varphi}_{i-1}(s, u) + \tilde{\varphi}_i^{(0)}(s) \right]. \quad (12)$$

По формулам (11) и (12) находим рекуррентные выражения $\tilde{P}_i(u)$ и $\tilde{\varphi}_i(s, u)$ через $\tilde{P}_{i-1}(u)$ и $\tilde{\varphi}_{i-1}(s, u)$.

Рассмотрим уравнение (7). При $s = \frac{u+\lambda_i}{\alpha_i}$ из (7) получаем

$$-\alpha_1 \frac{\partial \tilde{\varphi}_1(0, u)}{\partial x} + \alpha_2 \frac{\partial \tilde{\varphi}_2(0, u)}{\partial x} \tilde{h}_1 \left(\frac{u+\lambda_1}{\alpha_1} \right) + \lambda_0 \tilde{P}_0(u) \tilde{h}_1 \left(\frac{u+\lambda_1}{\alpha_1} \right) + \tilde{\varphi}_1^{(0)} \left(\frac{u+\lambda_1}{\alpha_1} \right) = 0. \quad (13)$$

Подставляя (9) в (13), находим

$$\tilde{P}_1(u) = \frac{1}{(u+\lambda_1) \tilde{h}_1 \left(\frac{u+\lambda_1}{\alpha_1} \right)} \left[((u-\lambda_0) \tilde{P}_0(u) - P_0^{(0)}) \left(1 - \tilde{h}_1 \left(\frac{u+\lambda_1}{\alpha_1} \right) \right) + P_1^{(0)} \tilde{h}_1 \left(\frac{u+\lambda_1}{\alpha_1} \right) - \tilde{\varphi}_0^{(0)} \left(\frac{u+\lambda_1}{\alpha_1} \right) \right]. \quad (14)$$

Подставляя (9) в (7), получаем

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi}_1(s, u) &= \frac{1}{(u - s\alpha_1 + \lambda_1)} \left[\tilde{P}_1(u) (u + \lambda_1) \tilde{h}_1(s) - ((u + \lambda_0) \tilde{P}_0(u) - P_0^{(0)}) \times \right. \\ &\quad \left. \times (1 - \tilde{h}_1(s)) - \tilde{h}_1(s) P_1^{(0)} + \tilde{\varphi}_1^{(0)}(s) \right] = \\ &= \frac{1}{(u - s\alpha_1 + \lambda_1) \tilde{h}_1 \left(\frac{u+\lambda_1}{\alpha_1} \right)} \left[((u + \lambda_0) \tilde{P}_0(u) - P_0^{(0)}) \left(\tilde{h}_1(s) - \tilde{h}_1 \left(\frac{u+\lambda_1}{\alpha_1} \right) \right) + \right. \\ &\quad \left. + \tilde{\varphi}_1^{(0)}(s) \tilde{h}_1 \left(\frac{u+\lambda_1}{\alpha_1} \right) - \tilde{\varphi}_1^{(0)} \left(\frac{u+\lambda_1}{\alpha_1} \right) \tilde{h}_1(s) \right]. \quad (15) \end{aligned}$$

Процесс называется собственным, если $\sum_{j=0}^{\infty} P_j(t) = 1$ при всех $t > 0$ и при любых начальных условиях. В преобразованиях Лапласа это условие имеет вид

$$\sum_{j=0}^{\infty} \tilde{P}_j(u) = \frac{1}{u},$$

откуда определяется $\tilde{P}_0(u)$.

Итак, доказана следующая теорема.

Теорема. Если процесс $\zeta(t)$ является собственным, то справедливы рекуррентные соотношения

$$\begin{aligned} \tilde{P}_i(u) &= \frac{1}{(u + \lambda_i) \tilde{h}_i\left(\frac{u + \lambda_i}{\alpha_i}\right)} \left[\lambda_{i-1} \tilde{P}_{i-1}(u) + P_i^{(0)} \tilde{h}_i\left(\frac{u + \lambda_i}{\alpha_i}\right) + \left(u \sum_{j=0}^{i-1} \tilde{P}_j(u) - \sum_{j=0}^{i-1} \tilde{P}_j^{(0)} \right) \times \right. \\ &\quad \left. \times \left(1 - \tilde{h}_i\left(\frac{u + \lambda_i}{\alpha_i}\right) \right) - \lambda_i \tilde{\varphi}_{i-1}\left(\frac{u + \lambda_i}{\alpha_i}, u\right) - \tilde{\varphi}_i^{(0)}\left(\frac{u + \lambda_i}{\alpha_i}\right) \right], \\ \tilde{\varphi}_i(s, u) &= \frac{1}{(u - s\alpha_i + \lambda_i)} \left[\tilde{P}_i(u)(u + \lambda_i) \tilde{h}_i(s) - \lambda_{i-1} \tilde{P}_{i-1}(u) - P_i^{(0)} \tilde{h}_i(s) + \right. \\ &\quad \left. + \lambda_{i-1} \tilde{\varphi}_{i-1}(s, u) - \left(u \sum_{j=0}^{i-1} P_j(u) - \sum_{j=0}^{i-1} P_j^{(0)} \right) (1 - \tilde{h}_i(s) + \tilde{\varphi}_i^{(0)}(s)) \right], \end{aligned}$$

где $\tilde{P}_0(u)$ определяется при условии

$$\sum_{i=0}^{\infty} \tilde{P}_i(u) = \frac{1}{u}.$$

Из теории преобразования Лапласа известно, что если $\varphi(x)$ — функция, ограниченная при всех значениях x и стремящаяся к конечному пределу при $x \rightarrow \infty$, а $\alpha(s)$ — преобразование Лапласа этой функции, то справедлива формула $\lim_{s \rightarrow 0} \{s\alpha(s)\} = \varphi(\infty)$. Обозначим $P_i = \lim_{t \rightarrow \infty} P_i(t)$, $\varphi(x) = \lim_{t \rightarrow \infty} \varphi_i(x, t)$.

Следствие. При условии существования стационарного эргодического распределения $\zeta(t)$ для P_i и $\tilde{\varphi}(s)$ справедливы следующие рекуррентные соотношения:

$$\tilde{P}_i = \frac{\lambda_{i-1} \left(P_{i-1} - \tilde{\varphi}_{i-1}\left(\frac{\lambda_i}{\alpha_i}\right) \right)}{\lambda_i h_i\left(\frac{\lambda_i}{\alpha_i}\right)},$$

$$\tilde{\varphi}_i(s) = \frac{1}{(\alpha_i s - \lambda_i)} [\lambda_{i-1} P_{i-1} - \lambda_i P_i \tilde{h}_i(s) - \lambda_{i-1} \tilde{\varphi}_{i-1}(s)], \quad (16)$$

$$P_1 = \frac{\lambda_0 P_0 \left(1 - h_1\left(\frac{\lambda_1}{\alpha_1}\right)\right)}{\lambda_1 \tilde{h}_1\left(\frac{\lambda_1}{\alpha_1}\right)}, \quad \tilde{\varphi}_1(s) = \frac{\lambda_0 P_0 \left[\tilde{h}_1\left(\frac{\lambda_1}{\alpha_1}\right) - \tilde{h}_1(s)\right]}{(\alpha_1 s - \lambda_1) \tilde{h}_1\left(\frac{\lambda_1}{\alpha_1}\right)},$$

где P_0 определяется из условия $\sum_{i=0}^{\infty} P_i = 1$.

Действительно, умножая (11), (12), (14), (15) и условие $\sum_{i=0}^{\infty} P_i(u) = \frac{1}{u}$ на u

и полагая, что $u \rightarrow 0$, получаем выражения (16), по которым легко определить P_i . При больших значениях i для вычисления P_i удобно использовать ЭВМ.

Предположение о том, что распределение работы по обслуживанию требования зависит от длины очереди в момент, когда это требование начинает обслуживаться, позволяет рассмотреть в виде частных случаев схемы, широко применяемые на практике.

В случае, если скорость обслуживания зависит от состояния и меняется от состояния к состоянию, достаточно положить $H_1(x) \equiv \dots \equiv H_i(x) \equiv \dots \equiv H(x)$.

Возможен случай, когда скорость обслуживания требования остается постоянной, и допустим, что она равна единице, а время обслуживания зависит от длины очереди в начале обслуживания. Тогда можно считать, что $H_i(x)$ — это распределение времени обслуживания, если в начале обслуживания длина очереди была равна i и $\alpha_i = 1$ (в этом случае величина работы и величина времени обслуживания численно одинаковы).

Пример применения полученных рекуррентных формул. Пусть два одинаковых устройства с интенсивностью отказов каждого λ восстанавливаются одним обслуживающим прибором. Время восстановления является случайной величиной η с законом распределения $H(x)$ и преобразованием Лапласа—Стилтьеса $\tilde{h}(s)$. Скорость восстановления равна единице. В рассматриваемом примере $\lambda_i = (2-i)\lambda$ определим $\tilde{P}_0(u)$, $\tilde{P}_1(u)$ и $\tilde{P}_2(u)$ при начальных условиях $P_0^{(0)} = P_0(0)$, $\varphi_1(x, 0) = \varphi_1^{(0)}(x)$, $\varphi_2(x, 0) = \varphi_2^{(0)}(x)$. Пусть

$$\tilde{\varphi}_i^{(0)}(s) = \int_0^{\infty} e^{-sx} d\varphi_i^{(0)}(x), \quad i=1,2.$$

Из (14)—(15) находим

$$\begin{aligned} \tilde{P}_1(u) &= \frac{1}{(u+\lambda)\tilde{h}(u+\lambda)} [((u+2\lambda)\tilde{P}_0(u) - P_0^{(0)})(1 - \tilde{h}(u+\lambda)) + \\ &\quad + P_1^{(0)}\tilde{h}(u+\lambda) - \tilde{\varphi}_1^{(0)}(u+\lambda)], \\ \tilde{P}_2(u) &= \frac{1}{u} [\lambda_1(\tilde{P}_1(u) - \tilde{\varphi}_1(u, u)) + P_2^{(0)} - \tilde{\varphi}_2^{(0)}(u)]. \end{aligned}$$

Для определения $\tilde{P}_0(u)$ используем условие $\tilde{P}_0(u) + \tilde{P}_1(u) + \tilde{P}_2(u) = \frac{1}{u}$. Тогда

$$\begin{aligned} P_0(u) &= \frac{\left(\tilde{h}(u+\lambda) + P_0^{(0)}(1 - \tilde{h}(u)) - \tilde{h}(u+\lambda) \times \right. \\ &\quad \left. \times (P_1^{(0)} - \tilde{\varphi}_1^{(0)}(u) - P_2^{(0)} - \tilde{\varphi}_2^{(0)}(u) + \varphi_1(u+\lambda)(1 - \tilde{h}(u))) \right)}{u\tilde{h}(u+\lambda) + (u+2\lambda)(1 - \tilde{h}(u))}, \\ P_1(u) &= \frac{1}{(u+\lambda)\tilde{h}(u+\lambda)} [((u+2\lambda)\tilde{P}_0(u) - P_0^{(0)})(1 - \tilde{h}(u+\lambda)) + \\ &\quad + P_1^{(0)}\tilde{h}(u+\lambda) - \varphi_1^{(0)}(u+\lambda)], \\ \tilde{P}_2(u) &= \frac{1}{u} \left[P_2^{(0)} - \tilde{\varphi}_2^{(0)}(u) + \right. \\ &\quad \left. + \lambda \left(\frac{(u+2\lambda)\tilde{P}_0(u) - P_0^{(0)}\lambda(1 - \tilde{h}(u)) - u(h(u) - \tilde{h}(u+\lambda))}{\tilde{h}(u+\lambda)\lambda(u+\lambda)} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{P_1^{(0)}}{u+\lambda} - \frac{\tilde{\varphi}_1^{(0)}(u+\lambda)}{(u+\lambda)\tilde{h}(u+\lambda)} - \frac{\varphi_1^{(0)}(u)}{\lambda} + \frac{\tilde{h}(u)\tilde{\varphi}_1^{(0)}(u+\lambda)}{\lambda\tilde{h}(u+\lambda)} \right]. \end{aligned}$$

В стационарном случае

$$P_0 = \frac{\tilde{h}(\lambda)}{\tilde{h}(\lambda) + 2\lambda\tau}, \quad P_1 = \frac{2(1 - \tilde{h}(\lambda))}{\tilde{h}(\lambda) + 2\lambda\tau}, \quad P_2 = \frac{2(\lambda\tau + \tilde{h}(\lambda) - 1)}{\tilde{h}(\lambda) + 2\lambda\tau}.$$

Легко видеть, что исследуемый процесс $\zeta(t)$ является обобщением известных процессов гибели и размножения.

Таким образом, получены явные формулы для нестационарных и стационарных распределений длины очереди однолинейной системы с параметрами, зависящими от длины очереди.

Вывод. Предложенные рекуррентные соотношения позволяют определить стационарные и нестационарные распределения однолинейной

системы массового обслуживания поступающего марковского потока, а также скорость обслуживания, зависящую от числа требований, находящихся в системе, и изучить простые достаточные условия существования стационарного эргодического распределения марковского процесса, характеризующего функционирование системы. Исследование таких систем является весьма актуальной и важной задачей и представляет существенный теоретический и практический интерес. В дальнейших исследованиях, посвященных рассматриваемому кругу вопросов, представляет интерес найти необходимые и достаточные условия существования стационарного эргодического распределения рассматриваемых процессов.

A single-line queueing system is considered. Markov's type stream arrives on this one-line system's input which depends on the number of requirements being in the system. Non-stationary and stationary distributions of the length of line with the use of a single-line queueing system with the parameters depending on the number of requirements are defined.

1. Гнеденко Б. В., Коваленко И. Н. Введение в теорию массового обслуживания. — М. : Наука, 1966. — 431 с.
2. Ивницкий В. А., Касумов А. Б. Системы обслуживания с ненадежным прибором и зависимыми параметрами. — Баку : Элм, 1986. — 167 с.
3. Касумов А. Б. Исследование однолинейной системы массового обслуживания с параметрами, зависящими от ее состояния // Изд. АН Азерб. ССР. Сер. физ. тех и мат. наук. — 1999. — № 3, 4. — С. 49—54.
4. Касумов А. Б. Исследование однолинейной системы массового обслуживания с ненадежным обслуживающим прибором с параметрами, зависящими от ее состояния // Вест. Бакинского университета физ-мат. наук. — 2000. — № 3. — С. 120—126.

Поступила 15.12.09

КАСУМОВ Адиль Бейог оглы, канд. техн. наук, доцент Азербайджанского технического университета (г. Баку). В 1968 г. окончил Азербайджанский госуниверситет. Область научных исследований – теория массового обслуживания, математические методы в теории надежности.



УДК 681.327

В. Г. Рябцев, д-р техн. наук
Европейский университет
(Украина, 18008, Черкассы, ул. Смелянская, 83,
тел. 0472630971, E-mail: volodja18@ukr.net),

Д. Н. Моамар
Черкасский государственный технологический университет
(Украина, 18006, Черкассы, бульвар Шевченко, 460,
тел. 0472730271, E-mail: diaamoamar@yahoo.com)

Метод и средство визуализации алгоритмов тестов диагностирования запоминающих устройств

Для синтеза алгоритмов и программ тестов диагностирования запоминающих устройств предложена система визуализации алгоритмов тестов, содержащая устройство управления, квадратную матрицу запоминающих ячеек и четыре головки записи (считывания). Приведен пример синтеза с помощью данной системы теста march C. Сокращение трудоемкости проектных работ обеспечивается динамической визуализацией последовательности выполняемых диагностических операций.

Для синтезу алгоритмів і програм тестів діагностування запам'ятовуючих пристроїв запропоновано систему візуалізації алгоритмів тестів, що містить пристрій управління, квадратну матрицю запам'ятовуючих комірок і чотири головки запису (зчитування). Наведено приклад синтезу за допомогою даної системи тесту march C. Скорочення трудомісткості проектних робіт забезпечується динамічною візуалізацією послідовності виконуваних діагностичних операцій.

К л ю ч е в ы е с л о в а: запоминающее устройство, машина Тьюринга, система визуализации, тест.

Постановка задачи. Современные микросхемы полупроводниковой памяти типа DDR и QDR могут за одну транзакцию сосчитать или записать пакет данных, содержащий несколько слов. При считывании такие микросхемы выдают сначала первое слово, затем второе, третье и так далее или могут изменить последовательность выдачи слов в любой их комбинации. Для выполнения тестового диагностирования современных быстродействующих микросхем памяти целесообразно применять тестеры, имеющие мультипроцессорную структуру, содержащие несколько групп операционных процессоров и обеспечивающие параллельное формирование тестовых воздействий для смежных тактов [1]. Новые функциональные возможности

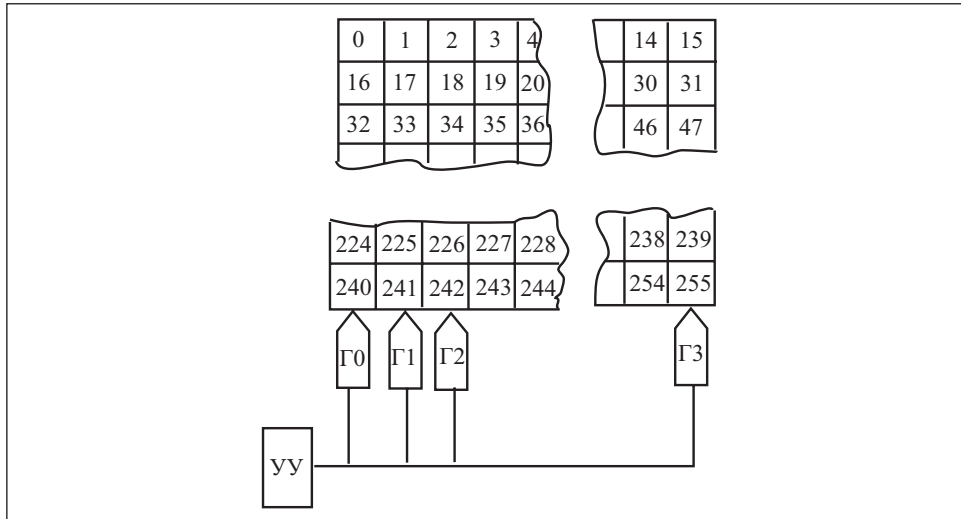


Рис. 1. Структура системы VAT

современных микросхем памяти требуют разработки средств моделирования алгоритмов, способных сократить трудоемкость синтеза программ новых тестов.

Для обеспечения функционирования указанных диагностических устройств распараллеливание алгоритмов тестов необходимо выполнять так, чтобы обеспечить синхронное взаимодействие отдельных операционных процессоров. Для решения данной задачи требуется применение специальных средств визуализации алгоритмов тестов, что позволит существенно снизить трудоемкость проектных работ.

Для формализации понятия алгоритмов используют машины Тьюринга и Поста, позволяющие выделить элементарные операции. Строго выполняя эти операции и наблюдая процесс их выполнения с помощью эмуляторов данных машин, можно получить ожидаемый результат за конечное число шагов [2, 3]. Однако машины Тьюринга и Поста имеют очень ограниченный набор команд, отсутствуют основные арифметические операции и, кроме того, они практически нереализуемы вследствие наличия бесконечных лент, так как память компьютеров ограничена. В этих машинах головку или каретку можно перемещать влево или вправо только на одну позицию, что усложняет моделирование алгоритмов тестов.

Существуют также многоленточные машины Тьюринга, имеющие несколько лент и несколько головок, каждая из которых обзрывает только свою ленту, но применяемые ленты бесконечны вправо, поэтому их невозможно реализовать практически.

К недостаткам программирования алгоритмов на вычислительных машинах с архитектурой фон Неймана можно отнести тот факт, что сначала необходимо запрограммировать код адреса, затем код данных и код операции для тестируемого устройства, при этом частота обращения к объекту уменьшается и снижается эффективность тестирования.

Для сокращения трудоемкости синтеза и отладки алгоритмов и программ тестов диагностирования микросхем полупроводниковой памяти предлагается система визуализации алгоритмов тестов (ВАТ) (рис. 1), которая содержит устройство управления УУ, квадратную матрицу ячеек памяти размером 16×16 и четыре головки записи (считывания) Г0—Г3. Головки могут записывать или считывать из ячеек символы алфавита A и перемещаться по оси X или Y , или по осям X и Y одновременно влево или вправо на $1, 2, \dots, p$ позиций. Перемещения головок независимые, они могут обозревать разные ячейки или одну и ту же ячейку.

Символы, записываемые или считываемые из ячеек памяти, принадлежат алфавиту, который выбирает пользователь. Для матрицы ячеек памяти установлены начальный $a_g = 0$ и конечный $a_n = 255$ адреса, с которых обычно начинается тестирование и заканчивается выполнение теста. Устройство управления системы ВАТ имеет конечное число состояний, определяемое сложностью реализуемого алгоритма.

Формат команд системы ВАТ представим в следующем виде:

$$Q_i, S_r^i \rightarrow S_r^j, C_r, p_r, Q_j,$$

где Q_i — текущее состояние системы; S_r^i — символ хранившийся в ячейке, которую обозревает r -я головка в текущий момент времени; $r = 0, l-1$ — номер головки; l — число головок записи (считывания); S_r^j — новый символ, записываемый в ячейку r -й головкой; $C_r \in \{W_r, R_r, A_r\}$ — коды операций для каждой головки; W_r и R_r — операции записи символа в ячейку и считывания из ячейки, сканируемой r -й головкой; A_r — операция сравнения символа, считанного из ячейки, с эталонным значением; p_r — константа изменения позиции r -й головки; Q_j — новое состояние системы.

Алфавит может содержать любой символ с клавиатуры символов:

$$S_r^i = S_r^j = \{U, X, 0, 1, \dots, 255, Z\},$$

где U — неопределенное состояние; X — безразличное состояние; Z — символ с клавиатуры, в ячейку матрицы заносится его ASCII-код.

При изменении позиций головками может выполняться одна микрооперация из следующего набора:

$$a_r := a_r + p; a_r := a_r - p; a_r := a_g; a_r := a_n,$$

где p — константа изменения кода адреса. Таким образом, адрес ячейки, которую обозревает головка, может увеличиваться или уменьшаться на p позиций.

Синтез программы теста march C с помощью системы ВАТ.

Рассмотрим реализацию алгоритма наиболее распространенного теста march C [4]. Вначале все головки устанавливаем в положение, когда они обозревают одну и ту же ячейку с начальным адресом, затем перемещаем головку с номером 1 на одну позицию вправо, с номером 2 — на две позиции, с номером 3 — на три позиции:

$$Q_0, U_r, \rightarrow \forall r, r = \overline{0,3} \ a_r := a_g, Q_1,$$

$$Q_1, U_r, \rightarrow \{a_1 := a_1 + 1, a_2 := a_2 + 2, a_3 := a_3 + 3\}, Q_2.$$

Записываем фон нулей во все ячейки, которые сканируем с возрастанием кода адреса:

$$Q_2, U_r, \rightarrow \forall r, r = \overline{0,3} \left\{ \begin{array}{l} \text{if } a_3 \neq a_n \text{ then } W_r(0), a_r := a_r + 4, Q_2 \\ \text{else } W_r(0), a_r := a_r + 4, Q_3 \\ \text{end if} \end{array} \right\}.$$

Устанавливаем все головки в исходное положение и перемещаем две головки на одну позицию вправо:

$$Q_3, 0_r, \rightarrow \forall r, r = \overline{0,3} \ a_r := a_g, Q_4,$$

$$Q_4, 0_r, \rightarrow \{a_2 := a_2 + 1, a_3 := a_3 + 1\}, Q_5.$$

Согласно алгоритму, головки, имеющие номера 0 и 2, считывают символы из ячеек матрицы и сравнивают их с эталонными значениями, а головки с номерами 1 и 3 записывают в ячейки число 255. Затем все головки перемещаются вправо на две позиции:

$$Q_5, 0_r, \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{if } a_3 \neq a_n \text{ then } F_5(Q_5, 0), Q_5 \\ \text{else } F_5(Q_5, 0), Q_6 \\ \text{end if} \end{array} \right\}.$$

Согласно функции $F_5(Q_5, 0)$ выполняются следующие действия:

$$F_5(Q_5, 0) = \left\{ \begin{array}{l} R_0(S_0); \text{ if } S_0 = 0 \text{ then } a_0 := a_0 + 2; \\ \text{else } a_0 := a_0 + 2, Q_{stop}; \\ \text{end if}; \\ W_1(255), a_1 := a_1 + 2; \\ R_2(S_2); \text{ if } S_2 = 0 \text{ then } a_2 := a_2 + 2; \\ \text{else } a_2 := a_2 + 2, Q_{stop}; \\ \text{end if}; \\ W_3(255), a_3 := a_3 + 2. \end{array} \right.$$

Устанавливаем все головки в положение, когда они обозревают ячейку с начальным адресом, затем две головки с номерами 2 и 3 смещаем на одну позицию вправо:

$$Q_6, 255_r, \rightarrow \forall r, r = \overline{0,3} \ a_r := a_g, Q_7,$$

$$Q_7, 255_r, \rightarrow \{ a_2 := a_2 + 1, a_3 := a_3 + 1 \}, Q_8.$$

Головки выполняют действия согласно алгоритму теста:

$$Q_8, 255_r, \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{if } a_3 \neq a_n \text{ then } F_8(Q_8, 255), Q_8 \\ \text{else } F_8(Q_8, 255), Q_9 \\ \text{end if} \end{array} \right\}.$$

В соответствии с функцией $F_8(Q_8, 255)$ выполняются следующие действия:

$$F_8(Q_8, 255) = \left\{ \begin{array}{l} R_0(S_0); \text{ if } S_0 = 255 \text{ then } a_0 := a_0 + 2; \\ \text{else } a_0 := a_0 + 2, Q_{stop}; \\ \text{end if}; \\ W_1(0); a_1 := a_1 + 2; R_2(S_2); \\ \text{if } S_2 = 255 \text{ then } a_2 := a_2 + 2; \\ \text{else } a_2 := a_2 + 2, Q_{stop}; \\ \text{end if}; \\ W_3(0); a_3 := a_3 + 2. \end{array} \right.$$

Для сканирования ячеек с уменьшением кода адреса устанавливаем головки в позиции, когда они обозревают ячейку с конечным адресом:

$$Q_9, 0_r, \rightarrow \forall r, r = \overline{0,3} \ a_r := a_n, Q_{10}.$$

Смещаем две головки с номерами 2 и 3 на одну позицию влево:

$$Q_{10}, 0_r, \rightarrow \{ a_2 := a_2 - 1, a_3 := a_3 - 1 \}, Q_{11}.$$

Головки выполняют действия согласно алгоритму с уменьшением кода адреса:

$$Q_{11}, 0_r, \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{if } a_3 \neq a_g \text{ then } F_{11}(Q_{11}, 0), Q_{11} \\ \text{else } F_{11}(Q_{11}, 0), Q_{12} \\ \text{end if} \end{array} \right\}.$$

В соответствии с функцией $F_{11}(Q_{11}, 0)$ выполняются следующие действия:

$$F_{11}(Q_{11}, 0) = \begin{cases} R_0(S_0); \text{ if } S_0 = 0 \text{ then } a_0 := a_0 - 2; \\ \text{else } a_0 := a_0 - 2, Q_{stop}; \\ \text{end if;} \\ W_1(255), a_1 := a_1 - 2; \\ R_2(S_2); \text{ if } S_2 = 0 \text{ then } a_2 := a_2 - 2; \\ \text{else } a_2 := a_2 - 2, Q_{stop}; \\ \text{end if;} \\ W_3(255), a_3 := a_3 - 2. \end{cases}$$

Снова устанавливаем головки в положения, когда все они обозревают ячейку с конечным адресом, и смещаем головки с номерами 2 и 3 на одну позицию влево:

$$Q_{12}, 255_r, \rightarrow \forall r, r = \overline{0,3} \ a_r := a_n, Q_{13},$$

$$Q_{13}, 255_r, \rightarrow \{ a_2 := a_2 - 1, a_3 := a_3 - 1 \}, Q_{14}.$$

Выполняются действия согласно алгоритму с уменьшением кода адреса:

$$Q_{14}, 255_r, \rightarrow \left. \begin{cases} \text{if } a_3 \neq a_g \text{ then } F_{14}(Q_{14}, 255), Q_{14} \\ \text{else } F_{14}(Q_{14}, 255), Q_{15} \\ \text{end if} \end{cases} \right\}.$$

Согласно функции $F_{14}(Q_{14}, 255)$ выполняются следующие действия:

$$F_{14}(Q_{14}, 255) = \begin{cases} R_0(S_0); \text{ if } S_0 = 255 \text{ then } a_0 := a_0 - 2; \\ \text{else } a_0 := a_0 - 2, Q_{stop}; \\ \text{end if;} \\ W_1(0), a_1 := a_1 - 2; \\ R_2(S_2); \text{ if } S_2 = 255 \text{ then } a_2 := a_2 - 2; \\ \text{else } a_2 := a_2 - 2, Q_{stop}; \\ \text{end if;} \\ W_3(0), a_3 := a_3 - 2. \end{cases}$$

Устанавливаем головки в положение, когда они обозревают ячейку с начальным адресом:

$$Q_{15}, 0_r, \rightarrow \forall r, r = \overline{0,3} \ a_r := a_g, Q_{16}.$$

Меняем позиции трех головок:

$$Q_{16}, 0_r, \rightarrow \{ a_1 := a_1 + 1, a_2 := a_2 + 2, a_3 := a_3 + 3 \}, Q_{17}.$$

Считываем данные из ячеек памяти с увеличением кода адреса и сравниваем считанные данные с эталоном:

$$Q_{17}, 0_r, \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{if } a_3 \neq a_g \text{ then } F_{17}(Q_{17}, 0), Q_{17} \\ \text{else } F_{17}(Q_{17}, 0), Q_{19} \\ \text{end if} \end{array} \right\}.$$

Согласно функции $F_{17}(Q_{17}, 0)$ выполняются следующие действия:

$$F_{17}(Q_{17}, 0) = \forall r, r = \overline{0,3} \left\{ \begin{array}{l} R_r(S_r); \\ \text{if } S_r = 0 \text{ then } a_r := a_r + 4; \\ \text{else } a_r := a_r + 4, Q_{stop}; \\ \text{end if}; \end{array} \right.$$

В конце программы содержатся команды выдачи результатов тестирования в виде соответствующих сообщений: $Q_{19}, 0_r \rightarrow !$, «Ok» или $Q_{stop}, X_r \rightarrow !$ «Error».

