

Міністерство освіти і науки України
ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ "ОДЕСЬКА ПОЛІТЕХНІКА"
Хіміко-технологічний факультет

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ
з дисципліни
"ПРОЦЕСИ ТА АПАРАТИ ХІМІЧНИХ ВИРОБНИЦТВ"
Частина 1. Гідромеханічні процеси
для здобувачів вищої освіти за спеціальністю
161 – Хімічні технології та інженерія

Затверджено на засіданні кафедри ТНРЕ
Протокол №11 від 24.05.2021 р.

Конспект лекцій з дисципліни "Процеси та апарати хімічних виробництв". Частина 1. Гідромеханічні процеси. для здобувачів вищої освіти за спеціальністю 161 – Хімічні технології та інженерія / Уклад.: І.В. Дмитренко, Л.В. Тимошевська ; Держ. ун-т "Одеська політехніка". – Одеса, 2021. – 87 с.

Укладачі: Дмитренко І.В., к.т.н.
Тимошевська Л.В., к.т.н

І.В. Дмитренко, Л.В. Тимошевська. 161 – Хімічні технології та інженерія. Конспект лекцій з дисципліни "Процеси та апарати хімічних виробництв". Частина 1. Гідромеханічні процеси. В конспекті лекцій наведені короткі теоретичні відомості, основні закони та розрахункові формули з основ розрахунку апаратів хімічної технології, механіки рідини, а також переміщення рідин та газів гідромашинами для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти за спеціальністю 161 – Хімічні технології та інженерія.

ЗМІСТ

Лекція 1. Класифікація процесів хімічної технології. Гіпотеза сплошності середовища. Сили і напруга, що діють у рідинах.....	5
Лекція 2. Закони збереження субстанцій та їх форми. Опис процесів перенесення. Умови однозначності, поля швидкостей, тиску, температури та концентрацій	7
Лекція 3. Основи теорії перенесення. Механізми перенесення субстанцій. Умова прояву і напряму процесів перенесення. Загальні принципи розрахунку апаратури.....	9
Лекція 4. Моделювання і оптимізація процесів і апаратів. Правила моделювання	11
Лекція 5. Основи теорії подоби процесів і апаратів. Види подоби. Теореми подібності. Критерії подоби. Методи узагальнення даних експерименту.....	13
Лекція 6. Гідравліка. Основні поняття. Загальні питання гідростатики. Диференційне рівняння рівноваги Ейлера. Закон Паскаля	17
Лекція 7. Основне рівняння гідростатики та його практичне застосування. Розрахунок гідравлічних пресів. Розрахунок гідростатичних тисків під час проектування резервуарів для рідин. Прилади для виміру тиску і вакууму	20
Лекція 8. Гідродинаміка. Теоретичні і основи. Потік рідини і його параметри. Види течії та режими течії потоку. Розподіл швидкостей і витрата рідини під час руху	27
Лекція 9. Основні закони гідродинаміки. Рівняння нерозривності (суцільності) потоку рідини. Диференціальне рівняння Ейлера для рухомої рідини. Диференціальне рівняння Нав'є – Стокса	31
Лекція 10. Рівняння Бернуллі для елементарної цівки ідеальної рідини. Рівняння Бернуллі для елементарної цівки реальної рідини. Геометричний, п'єзометричний і гідравлічний ухили.....	37
Лекція 11. Практичне використання рівняння Бернуллі: трубка Піто, трубка Піто-Прандтля, Витратомір Вентурі, Діафрагма Вимірювальне сопло Струминний насос.....	42
Лекція 12. Практичне використання рівняння Бернуллі. Визначення витрат рідини, що витікає через отвір у днищі ємності та стінці ємності. Визначення часу випорожнення ємності.....	46
Лекція 13. Загальний опис трубопроводів. Гідравлічний розрахунок трубопроводів. Визначення гідравлічних опорів у прямих трубах (визначення пугівих втрат за рахунок терця)	48
Лекція 14. Формула Дарсі-Вейсбаха. Визначення коефіцієнту гідравлічного опору по довжині. Місцеві гідравлічні опори. Втрати енергії на подолання місцевих опорів. Алгоритм розрахунку трубопроводу методом послідовного наближення.....	52
Лекція 15. Розрахунок простих трубопроводів. Розгалужені трубопроводи. Трубопровід з безперервним путнім і транзитним витратами рідини. Розрахунок газопроводів. Кавітація. Гідравлічний удар в трубопроводах.	55
Лекція 16. Розрахунок газопроводів. Кавітація. Гідравлічний удар в трубопроводах. Методи відвертання негативних явищ гідравлічного удару і його використання.....	60
Лекція 17. Рух тіл в рідині. Обтікання твердих тіл. Опиту Стоксу. Швидкість осадження часток. Рух середовищ через шари зернистих матеріалів і насадок, гідравлічний опір таких шарів. Псевдозрідженні шари, основні поняття. число псевдозрідження.....	63
Лекція 18. Переміщення рідин. Класифікація насосів, основні параметри та робочі характеристики. Розрахунок напору насосів.	67

Лекція 19. Відцентрові насоси. Устрій, параметри і характеристики. Робота відцентрового насосу на мережу. Спільна робота двох насосів в мережі. Регулювання роботи відцентрових насосів.....	70
Лекція 20. Конструктивні особливості насосів. Лопатеві насоси. Поршневі насоси. Устрій, параметри і характеристики інших типів насосів.	74
Лекція 21. Компресорні машини: призначення та класифікація. Основні типи. Технічні показники та характеристики вентиляторів. Регулювання параметрів вентиляторних установок.....	79
Лекція 22. Класифікація компресорів. Робочі процеси компресора. Термодинамічні основи процесу стискування газів. Рівняння стану газу і термодинамічні діаграми. Робота стискування і споживана потужність	82

ЗМ 1. Загальні принципи аналізу процесів і розрахунку апаратів у хімічній технології

ПАХВ – наука про принципи організації і розрахунку технологічних процесів, а також проектування технологічної апаратури, яка використовується для захисту навколишнього середовища. Виникнувши у кінці минулого століття, вона є науковою дисципліною, яка грає величезну роль в різноманітних сучасних технологіях хімічних виробництв. В курсі "Процеси і апарати хімічних технологій" вивчаються сукупність фізичних і біохімічних процесів і шлях їх здійснення в промисловому виробництві різноманітних продуктів в конкретних техніко-економічних умовах.

Процеси хімічної технології у більшості своїй досить складні і часто є поєднанням гідродинамічних, теплових, масообмінних, біохімічних і механічних процесів.

Дисципліна "Процеси і апарати хімічної технології" (ПАХТ) є однією з фундаментальних загальноінженерних дисциплін. Вона є такою, що завершує загальноінженерну підготовку студента і являється основою для спеціальної підготовки.

Лекція 1. Класифікація процесів хімічної технології. Гіпотеза сплошності середовища. Сили і напруга, що діють у рідинах

Класифікація основних процесів

Технологія виробництва різноманітних хімічних продуктів і матеріалів включає ряд однотипних фізичних і фізико-хімічних процесів, що характеризуються загальними закономірностями.

Залежно від законів, що визначають швидкість протікання процесів, вони можуть бути об'єднані в наступні групи:

1. *Гідромеханічні процеси*, швидкість яких визначається законами гідромеханіки, тобто механіки рідких тіл – рух рідин, газів і суспензій. Сюди відносяться транспортування рідин і газів, отримання і розділення неоднорідних систем (відстоювання, фільтрування, центрифугування), очищення газів від пилу, перемішування в рідкому середовищі, та ін.

2. *Теплові процеси*, швидкість яких визначається законами перенесення теплоти (охолодження і нагрівання рідин і газів, конденсація пари, кипіння рідин та ін.).

3. *Масообмінні процеси*, швидкість яких визначається законами перенесення маси з однієї фази в іншу через поверхню розділу фаз (абсорбція, адсорбція, екстракція, перегонка рідин, сушка та ін.)

4. *Хімічні процеси*, швидкість яких визначається законами хімічної кінетики.

5. *Механічні процеси*, які описуються законами механіки твердих тіл (подрібнення, сортування, змішення твердих матеріалів та ін.).

Перераховані процеси складають основу більшості хімічних виробництв і тому називаються основними (типовими) процесами хімічної технології.

За способом організації, тобто залежно від того змінюються або не змінюються в часі параметри процесів (швидкості руху потоку, температура, тиск і так далі) їх підрозділяють на стаціонарні (що встановилися) і нестаціонарні (несталі).

Періодичні процеси зберігають своє значення головним чином у виробництвах відносно невеликого масштабу з різноманітним асортиментом продукції, де їх застосування дозволяє досягти більшої гнучкості устаткування при менших капітальних витратах.

Безперервні процеси відрізняються від періодичних і по розподілу часу перебування часток середовища в апараті. У періодично діючому апараті усі частки середовища знаходяться однаковий час, а в безперервно діючому їх час перебування може значно розрізнятися.

Відомі також *комбіновані процеси* (окремні стадії проводяться безперервно, окремі періодично). До них відносяться безперервні процеси, окремі стадії яких проводяться

періодично, або періодичні процеси, одна або декілька стадій яких протікає безперервно.

Сили і напруга, що діють у рідинах

У зв'язку з тим, що на рідину не можна впливати зосередженою силою, сили можуть бути розподілені або по усій масі рідини, або по її поверхні. Таким чином, усі сили, що впливають на рідину, розділяються на масові (пропорційні масі рідини) і поверхневі (які завжди можна розкласти на дві складові – нормальну складову і тангенціальну (дотичну)).

Масові сили.

Масові сили діють на кожен частку цього об'єму рідини. До них відносяться: сила тяжіння, відцентрова сила, сила інерції і сила Кориоліса.

Поверхневі сили.

Поверхневі сили на поверхнях, що відділяють даний об'єм від навколишнього середовища. Поверхневі сили можуть бути нормальними (що стискають і розтягують), дотичної і поверхневої напруги.

Основні фізико-механічні властивості рідин

Густина – відношення маси речовини (матеріалу) до її об'єму і є фізичною характеристикою будь-якої речовини, з якої складається тіло.

Питома вага – величина, що чисельно дорівнює вазі тіла в одиниці об'єму.

Стисливість – властивість рідини змінювати свій об'єм при зміні зовнішнього тиску. Оцінюється коефіцієнтом об'ємного стискування β_v .

Величина, зворотна коефіцієнту об'ємного стискування, називається *модулем пружності*.

Температурне розширення – здатність рідини змінювати свій об'єм у разі зміни температури. Оцінюється *коефіцієнтом температурного розширення*.

Поверхневий натяг – здатність рідини займати найменший об'єм. Оцінюється *коефіцієнтом поверхневого натягу*.

Внаслідок поверхневого натягу на будь-якій викривленій міжфазній поверхні рідини виникає тиск.

Якщо рідина підкоряється закону Ньютона-Петрова, то вона називається *ньютонівською рідиною*, інакше – *неньютонівською* або аномально в'язкою.

Для спрощення математичних викладень використовують ідеальну (нев'язку) рідину – теоретична рідина, яка не стискається і не розширюється, і при її русі не виникають сили внутрішнього тертя.

Гіпотеза сплошності середовища

Рідке середовище заповнює будь-який об'єм без яких-небудь вільних проміжків, суцільним чином.

Рідке середовище, завдяки зміні відстані між частками, міняє зовнішню конфігурацію, тобто деформується. Для твердого тіла рухливість часток мала, а для рідких середовищ велика. Тому мірою рухливості часток для рідких середовищ служать вже не самі зміщення, а швидкість зміщення часток, тобто швидкість деформації. Отже, для суцільного рідкого середовища заходами рухливості часток, служать їх швидкості і швидкості деформації. Замкнута поверхня, що складається з одних і тих же часток, безперервно деформуватиметься. Якщо немає розриву суцільного середовища, то реалізується безперервність розподілу в об'ємі швидкості і щільності часток.

Рух макроскопічних об'ємів середовища призводить до перенесення маси, імпульсу і енергії.

Питання до лекції 1

1.1 Назвіть види класифікацій процесів хімічної технології

1.2 Назвіть властивості рідин

1.3 Назвіть суть гіпотези сплошності

1.4 Охарактеризуйте масові та поверхневі сили, що діють у рідинах

Лекція 2. Закони збереження субстанцій та їх форми. Опис процесів перенесення. Умови однозначності, поля швидкостей, тиску, температури та концентрацій

Закони збереження та їх форми

Теоретичним фундаментом науки про процеси і апарати хімічної технології є наступні закони природи:

- закони збереження маси, енергії і імпульсу;
- закони термодинамічної рівноваги;
- закони перенесення маси, енергії і імпульсу;
- закони хімічної кінетики.

Закони збереження можуть бути записані як стосовно усієї системи (інтегральна форма), так і до окремих точок простору (локальна форма).

Закон збереження маси (ЗЗМ). Суть його полягає в тому, що маса не може зникати нікуди або виникати з нізвідки. Сумарна кількість маси в закритій системі незмінна, тобто $\Delta M = 0$, або $dM/dt = 0$.

Інтегральна форма ЗЗМ (матеріальний баланс). Зміна маси в деякому фіксованому об'ємі V викликається різницею приходу і відведення маси з виділеного об'єму:

$$\Delta M = M \Delta \rho = M_{\text{вх}} - M_{\text{вих}},$$

де $\Delta \rho$ – зміна густини.

Локальна форма ЗЗМ – це рівняння нерозривності потоку, яке отримують з витрати середовища, що входить в безкінечно малий об'єм dV . Застосовуючи до даного об'єму dV рівняння матеріального балансу, використовують в нім приватну похідну від густини і вирішивши спільно ці рівняння з використанням диференціального оператора.

Вибір того або іншого способу запису рівняння нерозривності або визначається зручністю використання при рішенні конкретних завдань. Розглянемо окремі випадки рівняння нерозривності.

У разі руху, що встановився (стаціонарного), та постійності щільності середовища можна отримати *рівняння постійності витрати*, застосовне для руху середовища, що повністю заповнює поперечний переріз каналу площею, що встановився

Для багатокomпонентних систем неважко отримати закон збереження маси в локальній формі для кожного компонента.

Застосовуючи вираження для потоку компонента в середньомасовій системі відліку, можна записати *рівняння нестационарної конвективної дифузії*.

Таким чином, на основі закону збереження і рівняння перенесення маси отримані диференціальні рівняння, вирішивши які можна визначити поля концентрацій і масових потоків компонентів у будь-якому апараті. Інтеграція диференціальних рівнянь дає загальне рішення, справедливе для класу процесів. Для отримання конкретного приватного рішення необхідно доповнити рівняння умовами однозначності.

Закон збереження енергії (ЗЗЕ). Суть ЗЗЕ є в тому, що енергія не може зникати нікуди або виникати з нізвідки, вона лише переходить з одного виду в інший. Сумарна енергія ізольованої системи є величина постійна, тобто:

$$\Delta E = 0 \text{ или } dE/dt = 0.$$

Інтегральна форма ЗЗЕ (перший закон термодинаміки). У загальному випадку ЗЗЕ в інтегральній формі можна сформулювати таким чином: зміна енергії в системі викликається різницею приходу і витрати енергії. Оскільки енергія може передаватися у вигляді роботи і теплоти, можна записати:

$$\Delta E = Q_{\text{пр}} - Q_{\text{расх}} + A_{\text{пр}} - A_{\text{расх}}, \text{ або } dE = \delta Q - \delta A.$$

Це рівняння – математичне формулювання першого закону термодинаміки.

Рівняння теплового балансу – це окремий випадок енергетичного балансу.

Розглядаючи окремий випадок закону збереження енергії для ідеальної ізотермічної рідини можна записати рівняння Бернуллі, що виражає закон збереження механічної енергії одиничної маси середовища.

У окремому випадку ламінарного руху і постійності теплофізичних характеристик середовища отримуємо *рівняння Фур'є-Кірхгофа*.

У разі теплоперенесення в нерухомому середовищі отримуємо *рівняння нестационарної теплопровідності Фур'є*.

Рішення диференціальних рівнянь, отриманих на основі закону збереження і рівняння перенесення енергії, спільно з умовами однозначності дозволяє отримати поля температури і потоку тепла в апараті.

Закон збереження імпульсу (ЗЗІ). Суть ЗСИ полягає в тому, що сумарний імпульс ізольованої системи є величина постійна, тобто:

$$\Delta \vec{P} = 0, \quad \frac{d\vec{P}}{dt} = 0,$$

де \vec{P} – імпульс середовищі у виділеному об'ємі.

Якщо система перебуває під впливом зовнішніх сил, похідна від імпульсу системи за часом дорівнює результуючій силі, що діє на систему.

Інтегральна форма ЗЗІ. По аналогії із ЗСМ можна сформулювати і ЗЗІ. Зміна імпульсу у фіксованому об'ємі V викликається різницею приходу і відведення імпульсу з виділеного об'єму, а також джерелом імпульсу.

Відповідно II закону Ньютона, джерелом імпульсу є сили, що діють на систему:

$$\vec{F} = \vec{f}_p V,$$

\vec{f}_p – кількість імпульсу, що утворюється в одиниці об'єму за одиницю часу.

Відповідно, рівняння можна надати у наступному виді:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = V \frac{d(\rho^{m-} \wedge \vec{W})}{dt} = (G^{m-} \wedge \vec{W})_{\text{вх}} - (G^{m-} \wedge \vec{W})_{\text{вих}} + \vec{F}.$$

Аналогічно законам збереження маси і енергії можна отримати локальну (для окремої точки простору) форму закону збереження імпульсу.

Локальна форма ЗЗІ – це рівняння Ейлера для середовища у спокою, рівняння руху Ейлера – окремі випадки рівняння Нав'є-Стокса.

Розглянемо окремі випадки рівняння Нав'є-Стокса. Для ідеального середовища, що рухається без тертя, воно переходить в *рівняння руху Ейлера*, а для середовища, що знаходиться у спокої, у *рівняння рівноваги Ейлера*.

Вирішуючи рівняння руху спільно з рівнянням нерозривності і умовами однозначності, можна отримати поля тиску, швидкості і потоку імпульсу в апараті.

На жаль, система рівнянь не має загального аналітичного рішення. Отримані рішення лише для окремих простих випадків. Крім того, можливе чисельне рішення цієї системи диференціальних рівнянь з використанням комп'ютерів. Проте це вимагає великих витрат машинного часу і ускладнює теоретичний підхід до проектування апаратів.

Умови однозначності

Загальне рішення диференціального рівняння описує цілий ряд процесів. Для отримання приватного рішення, проведення процесу, що відповідає конкретним умовам, потрібне завдання умов однозначності. Вони включають:

- геометричну форму і розміри системи;
- фізичні властивості середовищ, що беруть участь в процесі;
- початкові умови, що характеризують стан системи в початковий момент часу;
- граничні умови, що характеризують поведінку системи на її межах і взаємодію з довкіллям.

1. Форма і розміри системи задаються однією або декількома поверхнями, що її, що обмежують. Розміри апарату під час процесу зазвичай не міняються, тому типові геометричні умови мають вигляд:

$$\Phi(x,y,z) = 0$$

Наприклад, поверхня вертикального циліндра радіусу R задається рівнянням:

$$x^2 + y^2 - R^2 = 0.$$

2. Фізичні властивості середовища – щільність і коефіцієнти перенесення. Якщо їх значення постійні, то вони задаються числами. У загальному випадку коефіцієнти молекулярного перенесення залежать від температури і співвідношення концентрацій компонентів і вимагають завдання залежностей $\rho(T, c_i)$, $\nu(T, c_i)$, $D(T, c_i)$, $a(T, c_i)$. Коефіцієнти турбулентного перенесення виглядають складніше, оскільки залежать від режиму руху і просторових координат:

$$\nu_T \left(T, c_i, \left[\vec{V}^{m-} \wedge \vec{W} \right], x, y, z \right)$$

$$D_T \left(T, c_i, \left[\vec{V}^{m-} \wedge \vec{W} \right], x, y, z \right)$$

$$a_T \left(T, c_i, \left[\vec{V}^{m-} \wedge \vec{W} \right], x, y, z \right)$$

3. Початкові умови припускають завдання значень шуканих змінних в початковий момент часу в області простору, обмеженою вказаною вище поверхнею, тобто:

$${}^{m-} \wedge \vec{W} = {}^{m-} \wedge \vec{W}(x, y, z, 0)$$

$$T = T(x, y, z, 0)$$

$$p = p(x, y, z, 0)$$

$$c_i = c_i(x, y, z, 0)$$

(${}^{m-} \wedge W$ – поле швидкості, середньомасова швидкість).

4. Граничні умови припускають завдання значень тисків, швидкостей, температур і концентрацій, або значень потоків маси, енергії і імпульсу, або умов, що накладаються на систему на межах.

У загальному випадку отримати строге аналітичне рішення системи рівнянь, що математично описують систему, не представляється можливим. До того ж у разі багатофазних систем необхідно вирішувати спільно системи рівнянь для кожної з фаз, що ще більше ускладнює завдання. Тому безпосереднє визначення полів тиску, швидкості, температур і концентрацій за допомогою вичерпного опису застосовують тільки для окремих простих випадків.

Питання до лекції 2

2.1 Назвіть закони збереження

2.2 Вкажіть існуючі форми законів збереження

2.3 Вкажіть для чого потрібне завдання умов однозначності

2.4 Охарактеризуйте граничні умови

Лекція 3. Основи теорії перенесення. Механізми перенесення субстанцій. Умова прояву і напряму процесів перенесення. Загальні принципи розрахунку апаратури

Умова прояву і напряму процесів перенесення

Якщо система знаходиться в рівновазі, то макроскопічного перенесення субстанції не відбувається. Тепловий рух молекул на усьому напрямі рівноімовірні.

Рівновазі в однофазній (гомогенною) системі відповідає рівність значень макроскопічних величин в усіх її точках:

$$\vec{w}(x, y, z, t) = const,$$

$$T(x, y, z, t) = const,$$

$$\mu_i(x, y, z, t) = const.$$

Тут μ_i – хімічний потенціал i -го компоненту.

Умовою рівноваги в двофазній системі є рівність цих величин у фазах:

$$\vec{w}_I = \vec{w}_{II},$$

$$T_I = T_{II},$$

$$\mu_{iI} = \mu_{iII}.$$

Умови гідромеханічної, теплової та концентраційної рівноваги:

$\vec{w} = const, [\vec{\nabla}\vec{w}] = 0$ – гідромеханічна рівновага;

$T = const, \vec{\nabla}T = 0$ – теплова рівновага;

$\mu_i = const, \vec{\nabla}\mu_i = 0$ – концентраційна рівновага.

Тут $\vec{\nabla}$ – диференціальний оператор.

Умовою прояву процесів перенесення є нерівнованість системи для окремих видів субстанцій. Спрямованість процесу перенесення визначається мимовільним прагненням системи до стану рівноваги, тобто до вирівнювання швидкості, температури і хімічних потенціалів компонентів системи. Причому, усередині фази тепло переноситься у напрямі пониження T , імпульс – у напрямі зменшення \vec{w} , маса – у напрямі зменшення концентрації. Неоднорідність вказаних величин є необхідними умовами протікання процесів перенесення, їх називають *рушійними силами*.

Для того, щоб здійснити процес, систему необхідно вивести з рівноваги, чинячи зовнішню дію.

Механізми перенесення субстанцій

Можна виділити три механізми перенесення субстанцій: молекулярний, конвективний і турбулентний.

Молекулярний механізм. Молекулярний механізм перенесення субстанції обумовлений тепловим рухом молекул, взаємодію між молекулами грубо можна представити як "жорстке" відштовхування на малих відстанях між їх центрами і "м'яке" притягування на великих.

Молекула, переміщуючись з однієї точки простору в іншу, переносить усі три види субстанції – масу, імпульс і енергію. В умовах рівноваги макроскопічне перенесення субстанцій не спостерігається, оскільки перенесення молекул у будь-якому напрямі рівноімовірне. У відсутності рівноваги з'являється міжмолекулярне перенесення в напрямі від великих значень концентрації до менших, імпульсу - від великих значень швидкостей до менших, енергії – від великих температур до менших.

Перенесення маси здійснюється тільки за рахунок поступального перенесення, тобто за рахунок безпосереднього переміщення з однієї точки простору в іншу.

Перенесення імпульсу і енергії відбувається як за рахунок поступального перенесення, так і за рахунок взаємодії молекул (модель – зіштовхування твердих куль).

Конвективний механізм. Конвективний механізм перенесення субстанції обумовлений рухом макроскопічних об'ємів середовища як цілого. Розрізняють вільну і вимушену конвекцію. Вільна конвекція – за рахунок сили тяжіння, вимушена викликається штучно, з використанням насосів, компресорних машин, перемішуванням та ін.

Турбулентний механізм. Турбулентний механізм перенесення субстанцій займає проміжне місце між молекулярним і конвективним механізмами з точки зору просторово-тимчасового масштабу. Турбулентний механізм перенесення субстанції обумовлений розвитком нерегулярного, хаотичного руху окремих об'ємів (макрочастинок) із-за вихрових пульсацій на видаленні від межі розділу фаз або стінки. Розмір вихорів визначає масштаб турбулентності. Турбулентний механізм перенесення реалізується на фоні конвективного.

Для опису турбулентності використовується тимчасове усереднювання фізичних величин (швидкості, температури, концентрації) на інтервалах, що значно перевищують характерні періоди пульсацій.

Аналогія процесів перенесення

Аналогія процесів перенесення ґрунтується на аналогії рівнянь перенесення субстанцій і законів збереження. Повна аналогія, тобто збіг полів концентрацій і температур, можлива для маси і енергії в двокомпонентних системах.

У загальному випадку відсутня аналогія в процесах перенесення імпульсу з перенесенням маси і енергії внаслідок векторної природи імпульсу. Проте гідродинамічна аналогія можлива в окремих випадках.

Зручність застосування аналогії процесів перенесення полягає в тому, що, завдяки ним стає можливим єдиний підхід до розгляду цих процесів. На практиці це виражається у використанні результатів дослідження одних процесів для опису інших. Для цього потрібне також дотримання аналогії не лише дифрівнянь, але і умов однозначності.

Загальні принципи розрахунку апаратури

Вихідним етапом є розрахунок і аналіз статички процесу, тобто розгляд даних про рівновагу, на основі яких визначають напрям перебігу процесу і можливі межі здійснення процесу. Користуючись цими даними, знаходять граничні значення параметрів процесу, необхідні для обчислення його рушійної сили.

Потім складаються матеріальні і енергетичні баланси, виходячи із законів збереження маси і енергії. Подальший етап є розрахунком кінетики процесу (там, де можливо), визначенням швидкості його протікання. Знаючи швидкість і величину рушійної сили (при оптимальному режимі роботи апарату) знаходять його робочу поверхню (об'єм), а потім визначають основні розміри апарату.

Загальний принцип інтенсифікації процесів: для збільшення швидкості їх протікання необхідно збільшити рушійну силу і зменшити опір. Поняття рушійної сили є основним при розгляді будь-якого процесу. Вона є деякою різницею потенціалів, характерною для кожного виду процесів.

Питання до лекції 3

- 3.1 Надайте визначення рушійній сили процесу
- 3.2 Опишіть молекулярний механізм перенесення
- 3.3 Вкажіть для чого потрібне завдання умов однозначності
- 3.4 Охарактеризуйте етапи розрахунку хімічної апаратури

Лекція 4. Моделювання і оптимізація процесів і апаратів. Правила моделювання

Моделювання і оптимізація процесів і апаратів

Для проектування нових і оптимізації існуючих апаратів необхідно знати поля швидкості, тиску, температур і концентрацій в них. Визначити ці поля можна двома способами: експериментальним і теоретичним.

Теоретичний спосіб полягає в рішенні системи дифрівнянь. Однак, теоретичний підхід переважно використовується в чисто дослідницьких цілях, а в інженерній практиці застосовується рідко.

Експериментальний спосіб полягає у вимірі усіх ключових параметрів у великому числі точок апарату і проведенні відповідних оптимізацій.

У зв'язку з цим широке застосування отримав змішаний підхід до проектування, названий моделюванням. *Моделювання* – це вивчення об'єкту-оригіналу за допомогою моделі, що заміщає його, її дослідження і перенесення отриманих відомостей на об'єкт-оригінал. *Об'єкт-оригінал* – об'єкт, певні властивості якого підлягають вивченню методом моделювання. *Модель* – об'єкт, що максимально адекватно відображує випробувані властивості оригіналу і замінюючи його при дослідженні. Як об'єкти можуть використовуватися реальні процеси, явища, апарати або ідеальні зразки, схеми і так далі.

У процесі моделювання важливо вибрати модель, яка найповніше передає властивості досліджуваного об'єкту, і в той же час не є занадто складною для проведення досліджень. Найбільше поширення отримали *математичне і фізичне моделювання*, а

також зв'язане фізичне і математичне моделювання, що включає обидва підходи. Математичне моделювання використовує для досліджень математичні моделі, фізичне – фізичні моделі.

Зв'язане (сопряжене) моделювання ґрунтується на створенні математичних моделей характерних зон апарату на підставі їх експериментального вивчення на фізичних моделях.

Основні етапи зв'язаного (сопряжене) моделювання:

- виділення характерних зон апарату.
- експериментальне вивчення окремих зон на фізичних моделях.
- складання математичних моделей зон, їх ідентифікація за даними фізичного експерименту.
- синтез математичної моделі апарату в цілому, її ідентифікація на основі задоволення вичерпного опису.
- перевірка адекватності моделі, у разі необхідності – корекція.
- використання моделі для проектування і оптимізації промислового апарату.

Основна перевага запропонованого методу: перехід до однорівневої схеми проектування промислових апаратів: лабораторна модель – промисловий апарат.

Етапи математичного моделювання:

- складання математичної моделі.
- ідентифікація моделі.
- перевірка адекватності і корекція моделі.
- використання моделі для опису об'єкту-оригіналу. Це кінцевий етап матмоделювання, що включає оптимізацію об'єкту. Критерієм оптимальності зазвичай вибирають витрати на виготовлення і функціонування апарату.

Перевагою матмоделювання являється універсальність підходу, можливість моделювання складних об'єктів по частинах, а також в простоті варіювання параметрів, початкових і граничних умов.

До недоліків можна віднести великі витрати машинного часу і низьку точність результатів, а також обов'язкову необхідність експериментальних досліджень для перевірки адекватності моделі.

Фізичне моделювання

Фізичне моделювання проводиться на основі експериментального дослідження матеріальних моделей об'єкту. При цьому вирішуються питання:

- яку модель слід використати;
- які характеристики слід змінювати;
- як перенести результати досліджень з моделі на об'єкт.

Ці питання вирішуються за допомогою теорії подоби.

Правила моделювання

Згідно теорії подібності повинні дотримуватися наступні правила моделювання:

- необхідно, щоб процеси в моделі і апараті натурального розміру (оригіналі) описувалися однаковими диференціальними рівняннями;
- модель має бути геометрично подібна до оригіналу;
- чисельні значення початкових і граничних умов, що виражені у безрозмірній формі, для моделі і оригіналу мають бути рівні;
- необхідно, щоб усі безрозмірні комплекси фізичних і геометричних величин, що впливають на процес (критерії подібності), були рівні в усіх подібних точках моделі і оригіналу.

