

**Гришина В.О., к. ф.-м. н., доцент**  
**Дарвінська А.С., магістрант**  
*Кафедра прикладної математики та інформаційних технологій*  
*Одеський національний політехнічний університет*

## **ДОСЛІДЖЕННЯ ТА РОЗРОБКА ЕФЕКТИВНОГО АЛГОРИТМУ АПРОКСИМАЦІЇ ЗА ДОПОМОГОЮ СПЕЦІАЛЬНИХ ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ ПОЛІНОМІВ ДЛЯ НАУКОВО-ПРИКЛАДНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ**

*Розроблено модифікований метод апроксимації неперіодичних функцій спеціальними тригонометричними поліномами, який дозволяє отримати монотонне та стрімке зменшення похибки апроксимації.*

**Ключові слова:** апроксимація, ряд Фур'є, спеціальний тригонометричний поліном.

**Постановка проблеми і мета дослідження.** Управління даними і наочність інформації, прогнозування і контроль процесу виконання проекту, аналіз наявності помилок в даних та їх коригування вимагають адекватного представлення даних, зручного для їх зберігання і подальшої обробки. Велике значення набуває апроксимація функціональних залежностей, що відображають різні аспекти управління проектом, особливо графічне представлення інформації. Значну роль у розв'язанні цих проблем грає апроксимація функцій, яка є складовою частиною розв'язання науково-прикладних задач, що потребують наближеного представлення досліджуваних залежностей.

Особливої уваги заслуговує задача апроксимації функцій тригонометричними поліномами. Апроксимація періодичних функцій, як правило, успішно здійснюється за допомогою тригонометричного ряду Фур'є. Система базисних функцій в такому методі є ортогональною, відповідно СЛАР для визначення коефіцієнтів апроксимуючого полінома є діагональною, а апроксимація обчислювальне стійкою. Однак, якщо функція не є періодичною, необхідно спочатку виконати її періодичне продовження, а потім апроксимувати рядом Фур'є. При цьому періодичне продовження в загальному випадку є розривним, що призводить до значного погіршення результатів наближення. Зокрема, на кінцях відрізка будуть з'являтися сильні осциляції (ефект Гіббса).

Існуючий метод [1] використовує апроксимацію тригонометричним поліномом спеціального виду, який побудований із використанням двох систем тригонометричних функцій. Цей метод дозволяє апроксимувати неперіодичні функції, проте підсистеми тригонометричних функцій взаємно не ортогональні. Таким чином, метод передбачає пошук коефіцієнтів тригонометричного полінома, розв'язуючи систему лінійних алгебраїчних рівнянь з погано обумовленою матрицею. Це призводить до того, що на практиці для якісної апроксимації необхідно експериментально знаходити оптимальні значення для пари параметрів  $N$  і  $M$ , які визначають кількість функцій у кожній підсистемі відповідно. Тому метою дослідження є виявлення особливостей апроксимації неперіодичних функцій однієї змінної спеціальними тригонометричними поліномами, а також розробка модифікованого методу, що дозволяє отримати більш швидкий та монотонний ріст точності апроксимації.

**Результати дослідження.** В результаті дослідження методу апроксимації неперіодичних функцій однієї змінної спеціальними тригонометричними поліномами було виявлено, що підбір відповідних значень параметрів  $N$  і  $M$  залежить від особливостей функції, тобто кількості екстремумів та характеру розривів на границях при періодичному продовженні (функції та її похідних) і потребує у кожному випадку проведення чисельного експерименту. Крім того, розробка та реалізація алгоритму потребує особливої уваги, оскільки необхідно розв'язувати погано обумовлену систему лінійних алгебраїчних рівнянь.

Апроксимація даним методом не дозволяє отримати бажане монотонне зменшення похибки наближення з ростом значень відповідних параметрів. Покращити точність можна, модифікуючи його. Одна з підсистем базисних функцій фактично використовується для компенсації розриву неперіодичної функції при її періодичному продовженні, тому її використано для попереднього згладжування періодичного продовження функції, здійснюючи апроксимування не заданої функції, а різниці її та лінійної комбінації відповідних тригонометричних функцій. При цьому система лінійних алгебраїчних рівнянь в модифікованому методі має діагональну матрицю і невідомі коефіцієнти є коефіцієнтами Фур'є.

В результаті, при фіксованому  $N$  з ростом  $M$  похибка апроксимації функції монотонно зменшується, та при фіксованому  $M$  з ростом  $N$  похибка також монотонно зменшується. Крім того, середньоквадратична похибка значно зменшилася у порівнянні з початковим методом.

**Висновки.** Задача апроксимації функцій нерідко виникає при розробці науково-прикладного забезпечення проектної діяльності та потребує якісного наближення і високої точності розрахунків. Розроблений модифікований метод, який використовує попереднє згладжування періодичного продовження функції за допомогою додаткової тригонометричної системи, дозволяє досягти більш швидкого та монотонного зменшення похибки апроксимації з ростом параметрів  $N$  і  $M$ , порівняно з зазначеним у роботі методом.

### Література

1. Калиткин Н.Н., Луцкий К.И. Аппроксимация гладких поверхностей методом двойного периода // Математическое моделирование. – 2010. – Т. 22, № 2. – С. 64-68.