Изложенные синтаксические особенности языка системы позволяют выделить элементарные операции, необходимые для проектирования алгоритмов и программ тестов.

Особенности применения системы визуализации алгоритмов тестов.

При разработке алгоритмов диагностирования современных микросхем полупроводниковой памяти большое значение имеют визуализаторы алгоритмов, позволяющие в наглядной форме динамически отображать детали их работы [5, 6]. Поскольку система ВАТ имеет всего 256 ячеек, их состояние можно одновременно выводить на экран монитора и динамически демонстрировать выполняемые операции. Главное меню системы ВАТ приведено на рис. 2.

Для просмотра последовательности выполняемых операций реализован пошаговый режим работы системы, при котором на экран монитора осуществляется вывод строки команды и микроопераций, выполняемых в текущий момент времени.

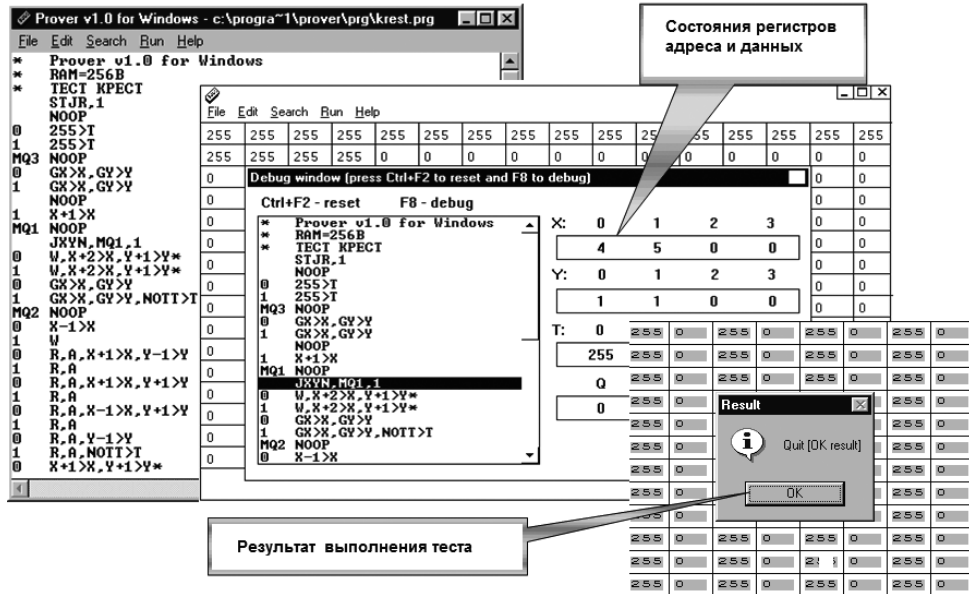


Рис. 2. Главное меню и результаты работы системы ВАТ

В автоматическом режиме при выполнении команд записи и считывания на экран выдается информация об адресе ячейки, с которой выполняется операция и символ, хранящийся в данной ячейке. Для удобства восприятия информации пользователь может изменить скорость заполнения ячейки при записи или считывании. При достижении команды анализа результатов диагностирования на дисплей выдается одно из сообщений о пригодности теста: «годен» или «брак».

Применяя систему ВАТ, можно использовать общую методологию построения алгоритмов и программ тестов, которая включает решение следующих задач:

- выбор коэффициента распараллеливания операций формирования тестовых последовательностей в соответствии с заданным быстродействием микросхем памяти, что, в конечном счете, определяет число головок системы;

- анализ алгоритма, представленного в операторном виде, и определение кратности числа операций в фрагментах алгоритма числу головок системы;

- выполнение реконфигурации алгоритма, обеспечивающей кратность числа операций обращения к памяти в циклически повторяемых фрагментах алгоритма числу головок системы;

определение числа циклов повторения отдельных фрагментов алгоритма и микрооперации изменения кодов адреса и данных для каждого цикла;

декомпозиция исходной задачи на задачу меньшей размерности, т.е. проектирование и отлаживание алгоритма с помощью интерпретирующей системы ВАТ для микросхемы памяти базового объема емкостью 256 бит;

установление функциональной зависимости программных переменных от емкости тестируемой микросхемы;

формирование алгоритма для нового типа запоминающего устройства, имеющего, заданную емкость, заменой переменных, функционально зависимых от емкости памяти.

Поскольку для каждого нового типа устройства не требуется повторять весь процесс проектирования, уменьшаются затраты на разработку программ. Кроме того, трудоемкость локализации и устранения ошибок в программах, предназначенных для микросхемы памяти емкостью 256 байт, значительно ниже, чем трудоемкость отладки программ для тестирования запоминающих устройств большой емкости.

Выводы. Приведенный формат команд системы ВАТ обеспечивает синхронное управление перемещением нескольких головок, что обеспечивает увеличение быстродействия физически реализованного устройства диагностирования при распараллеливании процесса формирования тестовых воздействий. Разделение вычислительного процесса на элементарные действия позволяет определить набор микроопераций для параллельно выполняемых процессов.

В результате выполненных исследований получено теоретическое и практическое обоснование утверждения о том, что алгоритмы всех наиболее распространенных тестов диагностирования запоминающих устройств могут быть разработаны с помощью системы ВАТ и практически реализованы устройством диагностирования, имеющим мультипроцессорную структуру.

For the synthesis of algorithms and software diagnostic tests storage the system for the visualization algorithms tests is proposed containing the control unit, a square matrix of memory cells and four heads write (read). The example of synthesis using this system test march C is given. Reducing the complexity of design work is provided by dynamic imaging sequence performed diagnostic operations.

1. Аль Мадди М. К., Моамар Д. Н., Рябцев В. Г. Алгоритмы тестового диагностирования полупроводниковых запоминающих устройств. — К. : «Корнійчук», 2008. — 220 с.
2. Фалевич Б. Я. Теория алгоритмов: Учеб. пособие. — М. : Машиностроение, 2004. — 160 с.
3. Успенский В. А. Машина Поста. — М. : Наука, 1988. — 96 с.
4. Рябцев В. Г. Проектування мобільних програм діагностування сучасних мікросхем пам'яті. // Вісник ЧДТУ. — 2002. — № 2. — С. 25—29.

5. Абу Аль-Наадж М. В., Мовчан Ю. В., Рябцев В. Г. Программные средства визуализации процесса моделирования микросхем памяти. // Моделювання та інформаційні технології. Зб. наук. праць ППМЕ ім. Г.Є. Пухова НАН України. — 2002. — Вип. 12. — С. 85—90.
6. Кудлаенко В. М., Моамар Д. Н., Рябцев В. Г. Применение эмулятора машины Тьюринга для приобретения навыков синтеза алгоритмов. // Вісник ЧДТУ. — 2006. — № 4 — С. 25—28.

Поступила 01.12.09
после доработки 04.02.10

РЯБЦЕВ Владимир Григорьевич, д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой математических и компьютерных дисциплин Черкасского филиала Европейского университета (Украина). В 1969 г. окончил Харьковский авиационный ин-т. Область научных исследований — диагностика микросхем памяти запоминающих устройств.

МОАМАР Диаа Надим, аспирант Черкасского государственного технологического университета, который окончил в 2006 году. Область научных исследований — математическое моделирование.



УДК. 65. 01. Е45

М. П. Ленюк, д-р физ.-мат. наук, **О. Г. Даналакий**, аспирант
Черновицкий факультет Национального технического университета
«Харковский политехнический ин-т»
(Украина, 58018, Черновцы, ул. Главная, 203а
тел. (0372) 72415, E-mail: OGDanalaki@gmail.com)

Математическая модель полупроводникового термоэлектрического устройства для охлаждения компьютерного процессора

(Статью представил д-р техн. наук М. В. Мыслович)

Разработаны математические модели термоэлектрических полупроводниковых устройств для охлаждения процессора с применением плавящегося вещества.

Розроблено математичні моделі термоелектричних напівпровідникових пристроїв для охолодження процесора з застосуванням витоплювальної речовини.

Ключевые слова: термоэлементы, физические процессы, распределение температуры.

Использование термоэлектрических устройств для охлаждения процессора значительно улучшает температурные характеристики во время его работы в различных режимах, что позволяет значительно увеличить надежность и долговечность процессора. В настоящее время для охлаждения процессора компьютера используются системы, работающие на продув воздуха, например установленный на процессоре кулер. Однако кулер имеет ряд недостатков: неспособность обеспечить необходимый уровень пылезащиты и температуру выше комнатной; неприемлемость для термостатирования; инерционность.

Термоэлектрический метод охлаждения позволяет осуществлять понижение температуры в малом объеме при незначительных габаритах и весе всего устройства. В случае необходимости температура, обеспечиваемая термоэлектрическим охлаждающим прибором посредством специальной схемы, может быть стабилизирована на требуемом уровне с большой точностью.

Обзор публикаций, посвященных термоэлектрическим охлаждающим устройствам, свидетельствует о том, что, несмотря на достаточно значительные успехи в этой области, в настоящее время существует необходи-

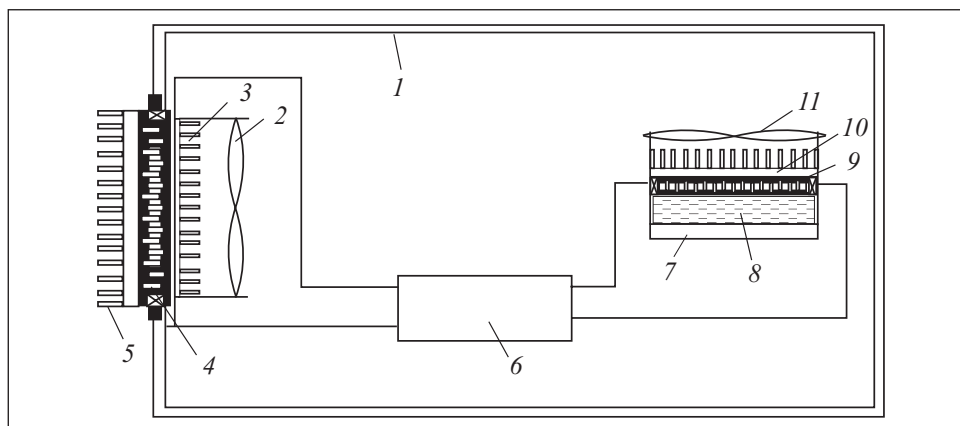


Рис. 1. Схема устройства для охлаждения процессора с применением плавящегося вещества: 1 — системный блок компьютера; 2, 11 — вентиляторы; 3, 5, 10 — теплоотводы; 4, 9 — ТЭМ; 6 — блок питания; 7 — процессор; 8 — контейнер с рабочим веществом

мость в разработке новых термоэлектрических систем тепловода и термостабилизации компонентов компьютера. При этом наиболее важной является разработка высокоэффективной системы охлаждения процессора для повышения быстродействия и объемов перерабатываемой компьютером информации.

Рассмотрим результаты теоретических и экспериментальных исследований, направленных на разработку математической модели термоэлектрической системы, реализующей плавный прогрев и охлаждение процессора в режиме включения и выключения компьютера, и математической модели системы, основанной на использовании плавящегося рабочего вещества для термостатирования процессора в установившемся режиме работы.

Для улучшения условий теплообмена процессора с охлаждающим устройством целесообразно размещать между процессором и термоэлектрическим модулем (ТЭМ) емкость (контейнер) с плавящимся рабочим веществом, имеющим стабильную температуру плавления.

В рассматриваемом устройстве (рис. 1) контейнер с рабочим плавящимся веществом установлен между процессором и ТЭМ и находится в кондуктивном тепловом контакте с ними [1]. С одной стороны контейнер с рабочим веществом нагревается процессором, а с другой — охлаждается ТЭМ. Такая схема охлаждения процессора позволяет повысить эффективность теплоотвода от процессора и обеспечить необходимый температурный режим его работы. Это стало возможным вследствие высокой теплоемкости плавящихся веществ (азотнокислый никель, парафин). Одновременно весь объем системного блока компьютера, изолированный от окру-

жающей среды, охлаждается другим ТЭМ. Это позволяет поддерживать в системном блоке компьютера требуемую температуру, приемлемую и для других компонентов компьютера, установленных в системном блоке, исключить попадание в него пыли и не допустить влияния других возможных вредных воздействий на компоненты компьютера.

Математическая модель представленного устройства включает модель термостатирования процессора посредством контейнера с плавящимся веществом и ТЭМ, а также модель термостабилизации системного блока компьютера.

Рассмотрим вначале математическую модель термостатирования процессора посредством контейнера с плавящимся веществом и ТЭМ. В состав устройства для охлаждения процессора с использованием плавящегося вещества входит тонкостенная емкость (контейнер) конечных геометрических размеров с гладкой или ребренной поверхностью, изготовленная из металла или пластика, герметичный объем которой заполнен рабочим веществом. Контейнер с плавящимся веществом помещается между процессором и ТЭМ. Во время работы основная часть тепла, рассеиваемого процессором, поглощается скрытой теплотой плавления вещества. С противоположной стороны контейнер охлаждается холодными спаями ТЭМ.

Таким образом, в контейнере с плавящимся веществом существуют две фазы — жидкая и твердая. Для обеспечения практического применения данного устройства, необходимо, чтобы тепло, выделяемое процессором и поглощаемое рабочим веществом, эффективно отводилось ТЭМ.

Анализ механизма явлений, происходящих в процессе теплообмена в устройстве, выполнен для одномерной модели при следующих допущениях:

- температура в жидкой и твердой фазах рабочего вещества является функцией одной пространственной координаты;

- температура на границе раздела соответствует устойчивому сосуществованию твердой и жидкой фаз;

- интервал температур плавления и кристаллизации (затвердевания) мал по сравнению с соответствующими температурами плавления и кристаллизации, которые приняты постоянными в течение всего процесса;

- длина и ширина емкости, заполненной рабочим веществом, значительно больше ее толщины (поэтому влиянием боковых поверхностей на теплообмен пренебрегаем);

- процессор установлен на плоской поверхности;

- рассеиваемая процессором и отводимая ТЭМ мощность равномерно распределена по поверхности их контакта с металлической оболочкой устройства;

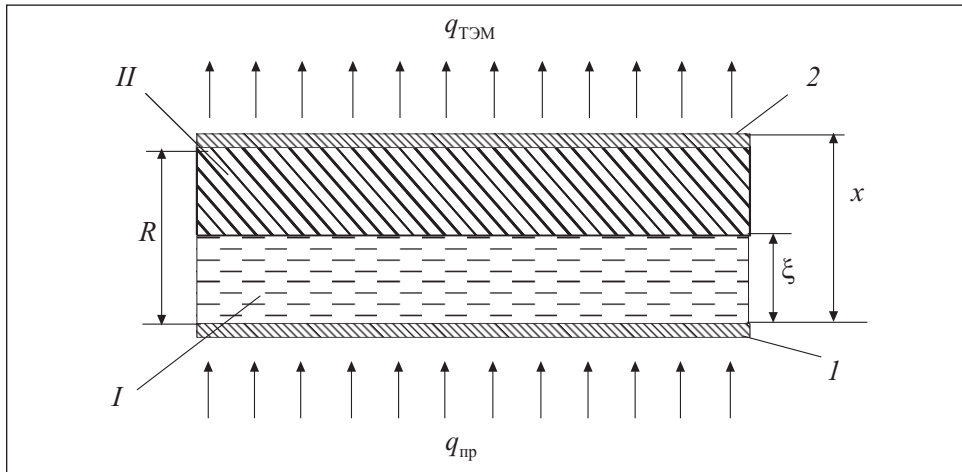


Рис. 2. Расчетная схема процесса теплообмена: *I* и *II* — жидкое и твердое вещество; *1* и *2* — нижняя и верхняя оболочки

термическим сопротивлением контакта процессора и ТЭМ с металлической оболочкой пренебрегаем.

Расчетная схема процесса теплообмена при плавлении и затвердевании рабочего вещества, соответствующая работе процессора и ТЭМ, приведена на рис. 2. При подводе тепла к оболочке, соприкасающейся сверху с рабочим веществом, после достижения определенной толщины расплава возникают конвективные потоки тепла, обусловленные наличием гравитационных сил и градиента плотности жидкости по толщине. До этого момента конвекция в жидкой фазе отсутствует или достаточно слаба, поэтому по толщине слоя существует поле температур. После достижения определенной толщины слоя расплава ξ начинается интенсивное перемешивание горячих и холодных слоев, при этом полем температур по жидкой фазе можно пренебречь.

Уравнения теплового баланса при плавлении *I* для оболочки *1* и затвердевании *II* для оболочки *2* имеют вид

$$(c\rho\delta)_1 \frac{dT_1}{d\tau} = q_{\text{пр}} + k_{\text{ср}}(T_{\text{ср}} - T_1) + q_{\text{р.в.}I} \quad (1)$$

$$(c\rho\delta)_2 \frac{dT_2}{d\tau} = -q_{\text{ТЭМ}} + k_{\text{ср}}(T_{\text{ср}} - T_2) + q_{\text{р.в.}II}, \quad (2)$$

где c , ρ и δ — теплоемкость, плотность и толщина оболочки *1*; τ — время; $k_{\text{ср}}$ — коэффициент теплоотдачи в окружающую среду; T_1 и T_2 — среднemasовые температуры оболочек *1* и *2*; $T_{\text{ср}}$ — температура окружающей среды; $q_{\text{пр}}$ — количество теплоты, рассеиваемое процессором; $q_{\text{ТЭМ}}$ —

количество теплоты, поглощаемое ТЭМ; $q_{p.vI}$ и $q_{p.vII}$ — количество теплоты, полученное и отданное рабочим веществом.

Учитывая результаты, приведенные в работе [2], и полагая коэффициенты теплоотдачи со стороны оболочки и поверхности раздела фаз постоянными, можно приближенно сформулировать математическую постановку задачи для симметричной модели:

$$(cp\delta)_1 \frac{dT_1}{d\tau} = q_{np} + k_{cp}(T_{cp} - T_1) + \alpha_1(T_{cp} - T_1); \quad (3)$$

$$c_1 p_1 \varepsilon \frac{dT_1}{d\tau} = \alpha_1(T_{cp} - T_1) + \alpha_{rp}(T_{cp} - T_1); \quad (4)$$

$$(cp\delta)_1 \frac{dT_1}{d\tau} = -q_{TЭМ} + k_{cp}(T_{cp} - T_1) + q_{p.vII}, \quad (5)$$

где α_1 и α_{rp} — коэффициенты теплоотдачи соответственно от оболочки I к жидкости и от границы раздела фаз к жидкости.

Для жидкой (1) и твердой (2) фаз рабочего вещества

$$c_1 p_1 \frac{dT_\tau}{d\tau} = \lambda \frac{d^2 T}{dx^2}, \quad i=1, 2, \quad \varepsilon \leq x \leq R; \quad (6)$$

$$\lambda_1 \left. \frac{dT_1}{dx} \right|_{x=\xi} - \lambda_2 \left. \frac{dT_2}{dx} \right|_{x=\xi} = -\rho_2 r \frac{d\xi}{d\tau}, \quad (7)$$

где c_1, p_1 и λ_1 — теплоемкость, плотность и теплопроводность жидкой и твердой фазы рабочего вещества; $T_1 = T_2 = T_{cp}$ при $x = \xi$; $T_1|_{x=0} = T_1$; $q_{p.vII} = \lambda_2 \left. \frac{dT_2}{dx} \right|_{x=R}$.

При решении системы уравнений (6), (7) использован приближенный интегральный метод, подобный предложенному в [3], с помощью которого система уравнений в частных производных приведена к системе обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\begin{aligned} (cp\delta)_1 \frac{dT_1}{d\tau} &= -q_{np} + \kappa_{cp}(T_{cp} - T_1) + \alpha_1(T_{cp} - T_1); \\ c_1 p_1 \varepsilon \frac{dT_1}{d\tau} &= \alpha_1(T_{cp} - T_1) + L_{kp}(T_{cp} - T_1); \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} (cp\delta)_2 \frac{dT_1}{d\tau} &= -q_{TЭМ} + \kappa_{cp}(T_{cp} - T_2) + \frac{\lambda_2(T_2 - T_{cp})}{R - \xi}; \\ \rho_2 \tau \frac{d\xi}{d\tau} &= \frac{\lambda_2(T_2 - T_{cp})}{R - \xi} + \alpha_{cp}(T_1 - T_{cp}). \end{aligned}$$

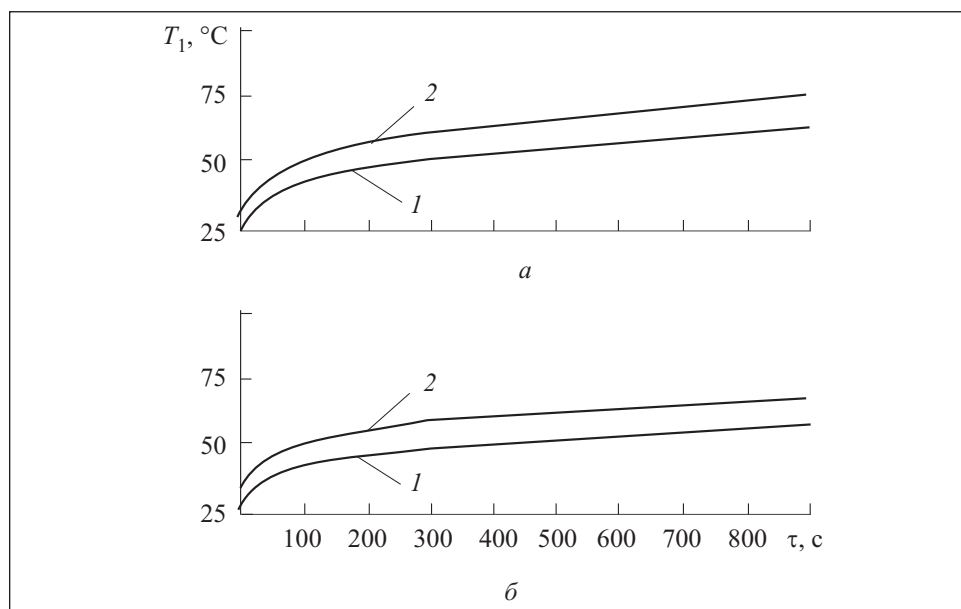


Рис. 3. Зависимости температуры горячей стороны контейнера с плавящимся веществом (а) и температуры жидкой фазы плавящегося вещества (б) от времени (плавящееся вещество — парафин; $(ср\delta)_1 = 2,1 \cdot 10^4$ Дж/(м² К); $R = 0,008$ м): 1 — $q_{пр} = 26000$ Вт/м²; 2 — $q_{пр} = 27000$ Вт/м²

Система уравнений (8) решена численным методом Рунге—Кутта 4-го порядка в среде MATHCAD 8.0 (профессиональная версия) [4, 5].

На рис. 3 представлены зависимости температуры процессора, т.е. температуры нагреваемой им поверхности T_1 контейнера с плавящимся веществом, и температуры жидкой фазы плавящегося вещества от времени τ после включения исследуемого устройства при различных значениях $q_{пр}$.

Как видно из рис. 3, а, сразу после включения компьютера температура процессора увеличивается и затем плавно принимает определенное значение, приемлемое для устойчивой работы процессора. Из рис. 3, б, видно, что сразу после включения компьютера температура процессора увеличивается и затем также плавно стабилизируется.

На рис. 4, а, представлена зависимость температуры поверхности T_2 контейнера с плавящимся веществом, находящегося в тепловом контакте с охлаждающим эту поверхность ТЭМ, от времени τ после включения устройства при различных значениях $q_{пр}$. Как видим, на начальном этапе температура оболочки, находящейся в тепловом контакте с ТЭМ, падает, а затем постепенно стабилизируется.

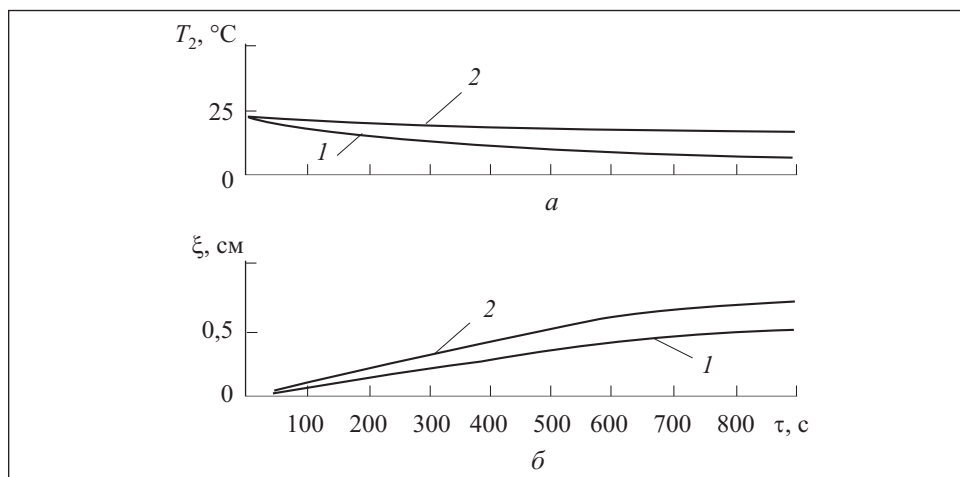


Рис. 4. Зависимости температуры холодной стороны контейнера с плавящимся веществом (а) и координаты границы раздела фаз в контейнере с плавящимся веществом (б) от времени (плавящееся вещество — парафин; $(c\rho\delta)_2 = 2\text{Д} \cdot 10^4 \text{ Дж}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$; $R=0,008 \text{ м}$; $q_{\text{ТЭМ}} = 25000 \text{ Вт}/\text{м}^2$): 1 — $q_{\text{пр}} = 26000 \text{ Вт}/\text{м}^2$; 2 — $q_{\text{пр}} = 27000 \text{ Вт}/\text{м}^2$; $q_{\text{ТЭБ}} = 25000 \text{ Вт}/\text{м}^2$

На рис. 4, б, представлена теоретическая зависимость координаты границы раздела фаз ξ плавящегося вещества от времени τ после включения устройства. В зоне контакта процессора и контейнера образуется жидкая фаза. Координата ξ , постепенно смещается в сторону ТЭМ и далее, в процессе работы устройства, значение ξ достигает определенного уровня, что позволяет сделать вывод о стабилизации температурного режима процессора. Данное обстоятельство свидетельствует о возможности использования контейнера с плавящимся веществом в качестве компонента системы термостатирования процессора на основе ТЭМ.

Рассмотрим математическую модель термостабилизации системного блока компьютера. Расчет термоэлектрического устройства (ТЭУ) термостабилизации системного блока компьютера заключается в расчете условий теплообмена и электрофизических параметров термобатареи (ТЭБ), состоящей из ТЭМ. Как видно из рис. 5, существует непосредственный тепловой контакт спаев ТЭБ с объемом статирования.

При термостабилизации замкнутого объема в нем обеспечивается температура среды $T_{\text{в.ср}}$, омывающей внешние спаи ТЭБ. Тепловая нагрузка на ТЭБ определяется суммой внутренних тепловыделений $W_{\text{вн}}$ и теплопритоков (теплопотерь) изделия $Q_{\text{из}}$ со стороны среды, омывающей объем статирования. Следует заметить, что в общем случае $T_{\text{в.ср}}$ не равна температуре среды $T_{\text{ср}}$, омывающей внешние спаи ТЭБ [6].

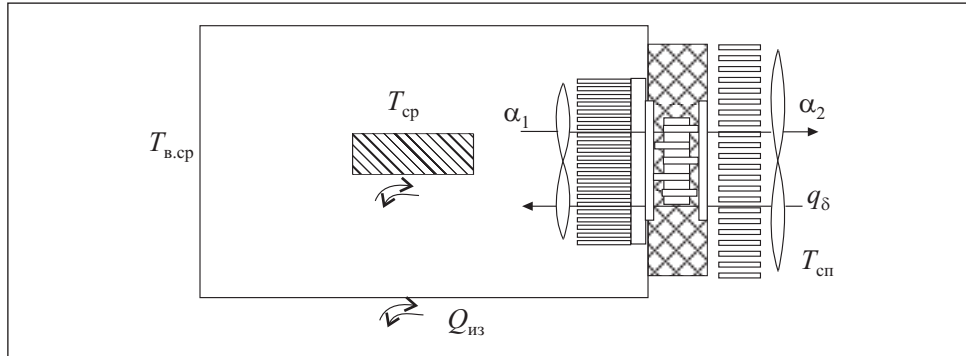


Рис. 5. Тепловая схема режима статирования объема

Расчет коэффициентов теплопередачи по внутренней $k_{вн}$ и наружной $k_{нар}$ сторонам ТЭБ в связи с разнообразием схем организации теплообмена и его интенсификации целесообразно вынести за рамки расчета ТЭБ [7]. Через ТЭБ в объем термостабилизации или наружу поступает тепловой поток q_{δ} . При наличии в объеме термостабилизации тепlostокков мощность внутренних источников W вводится со знаком минус [8].