Якщо остання вимога нездійсненна і перебіг процесу практично мало залежить від тих або інших критеріїв подібності, то рівністю їх в моделі і оригіналі нехтують, проводячи наближене моделювання.

Питання до лекції 4

4.1 Надайте визначення поняттям об'єкт-оригінал і модель.

- 4.2 Опишіть фізичне моделювання
- 4.3 Вкажіть переваги та недоліки матмоделювання
- 4.4 Назвіть правила моделювання

Лекція 5. Основи теорії подоби процесів і апаратів. Види подоби. Теорема подібності. Критерії подоби. Методи узагальнення даних експерименту

Теорія подоби

Подоба – це тотожність опису полів відповідних величин моделі і оригіналу в узагальнених змінних; або постійність відношення схожих величин моделі і оригіналу.

Теорія подоби визначає умови, за яких дотримується подібність моделі і оригіналу, що дозволяє замість математичного рішення системи диференціальних рівнянь спільно з умовами однозначності отримувати результати інтегрального рішення експериментально.

Об'єкти, подібні один до одного, описуються однією системою диференціальних рівнянь і мають подібні умови однозначності, що включають геометричну і тимчасову подібність, подібність фізичних величин, початкових і граничних умов.

Геометрична подоба – постійність відношення усіх відповідних лінійних розмірів моделі і оригіналу.

Часова подоба – постійність відношення інтервалів часу моделі і оригіналу.

Подоба фізичних величин має на увазі постійність відношення фізичних величин для моделі і оригіналу в схожих точках в схожі моменти часу.

Подоба початкових умов – ця подібність полів усіх фізичних величин в початковий момент часу.

Подоба граничних умов – постійність відношення відповідних величин на межах моделі і оригіналу.

Інваріанти подоби – це безрозмірні відношення величин, що характеризують модель і оригінал. Їх значення можуть змінюватися у просторі та часі, але у разі подібності однакові для моделі і оригіналу в схожих точках в схожі моменти часу і не змінюються у разі переходу від однієї подібної моделі до іншої (відношення подібних величин в межах кожної системи, відношення яких один до одного інваріантно, тобто ідентично (*idem* - означає інваріантно або "одне і теж")). Інваріанти подоби також називають *критеріями подоби*, оскільки вони служать ознакою, за якою можна судити про подібність моделі і оригінала. Інваріанти підрозділяються за різними ознаками залежно від виду величин, їх складових, а саме:

- *симплекс подоби* – відношення однорідних величин (двох однорідних фізичних величин з однаковою розмірністю);

- *комплекси подоби* – відношення різнорідних величин (двох або більш різнорідних величин і являють собою безрозмірні комплекси);

- визначальні і визначувані, незалежні, залежні і постійні змінні.

Математична залежність між критеріями і симплексом подібності, що характеризує цей процес перенесення субстанції, називається *критеріальним рівнянням*.

Зазвичай критеріальні рівняння мають вигляд ступенної залежності:

$$\Pi_1 = A \Pi_2^{\alpha_1}, \Pi_3^{\alpha_2}, \dots, \Gamma^{\beta_1}, \Gamma^{\beta_2} \dots$$

Під час виведення диференціальних рівнянь, які описують процес, що відбувається у апараті, зазвичай використовують найзагальніші закони природи, зокрема, фізики - закони збереження і закони перенесення, яким надана форма, що відповідає особливостям відповідного явища. Під час інтегрування будь-якого диференціального рівняння виходить незліченна безліч рішень, що задовольняють цьому рівнянню. Для отримання одного окремого рішення, що відповідає певному конкретному явищу, необхідно знати усі конкретні особливості цього явища, що виділяють його зі всього класу явищ. Ці додаткові (конкретні) умови, які дозволяють однозначно (дають одно значення) визначити одиничне явище, називаються умовами однозначності.

Теорема подібності

1. Перша теорема подібності (теорема Ньютона) при цьому формулюється таким чином: у подібних явищах для будь-якої пари відповідних точок критерії подібності чисельно однакові.

Поняття подібності поширюється на усі відповідні точки подібних систем, у тому числі на межі систем, а також в початковий момент часу.

2. Друга теорема подібності (теорема Федермана–Букінгема), яка формулюється таким чином: рішення системи диференціальних рівнянь може бути представлене у вигляді функції між критеріями подібності цієї системи.

Значення другої теореми подібності полягає в тому, що вона дозволяє не інтегрувати систему диференціальних рівнянь, а отримувати її інтеграл з досвіду у вигляді критеріального рівняння.

3. Подібні ті явища, умови однозначності яких подібні, а критерії подібності, складені з величину тих, що входять в умови однозначності, рівні. Це твердження складає третю теорему подібності (теорему Кірпічова–Гухмана).

Значення цієї теореми полягає в тому, що вона дозволяє відтворювати подібні явища, тобто моделювати їх.

Види подоби

Розрізняють геометричну, фізичну, фізико-хімічну і математичну подібність.

У разі *геометричної подібності* пропорційні геометричні характеристики відповідних елементів об'єктів (наприклад, довжини, висоти або діаметри апаратів).

У разі *фізичної подібності* у просторі та часі подібні поля відповідних фізичних параметрів двох об'єктів, наприклад, кінематична подоба – поля швидкостей, динамічна подоба – системи діючих сил або силових полів (сили інерції, тяжкості, в'язкості, тиску та ін.).

Приклад *фізичної подоби* стосовно перенесення різних субстанцій для дуже широкого кола завдань. Проілюструємо (рис. 5.1) на прикладі течії рідин у виробничому трубопроводі (оригіналі) і в його зменшеній моделі.

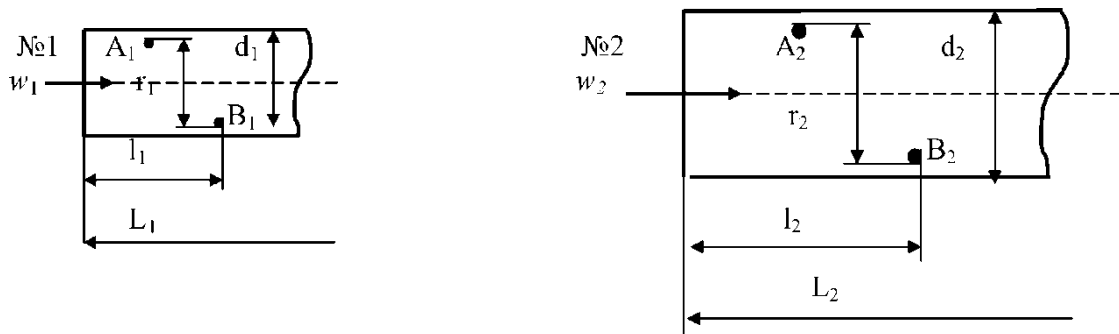


Рис. 5.1 – Подібні течії: модель (№1) та оригінал (№2)

Нехай існує два геометрично подібних канали (рис. 3): малого (його зазвичай називають "модель") і великого ("оригінал") розмірів; у цих каналах течуть рідини з різними властивостями (щільність, в'язкість, теплоємність і т. п.). Оберемо в малому (№1) і великому (№2) каналах дві пари подібних точок A_1 та A_2 , B_1 та B_2 , причому для кожної пари характерна своя геометрична подібність типу $r_1/l_1 = r_2/l_2$. Відношення $r_1/r_2 = l_1/l_2 = \dots = m_\epsilon$ є *множником геометричної подібності*, постійним для будь-якої пари подібних точок в даних каналах.

Розглянемо виникнення критеріїв подоби, розглядаючи усі види подоби. Умовимося позначати характерні для будь-якого гідравлічного явища параметри в такий спосіб: l – лінійний розмір (наприклад, діаметр труби, довжина апарату, розмах крил літака і т.п.), S – площа або поверхня (наприклад, живий переріз потоку і т.п.), V – об'єм, t

– час, w – швидкість, a – прискорення, ρ – щільність (густина); m – маса. Масштаб моделювання тих або інших параметрів буквою k з індексом, що відповідає прийнятому позначенню цього параметра.

Масштаб моделювання сил.

Для двох подібних процесів (моделі і натури) співвідношення двох подібних сил, наприклад сил інерції, запишемо

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{m_1 \cdot a_1}{m_2 \cdot a_2} = k_m \cdot k_a = k_\rho \cdot k_1^3 \cdot \frac{k_v^2}{k_1} = k_\rho \cdot k_1^2 \cdot k_v^2 = \frac{\rho_1 \cdot l_1^2 \cdot v_1^2}{\rho_2 \cdot l_2^2 \cdot v_2^2}.$$

Це рівняння є аналітичним вираженням *закону динамічної подібності*.

Таке ж точне співвідношення повинні мати усі інші пари подібних сил (тяжкість, тиски та ін.), що діють в цих двох подібних процесах.

Вперше закон подібності для механічних систем був сформульований ще в 1686 р. І. Ньютоном, тому вираз, записаний в дещо іншій формі, дістало назву *числа Ньютона*, або *критерію Ньютона*

$$Ne = \frac{N}{\rho \cdot l^2 \cdot v^2}.$$

Під час розгляду динамічно подібних процесів діючи в них сили можуть бути різні (сили тяжіння, в'язкості, тиску та ін.), і одночасне здійснення умови подібності для усіх цих сил або украй скрутно або ж просто неможливо. Тому у більшості випадків питання вирішують приблизно шляхом досягання рівності числа Ньютона Ne тільки для основних, домінуючих сил, що визначають характер гідравлічного явища або процесу.

Критерій Ньютона називається критерієм механічної подібності.

Критерії часткової подібності можна отримати з критерію Ньютона, підставивши в нього, наприклад, замість сили F силу тертя, при цьому отримаємо умову подібності тільки сил тертя (критерій Рейнольдсу Re), або силу тяжіння, отримуючи умову подібності тільки сил тяжіння (критерій Фруда Fr), або силу тиску, отримуючи умову подібності тільки сил тиску (критерій Ейлера Eu), або силу поверхневого натягу (критерій Вебера We).

Величину $\frac{P}{\rho \cdot v^2}$, яка є безрозмірною і являє собою міру відношення сил тиску до сил інерції. Цю величину називають *числом, або критерієм Ейлера*

$$Eu = \frac{P}{\rho \cdot v^2}.$$

Однією з сил, що діють на поверхні рідини, є сила поверхневого натягу $F = \sigma \cdot l$, підставляючи у критерій Ньютона її значення, а також значення маси середовища $m = \rho \cdot l^3$, отримаємо, отримаємо *число Вебера*

$$We = \frac{\sigma}{\rho \cdot l \cdot w^2},$$

яке є відношенням сил поверхневого натягнення до інерційних сил.

У випадку, коли домінуючими силами, що діють на рідину, є сили інерції і тяжіння, динамічна подібність буде дотримана, якщо існує геометрична і кінематична подібності, а також якщо число Фруда, розраховане для подібних точок обох потоків (моделі і натури), будуть однакові. *Критерій Фруда*

$$Fr = \frac{v^2}{g \cdot l}.$$

Якщо основними є сили тертя (це має місце, наприклад, при напірному русі в'язкої рідини по трубопроводах, рух тіл в повітрі та ін.), то після математичних перетворень

отримаємо величину wl/v , яка є безрозмірною і являє собою міру відношення сил інерції до сил тертя і носить назву *число, або критерій Рейнольдсу*

$$Re = \frac{w \cdot l}{v}.$$

У разі статичного (без руху) стану рідини з числа Вебера необхідно виключити швидкість, замінивши її на $g \cdot l$, і отримати таким чином *число Лапласа* – відношення сил поверхневого натягнення до гравітаційних (статичних) сил

$$La = \frac{\sigma}{\rho \cdot l^2 \cdot g}.$$

Для виключення швидкості потоку (інерційних сил) можна скористатися діленням або множенням критеріїв, що містять інерційні сили і властивості рідини, – це числа Re і Fr . Розділивши число Re , зведене в квадрат, на число Fr , отримаємо *число Галілея*

$$\frac{Re^2}{Fr} = \left(\frac{w \cdot l}{v} \right)^2 \frac{g \cdot l}{v^2} = \frac{g \cdot l^3}{v^2} = Ga,$$

яке є відношенням гравітаційних сил до сил в'язкості.

У разі занурення тіла в рідину на нього діють сила Архімеда і гравітаційна сила. Великою, що визначає рух тіла в рідині, прийнято вважати різницю більшою і меншою сил, віднесена до більшої, або $\frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1}$. Включивши це відношення в число Галілея,

отримаємо *число Архімеда*, яке є відношенням архимедівських сил до сил в'язкості:

$$Ar = \frac{g \cdot l^3}{v^2} \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1},$$

де ρ_1 – щільність рідини;

ρ_2 – щільність тіла.

Під час місцевого нагріву газу або рідини відбувається збільшення їх локального об'єму, що призводить до зменшення щільності в цьому об'ємі, а, отже, до виникнення сил Архімеда.

Включивши цю величину в число Галілея, отримаємо *критерій Грасгофа*, яке показує відношення архимедівських сил, що виникають при місцевому нагріві газу або рідини до сил в'язкості:

$$Gr = \frac{g \cdot l^3}{v^2} \beta \Delta t.$$

Методи узагальнення даних експерименту

Для побудови узагальнених залежностей слід встановити, що буде виступати функцією, а що в якості аргументу. Для цього вводиться поняття *визначальних і невизначальних критеріїв*.

Критерії подібності, складені тільки з таких величин, які входять в умови однозначності називаються *визначальними*. Інші критерії (в які входять також величини, що не містяться в умовах однозначності) називаються *невизначальними* (чи *визначуваними*).

Під час проведення експериментів необхідно вимірювати усі величини, що входять до складу критеріїв. Результати експериментів слід представити у вигляді залежності між критеріями. У разі кількості визначальних критеріїв більше двох графічне представлення результатів експерименту ускладнюється (потрібно будувати серію графіків). В цьому випадку результати експериментів краще виражати аналітично (зазвичай у вигляді ступінного одночлена). Так, якщо при русі в'язкої рідини шуканою величиною являється тиск, а усі інші величини входять в умову однозначності, то функціональна залежність в загальному вигляді буде

$$P = f(\eta, x, z, W, g, \rho, \tau)$$

Якщо ж змінні виражені в критеріальному виді, то така залежність матиме вигляд

$$Eu = f(Re, Fr, Ho, \Gamma)$$

Таким чином, замість 8 змінних величин в натуральному вираженні, що входять в загальну функціональну залежність, у разі критеріальної залежності залишається тільки 5.

При аналітичній обробці такої залежності вона може бути зведена до ступінного одночлена

$$Eu = A \cdot Re^n \cdot Fr^m \cdot Ho^p \cdot \Gamma^q$$

Коефіцієнт A і показники степенем n, m, p, q можуть бути визначені методами регресійного аналізу. При цьому має бути також розрахована статистична достовірність у вигляді кореляційного відношення.

Питання до лекції 5

5.1 Назвіть теореми подоби.

5.2 Опишіть яким чином відбувається моделювання сил з метою отримання критерію подоби на будь-якому прикладі критерію подоби

5.3 Вкажіть що таке визначальні критерії

5.4 Охарактеризуйте види подоби

ЗМ 2. Гідростатика. Практичне застосування законів гідростатики.

Лекція 6. Гідравліка. Основні поняття. Загальні питання гідростатики. Диференційне рівняння рівноваги Ейлера. Закон Паскаля

Гідравліка – загальноінженерна прикладна наука, що вивчає закони спокою і руху рідини і взаємодію її з граничними твердими стінками.

Рідини і гази підкоряються одним і тим же закономірностям при невеликих швидкостях руху. При значних швидкостях закони поведінки рідин і газів істотно розрізняються.

Основні поняття

Гідравліка, як механіка рідини, підрозділяється на *гідростатику* і *гідродинаміку*. У *гідростатиці* вивчаються закони рівноваги рідини. У *гідродинаміці* вивчається рух рідини з урахуванням діючих сил.

Рідиною називається суцільне середовище, що легко змінює свою форму під дією навіть дуже незначних сил.

Ідеальна рідина – рідина, що абсолютно не чинить опір зсуву і розриву і що абсолютно чинить опір стисканню.

Реальні рідини, як правило, близькі до ідеальних, у властивості нестискуваності. Найбільш характерна властивість рідини – плинність – це легкорухомість часток рідини, обумовлювана її нездатністю сприймати дотичні напруги в стані спокою. Рідина не може зберігати власну форму, вона набуває форми посудини, в якій знаходиться.

Рідини найчастіше підкоряються закону внутрішнього тертя Ньютона. Такі рідини називають *нормальними*, або *ньютонівськими*. Проте в промисловій практиці доводиться мати справу і з *неньютонівськими рідинами*, що мають аномальні властивості. Не наслідують закон Ньютона розчини багатьох полімерів, колоїдні розчини, густі суспензії, пасти та ін.

Загальні питання гідростатики

У гідростатиці вивчається рівновага рідин, які знаходяться в стані відносного або абсолютного спокою.

Під *відносним спокоєм* розуміють такий стан, коли в рідині, що рухається, окремі її частинці не переміщуються відносно друг друга.

Рідина всередині нерухомої посудини знаходиться в *абсолютному спокої* відносно поверхні землі, який в такому розумінні є окремим випадком відносного спокою.

Незалежно від виду спокою на рідину діють сили тяжіння і тиску. У разі відносного спокою слід враховувати також силу інерції переносного (разом з посудиною) руху рідини.

Тиск рідини, що покоїться, називається гідростатичним тиском

$$p = \frac{F_p}{S} = \rho \cdot g \cdot h.$$

Властивості гідростатичного тиску:

1. Гідростатичний тиск спрямований нормально до поверхні, на яку діє, і створює тільки стискуючу напругу.
2. У будь-якій точці рідини гідростатичний тиск однаковий по усіх напрямках, оскільки інакше відбувалося б переміщення рідини усередині займаного нею об'єму.
3. Гідростатичний тиск в точці залежить тільки від її положення в просторі.

Диференціальні рівняння рівноваги Ейлера

Співвідношення між силами, що діють на рідину, яка знаходиться в стані спокою, визначають умови рівноваги рідини, виражається диференціальними рівняннями рівноваги Ейлера.

Виділимо в рідині, що знаходиться в рівновазі, нескінченно малий об'єм у вигляді паралелепіпеда з ребрами dx , dy і dz , орієнтуючи його ребра вздовж координатних осей x , y і z (рис. 6.1). Тиск одночасно залежить від трьох координат (3-тя властивість гідростатичного тиску), тому на паралельних гранях паралелепіпеда тиск різний.

Наприклад, на нижній грані тиск дорівнює p , а на верхній вже $\left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right)$.

Сила гідростатичного тиску на будь-яку з граней паралелепіпеда дорівнює твору гідростатичного тиску p на площу цієї грані. Вважатимемо, що тиск p є функцією усіх трьох координат, а значить $p = f(x, y, z)$. З'ясування виду цієї функції, т. е. закону розподілу гідростатичного тиску за об'ємом рідини, і є нашим завданням.

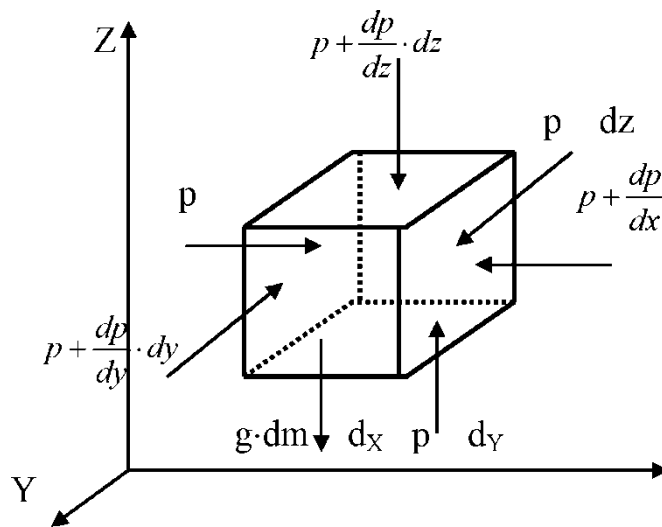


Рис. 6.1 – До виводу диференціальних рівнянь рівноваги Ейлера

Розглянемо суму проєкцій сил на вісь oz . Сила тяжіння проєктуватиметься на цю вісь зі знаком мінус:

$$-dm \cdot g = -\rho \cdot g \cdot dV = -\rho \cdot g \cdot dx \cdot dy \cdot dz$$

Сила гідростатичного тиску діє на нижню грань паралелепіпеда по нормалі до неї (1-ша властивість тиску), і її проєкція на вісь z рівна $p \cdot dx \cdot dy$. Якщо зміна гідростатичного

тиску в цій точці у напрямі осі z дорівнює $\frac{\partial p}{\partial z}$, то за всією довжиною ребра dz тиск складатиме $\frac{\partial p}{\partial z} dz$.

Тоді гідростатичний тиск на протилежну (верхню) грань дорівнюватиме $p + \frac{\partial p}{\partial z} dz$ і проекція сили гідростатичного тиску на вісь z складає $-\left(p + \frac{\partial p}{\partial z} dz\right) dx \cdot dy$.

Сума проекцій сил на вісь z дорівнює нулю, АЛЕ, враховуючи, що об'єм паралелепіпеда $dV = dx \cdot dy \cdot dz \neq 0$ (величина, свідомо не дорівнює нулю), то $-\rho g - \frac{\partial p}{\partial z} = 0$.

Звідки після перетворень отримаємо диференціальні рівняння рівноваги Ейлера:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial p}{\partial x} &= 0 \\ -\frac{\partial p}{\partial y} &= 0 \\ -\rho \cdot g - \frac{\partial p}{\partial z} &= 0, \end{aligned}$$

які описують умови рівноваги елементарного паралелепіпеда і дозволяють встановити залежність гідростатичного тиску у функції від координат $p = f(x, y, z)$.

Для отримання закону розподілу тиску в усьому об'ємі рідини, що покоїться, слід інтегрувати систему рівнянь Ейлера. Інтегралом цих рівнянь є основне рівняння гідростатики, яке широко використовується у інженерній практиці.

Основне рівняння гідростатики. Закон Паскаля

Перетворення диференціальних рівнянь Ейлера зводиться до заміни приватних похідних повним диференціалом dp ; далі необхідно розділити ліву і праву частини третього рівняння на $g \cdot \rho$. Після чого отримуємо наступний вираз

$$d\left(z + \frac{p}{g \cdot \rho}\right) = 0,$$

проінтегрував який маємо *основне рівняння гідростатики*

$$z + \frac{p}{g \cdot \rho} = \text{const},$$

яке можна записати також у такому виді

$$p + g \cdot \rho \cdot z = \text{const}.$$

Відмітимо, що z в основному рівнянні гідростатики із-за проведеної заміни знаку на протилежний виражає не висоту розташування горизонтальної площини над горизонтальною площиною з нульовою координатою (величину возвищення), а величину її заглиблення (занурення).

Якщо розглядати основне рівняння гідростатики для двох площин у такому вигляді (у формі напорів)

$$z_1 + \frac{p_1}{g \cdot \rho} = z_2 + \frac{p_2}{g \cdot \rho},$$

то z_1, z_2 – *нівелірні висоти, геометричні (гідростатичні) напори* м;

$$\frac{p_1}{g \cdot \rho}, \frac{p_2}{g \cdot \rho} \text{ – н'езометричні (статичні) напори} \text{ рідини або напір тиску, м.}$$

Сума вказаних енергій називається *повним гідростатичним напором* і дорівнює загальній потенційній енергії, що приходить на одиницю ваги рідини.

Основне рівняння гідростатики є окремим випадком закону збереження енергії: питома потенційна енергія рідини, що покоїться, в усіх точках є величина постійна.

Якщо переписати основне рівняння гідростатики у такий спосіб

$$p_1 = p_2 + g \cdot \rho \cdot (z_2 - z_1),$$

то отримаємо рівняння Паскаля, закон якого свідчить, що статичний тиск, що створюється у будь-якій точці нестискуваної рідини, що покоїться, передається однаково усім точкам об'єму цієї рідини, тобто при будь-якій зміні тиску p_1 в точці z_1 тиск у будь-якій іншій точці рідини, що покоїться, зміниться настільки ж.

Питання до лекції 6

- 6.1 Назвіть закон Паскаля.
- 6.2 Опишіть основне рівняння гідростатики
- 6.3 Вкажіть фізичний сенс диференціальних рівнянь Ейлера
- 6.4 Охарактеризуйте властивості тиску.

Лекція 7. Основне рівняння гідростатики та його практичне застосування. Розрахунок гідравлічних пресів. Розрахунок гідростатичних тисків під час проектування резервуарів для рідин. Прилади для виміру тиску і вакууму

Практичне застосування основного рівняння гідростатики

Основне рівняння гідростатики, що виражається часто у вигляді закону Паскаля, має ряд важливих практичних застосувань. Розглянемо деякі з них.

Розрахунок гідростатичного тиску на дно і стінки ємкостей, заповнених рідиною.

Якщо рідина поміщена в посудину будь-якої форми, то гідростатичний тиск в усіх точках горизонтального дна посудини однаковий, тиск же на його бічні стінки зростає зі збільшенням глибини занурення.

Гідростатичний тиск p на рівні дна посудини, як і для будь-якої точки усередині рідини, визначається законом Паскаля, але для усіх точок дна величина $(z_1 - z_2)$ є висотою рідини в посудині, позначимо останню через H , отримаємо

$$p_2 = p_1 + \rho \cdot g \cdot H$$

Таким чином, сила тиску F_p на горизонтальне дно посудини не залежить від форми посудини і об'єму рідини в ній. При заданій щільності рідини ця сила визначається лише висотою стовпа рідини H і площиною дна посудини $S^{\text{дно}}$:

$$F_p^{\text{дно}} = p \cdot S = (p_0 + g \cdot \rho \cdot H) \cdot S^{\text{дно}}$$

Гідростатичний тиск рідини на вертикальну стінку посудини змінюється по висоті. Відповідно сила тиску на стінку також є змінною по висоті посудини:

$$F_p^{\text{ст}} = p \cdot S = (p_0 + g \cdot \rho \cdot h) \cdot S^{\text{ст}}$$

де h – відстань від верхнього рівня рідини до центру тяжіння змоченої площі стінки $S^{\text{ст}}$.

У останньому рівнянні вираження у дужках є гідростатичним тиском в центрі тяжіння, змоченої площі стінки. Точка прикладення рівнодійної сил тиску на стінку називається *центром тиску* і розташована завжди нижче центру тяжіння змоченої площі.

Розрахунок гідравлічних пресів.

На використанні основного рівняння гідростатики заснована робота гідростатичних машин, наприклад гідравлічних пресів (рис. 7.1), які використовуються у промисловості для пресування і брикетування різноманітних матеріалів.

Якщо докласти відносно невелике зусилля до поршня 1, що переміщується у циліндрі меншого діаметру d_1 , і створити тиск P на поршень, то, згідно із законом Паскаля, такий же тиск P буде приходиться на поршень 2 в циліндрі більшого діаметру d_2 .

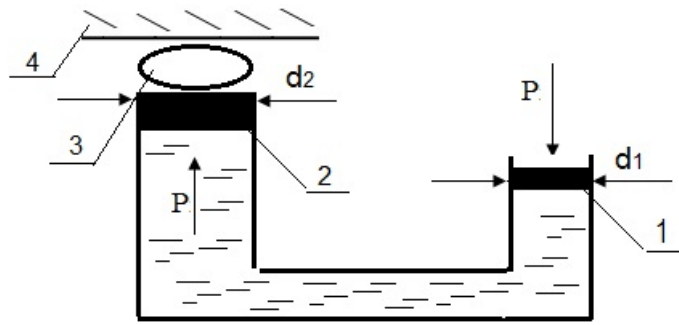


Рис. 7.1 – Робота гідравлічних пресів

При цьому сила тиску на поршень 1 складе

$$P_1 = p \cdot S = p \cdot \frac{\pi \cdot d_1^2}{4},$$

а на поршень 2

$$P_2 = p \cdot S = p \cdot \frac{\pi \cdot d_2^2}{4}.$$

В результаті поршень в циліндрі більшого діаметру передасть силу тиску, в стільки разів більшу, ніж сила, прикладена до поршня в циліндрі меншого діаметру, в скільки раз поперечний переріз циліндра 2 більше, ніж циліндра 1.

У такий спосіб за допомогою порівняно невеликих зусиль здійснюють пресування матеріалу 3, який розміщений між поршнем 2 і нерухомою плитою 4.

Принцип сполучених посудин і його використання.

Нехай є дві відкриті сполучені посудини (рис.7.2), які заповнені рідиною щільності ρ .

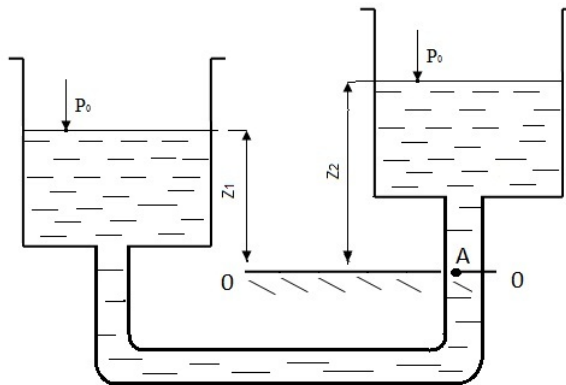


Рис. 7.2 – Робота сполучених посудин, заповнених однією рідиною

Виберемо довільно площину порівняння 0-0 і деяку точку А усередині рідини, що належить цій площині. Якщо вважати, що ця точка А належить лівій посудині, то згідно з основним рівнянням гідростатики, тиск в цій точці

$$P_1 = p_0 + \rho \cdot g \cdot z_1,$$

а якщо точка А належить правій посудині, то

$$P_2 = p_0 + \rho \cdot g \cdot z_2.$$

У разі рівноваги тиск однаковий в кожній точці (інакше відбувалося б переміщення рідини), тоді запишемо

$$p_0 + g \cdot \rho \cdot z_2 = p_0 + g \cdot \rho \cdot z_1$$

при цьому

$$z_2 = z_1$$

Аналогічний висновок може бути зроблений для двох закритих сполучених посудин, в яких тиски над вільною поверхнею рідини однакові.

У разі коли посудини заповнені однією рідиною щільністю ρ , але тиски над рівнем рідини в них неоднакові і дорівнюють p_1 (ліва посудина) і p_2 (права посудина), то основне рівняння гідростатики запишеться так

$$p_2 + g \cdot \rho \cdot z_2 = p_1 + g \cdot \rho \cdot z_1$$

звідки різниця рівнів рідини в посудинах складе

$$\frac{p_1 - p_2}{g \cdot \rho} = z_2 - z_1$$

Рівняння застосовують під час вимірювання тисків або різниць тисків між різними точками за допомогою диференціальних U-подібних манометрів.