Определяем необходимую холодопроизводительность ТЭБ для теплоизолированного объема в режиме охлаждения:

$$Q_0 = Q_{из} + W_{вн}.$$

Если теплоизоляция осуществляется слоем теплоизолирующего материала, то теплопритоки для плоской стенки определяем по формуле

$$Q_{из} = \frac{\Delta t_{из} F}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_{из}}{\lambda_{из}} + \frac{1}{\alpha_2}},$$

где $\delta_{из}$ — толщина стенки изделия; F — площадь стенки; $\Delta t_{из}$ — разность температур сред по обеим сторонам стенки; α_1 и α_2 — коэффициенты теплоотдачи на обеих сторонах стенки; $\lambda_{из}$ — коэффициент теплопроводности стенки.

Выбираем режим работы ТЭБ. Режим максимальной энергетической эффективности характеризуется наименьшими затратами мощности для выработки заданного количества холода и представляет наибольший практический интерес, поскольку параметры современных термоэлементов (ТЭ) не обеспечивают настолько высокий коэффициент холодопроизводительности, чтобы им можно было пренебречь с целью экономии материала. Режим максимальной энергетической эффективности является

универсальным, так как его реализация обеспечивает оптимизацию различных характеристик термоэлектрических охладителей.

Режим наибольшей холодопроизводительности применяется, когда на имеющейся ТЭБ необходимо получить наибольшее охлаждение.

Режим минимального тока используется только в случаях, когда величина силы тока источника питания ограничена при заданных параметрах напряжения и величине холодопроизводительности.

Задаем перепады температур между спаями и средами теплообмена с ними по холодной Δt_x и горячей Δt_r сторонам. Температуры холодного и горячего спаев:

$$T_x = T_{cp} - \Delta t_x, \quad T_r = T_{в.ср} - \Delta t_r.$$

Определяем мощность, потребляемую ТЭБ при охлаждении, $W = Q_0 / \varepsilon$, и при нагреве, $W = Q_1 / K$;

тепловыделение на горячих спаях при охлаждении системного блока:

$$Q_r = Q_0 + W;$$

силу тока:

$$I = \frac{k}{\alpha} \left(\frac{\alpha I}{k} \right);$$

число ТЭ в батарее: $N = U / u$;

сечение ветви ТЭ:

$$S = \frac{k_r I}{x} \left(\frac{k}{k_1} \right);$$

сечение всех ветвей ТЭБ: $S_\Sigma = 2NS$.

Находим необходимые коэффициенты теплопередачи ребрений, отнесенные к единице их площади основания:

по холодной стороне —

$$k_{п.х} = \frac{Q_0}{\Delta t_{п.х}},$$

по горячей стороне —

$$k_{п.г} = \frac{Q_0}{\Delta t_{п.г}}.$$

Расчет ребрений теплоотвода с вынужденной конвекцией выполняем так. Для плоских ребер с постоянным тепловым потоком по длине при постоянных коэффициенте теплоотдачи и температуре среды между реб-

рами пренебрегаем теплоотдачей с торцов. Для наибольшего теплового потока при одинаковом весе ребер оптимальная высота ребра

$$H_{\text{опт}} = \sqrt{\frac{\lambda_p \delta_p}{\alpha_K}},$$

где λ_p — коэффициент теплопроводности материала ребра; δ_p — толщина ребра; α_K — коэффициент теплоотдачи.

При оптимальной высоте ребра, когда ширина зазора между ребрами δ_3 равна толщине ребра [3],

$$\alpha_K \approx \frac{0,158 \delta_3 k_p^2}{S_{\Sigma p}^2 \lambda_p},$$

где $S_{\Sigma p}$ — площадь основания оребрения. В то же время, значение α_K в зазоре зависит от ширины зазора и скорости потока между ребрами W_p . Выбрав марку кулера и задавшись мощностью W_d электродвигателя вентилятора или насоса, определим ширину оребрения:

$$B_p = \frac{1}{\Sigma \xi_m} \left(\frac{4gW_d \eta_d \eta_v}{gH_{\text{опт}} W_p^3} - \frac{\lambda_{гр} S_{\Sigma p}}{d_3} \right).$$

Здесь η_d и η_v — КПД электродвигателя и вентилятора; γ — удельный вес движущейся среды; ξ_m — коэффициент местного сопротивления; $\lambda_{гр}$ — коэффициент трения по длине; $g = 9,81 \text{ м/с}^2$; d_3 — эквивалентный диаметр канала между ребрами, $d_3 = 4F_p / P$, где F_p и P — площадь и периметр поперечного сечения канала. Длина оребрения $L = S_{\Sigma p} / B_p$.

Для условий вынужденной конвекции перепад температур между спаями и объемом охлаждения определяем по следующей формуле [6]:

$$\Delta t_x = \frac{\frac{\alpha I}{k} T_{\text{ср}} - \left(\frac{\alpha I}{k} \right)^2 \frac{1}{2z} - T_r + T_{\text{ср}}}{\frac{k_x}{k} + \frac{\alpha I}{k} + 1}. \quad (9)$$

Преобразовав выражение (9), получим выражение для температуры в объеме охлаждения:

$$T_{\text{ср}} = \frac{\Delta t_x \left(\frac{k_x}{k} + \frac{\alpha I}{k} + 1 \right) + \left(\frac{\alpha I}{k} \right)^2 \frac{1}{2z} + T_r}{\frac{\alpha I}{k} + 1}.$$

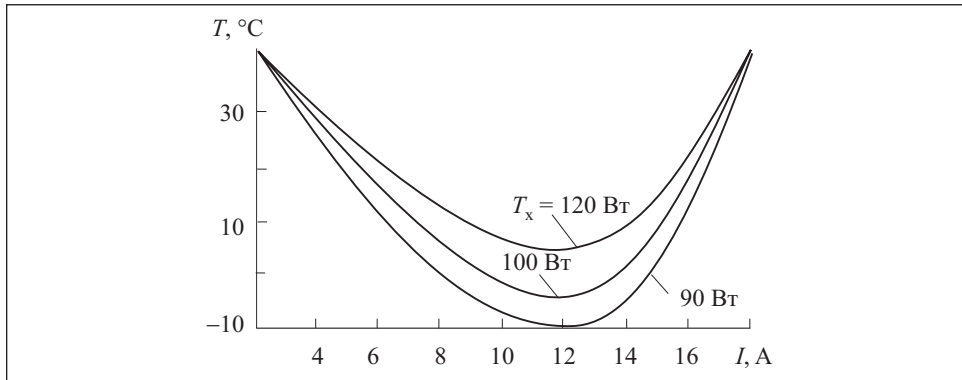


Рис. 6. Зависимость температуры холодного спая при различной холодопроизводительности при температуре горячего спая 300 °С

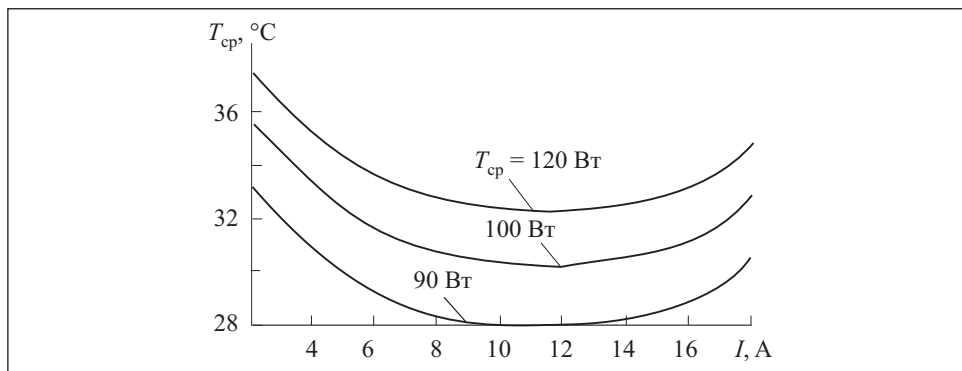


Рис. 7. Зависимость температуры в системном блоке компьютера от тока питания охладителя при различной мощности тепловыделений системы термостатирования процессора

Находим коэффициент холодопроизводительности:

$$\varepsilon = \frac{Q_0}{W} = \frac{\frac{\alpha I}{k} T_x - \left(\frac{\alpha I}{k}\right)^2 \frac{1}{2z} - T_r + T_{cp}}{\frac{\alpha I}{k} \Delta T + \left(\frac{\alpha I}{k}\right)^2 \frac{1}{z}}$$

Если ТЭБ работает на охлаждение или нагрев потока, то при небольшом изменении температур потоков достаточно точные результаты получаем при расчете по средним значениям температур.

На основе приведенных зависимостей реализован расчет полупроводниковых ТЭБ для термоэлектрического охладителя. Моделирование термоэлектрического охладителя выполнено в пакете прикладных программ

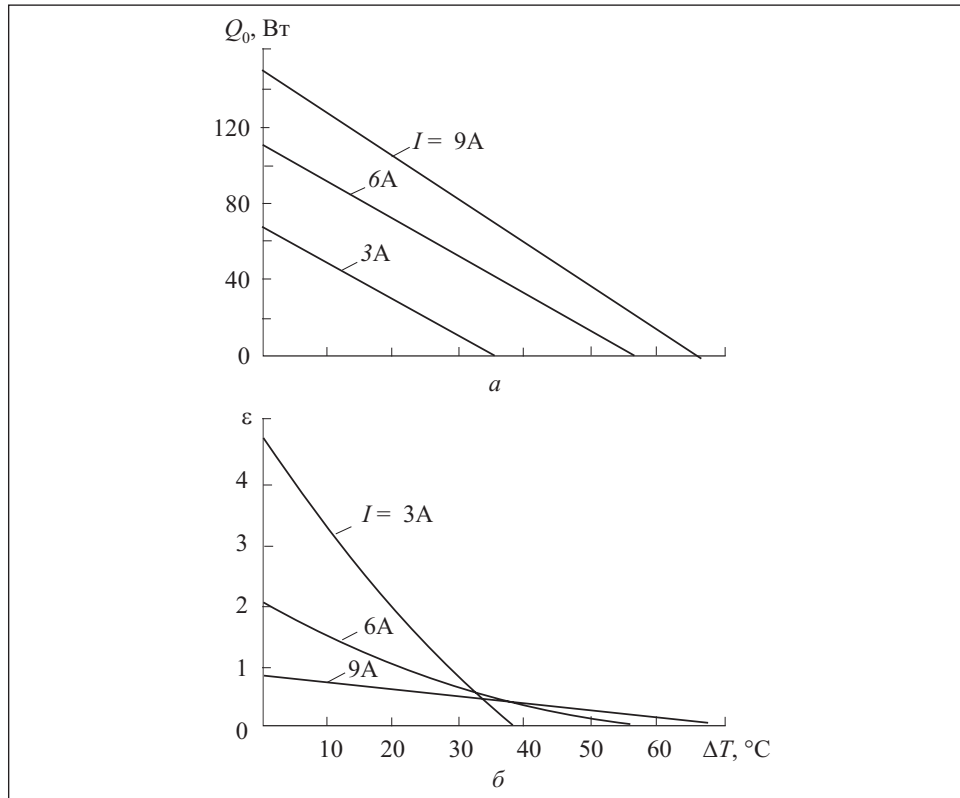


Рис. 8. Зависимость холодопроизводительности ТЭБ (а) и коэффициента холодопроизводительности (б) от перепада температур при различных токах питания

Mathcad, в качестве охлаждающих ТЭМ, входящих в состав ТЭБ, использованы стандартные высокоэффективные модули ICE-71.

На рис. 6—8 представлены результаты численного эксперимента, в котором исследованы зависимости параметров охлаждающего устройства от тока питания. Характер зависимостей температуры холодного спая от тока питания (см. рис. 6) свидетельствует о том, что при определенных значениях холодопроизводительности и температуры горячего спая можно определить оптимальный ток питания ТЭБ.

Зависимость температуры в системном блоке компьютера от тока питания термоохладителя (см. рис. 7) носит нелинейный характер. При эксплуатации термоохладителя в режиме максимальной холодопроизводительности температура в системном блоке достигает минимальных значений. Диапазон полученных значений температуры в системном блоке компьютера при изменении тока питания и напряжения, подаваемого на

термоохладитель, при различных значениях мощности тепловыделений в компьютере позволяет сделать вывод о возможности использования разработанного устройства для термостабилизации системного блока компьютера при высокой мощности тепловыделений системы термостатирования процессора.

Из рис. 8, а видно, что холодопроизводительность охладителя существенно зависит от температуры горячего спая ТЭБ. Для обеспечения эффективного охлаждения системного блока необходимо снижать температуру горячего спая термоохладителя. Поэтому для охлаждения радиатора, установленного на горячем спае, используется вентилятор, создающий воздушный поток, направленный на радиатор.

Холодопроизводительность термоохладителя зависит также от температуры на холодных спаях. Однако указанная температура в процессе эксплуатации изменяется незначительно, поэтому она незначительно влияет на работу термоэлектрической установки.

Существенного увеличения холодопроизводительности устройства можно достичь также при увеличении рабочего тока. Однако в этом случае надо иметь определенный резерв мощности, который бы обеспечил необходимое увеличение холодопроизводительности. Зависимости, позволяющие определить характер изменения Q_0 и коэффициента ε от тока, могут быть использованы для анализа характеристик регулирования ТЭУ.

На рис. 8, б представлена зависимость коэффициента ε от перепада температур на спаях охладителя при различных значениях тока питания. Как видим, при увеличении тока питания охладителя увеличивается перепад температур на спаях, но снижается значение ε .

Проведенные теоретические и экспериментальные исследования позволили разработать практические рекомендации по использованию ТЭУ при различных условиях эксплуатации с учетом тепловых нагрузок компьютерного процессора.

Вывод. Использование ТЭУ для охлаждения и термостатирования процессора значительно улучшает температурные характеристики процессора во время работы в различных режимах, что позволяет значительно увеличить надежность и долговечность. Экспериментальные исследования термоэлектрических полупроводниковых устройств для охлаждения и термостатирования процессора подтвердили правомочность разработанных математических моделей.

Mathematical models of thermo-electric semiconductor devices for cooling the processor are developed with the use of smelting material.

1. Даналакий О. Г. Математическая модель системы термостатирования компьютерного процессора с применением плавящегося вещества // Мат. XIII Международной науч.-техн. конференции. — Киев. — 2008. — С. 80—85.
2. Алексеев В. А. Охлаждение радиоэлектронной аппаратуры с использованием плавящихся веществ. — М.: Энергия, 2004. — 326 с.
3. Войтенко Г. И., Возня Г. А. Конструктивно-унифицированный ряд термоэлектрических модулей и батарей // Сб. науч. тр. «Тепловые процессы в МГД и термоэлектрических генераторах». — Киев: Наук. думка, 2006. — 184 с.
4. Волков В. Н., Кузнецова З. Н. О применении интегральных методов к задачам плавления и затвердевания тел // Исследования по теплопроводности. — Минск: Мир, 2001. — 93 с.
5. Дьяконов В. П., Абраменкова И. В. MATHCAD 8 PRO в математике, физике и интернет. — М.: Физматгиз, 2008. — 512 с.
6. Соболев В. И., Цветков Ю. Н. Полупроводниковое термоэлектрическое устройство // Холодильная техника. — 2007. — № 36. — С. 53—72.
7. Рудометов В. Е., Рудометов Е. А. РС: настройка, оптимизация и разгон. — СПб.: БХВ-Петербург, 2003. — 496 с.
8. Даналакий О. Г., Прокопенко О. О., Савчук Л. А. Устройство температурной стабилизации для микропроцессорной техники // Вестник ДГТУ. Тех. науки. — 2008. — № 5. — С. 38—39.

Поступила 20.10.09
после доработки 10.02.10

ЛЕНЮК Михаил Павлович, д-р физ.-мат. наук, профессор, зав. кафедрой «Информационные системы» Черновицкого фак-та Национального технического университета «Харьковский политехнический ин-т». В 1963 г. окончил Черновицкий госуниверситет. Область научных исследований — построение новых классов гибридных интегральных преобразований и их применение к решению краевых задач математической физики, вычисление полипараметрических несобственных интегралов и функциональных рядов.

ДАНАЛАКИЙ Олег Григорьевич, аспирант Черновицкого фак-та Национального технического университета «Харьковский политехнический ин-т». В 1993 г. окончил Севастопольский приборостроительный ин-т. Область научных исследований — электро- и теплофизические процессы в полупроводниковых термоэлектрических системах теплоотвода и математические модели устройств на их основе.

УДК 621.039.584

И. В. Ковалец, М. И. Железняк, кандидаты физ.-мат наук,
А. В. Халченков, О. И. Удовенко

Ин-т проблем математических машин и систем НАН Украины
(Украина, 03187, Киев, просп. Глушкова, 42,
тел. (044) 526 14 38, E-mail: ik@env.com.ua),

Т. В. Лаврова

Украинский научно-исследовательский гидрометеорологический ин-т,
(Украина, МСП, 03650, Київ-28, просп. Науки, 37,
тел. (044) 525 11 30, E-mail: lavrova@uhmi.org.ua)

Численное моделирование воздушного распространения радона вокруг урановых хвостохранилищ

(Статью представил д-р техн. наук А. Я. Кондращенко)

Приведены результаты численного моделирования атмосферного переноса радона вокруг хвостохранилищ уранового производства бывшего ПО «Приднепровский химический завод». Скорости эксхалляции (эмиссии) заданы на основании измерений. Установлено, что загрязнение местности радоном ограничено территорией, непосредственно прилегающей к границам хвостохранилищ.

Наведено результати чисельного моделювання атмосферного переносу радону навколо хвостосховищ уранового виробництва колишнього ВО «Придніпровський хімічний завод». Швидкості эксхалляції (емісії) задано на основі вимірювання. Згідно розрахунків забруднення місцевості радоном обмежено територією, що безпосередньо прилягає до меж хвостосховищ.

К л ю ч е в ы е с л о в а: атмосферный перенос, площадной источник, CALPUFF, радон, эксхалляция.

Приднепровский химический завод (ПХЗ) был одним из крупнейших предприятий по переработке урана в Советском Союзе [1]. Это предприятие работало с 1948 г. по 1991 г., а после распада СССР ПХЗ был разделен на несколько компаний, и обработка урана на нем прекратилась. Продукты переработки урана хранятся в девяти хвостохранилищах, и их суммарная радиоактивность составляет приблизительно $3,2 \cdot 10^{15}$ Бк [1]. Помимо радиоактивности, сохраняющейся в материале хвостохранилищ, на территории ПХЗ находятся загрязненные здания и другие объекты, которые были задействованы в производственном технологическом цикле. Промплощадка ПХЗ находится в непосредственной близости к жилой зоне г. Днепропетровска

(приблизительно 1 км). Воздушное распространение радона (^{222}Rn) как продукта распада радия (^{226}Ra), содержащегося в радиоактивных отходах на территории ПХЗ, является одним из возможных путей облучения персонала на территории промплощадки ПХЗ.

Естественно предположение о существенном вкладе хвостохранилищ в суммарную дозу облучения для персонала и населения жилой зоны вследствие увеличения объемной активности радона в воздухе. Поэтому в рамках «Государственной программы по приведению опасных объектов ПО «ПХЗ» в экологически безопасное состояние и обеспечению защиты населения от вредного воздействия ионизирующего излучения на 2005—2014 гг.» проведены исследования по мониторингу радиоактивности радона в грунте хвостохранилищ, его содержанию в приземном слое воздуха над их поверхностью и скорости эксгаляции (эмиссии) из грунта в воздух [2]. При этом исследована в основном территория хвостохранилищ. Однако представляет также интерес влияние хвостохранилищ на радиоактивное загрязнение радоном на расстояниях от нескольких метров до нескольких километров.

Рассмотрим результаты исследования этой проблемы средствами математического моделирования. Следует заметить, однако, что хвостохранилища — не единственный источник радона на территории ПХЗ, где кроме природного фона есть загрязненные здания и другие трудно учитываемые и мало исследованные источники. Поэтому полученные результаты следует интерпретировать как исследование влияния отдельных хвостохранилищ в виде дополнительного поступления радона в воздух и увеличения его объемной концентрации.

Исследование было ограничено тремя хвостохранилищами: «Западное», «Центральный Яр» и «Юго-Восточное». Другие хвостохранилища «Лазо», «База С», «Сухачевское» менее изучены и не представляют интереса в качестве источников радона («Днепровское»). Исследованные три хвостохранилища представляют собой объекты площадью приблизительно 10^4 м^2 каждый, расположенные на расстоянии 0,5—1,5 км один от другого. Основная цель исследования — оценка средней и максимальной концентрации радона в воздухе в непосредственной близости к границе хвостохранилищ (приблизительно 700 м) и в отдалении, вплоть до границы жилой зоны.

Модели воздушного переноса радона от площадных (пространственно-распределенных) источников. Как известно, атмосферный перенос радона во многих случаях может быть рассчитан как распространение пассивной консервативной примеси [3]. Основания для такого приближения в рассматриваемом случае следующие. Поскольку время полураспада радона составляет приблизительно 91 ч., размер вычислительной области

в данном случае не более 10 км, а также поскольку радон как инертный газ не осаждается и не вымывается осадками, максимальная продолжительность пребывания радона в вычислительной области составляет 5 ч при минимальной скорости ветра 0,5 м/с. Это время значительно меньше времени полураспада. Следовательно, радиоактивный распад радона можно не учитывать.

Для расчета атмосферного переноса использована диагностическая метеорологическая модель (метеорологический препроцессор) CALMET и модель атмосферного переноса CALPUFF [4]. Эти модели рекомендованы Агентством по охране окружающей среды (США) для расчетов ближнего и дальнего переноса загрязнителей (в том числе в условиях сложной топографии) и свободно распространяются через Интернет. Модели CALMET-CALPUFF неоднократно использованы в задачах атмосферного переноса радиоактивных загрязнений, например переноса урана и его продуктов распада [5] и др. Детали алгоритмов, используемых в этих моделях, описаны в [4]. Основные принципы вычислительных алгоритмов моделей CALMET и CALPUFF следующие.

Метеорологический препроцессор CALMET рассчитывает распределение в пространстве поля ветра, температуры, высоты пограничного слоя, категории устойчивости и других метеорологических переменных, необходимых для расчета атмосферного переноса. В качестве входных данных можно использовать данные метеорологических измерений (наземные станции, радиозонды и др.). CALMET линейно интерполирует и экстраполирует данные измерений на вычислительную сетку с учетом неоднородностей топографии местности. Учет топографии осуществляется с помощью метода минимизации дивергенции. При расчете вертикального распределения метеорологических элементов наземные измерения экстраполируют по высоте в нижнем двухсотметровом слое атмосферы с помощью полуэмпирических соотношений, описывающих в том числе поворот вектора ветра с высотой. В более высоких слоях атмосферы осуществляется интерполяция между данными экстраполяции на высоте 200 м и данными радиозондов. Необходимые для вертикальной экстраполяции параметры, такие как динамическая скорость, масштаб Монин—Обухова и другие, рассчитывают на основании стандартных данных наземной станции — вектора ветра, температуры, точки росы, давления и облачности. При этом используют ряд параметров, которые зависят от категории подстилающей поверхности в месте расположения точки измерения (шероховатость и др.).

Модель атмосферного переноса CALPUFF относится к семейству моделей Эйлера—Лагранжа. Она описывает распространение загрязнений от точечных, линейных и площадных источников. В качестве входных метео-

рологических данных в этой модели использованы метеорологические поля, вычисленные с помощью модели CALMET. Модель CALPUFF может быть применена в условиях сложной топографии для описания процессов переноса с масштабами 0,1—1000 км. В лагранжево-эйлеровых моделях используется представление продолжительного выброса загрязнителей в виде последовательности мгновенных выбросов (puffs), которые в дальнейшем будем называть «частицами». На каждом временном шаге эти частицы переносятся ветром так, как это происходило бы с настоящими частицами. Следовательно, радиус-вектор центра масс частицы описывается уравнением $d\mathbf{r} = \mathbf{V}(\mathbf{r}) dt$, где \mathbf{V} — вектор скорости ветра, вычисленный с помощью линейной интерполяции значений скорости ветра на сетке CALMET в центр масс частицы. Однако, кроме координат центра масс, частицы лагранжево-эйлеровых моделей характеризуются также распределением концентрации в каждой частице. Это распределение соответствует известным полуэмпирическим соотношениям, описывающим пространственно-временное распределение вещества вследствие турбулентной диффузии мгновенного выброса [6]. Таким образом, концентрация C вещества в точке (x, y, z) в момент времени t вычисляется, как сумма вкладов отдельных частиц:

$$C(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \sum_{p=1}^N \frac{M_p}{\sigma_{xp} \sigma_{yp} \sigma_{zp}} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(x_p - x)^2}{\sigma_{xp}^2}\right] \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(y_p - y)^2}{\sigma_{yp}^2}\right] \times \\ \times \left\{ \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(z_p - z)^2}{\sigma_{zp}^2}\right] + \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(z_p + z - 2z_g)^2}{\sigma_{zp}^2}\right] \right\}, \quad (1)$$

где ось z направлена вертикально вверх, уровень $z = 0$ совпадает с уровнем моря; (x_p, y_p, z_p) — координаты частицы p ; N — суммарное количество частиц; M_p — суммарное количество вещества в p -й частице; z_g — высота поверхности Земли; $\sigma_{xp}, \sigma_{yp}, \sigma_{zp}$ — параметры, характеризующие распределение вещества в частице в горизонтальном и вертикальном направлениях.

В формуле (1) предполагается полное отражение облака от поверхности Земли. Для $\sigma_{xp}, \sigma_{yp}, \sigma_{zp}$ используются параметризации, основанные на зависимости скорости увеличения этих параметров от локальных характеристик турбулентности (динамической скорости, масштаба Монина—Обухова, высоты пограничного слоя) в месте нахождения частицы. В результате зависимости параметров σ от расстояния l , пройденного частицей, близки к степенным зависимостям, найденным Паскуилом: $\sigma \approx al^b$, где значения $a \sim 1, b \sim 1$ зависят от категории устойчивости.

Источник выброса. Значение скорости эксхалляции радона с единицы площади хвостохранилищ является критическим для результатов моделирования. Для задания этой величины можно использовать либо расчетные оценки, либо результаты измерений эксхалляции. Поскольку вокруг изучаемых хвостохранилищ проводились серии измерений эксхалляции радона [2], измеренные значения использованы для расчета объемной активности радона в воздухе. Однако были проведены и расчетные оценки эксхалляции для выяснения чувствительности результатов к сделанным предположениям.

В первом приближении хвостохранилище можно представить состоящим из двух слоев: слоя радиоактивных отходов (РАО) и покрытия, сделанного искусственно для уменьшения эксхалляции радона с поверхности. Характеристики покрытия (материал, толщина, количество радия в покрытии) неоднородно распределены по площади хвостохранилища и не всегда известны. На основании имеющихся данных о характеристиках покрытия и других особенностей территория хвостохранилищ была разделена на секторы так, что эксхалляцию в пределах отдельного сектора можно считать распределенной почти однородно. Поэтому выполненные в пределах каждого сектора измерения осреднялись, и полученное значение использовалось в расчетах в качестве величины эксхалляции для данного сектора. При этом вычисляемая на основании измерений эксхалляция радона предполагалась постоянной во времени.

На рис. 1 показано деление территории хвостохранилищ на секции в соответствии с описанными выше принципами и на основании технических требований модели CALPUFF, в которой источник можно задавать только в форме четырехугольника (координаты даны в универсальной поперечной проекции меркатора). Таким образом, несколько секций на рис. 1 соответствуют определенному сектору. Величина эксхалляции для хвостохранилищ «Западное» (см. рис. 1, *a*) и «Центральный Яр» (см. рис. 1, *б*) была задана в соответствии с табл. 1. Для хвостохранилища «Юго-Восточное» (см. рис. 1, *в*) задано одинаковое значение эксхалляции для всех секций — $3 \text{ Бк/м}^2\text{с}$, поскольку на его территории было сделано меньше измерений.

Как видно из табл. 1, наибольшая эксхалляция наблюдается на территории хвостохранилища «Центральный Яр». Следует обратить внимание на очень большие различия (в 30—50 раз) в величине эксхалляции между территорией дамбы и всей остальной территорией хвостохранилища «Западное». Это связано с тем, что средние значения измерений эксхалляции на территории дамбы, указанные в табл. 1, увеличены вдвое для учета эксхалляции со склонов дамбы, площадь которых приблизительно равна площади ее горизонтальной части. Следовательно, реальные различия между эксхалляцией с дамбы и с остальной территории «Запад-

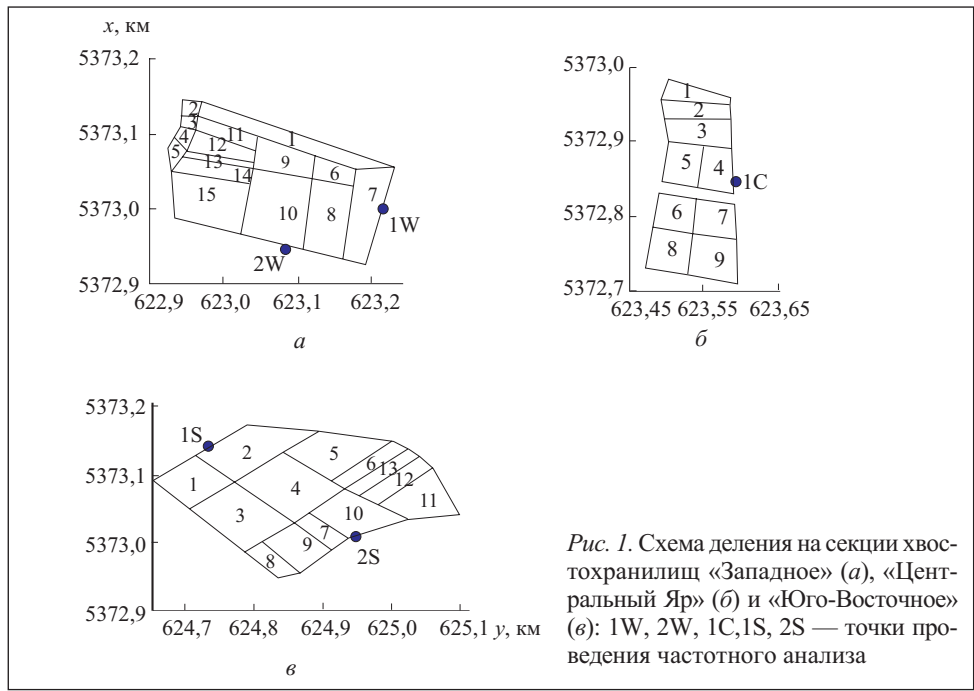


Рис. 1. Схема деления на секции хвостохранилищ «Западное» (а), «Центральный Яр» (б) и «Юго-Восточное» (в); 1W, 2W, 1C, 1S, 2S — точки проведения частотного анализа

ного» хвостохранилища — в 15—25 раз. Остальные различия между эксхалляциями в пределах различных секторов объясняются, по-видимому, неоднородностью толщины покрытия и величиной концентрации радия в покрытии.

Рассмотрим возможные причины таких больших различий между эксхалляцией с дамбы и с остальной территорией хвостохранилища. На примере хвостохранилища «Западное», наиболее подробно изученного как относительно геоморфологических характеристик [7], так и относительно радиоактивного загрязнения [2], были проведены вычисления с помощью двухслойной модели эксхалляции радона. Согласно [8] поток радона из хвостохранилища с покрытием находим по формулам

$$J_{t(c)} = 10^4 R_{t(c)} \rho_{t(c)} E \sqrt{\lambda D_{t(c)}} \tanh(x_{t(c)} \sqrt{\lambda D_{t(c)}}),$$

$$J = \frac{2J_t \exp(-b_c x_c)}{1 + \sqrt{a_t/a_c} \tanh(b_t x_t) + [1 - \sqrt{a_t/a_c} \tanh(b_t x_t)] \exp(-2b_c x_c)} + J_c, \quad (2)$$

где индексы t и c относятся соответственно к слою РАО и к слою покрытия; J_t, J_c — потоки радона из слоев РАО и покрытия, рассматриваемых независимо один от другого; J — суммарный поток, в котором

первый член определяет затухание J_t вследствие влияния покрытия; $R_{t(c)}$ — удельная активность радия в материале; $\lambda = 2,1 \cdot 10^{-6} 1/c$ — постоянная распада радия; $\rho_{t(c)}$ — плотность материала; $x_{t(c)}$ — толщина соответствующего слоя; $E \approx 0,35$ — безразмерный коэффициент эманации радона (определяющий, какая часть радона попадает в поры и способна диффундировать).

Коэффициенты диффузии $D_{t(c)}$ радона в (2) определяем по формуле

$$D_{t(c)} = 7 \cdot 10^{-6} \exp(-4(m_{t(c)} - m_{t(c)} n_{t(c)}^2 + m_{t(c)}^2)), \quad (3)$$

где $m_{t(c)}$ и $n_{t(c)}$ — влажность (отношение объема пор, занятых водой к суммарному объему пор в единице объема) и пористость соответствующих материалов; параметры $b_{t(c)}$ и $a_{t(c)}$ определяем из следующих соотношений:

$$b_{t(c)} = \sqrt{\lambda D_{t(c)}}, \quad a_{t(c)} = n_{t(c)}^2 D_{t(c)} [1 - (1 - k)m_{t(c)}]^2,$$

где $k \approx 0,26$ — коэффициент равновесия между радоном в воздухе и в воде.

Таблица 1. Расчетные величины эксхалляции в секторах и соответствующих секциях хвостохранилищ (см. рис. 1)

Хвостохранилище	Номер секции	Название и номер сектора	Эксхалляция, Бк/м ² с
«Западное»	5, 4, 3, 2, 1, 7	Дамба	4
	11, 12, 13	Северная часть, западный сектор	0,075
	9	Северная часть, центральный сектор	0,177
	6	Северная часть, восточный сектор	0,1
	14, 15, 10, 8	Южная часть, западный и восточный секторы [2]	0,117
«Центральный Яр»	1,2	I	0,75
	3	II	8,3
	5,4	III, IV	12,5
	6	V	3,4
	7	VI	3,5
	8	VII	3,3
	9	VIII	0,7

Поскольку измерения эксхалиции проводились на территории северной части «Западного» хвостохранилища и на территории дамбы, были проведены вычисления для этих двух территорий. На основании проведенных исследований [2, 7] для слоя РАО в обоих случаях приняты следующие значения параметров: $x_t = 10$ м, $\rho_t = 1600$ кг/м³, $m_t = 0,7$, $n_t = 0,4$, $R_t = 3169$ Бк/кг; для слоя покрытия в обоих случаях принято $\rho_c = \rho_t$, $n_c = 0,3$, $m_c = 0,3$ (рекомендовано в [8] в качестве значения по умолчанию). Толщина покрытия в северной части $x_c = 2$ м, а для дамбы $x_c = 1$ м. Активность радия в покрытии на территории дамбы средняя по хвостохранилищу $R_c = 150$ Бк/кг. Территория северной части рекультивирована, поэтому активность радия в покрытии на этой территории существенно меньше средней по хвостохранилищу и на основании измерений [2] принята $R_c = 30$ Бк/кг.

При данных значениях параметров модели вычислены значения эксхалиции радона на территории дамбы, $J_{\text{dam}} = 0,823$ Бк/м²с, и на территории северной части: $J_N = 0,23$ Бк/м²с. По данным измерений на территории дамбы $J_{\text{dam}} \approx 2$ Бк/м²с, а на территории северной части $J_N = 0,08 \div 0,18$ Бк/м²с.

Таким образом, результаты вычислений для территории северной части хвостохранилища хорошо согласуются с результатами измерений. Поскольку на территории северной части толщина слоя РАО и толщина покрытия достаточно велики для того, чтобы значения влажности в них можно было считать неизменными в течение года, значения эксхалиции, полученные в результате измерений для этой части хвостохранилища, можно считать неизменными в течение года.

Из приведенных результатов следует, что на территории дамбы вычисленные значения эксхалиции в 2,5 раза меньше наблюдаемых. Такие различия могут быть обусловлены двумя причинами: повреждениями в покрытии (поскольку на территории дамбы происходили оползни) и меньшей влажностью основной толщи хвостохранилища в районе дамбы по сравнению со средним значением (поскольку дамба возвышается на 5 м над прилегающей территорией).

Результаты проведенных расчетов свидетельствует о том, что в случае отсутствия покрытия значение эксхалиции на территории дамбы способно достигать 1,4 Бк/м²с. Если, кроме того, сделать предположение о нулевой влажности слоя РАО, то это значение способно достичь 2 Бк/м²с. Следовательно, можно сделать вывод о том, что оценки величины источника на дамбе, сделанные на основании измерений, близки к максимально возможным значениям.

На южной части хвостохранилища «Западное» измерения не проводили, и значения потока здесь приняты такие же, как и на северной части.

Однако южная часть (центральный и восточный секторы) в основном покрыта асфальтом, под которым находятся бетонные плиты, а территория западного сектора южной части рекультивирована. Большие значения эксхалляции радона наблюдаются только в местах повреждения асфальтового покрытия над сочленениями бетонных плит, между которыми прорастает трава. Поэтому использованные значения эксхалляции в данном случае, по-видимому, завышены.

Таким образом, на основании изложенного можно предположить, что значения эксхалляции радона, заданные в расчетах модели для «Западного» хвостохранилища (см. табл. 1), теоретически близки к максимально возможным.

Результаты расчетов. Поскольку детальные расчеты атмосферного распределения загрязнения от площадных источников вблизи их границы сопряжены с рядом сложностей [9], перед проведением моделирования распространения радона был выполнен тестовый расчет распространения пассивной примеси с использованием модели CALPUFF для сценария, описанного в [9]. В этом сценарии исследована атмосферная дисперсия от источника квадратной формы со стороной 150 м, расположенного на уровне земли. Скорость ветра принята равной 2 м/с, направление ветра перпендикулярно одной из сторон, стратификация — нейтральная, категория землепользования — сельскохозяйственная растительность, мощность источника выброса — 10^{-4} г/м²с. В работе [9] представлены расчетные значения $C(x)$ приземной концентрации загрязнения на оси симметрии облака в точках на разных расстояниях x от середины источника:

$$3,5 \cdot 10^5 \leq C(35) \leq 1,8 \cdot 10^6, 2,5 \cdot 10^5 \leq C(100) \leq 7,3 \cdot 10^5, \\ 1,2 \cdot 10^4 \leq C(1575) \leq 7,0 \cdot 10^4,$$

где в скобках указаны значения x в метрах, а значения концентрации даны в мг/м³. С помощью CALPUFF были получены следующие значения:

$$C(35) = 7,4 \cdot 10^5, C(100) = 5,1 \cdot 10^5, C(1575) = 3,1 \cdot 10^4.$$

Следовательно, для всех x значения, рассчитанные с помощью CALPUFF, находятся в пределах интервала, характеризующего разброс значений различных моделей [9]. При этом вблизи границы источника ($x \leq 100$) значения, полученные с помощью CALPUFF, находятся ближе к верхней границе интервала разброса, а для больших значений x ($x \approx 1000$) — приблизительно посередине этого интервала. Таким образом, рассчитанные с помощью модели CALPUFF концентрации атмосферного загрязнения от источника согласуются с результатами, полученными с помощью

других моделей, активно используемых в мировой практике для решения аналогичных задач.

Для получения репрезентативных значений средней концентрации загрязнения воздуха вокруг хвостохранилищ были проведены вычисления атмосферного переноса радона, поступающего из хвостохранилищ за период 4,5 года (с начала 2005 г. по май 2009 г. включительно). Вычисления выполнены на территории размером 6×6 км, охватывающей три хвостохранилища. В качестве географических данных о топографии использованы данные DEM (Digital Elevation Model) с пространственным разрешением 198 м, которое совпадало с горизонтальным разрешением сетки метеорологической модели CALMET. Значения концентрации загрязнения определяли в местах расположения зданий, в отдельно выбранных точках на территории, вблизи границ каждого из хвостохранилищ и в узлах вычислительной сетки CALMET.

В расчетах были использованы данные наземной метеорологической станции, расположенной в Днепропетровске (направление и скорость ветра на высоте 10 м, приземная температура на высоте 2 м, давление, точка росы, облачность), и данные ближайшего радиозонда (направление и скорость ветра, температура, высота на стандартных уровнях давления). Эти данные заданы с шагом, соответствующим интервалу измерений (3 ч для наземной станции и 12 ч для радиозондов). Число пропусков метеорологических измерений незначительно (не более 1 %) и поэтому не влияет на средние значения концентраций загрязнений. В случае отсутствия результатов измерений для обеспечения непрерывности расчетов использованы метеорологические данные за последний перед пропуском срок измерения.

Категория землепользования определена экспертно на основании визуальной оценки фотографий. Следует заметить, что категория землепользования в данных расчетах влияет только на скорость перемешивания, поскольку осаждение и вымывание отсутствует. Это влияние определяется параметром шероховатости [10]

$$z_0 \approx h/30 \text{ м}, \quad (4)$$

где h — характерный размер отдельных элементов шероховатости. Согласно этой формуле основная территория промплощадки может быть классифицирована как городская застройка, что соответствует $z_0 \approx 1$ м. Однако, во-первых, шероховатость поверхности хвостохранилищ значительно меньше, чем шероховатость основной территории промплощадки. Во-вторых, формула (4) применима для высот, больших, чем высота элементов шероховатости, где значение динамического трения (и соответственно параметра шероховатости) всегда больше, чем в слое, распо-

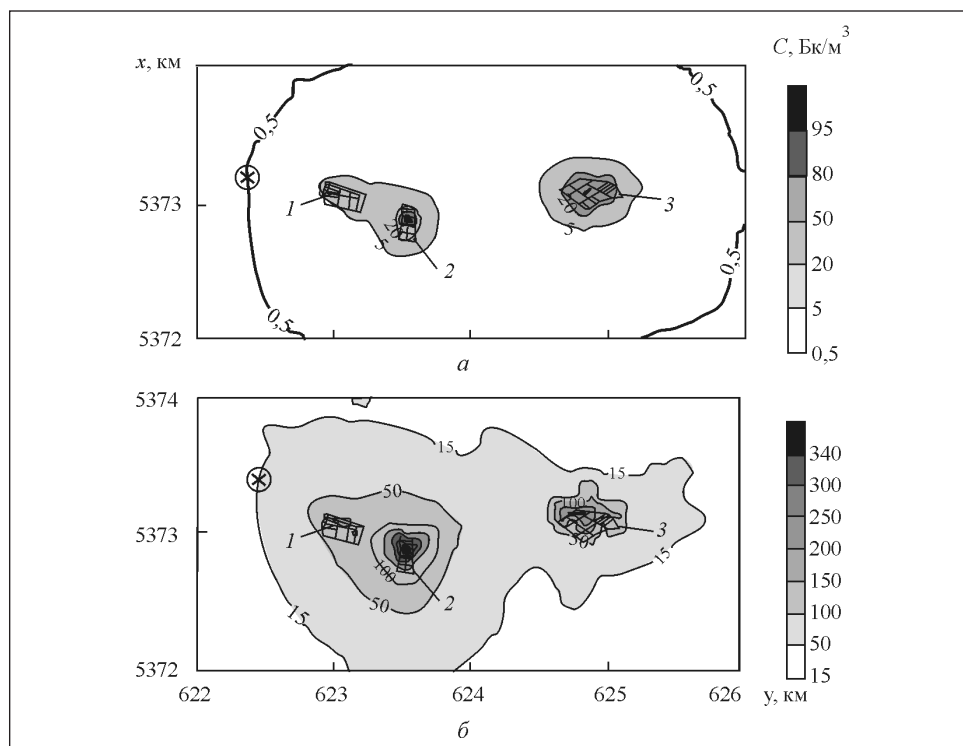


Рис. 2. Средняя (а) и максимальная среднесуточная (б) за период 4,5 года концентрация радона, создаваемая хвостохранилищами «Западное» (1), «Центральный Яр» (2) и «Юго-Восточное» (3); ⊗ — ближайшая к хвостохранилищу точка на границе жилой зоны

женном ниже высоты элементов шероховатости (зданий) [11]. В данном случае источник расположен на поверхности Земли, и распространение загрязнения вблизи источника происходит в слое, расположенном ниже крыш зданий, в так называемом слое «проникающей шероховатости». Поэтому в вычислениях было использовано меньшее значение шероховатости: $z_0 = 0,2$ м.

На рис. 2 представлены распределения средних за весь промежуток расчета приземных концентраций радона вокруг хвостохранилищ. Максимальное значение средних концентраций над территорией хвостохранилища «Западное» — 20 Бк/м^3 , над территорией хвостохранилища «Центральный Яр» — 100 Бк/м^3 , над территорией хвостохранилища «Юго-восточное» — 50 Бк/м^3 . На рис. 2, а, видно, что средние концентрации выше фоновых (20 Бк/м^3) наблюдаются практически только на территории хвостохранилищ и в непосредственной близости к ней. Соответствующая годовая доза от ингаляции радона и его продуктов распада, рассчитанная

согласно стандартным методикам [12], составляет от 0,1 мЗв (у границ хвостохранилищ «Западное» и «Юго-восточное») до 0,5 мЗв (у границы хвостохранилища «Центральный Яр»). На территории хвостохранилища «Центральный Яр» годовая доза достигает 0,8 мЗв.

В отличие от среднегодовых концентраций максимальные среднесуточные концентрации (см. рис. 2, б) за весь период расчетов могут достигать 50 Бк/м³ в радиусе 350 м от хвостохранилища «Центральный Яр» и на расстояниях 100—200 м от хвостохранилищ «Западное» и «Юго-Восточное».

Согласно расчетам, влияние хвостохранилища на загрязнение в точке, ближайшей к хвостохранилищам на границе жилой зоны, незначительно: среднее значение концентрации радона — 0,5 Бк/м³, максимальное — 15 Бк/м³, а средняя годовая доза — 0,004 мЗв.

Дополнительный анализ среднесуточных концентраций проведен для отдельных точек, расположенных на границах хвостохранилищ, представленных на рис. 1. Полученные результаты представлены в табл. 2. В точке на границе хвостохранилища «Центральный Яр» в 60 % случаев концентрация превышает нормативное значение 50 Бк/м³. Для двух различных точек, расположенных на границе хвостохранилища «Западное», частота превышения значения 50 Бк/м³ отличается на порядок. Очевидно, что это различие обусловлено неоднородным пространственным распределением источника (см. табл. 1). Для хвостохранилища «Юго-Восточное» частота превышения 50 Бк/м³ достигает 10 % на северо-западной границе и лишь 1,8 % на юго-восточной. Поскольку для этого хвостохранилища пространственное распределение источника задано однородным, такие различия можно объяснить только влиянием неравномерности распределения ветра по величине и направлению.

На рис. 3 приведены измеренные и рассчитанные величины концентрации радона на территории трех хвостохранилищ. Как видим, для всех

Таблица 2. Результаты частотного анализа распределения среднесуточных концентраций радона за период 4,5 года

Точка на рис. 1	Хвостохранилище, граница	$C_{\text{ср}}$, Бк/м ³	C_{max} , Бк/м ³	Частота N (%) превышения значений		
				$C > 20, \%$	$C > 50, \%$	$C > 100, \%$
1W	«Западное», восточная	29,2	93,63	61,8	14,6	0
2W	«Западное», южная	5,5	71,5	4	0,1	0
1С	«Центральный Яр», восточная	68	281	94	60	17,6
1S	«Юго-Восточное», северо-западная	23,7	195	45	10	0,5
2S	«Юго-Восточное», юго-восточная	14	86	25	1,8	0

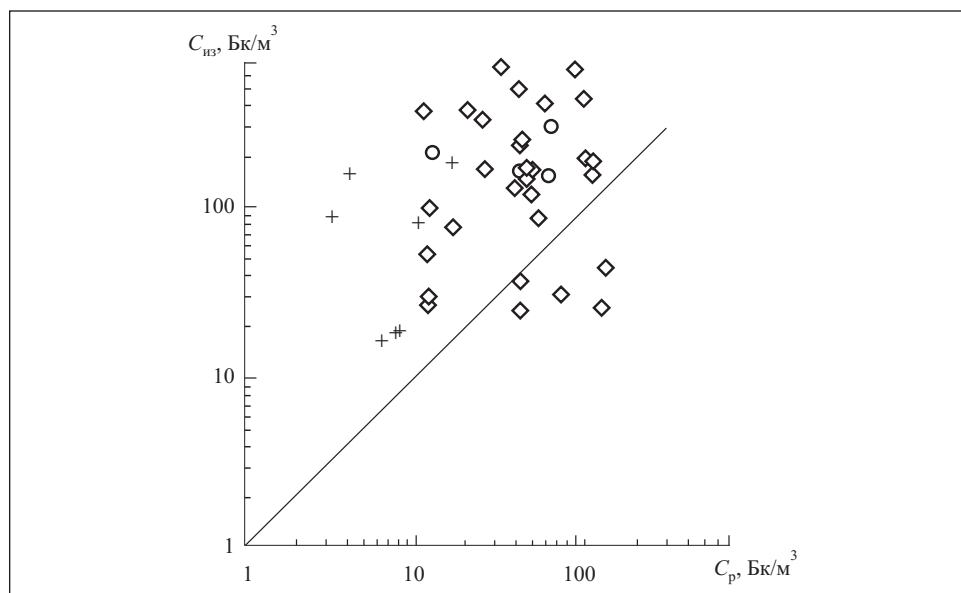


Рис. 3. Полученные в результате измерений $C_{из}$ и рассчитанные $C_{р}$ концентрации загрязнений на территориях хвостохранилищ: + — «Западное»; ◇ — «Центральный Яр»; o — «Юго-Восточное»

хвостохранилищ рассчитанные значения концентрации в среднем меньше, чем измеренные. Так, значения $C_{р}$, рассчитанные для территории хвостохранилища «Западное», значительно меньше измеренных в 2008 г. ($C_{из} = 200$ Бк/м³) и в 2007 г. ($C_{из} = 400$ Бк/м³). Результаты проведенных расчетов согласуются с результатами предыдущих исследований хвостохранилища «Западное» [7].

Следует также обратить внимание на существенные различия между результатами измерений на территории хвостохранилища «Западное». Так, в июне 2008 г. в трех точках были зафиксированы значения $C_{из} = 20$ Бк/м³, а в июне — июле 2008 г. на той же территории — значения $C_{из} = 100$ и $C_{из} = 193$ Бк/м³. Такие же большие расхождения наблюдаются и для хвостохранилища «Юго-Восточное». Для хвостохранилища «Центральный Яр» согласование результатов расчетов с измерениями значительно лучше. В среднем расчетные значения для этого хвостохранилища в 1,5 раза меньше значений, полученных в результате измерений. Если исключить из сравнения точки, в которых измерения проводились над разломами в покрытии, то это различие будет еще меньше. В то же время, для хвостохранилищ «Западное» и «Юго-Восточное» рассчитанные концентрации в среднем меньше измеренных значений соответственно в три и пять раз.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что различие значений C больше для тех хвостохранилищ, где эксхалация меньше (эксхалация на хвостохранилище «Центральный Яр» в среднем значительно больше, чем на двух других). Такая ситуация возможна, например, когда на концентрацию радона кроме хвостохранилищ значительное влияние оказывают другие источники. Это предположение основано на том, что оценка функции источника для хвостохранилища «Западное» в проведенных расчетах, по-видимому, близка к максимальному значению (см. предыдущий раздел). Следовательно, существующие различия между значениями рассчитанных и измеренных концентраций радона, возможно, объясняются: а) влиянием других источников радона; б) осреднением результатов по временным интервалам, значительно большим (в 100 — 200 раз), чем интервалы измерений (поскольку точные даты измерений неизвестны); в) влиянием неучтенных в расчетах повреждений покрытий хвостохранилищ.

Выводы. Результаты моделирования свидетельствуют о том, что концентрация радона в атмосфере вокруг хвостохранилищ «Западное», «Центральный Яр» и «Юго-Восточное» не превышает 50 Бк/м^3 на расстоянии больше 300 м от границ хвостохранилищ. Таким образом, влияние хвостохранилищ на концентрации радона на территории промплощадки и жилой зоны незначительно. Этот результат согласуется с данными [7], полученными на основании использования модели Гаусса и имевшимися в 2001 г. фактическими данными.

Создаваемая хвостохранилищами концентрация радона в точках на их границах превышает 50 Бк/м^3 в 60 % случаев для хвостохранилища «Центральный Яр», в 15 % случаев — для хвостохранилища «Западное» и в 10 % случаев — для хвостохранилища «Юго-Восточное». При этом на границе хвостохранилищ «Западное» и «Юго-Восточное» есть точки, где частота N существенно меньше названных значений вследствие пространственной неоднородности источника эксхалации радона и изменчивости во времени и пространстве направления и скорости ветра.

Влияние хвостохранилища на загрязнение жилой зоны весьма незначительно. В ближайшей к хвостохранилищам точке жилой зоны $C_{\text{ср}} = 0,5 \text{ Бк/м}^3$, $C_{\text{max}} = 15 \text{ Бк/м}^3$, а средняя годовая доза составляет $0,004 \text{ мЗв}$. Моделирование атмосферного переноса радона проведено с использованием данных измерений эксхалации радона. Теоретические оценки эксхалации для хвостохранилища «Западное», полученные с учетом его геоморфологических характеристик и данных о радионуклидном составе почвы, свидетельствуют о том, что использованные в вычислениях значения эксхалации близки к максимальным.

Значительные различия измеренных и рассчитанных значений концентрации радона в воздухе на территории хвостохранилищ можно объяснить влиянием посторонних трудно контролируемых источников радона, присутствующих на территории промплощадки ПХЗ, влиянием неучтенных в расчетах повреждений покрытий хвостохранилищ, а также завышением времени осреднения в расчетах по сравнению с временем осреднения измерений.

Апробированная методика может быть использована для расчета воздушного переноса радона от других хвостохранилищ.

Results of digital modeling of the atmospheric transfer of radon around the uranium tailing dumps of the former Industrial Association (IA) «Pridneprovsky Khimicheskii zavod» are presented. The exhalation (emission) rates are preset on the basis of measurements. It has been established that the locality contamination with radon is limited by the territory directly adjacent to the tailing dump boundaries.

1. *Voitsekhovich O., Lavrova T.* Remediation Planning of Uranium Mining and Milling Facilities: The Pridneprovsky Chemical Plant Complex in Ukraine // Remediation of Contaminated Environments/G. Voigt, S. Fesenko, eds.— Elsevier. — 2009. — P. 343— 356.
2. *Звіт* Центру моніторингових досліджень і природоохоронних технологій «Виконання робіт згідно з програмами і регламентами радіаційного моніторингу», 2008. — Договір № 9 з ДП «Бар'єр» від 28.05.08. — 66 с.
3. *Galmarini S.* One Year of ^{222}Rn Concentration in the Atmospheric Surface Layer // Atmospheric Chemistry and Physics. — 2006. — 6. — P. 2865— 2887.
4. *Scire J. S., Strimaitis D. G., Yamartino R. J.* A User's Guide for the CALPUFF Dispersion Model (Version 5). — Earth Tech. Inc., Concord, 2000. — 521 p. — (<http://www.src.com/calpuff/calpuff1.htm>).
5. *Rood S., Voilleque P., Rope S. et al.* Reconstruction of Atmospheric Concentrations and Deposition of Uranium and Decay Products Released from the Former Uranium Mill at Uravan// Journal of Environmental Radioactivity. — 2008. — 99. — P. 1258— 1278.
6. *Бруцяцкий Е. В.* Теория атмосферной диффузии радиоактивных выбросов. — Киев : Институт гидромеханики НАН Украины, 2000. — 444 с.
7. *Исследование* и технология хранения РАО на ГП «Барьер». Хвостохранилище «Западное». — Отчет УкрНИПИпромтехнологии 2001. Министерство топлива и энергетики Украины. — Гос. регистрация № А-15969. Договор 3032. — 38 с.
8. *Calculation of Radon Flux Attenuation by Earthen Uranium Mill Tailings Covers.* U.S. Nuclear Regulatory Commission. — Office of Nuclear Regulatory Research. Regulatory Guide 3.64. — 1989. — 46 p.
9. *Environmental Protection Agency.* Review and Evaluation of Area Source Dispersion Algorithms for Emission Sources at Superfund Sites, 1989. — Report by TRC Environmental Consultants Inc., № EPA 450/4 -89-020, EPA Contract No 68-02-4399. — 137 p.
10. *Монин А. С., Яглом А. М.* Статистическая гидромеханика. Том 1. — С.-П. : Гидрометеоиздат. — 696 с.

11. *Fisher B. E. A. et. al. (eds). Meteorology Applied to Urban Air Pollution Problems. — European Commission COST Action 715, Final Report, 2005. — Sofia : Demetra Ltd. Publishers, 2005. — 276 p.*
12. *Нормы радиационной безопасности Украины (НРБУ-97). Государственные гигиенические нормативы. — Киев : Отдел полиграфии Украинского центра госсанэпиднадзора Министерства здравоохранения Украины, 1998. — 135 с.*

Поступила 06.11.09

КОВАЛЕЦ Иван Васильевич, канд. физ.-мат. наук, докторант Ин-та проблем математических машин и систем НАН Украины. В 1996 г. окончил Московский физико-технический ин-т. Область научных исследований — математическое моделирование окружающей среды.

ЖЕЛЕЗНЯК Марк Иосифович, канд. физ.-мат. наук, зав. отделом Ин-та проблем математических машин и систем НАН Украины. В 1973 г. окончил Одесский гидрометеорологический ин-т. Область научных исследований — математическое моделирование окружающей среды, системы поддержки принятия решений для ядерного аварийного реагирования, управление водными ресурсами, вычислительная гидродинамика.

ХАЛЧЕНКОВ Александр Викторович, науч. сотр. Ин-та проблем математических машин и систем НАН Украины. В 2003 г. окончил Киевский национальный университет им. Т. Шевченко. Область научных исследований — математическое моделирование окружающей среды, радиационная экология.

УДОВЕНКО Олег Игоревич, науч. сотр. Ин-та проблем математических машин и систем НАН Украины. В 1998 г. окончил Киевский национальный университет им. Т. Шевченко. Область научных исследований — геоинформационные системы.

ЛАВРОВА Татьяна Валерьевна, науч. сотр. Украинского научно-исследовательского гидрометеорологического ин-та. В 1992 г. окончила Днепрпетровский госуниверситет. Область научных исследований — радиационная экология.

N. Ramesh Babu, K.N. Murty*, V.V.S.S.S. Balaram

Aurora's Scientific, Technological and Research Academy
Department of Mathematics and Computer Science
(Bandlaguda, Hyderabad – 500 005, (A.P) India)

Control of Time Scale Dynamical Systems with an Application to Concurrency Control for Real-time Database Systems

(Recommended by Prof. E. Dshalalow)

Main objective in this paper is to unify results on controllability and observability on time scales and deduce the results of classical theory as a particular case and then resolve the time constraints on concurrency control by incorporating jump operators on time scale dynamical systems.