Розглянемо випадок, якщо сполучені посудини (рис. 7.3) заповнені двома рідинами, що не змішуються, а значить рідина у лівій посудині має густину ρ_1 , а рідина у правій посудині – ρ_2 . Якщо провести площину порівняння 0-0 через кордон розділу рідин аналогічно попередньому випадку, то отримаємо

$$\rho_2 \cdot z_2 = \rho_1 \cdot z_1 \quad \text{або} \quad \frac{z_1}{z_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}$$

Звідси витікає, що в сполучених посудинах висоти рівнів різнорідних рідин над поверхнею їх розділу обернено пропорційні до щільності цих рідин.

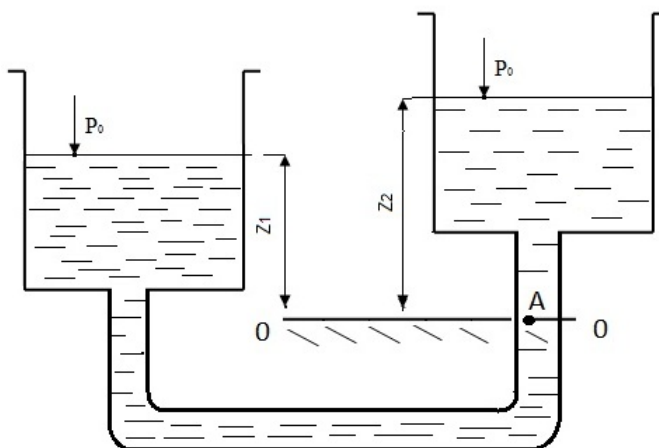


Рис. 7.3 – Робота сполучених посудин, заповнених двома рідинами

Гідралічний затвор. Умови рівноваги рідин в сполучених посудинах використовують також для визначення висоти гідралічного затвора в різних апаратах. Так, у безперервно діючих сепараторах (рис. 7.4) суміш рідин різної щільності (емульсія) безперервно поступає в апарат по центральній трубці 2 і розширюється в ньому, причому легша рідина щільністю ρ_1 віддаляється зверху через штуцер 3, а більш важка рідина з густиною ρ_2 відбирається знизу через U-подібний затвор 4.

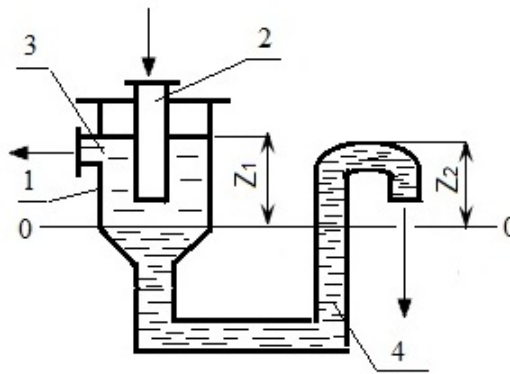


Рис. 7.4 – Визначення висоти гідравлічного затвора для сепаратору

Якщо прийняти, що рівень межі розділу фаз підтримується на межі циліндричної і конічної частин апарату і провести через цю межу площину порівняння 0-0, то необхідна висота гідравлічного затвора, згідно з рівнянням

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}$$

Звідки отримаємо, роблячи припущення, що тиск над рідиною усередині апарату і на виході із затвора однаковий

$$z_2 = z_1 \frac{\rho_1}{\rho_2}$$

Контроль об'єму рідини в будь-якому резервуарі.

Для контролю за об'ємом рідини в будь-якому резервуарі, наприклад підземному (рис. 7.5), в нього поміщають трубу 2, нижній кінець якої доходить майже до дна резервуару.

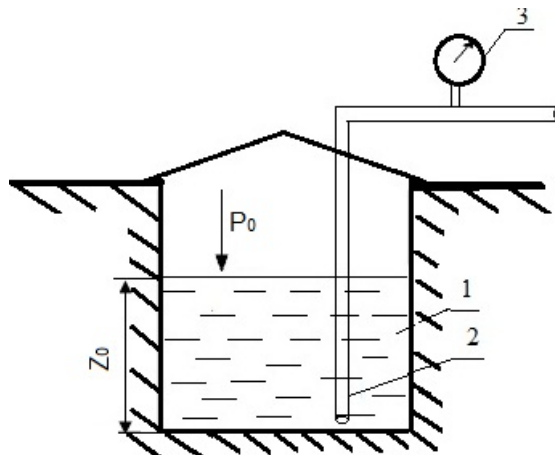


Рис. 7.5 – Контроль об'єму рідини в підземному резервуарі

Тиск над рідиною в резервуарі рівний p_0 . По трубі 2 подають стисле повітря або інший газ, поступово підвищуючи його тиск, який заміряється манометром 3. Коли повітря здолає опір стовпа рідини в резервуарі і почнеться барботаж його крізь рідину, тиск p , що фіксується манометром 3, перестане збільшуватися і буде дорівнювати

$$p = p_0 + \rho \cdot g \cdot z_0$$

Тоді завжди можна знайти рівень рідини в резервуарі

$$\frac{p - p_0}{g \cdot \rho} = z_0,$$

а за величиною z_0 і відомій площі поперечного перерізу резервуару визначають об'єм рідини, що знаходиться всередині.

Прилади для виміру тиску і вакууму

Як і будь-яку фізичну величину, тиск можна виразити від абсолютного нуля. Для цього вводиться шкала абсолютних тисків (рис. 7.6). Тиск, виражений за цією шкалою, називається *абсолютним тиском*. Якщо абсолютний тиск дорівнює тиску навколишнього середовища, його називають *атмосферним* або *барометричним*. Якщо тиск вищий за атмосферного тиску, його називають *надмірним*, яке виражається як надлишок тиску над атмосферним. Якщо абсолютний тиск нижчий атмосферного, вводиться поняття *вакуум*, яке представляється як нехватка абсолютного тиску до атмосферного. На атмосферній шкалі вакууму нуль знаходиться на лінії атмосферного тиску.

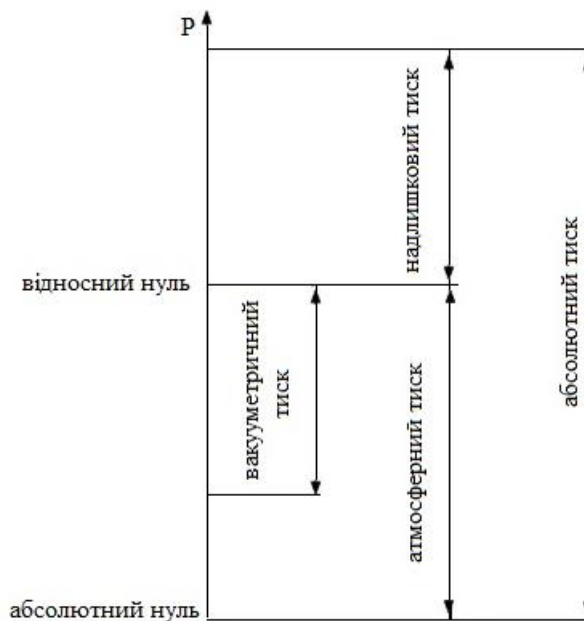


Рис. 7.6 – Визначення тисків

Усі прилади для виміру тиску і вакууму можна розділити на три групи: п'єзometri, манометри, вакуумметри.

Манометри та вакуумметри, показують не абсолютний тиск $p_{абс}$ усередині замкнутого об'єму, а різницю між абсолютним і атмосферним тиском $p_{атм}$. Цю різницю називають *надмірним тиском* $p_{над}$, якщо тиск в об'ємі перевищує атмосферний; і *розрядженням* $p_{розр}$, якщо тиск нижчий за атмосферного (у системі утворюється *вакуум*). Таким чином

$$p_{абс} = p_{над} + p_{атм}$$

$$p_{абс} = p_{атм} - p_{розр}$$

Між тиском, що виражений у н/м^2 (чи в кгс/м^2) і в одиницях висоти стовпа рідини, існує простий зв'язок

$$p = \rho \cdot g \cdot H.$$

Для вимірювання тиску використовують різноманітні прилади, які можна поділити на дві основні групи: рідинні і механічні.

П'єзометри – це скляні трубки діаметром не менше 5 мм. Нижній кінець п'єзометра з'єднується з тією областю, в якій необхідно виміряти тиск, а верхній повинен сполучатися з атмосферою. Трубка має вимірювальну шкалу, за якої роблять відлік

ділень. У разі підключення пьезометру до області виміру тиску, рідина в нім піднімається на визначену висоту, яка називається п'езометричною висотою (рис. 7.7).

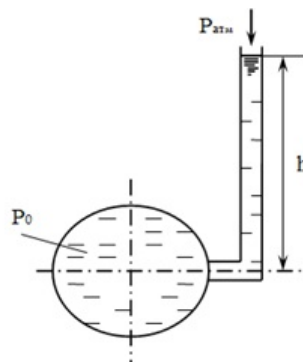


Рис. 7.7 – Пьезометр

Вимірявши величину h , можна визначити тиск у точці резервуару, до якої підключений пьезометр. Так як у трубці знаходиться та ж рідина, що і у сосуді, пьезометр вимірює тиск у метрах стовпа рідини, що досліджується –це є перевагою приладу. *Недолік* пьезометру у тому, що для вимірювань тисків 3...4 м вод. ст. трубки досягають значної висоти, і вимірювання становляться трудомісткими, тому пьезометри використовують для вимірювання невеликих тисків (до 30...40 кПа) із високою точністю.

Для виміру дуже малих тисків застосовують також *мікроманометри* (похилі п'езометри) (рис. 7.8). У них замість малої висоти h можна відлічувати значно більшу величину $l = \frac{h}{\sin \alpha}$, зменшуючи тим самим похибку вимірів. Кут α можна регулювати.

Мікроманометри зазвичай заповнюються спиртом або водою.

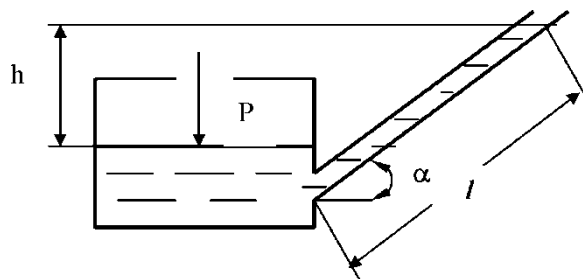


Рис. 7.8 – Мікроманометр

U-подібний рідинний манометр (вакуумметр). Для зниження довжини вимірювальної трубки використовують прилади із рідиною більшої густини, які являють собою U-подібну трубку, зігнуте коліно якого заповнюється, наприклад, ртуттю (рис. 7.9).

Під дією тиску у сосуді рівень ртуті у лівому коліні манометру знижується, а у правому – збільшується. Діапазон вимірюваного надлишкового і вакууметричного тисків становить $10^{-5} \dots 0,1$ МПа.

Диференційний манометр використовують у тих випадках, коли необхідно провести вимірювання не тиску у сосуді, а різницю тисків у двох сосудах чи у двох крапках одного сосуда, розташованих на однакових висотах (рис. 7.10).

Завдяки простоті будови, високій точності вимірювань, стабільності показів рідинні прилади широко застосовують в лабораторній практиці. Їх основними недоліками є вузький діапазон вимірюваних тисків, ламкість скляних трубок, необхідність застосування ртуті для збільшення діапазону вимірювань.

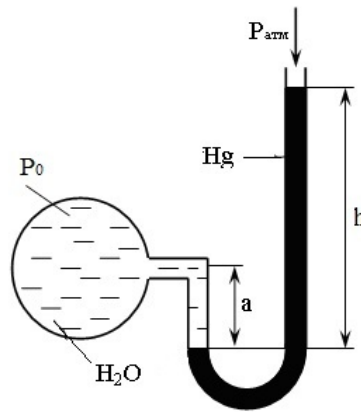


Рис. 7.9 – Манометр

Використання рідинних приборів обмежується порівняно невеликими тисками, для вимірювання великих тисків (більше 0,4 МПа) застосовують механічні манометри (манометри з пружним чутливим елементом).

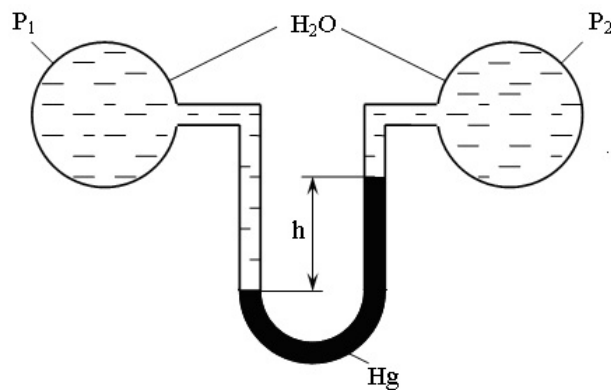


Рис. 7.10 – Диференційний манометр

Механічні манометри. Їх поділяють на два типи: пружинні і мембранні. Вони служать для виміру великих надмірних тисків (більше 3...4 ат).

Механічний пружинний трубчастий манометр (рис. 7.11) складається з одновиткової трубчастої пружини 1, яка розміщена всередині корпуса манометра і зігнута по дузі. Переріз трубки має форму овалу або еліпса. Верхній кінець трубки запаяний і сполучений із стрілкою, а нижній приєднується до тієї області, в якій змінюється тиск. Вимірюваний тиск через штуцер, яким манометр приєднується до гідросистеми, діє на трубку-пружину, частково розгинаючи її. Через тягу 3 зубчастої передачі 4 зміна положення кінця трубки передається стрілці 5, яка показує на шкалі величину тиску.

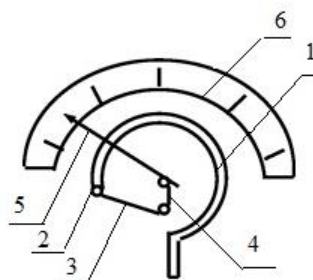


Рис. 7.11 – Механічний пружинний трубчастий манометр

Такі манометри дозволяють вимірювати тиски до 10 000 ат.

У мембранних манометрах тиск, який чиниться досліджуваним середовищем на мембрану хвилеподібної форми, передається на стрілку; в результаті стрілка повертається, дозволяючи зробити відлік тиску за шкалою вимірів. Мембранні манометри мають межі вимірів 0,2...30 ат.

Питання до лекції 7

- 7.1 Назвіть визначення надмірного тиску, розрядження, абсолютного тисків
- 7.2 Опишіть яким чином можна знайти силу тиску на стінку ємності
- 7.3 Вкажіть яке визначити рівень рідини у відкритих сполучених посудинах
- 7.4 Охарактеризуйте використання гідравлічного пресу на виробництві

ЗМ 3. Гідродинаміка. Основні закони гідродинаміки, їх застосування у інженерних розрахунках.

Для будь-якого переміщення рідини слід їй надати деяку рушійну силу. Закони гідродинаміки дозволяють знаходити таку рушійну силу, тобто різницю тисків, необхідну для переміщення необхідної кількості рідини з визначеною швидкістю, або ж навпаки – визначити швидкість і витрату рідини у разі відомого перепаду тиску.

Лекція 8. Гідродинаміка. Теоретичні основи. Потік рідини і його параметри. Види течії та режими течії потоку. Розподіл швидкостей і витрата рідини під час руху

Потік рідини і його параметри

Потік – маса рідини, що рухається, що обмежена твердими стінками.

Лінія струму – лінія, в кожній точці якої вектор швидкості частинки співпадає з напрямком дотичної (лінія 1-2-3).

Трубка струму – сукупність ліній струму, проведених через усі точки контуру елементарного живого перерізу dS (рис. 8.1).

Елементарна цівка (струмок) – пучок ліній струму, що проходять через трубку струму.

Абсолютна шорсткість стінок Δ – це середня висота виступів нерівностей, виміряна в лінійних одиницях.

Відносна шорсткість ε – це відношення абсолютної шорсткості до діаметру труби:

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{d_e}.$$

Живий переріз потоку S – поперечний переріз потоку площиною, нормальною до напрямку швидкості рідини.

Змочений периметр Π – частина контуру живого перерізу, по якому потік стикається з твердими стінками.

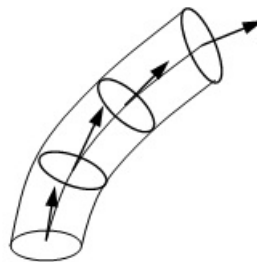


Рис. 8.1 – Трубка тока

Гідравлічний радіус потоку r – розуміють відношення площі затопленого живого перерізу каналу S , через який проходить рідина до змоченого периметра Π :

$$r = \frac{S}{\Pi}$$

Еквівалентний діаметр d_e дорівнює збільшеному учетверо гідравлічному радіусу:

$$d_e = 4r = 4 \frac{S}{\Pi}$$

Витрата рідини – кількість рідини, що проходить через живий переріз потоку в одиницю часу. Розрізняють об'ємну витрату V , що вимірюється в $\text{м}^3/\text{с}$ і масову витрату M в $\text{кг}/\text{с}$.

Швидкість рідини в даній точці – це місцева *істинна (локальна) швидкість*, у розрахунках зазвичай використовують *фіктивну середню швидкість* (рис. 8.2), яка позначається w і виражається відношенням об'ємної витрати рідини V (або Q) до площі живого перерізу S потоку (труби, якою рухається потік).

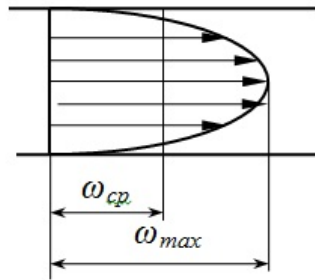


Рис. 8.2 – Розподіл швидкості рідини по каналу

Середня швидкість руху потоку визначається наступним чином:

$$w = \frac{V}{S}$$

а об'ємна витрата V розраховується як

$$V = w \cdot S,$$

тоді масова витрата визначається

$$M = \rho \cdot w \cdot S,$$

де ρ – густина рідини, котора являється потоком, заповнюючим данное живое сечение $\text{кг}/\text{м}^3$;

$\rho \cdot w$ – масова швидкість потоку, що рухається через перетин будь-якої форми, $\text{кг}/\text{м}^2 \cdot \text{с}$.

Види течії рідин

Розрізняють 6 видів руху рідини: рівномірне і нерівномірне, напірне і безнапірне, стаціонарне і нестаціонарне.

Під час *рівномірної течії* швидкість рідини по довжині труби постійна (діаметр труби незмінний).

Під час *нерівномірного руху* швидкість потоку змінна по довжині труби.

У разі *напірного руху* (рис. 8.3) потік повністю заповнює поперечний переріз труби, у разі *безнапірного* – не повністю (рис. 8.4).



Рис. 8.3 – Напірний рух у трубі

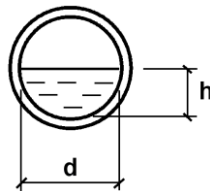


Рис. 8.4 – Безнапірний рух у трубі

У *стаціонарному потоці* усі характеристики рідини (ρ , ω , t , μ , ν і т.п.) постійні в часі, а значить швидкості часток потоку теж не змінюються в часі в кожній фіксованій точці простору, через яку проходить рідина, отже, для кожного перерізу потоку витрати рідини постійні в часі. Умови руху рідини, що встановилися, характерні для безперервних процесів хімічної технології.

У *нестационарному потоці* (несталому в часі) характеристики рідини в кожній точці змінюються в часі. Так, швидкість рідини в певному напрямі x у будь-якій точці є не лише функцією просторових координат x , y і z цієї точки, але також і часу t .

Прикладом несталоного руху може служити витікання рідини з отвору при змінному рівні її в резервуарі. Відбувається головним чином в періодичних процесах або виникає короткочасно під час запуску, зупинках, а також змінах режиму роботи апаратів безперервної дії.

Режими течії рідин

У 1883 р. англійський фізик О. Рейнольдс обгрунтував теоретично і на дуже простих дослідах наочно показав існування двох принципово різних режимів руху рідини, хоча гіпотезу про два режими течії висловив ще Д.І. Менделєєв, О. Рейнольдс підтвердив припущення російського вченого експериментальним шляхом.

Експериментальна установка Рейнольдса (рис. 8.5) складалася з резервуару 1 з випробовуваною рідиною, до якого приєднана прозора труба 2 з краном 3 для регулювання швидкості руху рідини, а також невеликого бачка 4 з рідкою фарбою, з якого фарба по тонкій трубці 5 підводиться до входу в трубу 2. Рейнольдс провів на цій установці численні досліди, змінюючи швидкість руху рідини і її температуру, діаметр труби, висоту рівня рідини в резервуарі, рід рідини та інші параметри.

При цьому у ряді дослідів спостерігалася така картина: фарба, потрапивши в потік випробовуваної рідини у резервуарі 1 витікала у вигляді тонкої цівки в центрі живого перерізу або на його периферії, так і продовжувала рухатися впродовж труби 2 цівкою.

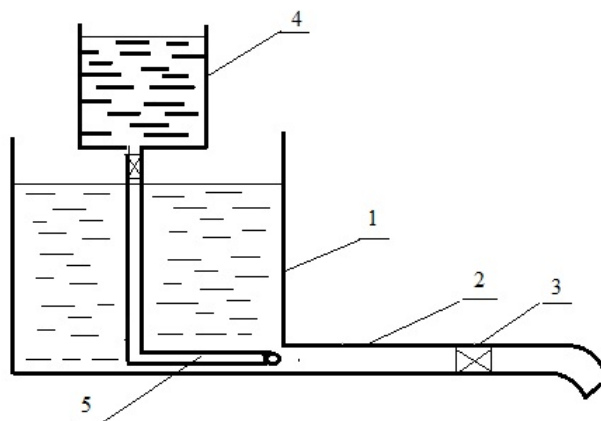


Рис. 8.5 – Схема установки Рейнольдса

У інших випадках картина течії різко відрізнялася від описаної вище, а саме цівка фарби, увійшовши до потоку випробувальної рідини, швидко руйнувалася, розбиваючись на окремі частини. Причому ці частини цівки рухалися далі по найхімірніших і

різноманітніших траєкторіях, продовжуючи ділитися на все дрібніші частини, так що у кінці труби вже важко було розрізнити окремі частки фарби, оскільки вона перемішалася з основною масою потоку.

Рейнольдс також встановив, що критерієм режиму руху рідини є безрозмірна величина, що є відношенням твору характерної швидкості потоку на характерний лінійний розмір до кінематичного коефіцієнта в'язкості рідини, яка згодом була названа на його честь *числом Рейнольдса* Re .

Для потоків в трубах і руслах будь-якого перерізу число Рейнольдса може бути розраховано за формулою

$$Re = \frac{w \cdot d_e}{\nu} = \frac{w \cdot d_e \cdot \rho}{\mu}$$

Критичне значення числа Рейнольдса 2320 є умовним, оскільки воно відноситься лише до стабілізованого ізотермічного потоку в прямих трубах з дуже малою шорсткістю стінок. За $Re < 2320$ рух – ламінарний, за $Re > 10000$ – розвинений турбулентний, а область між цими значеннями називають перехідною (нестійкою турбулентною).

Розподіл швидкостей і витрата рідини під час руху потоку

Розглянемо структури ламінарного і турбулентного потоків. На рисунках 8.6а і 8.6б зображені епюри локальних швидкостей в поперечних перерізах ламінарного і турбулентного потоків.



Рис. 8.6 – Ламінарний режим і турбулентний режим

У структурах обох потоків місцева швидкість на поверхні стінки дорівнює 0, а максимальна швидкість спостерігається на осі труби. Структура турбулентного потоку анізотропна: тут є дуже тонкий пристінний пограничний ламінарний гідродинамічний шар завтовшки δ . В межах цього шару швидкість рідини збільшується від 0 на стінці до деякого кінцевого значення на межі пограничного шару і турбулентного ядра потоку.

Встановлено, що для ламінарного руху співвідношення між середньою швидкістю $w_{ср}$ і максимальною швидкістю w_{max} виглядає таким чином:

$$w_{ср} = \frac{w_{max}}{2}$$

Під час турбулентного режиму руху із-за хаотичного руху часток виходить вирівнювання швидкостей в основній масі потоку та їх розподіл по перерізу труби характеризується кривою, що відрізняється за формою від параболи, ця крива має значно ширшу вершину (рис. 8.6 б).

Досвід показує, що середня швидкість w у разі турбулентного руху не дорівнює половині максимальній як для ламінарного, а значно більше, причому $f(Re) = \frac{w}{w_{max}}$.

Для розрахунків зазвичай використовують такий вираз

$$w_{ср} = (0,85 \dots 0,90) \cdot w_{max}$$

Крім того, під час турбулентного потоку профіль швидкостей (рис. 8.6б) описати дуже складно, оскільки крива w/w_{max} виражає розподіл не істинних, а *осереднених* в часі швидкостей, оскільки в кожній точці турбулентного потоку істинна швидкість не

залишається постійною в часі із-за хаотичності руху часток. Її миттєві значення відчувають флуктуації, або нерегулярні пульсації, що носять хаотичний характер, швидкості пульсують біля деякого усередненого в часі значення, стаючи то більше, то менше. Використання цих *осереднених* швидкостей дозволяє приблизно розглядати турбулентний рух як той, що встановився (турбулентна течія – квазістаціонарна). Якщо w пульсації близькі або рівні за своїм значенням, то такий турбулентний потік – ізотропний.

Різниця між істинною w і осередненою швидкостями \bar{w} називають *миттєвою пульсаційною швидкістю* і означають Δw . Поняття усередненої швидкості \bar{w} не слід плутати з введеним раніше поняттям середньої швидкості (рис. 8.7). Остання є не середньою в часі швидкістю в цій точці, а є швидкістю, яку осереднено для усього поперечного перерізу трубопроводу.

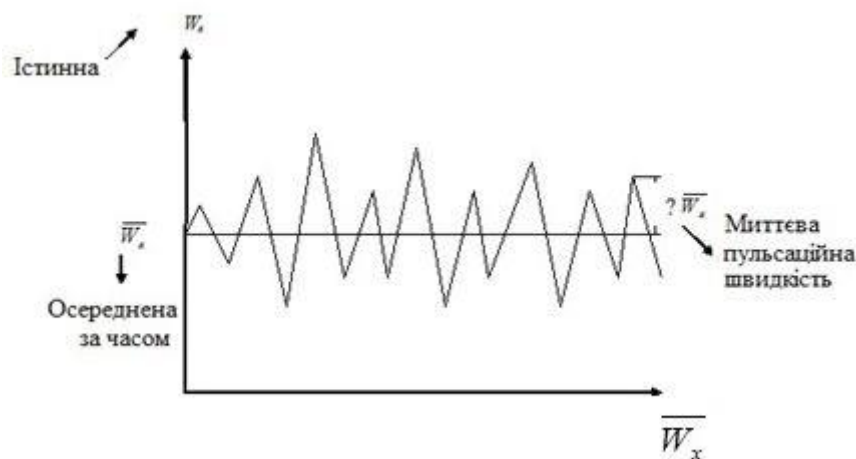


Рис. 8.7 – Розподіл осереднених в часі швидкостей

Отже, у разі турбулентного руху потоку умовно розрізняють центральну зону, або основну масу рідини, що називається *ядром потоку*, в якому рух є розвиненим турбулентним, і *гідродинамічний пограничний шар* поблизу стінки, де відбувається перехід турбулентного руху в ламінарний. Усередині цього шару є тонкий підшар (у стінки труби) завтовшки δ , де сили в'язкості роблять переважаючий вплив на рух рідини. Тому характер її течії в підшарі в основному ламінарний. Насправді структура турбулентного потоку є складнішою, оскільки чітких меж між названими зонами не існує. Тому точніше використовувати уявлення не про чисто ламінарний, а про в'язкий підшар, в якому вплив в'язкості переважає над впливом турбулентних пульсацій.

Питання до лекції 8

- 8.1 Назвіть основні параметри потоку
- 8.2 Опишіть типи руху течії
- 8.3 Вкажіть особливості турбулентного руху потоку
- 8.4 Охарактеризуйте турбулентний рух

Лекція 9. Основні закони гідродинаміки. Рівняння нерозривності (суцільності) потоку рідини. Диференціальне рівняння Ейлера для рухомої рідини. Диференціальне рівняння Нав'є – Стокса

Основні закони руху рідини

Основною умовою, яка повинна дотримуватися під час руху рідини, є безперервність зміни параметрів потоку залежно від координат і часу, тобто в процесі руху рідини мають бути дотримані умови, за яких рідина повинна рухатися в каналі як суцільне середовище, без розривів.

Рівняння нерозривності потоку (рівняння постійності витрати, матеріальний баланс потоку, перший закон гідродинаміки)

Для обґрунтування рівняння нерозривності потоку рідини скористуємося такими міркуваннями. Будемо вважати, що розглядається потік нестискуваної рідини, який є суцільним за своєю структурою, а значить з плином часу зміни (збільшення або зменшення) її маси в об'ємі, який розглядається, не буде мати місця. Прослідкуємо за масою рідини, яка проходить крізь грані елементарного паралелепіпеда, виділеного усередині рухомої рідини, з ребрами dx , dy , dz (рис. 9.1).

Розпочнемо розгляд питання з напрямку, який співпадає з напрямком вісі OX. Припустимо зворотнє, тобто, що під час проходження рідини через грані паралелепіпеда кількість маси рідини зміниться. Тоді через ліву грань паралелепіпеда рідина потрапляє в нього з швидкістю w_x , а через праву грань виходить зі швидкістю $w_x + \frac{\partial w_x}{\partial x} dx$.

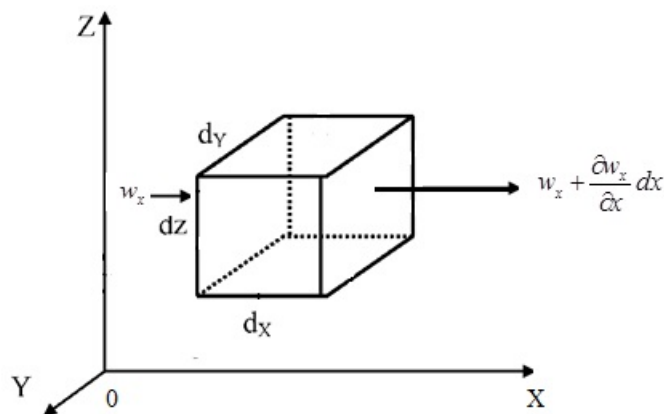


Рис. 9.1 – Рух рідини через контур

Оскільки даний елементарний об'єм нерухомий, зміна швидкості не залежить від часу. У напрямку осі OX через ліву грань виліється за 1 с рідина масою

$$\rho \cdot w_x \cdot dydz,$$

тоді витікати через праву грань буде така кількість

$$+ \rho \cdot \left(w_x + \frac{\partial w_x}{\partial x} dx \right) dydz.$$

Отже, за 1 с з паралелепіпеду виходити в напрямку осі OX рідини більше, ніж потрапляти, на величину

$$\rho \cdot \frac{\partial w_x}{\partial x} \cdot dx dy dz.$$

Аналогічно з цим, зміна кількості маси за одиницю часу по іншим напрямкам складе

$$\rho \cdot \frac{\partial w_y}{\partial y} \cdot dx dy dz \quad \text{та} \quad \rho \cdot \frac{\partial w_z}{\partial z} \cdot dx dy dz.$$

Закон збереження маси вимагає, щоб сума трьох отриманих приростів дорівнювала нулю:

$$\rho \cdot \frac{\partial w_x}{\partial x} \cdot dx dy dz + \rho \cdot \frac{\partial w_y}{\partial y} \cdot dx dy dz + \rho \cdot \frac{\partial w_z}{\partial z} \cdot dx dy dz = 0.$$

Це рівняння називають *рівнянням нерозривності* в диференціальному вигляді, оскільки воно припускає, що рідина є суцільним середовищем.

Для того, щоб перейти від елементарного об'єму до усього об'єму рідини, що рухається суцільним потоком (без розривів і порожнеч) трубопроводом змінного перерізу (рис. 9.2), проінтегруємо отримане диференціальне рівняння і отримуємо $\rho \cdot w \cdot S = \text{const}$.

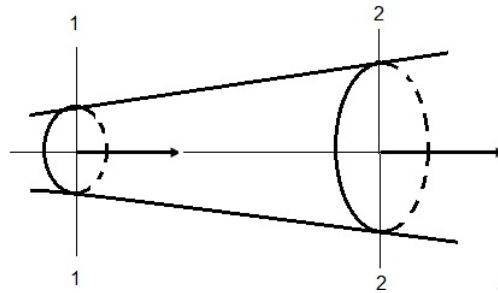


Рис. 9.2 – Трубопровід змінного перерізу

Якщо розглядати рівняння нерозривності для випадку течії *цівки у разі її руху, що встановився*, то маса рідини, що пройде через переріз 1-1 в одиницю часу

$$M_{1-1} = \rho_1 \cdot w_1 \cdot S_1,$$

а через правий переріз 2-2 витікає в одиницю часу маса рідини

$$M_{2-2} = \rho_2 \cdot w_2 \cdot S_2$$

У трубці струму маса рідини, що знаходиться між лівим і правим перерізами, залишається постійною, отже, умова сплосності потоку в трубці струму буде:

$$M_{1-1} = M_{2-2} = \text{const}.$$

Якщо щільність рідини по довжині трубки струму не змінюється, тобто $\rho_1 = \rho_2$, то можна записати для лівого і правого перерізів:

$$w_1 \cdot S_1 = w_2 \cdot S_2 \text{ або } M_1 = M_2$$

Отримане рівняння є *рівнянням нерозривності для трубки струму*.

Для потоку *реальної рідини рівняння нерозривності* записується в наступному виді

$$w_1 \cdot S_1 = w_2 \cdot S_2 = \text{const},$$

де S_1 і S_2 – площі перерізу потоку в перерізах на вході і на виході;

w_1 і w_2 – середні швидкості потоку у цих перерізах.

Таким чином, рівняння постійності витрати є окремим випадком закону збереження маси і являється матеріальним балансом потоку. Однак, в деяких випадках, наприклад, під час вскипання рідини внаслідок різкого пониження тиску, утворюється пара, що може привести до розриву потоку. У таких умовах, спостережуваних іноді в процесі роботи насосів, рівняння нерозривності потоку не виконується.

Диференціальні рівняння Ейлера для рідини, що рухається

Припустимо, що в рідині (ідеальній рідині, тобто відсутні сили внутрішнього тертя) рухається елементарний об'єм dV у формі паралелепіпеда із сторонами dx , dy , dz (рис. 9.3). На паралелепіпед діють поверхневі сили тиску (гідростатичного тиску з боку рідини) P і масові сили з проекціями X , Y , Z , віднесеними до одиниці маси.

Під час виведення диференціальних рівнянь рівноваги Ейлера було показано, що проекція на осі координат сил тяжіння і тиску, що діють на паралелепіпед складають:

– для осі OX: $-\frac{dp}{dx} dx dy dz$;

– для осі OY: $-\frac{dp}{dy} dx dy dz$;

– для осі OZ: $-\left(\rho \cdot g + \frac{dp}{dz}\right) dx dy dz$.

Згідно з основним принципом динаміки, сума проєкцій сил, що діють на елементарний об'єм рідини, що рухається, дорівнює твору маси рідини на її прискорення. Маса паралелепіпеду дорівнює $dm = \rho \cdot dV = \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz$.

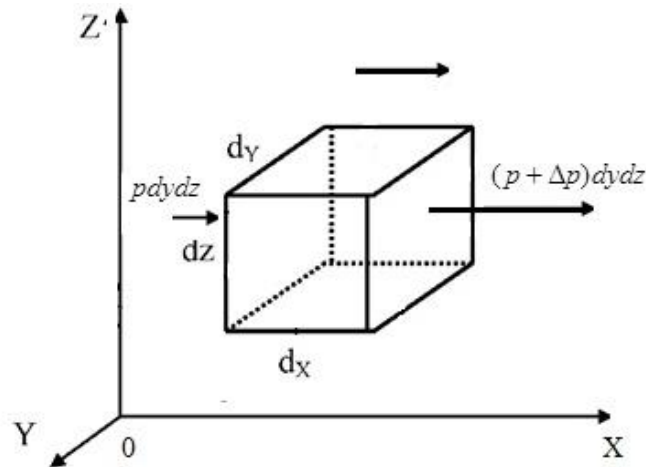


Рис. 9.3 – Схема рівномірного руху об'єму рідини

Якщо рідина рухається зі швидкістю w , то її прискорення дорівнює $dw/d\tau$, а проєкції на координатні вісі:

$$\frac{dw_x}{d\tau}, \frac{dw_y}{d\tau} \text{ та } \frac{dw_z}{d\tau},$$

де dw_x , dw_y , dw_z – складові швидкостей уздовж осей X , Y , Z . При цьому вони відповідають зміні швидкостей w_x , w_y , w_z тільки у часі і характеризують складові прискорення уздовж відповідних осей координат.

Згідно з основним принципом динаміки (сума проєкцій сил, що діють на елементарний об'єм рухомої рідини, дорівнює твору маси рідини на її прискорення, тобто сили інерції) запишемо умову рівноваги сил, в проєкції на координатні вісі:

$$\text{– для осі OX: } \rho \cdot dx dy dz \frac{\partial w_x}{\partial \tau} = -\frac{dp}{dx} dx dy dz;$$

$$\text{– для осі OY: } \rho \cdot dx dy dz \frac{\partial w_y}{\partial \tau} = -\frac{dp}{dy} dx dy dz;$$

$$\text{– для осі OZ: } \rho \cdot dx dy dz \frac{\partial w_z}{\partial \tau} = -\left(\rho \cdot g + \frac{dp}{dz}\right) dx dy dz.$$

Розділивши кожен член рівняння на $\rho \cdot dx dy dz = \rho \cdot dV$, отримаємо систему диференціальних рівнянь руху ідеальної рідини Ейлера для потоку, що встановився:

$$\rho \cdot \frac{\partial w_x}{\partial \tau} = -\frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\rho \cdot \frac{\partial w_y}{\partial \tau} = -\frac{\partial p}{\partial y}$$

$$\rho \cdot \frac{\partial w_z}{\partial \tau} = -\rho \cdot g - \frac{\partial p}{\partial z}.$$

Причому похідні за швидкістю дістали назву *субстанціональних похідних* і характеризують зміну будь-якого параметру або властивості матерії (субстанції) у часі під час переміщення матеріальних часток у просторі.

Зокрема, під час руху рідини із швидкістю w конвективні і локальні зміни зазнають усі складові швидкості уздовж осей координат w_x, w_y, w_z .

Вирази субстанціональної похідної стосовно окремих складових швидкості дорівнюють:

$$\begin{aligned}\frac{\partial w_x}{\partial \tau} &= \frac{\partial w_x}{\partial x} w_x + \frac{\partial w_x}{\partial y} w_y + \frac{\partial w_x}{\partial z} w_z \\ \frac{\partial w_y}{\partial \tau} &= \frac{\partial w_y}{\partial x} w_x + \frac{\partial w_y}{\partial y} w_y + \frac{\partial w_y}{\partial z} w_z \\ \frac{\partial w_z}{\partial \tau} &= \frac{\partial w_z}{\partial x} w_x + \frac{\partial w_z}{\partial y} w_y + \frac{\partial w_z}{\partial z} w_z.\end{aligned}$$

Під час *несталого руху* швидкість рідини змінюється не лише в процесі переміщення частки потоку з однієї точки простору в іншу, але і з часом в кожній точці, тоді складові прискорення в системі рівнянь Ейлера виражаються субстанціональними похідними у наступному вигляді:

$$\begin{aligned}\frac{\partial w_x}{\partial \tau} &= \frac{\partial w_x}{\partial \tau} + \frac{\partial w_x}{\partial x} w_x + \frac{\partial w_x}{\partial y} w_y + \frac{\partial w_x}{\partial z} w_z \\ \frac{\partial w_y}{\partial \tau} &= \frac{\partial w_y}{\partial \tau} + \frac{\partial w_y}{\partial x} w_x + \frac{\partial w_y}{\partial y} w_y + \frac{\partial w_y}{\partial z} w_z \\ \frac{\partial w_z}{\partial \tau} &= \frac{\partial w_z}{\partial \tau} + \frac{\partial w_z}{\partial x} w_x + \frac{\partial w_z}{\partial y} w_y + \frac{\partial w_z}{\partial z} w_z.\end{aligned}$$

Оскільки число рівнянь менше числа невідомих функцій, що входять в них, то ця система рівнянь є незамкнутою. Отже, обійтися лише системою трьох диференціальних рівнянь руху для вирішення гідродинамічних завдань в загальному випадку не представляється можливим. Для замикання цієї системи рівнянь необхідно ще одне додаткове рівняння, яким і буде рівняння нерозривності (сплошності) потоку, що розглянуто раніше.

Диференціальні рівняння руху Навьє-Стокса

У нев'язкій (ідеальній) рідині діє тільки нормальна напруга. Під час руху в'язкої (реальної) рідини в ній виникає не лише нормальна, але і дотична напруга, оскільки в'язка рідина має здатність чинити опір відносному зсуву своїх же шарів. Ця напруга залежить не лише від координат точки, але і від орієнтації майданчика дії.

Отже, під час руху реальної в'язкої рідини на її елементарний об'єм окрім сил тиску, тяжіння і інерції діють також сили тертя. Дія сили тертя викликає виникнення дотичної напруги на поверхню елементарного паралелепіпеда. Позначимо опори на гранях (рис. 9.4): перший індекс – напрям осі, до якої перпендикулярна ця грань, другий індекс – напрям дії напруги. Вважаючи напругу безперервною, використовуючи розкладання в ряд Тейлора, визначимо напругу на гранях, віддалених від початку координат. На рис. 4 показана тільки напруга, що діє на ліву і праву грані.

Розглянемо спочатку відносно простий випадок одновимірного плоского потоку краплинної рідини у напрямку осі OX , в такому випадку дотична напруга виникає в площинах (на гранях), паралельних площині $x-y$ і проекція швидкості w_x залежить тільки від відстані z до горизонтальної площини відліку.

У цих умовах дотична напруга виникає лише на поверхнях dF , тобто на верхній і нижній гранях елементарного паралелепіпеда, причому dF визначається як $dx dy$.

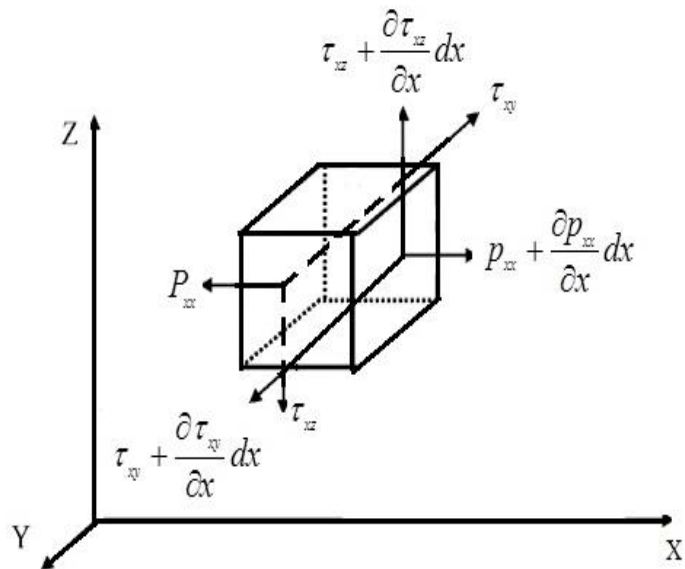


Рис. 9.4 – До виведення рівнянь Нав'є-Стокса

Якщо дотична напруга на нижній грані паралелепіпеда дорівнює τ , то на верхній грані воно складає $\tau + \frac{\partial \tau}{\partial z} dz$. Похідна $\frac{\partial \tau}{\partial z}$ виражає зміну дотичної напруги уздовж осі OZ в точках, що лежать на нижній грані паралелепіпеда, а $\frac{\partial \tau}{\partial z} dz$ є зміною цієї напруги уздовж усієї довжини ребра паралелепіпеда dz.

Тоді проекція рівнодійної сил тертя на OX:

$$\tau dx dy - \left(\tau + \frac{\partial \tau}{\partial z} dz \right) dx dy = - \frac{\partial \tau}{\partial z} dz dx dy .$$

За законом в'язкостного тертя Ньютона дотична напруга обчислюється таким чином:

$$F_{\tau} = \tau = -\mu \frac{\partial w_x}{\partial z} ,$$

де μ – в'язкість рідини, Па·с.

Отже, підставивши в проекцію на вісь OX рівнодійну дотичних сил, значення дотичної напруги τ , отримаємо

$$\mu \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} dx dy dz .$$

У загальнішому випадку трьохмірного потоку складова швидкості w_x змінюватиметься не лише у напрямі осі z, але і в напрямках усіх трьох осей координат, тоді проекція рівнодійної сили тертя на вісь OX прийме вид

$$\mu \left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} \right) dx dy dz = \mu \nabla^2 w_x \cdot dx dy dz$$

Суму других похідних проекцій швидкості по трьох осях координат називають *оператором Лапласа проекції швидкості на вісь OX*:

$$\left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} \right) = \nabla^2 w_x .$$

Відповідно до основного принципу динаміки суми проекцій сил на осі координат мають дорівнювати твору маси рідини на проекції прискорення на осі координат. Тому,

після скорочення на $dx dy dz$, отримаємо проекції на осі координат рівнодійної усіх сил (тяжіння, тиску, інерції і тертя), що діють на елементарний об'єм потоку краплинної рідини:

$$\rho \frac{dw_x}{d\tau} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \nabla^2 w_x$$

$$\rho \frac{dw_y}{d\tau} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \nabla^2 w_y$$

$$\rho \frac{dw_z}{d\tau} = -\rho g - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \nabla^2 w_z,$$

де $\frac{dw_x}{d\tau}$, $\frac{dw_y}{d\tau}$, $\frac{dw_z}{d\tau}$ – субстанціональні похідні швидкості.

Отримана система рівнянь являється *диференціальними рівняннями Навьє-Стоксу*, що описують рух в'язкої краплинної рідини.

Повний опис руху в'язкої рідини можна провести, вирішивши спільно рівняння Навьє-Стокса і нерозривності потоку. Отримані рішення цієї складної системи рівнянь тільки для деяких окремих випадків: так, для ламінарного руху рідини, що встановився, рішення рівнянь Навьє-Стоксу дозволяє вивести рівняння Пуазейля, отримане іншим способом. У більшості ж найбільш важливих для промислової практики випадків застосування рівнянь Навьє-Стокса стає можливим або лише за рядом спрощуючих допущень, або під час перетворення цих рівнянь методами теорії подоби.

Питання до лекції 9

- 9.1 Назвіть рівняння нерозривності у в диференціальному вигляді
- 9.2 Опишіть як можна вирішити рівняння Навьє-Стокса
- 9.3 Вкажіть чи достатньо системи трьох диференціальних рівнянь руху Ейлера для вирішення гідродинамічних завдань в загальному випадку
- 9.4 Охарактеризуйте висновки з рівняння нерозривності

Лекція 10. Рівняння Бернуллі для елементарної цівки ідеальної рідини. Рівняння Бернуллі для елементарної цівки реальної рідини. Геометричний, н'єзометричний і гідравлічний ухили

Рівняння Бернуллі для елементарної цівки ідеальної рідини

Вище були розглянуті диференціальні рівняння руху потоку ідеальної рідини (Ейлера) і рівняння нерозривності руху, що утворюють замкнуту систему рівнянь. Для вирішення конкретних інженерних завдань необхідно вміти знаходити інтеграли цих рівнянь.

Перш ніж перейти до інтегрування рівнянь для ідеальної рідини (сили тертя відсутні), прийемо наступні допущення: із зовнішніх масових сил діє лише сила тяжіння; гідродинамічний тиск є функцією координат і не залежить від часу; рідина є нестискуваною, тобто $\rho = \text{const}$.

Розглянемо рівняння руху Ейлера:

$$\rho \cdot \frac{\partial w_x}{\partial \tau} = -\frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\rho \cdot \frac{\partial w_y}{\partial \tau} = -\frac{\partial p}{\partial y}$$

$$\rho \cdot \frac{\partial w_z}{\partial \tau} = -\rho \cdot g - \frac{\partial p}{\partial z}.$$

Помножимо проекції сил по кожній координаті відповідно на dx , dy , dz (відповідні проекції елементарного шляху, що пройшла частинка) і поділимо на щільність ($\rho = \text{const}$). В результаті отримаємо:

$$\frac{\partial w_x}{\partial \tau} dx = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} dx$$

$$\frac{\partial w_y}{\partial \tau} dy = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} dy$$

$$\frac{\partial w_z}{\partial \tau} dz = -g \cdot dz - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} \cdot dz.$$

Проекції прискорення масової сили (в даному випадку сили тяжіння) набудуть наступних значень при вибраному напрямі осей координат:

$$x=0; y=0; z=-g.$$

Перша дріб лівої частини кожного з рівнянь є відповідною проекцією швидкості, отже склавши три рівняння можна записати:

$$w_x dw_x + w_y \cdot dw_y + w_z dw_z = -g \cdot dz - \frac{1}{\rho} \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial p}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial p}{\partial z} \cdot dz \right).$$

Представимо ліву частину вираження як

$$d\left(\frac{w_x^2}{2}\right) + d\left(\frac{w_y^2}{2}\right) + d\left(\frac{w_z^2}{2}\right) = d\left(\frac{w_x^2 + w_y^2 + w_z^2}{2}\right) = d\left(\frac{w^2}{2}\right),$$

а доданок в дужках правої частини, з урахуванням того що, тиск в кожній точці простору під час встановленого руху ідеальної рідини залежить лише від її положення в просторі можна виразити у вигляді повного диференціала тиску dP , і поділивши рівняння на g , отримаємо:

$$d\left(\frac{w^2}{2g}\right) + \frac{dp}{\rho g} + dz = 0 \quad \text{або} \quad d\left(\frac{w^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + z\right) = 0.$$

Інтегруючи це диференціальне рівняння в повних диференціалах, прийдемо до наступного результату:

$$\frac{w^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + z = \text{const}.$$

Це рівняння називається *рівнянням Бернуллі*, і воно справедливе для *встановленого руху ідеальної рідини*, згідно якому сума питомої (віднесеної до одиниці ваги) кінетичної енергії $\left(\frac{w^2}{2g}\right)$ і потенційної енергії тиску і положення $\left(\frac{p}{\rho g} + z\right)$ є величина постійна для будь-якої точки на лінії струму.

Усі складові цього рівняння мають розмірність довжини і називаються *напорами* або висотами, а саме:

$\frac{p}{\rho g}$ – п'єзометричний напір або п'єзометрична висота, пропорційна тиску в даному перерізі, або питома потенційна енергія тиску стовпа рідини [м] = [Па/((кг/м³)(м/с²))];

z – геометричний напір або нівелірна висота розташування перерізу елементарної цівки рідини над деякою площиною порівняння, або питома потенційна енергія положення [м] = [Джоуль/Н];

$\left(\frac{w^2}{2g}\right)$ – швидкісний або динамічний напір або питома кінетична енергія [м] = [(м/с)²/(м/с²)].

На рис. 10.1 усі члени рівняння Бернуллі надані графічно.

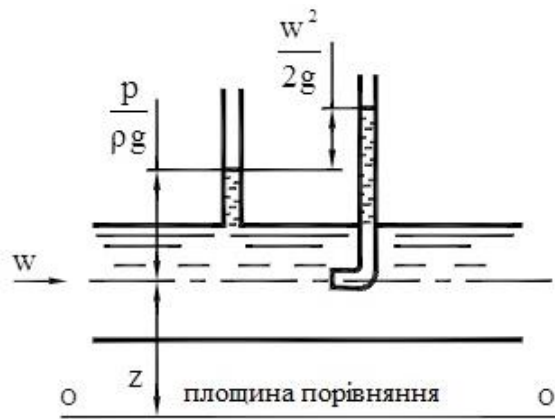


Рис. 10.1 – Геометрична інтерпретація рівняння Бернуллі для ідеальної рідини

Отже, *геометричний сенс рівняння Бернуллі* полягає в тому, що під час встановленого руху ідеальної рідини, сума трьох висот (геометричної, п'єзометричної і швидкісної) не змінюється уздовж цієї елементарної цівки.

Енергетичний сенс рівняння Бернуллі полягає в тому, що під час встановленого руху ідеальної рідини, сума питомих енергій положення, тиску і кінетичною не змінюється уздовж цієї елементарної цівки.

Для кінцевих перерізів потоку параметри рівняння Бернуллі осереднюють по усіх лініях струму, тобто по усьому перерізу, при цьому замість швидкості в точці використовують середню швидкість за поперечним перерізом ($w_{\text{сеп}}$), тому питома кінетична енергія, розрахована за середньої швидкості, множиться на поправочний коефіцієнт α , залежний від розподілу швидкості за перерізом потоку

$$\alpha = \frac{\iint w^3 dS}{w_{\text{сеп}}^3 S}$$

У технічних розрахунках зазвичай приймають $\alpha = 1$ по наступним причинам. Величина α за великих швидкостей турбулентної течії трохи перевищує 1; за малих швидкостей, що відповідають ламінарному руху $\alpha = 2$.

Окрім коефіцієнта Коріоліса α , що враховує нерівномірність розподілу швидкостей за перерізом потоку, існує аналогічний показник для врахування величини кількості руху – коефіцієнт Буссіне α' :

$$\alpha' = \frac{\Theta}{\Theta_{\text{сеп}}} \cdot \frac{\rho \int w^2 \cdot ds}{\rho \cdot S \cdot w_{\text{пер}}^2} = \frac{1}{S} \int \left(\frac{w}{w_{\text{пер}}} \right)^2 \cdot ds$$

У зв'язку з тим, що величина коефіцієнта кількості руху (коефіцієнт Буссіне) невелика і не перевищує 1,05, поправкою в розрахунках зазвичай нехтують.

У технічних розрахунках зазвичай використовують середні за переріом величини швидкостей, тому приймаємо позначення $w_{\text{сеп}} = w$, тоді рівняння Бернуллі для двох довільних перерізів елементарної цівки:

$$\frac{w_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} + z_1 = \frac{w_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + z_2.$$

Перший доданок в обох частинах рівняння є кінетичною енергією руху рідини, другий – енергію тиску, а третій – енергію положення. Сума двох останніх дає потенційну енергію потоку. Таким чином, з *фізичної точки зору*, рівняння Бернуллі є окремим випадком закону збереження і перетворення енергії стосовно руху ідеальної рідини, де $h_{\text{шв}}$ – питома кінетична енергія, $h_{\text{пз}}$ – питома енергія сил тиску, h_{Γ} – питома енергія положення.

Рівняння Бернуллі для елементарної цівки реальної рідини.

Геометричний, п'єзометричний і гідравлічний ухили

Розглянемо трубопровід змінного діаметру, розташований в просторі під деяким кутом. Виберемо довільно на даній ділянці трубопроводу (рис. 10.2) перерізи 1-1, 2-2 і 3-3. Під час руху реальної рідини між сусідніми цівками виникають сили тертя, на подолання яких витрачається частина енергії рідини.

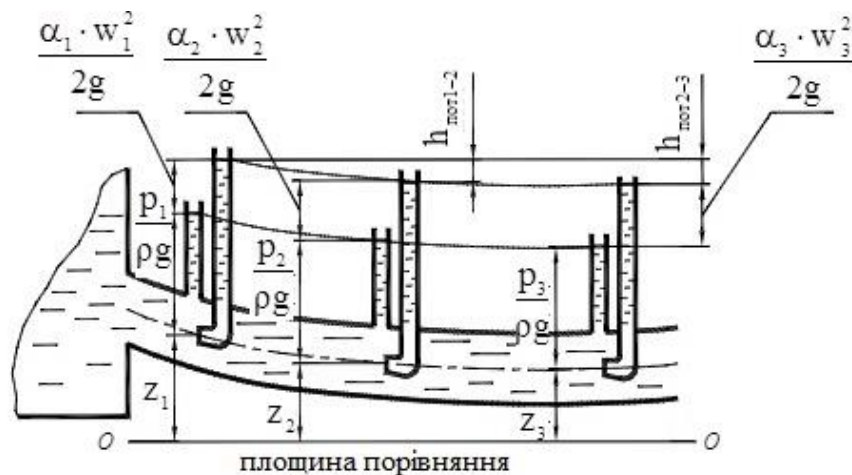


Рис. 10.2 – Графічне зображення рівняння Бернуллі для трубопроводу, що розташований в просторі під деяким кутом

Питома енергія рідини в перерізі елементарної цівки 2-2 буде менша за питому енергію рідини в перерізі 1-1 на деяку величину $h_{\omega} = h_{\text{втр}}$, яку називають *втраченою висотою або втраченою питомою енергією* $h_{\text{втр}}$, що витрачається на подолання гідравлічних опорів. Аналітично це положення запишеться таким чином:

$$\frac{\alpha_1 \cdot w_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} + z_1 = \frac{\alpha_2 \cdot w_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + h_{\text{втр}}$$

Легко зобразити рівняння Бернуллі для потоку реальної рідини графічно (рис. 10.2). Для цього слід, обравши довільну горизонтальну площину порівняння 0-0, відкласти на ній в кожному перерізі усі відомі висоти і втрати $h_{\text{втр}}$. Кінці відрізків z , сполучаємо плавною кривою, і отримаємо положення осі цівки.

Геометричним ухилом називається падіння геометричної лінії цівки або потоку рідини на одиницю довжини l . Для елементарної цівки на ділянці між перерізами 1-1 і 2-2 повне падіння геометричної лінії дорівнює різниці геометричних висот на ділянці в 1 м довжини:

$$I_r = \frac{z_1 - z_2}{l_{1-2}},$$

де l – відстань між перерізами потоку.

У разі, коли геометрична лінія криволінійна

$$I_r = \frac{dz}{dl}.$$

За геометричну лінію напірних потоків (у трубах) зазвичай береться їх осьова лінія.

Сполучаючи кінці відрізків $p/\rho g$ плавною кривою, отримаємо так звану *п'єзометричну лінію*. *П'єзометричним ухилом* називається падіння п'єзометричної лінії на одиницю довжини цівки або потоку рідини.

Лінія, що з'єднує рівні рідини у пьезометрах і розташована на відстані $(p/\rho g + z)$ над площиною порівняння 0-0, характеризує зміну питомої потенційної енергії за довжиною потоку рідини.

Інтенсивність зміни цієї енергії на ділянці трубопровода характеризується пьезометричним ухилом (падіння пьезометричної лінії на одиницю довжини потоку рідини):

$$I_p = \frac{\left(\frac{p_1}{\rho g} + z_1\right) - \left(\frac{p_2}{\rho g} + z_2\right)}{l_{1-2}}.$$

У разі, коли пьезометрична лінія криволінійна

$$I_p = \frac{d\left(\frac{p}{\rho g} + z\right)}{dl}.$$

Величина пьезометричного ухилу може бути як позитивною, так і негативною. Негативною буде у тому випадку, коли потік розширюється.

Відклавши в кожному перерізі вгору від пьезометричної лінії відрізки, що дорівнюють швидкісним напорам, і з'єднавши їх кінці плавною кривою, отримаємо *лінію гідродинамічного напору* або, як її часто називають, *гідралічну лінію*, або *лінію повних питомих енергій* (рис. 10.2). Відрізки, рівні відстаням по вертикалі від гідралічної лінії до горизонтальної площини, що проходить над площиною порівняння 0-0 на висоті, рівній початковій питомій енергії, є *втратами енергії на гідралічні опори* $h_{втр}$ на ділянці від початкового до даного перерізу.

Зміна повної питомої енергії потоку, що доводиться на одиницю довжини, або падіння гідралічної (напорної) лінії на одиницю довжини елементарної цівки називається *гідралічним ухилом*, який характеризує величину втрат тиску, що доводяться на одиницю довжини:

$$I_{сеп} = \frac{\left(\frac{p_1}{\rho g} + z_1\right)g - \left(\frac{p_2}{\rho g} + z_2\right)g}{l_{1-2}} = \frac{H_1g - H_2g}{l_{1-2}}.$$

Оскільки, $H_1 \cdot g - H_2 \cdot g = h_{wp}$, то гідралічний ухил виражає так само втрату напору на одиницю довжини цівки або потоку рідини:

$$I_{сеп} = \frac{h_{wp}}{l}.$$

Для криволінійної напорної лінії

$$I = \frac{dh_{wp}g}{dl}.$$

Слід зазначити, що геометричний і пьезометричний ухили в різних випадках можуть бути і позитивними і негативними. Гідралічний ухил завжди позитивний, оскільки повна питома енергія частини рідини, що рухається, поступово зменшується у міру її просування уздовж елементарної цівки, витрачаючись на подолання сил тертя, перетворюючись на теплову енергію і розсіюючись; напірна лінія завжди знижується по напрямку руху потоку, тому зворотного ухилу не може бути. У разі рівномірного руху живий переріз і швидкість потоку постійні і тоді гідралічний та пьезометричний ухили рівні між собою.

Питання до лекції 10

10.1 Назвіть геометричний сенс рівняння Бернуллі

- 10.2 Опишіть як графічно зобразити рівняння Бернуллі для потоку реальної рідини
 10.3 Вкажіть складові рівняння Бернуллі
 10.4 Охарактеризуйте геометричний, п'єзометричний та гідравлічний ухили.

Лекція 11. Практичне використання рівняння Бернуллі: трубка Піто, трубка Піто-Прандтля, Витратомір Вентурі, Діафрагма Вимірвальне сопло Струминний насос

Розглянемо застосування рівняння Бернуллі для *виміру швидкості і витрати рідини в трубопроводі*. Для цього використовують *трубку Піто*. Якщо в потік води в каналі опустити трубку, загнуту назустріч потоку, то вода в трубці піднімається вище рівня води у самому каналі (рис. 11.1), при цьому висота підйому води в трубці (h) пропорційна швидкості потоку.