Обобщены результаты исследований управляемости и наблюдаемости при масштабировании во времени. Получены результаты классической теории как частного случая, при этом устранены ограничения по времени при параллельном управлении операторами перехода для динамических масштабируемых систем.

Key words: time scale dynamical system, modern control system theory.

1. Introduction. Time scale dynamical system is an interesting area of current research and a great deal of work has been done by many authors in recent years [1]. From a modelling point of view, it is perhaps more realistic to model a real world phenomenon by a time scale dynamical system as it incorporates both continuous and discrete systems as a particular case [2, 3]. A fascinating fact is that all the widely different disciplines of application depend on a common core of Time scale dynamical system of the modern control system theory. These techniques require real time database systems that run effectively without any conflicts. In fact the concurrency control method receives certain information gathered from the transactions made in order to find and resolve conflicts [4]. Further, a real time transaction is a transaction with additional real-time attraction and importance.

Our main objective in this paper is to unify results on controllability and observability on time scales and deduce the results of classical theory as a particular case and then resolve the time constraints on concurrency control by incor-

* Corresponding author, email : nkanuri@hotmail.com

porating jump operators on time scale dynamical systems. More specifically, the paper is organized as follows: Section 2 presents some salient features of time scale dynamical systems that are needed for our later discussion. We introduce the concepts of controllability and observability for m -input, p -output, n -dimensional linear systems on time scales in section 3. In this section we present a set of necessary and sufficient conditions for the first order time scale dynamical system to be completely controllable and observable. For a complete theory on control on linear system we refer [5]. Section 4 is concerned with Real Time Database Systems and in fact deals with concurrency control of the database systems.

2. Basic results. In this section, we outline some of the basic notions concerning time scales. A time scale T is a closed subset of R ; and examples of time scales include N, Z, R , cantor's set fuzzy sets etc. The set $Q = \{t \in R \setminus Q, 0 \leq t \leq 1\}$ are not time scales. Time scales need not necessarily be connected. In order to overcome this deficiency, we introduce the notion of jump operators. The mappings $\sigma, \rho : T \rightarrow T$ defined by

$$\sigma(t) = \inf \{s \in T : s > t\}, \quad \rho(t) = \sup \{s \in T : s < t\},$$

are called jump operators. A point $t \in T$ is said to be right dense if $\sigma(t) = t$, left dense, if $\rho(t) = t$ and left scattered, if $\rho(t) < t$. The graininess $\mu : T \rightarrow [0, \infty)$ is defined by $\mu(t) = \sigma(t) - t$.

We say that f is *rd*-continuous if it is continuous in right dense points and if $\lim_{s \rightarrow t} f(s)$ as $s \rightarrow t$ exists for all right dense points $t \in T$ [1]. A function $f : T \rightarrow T$ is said to be differentiable at $t \in T^k = \{T \setminus (\rho(t), \max(T))\}$ if

$$\lim_{\sigma(t) \rightarrow s} \frac{f(\sigma(t)) - f(s)}{\sigma(t) - s},$$

where $s \in T - \{\sigma(t)\}$ exists and is said to be differentiable on T provided it is differentiable for each $t \in T^k$. A function $F : T \rightarrow T$, with $F^\Delta(t) = f(t)$ for all $t \in T^k$ is said to be integrable, if

$$\int_s^t f(\tau) \Delta\tau = F(t) - F(s),$$

where F is the anti-derivative of f and for all $s, t \in T$. Let $f : T \rightarrow T$ and if $T = R$ and $a, b \in T$, then $f^\Delta(t) = f^1(t)$ and

$$\int_a^b f(t) dt = \int_a^b f(t) \Delta t.$$

Further, if $T = Z$ (discrete case), then $f^\Delta(t) = \Delta f(t) = f(t+1) - f(t)$ and

$$\int_a^b f(t) \Delta t = \begin{cases} \sum_{k=a}^{b-1} f(k) & \text{if } a < b, \\ 0 & \text{if } a = b, \\ \sum_{k=b}^{a-1} f(k) & \text{if } a > b. \end{cases}$$

If $f, g : T \rightarrow X$ (X is a Banach space) be differentiable in $t \in T^k$. Then for any two scalars α, β , the mapping $\alpha f + \beta g$ is differentiable in t and further we have:

1. $(\alpha f + \beta g)^\Delta(t) = \alpha f^\Delta(t) + \beta g^\Delta(t)$;
2. $(fg)^\Delta(t) = f^\Delta(t)g(t) + f(\sigma(t))g^\Delta(t)$;
3. $f(\sigma(t)) = f(t) + \mu(t)f^\Delta(t)$;
4. $(kf)^\Delta(t) = kf^\Delta(t)$, for any scalar k .

Note that if f is Δ -differentiable, then f is continuous. Further if t is right scattered and f is continuous at t then

$$f^\Delta(t) = \frac{f(\sigma(t)) - f(t)}{\mu(t)}.$$

For a survey on calculus of Δ -differentiable functions, we refer to Lakshminathan et. al [5].

3. Controllability and observability criteria for Δ -differentiable functions. In this section, we shall be concerned with the first order Δ -differentiable dynamic system

$$x^\Delta(t) = A(t)x(t) + B(t)U(t), \quad x(t_0) = x_0, \tag{1}$$

$$y(t) = C(t)x(t), \tag{2}$$

where $A(t)$ is an $(n \times n)$ square matrix and $A : T^k \rightarrow B(R^n)$ is regressive and rd -continuous. When $t = R$, (1) is equivalent to

$$x'(t) = A(t)x(t) + B(t)U(t), \quad x(t_0) = x_0, \tag{3}$$

and when $t = z$, (1) is equivalent to

$$x(n+1) = A(n)x(n) + B(n)U(n), \quad x(n_0) = x_0. \tag{4}$$

The fundamental concepts of controllability and observability for an m -input, p -output, n -dimensional linear state equation (1) and (2) will be considered in this section. For a time varying linear state equation (3), the connection of the input signal to the state variables can change with time. Therefore, the concept of

controllability is tied to a specific finite time interval $[t_0, t_f]$ with, of course $t_f > t_0$. For a discrete system (4), the connection of the input signal to the next state variables can change with time.

Definition 1. The Δ -differentiable dynamic system (1) is said to be controllable on $[t_0, t_f]$, if for any given initial state $x(t_0) = x_0$ ($x(n_0) = x_0$), there exists a continuous (discrete) input signal $U(t)$, such that the corresponding solution of (1) satisfies $x(t_f) = 0$ ($x(n_f) = 0$).

If time scale dynamical system (1) is controllable for all x_0 at $t = t_0$ and for all x_f at $t = t_f$, then the system (1) is said to be completely controllable. We suppose that $T^k = (a, b) \cap T$ and the associated homogeneous system is

$$x^\Delta(t) = A(t)x(t), x(t_0) = x_0.$$

Let $\Phi_A(t, t_0)$ be a fundamental matrix solution of

$$x^\Delta(t) = A(t)x(t).$$

Then any solution $x(t)$ of (1) has the form

$$x(t) = \Phi_A(t, t_0)x_0 + \int_{t_0}^t \Phi_A(t, \sigma(s))B(s)U(s)\Delta(s),$$

and it is easy to see that

$$\bar{x}(t) = \int_{t_0}^t \Phi_A(t, \sigma(s))B(s)U(s)\Delta(s)$$

is a particular solution of the dynamic system (1) [1].

We are now in a position to develop criteria for the dynamic system (1) to be completely controllable and observable. We have the following theorem.

Theorem 1. The time scale dynamical system is completely controllable on the closed interval $J = [t_0, t_f]$ if and only if the $(n \times n)$ symmetric matrix

$$W(t_0, t_f) = \int_{t_0}^{t_f} \Phi(t_0, \sigma(s))B(s)B^*(s)\Phi^*(t, \sigma(s))\Delta(s)$$

is non-singular.

P r o o f. We first suppose that $W(t_0, t_f)$ is nonsingular. Then it is claimed that the dynamic system (1) is completely controllable. For given an $(n \times 1)$ vector x_0 , choose

$$U(t) = -B^*(t)\Phi^*(t, \sigma(t))W^{-1}(t_0, t_f)x_0.$$

Clearly, the input signal U is continuous on J and the corresponding general solution of (1) with the initial condition $x(t_0) = x_0$ is given by

$$x(t_f) = \Phi(t_f, t_0)x_0 + \int_{t_0}^{t_f} \Phi(t_0, \sigma(s))B(s)U(s)\Delta(s).$$

Substitute for $U(t)$ and using the definition of $W(t_0, t_f)$, we get

$$\begin{aligned} x(t_f) &= \Phi(t_f, t_0)x_0 - \\ &- \int_{t_0}^{t_f} \Phi(t_f, \sigma(s))B(s)B^*(s)\Phi^*(t_0, \sigma(s))W^{-1}(t_0, t_f)x_0\Delta(s) = \Phi(t_f, t_0)x_0 - \\ &- \Phi(t_f, t_0) \int_{t_0}^{t_f} \Phi(t_0, \sigma(s))B(s)B^*(s)\Phi(t_0, \sigma(s))W^{-1}(t_0, t_f)x_0\Delta(s) = 0. \end{aligned}$$

Thus the dynamic system is controllable. This is true for all $t_0 \leq t \leq t_f$, it follows that the system (1) is completely controllable.

Next suppose that the dynamic system (1) is completely controllable on J and suppose that $W(t_0, t_f)$ is singular. Then since $W(t_0, t_f)$ is non-invertible there exists a non-zero $(n \times 1)$ vector y such that

$$y^*W(t_0, t_f)C = \int_{t_0}^{t_f} y^*\Phi(t_0, \sigma(s))B(s)B^*(s)\Phi^*(t_0, \sigma(s))y(s)\Delta(s).$$

Because of the fact that the integrand in this expression is non-negative continuous function, we have

$$\|y^*\Phi(t_0, \sigma(s))B(s)\| = 0,$$

it follows that

$$y^*\Phi(t_0, \sigma(s))B(s) = 0, s \in J. \tag{5}$$

Since the state equation is completely controllable on J , choose $x_0 = y$, there exists a continuous input $U(t)$ such that

$$0 = \Phi(t_f, t_0)y + \int_{t_0}^{t_f} \Phi(t_f, \sigma(s))B(s)U(s)\Delta(s)$$

or

$$y = - \int_{t_0}^{t_f} \Phi^{-1}(t_f, t_0)\Phi(t_f, \sigma(s))B(s)U(s)\Delta(s) =$$

$$= - \int_{t_0}^{t_f} \Phi(t_0, \sigma(s)) B(s) U(s) \Delta(s).$$

Thus,

$$y^* y = - \int_{t_0}^{t_f} y^* \Phi(t_0, \sigma(s)) B(s) U(s) \Delta(s),$$

and since (5) holds, it follows that $y^* y = 0$, and thus it contradicts the fact that $y \neq 0$. Thus $W(t_0, t_f)$ is non-singular and the proof of the theorem is complete.

We now develop an algorithm corresponding to the time scale dynamical system (1). We define a sequence of $(n \times m)$ matrix functions

$$K_0(t) = B(t), \tag{6}$$

$$K_j(t) = A(t) K_{j-1}(t) + K_{j-1}^\Delta(t), \quad j = 1, 2, 3, \dots \tag{7}$$

We observe the following: $\Phi(t, \sigma(s)) = \Phi(t) \Phi^{-1}(\sigma(s))$, when $T = R$, $\sigma(s) = s$ and $\Phi(t, s) = \Phi(t) \Phi^{-1}(s)$. On the other hand when $T = Z$, $\sigma(s) = s+1$ and $\Phi(t, s+1) = \Phi(t) \Phi^{-1}(s+1)$. Further

$$\Phi^\Delta(t, \sigma(s)) = A(t) \Phi(t, \sigma(s))$$

and

$$\begin{aligned} [\Phi(t, \sigma(s))^\Delta] &= [\Phi(t) \Phi^{-1}(\sigma(s))]^\Delta = \\ &= \Phi(t) [-\Phi^{-1}(\sigma(s)) A(\sigma(s))] = -\Phi(t) \Phi^{-1}(\sigma(s)) A(\sigma(s)). \end{aligned}$$

Using the iteration idea given in (6), (7), we can easily verify the following:

$$[\Phi(t, \sigma(s)) B(\sigma(s))]^\Delta = \Phi(t, \sigma(s)) K_j(\sigma(s)), \quad j = 0, 1, 2, \dots,$$

where

$$K_j(\sigma(s)) = -A(\sigma(s)) K_{j-1}(\sigma(s)) + K_{j-1}^\Delta(\sigma(s)), \quad j = 0, 1, 2, \dots$$

When $\sigma(s) = s = t$, we have

$$K_j(t) = [\Phi(t, s) B(s)]_{s=t}^\Delta, \quad j = 0, 1, 2, \dots$$

Based on the above iterative criteria, we have the following theorem.

Theorem 2. Suppose m is a positive integer such that for all $t \in [t_0, t_f]$, B is m times continuously Δ -differentiable and A is $(m - 1)$ times continuously Δ -differentiable. Then the linear dynamic system (1) is completely controllable on $[t_0, t_f]$ if for some $t_c \in [t_0, t_f]$,

$$\text{Rank} [K_0(t_c), K_1(t_c), \dots, K_m(t_c)] = n. \tag{8}$$

P r o o f. Suppose rank condition (8) holds for some $t_c \in [t_0, t_f]$. Then it is claimed that the dynamic system (1) is completely controllable. To the contrary, suppose the dynamic system (1) is not completely controllable on $[t_0, t_f]$. Then by theorem 1, the Grammian matrix $W[t_0, t_f]$ is non-invertible, and hence there exists an $(n \times 1)$ vector y such that

$$y^* \Phi(t_0, t) B(t) = 0, \quad t \in (t_0, t_f). \quad (9)$$

Let y_1 be a non-zero vector such that $y_1 = \Phi(t_0, t_c) r$. Then from (9), we have $y_1^* \Phi(t_c, t) B(t) = 0, t \in (t_0, t_f)$. In particular, at $t = t_c$, we have $y_1^* K_0(t_c) = 0$.

Now, Δ -differentiation with respect to t yields

$$y_1^* \Phi(t_c, t) K_1(t_c) = 0, \quad t \in (t_0, t_f).$$

This implies $y_1^* K_i(t_c) = 0$ continuing in this way, we get $y_1^* K_j(t_c) = 0$ for $j = 0, 1, 2, \dots, m$. Therefore,

$$y_1^* [K_0(t_c), K_1(t_c) \dots K_m(t_c)] = 0,$$

and this contradicts the fact that (8) holds. Thus the proof of the theorem is complete.

We now turn our attention to the concept of observability on a time scale dynamical system. It is simpler to consider the case of zero input, and this does not entail any loss of generality since the concept is not altered in the presence of a known input signal. Therefore, we consider the unforced dynamical system

$$\begin{aligned} x^\Delta(t) &= A(t) x(t), \quad x(t_0) = x_0, \\ y(t) &= C(t) x(t). \end{aligned} \quad (10)$$

Definition 2. The time scale dynamical system (10) is said to be completely observable on $[t_0, t_f]$, if for any initial state $x(t_0) = x_0$, it is uniquely determined by the corresponding response $y(t)$ for all $t \in [t_0, t_f]$.

We now present a necessary and sufficient condition for the system (10) to be completely observable.

Theorem 3. The time varying time scale dynamical system (10) is completely observable on $[t_0, t_f]$ if and only if the $(n \times n)$ symmetric observability matrix

$$M[t_0, t_f] = \int_{t_0}^{t_f} \Phi^*(s, t_0) C^*(s) C(s) \Phi(s, t_0) \Delta(s)$$

is non-singular.

P r o o f. Suppose that $M [t_0, t_f]$ is nonsingular. Then the solution expression with $U(t)=0$ is given by $y(t)=C(t)\Phi(t, t_0)x_0$, or

$$\Phi^*(t, t_0)C^*(t)y(t)=\Phi^*(t, t_0)C^*(t)C(t)\Phi(t, t_0)x_0.$$

Hence

$$\begin{aligned} & \int_{t_0}^{t_f} \Phi^*(s, t_0)C^*(s)y(s)\Delta(s) = \\ & = \int_{t_0}^{t_f} \Phi^*(s, t)C^*(s)C(s)\Phi(s, t_0)x_0\Delta(s) = M(t_0, t_f)x_0. \end{aligned}$$

Since M is non-singular, x_0 can be determined uniquely. Thus the dynamical system (7) is completely observable.

Conversely, suppose the dynamic system (10) is completely observable. Then it can be easily proved as in Theorem 1, that $M(t_0, t_f)$ is nonsingular.

4. Real-time database systems. In this section, we shall be concerned with real time database systems and in fact concurrency control is one of the main issues of real time data base systems. Many real world applications contain time constraints to data as well as access to data that has temporal validity. Telecommunication is an example of an application area, which has database requirements that require a real-time database or at least time-cognizant database. Most database requests are simple reads, with access to few and return to some value based on the content in the database. Our main concern in this section is, is there a distributed concurrence control method that is suitable for a real-time database system.

Traditional databases deal with persistent data. Transactions access this data while maintaining consistency. The goal of transaction and query processing in database is to get a good response time. On the other hand, real time systems can also deal with temporal data; i.e., data that becomes outdated after a certain amount of time. Due to the temporal character of the data and the response time requirements forced by the nature, tasks in real time system have time constraints. The main purpose of this section is that time goal of real time system is met with jump operators. These jump operators play a crucial role in updating data and ignoring the outdated data and in softening the required information and object information. Efficient concurrency control protocols are required in order for it to be possible to schedule real-time database transactions. This is achieved by jump operators to schedule real-time database transactions. We first define the notion of a «real time». Given $t \in R$, we write $\hat{\sigma}_i(t)$ to denote the value of σ_i at time t interpreting the clock as a counter. That is $\hat{\sigma}_i(t) = \text{Sup}\{n/\sigma_i(n) \leq t\}$. Here supremum is used in the maximum sense. If the supremum is taken over

an empty set, then it is zero, that is $\hat{\sigma}_i(t) = 0$ if the clock is not ticked at all until time t . It may be noted that a real-time transaction is a transaction with additional real-time attributes: deadline, priority and importance. These attributes are used by scheduling the real time algorithm and concurrency control method [6, 7].

We assume that every site contains a directory containing all objects and their location. Further, every site contains data structures for keeping transaction and object information. The transaction data structure contains information of transaction and object information. The transaction data structure contains information of transaction identification, the phase where a transaction is, transaction's read and write sets, and other information like administration. Before a transaction can enter the read phase, we must first initialize data by using zero ($x = 0$). Now the read phase starts with a begin operation. In the read phase if the transaction reads an object several checks must be done. We first note that a transaction requesting the data must be active and not aborted. Secondly, a requested data item must not be marked as a validating object. Finally, if the object is not located in the local node, a dead operation must be requested in the objects local node.

The importance of a real time database is its processing and its approach to resolve data and resource conflicts. In real-time databases, timely transaction execution is more important and both fairness and maximum resource utilization become secondary goals. Further, the real time databases use the percentage of transactions that complete within their deadlines. It is usually assumed that a hard transaction can never come into conflict with any other transaction and hard transactions cannot be aborted and will always complete successfully. Whereas soft transactions might be in conflict with other soft transaction, and, if two soft transactions attempt to obtain a read lock or write lock which violate the lock compatibility, then the results in late transactions are considered to be in conflict with each other. We first establish the following theorem which will be used for further discussion.

Theorem 4. A hard database transaction can never enter a state of deadlock caused by conflicts with any other database transaction.

P r o o f. Since hard database transaction can never be in conflict with any other transaction it follows that conflicts can occur only in soft transactions. These conflicts among soft transactions can be resolved in two ways : (1) If the conflicting transaction occurs at a lower priority than any other conflicting soft transaction, and has not entered the committing step, then it is aborted and thus resolving the conflict. (2) If the conflicting soft transaction is executing at a lower priority than any other conflicting soft transaction, and has entered the committing step will be blocked until the transaction is complete and thus releasing all its locks. Since a transaction, which has entered the committing step, can-

T	Event	Database State	Comments
T_1	INITIALIZE BOT	Zero (x) $\{x, y\}$	Zero T_1 starts
T_1	W-lock (x)	$W^\Delta(t) = \frac{DIFF W(\sigma(t), W(t))}{DIFF(t+1, t)}$	Lock is removed $DIFF(x, y) = x - y$
	SUCC (T_1)	$W(\sigma(t)) = DIFF(\sigma(t+1), \sigma(t))$ T_2	$W(\sigma(t)) = DIFF(\sigma(t+1), -\sigma(t))$ Goes to the next event T_2
T_2	Write (x) $\rightarrow x'$	$\{x, y\}$	T_2 pre-empts T_1 and update x . T_2 is serialized after T_1 .
T_3	Write (y) $\rightarrow y'$	$\{x', y'\}$	T_3 update y . Since y is not yet write locked on T_1 , T_3 is serialized before T_1 according to Rule 2.
T_1	Upd (y^1) $\rightarrow y''$		T_1 update y however this update is visible for other transactions.
T_1	EOT	$\{x', y''\}$	T_1 ends and releases its lock. Y_{11} is now visible.

not obtain any further locks, it cannot cause any further conflicts with any other transaction, the proof is complete.

First, we initialize data and then local validation can be achieved by SUCCESSION [SUCC (x) = $x + 1$] function which acts like iterating all objects accessed by the transaction, finds conflicting operation (if any), and resolves conflicts. The adjustment of time stamp intervals iterates through the READ set and WRITE set of the validating transaction. This is achieved by the objects read and write time stamp. When access has been made to the same objects both in the validating transaction and in the active transaction, the temporal interval of the active transaction is adjusted by the jump operators. Thus we use deferred dynamic time adjustment of the serial order.

The following serialization rule applies to each transaction.

Rule 1. A set of executing soft transactions are serialized in the order they perform the end of transactions. This enables their changes visible for other transactions.

Rule 2. A hard transaction, reading or writing the value of a data element x , is serialized before all hard transactions reading or writing the value of x at a later time. Further, the transaction is serialized before any soft database transaction obtaining a lock on x at a later time.

Rule 3. A hard transaction, updating the value of a data element currently locked by a soft transaction, is serialized only after that transaction.

We first need to verify that whether or not transactions always read the correct version of a data element, i.e., the value produced by the last serialized transaction updating that particular transaction and no intermediate results produced by executing transactions are visible to other transactions i.e., we need to verify consistency of transactions.

Now we consider three transactions T_1 , T_2 and T_3 executed in Table.

Note that T_1 is a soft transaction T_2 and T_3 are hard transactions. The algorithm can easily extended to n transactions $n \geq 3$. In order to avoid monotony we even omit formulating the algorithm.

From the example we see that the resulting serialization order is T_3 , T_1 and T_2 even though the actual order of commit is T_2 , T_3 and T_1 . This serialization approach trades a relaxation of serialization for freshness of data.

Узагальнено результати досліджень керованості та спостережуваності при масштабуванні за часом. Отримано результати класичної теорії як окремого випадку, при цьому усунуто обмеження за часом при паралельному керуванні операторами переходу для динамічних систем, що масштабуються.

1. *Lakshmikantham V., Sivasundaram S., Kaymakelan B.* Dynamic Systems on Measure Chains. — Kluwer Academic Publishers, 1996.
2. *Aulbach B., Hilgeu S.* A Unified Approach to Continuous and Discrete Dynamics. Qualitative Theory of Differential Equations. — Szeged, Hungary 53. — 1983.
3. *Aulbach B., Hilgeu S.* Linear Dynamic Process with Inhomogeneous Time Scales. Nonlinear Dynamic and Dynamical Systems. — Berlin : Academic Verlag, 1980.
4. *Amer Abu Ali.* An Optimistic Concurrency Control for Real-time Database Systems// Amer. J. of Applied Sciences. — 2006. — N 3 (2). — P. 1706—1710.
5. *Barnett S., Cameron R. G.* Introduction to Mathematical Control Theory. — 2nd Edition. — Oxford University Press, 1985.
6. *Ramamritham K.* Real-Time Databases.// Int. J. of Distributed and Parallel Databases.— 1993. — 1, N 2. — P. 199—226.
7. *Murty K. N., Rao Y. S.* Two Point Boundary Value Problems on Inhomogeneous Time Scale Dynamic Process// J. of Mathematical Analysis and Applications. — 1994. — 184. — P. 22—34.

Submitted on 30.12.09

УДК 004.942 : 519.876.5

В. А. Федорчук, канд. тех. наук
Ин-т проблем моделирования
в энергетике им. Г. Е. Пухова НАН Украины
(Украина, 03164, Киев, ул. Генерала Наумова, 15,
тел. (44) 4243541, E-mail: fedva@ukr.net)

Моделирование типовых распределенных звеньев механической системы буровой установки

(Статью представил д-р техн. наук А. Ф. Верлань)

Получена структурная обратимая модель распределенных нелинейных звеньев буровой установки.

Отримано структурну оборотну модель розподілених нелінійних ланок бурової установки.

К л ю ч е в ы е с л о в а: структурная обратимая модель, буровая установка, распределенные звенья.

При сооружении скважин возникает необходимость обеспечения высоких технико-экономических показателей процесса бурения. Особенно актуальной эта задача становится при сооружении глубоких и сверхглубоких скважин. Как известно, с увеличением глубины скважины значительно возрастает твердость горных пород, температура в зоне забоя, энергоемкость разрушения породы, затрудняется подвод промывочной жидкости. Все это ухудшает процесс разрушения породы, снижает долговечность бурового породоразрушающего инструмента и других узлов буровой установки.

Повысить технико-экономические показатели бурения можно улучшением динамики процесса разрушения породы при передаче механических усилий через колонну бурильных труб с поверхности к забою и в обратном направлении, что, в свою очередь, требует использования в автоматизированной системе управления компьютерных моделей элементов буровой установки [1]. Прежде всего это относится к элементам с распределенными параметрами, представляемыми в виде распределенных звеньев. В буровой установке элементом с наиболее выраженными свойствами распределения параметров является колонна бурильных труб.

Применение компьютерной модели колонны бурильных труб при автоматизированном управлении процессом бурения дает возможность решать следующие задачи:

обеспечение оптимальной нагрузки на долото посредством учета динамической составляющей при взаимодействии бурильной колонны с забоем скважины;

уменьшение времени спускоподъемных работ в результате автоматической поддержки допустимых нагрузочных параметров с учетом взаимодействия колонны с промывочной жидкостью;

уменьшение затрат энергии в результате эффективного управления режимами работы наземной системы.

Современная буровая установка является сложным комплексом разнообразного оборудования: двигателей с системами управления; механизмов для спуска, подъема и вращения инструмента; насосов для прокачки промывочной жидкости; оборудования для механизации и автоматизации спускоподъемных работ; буровой вышки для удержания талевого механизма и размещения бурильных труб [2].

Работа агрегатов бурового комплекса сопровождается интенсивными механическими колебаниями, которые вызваны частыми пусками и остановками приводных систем, изменением сил сопротивления движения бурильной колонны, колебаниями давления в насосных станциях и изменением сил сопротивления при движении промывочной жидкости в скважине. В процессе проходки скважины в бурильной колонне возникают упругие волны, которые переносят энергию колебаний и определяют динамику процесса разрушения породы. Недостаточное изучение процессов, происходящих во время бурения, пренебрежение динамическими составляющими при управлении приводят к ухудшению качества управления, а в отдельных случаях к возникновению автоколебаний и, как следствие, к аварийным ситуациям.

Следует заметить, что анализ процессов, происходящих при бурении скважины, возможен лишь при условии комплексного подхода, когда система рассматривается с учетом взаимодействия двигателей, передаточных механизмов, исполнительных элементов и несущих конструкций. При этом приходится иметь дело с моделями элементов разной физической природы, имеющих существенные отличия при их математическом описании [3, 4]. Анализ таких систем с помощью традиционных методов, когда решается система уравнений, в которую входят обыкновенные дифференциальные уравнения, уравнения в частных производных, нелинейные дифференциальные уравнения, интегральные и интегро-дифференциальные уравнения, связан с трудностями, прежде всего, вследствие отсутствия общих методов их решения.

В предлагаемом подходе осуществляется декомпозиция сложной неоднородной динамической системы на более простые структурные элементы, что дает возможность свести решение сложной задачи к решению определенного числа простых задач. Применение принципа декомпозиции позволяет представить сложную модель в виде определенной структуры из более простых блоков.

При численной реализации для каждого структурного элемента макро-модели возможен выбор наиболее эффективного метода, который определяется алгоритмом, используемым в соответствующем программном модуле. Такой подход можно назвать структурно-алгоритмическим, поскольку определенному структурному элементу ставится в соответствие алгоритм. В конечном результате применение структурного подхода дает возможность синтезировать модели сложных систем из определенного базового набора компьютерных модулей.

В настоящее время для решения очерченного круга задач можно использовать множество программных средств, например MathCAD, Mathematica, Maple, MatLAB, FemLab, WorkBench, Scilab, MAPC, ADAMS и др. Для реализации структурно-алгоритмического подхода при синтезе компьютерных моделей наиболее эффективной средой моделирования является MatLAB.

Постановка задачи. Для повышения технико-экономических показателей процесса бурения необходимо разработать эффективные модели основных звеньев буровой установки, которые могут быть использованы как на этапе проектирования оборудования, так и при создании автоматизированных систем управления. На стадии апробации моделей в качестве среды моделирования целесообразно использовать интерактивный инструментальный для моделирования, имитации и анализа динамических систем — Simulink/MatLAB. Поскольку в серийных исследовательских программах компьютерной математики, и в частности в Simulink/MatLAB, отсутствуют средства для моделирования звеньев с распределенными параметрами, а также звеньев с динамическими нелинейностями, возникает задача разработки на базе существующих библиотек макромоделей типовых распределенных и нелинейных динамических звеньев буровой установки.

На рис. 1 приведена упрощенная схема буровой установки, а на рис. 2 — ее структурная блок-схема. Оборудование буровой установки взаимодействует между собой посредством связей различного характера — механических, электрических или гидравлических.

При численной реализации моделируемых блоков буровой установки значительные трудности вызывают элементы с распределенными параметрами. В первую очередь это касается колонны бурильных труб, которая

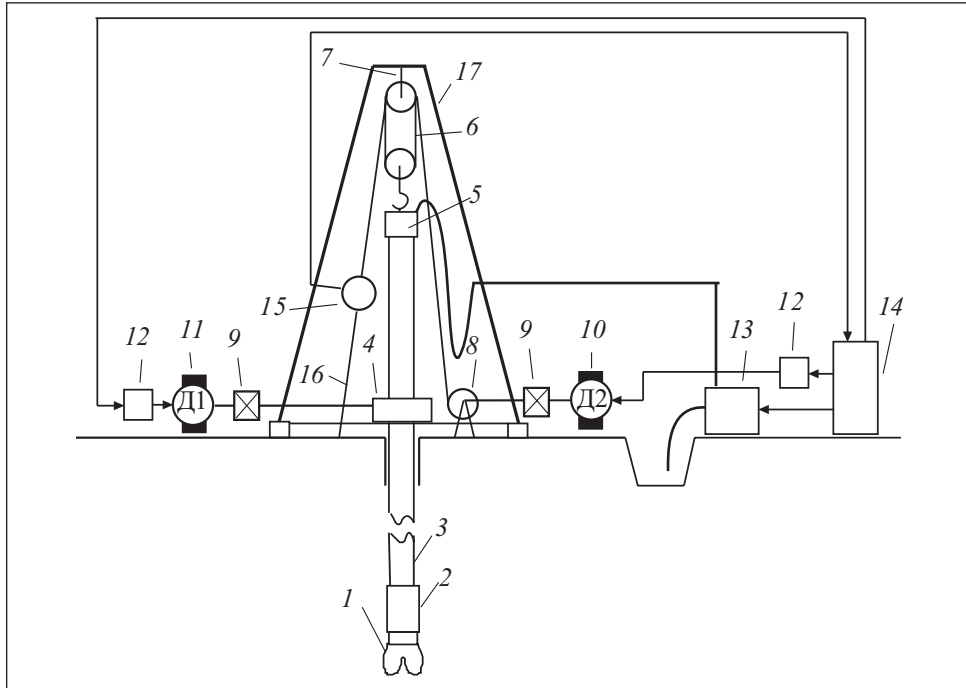


Рис. 1. Схема буровой установки: 1 — долото; 2 — забойный двигатель; 3 — колонна бурильных труб; 4 — ротор; 5 — вертлюг; 6 — талевая система; 7 — кронблок; 8 — лебедка; 9 — редуктор; 10 — электродвигатель подачи долота; 11 — электродвигатель ротора; 12 — тиристорный преобразователь; 13 — насос промывочной жидкости; 14 — система управления; 15 — датчик нагрузки; 16 — неподвижный конец талевого каната; 17 — буровая вышка

является неоднородной, поскольку она состоит из разнообразного оборудования (стальных и утяжеленных бурильных труб, центраторов, переводников, калибраторов, расширителей, шламоулавливателей и др.). Элементом с распределенными параметрами является также столб промывочной жидкости, которая подается через буровую колонну к забою. Необходимость учета динамики движения промывочной жидкости в буровой колонне вызвана тем, что промывочная жидкость при бурении забойным двигателем используется для передачи энергии к двигателю, а управление вращательным моментом на долоте осуществляется через гидравлическую связь.

Колонну бурильных труб, с учетом ряда предположений, можно считать упругим стержнем с распределенной массой, упругостью и вязким трением. К нижнему концу колонны приложена осевая реакция забоя и реакция долота, а по длине — распределенные силы веса, вязкого трения,

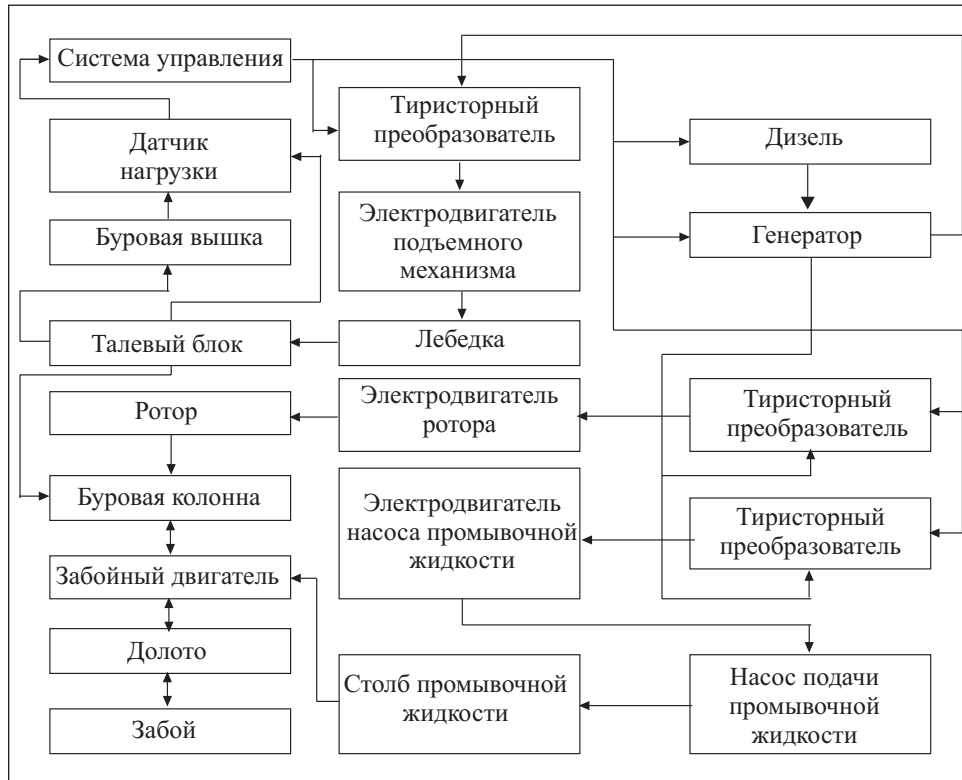


Рис. 2. Структурная блок-схема буровой установки

инерции. В буровой колонне присутствуют три вида деформации — кручения, изгиба и растяжения-сжатия.

Деформация кручения влияет на динамику вращательного движения долота. При этом на долото действует продольная сила со стороны буровой колонны, которая, в свою очередь, зависит от динамики продольного движения колонны. Для поддержки оптимальной нагрузки на долото необходимо учитывать также деформации растяжения-сжатия в элементах колонны. Определенные искажения в расчеты продольного и вращательного движения вносит деформация изгиба. Так, при действии вращательного момента и силы сжатия участок колонны деформируется в виде пространственной спирали ограниченной стенками буровой скважины. Однако для многих задач, в частности при использовании забойных двигателей, достаточно учитывать в модели две взаимосвязанные характеристики — динамику вращательного и поступательного движения. Связь параметров, характеризующих поступательное и вращательное дви-

жение, осуществляется посредством модели, описывающей взаимодействие «порода — долото — колонна». Если используется шарошечное долото, то при его вращении, в результате перекачивания шарошек по забою возникают продольные колебания корпуса долота, которые передаются буровой колонне, а зубцы шарошки, вследствие ударного взаимодействия с породой, вызывают ее разрушение.

Таким образом, для получения полноценных результатов моделирования необходимо учитывать взаимодействие породы, шарошечного долота, забойного двигателя и колонны буровых труб.

Построение математической модели. Рассмотрим способы математического описания динамики продольного и вращательного движения колонны буровых труб. Скорость смещения $V(x, t)$ сечений колонны, вызванная действием погонной внешней силы $F(x, t)$ описывается дифференциальным уравнением в частных производных

$$m(x) \frac{\partial^2 V(x, t)}{\partial t^2} + h(x) \frac{\partial V(x, t)}{\partial t} - k \frac{\partial^2 V(x, t)}{\partial x^2} = \frac{\partial F(x, t)}{\partial t} - \frac{\partial T(x, t)}{\partial t} \quad (1)$$

с граничными и начальными условиями соответственно

$$\frac{\partial V(l, t)}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial V(0, t)}{\partial x} = 0;$$

и

$$\frac{\partial V(x, 0)}{\partial t} = 0, \quad V(x, 0) = 0,$$

где $m(x)$ и $h(x)$ — погонная масса и погонный коэффициент сопротивления колонны; k — коэффициент упругости; $F(x, t)$ — погонная внешняя сила; $T(x, t)$ — погонная сила тяжести; $V(x, t)$ — скорость движения сечения колонны.

Для описания динамики вращательного движения колонны используем уравнение

$$J \frac{\partial^2 \omega(x, t)}{\partial t^2} + \tau \frac{\partial \omega(x, t)}{\partial t} - GJ_p \frac{\partial^2 \omega(x, t)}{\partial x^2} = \frac{\partial M(x, t)}{\partial t} \quad (2)$$

с граничными и начальными условиями соответственно

$$\frac{\partial \omega(l, t)}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \omega(0, t)}{\partial x} = 0;$$

и

$$\frac{\partial \omega(x, 0)}{\partial t} = 0, \quad \omega(x, 0) = 0,$$

где ω — частота вращения колонны; J — момент инерции; G — модуль сдвига; M — момент кручения; τ — коэффициент сопротивления вращательного движения; J_p — полярный момент инерции.

Однако, если колонна бурильных труб неоднородная, а также при нелинейной постановке задачи, применение подхода, при котором решается исходная система дифференциальных уравнений в частных производных, неэффективно.

Используем структурные модели в виде многомассовых систем с сосредоточенными массами. Применяв метод прямых к уравнениям (1) и (2), получим две системы из n дифференциальных уравнений каждая:

$$m_i \frac{\partial^2 V_i}{\partial t^2} + h_i \frac{\partial V_i}{\partial t} - k_i (V_{i-1} - 2V_i + V_{i+1}) = \frac{\partial F_i}{\partial t} - \frac{\partial T_i}{\partial t}, \quad i=1, 2, \dots, n; \quad (3)$$

$$J_i \frac{\partial^2 \omega_i}{\partial t^2} + \tau_i \frac{\partial \omega_i}{\partial t} - GJ_{pi} (\omega_{i-1} - 2\omega_i + \omega_{i+1}) = M_i, \quad i=1, 2, \dots, n, \quad (4)$$

где V_i — скорость движения i -го элемента; F_i и T_i — внешняя сила и сила тяжести, действующие на i -й элемент; h_i и k_i — коэффициент сопротивления и коэффициент упругости для i -го элемента; ω_i — частота вращения i -го элемента колонны; M_i — момент кручения, действующий на i -й элемент; τ_i — коэффициент сопротивления вращательному движению i -го элемента колонны; J_{pi} — полярный момент инерции i -го элемента колонны.

После интегрирования систем уравнений (3) и (4) получим

$$m_i \frac{\partial^2 x_i}{\partial t^2} + h_i \frac{\partial x_i}{\partial t} - k (x_{i-1} - 2x_i + x_{i+1}) = F_i - T_i, \quad i=1, 2, \dots, n; \quad (5)$$

$$J_i \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial t^2} + \tau_i \frac{\partial \varphi_i}{\partial t} - GJ_{pi} (\varphi_{i-1} - 2\varphi_i + \varphi_{i+1}) = M_i, \quad i=1, 2, \dots, n, \quad (6)$$

где x_i и φ_i — координата и угол сдвига i -го элемента.

Полученная модель в виде системы дифференциальных уравнений позволяет провести декомпозицию исходной модели по переменным x и φ на n звеньев. Если проводить декомпозицию дальше на уровне полученных звеньев, то целесообразно выделить в ее структуре величины, имеющие физический смысл. Это даст возможность реализовать динамические нелинейные зависимости через статические (например, использование нелинейной зависимости в виде петли гистерезиса позволяет воссоздать в структурной модели эффект потери части энергии при пластической деформации вследствие внутреннего трения).

После эквивалентных преобразований для реализации i -х дифференциальных уравнений систем (5) и (6) получим структурное звено в виде

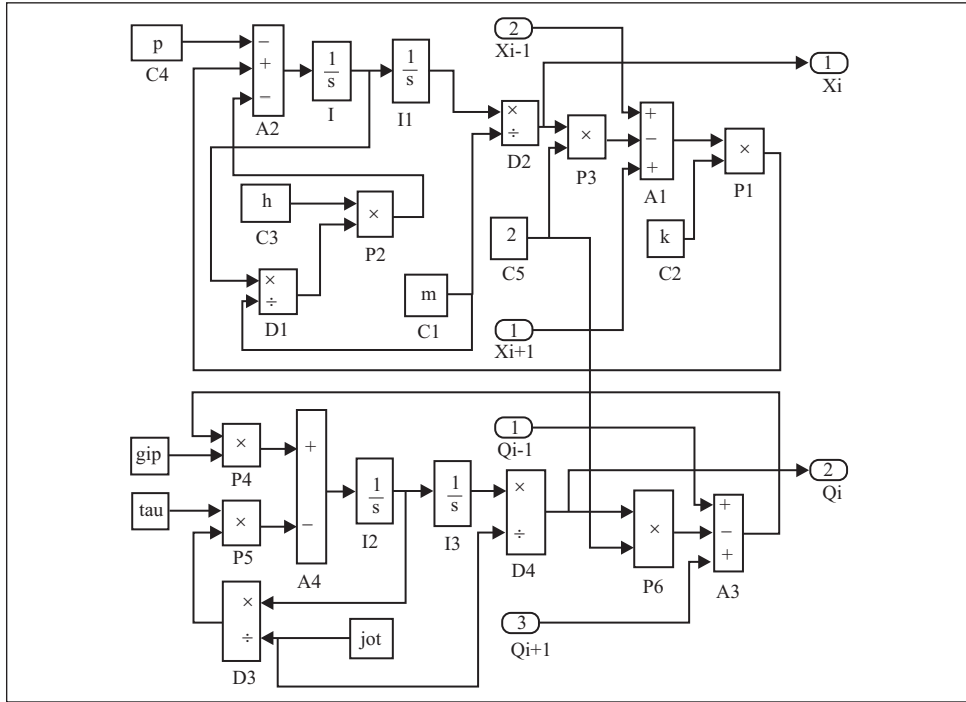


Рис. 3. Структурная схема звена для моделирования участка колонны с сосредоточенной массой при поступательном и вращательном движениях

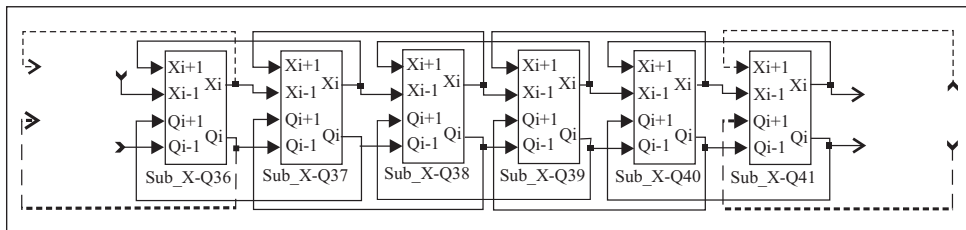


Рис. 4. Структурная схема участка колонны при аппроксимации сосредоточенными массами

подсистемы simulink-модели (рис. 3). Полученная подсистема является основой для синтеза структурной компьютерной модели, реализующей системы уравнений (5), (6). Соединение подсистем осуществляется в соответствии со связями между параметрами в системах дифференциальных уравнений (рис. 4).

Синтезированная таким образом структурная модель буровой колонны имеет ряд важных свойств. Во-первых, дискретизация колонны на звенья с сосредоточенными массами дает возможность для каждого звена

проводить уточнение модели, учитывая определенные особенности на участках колонны, в том числе и нелинейные зависимости (например, изменение температуры с увеличением глубины, а также других параметров модели, зависящих от температуры). Во-вторых, вследствие организации прямых и обратных связей между звеньями модель имеет свойство обратимости, что дает возможность осуществлять входные воздействия и получать результаты на уровне любого структурного звена модели.

При построении модели бурильной колонны предположим, что она однородная на конечном числе участков ненулевой длины. Тогда в пределах одного такого участка будем иметь неизменные параметры. Рассмотрим некоторые из них.

Момент инерции участка колонны погонной массы m и длины l находим из выражения

$$J = \frac{ml(R^2 + r^2)}{2},$$

где R и r — внешний и внутренний радиусы колонны.

Полярный момент инерции участка колонны вычисляем по формуле

$$J_p = \frac{\pi d^4 \left(1 - \left(\frac{r}{R} \right)^4 \right)}{32},$$

где d — внешний диаметр колонны.

Момент сопротивления, вызванный силами вязкости при вращательном движении колонны в промывочной жидкости, вычисляем по формуле Маргулеса:

$$\tau = \frac{4\pi\eta h\varepsilon^2}{(\varepsilon^2 - 1)r_T} \omega, \quad \varepsilon = \frac{R_c}{r_T},$$

где η — коэффициент вязкости для промывочной жидкости; h — длина участка колонны; R_c — радиус скважины; r_T — внешний радиус сечения бурильной трубы.

Важный момент в процессе построения компьютерной модели бурильной колонны — воспроизведение взаимодействия долота с забоем. При вращении шарошечного долота происходит сложный процесс перекачивания зубцов венца шарошки по забою и их вдавливание в породу, вызывающее ее разрушение. На рис. 5 схематически показан одноразовый акт перекачивания зубца конической шарошки вокруг мгновенного центра вращения B_1 (B_2). Вследствие этого ось шарошки перемещается из точки

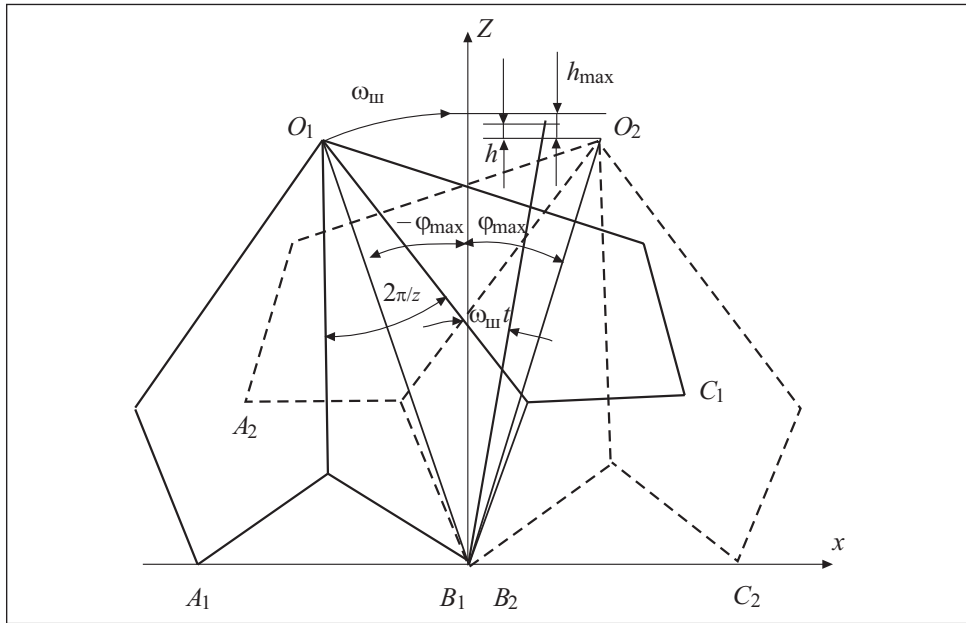


Рис. 5. Схема поворота периферийного венца шарошки вокруг мгновенного центра вращения

O_1 в точку O_2 , а корпус долота смещается в вертикальном направлении на величину

$$h = r_B \left(\cos \left(\frac{\pi}{z} - \omega_{ш} t \right) - \cos \frac{\pi}{z} \right) \sin \beta,$$

где $\omega_{ш}$ — угловая скорость вращения шарошки; r_B — радиус периферийного венца шарошки; z — число зубцов шарошки; β — угол между осью долота и осью шарошки.

При повороте шарошки на угол $\varphi = \omega_{ш} t$ возникает момент силы, приложенный к оси шарошки,

$$M_{ш} = r_B P \operatorname{tg} \left(\varphi_{ш} - \frac{\pi}{z} \right),$$

где P — сила, действующая на долото со стороны бурильной колонны. В положении $\varphi = 0$ момент силы $M_{ш}$ изменяет знак, т.е. на промежутке $[-\varphi_{\max}, 0]$ момент силы противодействует вращательному движению долота, а на промежутке $[0, \varphi_{\max}]$ ускоряет его.

Особенностью процесса перекачивания шарошки является тот факт, что время t и угол $\varphi = \omega_{ш} t$ находятся в промежутках соответственно

$0 \leq t \leq T_1$ и $0 \leq \omega_{\text{ш}} t \leq \frac{2\pi}{z}$, где T_1 —

время перекачивания шарошки с зубца на зубец. Параметры h , T_1 определяют исходя из допущений, что все шарошки долота синхронно перекатываются по забою, т.е. одновременно контактируют с ним то одним, то двумя зубцами. В момент перескока с одного опорного зубца шарошки на другой скорость почти мгновенно изменяется от максимального отрицательного значения к максимальному положительному значению. В этот момент осевое ускорение теоретически стремится к бесконечности, а на практике, учитывая деформации элементов, имеет очень большое численное значение.

При исследовании взаимодействия зубца шарошки с породой используется функциональная зависимость силы сопротивления породы P_z , вызванная вдавливанием зубца на глубину δ . На рис. 6 приведен линеаризованный график такой зависимости, имеющий четыре участка, которые характеризуют разные стадии взаимодействия: упругая деформация (отрезок OA); пластическая деформация (отрезок AB); разрушение (отрезок BC или BC_1); снятие нагрузки (отрезок CD или C_1D). При достижении участка пластической деформации или разрушения зубец шарошки оставляет в породе углубление, вследствие чего колонна теряет часть своей потенциальной энергии.

Для воспроизведения зависимостей, связанных с передачей вращательного движения долота шарошкам, а также взаимодействия зубцов с породой, используем подсистему, схема которой изображена на рис. 7. Полагаем, что при полном обороте долота происходит равномерное разрушение породы без образования забойной рейки.

Используем полученные структурные элементы для построения модели буровой колонны с учетом ее продольного и вращательного движения и взаимодействия долота с забоем. Управляющими воздействиями будем считать силу, приложенную со стороны лебедки через талевую систему, и момент силы со стороны роторного стола или забойного двигателя. При этом будем учитывать: неоднородность буровой колонны

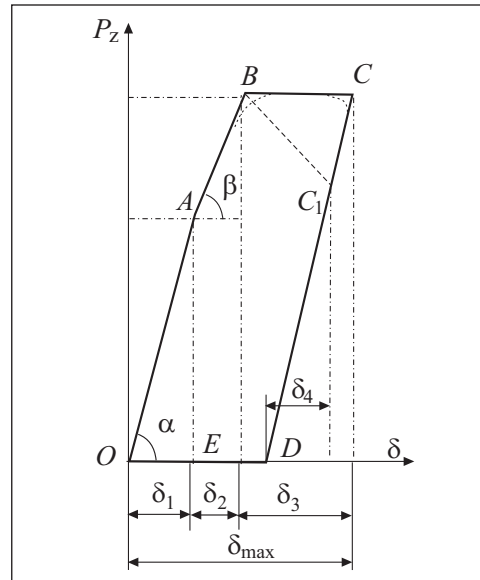


Рис. 6. Линеаризованный график упруго-пластической деформации породы

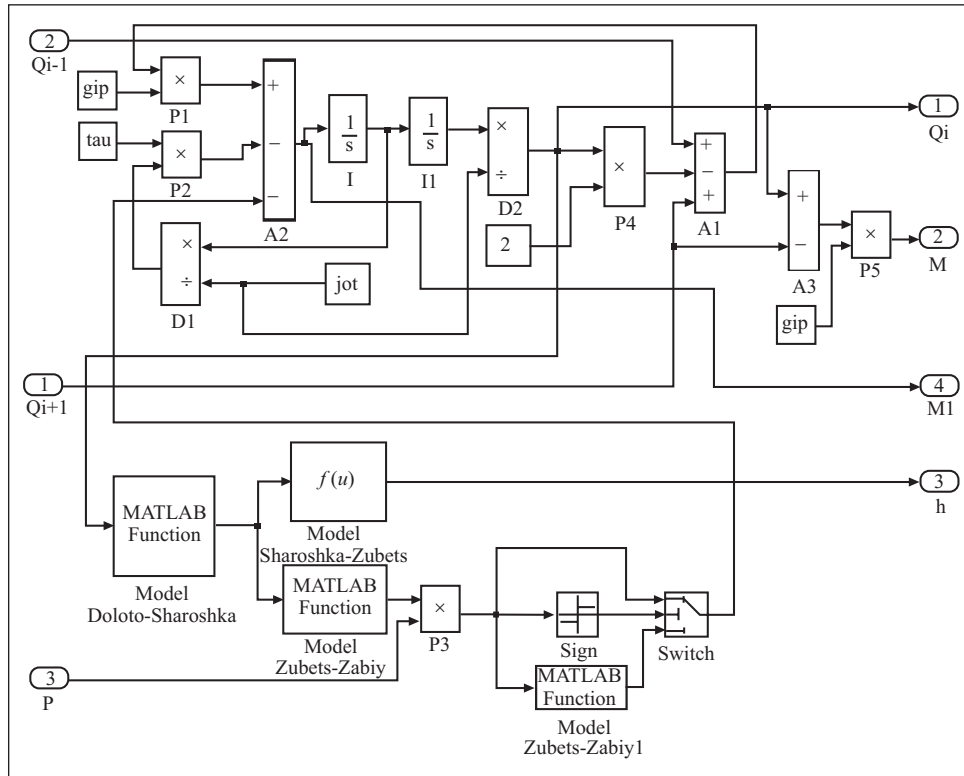


Рис. 7. Модуль воспроизведения взаимодействия долота с породой

вследствие использования разнотипных труб (стальные бурильные трубы (СБТ), утяжеленные бурильные трубы (УБТ)); деформацию буровой вышки при нагрузке и ее инертность; силы сопротивления, вызванные взаимодействием промывочной жидкости со стенками колонны; выталкивающую силу и инерцию столба промывочной жидкости; силы сопротивления при взаимодействии долота с породой.

Исходные параметры модели механической части буровой установки следующие [2, 5].

Длина свечи (три СБТ).....	36,6 м
Диаметр СБТ	
внешний.....	127 мм
внутренний.....	113 мм
Длина УБТ.....	12 м
Диаметр УБТ	
внешний.....	178 мм
внутренний.....	88 мм

Коэффициент сопротивления относительно продольной скорости свечи	920 Н · с/м
Плотность вещества трубы.....	7990 кг/м ³
Масса свечи СБТ.....	771,71 кг
Масса УБТ.....	1802,8 кг
Модуль Юнга для материала трубы.....	$2,06 \cdot 10^{11}$ Н/м ²
Плотность промывочной жидкости.....	1150 кг/м ³
Коэффициент жесткости	
для свечи из СБТ.....	$1,5141 \cdot 10^7$ Н/м
для свечи из УБТ.....	$3,2904 \cdot 10^8$ Н/м
Масса вышки.....	$1,5 \text{ E} \cdot 10^4$ кг
Масса промывочной жидкости.....	$6,8271 \cdot 10^3$
Коэффициент жесткости вышки.....	$1,02 \text{ E} \cdot 10^8$ Н/м
Скорость упругой деформации материала трубы.....	$5,1267 \cdot 10^3$ м/с
Модуль упругости при сдвиге.....	$8 \cdot 10^{10}$ н/м ²
Погонный момент инерции СБТ.....	11,8628 кг · м
Полярный момент инерции СБТ.....	$9,5325 \cdot 10^{-6}$ м ⁴
Погонный момент инерции УБТ.....	64,7377 кг · м
Полярный момент инерции УБТ.....	$9,2668 \cdot 10^{-5}$ м ⁴
Коэффициент вязкости промывочной жидкости.....	0,014 Па · с
Диаметр долота.....	190 мм
Диаметр шарошек.....	120 мм
Число зубцов шарошки.....	24
Угол между осью долота и шарошки.....	52 °

Колонну бурильных труб целесообразно представлять в виде многомассовой системы с числом масс, соответствующим числу бурильных свечей. По мере наращивания колонны будет увеличиваться число модулей модели. Структурная simulink-модель изображена на рис. 8. Она состоит из 65-ти однотипных звеньев (начиная со второй), которые выполнены в виде подсистемы (см. рис. 3). В модель входят звенья для воспроизведения динамики буровой вышки, забойного двигателя, инерции промывочной жидкости в скважине, взаимодействия долота с породой, а также модули для генерации входных воздействий, регистрации и отображения результатов.