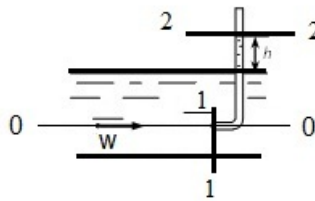


Рис. 11.1 – Трубка Піто

Трубка Піто широко застосовується для виміру швидкості рідини і газу. Складемо рівняння Бернуллі для перерізів 1-1, що є входом потоку у носок трубки і 2-2, що проходить через рівень підйому рідини у трубці. Горизонтальна площина порівняння 0-0 проходить через носок трубки (рис. 1):

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{w_1^2}{2g} = h + \frac{p}{\rho g} + \frac{w^2}{2g}.$$

Враховуючи, що $z_1=0$, а $p_1 = p + \rho \cdot g \cdot h$, $w_1 = 0$, то тоді отримаємо, що

$$w_1 = w = \sqrt{2gh}.$$

Проте вимір швидкостей потоків в напірних трубопроводах за допомогою тільки трубки Піто технічно неможливо.

Тому на початку ХХ століття Людвіг Прандтль запропонував доповнити конструкцію другою трубкою, отвір якої паралельний лініям струму. Вимірюючи різницю тисків в цих двох трубках, можна розрахувати швидкість потоку. Отже, у цьому приладі об'єднуються трубка Піто 2 і пьезометр 1 (рис. 11.2).

Для отримання розрахункової залежності розглянемо два перетини, один з яких знаходиться далеко від отвору трубки Піто (перетин 1-1), а другий перетин – у перешкоди, у отвору трубки Піто (переріз 2-2).

Отже, в критичній точці, тиск дорівнює p_t , а швидкість потоку $w_t = 0$. рідина, що рухається має щільність ρ , тече із швидкістю w , а тиск в рідині дорівнює p . Запишемо рівняння Бернуллі для цієї елементарної цівки:

$$p + \rho g z + \frac{\rho w^2}{2} = p_t + \rho g z_t + \frac{\rho w_t^2}{2},$$

звідки, враховуючи, що $z = z_t$, а $w_t = 0$, тоді отримаємо, що в двох трубках приладу створюється різниця тисків, яку можна виміряти, наприклад, U-подібним диференціальним манометром, і ця різниця дорівнює:

$$\Delta p = p_t - p = \frac{\rho w^2}{2}.$$

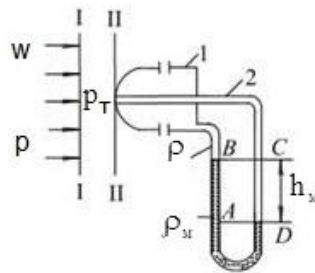


Рис. 11.2 – Трубка Піто-Прандтля

Отже, швидкість потоку для елементарної цівки, тобто локальна швидкість потоку в місці встановлення датчика (трубки Піто), знаходиться таким чином:

$$w = \psi \sqrt{2 \cdot g \cdot h_m \cdot \frac{\rho_m - \rho}{\rho}},$$

де ψ – коефіцієнт, який визначається дослідним шляхом для кожної окремої трубки.

Вимірявши швидкості в різних точках, можна визначити середню швидкість потоку, а знаючи останню розрахувати витрати рідини.

Розглянемо *трубку Вентурі* (рис. 11.3), яка створює в трубопроводі місцеве звуження потоку і по виникаючому перепаду тисків можна визначити витрату рідини. Труба Вентурі – конструкція, що має на вході циліндричну ділянку, потім – конфузур (усічений конус, що сходиться), циліндричне горло і дифузур (конус, що розходиться). Довжини циліндричних ділянок дорівнюють їх діаметрам. Відбори тисків p і p_0 робляться в серединях циліндричних елементів конструкції.

Витратомір Вентурі є вставкою меншого діаметру (ніж трубопровід) із плавним входом і виходом, до якої приєднують диференційний манометр.

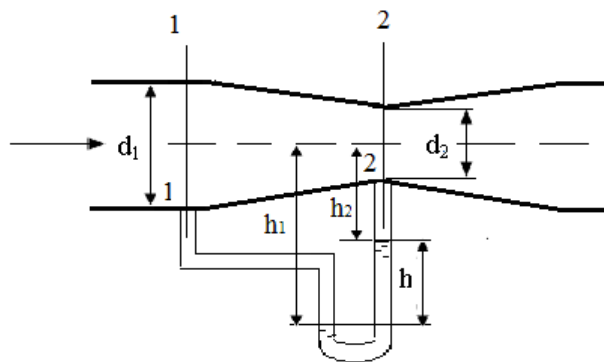


Рис. 11.3 – Витратомір Вентурі

Запишемо рівняння Бернуллі для обраних перерізів 1-1 та 2-2, прийнявши за площину порівняння 0-0 (переріз, що проходить через вісь труби), тоді $z_1 = z_2 = 0$ і приймемо, що $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$. Залежність між об'ємними витратами V і різницею $h = h_1 - h_2$ можна отримати за допомоги рівняння Бернуллі і рівняння нерозривності потоку.

Рівняння Бернуллі для реальної рідини:

$$\frac{P_1}{\rho \cdot g} + \frac{w_1^2}{2 \cdot g} = \frac{P_2}{\rho \cdot g} + \frac{w_2^2}{2 \cdot g} + h_{\text{втр}}.$$

Різниця рівней у пьезометричних трубках h :

$$h = h_1 - h_2 = \frac{p_1}{\rho g} - \frac{p_2}{\rho g} = \frac{w_2^2}{2 \cdot g} - \frac{w_1^2}{2 \cdot g} + h_{\text{втр}},$$

де $h_{\text{втр}}$ – втрати напору між перерізами 1-1 і 2-2.

Втрати напору між перерізами 1-1 і 2-2

$$h_{\text{втр}} = \xi \frac{w_2^2}{2 \cdot g}$$

З рівняння нерозривності потоку отримуємо

$$w_1 = w_2 \frac{S_2}{S_1} = w_2 \frac{d^2}{D^2},$$

де S_2 – площа широкого перерізу, м^2 ;

S_1 – площа вузького перерізу, м^2 .

Спільне рішення рівнянь нерозривності і Бернуллі призводить до вираження:

$$h_{\text{втр}} = \frac{w_2^2}{2 \cdot g} - \frac{w_1^2}{2 \cdot g} \left(\frac{d^2}{D^2} \right) + \xi \frac{w_2^2}{2 \cdot g},$$

звідки швидкість рідини в перерізі 2-2:

$$w_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot h}{1 - \left(\frac{d^2}{D^2} \right)^2 + \xi}}$$

Діафрагма (рис. 11.4) є пристроєм, який має тонкий металевий диск D з центральним круглим отвором, що має загострену кромку. Діаметр отвору діафрагми d_0 менше діаметру d труби T , на якій встановлюється діафрагма. Диск діафрагми з обох боків затискається металевими кільцями K (кільцеві камери, що усереднюють по поперечному перерізу потоку тиск p до діафрагми і тиск p_0 за отвором в диску), внутрішній діаметр яких дорівнює діаметру d трубопроводу T . Диск створює динамічний напір, який передається вимірювальному пристрою шляхом перепаду тиску.

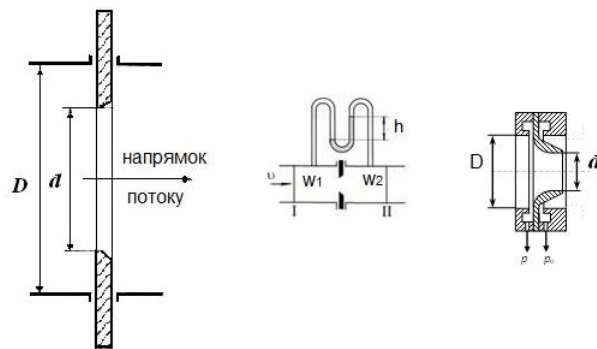


Рис. 11.4 – Діафрагма

Метод вимірювання перепаду тиску заснований на рівнянні нерозривності і рівнянні Бернуллі. Об'ємні витрати, що вимірюються діафрагмою розраховуються

$$V = \alpha \cdot \kappa \cdot S_{\text{отв}} \sqrt{2 \cdot \frac{\Delta p}{\rho}} = \alpha \cdot \kappa \cdot S_{\text{отв}} \sqrt{2 \cdot g \cdot (h_1 - h_2) \frac{(\rho_m - \rho)}{\rho}},$$

де α – коефіцієнт витрати нормальної діафрагми у гладкому трубопроводі;

κ – поправочний множник, що враховує шорсткість стінок трубопроводу;

$S_{\text{отв}}$ – площа отвору діафрагми;

$\rho_{\text{ман}}$ – густина рідини у манометрі;

ρ – густина потоку у трубопроводі;

$h_1 - h_2 = h$ – різниця рівнів рідини у дифманометрі, що приєднаний до діафрагми.

Вимірювальне сопло (рис. 11.5) – деталь спеціального профілю, що має плавно закруглений вхід і циліндричний вихідний отвір діаметром d_0 , менший за діаметру труби.

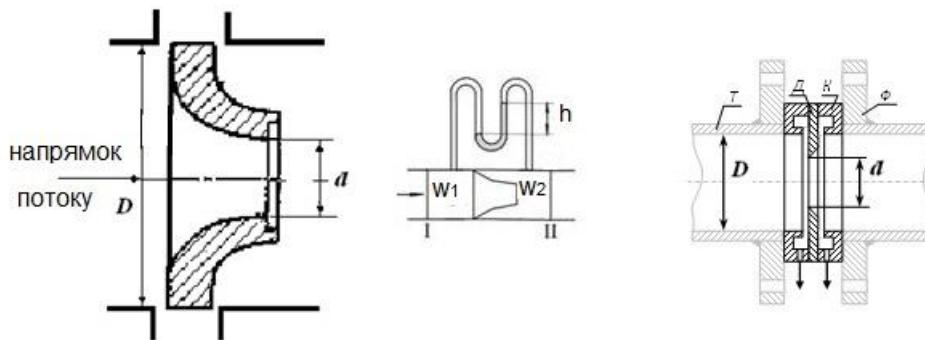


Рис. 11.5 – Вимірювальне сопло

Зменшення статичного тиску в точках, де швидкість потоку більша, лежить в основу роботи водоструминного насоса, який винайшов в 1868 р. Роберт Бунзен (більш відомий як винахідник газового пальника).

Принцип роботи струминного насоса (рис. 11.6) ґрунтований на переміщенні середовища різного агрегатного стану трубопроводом з вмонтованим в нього соплом. Таке сопло виготовляється звуженим. Завдяки звуженню швидкість рідини під час руху збільшується.

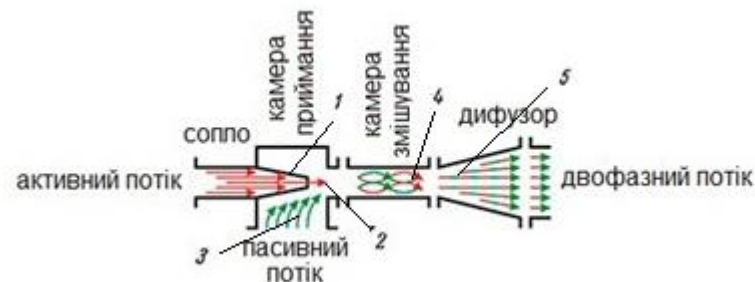


Рис. 11.6 – Струминний насос

Робоча рідина витікає з високою швидкістю через сопло 1 в приймальну камеру 2. Струмінь робочої рідини в приймальній камері стикається з переміщуваною рідиною, що поступає по трубі 3. Завдяки тертю і імпульсному обміну на поверхні струменя в приймальній камері відбувається захоплення і переміщення рідини, що поступає по трубі 3 в камеру змішення 4 і далі в кінцевий дифузор 5.

Конструкція струминного насоса не включає частин, що рухаються. У техніці струминні насоси дістали назву *інжектори* (призначені для стискування газів і пари, а також для нагнітання рідин в різні апарати) і *ежектори* (насоси, призначені для відсмоктування газів, пари або рідин). Вибір сопла у кожному конкретному випадку залежить від виду перекачуваного середовища і гідравлічних особливостей.

Питання до лекції 11

- 11.1 Назвіть різницю між трубкою Піто та Піто-Прандтля
- 11.2 Опишіть складові частини витратоміру Вентурі
- 11.3 Вкажіть складові рівняння Бернуллі
- 11.4 Охарактеризуйте роботу струминного насосу

Лекція 12. Практичне використання рівняння Бернуллі. Визначення витрат рідини, що витікає через отвір у днищі ємності та стінці ємності. Визначення часу випорожнення ємності

Визначення витрат рідини, що витікає через отвір у днищі ємності

Визначимо витрату рідини (рис. 12.1) під час її витікання через круглий отвір в тонкому днищі відкритої посудини, в якій підтримується постійний рівень H рідини. Витікаючи з такого отвору струмінь різко стискається на виході внаслідок інерційного руху часток рідини. Відстань від днища до стислого перерізу 2-2 невелика і складає близько половини діаметру отвору.

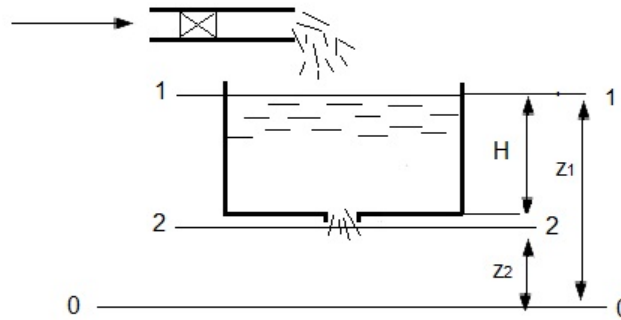


Рис. 12.1 – Визначення витрати рідини

Записавши рівняння Бернуллі для перерізу 1-1 (рис. 11.7) і перерізу 2-2:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{w_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{w_2^2}{2g},$$

а також враховуючи, що для відкритої посудини $p_1 = p_2$, за постійного рівня рідини у ємності швидкість $w_1 = 0$.

Нехтуючи невеликою відстанню від площини отвору в днищі посудини до площини стислого перерізу струменя, можна прийняти, що $z_1 - z_2 \sim H$. Звідси

$$H = \frac{w_2^2}{2g}, \quad \text{а} \quad w_2 = \sqrt{2gH}.$$

Під час руху реальної рідини частина натиску H втрачається на тертя і подолання опору, обумовленого раптовим звуженням потоку в отворі. Тому швидкість реальної рідини в стислому перерізі

$$w_2 = \varphi \sqrt{2gH},$$

де φ – поправковий коефіцієнт ($\varphi \ll 1$), що називається *коефіцієнтом швидкості*, яким враховуються втрати натиску під час витікання через отвір.

Об'ємна витрата (V , м³/с) рідини дорівнює твору її швидкості w_2 на площу стислого перерізу S_2 струменя. Позначимо відношення S_2 до площі поперечного перерізу S_0 отвору

в днищі через ε . Це відношення $\varepsilon = \frac{S_2}{S_0}$ називають *коефіцієнтом стискування струменя*

(*цівки*). Тоді об'ємна витрата

$$V = S_2 \cdot w_2 = \varphi \sqrt{2gH} \varepsilon S_0 = \alpha S_0 \sqrt{2gH},$$

де α – коефіцієнт *витрати* (визначають дослідним шляхом), що виражається твором коефіцієнтів швидкості φ і стискування струменя ε .

Останнє рівняння застосовується, якщо вважати H відстанню від верхнього рівня рідини до осі отвору. Для визначення швидкості витікання і витрат рідини, що витікає через отвір обирають два перерізи (рис. 12.2): 1-1 – на рівні вільної поверхні у посуді і 2-2 –

у стиснутому перерізі цівки, де рух рідини знов стає таким, що плавно змінюється, і застосовують до них рівняння Бернуллі для потоку, проводячи площу порівняння крізь центр отвору 0-0:

$$H + \frac{P_1}{\rho \cdot g} + \frac{w_1^2}{2 \cdot g} = \frac{P_2}{\rho \cdot g} + \frac{w_2^2}{2 \cdot g} + \xi_{\text{отв}} \cdot \frac{w_2^2}{2 \cdot g},$$

де $\xi_{\text{отв}} \cdot \frac{w_2^2}{2 \cdot g}$ – втрати напору у разі витікання рідини крізь отвір;

$\xi_{\text{отв}}$ – коефіцієнт опору отвору;

P_1 – тиск на вільній поверхні;

P_2 – тиск середовища, у яку витікає цівка;

w_1 – швидкість руху рідини у перерізі 1-1.

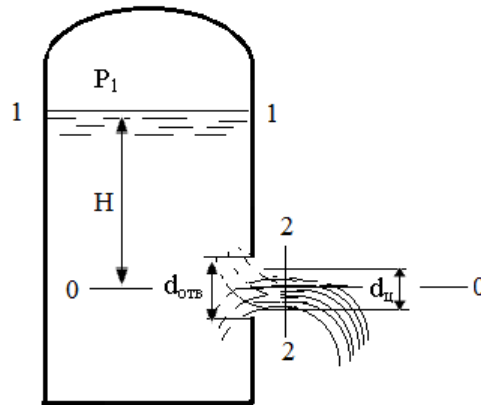


Рис. 12.2 – Витікання рідини через малий круглий отвір

Проводячи групування членів отриманого рівняння, можна розрахувати швидкість витікання з малого отвору наступним чином:

$$w = \varphi \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H_0},$$

Де H_0 – напір витікання, який дорівнює $H_0 = H + \frac{P_1 - P_2}{\rho \cdot g}$

φ – коефіцієнт швидкості, який дорівнює $\frac{1}{\sqrt{1 + \xi_{\text{отв}}}} = \varphi$.

Для малого круглого отвору коефіцієнт швидкості для води складає $\varphi = 0,97 \div 0,98$. Для ідеальної рідини $\varphi = 1$. В такому випадку швидкість витікання ідеальної рідини розраховується за формулою Торрічеллі $w = \sqrt{2 \cdot g \cdot H_0}$.

Для визначення витрат рідини, що витікає через отвір, слід помножити швидкість витікання на площу стиснутого перерізу:

$$V = S_{\text{ц}} \cdot w = \varepsilon \cdot \varphi \cdot S_{\text{отв}} \sqrt{2 \cdot g \cdot H_0} = \alpha \cdot S_{\text{отв}} \sqrt{2 \cdot g \cdot H_0} = \alpha \cdot S_{\text{отв}} \sqrt{2 \cdot \frac{\Delta P}{\rho}},$$

де ΔP – розрахункова різниця тисків, під дією яких відбувається витікання.

Для рідин, по в'язкості тих, що мало відрізняються від води, можна приймати в першому наближенні $\alpha = 0,62$. Під час витікання рідини через короткий циліндричний патрубок (насадок) відбувається додаткова втрата натиску на вході і виході рідини, що призводить до зниження φ . В той же час струмінь на вході в патрубок після деякого стискування знову розширюється і витікає, заповнюючи увесь його переріз, тобто можна

рахувати, що $e = 1$. У результаті коефіцієнт витрати рідини при витіканні через насадок виявляється більшим, ніж при витіканні через отвір, і для води може бути прийнятий $\alpha = 0,82$.

Якщо посудина, з якої витікає рідина, закрита і тиск p_2 над рідиною в ній відрізняється від зовнішнього тиску p , то для визначення витрати замість H в неї слід підставити

$$H + \frac{p_2 - p_1}{\rho g},$$

де ρ – густина рідини.

Час випорожнення ємностей.

При такому витіканні рідини (рис. 12.1) її рівень H в посудині знижується в часі і, зменшується також швидкість витікання w_0 . Отже, процес витікання носить нестационарний характер.

Визначимо час, за який рівень рідини в посудині опуститься від первинної висоти H_1 до деякої висоти H_2 . За нескінченно малий проміжок часу $d\tau$, відповідно до рівняння визначення витрати, через отвір в днищі витече об'єм рідини

$$dV = Qd\tau = \alpha S_0 \sqrt{2gH} d\tau,$$

де S_0 – площа поперечного перерізу отвору в днищі посудини.

За той же проміжок часу $d\tau$ рівень рідини в посудині знизився на нескінченно малу величину, і за постійної площі поперечного перерізу S посудини спад рідини в ній складе $-SdH$. Знак мінус в правій частині вказує на зменшення висоти рідини в посудині.

Прирівнюючи, згідно з рівнянням нерозривності потоку, ці об'єми, отримаємо

$$-SdH = \alpha S_0 \sqrt{2gH} d\tau,$$

Звідки отримаємо

$$d\tau = \frac{-SdH}{\alpha S_0 \sqrt{2gH}}.$$

Проінтегрувавши цей вираз, і приймаючи, що коефіцієнт витрати постійний α , тобто не залежить від швидкості витікання, отримаємо час звільнення посудини, що має постійний поперечний переріз, від висоти H_1 до висоти H_2 складає:

$$\tau = \frac{2S(\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2})}{\alpha S_0 \sqrt{2g}}.$$

Вирішуючи задачу про час звільнення посудини, площа поперечного перерізу якої змінюється по висоті (наприклад, при витіканні з конічних резервуарів, горизонтальних цистерн і т. п.), слід при інтеграції вираження враховувати залежність площі перерізу S від рівня H рідини, т. е. врахувати вид функції $S = f(H)$.

Питання до лекції 12

- 12.1 Дайте визначення коефіцієнту швидкості, коефіцієнту витрати і стискування.
- 12.2 Опишіть як визначити витрати рідини, що витікає через отвір у днищі
- 12.3 Вкажіть складові формули для визначення часу випорожнення ємностей
- 12.4 Охарактеризуйте межі використання формули Торрічеллі.

Лекція 13. Загальний опис трубопроводів. Гідравлічний розрахунок трубопроводів. Визначення гідравлічних опорів у прямих трубах (визначення пувівих втрат за рахунок терця)

Загальний опис трубопроводів

Труби, що сполучають між собою різні апарати хімічних установок; за допомогою їх відбувається передача речовин між окремими апаратами. Як правило, декілька окремих труб за допомогою з'єднань створюють єдину трубопровідну систему.

Трубопровід – це система труб, об'єднаних разом за допомогою сполучних елементів, вживана для транспортування хімічних речовин і інших матеріалів.

Трубопроводи бувають двох видів за типом руху по них речовин:

– трубопроводи напірні (транспортування відбувається під тиском);

– безнапірні (самопливні) трубопроводи (транспортування здійснюється внаслідок природного ухилу).

Вибір розміру труб і матеріалів з виготовлення здійснюється на основі технологічних і конструктивних вимог. Для стандартизації розмірів труб була проведена їх класифікація і уніфікація. Основним критерієм став допустимий тиск за якого можлива експлуатація труби.

Гідравлічний розрахунок трубопроводів

При проектуванні систем технологічного устаткування типовий розрахунок трубопроводу зазвичай включає: визначення (вибір) швидкості течії рідини w ; розрахунок внутрішнього діаметру d , товщини стінок δ трубопроводу і вибір діаметру умовного проходу d_y стандартної труби; визначення втрат тиску. При цьому вважаються відомими витрати рідини, тиск на виході трубопроводу, властивості рідини і розміри трубопроводу (окрім діаметру).

При виборі швидкості потоку рідини в трубопроводах слід враховувати, що зі збільшенням швидкості потоку зменшуються габарити, маса і вартість трубопроводів і сполучної арматури, але зростають втрати тиску, що витрачається на подолання гідравлічних опорів, збільшується небезпека виникнення кавітації, особливо у всмоктуючій лінії насоса, і гідравлічні удари.

Внутрішній діаметр трубопроводу може бути знайдений з умови нерозривності потоку рідини. Отримане в результаті розрахунку значення діаметру трубопроводу, необхідно округлити до найближчого значення зі встановленого нормального ряду діаметрів (умовного проходу): 8, 10, 12, 16, 20, 25, 32, 40, 50 і т.д.

Гідравлічний опір трубопроводу – це втрати натиску рідини під час її течії в трубопроводі. Розглядаючи рівняння Бернуллі, у разі руху в'язкої рідини є присутнім доданок – втрачений натиск – на ділянці між двома даними перерізами. Тобто для того, щоб мати можливість скористатися цим рівнянням, треба розрахувати цей втрачений тиск. Визначення втрат натиску потрібне для розрахунку витрат енергії для переміщення рідини (за допомогою насосів, компресорів).

Втрати натиску в трубопроводі в загальному випадку обумовлюються опором тертя і місцевими опорами.

Опір тертя, що називається також *опором по довжині* або *путівним* (лінійним) опором, існує під час руху реальної рідини по усій довжині трубопроводу. На нього робить вплив режим течії рідини (ламінальний, турбулентний, міра розвитку турбулентності). Так, турбулентний потік, як відзначалося, характеризується не лише звичайною, але і турбулентною в'язкістю.

Місцеві опори виникають за будь-яких змін значення швидкості потоку або його напрямку. До їх числа відносяться вхід потоку в трубу і вихід з труби, раптові звуження і розширення труб, відведення, коліна, трійники, замочні і регулюючі облаштування (крани, вентиля, засувки) та ін.

Таким чином, втрачений напір є сумою двох доданків: втрат напору внаслідок тертя і місцевих опорів.

Визначення гідравлічних опорів у прямих трубах (визначення путівних втрат)

Опір тертю обумовлений різного роду нерівностями і шорсткостями на поверхні трубопроводу, дотичного до перекачуваного середовища. Створюваний опір багато в чому залежить від режиму течії перекачуваного середовища.

Розглянемо *гідравлічний опір за ламінарного руху* течії у трубопроводі круглого перетину довжиною L (рис. 13.1).

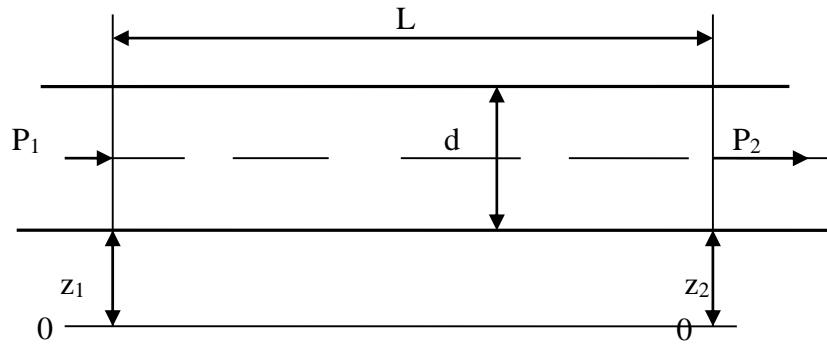


Рис. 13.1 – Трубопровід круглого перетину

Рішення рівняння Навьє-Стокса для ламінарної течії рідини в трубі круглого перерізу (профіль швидкості по радіусу труби) уперше отримав Пуазейль, вивчаючи втрати натиску по довжині прямолінійних труб малого діаметру, приєднавши дифманометр через певну довжину до трубопроводу, вимірював різницю тисків в точках приєднання манометра по довжині трубопроводу, знаходячи при цьому витрату рідини (рівняння Пуазейля):

$$w_x = \frac{\Delta P}{4 \cdot \mu \cdot L} (R^2 - r^2)$$

Знайдемо витрату рідини, що протікає через переріз труби. Маса рідини, що проходить кожен секунду, через кільцевий майданчик з внутрішнім радіусом r і зовнішнім радіусом $r+dr$ буде дорівнювати:

$$dQ = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \rho \cdot w \cdot dr.$$

Підставляємо вираження для швидкості і інтегруємо

$$Q = \pi \cdot \rho \cdot \frac{P_1 - P_2}{2 \cdot \nu \cdot l} \cdot \int_0^R (R^2 - r^2) r \cdot dr.$$

Знайшовши інтеграл, побачимо, що це є формула Пуазейля, яка визначає, що витрата рідини пропорційна різниці тисків, четвертій ступені радіусу труби і обернено пропорційна до довжини труби і в'язкості рідини:

$$Q = \pi \cdot \rho \cdot \frac{P_1 - P_2}{8 \cdot \nu \cdot l} \cdot R^4 = \pi \cdot R^4 \cdot \frac{P_1 - P_2}{8 \cdot \mu \cdot l} = \pi \cdot d^4 \cdot \frac{P_1 - P_2}{128 \cdot \mu \cdot l},$$

де R – радіусу труби;

d – діаметр труби.

Витрату в трубі можна виразити також через середню швидкість:

$$Q = \pi \cdot d^4 \cdot \frac{P_1 - P_2}{128 \cdot \mu \cdot l} = w \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4},$$

звідки можна знайти середню швидкість

$$w = d^2 \cdot \frac{P_1 - P_2}{32 \cdot \mu \cdot l}.$$

Якщо у цій формулі динамічний коефіцієнт в'язкості μ замінити через кінематичний коефіцієнт в'язкості ν і густину ρ ($\mu = \nu \rho$) і розділити обидві частини рівності на об'ємну вагу рідини $\gamma = \rho g$, то отримаємо:

$$\frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma} = \frac{32 \cdot \nu \cdot \rho \cdot l}{\rho \cdot d^2 \cdot g} \cdot w.$$

Оскільки ліва частина отриманої рівності дорівнює втратам напору $h_{вт}$ в трубі постійного діаметра, то остаточно ця рівність прийме вигляд:

$$h_{\text{вт}} = w \cdot \frac{32 \cdot \nu \cdot l}{g \cdot d^2} = \frac{128 \cdot \nu \cdot l \cdot Q}{\pi \cdot g \cdot d^4}$$

Усі вище вказані формули, зазвичай називаються *формулами Пуазейля*, і використовуються для розрахунку трубопроводів з ламінарною течією.

Якщо рідина рухається в прямій трубі з постійним поперечним перерізом, то енергія витрачається на подолання сили тертя. Втрата напору на сили тертя формально може бути визначена за рівнянням Бернуллі, яке потрібно застосовувати для двох поперечних перерізів труби, що знаходяться на відстані l .

Перетворимо рівняння Бернуллі для цього випадку, отже у разі горизонтального положення труби $z_1=z_2$; якщо труба має постійний поперечний переріз $S=\text{const}$; а також для усталеного руху $w_1=w_2$, тоді запишемо рівняння Бернуллі:

$$\frac{P_1}{\rho \cdot g} = \frac{P_2}{\rho \cdot g} + h_{\text{вт}},$$

де $\frac{P_1}{\rho \cdot g}$ і $\frac{P_2}{\rho \cdot g}$ – п'єзометричні напори в початковому (1) і кінцевому (2) перерізах труби.

Тобто, на подолання гідравлічного опору трубопроводу витрачається п'єзометричний або натиск тиску рідини.

При цьому можна записати, що $P_1 - P_2 = \Delta P_{\text{тр}}$, тоді $h_{\text{вт}} = \frac{\Delta P_{\text{тр}}}{\rho g}$.

У 1857 році Дарсі перетворив формулу Пуазейля таким чином. За ламінарного руху потоку (з формули Пуазейля) середня швидкість у поперечному перерізу труби S визначається таким чином:

$$w = \frac{\Delta P}{8\mu L} R^2,$$

звідки можна виразити $\Delta P_{\text{тр}}$:

$$\Delta P_{\text{тр}} = \frac{8w\mu l}{R^2}.$$

Якщо підставляти це значення у вираження $h_{\text{вт}} = \frac{\Delta P_{\text{тр}}}{\rho g}$, замінивши радіус R труби її діаметром d і помноживши чисельник і знаменник на величину середньої швидкості w , то теоретично отримаємо рівняння, яке виражає *гідравлічний опір під час ламінарного руху* потоку в трубі круглого поперечного перерізу:

$$h_{\text{тр}} = \frac{\Delta P_{\text{тр}}}{\rho g} = \frac{8 \cdot \mu \cdot l \cdot w \cdot w}{\rho \cdot g \cdot R^2 \cdot w} = \frac{64 \cdot l \cdot w^2}{\frac{w \cdot \rho \cdot d}{\mu} \cdot d \cdot 2g} = \frac{64}{\text{Re}} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{w^2}{2g},$$

де L/d – геометрична характеристика каналу (геометричний симплекс);

$64/\text{Re} = \lambda$ – коефіцієнт гідравлічного тертя (коефіцієнт тертя) для круглої циліндричної труби (для каналів некруглого поперечного перерізу $\lambda = a/\text{Re}$: для квадратного $a=57$; для кільцевого $a=96$).

Безрозмірний коефіцієнт $64/\text{Re} = \lambda$ в отриманому рівнянні в сукупності з симплексом геометричного подібності l/d – коефіцієнта опору тертю ξ . Таким чином, останнє рівняння набуває наступного вигляду:

$$\Delta P_{\text{тр}} = \xi \cdot \frac{\rho \cdot w^2}{2} = \xi \cdot \Delta P_{\text{шв}}$$

або

$$h_{\text{тр}} = \frac{\Delta P_{\text{тр}}}{\rho g} = \xi \cdot \frac{w^2}{2g} = \xi \cdot h_{\text{шв}}.$$

- Отже, можна зробити наступні висновки:
- витрати енергії на подолання сил тертя можна оцінювати або по втраті тиску $\Delta P_{тр}$, або по втраченому натиску $h_{тр}$ (що абсолютно рівнозначно);
 - витрати енергії на подолання сил тертя визначаються як доля від витрат на створення швидкості $\Delta P_{шв}$ і $h_{шв}$;
 - значення коефіцієнта тертя λ і коефіцієнта опору тертю ξ обумовлюються величиною критерію Рейнольдса.

Питання до лекції 13

- 13.1 Надайте характеристику трубопроводам.
- 13.2 Опишіть як визначити витрати рідини, що витікає через отвір у днищі
- 13.3 Вкажіть область використання формули Пуазейля
- 13.4 Охарактеризуйте півні втрати.

Лекція 14. Формула Дарсі-Вейсбаха. Визначення коефіцієнту гідравлічного опору по довжині. Місцеві гідравлічні опори. Втрати енергії на подолання місцевих опорів. Алгоритм розрахунку трубопроводу методом послідовного наближення

Останнє рівняння було перетворено в універсальну формулу для визначення втрат напору по довжині за будь-якого режиму руху і називається формулою Дарсі-Вейсбаха і остаточно записується таким чином:

$$h_{тр} = \frac{\Delta P_{тр}}{\rho g} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{w^2}{2g} \quad \text{або} \quad \Delta P_{тр} = h_{тр} \cdot \rho \cdot g = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho w^2}{2}.$$

Залежність Дарсі-Вейсбаха виявилася дуже зручною для практики і доцільною з погляду одноманітності розрахунків. Цією формулою користуються під час обчислення як для ламінарних, так і для турбулентних режимів руху.

Коефіцієнт λ – коефіцієнт півні втрат, або коефіцієнт гідравлічного опору по довжині. Він визначається по емпіричних залежностях, отриманих на підставі експериментальних досліджень, проведених в трубах з штучною шорсткістю залежно від області опору. А також залежить від критерію Re , шорсткості стінок, кривизни каналу.

Також для оцінки витрат енергії на подолання сил тертя для турбулентних потоків, зважаючи на неможливість аналітичного рішення рівняння Нав'є-Стокса, використовують методи теорії подібності.

$$\frac{\Delta P_{тр}}{\rho \cdot w^2} = Eu = \frac{\xi}{2}, \quad \text{тоді} \quad Eu = \frac{\xi}{2} = f\left(Re, \frac{l}{d}\right)$$

Якщо розглядати напірну течію в'язкої рідини, що встановилася, в прямій трубі, критеріальне рівняння прийме наступний вигляд:

$$Eu = f(Re, \Gamma_1, \Gamma_2) = f(Re, l/d, \Delta/d)$$

Відмінність полягає лише в значеннях коефіцієнта гідравлічного тертя λ . Цей коефіцієнт залежить від числа Рейнольдса Re і від безрозмірного геометричного фактора Γ_2 – відносної шорсткості Δ/d (або Δ/r_0 , де Δ – абсолютна шорсткість; r_0 – радіус труби). А відхилення від квадратичної залежності Дарсі-Вейсбаха враховується тим, що значення коефіцієнта тертя ставиться у пряму залежність від Re , шорсткості поверхні тощо. Визначенню впливу різних факторів на λ присвячено багато експериментальних робіт.

Найбільш цінними своєю систематичністю та широким діапазоном досліджень є експерименти, які виконав Нікурадзе. В результаті обробки експериментальних даних, отриманих при випробуваннях в трубах з штучною шорсткістю був отриманий графік, названий графіком Нікурадзе, який показує залежність від числа Рейнольдса і відносної шорсткості. Графік Нікурадзе має декілька зон:

I – область ламінарного режиму руху, $\lambda = f(Re^{-1}) = 64/Re$ (зона малих Re і Δ/r_0 , де коефіцієнт λ не залежить від шорсткості, а визначається лише числом Re);

II – перехідна область нестійкого режиму руху, $2300 < Re < 4000$, ця область не має практичного використання, тому розрахункові формули не розроблені; $\lambda \sim 0,3$; проектування трубопроводів не рекомендується;

Турбулентний режим руху потоку:

III – область гідравлічно гладких труб, $4000 < Re < 10 d/\Delta_e$. У цій області товщина пристінного ламінарного шару, в якому швидкість руху практично дорівнює нулю, більша за абсолютну шорсткість, тому ядро потоку рухається по гладкій трубі (усі виступи шорсткості в даному випадку покриті ламінарним прошарком, тобто $\delta \gg \Delta$). Коефіцієнт $\lambda = f(\Delta)$, в цій зоні λ визначається за емпіричною формулою Блазіуса

$$\lambda = \frac{0,3164}{Re^{0,25}}$$

або за формулою П. К. Конакова

$$\lambda = \frac{1}{(1,81 \cdot \lg Re - 1,5)^2}$$

IV – область частково шорхованих труб, $10 d/\Delta_e < Re < 500 d/\Delta_e$. Область характеризується тим, що товщина пристінного ламінарного шару стає менша за шорсткість. Коефіцієнт $\lambda = f(\Delta, Re)$, λ в цій зоні визначається за формулою Альтшуля (яка, до речі, є універсальною для усіх областей):

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{68}{Re} + \varepsilon \right)^{0,25}$$

V – зона автомодельності або область шорстких труб або квадратичного опору, $Re > 500 d/\Delta_e$. Товщина пристінного ламінарного шару досягає мінімального значення і не змінюється з подальшим зростанням критерію Рейнольдса. Коефіцієнт $\lambda = f(Re)$, λ в цій зоні визначається за формулою Шифрінсона

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{\Delta_e}{d} \right)^{0,25}$$

або за формулою Прандтля-Нікурадзе

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \lg \frac{d}{\Delta_e} + 1,14.$$

Досліди Нікурадзе були проведені зі штучною рівномірною шорсткістю. Тим часом більшість технічних трубопроводів мають різну шорсткість як за формою, так і за розмірами і в цілому нерівномірно розподілену. Для характеристики звичайних труб заводського виготовлення використовують поняття еквівалентної шорсткості Δ_e , тобто такої уявної рівномірної висоти виступів на внутрішній поверхні труб, яка при обчисленні дає такі ж втрати напору, як і за наявності дійсних виступів. Еквівалентна шорсткість залежить: від матеріалу і способу виготовлення і з'єднання труб, від тривалості експлуатації труб, в процесі якої можуть виникнути корозія стінок або інкрустація (утворення наростів на стінках). Чисельні значення еквівалентної шорсткості Δ_e зазначені у довідниковій літературі.

Для полегшення розрахунків можна скористатися номограмою Колбрука-Уайта за допомогою якої по відомим Re і Δ_e/d вельми просто визначається λ і можна не користуватися наведеними вище формулами для визначення коефіцієнта λ , бо це не завжди зручно.

Втрати енергії на подолання місцевих опорів

Місцеві опори (рис. 14.1) – це порівняно короткі ділянки труб, у межах яких виникають порушення рівномірних потоків через наявність перешкод – гідроапаратів, поворотів, змін діаметра труби тощо. Місцеві опори – це усі місцеві пристрої встановлювані в трубопроводах, і в яких відбувається зміна середній швидкості як за

абсолютною величиною, так і по напрямку. Прикладом місцевих опорів можуть бути засувка, діафрагма, дифузор, коліно і т. п.

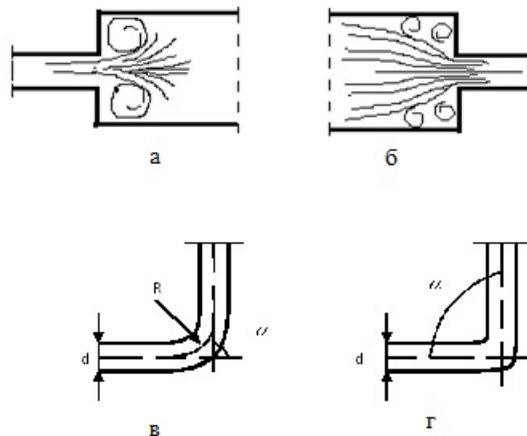


Рис. 14.1 – Деякі місцеві опори: а - раптове розширення; б – раптове звуження; в - поворот на 90° (отвод); г - різкий поворот на 90° (коліно).

Втрати натиску на подолання місцевих опорів $h_{\text{мо}}$, так само як і втрати на тертя $h_{\text{тр}}$ виражають як долю від швидкісного натиску за формулою Вейсбаха:

$$h_{\text{мо}} = \xi \cdot \frac{w^2}{2g}$$

Відношення втрати натиску в цьому місцевому опорі до швидкісного натиску називають коефіцієнтом місцевого опору $\xi_{\text{мо}}$.

Якщо на трубопроводі встановлений послідовно ряд n місцевих опорів, той загальний опір визначається сумою усіх n опорів:

$$h_{\text{мо}} = \xi_{\text{мо}}^1 \cdot \frac{w^2}{2g} + \xi_{\text{мо}}^2 \cdot \frac{w^2}{2g} + \dots + \xi_{\text{мо}}^n \cdot \frac{w^2}{2g}.$$

Значення коефіцієнтів місцевих опорів визначаються експериментально і наводяться в довідкових матеріалах. Точно так, як і при розрахунку опорів тертя, втрата енергії рідині, що рухається, на подолання місцевих опорів може бути виражена і через втрату тиску, використовуючи взаємозв'язок: $\rho \cdot g \cdot h = \Delta P$.

Загальний втрачений натиск при русі рідини визначається:

$$h_{\text{тр}} + h_{\text{мо}} = h_{\text{втр}}.$$

Алгоритм розрахунку трубопроводу методом послідовного наближення

Необхідно помітити, що при знаходженні будь-якого з параметрів (V , d , H), потрібно попереднє знання коефіцієнта тертя λ . Але як було встановлено раніше, методика визначення коефіцієнта тертя обумовлюється, в першу чергу гідродинамічним режимом течії рідини, який так само заздалегідь невідомий через те, що невідома швидкість течії. Це ускладнення можна здолати, якщо виключити швидкість з вираження для визначення критерію Рейнольдса. Для цього, в рівнянні для розрахунку критерію необхідно замінити швидкість на обємну витрату рідини, а еквівалентний діаметр на гідралічний радіус, отримавши наступний вираз:

$$Re = \frac{wd_e \rho}{\mu} = \frac{V 4S \rho}{S \Pi \mu} = \frac{4V}{\Pi v} = \frac{4G}{\Pi \mu}.$$

З отриманого вираження виходить, що гідродинамічний режим течії порівняно легко визначається по заданих витратах. Тоді, задаються пошуковим варіантом режиму течії рідини і свідомо визначають формулу для розрахунку коефіцієнта тертя. Після чого знаходять шукану величину (витрата V або діаметр d за заданого натиску H).

Прийнятий режим течії (область значень числа Re) має бути перевірений, і у разі його невідповідності набутому значенню, розрахунку проводять заново із вже новим значенням критерію Re . Потім розрахунок може знову повторитися, поступово наближуючись до вірного значення.

Після закінчення розрахунків необхідною умовою завершення яких є перевірка прийнятої швидкості руху рідини: величина швидкості течії не повинна виходити за межі рекомендованих значень.

Питання до лекції 14

- 14.1 Назвіть формулу Дарсі-Вейсбаха
- 14.2 Опишіть як визначити коефіцієнт місцевого опору
- 14.3 Вкажіть від чого залежить коефіцієнт тертя
- 14.4 Охарактеризуйте місцеві опори

Лекція 15. Розрахунок простих трубопроводів. Розгалужені трубопроводи. Трубопровід з безперервним пуннім і транзитним витратами рідини. Розрахунок газопроводів. Кавітація. Гідравлічний удар в трубопроводах.

Розрахунок простих трубопроводів

Простим називається трубопровід, що сполучає джерело із споживачем рідини, але що не має на шляху ніяких відгалужень (рис. 15.1). Такий трубопровід, просторово розташований в усіх трьох вимірах, зазвичай складається з ряду прямолінійних ділянок різної довжини, сполучених один з одним відведеннями і колінами для зміни напрямку потоку. Трубопровід може бути ще забезпечений замочними і регулюючими пристроями (засувки, вентилі, крани, зворотні клапани). Крім того, передбачається, що діаметри трубопроводу у всмоктуючій і в напірній магістралях однакові.

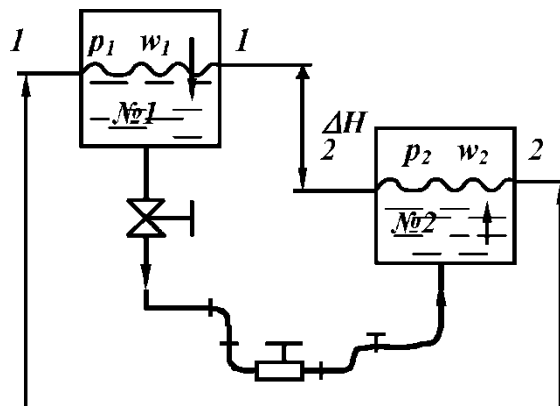


Рис. 15.1 – Простий трубопровід

Припустимо, що різниця рівнів рідини у витратному і приймальному посудинах дорівнює h , а зовнішні тиски на вільній поверхні рідини в цих посудинах відповідно дорівнюють p_1 і p_2 . Оскільки швидкість потоку w в трубопроводі постійного діаметру d також постійна, а швидкості переміщення рідини в обох посудинах практично однакові і досить малі, то по рівнянню Бернуллі, сумарний гідростатичний натиск H (сума різниць нівелірних і п'езометричних висот), що розташовується, дорівнює втраченому натиску $h_{втр}$.

У свою чергу, величина $h_{втр}$ витрачається на подолання сил тертя на прямолінійних ділянках p' і подолання місцевих гідравлічних опорів $h_{мо}$.

Позначивши коефіцієнти для коліна, відведення, засувки, зворотного клапана і т.д. через $\xi_{мо}^k, \xi_{мо}^b, \xi_{мо}^z, \xi_{мо}^{zk}, \dots$, отримаємо

$$h_{\text{мо}} = \xi_{\text{мо}}^{\text{к}} \cdot \frac{w^2}{2g} + \xi_{\text{мо}}^{\text{в}} \cdot \frac{w^2}{2g} + \xi_{\text{мо}}^{\text{з}} \cdot \frac{w^2}{2g} + \xi_{\text{мо}}^{\text{зк}} \cdot \frac{w^2}{2g} + \dots$$

До числа місцевих опорів відносяться також втрати напору рідини, що виникають при вході, з витратної посудини в трубопровід (різке звуження потоку) і при виході з останнього в приймальну посудину (різке розширення потоку). Ці втрати натиску виразимо по аналогії з попередніми втратами:

$$h_{\text{мо}}^{\text{вх}} = \xi_{\text{вх}} \cdot \frac{w^2}{2g} \quad \text{та} \quad h_{\text{мо}}^{\text{вих}} = \xi_{\text{вих}} \cdot \frac{w^2}{2g}.$$

Якщо трубопровід має $n_{\text{к}}$ колін, $n_{\text{в}}$ відведень, $n_{\text{з}}$ засувок, $n_{\text{зк}}$ зворотних клапанів і т. д., то втрати напору за кожним місцевим опором помножують на кількість даного місцевого опору.

Якщо позначити сумарну довжину усіх прямолінійних ділянок трубопроводу через $l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + l_5 + \dots = l$, то отримаємо величину втрат:

$$h_{\text{втр}} = H = h_{\text{тр}} + h_{\text{мо}} = \left[\lambda \frac{l}{d} + \sum n \cdot \xi \right] \cdot \frac{w^2}{2g}.$$

З метою створення деякої універсальності методик розрахунку, часто втрати напору в місцевих опорах розраховують через так звані втрати на еквівалентних прямолінійних ділянках $l_{\text{екв}}$.

З зазначеного вище рівняння можна знайти швидкість потоку у трубопроводі:

$$w = \sqrt{\frac{2gH}{\lambda \frac{l}{d} + \sum n \cdot \xi}} = \sqrt{\frac{2gHd}{\lambda \sum l_{\text{екв}}}}$$

З рівняння витрат рідини можна визначити об'ємні витрати у розглядаємому трубопроводі:

$$V = \frac{\pi d^2}{4} w = \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{\frac{2gH}{\lambda \frac{l}{d} + \sum n \cdot \xi}} = \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{\frac{2gHd}{\lambda \sum l_{\text{екв}}}}$$

Завдяки отриманому рівнянню надається можливість здійснювати розрахунок будь-якого з перерахованих параметрів: витрати рідини V , діаметру трубопроводу d або необхідного напору H .

Трубопроводи називають *довгими*, якщо пугівні втрати значно більше місцевих.

У разі розрахунку довгих трубопроводів використовується метод еквівалентних довжин, який полягає в тому, що місцеві опори замінюються прямою ділянкою трубопроводу такої довжини, на якій пугівні втрати еквівалентні місцевим втратам:

$$\Delta h_1 = \Delta h_{\text{мо}}.$$

$$\text{Отже, } \Delta h = \lambda \frac{l_{\text{розр}}}{d} \cdot \frac{w^2}{2g},$$

$$\text{де } l_{\text{розр}} = l + l_{\text{екв}}, \quad \text{а } l_{\text{екв}} = \frac{d \cdot \xi}{\lambda}.$$

У випадку, коли діаметр невідомий, користуються техніко-економічним розрахунком, що полягає в тому, що визначаються капітальні і експлуатаційні витрати залежно від діаметру трубопроводу. Знаходиться мінімум сумарних витрат, по ньому визначається відповідний діаметр – оптимальний (15.2). Приймається діаметр трубопроводу найближчий по ГОСТу.

Аналіз економіки процесу транспортування рідини означає забезпечення необхідного натиску H при заданій об'ємній витраті V , що є рівносильним підйому рідини на висоту H . Очевидно, що пропорційно буде зростати витрата енергії, оскільки

$A = \rho \cdot g \cdot H \cdot V$ (Дж). При вартості енергії C (грн./Дж) грошові витрати на енергію складатимуть $C \cdot (\rho \cdot g \cdot H \cdot V)$ (грн./с). З іншого боку, грошові витрати на експлуатацію трубопроводу (амортизація, ремонт, обслуговування та ін.) зростають зі збільшенням його довжини і діаметру d , і можуть бути виражені твором $b \cdot l \cdot d$ (грн./с), де b – коефіцієнт пропорційності. Отже, загальні витрати на транспортування рідини трубопроводом можуть бути виражені таким чином: $\Xi = 3B = C \cdot (\rho \cdot g \cdot H \cdot V) + b \cdot l \cdot d$

З іншого боку, знаючи математичну залежність загальних витрат на транспортування рідини від режимно-технологічних і конструктивних параметрів $\Xi = 3B = C \cdot (\rho \cdot g \cdot H \cdot V) + b \cdot l \cdot d$, трапляється нагода практично реалізувати питання про вибір оптимального діаметру трубопроводу. Для цього необхідно визначити мінімум функції $\Xi (3B) = f(d)$, що з математичної точки зору не складає особливих труднощів.

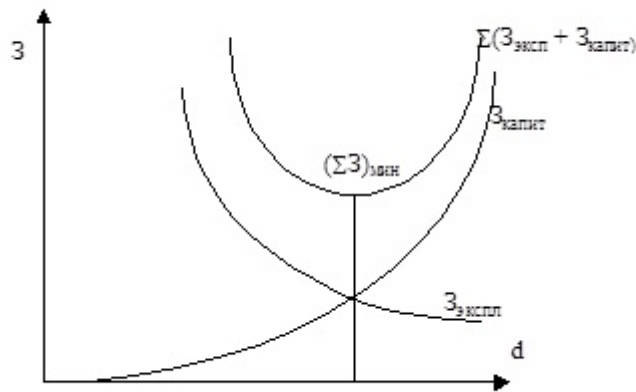


Рис. 15.2 – Знаходження оптимального діаметру трубопроводу

Для трубопроводів з насосами втрати тиску по довжині труби і в місцевих опорах визначають з урахуванням режиму руху рідини і виду місцевих опорів. Максимальна допустима величина втрат тиску у всмоктуючій лінії визначається величиною створюваного розрідження (вакууму) на вході в насос (наприклад, для пластинчатих насосів не повинна перевищувати 0,02 МПа).

Слід зазначити, що втрати тиску в нормалізованих (стандартних) пристроях і апаратах в технічній і довідковій літературі наводяться за номінальних значень тиску $p_{ном}$ і витрати $Q_{ном}$.

Якщо через апарат проходить витрата, що відрізняється від номінальної, то втрату тиску в апараті слід перерахувати по формулі

$$\Delta p = \Delta p_{ном} \left(\frac{Q}{Q_{ном}} \right)^2,$$

де $\Delta p_{ном}$ – втрата тиску в апараті при $\Delta p_{ном}$ та $Q_{ном}$;

Q – фактична витрата рідини через апарат.

Розгалужені трубопроводи

Розгалуженими називаються трубопроводи, що забезпечують одночасне подання рідини в декілька точок. Розглянемо зразкову схему такого розгалуженого трубопроводу (рис. 15.3), яку можна представити як магістральну лінію (діаметром d і довжиною l) з кінця якої йде декілька гілок (діаметрами d_1, d_2, d_3, \dots ; довжини l_1, l_2, l_3, \dots) в точки споживання рідини, гідростатичні натиски яких відносно загальної горизонтальної площини відліку дорівнюють H_1, H_2, H_3, \dots .

Рідина з напірної посудини самоплином під дією гідростатичного натиску H відносно тієї ж площини відліку рухається за системою трубопроводів. Об'ємні витрати

рідини по відгалуженим трубопроводам складають V_1, V_2, V_3, \dots, i , отже сумарна витрата в магістральній лінії дорівнює $V = V_1 + V_2 + V_3 + \dots$. Як правило, шуканими є діаметри d, d_1, d_2, d_3, \dots , причому, можливо заздалегідь невідомий натиск H_0 в точці розгалуження. Основне завдання - визначити гідравлічний опір трубопроводу.

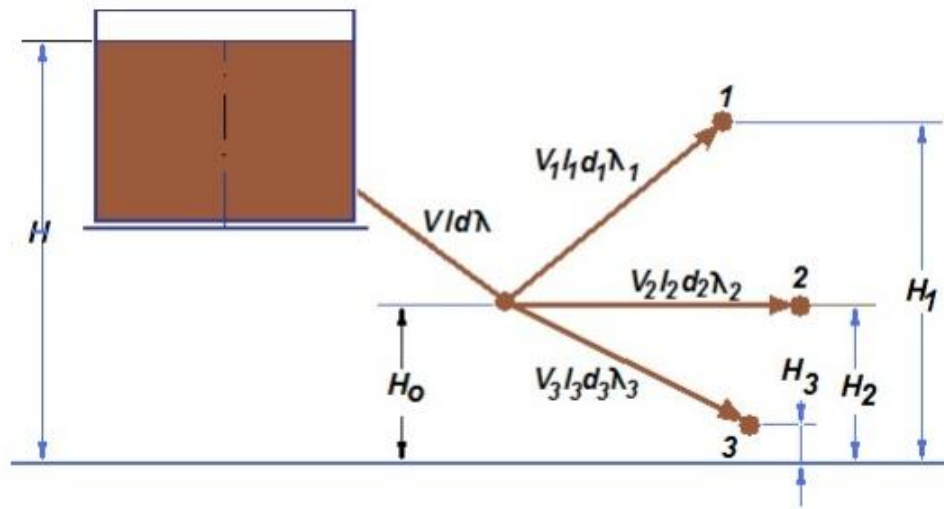


Рис. 15.3 – Схема розгалуженого трубопроводу

Для вирішення поставленого завдання можна скористатися вже розглянутим подібним завданням для простого трубопроводу, використовуючи поняття еквівалентного прямолінійного трубопроводу.

Це дійсно виявляється зручним інструментом, оскільки дозволяє трубопровід будь-якої складної конфігурації, для проведення гідравлічних розрахунків, замінити прямолінійним еквівалентної довжини.

Отже, виразимо з раніше отриманого для простого трубопроводу рівняння витрат необхідний натиск, який віднесено на одиницю довжини еквівалентного прямолінійного

трубопроводу $\frac{H}{\Sigma l_{\text{екв}}}$:

$$\frac{H}{\Sigma l_{\text{екв}}} = 0,083 \left(\frac{\lambda V^2}{d^5} \right)$$

Якщо позначити через $\lambda, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots$ – коефіцієнти опору в прямих ділянках розгалуженого трубопроводу, а через $\Sigma l_{\text{екв}}, \Sigma l_{1\text{екв}}, \Sigma l_{2\text{екв}}, \Sigma l_{3\text{екв}}, \dots$ – відповідно сумарні еквівалентні довжини цих ділянок, то можна записати наступну систему рівнянь для мережі:

$$\begin{aligned} \frac{H - H_0}{\Sigma l_{\text{екв}}} &= 0,083 \left(\frac{\lambda V^2}{d^5} \right) & \frac{H_0 - H_1}{\Sigma l_{1\text{екв}}} &= 0,083 \left(\frac{\lambda_1 V_1^2}{d_1^5} \right) \\ \frac{H_0 - H_2}{\Sigma l_{2\text{екв}}} &= 0,083 \left(\frac{\lambda_2 V_2^2}{d_2^5} \right) & \frac{H_0 - H_3}{\Sigma l_{3\text{екв}}} &= 0,083 \left(\frac{\lambda_3 V_3^2}{d_3^5} \right) \end{aligned}$$

Відповідно останнє, п'яте рівняння, що задовольняє умові $V = V_1 + V_2 + V_3 + \dots$, матиме наступний вид:

$$\sqrt{\frac{(H - H_0)d^5}{\lambda \Sigma l_{\text{екв}}}} = \sqrt{\frac{(H_0 - H_1)d_1^5}{\lambda_1 \Sigma l_{1\text{екв}}}} + \sqrt{\frac{(H_0 - H_2)d_2^5}{\lambda_2 \Sigma l_{2\text{екв}}}} + \sqrt{\frac{(H_0 - H_3)d_3^5}{\lambda_3 \Sigma l_{3\text{екв}}}}$$

Рішення отриманої вище системи, що складається з п'яти рівнянь, дозволяє визначити шукані величини – напір H_0 в точці розгалуження і діаметри d, d_1, d_2, d_3 .

Вочевидь, що не буде проблемою і питання подання рідини в розгалужений трубопровід насосом, встановлюваним перед точкою розгалуження.

Трубопровід з безперервним пунієм і транзитним витратами рідини.

У виробництвах різних технологій (у хімічній та нафтохімічній і інших галузях) часто використовуються трубопроводи з безперервним і рівномірним (чи нерівномірним) відведенням рідини по усій їх довжині L . Вихід рідини з трубопроводів відбувається або через множину розташованих близько один від одного невеликих отворів просвердлених в стінці труб, або через сопла, вставлені в ці отвори. Внаслідок гідравлічного опору тиск по довжині потоку безперервно падає, тому для забезпечення рівномірного відведення рідини площа отворів або їх число повинні безперервно зростати по мірі видалення від початкового (вхідного) перерізу трубопроводу.

Введемо наступні умови і позначення: відведення рідини здійснюється рівномірно по усій довжині трубопроводу; v – відведення рідини, що доводиться на одиницю довжини трубопроводу; L – довжина трубопроводу; V_T – транзитна витрата рідини; $V_{\Pi} = Lv$ – шляхова(путівна) витрата рідини; $V = V_{\Pi} + V_T$ – загальний об'єм рідини, що потрапляє у трубопровід з витратної ємності; H_{Π} – повна втрата напору на усій довжині трубопроводу.

Прийmemo умовно, що коефіцієнт гідравлічного опору λ по усій довжині не змінюється.

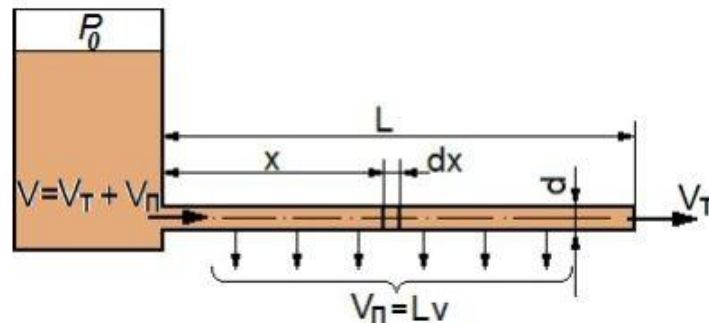


Рис. 15.4 – Схема трубопроводу з пунієм і транзитною витратою

Виділимо на трубопроводі на відстані від вхідної ділянки x елементарну ділянку трубопроводу завдовжки dx . Втрату натиску на цій елементарній ділянці трубопроводу (рис. 15.4), можна виразити рівнянням:

$$dh_{\Pi} = \lambda \left(\frac{dx}{d} \right) \left(\frac{w^2}{2g} \right),$$

де d – діаметр трубопроводу;

w – швидкість потоку в перерізі, який розглядається.