С помощью построенной модели была проведена серия вычислительных экспериментов. На рис. 9 представлены результаты моделирования взаимодействия шарошечного долота с дном скважины. Колонна в начальный момент времени находилась в подвешенном состоянии в промывочной жидкости на высоте 0,42 м от дна скважины. Для спуска колонны было уменьшено усилие на крюке талевого системы на 720 кгс. В момент времени 7,5 с произошел контакт шарошек долота с дном скважины. График воспроизводит сложный характер колебаний долота, вызванный в первую очередь изменениями динамического усилия со стороны колонны на долото, а также силами, возникающими во время перекачивания ша-

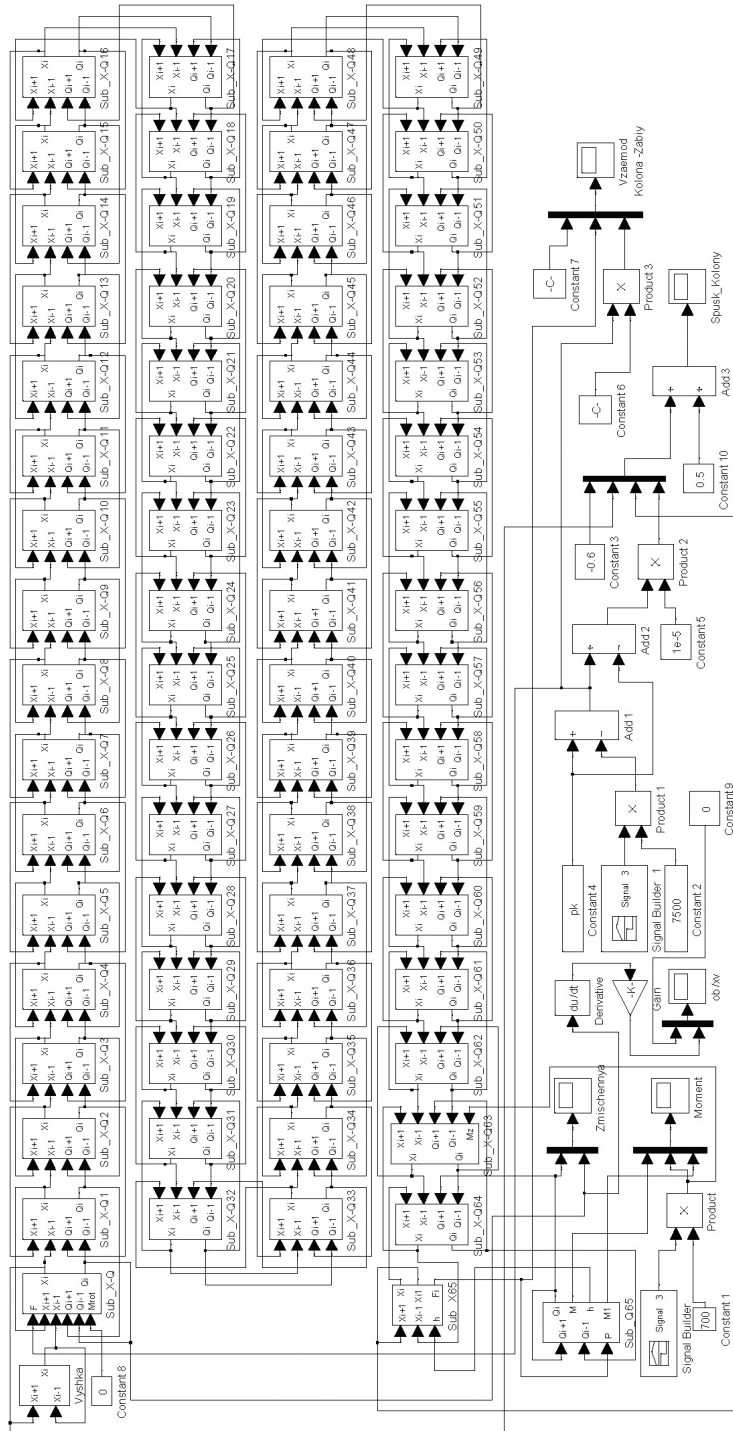


Рис. 8. Структурная модель механической распределенной части буровой установки

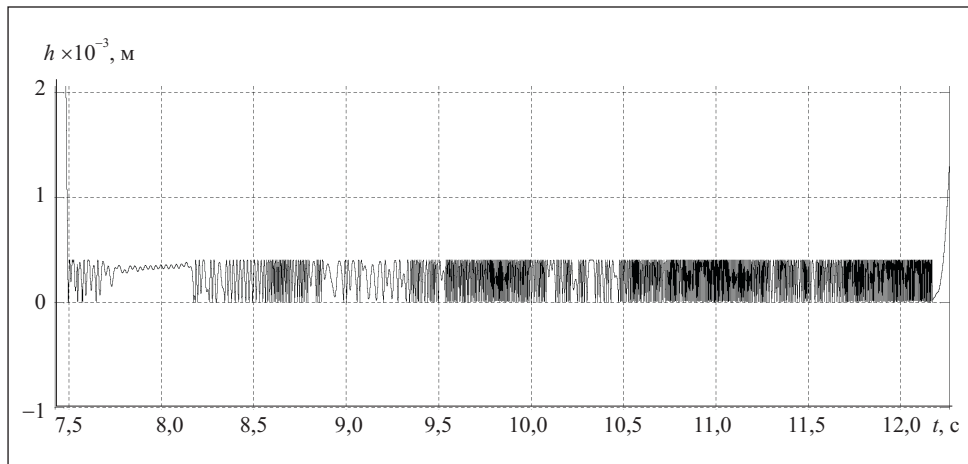


Рис. 9. График колебаний корпуса долота

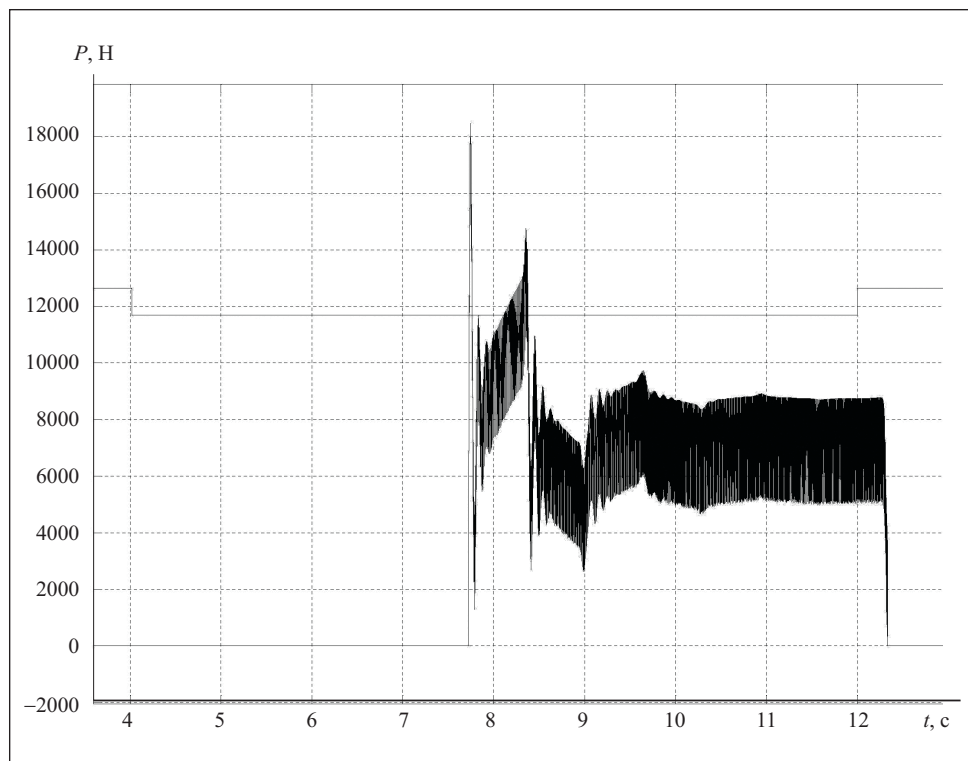


Рис. 10. График изменения нагрузки на долото

рошек по забою. График изменения нагрузки на долото при его контакте с дном скважины представлен на рис. 10.

Выводы. Результаты моделирования свидетельствуют о том, что полученная структурная модель может быть с успехом использована как на стадии проектирования оборудования буровой установки, так и на стадии компоновки бурильной колонны. Кроме того, она может быть использована в системе управления при проходке скважины для поддержки оптимальных режимов бурения, а также для оптимизации спуско-подъемных работ.

Structural reversible model of the distributed nonlinear links of drill unit is obtained.

1. *Балицкий П. В.* Взаимодействие бурильной колонны с забоем скважины. — М. : Недра, 1975. — 293 с.
2. *Абубакиров В. Ф., Архангельский В. Л., Буримов В. Л. и др.* Буровое оборудование: Справочник. В 2-х томах. Т 1. Буровое оборудование. — М. : Недра, 2000. — 269 с.
3. *Киселев Н. В., Мядзель В. Н., Рассудов Л. Н.* Электроприводы с распределенными параметрами. — Л. : Судостроение, 1985. — 220 с.
4. *Харченко Е. В.* Динамические процессы буровых установок. — Львов : Свит, 1991. — 176 с.
5. *Абубакиров В. Ф., Буримов Ю. Г., Гноевых А. Н. и др.* Буровое оборудование: Справочник. В 2-х томах. Т 2. Буровой инструмент. — М. : Недра, 2003. — 494 с.

Поступила 03.02.10

ФЕДОРЧУК Владимир Анатольевич, канд. техн. наук, докторант Ин-та проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины. В 1984 г. окончил Каменец-Подольский государственный педагогический ин-т. Область научных исследований — математическое моделирование управляемых электромеханических систем.



УДК 62-566, 65.01, 51819-714, 537.533

Л. И. Тимченко, д-р техн. наук, **А. А. Поплавский**, аспирант
Государственный экономико-технологический университет транспорта,
(Украина, 03049, Киев, ул. Лукашевича, 19,
тел. (067) 3550976, (093) 6341123, E-mail: timchen@list.ru, olexander@list.ru),

Н. И. Кокряцкая, **А. В. Поплавский**, кандидаты техн. наук
Винницкий национальный технический университет
(Украина, 21021, Винница, ул. Хмельницкое шоссе, 95,
тел. (0432) 531123, 699080, E-mail: kokriatskaia@rambler.ru, anatoliy_m@mail.ru)

Метод формирования границ туннеля для классификации изображений пятен лазерных пучков

Рассмотрена проблема обработки и прогнозирования динамических изображений в реальном масштабе времени. Предложен способ формирования границ туннеля с использованием метода обработки информации, при реализации которого классифицируются изображения пятен лазерных пучков.

Розглянуто проблему обробки й прогнозування динамічних зображень у реальному часі. Запропоновано спосіб формування границь тунелю з використанням методу обробки інформації, при реалізації якого класифікуються зображення плям лазерних пучків.

К л ю ч е в ы е с л о в а: изображения пятен лазерных пучков, динамика, туннель, коррекция, прогнозирование.

Создание современных вычислительных сред обусловило необходимость разработки новых методов передачи информации. Жесткие требования систем, обрабатывающих информацию в режиме реального времени, заставляют ученых регулярно создавать и обновлять системы передачи информации. В настоящее время большинство интернет каналов не способны обеспечить необходимый обмен информацией между такими системами, что приводит к перегрузке каналов и созданию так называемых цифровых пробок. Одним из способов решения проблемы передачи больших объемов информации может быть применение оптоволоконного кабеля, но прокладывание данного кабеля по всей планете слишком дорогое мероприятие. Использование для этих целей лазерных лучей и спутников позволило бы, например, передавать десятки полнометражных фильмов в любую точку земного шара за доли секунды. Большинство спутников передают информацию, например телевизионные программы, с помощью микроволнового излучения. В то же время,



Рис. 1. Пример изображения кадра лазерной трассы

передача информации с помощью лазера может происходить в сотни раз быстрее, что, в свою очередь, существенно повлияет на пропускную способность канала передачи.

Для передачи информации с помощью лазера необходимо, чтобы спутник и принимающее устройство находились в определенной позиции. Положение линзы принимающего устройства, диаметр которой составляет несколько сантиметров, должно быть отрегулировано до тысячной доли градуса. В противном случае передача информации просто не состоится. Во

время процесса отслеживания спутника принимающим устройством на всех этапах работы системы одной из основных задач является прогнозирование положения пятна лазерного пучка (ПЛП), а именно его геометрических характеристик, которые искажаются под воздействием турбулентности и воздушных масс.

Для решения задачи прогнозирования целесообразно классифицировать кадры последовательности изображений ПЛП с целью фильтрации лазерной трассы и удаления существенно искаженных действием помех изображений.

Описание метода. Будем полагать, что начальные значения координат границ туннеля распределены по нормальному закону, и при изменении координат центра лазерного пятна [1] проводить формирование границ.

Определим координаты центра лазерного пятна (x, y) на изображении (рис. 1) [2]. Изменения его положения в трассе можно описать случайным процессом. Предположим, что определенная последовательность кадров трассы содержит лишь унимодальные значения координат центров ПЛП [3]. Тогда появление определенного значения координат ПЛП можно описать нормальным законом распределения с математическими ожиданиями $\mu_x(t), \mu_y(t)$ и средними квадратическими отклонениями $\sigma_x(t), \sigma_y(t)$. Значения этих величин находим по формулам

$$\mu_x(t) = \frac{\sum_{i=1}^N x_{t-i}}{N}, \quad \mu_y(t) = \frac{\sum_{i=1}^N y_{t-i}}{N},$$

$$\sigma_x(t) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_{t-i} - \mu_x(t))^2}{N}}, \quad \sigma_y(t) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (y_{t-i} - \mu_y(t))^2}{N}}.$$

В реальных условиях центр ПЛП на смежных кадрах вследствие воздействия окружающей среды или других факторов может быть смещен. В этом случае одного распределения будет недостаточно, и его параметры необходимо корректировать. Следует выделять резкие смещения центров ПЛП с помощью туннеля и корректировать туннель в случае плавных смещений. При формировании начальных границ туннеля целесообразно проверить следующее условие:

$$\sigma_t(1-P) > \sigma_{t-1}. \quad (1)$$

В случае выполнения условия (1) необходимо дополнительно проверить условие

$$\left| \frac{dx}{dt} \right| > G, \quad (2)$$

где $P \in [0,95 \div 0,99]$ — доверительная вероятность; G — пороговое значение смещения.

Невыполнение условия (1) свидетельствует о том, что данная координата соответствует модели с накопительными параметрами, а выполнение условия (2) указывает на наличие существенного смещения центра. При формировании границ туннеля в случае выполнения условия (2) следует учитывать параметры данной точки с наименьшим весовым коэффициентом.

Формирование границ туннеля. При формировании и обновлении координат границ туннеля [4, 5] удобно использовать средние значения координат центров ПЛП, смоделированные по нормальному закону распределения. Если скорость изменения координат центров пятен не нулевая и туннель имеет узкие границы, существует вероятность попадания координат центров, важных для прогнозирования пятен, во внутуннельную зону, что приводит к увеличению погрешности прогнозирования. Для того чтобы этого избежать, необходимо корректировать границы туннеля в соответствии с изменениями координат центров ПЛП, исключая при этом кадры с существенно искаженными центрами, не принадлежащими к туннельной зоне.

Достаточную информацию для этого обеспечивает детектор выхода за границы туннеля, следящий за попаданием координат центра ПЛП в туннель,

и фильтрующим одиночные помехи. При наличии такой информации обновление границ туннеля происходит согласно следующим формулам:

$$\begin{aligned}
 x_t &= (1-k)x_{t-1} + k \mu_{x_t}, \quad y_t = (1-k)y_{t-1} + k \mu_{y_t}, \\
 k &= \begin{cases} k_1, (x_t \in [-\infty; x_{t-1} - w/2] \cup [x_{t-1} + w/2; +\infty]) \cap \\ \quad \cap (y_t \in [-\infty; y_{t-1} - w/2] \cup [y_{t-1} + w/2; +\infty]), \\ k_2, x_t \in [x_{t-1} - w/2; x_{t-1} + w/2] \cup y_t \in [y_{t-1} - w/2; y_{t-1} + w/2], \end{cases} \quad (3) \\
 0 &\leq k_1 < k_2 < 1,
 \end{aligned}$$

где x_t — координата средней линии туннеля в t -й момент времени; μ_{x_t} — математическое ожидание x_t ; w — ширина туннеля; k_1, k_2 — параметры, определяющие скорость обновления границ туннеля. Поскольку невозможно создать идеальный детектор границ туннеля, учитывая возможность резкого изменения положения центра ПЛП, не рекомендуется присваивать k_1 нулевое значение, так как при этом кадры с внетуннельными центрами ПЛП никогда не будут учтены. Это может привести к полной потере входной информации при импульсном изменении центра положения пучка или к необходимости ручной корректировки положения средней линии туннеля. При больших значениях k_2 влияние текущего значения положения центра ПЛП настолько существенно, что пятна с координатами, близкими к границам туннеля и соответственно в большинстве случаев с большими значениями шумов, также существенно влияют на среднюю линию туннеля. Оптимальные экспериментально подобранные значения следующие: $k_1 = 0,09, k_2 = 0,35$.

На рис. 2, а (см. вклейку) представлено динамическое изменение границ туннеля в соответствии с изменением положения координат центра ПЛП во времени, а на рис. 2, б — пример динамической обработки трассы изображений. Как видно из рис. 2, число точек, попадающих в туннельную зону, значительно больше в случае формирования динамических границ, чем статических.

Предложенная методика дает возможность классифицировать изображения трассы ПЛП, координаты центров которых вошли в туннельную или внетуннельную зоны, принимая во внимание информативные признаки обеих групп. Таким образом, при прогнозировании следующего кадра, учитывается не только «эталонные» изображения и соответствующие им математические ожидания, но и возможность наложения шума на изображение.

Выводы. Обработав значительное число изображений (15 лазерных трасс по 1000 изображений в каждой трассе) (см. рис. 2, б) можно сделать

вывод о том, что для дальнейшего прогнозирования поведения ПЛП целесообразно использовать автоматическую коррекцию границ туннеля в сочетании с высокоэффективными интеллектуальными алгоритмами выделения контуров [6, 7].

К основным преимуществам данного алгоритма, по сравнению со статическими алгоритмами [3, 5], можно отнести следующие.

1. Этап обучения выполняется только в начале работы алгоритма.
2. Нет необходимости пересчитывать значения μ_x , μ_y , σ_x , σ_y с помощью выборок (в случае выхода центров ПЛП за диапазон допустимых значений), а следовательно, используются абсолютно все изображения трассы.
3. Формирование границ туннеля не требует значительных затрат времени.
4. Диапазон допустимых входных значений ограничен только возможностями вычислительной системы (алгоритм корректно работает при резких изменениях положения центра ПЛП).
5. Учитывается возможность искажения полезного сигнала шумами.

The problem of processing and prediction of dynamic images in real time is considered. The offered approach of correcting the tunnel borders assumes the method of information processing for classification of laser beam spots images.

1. *Basov N. G., Zemskov E. M., Kutaev Y. F. et al.* Laser Control of Near Earth Space and Possibilities for Removal of Space Debris from Orbit with Explosive Photo-Dissociation Lasers with Phase Conjugation // Proc. GCL/HPL-98. — St-Petersburg : SPIE Symposium, 1998. (Russia).
2. *Кожем'яко В. П., Тимченко Л. И., Поплавський О. А.* Analysis of the Methodological Approaches in Connection with the Problem Solving of Extrapolation of Object Trajectory // SPIE. — 2003. — Vol. 5175. — С. 222—236.
3. *Timchenko L. I., Kutaev Yu. F., Kozhemyako V. P. et al.* Method for Processing of Extended Laser Paths Images // Advances in Electrical and Computer Engineering. — 2003. — Vol. 3 (10), № 2 (20). — P. 66—78.
4. *Тимченко Л. И.* Паралельно-ієрархічне перетворення як системна модель ефективних засобів штучного інтелекту: Автореф. дис. д-ра техн. наук. / Державний науково-дослідний інститут інформаційної інфраструктури. — Львів, 2002. — 36 с.
5. *Тимченко Л. И., Кутаев Ю. Ф., Герций А. А.* Система координатной привязки для нестационарных сигналов //Изв. РАН. Сер. физическая. — 2001. — № 6. — С. 886—890.
6. *Прэтт У.* Цифровая обработка изображений. — Т. 1, 2. М. : Мир, 1982.
7. *Павлидис Т.* Алгоритмы машинной графики и обработки изображений. — М. : Радио и связь, 1986.

Поступила 28.10.09

ТИМЧЕНКО Леонид Иванович, д-р техн. наук, профессор кафедры телекоммуникационных технологий и автоматики Государственного экономико-технологического университета транспорта. В 1979 г. окончил Винницкий политехнический ин-т. Область научных исследований — системы искусственного интеллекта.

ПОПЛАВСКИЙ Александр Анатольевич, аспирант кафедры телекоммуникационных технологий и автоматики Государственного экономико-технологического университета транспорта. В 2007 г. окончил Винницкий национальный технический университет. Область научных исследований — интеллектуальные системы обработки изображений.

КОКРЯЦКАЯ Наталья Ивановна, канд. техн. наук, доцент кафедры прикладной математики Винницкого национального технического университета. В 1973 г. окончила Винницкий педагогический ин-т. Область научных исследований — математическое моделирование параллельных процессов.

ПОПЛАВСКИЙ Анатолий Вацлавович, канд. техн. наук, доцент кафедры информационного менеджмента Винницкого национального технического университета. В 1981 г. окончил Винницкий политехнический ин-т. Область научных исследований — интеллектуальные системы обработки изображений.

УДК 621.971.01:517

З. Х. Борукаев, канд. техн. наук,
В. Ф. Евдокимов, чл.-кор. НАН Украины, **С. З. Шихалиев**

Ин-т проблем моделирования
в энергетике им. Г. Е. Пухова НАН Украины
(Украина, 03164, Киев, ул. Генерала Наумова, 15,
тел. (044) 4241063, E-mail: ipme@ipme.kiev.ua)

Некоторые результаты компьютерного моделирования динамики взаимодействия сварочной дуги, вращающейся в радиальном магнитном поле, с трубчатым электродом

Сформулирована и численно решена осесимметричная нестационарная задача о взаимодействии электродуговой воздушной плазмы с трубчатым электродом. В основу численной модели положена начально-краевая задача для системы уравнений магнитной газодинамики с джоулевым нагревом плазмо-электродной системы установки для автоматической сварки труб кольцевого сечения. Рассчитана термогазодинамика дуги, вращающейся в поперечном магнитном поле.

Сформульовано та чисельно розв'язано осесиметричну нестационарну задачу про взаємодію електродугової повітряної плазми з трубчастим електродом. У фундамент чисельної моделі покладено початково-крайову задачу для систем рівнянь магнітної газодинаміки із джоулевим нагрівом плазмо-електродної системи установки для автоматичного зварювання труб кільцевого перетину. Розраховано термогазодинаміку дуги, що обертається у поперечному магнітному полі.

Ключевые слова: математическая модель, динамика, плазма, электрод, сварка.

Проблемам математического моделирования низкотемпературной плазмы (НТП) посвящены исследования многих академических и научно-производственных коллективов, что обусловлено востребованностью приложенных результатов этих исследований в самых различных отраслях промышленности и, прежде всего, в энергетике [1, 2]. В связи со сложностью математических моделей процессов, протекающих в НТП, их исследования проводятся, как правило, разностными методами. Особенно сложны математические модели динамики процессов в НТП [3]. Одна из таких моделей предложена в работе [4], в которой предпринята попытка средствами математического моделирования объяснить причины, самопроизвольного преждевременного обрыва дуги в установке для прессовой маг-

нито-дуговой сварки. Совершенствование этой установки техническими средствами с момента ее создания во второй половине 80-х годов [5] до наших дней [6] к радикальному решению проблемы не привело. Модель [4] позволила обнаружить факторы, которые могут способствовать появлению упомянутого выше дефекта установки.

В работе [4] приведены результаты расчета рассматриваемой плазменно-электродной системы (ПЭС) для фиксированного момента времени наблюдения $t = 1,001$ с, тогда как для приложений не менее интересны временные зависимости основных термогазодинамических характеристик плазменного потока. Такие результаты получены с помощью модели, описанной в [4].

Результативности вычислительных экспериментов с моделью, представленной в [4], способствовали следующие упрощения формулировки задачи:

предположение о локальном термодинамическом равновесии и электрической квазинейтральности дуговой плазмы на протяжении всего процесса наблюдения, включая начальный отрезок времени наблюдения — зажигание дуги;

представление реальной исходной задачи в виде осесимметричной — в цилиндрической системе координат Orz с радиальной r и аксиальной z независимыми пространственными переменными;

использование в расчете магнитного поля, создаваемого рабочим током дуги, модели канала;

замена катушек, создающих управляющее магнитное поле [7], постоянным магнитом и представление внешнего магнитного поля одной радиальной компонентой вектора магнитной индукции B_r .

Получены зависимости от времени искомым переменных: тангенциальной составляющей напряженности магнитного поля $H = H_\varphi$, создаваемой рабочим током дуги I_a ; температуры $\theta = \theta(r, z, t)$; скорости $V = (u, v, w)$ с аксиальной (параллельной оси Oz), радиальной (параллельной оси Or) и тангенциальной (вращения дуги) составляющими соответственно $u = u(r, z, t)$, $v = v(r, z, t)$ и $w = w(r, z, t)$; давления $p = p(r, z, t)$, а также плотности плазменного потока $\rho = \rho(r, z, t)$ в характерных точках моделируемой ПЭС.

Математическая формулировка задачи. В основу модели положена система разрешающих уравнений магнитной газодинамики (МГД-уравнений), представленная с учетом принятого предположения о цилиндрической симметрии задачи ($\partial a / \partial \varphi \equiv 0$).

Разрешающие уравнения. Следствие уравнений Максвелла —

$$\mu_D \frac{\partial rH}{\partial t} = r \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r\gamma} \frac{\partial rH}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{\gamma} \frac{\partial rH}{\partial z}, \quad (1)$$

где $\mu = \mu_D(H)$ и $\gamma = \gamma(\theta)$ — соответственно динамическая магнитная проницаемость и удельная электропроводность среды;

неконсервативная форма уравнения сохранения энергии —

$$c_V \rho \left[\frac{\partial \theta}{\partial t} + (V \nabla) \theta \right] = \nabla (\lambda \nabla \theta) + \mathbf{j}^2 / \gamma, \quad (2)$$

где $c_V = c_V(\theta)$ — теплоемкость среды при постоянном объеме; $\mathbf{j} = (j_r, j_z)$ — вектор объемной плотности тока с радиальной j_r и аксиальной j_z компонентами;

уравнения количества движения, заимствованное из [8] и записанное в обозначениях цитируемой работы —

$$\frac{\partial \rho V}{\partial t} = -\nabla (\rho V V) - \nabla p - \nabla \tau, \quad (3)$$

где ρV — массовая скорость; τ — тензор напряжений, представленный трехмерным вектором $(\tau^z, \tau^r, \tau^\varphi)$ с двухкомпонентными составляющими $\tau^z = (\tau_{zz}, \tau_{zr})$, $\tau^r = (\tau_{rz}, \tau_{rr})$, $\tau^\varphi = (\tau_{\varphi z}, \tau_{\varphi r})$, удовлетворяющими соотношениям из [8], записанными с учетом предполагаемой осевой симметрии потока:

$$\begin{aligned} \tau_{zz} &= -\mu \left[2 \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{2}{3} (\nabla V) \right], \quad \tau_{zr} = -\mu \left[\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right], \\ \tau_{rz} = \tau_{zr}, \quad \tau_{rr} &= -\mu \left[2 \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{2}{3} (\nabla V) \right], \quad \tau_{\varphi z} = -\mu \left[\frac{\partial w}{\partial z} \right], \quad \tau_{\varphi r} = -\mu \left[r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{w}{r} \right) \right], \\ \nabla a &= \partial a / \partial z + (1/r) \partial (ra) / \partial r. \end{aligned}$$

Покомпонентная форма векторного уравнения (3) представлена в модели следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \nabla (\rho u V) &= f^z, \\ \frac{\partial \rho v}{\partial t} + \nabla (\rho v V) &= f^r, \\ \frac{\partial \rho w}{\partial t} + \nabla (\rho w V) &= f^\varphi, \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} f^\alpha &= f_p^\alpha + f_E^\alpha + f_\tau^\alpha, \quad f_p^\alpha = -\frac{\partial p}{\partial \alpha}, \quad f_\tau^\alpha = -\nabla \tau^\alpha, \quad \alpha = z, r, \varphi; \\ f_E^z &= j_r \cdot B_\varphi; \quad f_E^r = -j_z \cdot B_\varphi; \quad f_E^\varphi = -(j_z \cdot B_r - j_r \cdot B_z). \end{aligned}$$

В выражениях f^α ($\alpha = z, r$) отброшены r и z — составляющие лоренцевой силы (соответственно f_E^r и f_E^z) ввиду пренебрежимой малости тока переноса дуги (j_ϕ), вращающейся между торцами электродов под действием одной ее составляющей — f_E^ϕ , также представленной приближенно: отброшено второе слагаемое в скобках, поскольку внешнее магнитное поле предполагается строго радиальным ($B_z \equiv 0$).

Систему (1) — (3) замыкают уравнения непрерывности —

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho V) = 0$$

и состояния — $p = R\rho\theta$, где R — универсальная газовая постоянная.

Начальные условия для искомым переменных приняты тривиальными за исключением температуры и плотности. Начальное распределение температуры, вычисленное по методике, описанной в [9], для $t = t_1 = 1$ с изображено на рис. 1 (см. вклейку). На этом же рисунке представлено распределение вектора плотности тока, аксиальная компонента которого использована на первом шаге по времени в расчете скорости вращения дуги (см. уравнение (4)). Плотность воздушной плазмы при $t = t_1$ принята постоянной, $\rho(r, z, t_1) = 0,25$ кг/м³, на всей области задания искомым параметров плазменного потока, представленной на рис. 2.