Оскільки на шляху x від входу в трубопровід до даного перерізу dx було відведена кількість рідини, що дорівнює xv , то швидкість течії на цій виділеній ділянці складе (з урахуванням того, що $V_{\Pi} = V - V_T$):

$$w = \frac{4[V_T + (V_{\Pi} - xv)]}{\pi d^2} = \frac{4[V_T + v(1-x)]}{\pi d^2}.$$

Тоді, підставляючи знайдену швидкість, втрату тиску на цій ділянці трубопроводу завдовжки можна виразити таким чином:

$$dh_{\Pi} = \frac{\lambda}{2gd} \cdot \frac{16[V_T + v(1-x)]^2}{\pi^2 d^4} \cdot dx$$

Звідки після інтегрування у вказаних межах

$$\int_0^{H_n} dh_n = \frac{8\lambda}{g\pi^2 d^5} \cdot \int_0^L (V_T + V_T - vx)^2 dx$$

отримуємо наступне рівняння для розрахунку втрати напору:

$$h_n = 0,083 \frac{\lambda L}{d^5} \cdot \left(V_T^2 + V_T \cdot V_n - \frac{V_n^3}{3} \right).$$

На закінчення необхідно помітити, що раніше було прийняте допущення, що $\lambda = \text{const}$. Насправді ж ця величина змінюється по довжині трубопроводу відповідно до залежності $\lambda = f(Re)$. Погрішність розрахунку може стати виключно малою, якщо величину λ віднести до середньої швидкості потоку.

Питання до лекції 15

- 15.1 Поясніть різницю між простим і довгим трубопроводами
- 15.2 Опишіть як визначити оптимальний діаметр трубопроводу
- 15.3 Поясніть як розраховується розгалужений трубопровід
- 15.4 Охарактеризуйте трубопровід з безперервними північними витратами.

Лекція 16. Розрахунок газопроводів. Кавітація. Гідралічний удар в трубопроводах. Методи відвертання негативних явищ гідралічного удару і його використання

Розрахунок газопроводів

На відміну від руху краплинної рідини рух газів в трубопроводах має істотну особливість, яка обумовлюється його властивістю стисливості: у разі зміни абсолютних тиску і температури щільність газів змінюється, що у свою чергу обумовлює зміну об'ємної витрати і, отже, швидкості течії. Масова витрата газу, при цьому, залишається величиною постійною.

У разі течії газу трубопроводом (рис. 16.1), внаслідок втрат натиску на подолання гідралічних опорів, його абсолютний тиск безперервно знижується і рух газу супроводжується безперервним збільшенням питомого об'єму і зменшенням щільності ρ , а також відповідним зростанням лінійної швидкості потоку w .

Для вирішення завдання про взаємозв'язок між технологічними (швидкістю, витратою, щільністю і в'язкістю і опором) і конструктивними (завдовжки і діаметром трубопроводу) параметрами процесу переміщення газів, скористаємося рівнянням Бернуллі в диференціальній формі стосовно елементарної ділянки трубопроводу завдовжки dL :

$$dz + \frac{dp}{\rho g} + \frac{dw^2}{2g} + dh_n = 0$$

Аналіз цього рівняння показує, що при незначних тисках газу пьезометричним натиском, а так само і швидкісним натиском без помітного збитку для точності розрахунків, можна нехтувати. Це допущення можливе тому, що із-за порівняно малого значення щільність величина швидкісного натиску складає вкрай малу величину.

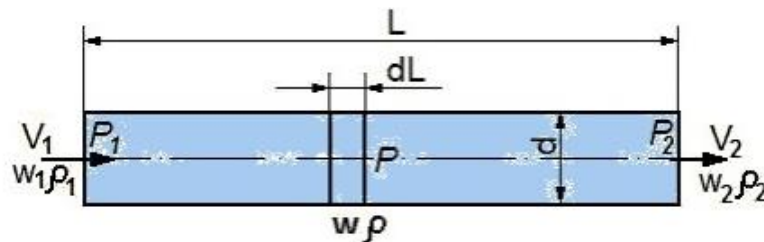


Рис. 16.1 – Схема ділянки газопроводу

Тоді, за умови, що $dz \approx 0$ і $\frac{dw^2}{2g} \approx 0$, отримаємо:

$$dp = -\rho g dh_n = \left[-\rho \lambda \left(\frac{dl}{d} \right) \right] \frac{w^2}{2}.$$

Якщо масова витрата газу дорівнює G кг/з, то у відповідність з рівнянням масової витрати, і виразив звідси швидкість, можна визначити необхідну різницю тисків переміщення заданої кількості газу:

$$\int_{P_2}^{P_1} dP = P_1 - P_2 = \Delta P = \frac{8G^2}{\pi^2 d^5} \cdot \int_0^L \frac{\lambda}{\rho} dl.$$

Розрахунок по цьому отриманому рівнянню можливий в тих випадках, коли задалегідь відомий *розподіл температури газу T по довжині газопроводу*. На практиці зустрічаються як ізотермічні ($T = \text{const}$), так і неізотермічні ($T \neq \text{const}$) газові потоки.

Для ізотермічного потоку дотримуються наступні умови:

$$\frac{P}{\rho} = \frac{P_1}{\rho_1}; w\rho = \text{const}; \lambda = \text{const}, \text{ тоді у цьому випадку: } \int_{P_2}^{P_1} P dP = \frac{8G^2}{\pi^2 d^5} \cdot \int_0^L \frac{\lambda \rho_1}{\rho_1} dl.$$

Проінтегрувавши, отримуємо наступне вираження:

$$G = 0,785 \sqrt{\frac{\rho_1 (P_1^2 - P_2^2) d^5}{\lambda \rho_1 L}}.$$

За цим рівнянням нескладно визначається необхідний діаметр газопроводу d для транспорту заданої кількості газу G (кг/с) за заданих початковому і кінцевому тисках, або одну з трьох величин (G , d , P_1 або P_2) при заданих інших двох. При цьому оскільки для трубопроводу постійного перерізу $w\rho = \text{const}$, величину коефіцієнта гідравлічного опору λ можна розрахувати по раніше наведеним рівнянням для краплинних рідин, ввівши у вираження Re початкові (w_1 , ρ_1) або кінцеві (w_2 , ρ_2) значення швидкості і щільності газу.

Необхідно відмітити, що якщо різниця тисків порівняно невелика, тобто $P_1 - P_2 < 20$ кПа, то з достатньою для практики мірою точності розрахунок можливий по спрощеній формулі:

$$P_1 - P_2 = \left[\lambda \frac{L}{d} \right] \left[\frac{w_{\text{сеп}}^2}{2} \rho_{\text{сеп}} \right],$$

де $w_{\text{сеп}}$ і $\rho_{\text{сеп}}$ – середньоарифметичні значення швидкості і щільності газу.

У тих випадках, коли транспортується *газ під високим тиском* в неізотермічному режимі, то для забезпечення точності розрахунку потрібний повний облік впливу зміни не лише щільності, а отже і його швидкості, але і в'язкості газу на характеристики руху.

Кавітація

На практиці виявляється, що в рідині тиск, рівний нулю, недосяжний.

Якщо тиск p_2 , знижуючись, досягає тиску пари цієї рідини, що насичує простір за температури $p_2 = p_t > 0$, то починається процес утворення бульбашок пари (кипіння), і нерозривність течії краплинної рідини порушиться (рис. 16.2). Далі суміш краплинної рідини і бульбашок пари потрапляє в канал, що розширюється, тиск зростає і бульбашки пари починають конденсуватися.

Кавітацією називається сукупність процесів утворення бульбашок пари і їх конденсація. Кавітація може виникати не лише в трубопроводах, але і при зовнішньому обтіканні тіл в областях, де зростають місцеві швидкості і зменшується тиск. До кавітації схильні швидкохідні колеса насосів і турбін, гребні гвинти. Конденсація бульбашок пари відбувається на твердих поверхнях дуже швидко і завершується гідравлічним ударом, тому кавітація супроводжується трясінням, шумом, зниженням ККД насосів і турбін, ерозією твердих поверхонь, а іноді і виходом з ладу агрегатів.

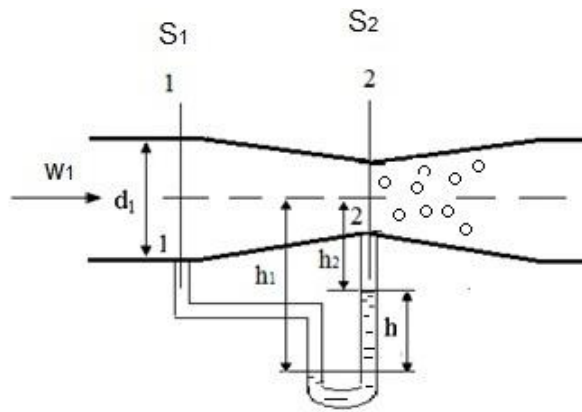


Рис. 16.2 – Кавітація

Для оцінки можливості виникнення кавітації використовується безрозмірний критерій – *число кавітації*

$$\chi = \frac{p - p_t}{\frac{\rho}{2} \cdot w^2}$$

Значення, числа кавітації при якому вона виникає, називається *критичним* $\chi_{кр}$. Явище використовується в кавітаційних регуляторах витрати.

Зазвичай робота гідравлічних систем в умовах кавітації не досягаються. Для відвертання кавітації мінімальний тиск рідини в системі має бути більше тиску пари, що насичує простір. Одним із способів відвертання кавітації є зниження температури рідини. У разі кавітації багатоконпонентних рідин (газ, бензин і т.п.) спочатку скипають легкі фракції, а потім важкі. Конденсація відбувається в зворотному порядку.

Гідравлічний удар в трубопроводах

У разі різкої зміни швидкості рідини в трубопроводі її кінетична енергія перетвориться в потенційну енергію тиску, яка витрачається на роботу стискування рідини і деформацію стінок трубопроводу. Результатом такої дії можуть бути гідравлічні удари, вібрація, що зрештою може служити причиною руйнування трубопроводів і технологічного устаткування. Це явище в гідродинаміці відомо під назвою гідравлічного удару.

Якщо на трубопроводі завдовжки L , по якому рухається рідина миттєво закрити засувку, то перед нею негайно підвищиться тиск на величину $P_{уд}$. Це підвищення тиску поширюватиметься в напрямі, протилежному до напрямку руху рідини, зі швидкістю $w_{уд}$, яка дістала назву швидкості поширення ударної хвилі. Найбільша величина ударного тиску дорівнює

$$P_{уд} = \rho \cdot w \cdot w_{уд},$$

де w – середня швидкість руху рідини в трубопроводі.

Такий тиск створюється тоді, коли час, впродовж якого закривається засувка $\tau_{закр}$, менше часу $\tau_2 = 2L/w_{уд}$. Якщо час закриття менше часу зворотного руху ударної хвилі $\tau_{закр} < \tau_2$, то ударний тиск $P_{уд}$, з урахуванням того, що $\tau_2 = 2L/w_{уд}$, може бути визначений за рівнянням:

$$P_{уд} \approx \rho \cdot w \cdot w_{уд} \cdot \frac{\tau_2}{\tau_{закр}} = \frac{2\rho w L}{\tau_{закр}}$$

Проф. Н.Е.Жуковським було отримано рівняння, яке згодом дістало назву формули Жуковського (чи рівняння гідравлічного удару), по якому можна розрахувати швидкість поширення ударної хвилі:

$$w_{\text{уд}} = \frac{1}{\sqrt{\rho \left(\frac{1}{E_p} + \frac{d}{\delta E_{\text{тр}}} \right)}} = \frac{w_{\text{зв}}}{\sqrt{\left(1 + \frac{E_p d}{E_m \delta} \right)}}$$

де ρ – щільність рідини, кг/м³;

$E_p, E_{\text{тр}}$ – відповідно модулі пружності рідини і матеріалу стінок трубопроводу, Н/м²;

$w_{\text{зв}}$ – швидкість поширення звуку в рідині;

d і δ – діаметр трубопроводу і товщина стінки, відповідно, м.

Одиницею часу в теорії гідравлічного удару служить "фаза удару", тобто час θ пробігу ударною хвилею подвійної довжини трубопроводу L (туди і назад): $\theta = 2L / w_{\text{уд}}$.

Залежно від закону закриття або відкриття затвора і параметрів труби виникають так звані прямий або непрямий гідравлічні удари.

Методи відвертання негативних явищ гідравлічного удару і його використання

Різке збільшення тиску, яке супроводжує гідравлічний удар, – явище вкрай негативне, оскільки гідравлічний удар може зруйнувати трубопровід або які-небудь елементи гідравлічних машин. З цієї причини розробляються методи попередження гідравлічних ударів або зменшення його негативного впливу.

Для того, щоб уникнути небажаних наслідків на практиці приймають визначені спрямовані дії для забезпечення плавного регулювання витрати рідини. Так, наприклад, на довгих трубопроводах, особливо великого діаметру, встановлюють засувки з механізмами, які забезпечують їх плавне відкриття і закриття із заданою швидкістю. Також проводять мотнаж замочної арматури в безпосередньої близькості до резервуару.

В якості міри зменшення негативних наслідків гідравлічного удару використовують заміну прямого гідравлічного удару на непрямий. Для цього досить замочну арматуру на напірних трубопроводах зробити такою, що повільно закривається, що дозволить зменшити силу удару.

Іншою мірою боротьби з явищем гідравлічного удару є установка на напірних лініях, працюючих в умовах циклічного навантаження спеціальних компенсаторів з повітряною подушкою, яка приймає на себе удар

Проте у ряді випадків явище гідравлічного удару успішно використовується. До таких випадків використання гідравлічного удару відносяться виробничі процеси руйнування матеріалів та ін. Відома спеціальна конструкція водопідйомника, що базується на використанні гідравлічного удару.

Питання до лекції 16

- 16.1 Поясніть різницю між розрахунком газового і рідинного трубопроводу
- 16.2 Опишіть явлення кавітації
- 16.3 Поясніть як попередити гідроудар
- 16.4 Охарактеризуйте величини, що входять до формули Жуковського

Лекція 17. Рух тіл в рідині. Обтікання твердих тіл. Опити Стоксу. Швидкість осадження часток. Рух середовищ через шари зернистих матеріалів і насадок, гідравлічних опір таких шарів. Псевдозрідженні шари, основні поняття. число псевдозрідження

Рух тіл в рідині. Обтікання твердих тіл. Опити Стоксу. Швидкість осадження часток.

Для розрахунку гідравлічного опору апаратів в деяких випадках необхідно враховувати структуру потоків, тобто наявність в них рідких чи твердих часток (або газових пухирів), у такому разі потоки називаються двофазними, а одна з фаз – суцільною, тоді інша – дисперсною.

У разі руху твердого тіла усередині потоку або у разі обтікання нерухомого тіла рідиною, що рухається і виникають опори, для подолання яких і забезпечення рівномірного руху тіла має бути витрачена певна енергія. При цьому виникає сила опору

R, яка прикладена до тіла і спрямована убік протилежний до його руху відносно середовища. А рух частки в нерухомому середовищі під дією сили тяжіння відбувається в три стадії: 1) початковий момент падіння тіла (перехід тіла від нерухомого стану в стан руху); 2) падіння тіла зі збільшенням швидкості; 3) падіння тіла з постійною швидкістю.

Швидкість частки в середовищі у випадку рівномірного її руху, у випадку коли сила тяжіння, під дією якої частка рухається, дорівнюватиме силі опору середовища, називають *швидкістю вільного осадження* і означають символом w_{oc} .

Величина швидкості осадження w_{oc} цієї частки визначається на основі балансу сил, що діють на тіло для умов його рівномірного руху, коли швидкість встановлюється на постійному рівні. Виразимо кожен силу для кулястої частки діаметром d . Виштовхуюча сила за законом Архімеда:

$$A = \rho_p \cdot g \cdot \frac{\pi \cdot d^3}{6}.$$

Сила ваги визначається твором маси тіла на прискорення вільного падіння:

$$G = \rho_q \cdot g \cdot \frac{\pi \cdot d^3}{6}.$$

Сила опору R середовища тілу, яке рухається в ньому, може бути визначено відповідно до рівняння Ньютона і виражається рівнянням закону опору (сила лобового опору пропорційна втрати швидкісного натиску):

$$F_o = R = \xi \cdot S \cdot \frac{w_{oc}^2 \cdot \rho_p}{2}.$$

Величина швидкості осадження w_{oc} цієї частки після підстановки виразів для усіх сил у балансове рівняння розраховуватиметься так:

$$w_{oc} = \sqrt{\frac{4 \cdot d \cdot g \cdot (\rho_t - \rho_p)}{3 \cdot \rho_p \cdot \xi}}.$$

Звідки можна знайти коефіцієнт опору ξ

$$\xi = \frac{2 \cdot R}{S \cdot w_{oc}^2 \cdot \rho} = \frac{R}{S} \cdot \frac{2}{w_{oc}^2 \cdot \rho} = \Delta p \cdot \frac{2}{w_{oc}^2 \cdot \rho} = 2 \cdot \frac{\Delta p}{w_{oc}^2 \cdot \rho} = 2 \cdot Eu.$$

Отже, сила опору R складається з двох складових – опору тертя і опору тиску (форми). Стокс, проводячи досліди по руху твердих тіл, визначив, що починаючи з деяких значень критерію Рейнольдса, роль лобового опору стає переважаючою, а опором тертя можна практично нехтувати. В даному випадку, як і під час руху рідини по трубах, настає автомобільний по відношенню до критерію Рейнольдса режим.

В результаті численних експериментів було встановлено, що величина коефіцієнта опору ξ середовища обумовлюється гідродинамічним режимом осадження (рухи) твердого тіла (частки). При цьому режим осадження оцінюється за допомогою модифікованого критерію Рейнольдса:

$$Re_{oc} = \frac{w_{oc} \cdot d \cdot \rho_t}{\mu_p}.$$

Встановлені наступні режими осадження і відповідно рівняння для розрахунку ξ (табл. 17.1).

Швидкість осадження часток не кулястої форми W'_{oc} менша, ніж кулястих часток. Її обчислюють по залежності

$$W'_{oc} = \Phi W_{oc},$$

де $\Phi < 1$ – коефіцієнт, залежний від форми часток, визначається з досліду.

Таблиця 17.1 – Режими осадження і відповідні їм рівняння для розрахунку ξ

За ламінарного режиму (зона дії закону Стоксу) $0 < Re < 2$:	У разі перехідного режиму $2 < Re < 500$:	Автомодельний режим (область дії квадратичного закону опору Ньютона) за $\sim 2 \cdot 10^5 \gg Re > 500$
для тіл, що мають форму кулі		
$\xi = \frac{24}{Re_{oc}}$	$\xi = \frac{18,5}{Re_{oc}^{0,6}}$	$\xi = 0,44 = const$

Для тіл, поверхня яких відрізняється від сфери, в процесі розрахунку в якості визначального розміру приймають діаметр еквівалентної кулі, тобто кулі того ж об'єму, що і задане тіло. В розрахунок вводиться так званий фактор (чинник) форми Φ , визначуваний як відношення поверхні еквівалентної кулі до поверхні тіла :

$$\Phi = \frac{F_{ш}}{F},$$

де $F_{ш}$ – поверхня кулі, що має той же об'єм, що і задане тіло поверхнею F .

Наприклад, для куба $\Phi = 0,806$; для циліндра, який заввишки у 10 разів перевищує його радіус, $\Phi = 0,69$; для диска, висота якого в 10 разів менша за його радіус, $\Phi = 0,32$. Значення Φ наводяться в довідниках.

Рух середовищ через шари зернистих матеріалів і насадок

Шари зернистих матеріалів можуть складатися з часток однакового (монодисперсний шар) і різних діаметрів (полідисперсний шар). Зернистий шар, зокрема, характеризується розміром його часток, питомою поверхнею і долею вільного об'єму. Рух середовища через нерухомий зернистий шар називається фільтрацією.

Поверхня часток, що дорівнює поверхні утворюваних ними каналів, складає $S \cdot H \cdot a$.

Для того, щоб визначити сумарний переріз каналів шару або вільний переріз шару, потрібно розділити вільний об'єм шару $V_{св}$ на довжину каналів. Проте довжина їх неоднакова і має бути усереднена.

Еквівалентний діаметр каналів зернистого шару виразиться відношенням

$$d_{екв} = \frac{4S}{\Pi_{ш}} = \frac{4 \left(S \cdot \varepsilon / \alpha_k \right)}{S \cdot a / \alpha_k} = 4 \frac{\varepsilon}{a}.$$

Підставляючи значення величини a , отримаємо залежність $d_{екв}$ від розміру часток

$$d_3 = \frac{2 \cdot \Phi \cdot \varepsilon \cdot d}{3 \cdot (1 - \varepsilon)}.$$

Для полідисперсних зернистих шарів середній діаметр часток $d_{ср}$ обчислюють із співвідношення

$$d_{ср} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n (x_i / d_i)},$$

де x_i – об'ємна або, за однакової щільності, масова доля часток з діаметром d_i .

Для визначення дійсної швидкості \bar{W} , спочатку знаходять фіктивну швидкість рідини \bar{W}_ϕ , рівну відношенню об'ємної витрати рідини до площі поперечного перерізу апарату, а далі на підставі рівняння нерозривності

$$S \cdot \bar{W}_\phi \cdot \varepsilon = S_{вл} \cdot \bar{W} = \frac{S \cdot \bar{W} \cdot \varepsilon}{\alpha_k},$$

знаходять значення дійсної швидкості

$$\bar{w} = \frac{\bar{w}_\phi \cdot \alpha_k}{\varepsilon} \approx \frac{\bar{w}_\phi}{\varepsilon},$$

при цьому вважають, що $\alpha_k = 1$, тобто довжина каналів L дорівнює висоті шару H .

Насправді величина \bar{w} менша за швидкість рідини у каналах, оскільки $\alpha_k > 1$. Оскільки λ_ϕ визначається досвідченим шляхом, то припущення $L = H$ мало впливає на величину Δp , тому і підставляють \bar{w} , а замість довжини каналів L висоту шару H .

Підставивши значення $d_{\text{екв}}$ отримують рівняння для знаходження гідравлічного опору:

$$\Delta p = \lambda_\phi \cdot \frac{\rho(\bar{w}_\phi/\varepsilon)^2}{2} \cdot \frac{H}{2\Phi\varepsilon d/(3 \cdot (1-\varepsilon))} = \lambda_\phi \cdot \frac{\rho \cdot \bar{w}_\phi^2}{2} \cdot \frac{H}{d} \cdot \frac{3 \cdot (1-\varepsilon)}{2 \cdot \varepsilon^3 \cdot \Phi}.$$

Значення ε , a , Φ (чи ϕ_ϕ) для різних матеріалів при різних способах їх завантаження знаходяться досвідченим шляхом і наводяться в довідковій літературі.

Псевдозріджені шари

Шар зернистого твердого матеріалу, що пронизується висхідним потоком рідини або газу, може знаходитися в двох якісно різних стаціонарних станах. При фіктивній швидкості потоку \bar{w}_ϕ нижче деякої критичної величини \bar{w}'_ϕ тверді частки нерухомі. Після досягнення швидкості \bar{w}'_ϕ втрачений тиск Δp стає рівним вазі, шар зважується, тверді частки дістають можливість переміщатися і перемішуватися; шар розширюється, на його вільній поверхні видно хвилі і сплески. У цьому стані шар нагадує киплячу рідину, завдяки чому він названий *псевдозрідженим, або киплячим*.

З подальшим зростанням швидкості потоку до деякої величини \bar{w}''_ϕ шар продовжує розширюватися і інтенсивність руху часток збільшується. При $\bar{w}_\phi = \bar{w}''_\phi$ шар настільки розпушується, що частки рухаються незалежно один від одного і сила опору окремої частки стає рівній підйомній силі, що діє на неї.

Чисельне значення швидкості \bar{w}''_ϕ співпадає із швидкістю осадження $\bar{w}_{\text{ос}}$. При подальшому збільшенні швидкості \bar{w}_ϕ частки починають відноситися з шару зі швидкістю $(\bar{w}_\phi - \bar{w}''_\phi)$. Швидкість \bar{w}'_ϕ називається *швидкістю початку псевдозрідження*, а швидкість \bar{w}''_ϕ – *швидкістю початку віднесення*. Відношення робочої швидкості \bar{w}_ϕ , значення якої повинне знаходитися в межах між \bar{w}'_ϕ і \bar{w}''_ϕ , до швидкості початку псевдозрідження, називається *числом псевдозрідження* і позначається K_w :

$$K_w = \frac{\bar{w}_\phi}{\bar{w}'_\phi}.$$

Розрахунковим шляхом величина \bar{w}'_ϕ може бути визначена виходячи з умови рівності втраченого тиску в шарі ваги твердої фази, віднесеної до площі поперечного перерізу апарату.

Для часток форми, близької до кулястої, значення фактора (чинника) Φ , визначуваного рівнянням $\Phi = F_{\text{ш}}/F_c$, близько до одиниці, а середня порозність ε_n може бути прийнята рівною $\varepsilon_n \approx 0,4$.

В даному випадку шляхом наближеного рішення отримують наступне вираження критичного значення числа Рейнольдса, за якого починається псевдозрідження:

$$Re_{\text{nc}} = \frac{Ar}{1400 + 5,2\sqrt{Ar}}.$$

У випадку $\bar{w}_\phi > \bar{w}'_\phi$ зі збільшенням швидкості шар розширюється і доля його вільного об'єму зростає. При цьому висота псевдозрідженого шару $H_{пс}$ і первинна висота нерухомого шару H_n пов'язані залежністю

$$H_{пс}(1 - \varepsilon_{пс}) = H_n(1 - \varepsilon_n),$$

оскільки кількість твердої фази в шарі постійна (матеріальний баланс по твердій фазі).

Розрахунок швидкості початку віднесення \bar{w}''_ϕ , за якої відбувається руйнування шару і віднесення часток, проводять аналогічно розрахунку швидкості вільного осадження часток $w_{ос}$.

Питання до лекції 17

- 17.1 Поясніть як визначається швидкість осадження частинок
- 17.2 Опишіть закон Стокса
- 17.3 Поясніть як визначається гідравлічний опір зернистих шарів
- 17.4 Охарактеризуйте висоту псевдозрідженого шару і метод її встановлення

ЗМ 4. Гідравлічні машини, що застосовують у хімічній технології, їх характеристика, класифікація, устрій, принцип роботи, розрахунок.

Лекція 18. Переміщення рідин. Класифікація насосів, основні параметри та робочі характеристики. Розрахунок напору насосів.

Переміщення рідин. Класифікація насосів

За принципом дії гідравлічні машини діляться на насоси і гідравлічні двигуни (турбіни). Гідравлічні двигуни (турбіни) перетворюють енергію потоку рідини в механічну енергію. Насоси перетворюють механічну енергію первинного двигуна в енергію потоку рідини і застосовуються для переміщення рідин від джерела до споживача.

За принципом дії насоси діляться на 2 групи:

- динамічні;
- об'ємні.

Залежно від виду енергії, що повідомляється, усі насоси розділяють на наступні класи див. рис. 18.1.

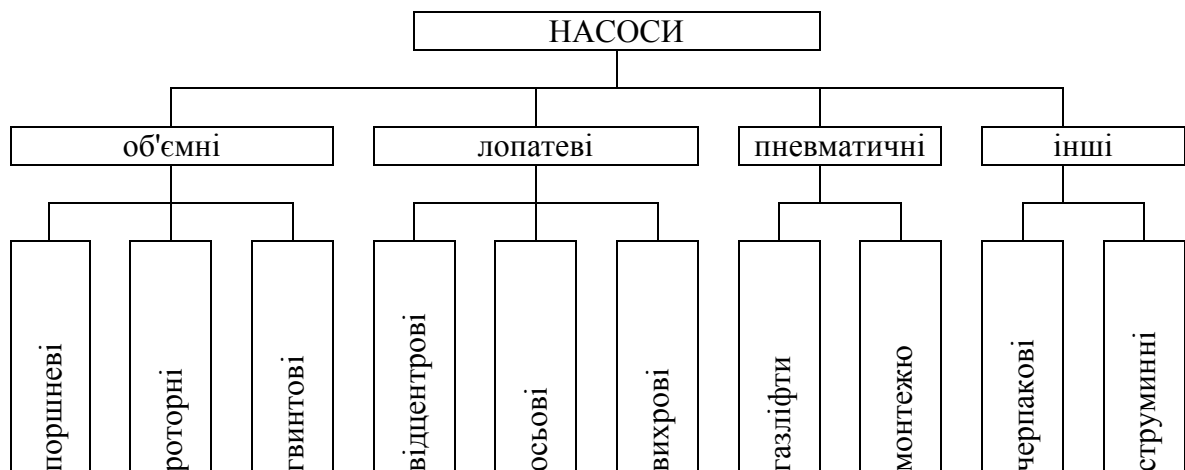


Рис. 18.1 – Класифікація насосів

Основні робочі характеристики насосів. Розрахунок напору насосів

Основними параметрами, що характеризують насосні установки, є подача Q , напір H , потужність N і допустима вакууметрична висота $H_{\text{вак.}}^{\text{доп.}}$.

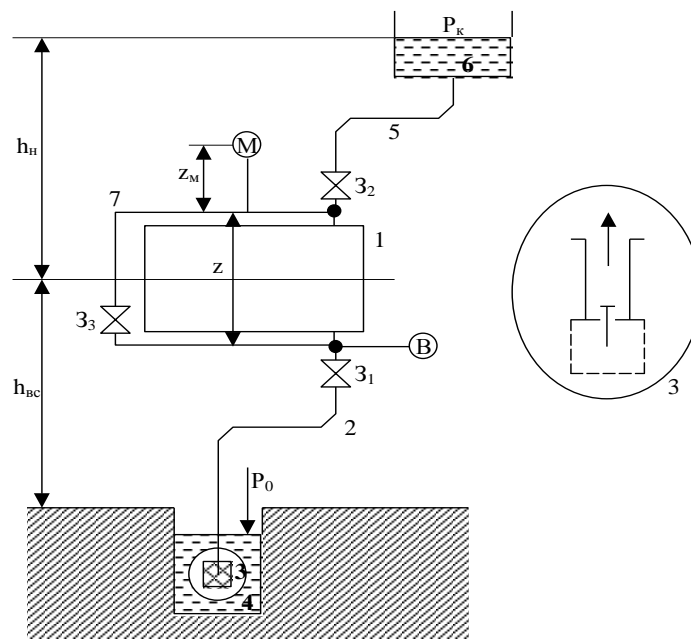
Подача насоса – це кількість рідини, що подається насосом в одиницю часу (секунду). Подача позначається літерою Q , вимірюється в $\text{м}^3/\text{с}$; $\text{л}/\text{с}$; $\text{см}^3/\text{с}$; $\text{л}/\text{хв}$; $\text{м}^3/\text{год}$.