Граничные условия. Продольная массовая скорость (ρu) по линиям

- A: $\partial \rho u / \partial z = 0$ (прямолинейность потока);
- B: $\partial \rho u / \partial r = 0$ (пространственная стабилизация потока);
- C, D, G, H и F: $\rho u = 0$ (условие прилипания);
- E: $\partial \rho u / \partial z = 0$ (пространственная стабилизация потока);
- I: $\partial \rho u / \partial r = 0$ (условие аксиальной симметрии потока).

Поперечная массовая скорость (ρv) по линиям

- A: $\rho v = 0$ (прямолинейность потока);
- B: $\partial \rho v / \partial r = 0$ (пространственная стабилизация потока);
- C, D, G, H и F: $\rho v = 0$ (условие прилипания);
- E: $\partial \rho v / \partial z = 0$ (пространственная стабилизация потока);
- I: $v = 0$ (прямолинейность линии тока).

Окружная массовая скорость (ρw) по линиям

- A: $\partial \rho w / \partial z = 0$ (максимум скорости вращения);
- B: $\partial \rho w / \partial r = 0$ (пространственная стабилизация потока);
- C, D, G, H и F: $\rho w = 0$ (условие прилипания);
- E: $w = 0$ (воздушная масса не вращается).

Давление по линиям

- A, B и E: $\partial p / \partial n = 0$.

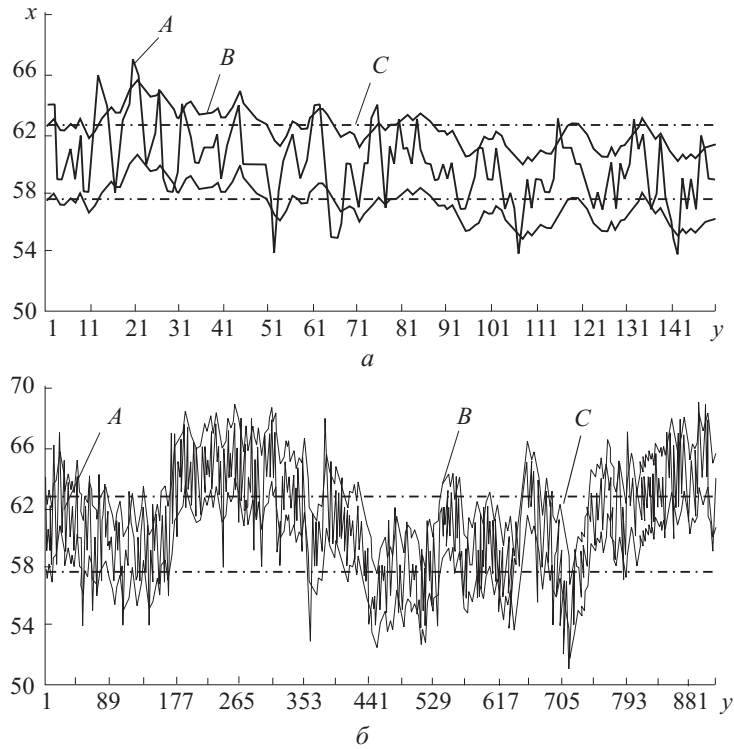


Рис. 2. Графики формирования границ туннеля (а) и динамической обработки трассы изображений ПЛП (б): А — изменение координаты центра ПЛП в трассе; В — динамическая граница туннеля; С — статическая граница туннеля

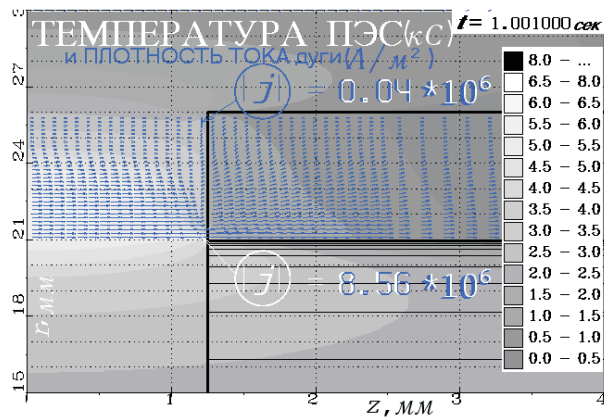
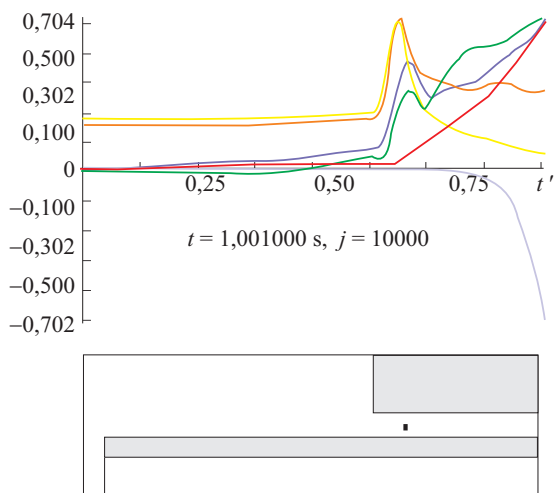
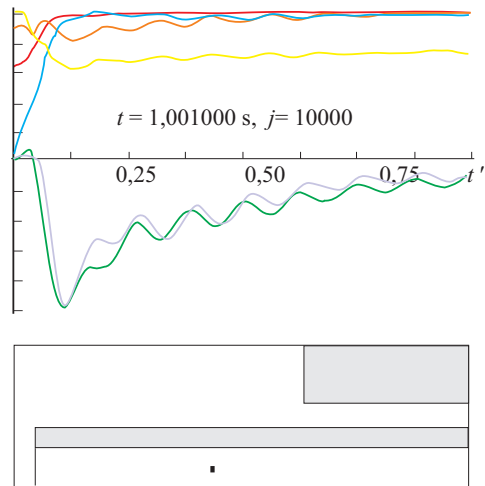
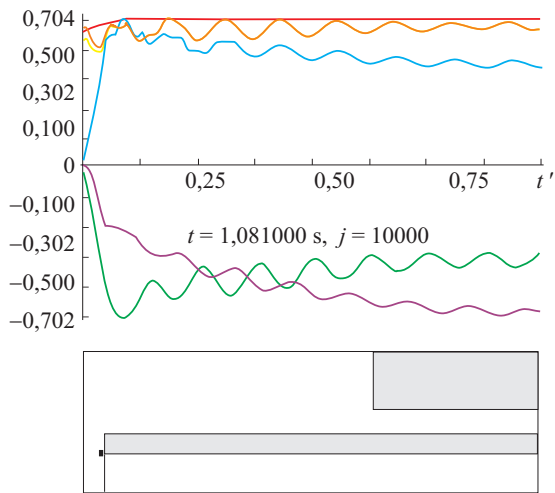


Рис. 1. Начальные распределения температуры и вектора объемной плотности тока



Зависимости от времени $t' = (t - t_1) / (T - t_1)$ параметров плазменного потока $f = f(t) = a(t) / \max_{t_1 \leq t \leq T} |a(t)|_{\text{сход.}}$

$a =$ $\begin{cases} \text{температуры } (\Theta), \\ \text{давления } (p), \\ \text{r-скорости } (v_r), \\ \text{z-скорости } (v_z), \\ \text{φ-скорости } (v_\varphi), \\ \text{плотности } (\rho). \end{cases}$

Рис. 3. Зависимости от времени t' параметров плазменного потока f при различном расположении точек наблюдения

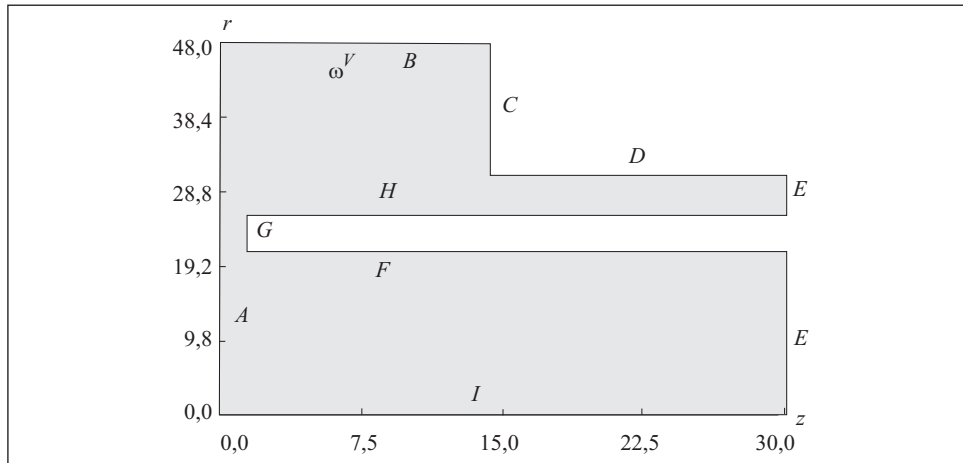


Рис. 2. Область задания параметров газового потока

Методика, методы решения задачи и сеточные параметры. Результативности компьютерных экспериментов, кроме перечисленных выше упрощений задачи, в большой мере способствовали методика решения задачи, методы вычисления начального распределения температуры [9] и компонент вектора объемной плотности тока [10].

Операторы, обеспечивающие расчет процессов диффузии, аппроксимировались интегро-интерполяционным методом 1-го порядка [11], а операторы, обеспечивающие расчет процессов массопереноса — «второй схемой с разностями против потока» [12, с. 113]. При этом использованы существенно неравномерные сетки ячеистой структуры, содержащие $157 (n_r) \times 129 (n_z)$ ячеек с разнесением значений переменных в соответствии с методикой, принятой в вычислительной гидродинамике [12]; интегрирование по времени осуществлялось явным методом 1-го порядка с шагом $\tau = 10^{-7}$ с.

Результаты решения задачи. Для наблюдения динамики поведения дуговой плазмы осуществлена программная визуализация значений газодинамических переменных в различных точках области задания газового потока.

На рис. 3 (см. вклейку) представлены зависимости

$$f = f(t) = a(t) / \max_{t_1 < t < T} |a(t)|,$$

от времени $t' = (t - t_1) / (T - t_1)$ на интервале [1, 1.001] в трех точках плазменного потока, полученные для следующих параметров процесса a : температуры θ , давления p , скорости v_r, v_z, v_ϕ , плотности ρ . Под кривыми указано расположение точки наблюдения.

Вывод. Таким образом, решена нестационарная задача взаимодействия НТП с металлическими трубчатыми электродами. Результаты компьютерного моделирования, представленные на мониторе временными зависимостями основных параметров газового потока в некоторых характерных точках области его задания, свидетельствуют о колебательном характере газодинамических параметров ПЭС.

An axisymmetric nonstationary problem on interaction of the electric arc air plasma with a tubular electrode has been formulated and solved numerically. The numerical model is based on an initial-boundary value problem for the system of equations of magnetic gas dynamics with Joule heating of the plasma-electrode system of a unit for automatic welding of tubes with a ring section. Thermal gas dynamics of the arc rotating in the transversal magnetic field has been calculated.

1. *Низкотемпературная плазма.* Под ред. Жукова М. Ф. Т. I. Теория столба электрической дуги. /В.С. Энгельшт, В.И. Гурович, Г.А. Десятков и др. — Новосибирск : Наука. Сиб. отд-ние, 1990. — 376 с.
2. *Фортв В. Е., Старостин А. Н., Иосилевский И. Л.* Энциклопедия низкотемпературной плазмы. Термодинамические свойства низкотемпературной плазмы. Т. I — III. — М. : Наука, 2004. — 536 с.
3. *Низкотемпературная плазма.* Т.2. Математические методы исследования динамики и проблемы управления низкотемпературной плазмы. /Жуков М. Ф. — Новосибирск : Наука. Сиб. отд-ние, 1991. — 256 с.
4. *Евдокимов В. Ф., Борукаев З. Х., Шихалиев С. З.* Некоторые результаты моделирования взаимодействия равновесной дуговой плазмы с металлическим электродом / Сб. тр. конф. «Моделирование-2006». — Киев : ИПМЭ НАНУ. — 2006. — С. 7—10.
5. *Кучук-Яценко С. И., Кузнецов П. В., Игнатенко В. Ю., Котерев С. А.* Управление дугой, движущейся в узком зазоре под действием магнитного поля при сварке труб// Автоматическая сварка. — 1987. — № 10. — С. 27—31.
6. *Кучук-Яценко С. И., Кузнецов П. В., Игнатенко В. Ю.* Прессовая сварка с нагревом дугой, управляемой магнитным полем, толстостенных труб// Там же. — 2002. — № 7. — С. 22—28.
7. *Борукаев З. Х., Зубко В. П., Шихалиев С. З.* Численная модель управляющего магнитного поля в установке для прессовой сварки труб // Электрон. моделирование. — 1994. — **16**, № 3. — С. 83—87.
8. *Берд Р., Стюарт В., Лайтфут Е.* Явления переноса. — М. : Химия, 1974. — 688 с.
9. *Шихалиев С. З.* Сравнение эффективности неявного локально-одномерного $T_{230,15}$ и чебышевского методов с помощью расчета термодиффузии в плазмoeлектродной системе с неподвижной дугой//Электрон. моделирование. — 2010. — **32**, № 1. — С. 15—22.
10. *Шихалиев С. З.* Регуляризация разностных моделей систем с распределенными параметрами на основе метода потоковой прогонки // Там же. — 1993. — **15**, № 4. — С. 60—63.
11. *Самарский А. А.* Теория разностных схем/ Учеб. пособие. — М. : Наука, 1977. — 656 с.
12. *Роуч П. Д.* Вычислительная гидродинамика. — М. : Мир, 1980. — 616 с.

Поступила 22.10.09

БОРУКАЕВ Зелим Харитонович, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., зав. отделом Ин-та проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины. В 1971 г. окончил Ростовский госуниверситет. Область научных исследований — математическое моделирование физических полей и процессов, моделирование информационных процессов и систем.

ЕВДОКИМОВ Виктор Федорович, чл.-кор. НАН Украины, директор Ин-та проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины. В 1963 г. окончил Харьковский политехнический ин-т. Область научных исследований — методы и устройства для математического моделирования, математическое и компьютерное моделирование энергетических систем.

ШИХАЛИЕВ Сабир Завурович, науч. сотр. Ин-та проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины. В 1967 г. окончил Киевский ин-т инженеров гражданской авиации. Область научных исследований — вычислительная физика.

ЕТИЧНИЙ КОДЕКС УЧЕНОГО УКРАЇНИ *

Схвалено постановою загальних зборів НАН України від 15 квітня 2009 року № 2

Передмова

Метою Етичного кодексу вченого України (надалі Кодекс) є формулювання загальних етичних принципів, яких кожен з науковців і викладачів має дотримуватися у своїй роботі. Кодекс регулює відносини науковців між собою та із суспільством. Він установлює основні засади для оцінки вченими своєї власної роботи та діяльності колег під моральним кутом. Закріплені тут принципи мають слугувати основою для етичної підготовки молодих науковців. Основним завданням Кодексу є надання пріоритету моральним вимірам науки та соціальній відповідальності спільноти вчених і кожного вченого зокрема. Проблема особистої відповідальності вченого набула важливого значення тому, що суспільні інститути часом не встигають за стрімкими темпами розвитку науки і технологій.

В усьому світі етичні кодекси базуються на розумінні того, що належна практика у сфері науки сприяє довірі в середовищі наукового співтовариства та між ним і суспільством, що є необхідним для розвитку науки. Вчені повинні бути впевненими в надійності результатів роботи своїх колег. У свою чергу, суспільство має бути впевненим у чесності науковців та достовірності результатів їхніх досліджень. На жаль, останнім часом така довіра похитнулася у зв'язку з тим, що в багатьох країнах спостерігалися серйозні порушення етики, які підірвали авторитет науки та довіру суспільства до вчених. Щоб запобігти такому розвитку подій в Україні, всі науковці мають усвідомлювати важливість високоетичної поведінки та свою відповідальність за формування громадської думки щодо науки.

* Бюлетень ВАК України, №2, 2010

1. Загальні принципи

1.1. Етика науки базується на основоположних цінностях, нормах та принципах і визначає моральну поведінку вченого, його відповідальність перед суспільством.

1.2. У своїй роботі вчений має керуватися визнаними стандартами практики, загальні положення яких сформульовано у цьому Кодексі.

1.3. Учений повинен усвідомлювати, що ефективність науки оцінює суспільство.

1.4. Учений несе моральну відповідальність за наслідки своєї діяльності, що можуть впливати на розвиток людства або природи. Вчений повинен протидіяти отриманню результатів, що суперечать принципам гуманізму, шляхом:

відмови у співпраці;

попередження суспільства про можливі негативні наслідки використання досягнень науки в антигуманному напрямку;

інформування громадськості, зокрема наукового співтовариства, щодо можливих негативних наслідків застосування наукових досягнень і необхідності їх попередження.

1.5. Учений зобов'язаний протидіяти конформізму в науковому співтоваристві, брати активну участь у процесах атестації наукових кадрів, протидіяти присудженню наукових ступенів і звань за роботи, які не відповідають сучасним досягненням світової науки або виконані з порушенням норм етики, зокрема рішуче викривати факти плагіату й інших форм порушень авторського права.

1.6. Учений має активно протидіяти псевдонауці, виступати проти розповсюдження в суспільстві її поглядів і рекомендацій.

1.7. Вчений має спрямовувати свої зусилля на подальше застосування отриманих знань задля блага людства, збереження навколишнього середовища та найекономічнішого використання природних ресурсів. Визнаючи суспільні потреби та обмеженість природних ресурсів, учений повинен активно протидіяти проведенню необґрунтованих досліджень.

1.8. Свобода в науці — це в першу чергу свобода вибору наукових напрямів дослідження, концепцій, гіпотез, парадигм, проблем і методів їхнього вирішення, й понад усе, свобода думки та слова. Свобода в науковій творчості в своїй основі повинна мати високий професіоналізм. Учений має захищати свободу наукової думки, засуджувати цензуру щодо наукової творчості та будь-які намагання монополізувати ті чи інші напрями науки.

1.9. Учений несе відповідальність за виникнення небезпеки для окремої людини, суспільства, економіки або шкоди для природи, які може заподіяти застосування неперевіраних нових наукових знань.

1.10. Учений не чинить дій, які можуть завдати шкоду професійній репутації іншого вченого. Проте, за наявності неспростовних доказів неетичної поведінки

чи непрофесійних дій ученого, наукове співтовариство має у відкритій неупередженій дискусії дати їм відповідну оцінку.

1.11. Учений має докладати зусиль до підготовки та розвитку наукової молоді-інтелігентів, чесних і самовідданих патріотів. Тому виховання наукової зміни не повинно обмежуватися тільки наданням технічних навичок, необхідних для проведення дослідження. Підготовка має включати основні етичні стандарти та норми науки. Наукові співробітники та викладачі мають слугувати взірцем моральності для молодих вчених щодо ставлення до науки та до авторських прав.

2. Наукові дослідження

2.1. Учений має дотримуватися найвищих професійних стандартів планування та проведення наукових досліджень на основі глибоких знань про доробок світової науки у певній галузі.

2.2. Учений зобов'язаний вишукувати найприйнятніші з огляду на адекватність та економічну виправданість шляхи вирішення досліджуваної проблеми. Висновки завершеного дослідження вчений зобов'язаний викладати об'єктивно, незважаючи на очікування замовника.

2.3. Учений має забезпечувати бездоганну чесність і прозорість на всіх стадіях наукового дослідження та вважати неприпустимим прояви шахрайства, зокрема фабрикування та фальшування даних, піратства і плагіату. Неприпустимим є намагання керівних осіб упереджено впливати на характер отримуваних в дослідженні даних і висновків. Учений служить лише об'єктивній істині.

2.4. Учений має пам'ятати, що наукове дослідження — це процес отримання нового знання. Він має прагнути до належної ерудиції і компетентності, за яких можливий критичний аналіз найсучасніших наукових знань,

2.5. Учений має забезпечувати необхідний захист інтелектуальної власності.

2.6. Вчений має сприяти якнайповнішому використанню результатів своєї праці в інтересах суспільства та з метою охорони довкілля.

2.7. Наукові дослідження жодним чином не повинні ображати гідність або йти всупереч правам людини. У медико-біологічних дослідженнях слід керуватися принципами біоетики.

2.8. Наукове дослідження має проводитися таким чином, щоб не спричинити шкоди навколишньому середовищу. Якщо такого пошкодження неможливо уникнути, вплив людини повинен бути зведений до мінімуму, а середовище після завершення дослідження відновлене до його первинного стану.

3. Учений як автор

3.1. Основною мотивацією діяльності вченого має бути прагнення до пізнання та бажання збагатити науку новими знаннями. При цьому найвищою

нагородою вченого є досягнення істини та визнання наукового співтовариства. Вчений має право та обов'язок захищати свій науковий пріоритет. Разом з тим, публікація неточних і непереконливих наукових результатів, а також публікація в ненаукових виданнях з метою досягнення пріоритету, неприпустимі.

3.2. Учений визнає міжнародні та національні правові норми щодо авторських прав. Він може використовувати інформацію з будь-яких публікацій за умови, що вказує джерело та проводить чітку межу між власними даними та здобутками інших. Запозичення для власних публікацій будь-яких фотографій, рисунків, таблиць, схем тощо потребує, згідно з видавничими правилами, дозволу автора або видавництва.

3.3. При публікації результатів дослідження, що проводилося групою вчених, всі, хто брав творчу участь у роботі, мають бути зазначеними як автори; у разі необхідності може бути зазначено їхній особистий внесок.

Тільки реальний творчий внесок у наукову роботу може слугувати критерієм авторства. Поступатися авторством на наукову роботу іншій особі, приймати авторство або співавторство та, особливо, вимагати його є неприпустимим.

3.4. Учений не повинен повторювати свої наукові публікації з метою підвищення їх кількості. Якщо для пропаганди наукових досягнень доцільна публікація однієї і тієї ж роботи в різних журналах, редактори останніх повинні бути поінформовані про факт публікації в інших виданнях.

3.5. Учений повинен бути об'єктивним в оцінці власних досягнень. Преса, радіо та телебачення можуть бути використані для пропаганди наукових досягнень, але не власної особи. При публікації роботи вчений підпорядковується вимогам видавця, але бажано, щоб наукові ступені та звання автора не були вказані. Така інформація може бути подана у примітці.

4. Учений як керівник

4.1. Для наукової праці вчений оточує себе співробітниками тільки на основі неупередженої оцінки їхніх інтелектуальних, етичних і персональних рис. Учений повинен протидіяти всім проявам протекціонізму, корупції і дискримінації.

4.2. Учений будує взаємини зі співробітниками на принципах справедливості, виявляє доброзичливість і підтримку своїм учням та оцінює кожного з них об'єктивно. Як керівник він має сприяти службовому зростанню підпорядкованих йому співробітників відповідно до їхньої кваліфікації і ставлення до праці.

4.3. Учений не перекладає на своїх співробітників виконання завдань, які він повинен виконувати сам.

4.4. Учений-керівник зобов'язаний обґрунтовувати, але не нав'язувати членам свого колективу своє наукове бачення проблеми.

4.5. Учений повинен докладати всіх зусиль для створення належної творчої атмосфери в колективі.

5. Учений як викладач

5.1. Учений має з повагою ставитися до своїх учнів і до їхнього вільного й критичного мислення.

5.2. Учений у своїй викладацькій роботі повинен не лише доносити до аудиторії достовірну наукову інформацію, але й сприяти становленню громадянської позиції молодого покоління.

5.3. Учений не повинен перешкоджати спілкуванню своїх учнів з іншими вченими та науковими інституціями. Він поважає їх право на вільне об'єднання, самоврядування та членство в колегіальних академічних організаціях, прислухається до думки студентського співтовариства щодо форми та методів навчання.

5.4. Учений повинен проводити заняття в цікавій формі, прийнятній для широкого кола учнів. Він має переконатися в належному забезпеченні лабораторій та бібліотек, заняття проводити суворо відповідно до розкладу. Зміст лекцій повинен відображати сучасні досягнення світової науки і не супроводжуватися тиском упередженої думки.

5.5. Учений має об'єктивно ставитися до учнів, утримуючись від неетичних форм оцінок.

5.6. Учений має усвідомлювати, що він повинен бути взірцем найвищої інтелігентності, в якій відображаються традиції визнаних українських і світових наукових шкіл.

5.7. Учений приділяє особливу увагу обдарованим студентам і залучає їх до наукової праці. Він має виховувати у своїх учнів почуття відповідальності за наукову діяльність.

5.8. Учений не розголошує інформацію особистого характеру щодо своїх учнів.

5.9. Учений не приймає жодної оплати чи іншого доходу від своїх студентів. Не дозволяється проведення індивідуальних чи групових занять або консультацій, безпосередньо оплачуваних студентами.

6. Учений як консультант чи експерт

6.1. Учений має виступати експертом тільки у сфері своєї компетенції відповідно до своїх знань і досвіду.

6.2. Учений має дотримуватися принципу рівності при проведенні експертного розгляду. Будь-яка дискримінація на підставі статі, раси, політичних поглядів чи культурної та соціальної приналежності є несумісною з цим принципом.

6.3. Учений висловлює свою думку про роботу та наукові досягнення колег чесно, чітко та неупереджено. Як вишукано ввічливі та прихильні, так і упереджено негативні висловлювання не припустимі. Підготовка об'єктивного критичного висновку повинна розглядатися як обов'язок, від виконання якого вчений не має права ухилятися.

6.4. Учений несе персональну відповідальність за чесну й об'єктивну оцінку кандидатських і докторських дисертацій. Виступаючи в ролі опонента при захисті дисертаційних робіт, учений має бути неупередженим.

6.5. Під час обговорення, полеміки та висловлювання критичних зауважень учений повинен дотримуватися принципів рівноправності, фактичної обґрунтованості та достовірності. Принцип рівноправності гарантує рівні права всім учасникам дискусії або полеміки незалежно від наукових ступенів і звань. Принцип фактичної обґрунтованості виключає необ'єктивну критику. Принцип достовірності забороняє будь-які перекручування з метою приниження або дискредитації.

6.6. При проведенні експертного розгляду вчений має дотримуватися принципу конфіденційності.

6.7. У ході експертного розгляду вчений має зберігати незалежність і не піддаватися тиску при підготовці та виголошенні висновків.

6.8. Обираючи кандидатів для проведення дослідження або на інші наукові посади, вчений як експерт має об'єктивно оцінювати претендентів. Він не повинен надавати перевагу своїм учням, представникам своєї наукової школи тощо. При конфлікті інтересів учений повинен ставити загальні інтереси вище, ніж інтереси замовників дослідження.

7. Учений як громадянин

7.1. Учений має присвятити себе пошукові нових знань та їх застосуванню на благо суспільству та для збереження природи. Інформація, яка надається суспільству, має бути достовірною. Вчений протидіє поширенню неперевіраних даних і необґрунтованих рекомендацій.

7.2. Учений сприяє розповсюдженню наукових знань і протидіє поширенню псевдонаукових теорій, хибних концепцій та уявлень.

7.3. Учений повинен оприлюднювати результати своїх досліджень не лише у спеціальних наукових виданнях, але й у науково-популярній формі, щоб зробити їх максимально доступними для широких верств суспільства.

7.4. Учений повинен брати активну участь у житті наукового співтовариства та у роботі колегіальних органів. При цьому він має діяти, насамперед, виходячи із загальних інтересів науки й тільки потім з інтересів особистих та своєї установи.

7.5. Учений не дозволяє використовувати авторитет науки чи свій власний авторитет у рекламних або пропагандистських цілях з корисливою метою.

7.6. Учений, що займає урядову чи адміністративну посаду, повинен дотримуватися етичних норм, прийнятих у науковому співтоваристві.

<http://www.nas.gov.ua/infrastructures/Legaltexts/Pegas/default.aspx>

CONTENTS

Mathematical Methods and Models

PAVLENKO V. D. Identification of Nonlinear Dynamic Systems in the Form of the Volterra Kernels on the Basis of the Data of Pulse Response Measurements	3
--	---

Informational technologicis

DSHALALOW J. H., ROBINSON R. On Fluctuations of a Nonmonotone Marked Point Process	19
KASUMOV A. B. Study of Nonstationary Characteristics of the Length of Line of a Single-line Queueing System Depending on the Number of Requirements	33

Accuracy, reliability, diagnostics

RYABTSEV V. G., MOAMAR D. N. Method and Means for Visualization of Diagnostic Test Algorithms of Memories	43
---	----

Application of modelling methods and facilities

LENYUK M. P., DANALAKIY O. G. Mathematical Model of Semiconductor Thermoelectrical Device for Cooling the Computer Processor	53
KOVALETS I. V., ZHELEZNYAK M. I., KHALCHENKOV A. V., UDOVENKO O. I., LAVROVA T.V. Digital Modeling of Radon Propagation in the Air Around Uranium Tailing Dumps	67
RAMESH BABU N., MURTY K.N., BALARAM V.V.S.S.S. Control of Time Scale Dynamical Systems with an Application to Concurrency Control for Real-time Database Systems	83
FEDORCHUK V. A. Modeling of Type Distributed Links of Drill Unit Mechanical System	95

Short notes

TIMCHENKO L. I., POPLAVSKY A. A., KOKRYATSKAYA N. I., POPLAVSKY A. V. Method of Formation of the Tunnel Boundaries for Classification of Laser Beam Spots Images	111
BORUKAEV Z. Kh., YEVDOKIMOV V. F., SHIKHALIEV S. Z. Some Results of Computer Modeling of Interaction Dynamics of a Welding Arc, Rotating in a Radial Magnetic Field, with a Tubular Electrode	117

Ethnic Code of Scientist of Ukraine	125
--	------------