Напір насоса (m) називається різниця питомих (віднесених до одиниці ваги) енергією потоку біля входу і виходу з насоса або приріст повної питомої енергії рідини усередині насоса. Він може бути виражений через показання вимірювальних приладів і через параметри поживного і приймального баків.

Напіс, виражений через показання вимірювальних приладів, називається *манометричним натиском (напір)*.

Напіс, виражений через параметри поживного і приймального баків, називається *необхідним натиском (напір)*.

На рис. 18.2 показана схема насосної установки. На всмоктувальній лінії поблизу від всмоктувального отвору (перетин 1-1) підключений вакуумметр (В), в нагнітальній лінії (переріз 2-2) – манометр (М). Насос перекачує рідину з нижнього резервуару у верхній. Напір, що розвивається насосом, можна визначити за показаннями *манометрів і вакуумметрів*.



1 – насос; 2 – всмоктуюча лінія; 3 – запобіжна сітка і зворотний клапан; 4 – ємність з рідиною (джерело рідини); 5 – нагнітальна лінія; 6 – приймач; 7 – обвідна лінія; $З_{1,2,3}$ – засувки; P_0 – тиск на поверхню; $P_к$ – тиск на виході; $h_{вс}$ – висота всмоктування; $h_н$ – висота нагнітання; z_M – поправка для висоти; $h_{вс} < l_{вс}$; $h_н < l_н$

Рис. 18.2 – Схема насосної установки

За допомогою рівняння Бернуллі можна отримати наступне

$$H_{ман} = \frac{P_M + P_{вак}}{\gamma} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} + z + z_M$$

$$H_{треб} = \frac{P_к - P_0}{\gamma} + \underbrace{h_{вс} + h_н}_h + \underbrace{\Delta h_{вс} + \Delta h_н}_{\Delta h}$$

Питома енергія рідини в перерізі 1-1 відносно площини 0-0

$$\vartheta_1 = z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{\alpha \cdot w_1^2}{2g},$$

в перерізі 2-2

$$z_2 = z_1 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha \cdot w_2^2}{2g}$$

Прирошення енергії

$$\Delta z = z_2 - z_1 = \left(z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha w_2^2}{2g} \right) - \left(z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha w_1^2}{2g} \right) = \frac{p_2 - p_1}{\rho g} + \frac{\alpha (w_2^2 - w_1^2)}{2g} + (z_2 - z_1),$$

де p_2 і p_1 – тиск відповідно в перерізах 2-2 і 1-1;

w_2 і w_1 – швидкості в цих перерізах;

h – перевищення центру ваги перерізу 2-2 над центром ваги перерізу 1-1.

Якщо діаметр труб в перерізах, де встановлені манометр і вакуумметр, однакові і центри перерізів знаходяться на одній і тій же позначці, то напір насоса може бути підрахований по формулі

$$H = \frac{p_2 - p_1}{\rho g}$$

Для схеми на рис. 18.2 напір H , створюваний насосом, витрачається на підйом рідини на геодезичну висоту H_g і подолання опорів у всмоктувальній та напірній лінії:

$$H = H_g + h_{втр.},$$

де $h_{втр.} = h_{вс.} + h_n$ – сумарні втрати напору;

$h_{вс.}$ – втрати напору у всмоктувальній лінії;

h_n – втрати напору в нагнітальній лінії.

Потужність насоса (Вт). Розрізняють корисну потужність і витрачену потужність. *Корисна потужність* насоса – енергія, що повідомляється потоку рідини усередині насоса за одиницю часу (теоретична потужність (корисна), яку робоче колесо повідомляє рідини, обертаючись з кутовою швидкістю ω):

$$N_0 = \frac{\rho g H Q}{1000} \text{ [кВт]}$$

Витрачена потужність насоса (чи потужність на валу насоса) – енергія, необхідна для приводу, більша за корисну потужність на величину повного ККД насоса:

$$N_b = \frac{\rho g Q H}{\eta_0 \eta_g \eta_m} = \frac{\rho g Q H}{\eta},$$

де η – загальний ККД насоса ($\eta = \eta_0 \cdot \eta_g \cdot \eta_m$, $\eta = 0,5 \div 0,95$);

Q – реальна подача насоса;

H – реальний напір насоса;

$\rho g Q H$ – корисна потужність насосу.

ККД насоса враховує всілякі втрати, пов'язані з переміщенням рідини усередині насоса.

Об'ємний ККД насоса враховує витоки рідини через нещільність в елементах насоса.

$$\eta_0 = \frac{Q}{Q_{теор}} = \frac{Q}{Q + \Delta Q},$$

де ΔQ – витоки всередині насосу.

Гідравлічний ККД враховує гідравлічні втрати усередині насоса, визначається по емпіричних формулах:

$$\eta_g = \frac{H}{H_{теор}} = \frac{H}{H + \Delta H},$$

де H – напір;

ΔH – гідравлічні втрати.

Механічний ККД враховує механічні втрати в елементах приводу насоса (опорах, зчленуваннях і так далі):

$$\eta_{\text{мех}} = \frac{N - \Delta N_{\text{мех}}}{N},$$

де N – потужність на валу;

ΔN – втрати потужності на механічне тертя.

Також через значення потужності може бути знайдений момент M на валу насоса як відношення потужності N до кутової швидкості ω :

$$M = \frac{N}{\omega} = \frac{N}{\pi n/30},$$

де n – частота обертання, об/хв.

Згідно з теоремою теоретичної механіки приріст моменту кількості руху за якийсь проміжок часу дорівнює дії зовнішнього моменту за цей час. Стосовно нашого випадку ця теорема означатиме: приріст моменту кількості руху елементарної цівки з витратою DQ за проміжок часу dt рівному зовнішньому моменту ΔM , помноженому на якийсь час dt .

Помноживши момент на валу M на кутову швидкість валу, отримаємо потужність, що підводиться до робочого колеса насоса (потужність, що підводиться до валу насоса, більше потужності, яку робоче колесо віддає потоку, оскільки частина її втрачається на подолання механічних опорів в підшипниках, сальнику, на подолання дискового тертя колеса об рідину і т.д.):

$$N = M\omega = \omega\rho Q(R_2 c_2 \cos \alpha_2 - R_1 c_1 \cos \alpha_1).$$

Питання до лекції 18

- 18.1 Наведіть класифікацію насосів
- 18.2 Поясніть що таке напір насосу
- 18.3 Поясніть чим розрізняються корисна потужність і витрачена потужність
- 18.4 Охарактеризуйте складові повного к.к.д. насосу.

Лекція 19. Відцентрові насоси. Устрій, параметри і характеристики. Робота відцентрового насосу на мережу. Спільна робота двох насосів в мережі. Регулювання роботи відцентрових насосів.

Устрій, параметри, робота відцентрового насосу

Розглянемо класифікацію відцентрових насосів.

За тиском відрізняють насоси:

- низького тиску (до 20 м);
- середнього тиску (від 20 до 60 м);
- високого тиску (більше 60 м).

За кількістю робочих коліс - на:

- одноступеневі (з одним робочим колесом);
- багатоступеневі (з декількома робочими колесами).

У багатоступеневих насосах відбувається поступове збільшення тиску рідини при її проходженні через послідовно з'єднані робочі колеса. Продуктивність багатоступеневих насосів дорівнює продуктивності одного робочого колеса. Це насоси значного тиску.

За способами подачі рідини до робочого колеса відрізняють насоси:

- з постачанням по одному вводу;
- з постачанням по двох вводах.

При однаковому тиску подача рідини насосами з двома постачальними вводами більше, ніж насосами з одним.

За розміщенням вала робочого колеса насоси бувають:

- горизонтальні;
- вертикальні.

Насоси із вертикальним валом використовують для забору води від глибинних колодязів та свердловин на насосних станціях першого підйому.

За коефіцієнтом швидкості робочого колеса насоси поділяються на:

- тихохідні;
- нормальні;
- швидкісні.

У відцентровому лопатевому насосі рідина під дією відцентрових сил переміщається через робоче колесо від центру до периферії. Проточна частина насоса складається з трьох основних елементів (рис. 19.1): підвода 1, робочого колеса 2 і відводу 3. По підводі рідина подається в робоче колесо з підвідного трубопроводу. Робоче колесо 2 передає рідині енергію від приводного двигуна. Робоче колесо складається з двох дисків а і б, між якими знаходяться лопатки в, зігнуті убік, протилежний напрямку обертання колеса. Рідина рухається через колесо з центральної його частини до периферії. По відводі рідина відводиться від робочого колеса до напірного патрубку або, у багатоступінчастих насосах, до наступного колеса.

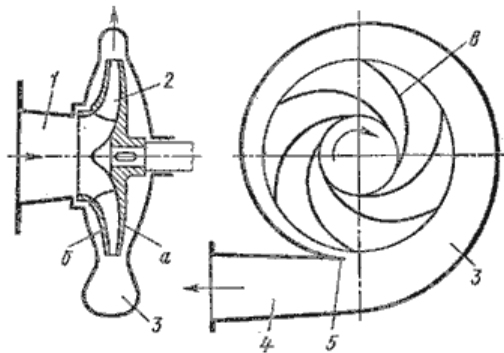


Рис. 19.1 – Схема відцентрового насосу

Тиск рідини в відцентровому лопатевому насосі збільшується в два етапи:

- під час руху її через криволінійні насоси, що розширюються, в колесі;
- більшою мірою тиск рідини збільшується при проходженні через спіральний канал, що розширюється, між колесом і корпусом. Це відповідає слідству з рівняння Бернуллі (швидкість падає, а тиск росте).

Продуктивність відцентрового насосу пропорційна числу оборотів, ширині і зовнішньому діаметру робочого колеса, але обернено пропорційна до числа і товщини лопатей.

Графічна залежність параметрів насоса від режиму роботи є *характеристикою насоса*.

Зазвичай *характеристики* відцентрового насоса будуються при певній, фіксованій для даного насоса частоті обертання. Криві залежностей (рис. 19.2) $H = f(Q)$, $N = f(Q)$, $\eta = f(Q)$, $H_{в.доп.} = f(Q)$ за $n = \text{const}$ називаються *лінійними характеристиками насоса* або *робочими характеристиками* або *головними характеристиками*.

Перераховані параметри не є відособленими один від одного, вони взаємозалежні: при певній частоті обертання n і подачі Q насос створює напір H , споживаючи потужність N ; момент на валу M . Якщо змінити подачу Q , то змінюється і всі інші параметри.

Розрізняють такі характеристики:

- приватну (за постійного числа оборотів робочого колеса) – графічна залежність натиску потужності на валу і ККД насоса від його об'ємної подачі;
- універсальну (у усьому інтервалі числа оборотів робочого колеса).

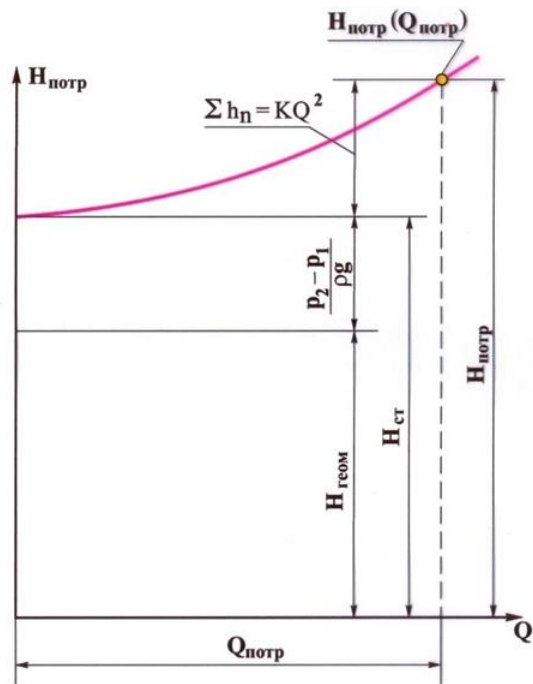


Рис. 19.2 – Робочі характеристики відцентрового насосу

Робота відцентрового насосу на мережу

Напір в мережі

$$H = H_r + H_{\text{п}},$$

де H_r – геометрична висота подачі рідини;

$H_{\text{п}}$ – втрати напору.

Но, як відомо,

$$H_{\text{п}} = kQ^2,$$

де Q – витрати рідини;

k – коефіцієнт пропорційності.

Характеристика мережі – залежність натиску в мережі від витрати рідини:

$$H = H_r + kQ_{\text{п}}^2 \text{ – це рівняння параболи.}$$

Якщо накласти характеристику мережі на характеристику насоса, то точка їх перетину M (робоча точка) відповідає рівності продуктивності насоса (рис. 19.3), необхідній витраті рідини в мережі, а також рівності надмірного натиску насоса:

$$H = H_r - H_{\text{п}}.$$

Усе вищесказане відноситься і до насосів інших типів, проте, характер залежностей окремих параметрів у них інший.

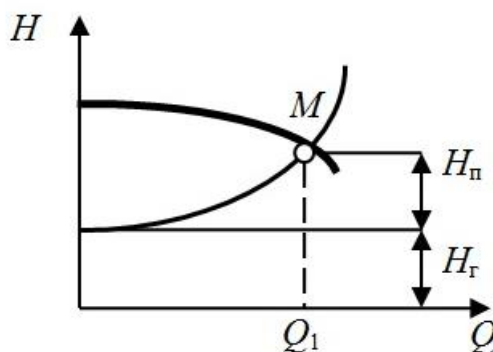


Рис. 19.3 – Характеристика відцентрового насоса на мережу

Для збільшення продуктивності потрібно підвищувати число оборотів двигуна. Може виявитися так, що графіки не перетинаються. Це говорить про те, що потужності насоса бракує для роботи на цю мережу.

Спільна робота двох насосів в мережі

Під час роботи двох насосів на цю мережу їх можна включити або паралельно (рис. 19.4), або послідовно (рис. 19.5). Якщо треба збільшити продуктивність, насоси сполучають паралельно, якщо треба підвищити натиск, насоси включають послідовно. Якщо необхідно збільшити об'ємне подання, то насоси включаються *паралельно*; при необхідності підвищення натиску насоси сполучають послідовно.

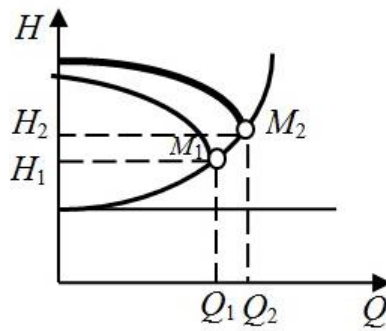


Рис. 19.4 – Паралельне з'єднання

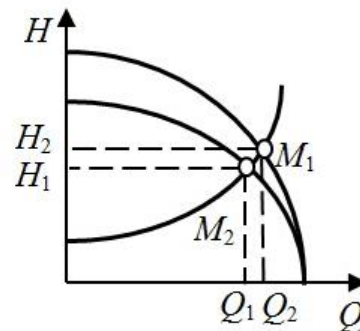


Рис. 19.5 – Послідовне з'єднання

При паралельному включенні сумарна характеристика (крива 2) будується подвоєнням потужностей за однакових натисків, а у разі послідовного включення – подвоєнням натисків при однакових потужностях. У разі паралельного з'єднання $Q_2 \gg Q_1$, якщо характеристика мережі полого; при послідовному з'єднанні $H_2 \gg H_1$, якщо характеристика мережі крута.

Отже, стандартні характеристики відцентрових насосів, наведені вище, не дають відповіді на питання, яке подання здійснює цей насос і при якому натиску. Характеристика $H = f(Q)$ виражає тільки залежність натиску від подання. Дійсне подання залежить від того, на який трубопровід працюватиме насос: по трубі малого діаметру, за усіх інших рівних умов, подання насоса, очевидно, буде менше, ніж по трубі великого діаметру, крім того, на подання насоса робить істотний вплив геодезична висота підйому.

Регулювання роботи відцентрових насосів

Регулювання роботи відцентрових насосів полягає в зміні продуктивності і натиску насосів. Широко застосовують два способи: за допомогою регулюючої засувки на нагнітальному трубопроводі і зміною частоти обертання робочого колеса.

Регулювання за допомогою засувки – *дроселювання*. Припустимо, що під час роботи насоса на мережу його продуктивність дорівнює Q_1 (рис. 19.6). Якщо, необхідно зменшити подачу до значення Q_2 , то необхідно збільшити гідравлічний опір мережі за рахунок прикриття засувки на нагнітальному трубопроводі. В результаті перетин характеристик мережі і насоса відбудеться в точці 2.

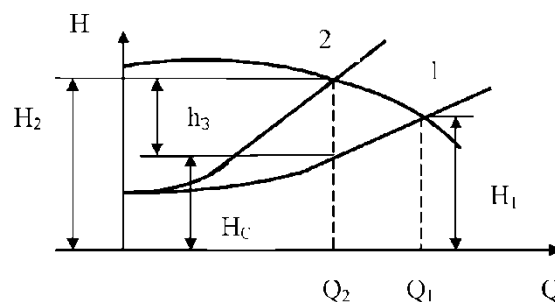


Рис. 19.6 – Регулювання за допомогою засувки (дроселювання)

Тут подання насоса дорівнює потрібному, а його напір H_2 витрачається на подолання гідравлічного опору мережі H_c і засувки h_3 . Таким чином, суть цього методу регулювання полягає в зміні характеристики мережі; при цьому робоча точка переміщається в нове положення за характеристикою насоса.

Регулювання зміною частоти обертання робочого колеса. Суть цього методу регулювання полягає в зміні характеристики насоса. Так, зменшення продуктивності насоса від величини Q_1 до Q_2 досягається зменшенням частоти обертання колеса від значення n_1 до n_2 . При цьому перетин характеристик насоса і мережі відбудеться в точці 2 (рис. 19.7). У каталогах насосів дається залежність $Q - H$ при одній частоті обертання робочого колеса (наприклад, при $n_1 = \text{Const}$). Побудова характеристики насоса для будь-якої іншої частоти обертання n_2 здійснюється шляхом перерахунку при частоті n_1 .

Зіставлення цих двох способів призводить до висновку, що регулювання засувкою, що викликає додаткові втрати енергії, не економічно і призводить до зниження к.к.д. насоса. У свою чергу, регулювання зміною частоти обертання колеса позбавлене цього недоліку, але для практичної реалізації цього способу потрібні двигуни зі змінним числом оборотів або спеціальні пристрої, обертання (гідромуфти, електромагнітні муфти), що дозволяють регулювати їх частоту.

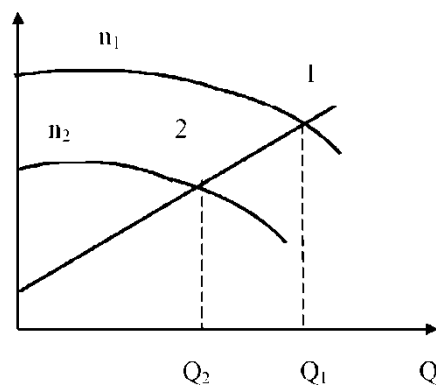


Рис. 19.7 – Регулювання зміною частоти обертання робочого колеса

З цієї причини регулювання зміною частоти обертання колеса вимагає додаткових капітальних витрат в порівнянні з регулюванням засувкою. Т.к. у останньому випадку насоси комплектуються простими по пристрою і відносно недорогими асинхронними електродвигунами з короткозамкнутим ротором. Проте, незважаючи на цю обставину, регулювати насос у більшості випадків прийнятніше зміною частоти обертання колеса, оскільки додаткові капітальні витрати окупаються економією, яка отримується в результаті регулювання. Спосіб регулювання засувкою, зважаючи на його виключну простоту, застосовують для регулювання насосів невеликої потужності.

Питання до лекції 19

- 19.1 Наведіть характеристику відцентрового насосів
- 19.2 Поясніть що таке робоча точка у разі роботи насосу на мережу
- 19.3 Поясніть якими способами можна змінити продуктивність і натиск насосів
- 19.4 Охарактеризуйте роботу відцентрового насосу

Лекція 20. Конструктивні особливості насосів. Лопатеві насоси. Поршневі насоси. Устрій, параметри і характеристики інших типів насосів.

Лопатеві насоси. В осьовому лопатевому насосі рідина переміщається в основному вздовж осі обертання робочого колеса (рис. 20.1). Робоче колесо осьового насоса схоже на гвинт корабля. Воно складається з втулки 1, на якій закріплено кілька лопат 2. Відведенням насоса служить осьовий направляючий апарат 3, з допомогою якого

усувається закрутка рідини, і кінетична енергія перетворюється в енергію тиску. Осьові насоси застосовують при великих подачах і малих тисках.

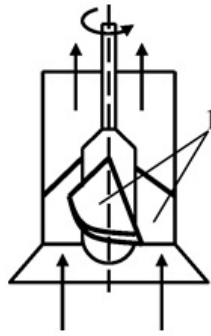
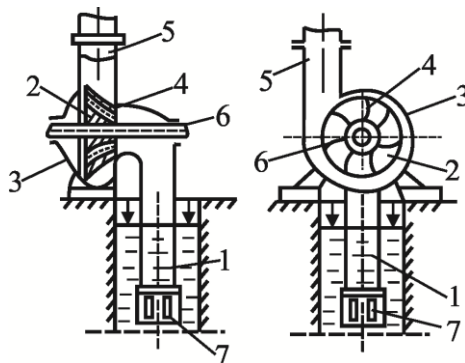


Рис. 20.1 – Схема осьового насоса

Осьові насоси можуть бути жестколопастними, в яких положення лопатей робочого колеса не змінюється, і поворотно-лопатевими, в яких положення робочого колеса може регулюватися.

Відцентровий насос, відмінний великою продуктивністю витрати і простотою приладдя за рахунок обертального руху робочого колеса насоса. Відцентрові насоси діляться на одноступінчаті і багатоступінчасті. На рис. 20.2 показаний одноступінчатий відцентровий насос що складається з робочого колеса із загнутими назад лопатками, що обертається з великою швидкістю в корпусі спіралеподібної форми 2.

Рідина по трубопроводу, що усмоктується, через патрубок 3 поступає по осі колеса (роздільно) на криволінійні лопатки, захоплюється і приводиться у обертальне (разом з колесом) і поступальний (вздовж лопаток) рух. Під дією відцентрової сили тиск рідини збільшується, вона викидається з переферійних каналів робочого колеса в нерухомий корпус 2 і через патрубок 4 прямує в напірний трубопровід 4. Спіралеподібна форма корпусу насоса забезпечує перетворення чисто кінетичної енергії обертального руху в потенційну енергію тиску (натиск) рідини. Стійка робота і постійна продуктивність відцентрових насосів забезпечуються зоною зниженого тиску (вакуум, що створюється на вході в робоче колесо насоса) за рахунок безперервного відведення рідини з корпусу через нагнітальний патрубок в напірний трубопровід. Тому перед пуском відцентровий насос повинен бути заповнений рідиною. Щоб рідина не виліталася з насоса з всмоктуючої труби при їх заливці при зупинці, на кінці всмоктуючої труби встановлюють зворотний клапан 5 з всмоктуючою сіткою.



1 – всмоктуючий трубопровід; 2 – корпус; 3 – напірний трубопровід; 4 – лопатки; 5 – зворотний клапан; 6 – вал; 7 – сітка

Рис. 20.2 – Схема відцентрового одноступінчатого насоса

Одноступінчаті насоси призначені для створення невеликих напорів (до 50 м), для більш високих напорів застосовується багатоступінчасті насоси, що мають декілька робочих коліс, закріпленні на одному валу і складають самостійні секції. Рідина послідовно проходить всі робочі колеса і з максимальною енергією з останньої секції поступає в напірний трубопровід. Тиск, що розвивається таким насосом, рівний тиску одного робочого колеса, помноженому на число секцій. Тиск що розвивається одним робочим колесом, залежить від форми лопаток (їх кривизни), числа лопаток, числа оборотів робочого колеса і його розмірів. У загальному разі для всіх відцентрових машин (насоси, вентилятори, компресори) для розрахунку величини тиску може бути застосоване рівняння, зване основним рівнянням відцентрових машин:

$$H_T = U_2 C_2 \cos \alpha_2 - U_1 C_1 \cos \alpha_1 / g$$

де H_T – теоретичний тиск, м;

U_1, U_2 – окружні швидкості рідини на вході і виході з робочого колеса, м/с;

C_1, C_2 – абсолютні швидкості на вході і виході з робочого колеса, що визначаються за правилом паралелограма швидкостей, м/с;

α_1, α_2 – кути між абсолютною і окружною швидкостями на вході і виході з робочого колеса.

Основні характеристики відцентрових насосів, як у всіх відцентрових машин, пов'язані при постійних розмірах робочих коліс з числом оборотів робочого колеса наступними співвідношеннями:

$$\begin{aligned} Q_1/Q_2 &= n_1/n_2, \\ H_1/H_2 &= (n_1/n_2)^2 \\ N_1/N_2 &= (n_1/n_2)^3 \end{aligned}$$

де Q_1, Q_2 – відповідно продуктивності насосів при числі оборотів робочого колеса n_1, n_2 , кг/с;

H_1, H_2 – тиски, м;

N_1, N_2 – потужність, кВт.

Ці рівняння дозволяють проводити перерахунок продуктивності, тиску і потужності відцентрових насосів при зміні числа оборотів робочого колеса. Наприклад, якщо необхідно збільшити потужність насоса в 2 рази, потрібно обороти збільшити у 8 раз.

Поршневі насоси відносяться до числа об'ємних насосів, в яких переміщення рідини здійснюється шляхом її витіснення з нерухомих робочих камер витискувача. Робочою камерою об'ємного насоса називають обмежений простір, поперемінно сполучається з входом і виходом насоса. Витискувачем називається робочий орган насоса, який здійснює витіснення рідини з робочих камер (плунжер, поршень, діафрагма).

Перевагою поршневих насосів є можливість подачі незначних кількостей рідини на значну висоту. Величина напору у поршневих насосах не залежить від їх продуктивності, тому при одній і тій же продуктивності можна в принципі подати рідину на будь-яку висоту, приєднавши двигун відповідної потужності.

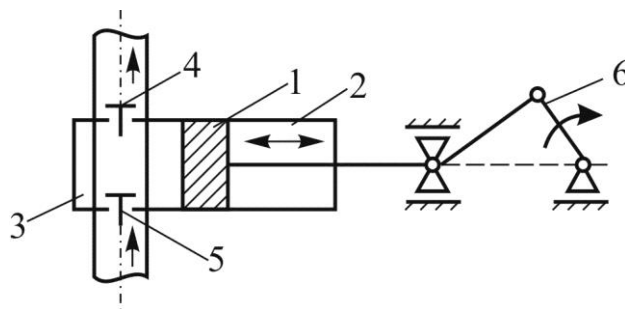
Класифікуються поршневі насоси за наступними показниками:

- 1) за типом витискувачів: плунжерні, поршневі і діафрагмові;
- 2) за характером руху ведучого ланки: зворотно-поступальний рух ведучого ланки; обертальний рух ведучого ланки (кривошипні і кулачкові насоси);
- 3) по числу циклів нагнітання і всмоктування за один подвійний хід: односторонньої дії двосторонньої дії.
- 4) по характеру дії діляться на насоси простої, подвійної, потрійної і четверної дії, а на вигляд приводу – на привідні і прямо діючі.

У залежності від конструкції поршня розрізняють власне поршневі насоси і плунжерні насоси, причому в останніх поршень безпосередньо стикається з рідиною або відділяється від неї суцільною непроникною перегородкою (діафрагмові насоси).

Горизонтальний поршневий насос простої дії включає циліндр, в якому поршень здійснює поворотно-поступальне руху. При ході поршня праворуч в лівій частині циліндра створюється розрідження, необхідне для відкриття клапана, що всмоктував і забезпечив надходження рідини в циліндр.

Схема насоса простої дії зображена на рис. 20.3. Поршень 2 пов'язаний з кривошипно-шатунним механізмом через шток 3, в результаті чого він здійснює зворотно-поступальний рух в циліндрі 1. Поршень при ході вправо створює розрідження в робочій камері, внаслідок чого всмоктуючий клапан 6 піднімається і рідина з витратного резервуара 4 по всмоктуючому трубопроводу 5 надходить у робочу камеру. При зворотному ході поршня (ліворуч) в циліндрі створюється надмірний тиск рідини, під дією якого закривається клапан 3 а потім відкривається клапан 4 і рідина поступає в нагнітальний трубопровід 6. Процес нагнітання продовжується до приходу поршня в крайнє ліве положення, після чого цикл роботи насоса повторюється. Поворотно-поступальний рух поршня забезпечується кривошипно-шатунним механізмом 5.



1 - поршень; 2 - циліндр ; 3 – кришка циліндра; 4, 5 - клапани; 6 – привід насоса

Рис. 20.3 – Схема поршневого насосу

Таким чином, в насосах одинарної дії тільки при одному ході поршня (праворуч наліво) проводиться подача рідини в нагнітальний трубопровід, а при русенні поршня в зворотному напрямі відбувається тільки всмоктування (заповнення циліндра рідиною). Цей хід поршня вважається непродуктивним. Тому продуктивність поршневих насосів одинарної дії при однакових розмірах поршня і циліндра в 2 рази менше, ніж у поршневих насосів подвійної, потрійної і четверного дії, оскільки в таких насосах хід поршня є продуктивним, тобто забезпечує подачу рідини в нагнітальний трубопровід. Завдяки цьому насос багаторазової дії отримали більш широке застосування, ніж насоси одинарної дії.

Так як кожному обороту двигуна відповідає два ходи поршня, з яких один відповідає нагнітання, а інший всмоктуванню

$$Q_r = \frac{F \cdot l \cdot n}{60} [\text{м}^3 / \text{с}],$$

де F – площа поршня, м^2 ;

l – хід поршня, м;

n – число обертів двигуна, об/хв.

Для підвищення продуктивності поршневих насосів їх часто виконують здвоєними, строєними і т. д. Поршні таких насосів, що приводяться в дію від одного колінчатого валу зі зміщенням колін.

Дійсна продуктивність насоса Q менше теоретичної, так як виникають витоку, зумовлені несвоєчасним закриттям клапанів, нещільностями у клапанах і ущільненнях поршня і штока, а також неповнотою заповнення робочої камери.

Відношення дійсної подачі Q до теоретичної Q_T називається об'ємним ККД поршневого насоса:

$$\eta_0 = \frac{Q}{Q_t}$$

Об'ємний к.к.д. - основний економічний показник, що характеризує роботу насоса.

Насос подвійної дії. Більш рівномірна і збільшена подача рідини, порівняно з насосом простої дії, може бути досягнута насосом подвійної дії, в якому кожному ходу поршня відповідають одночасно процеси всмоктування і нагнітання. Ці насоси виконуються горизонтальними і вертикальними, причому останні є найбільш компактні. Теоретична продуктивність насоса подвійної дії буде

$$Q_t = \frac{F \cdot l \cdot n}{60} + \frac{(F-f) \cdot l \cdot n}{60} \text{ [м}^3/\text{с]},$$

де f – площа штока, м².

Диференціальний насос. У диференціальному насосі поршень переміщається в гладко обробленому циліндрі. Ущільненням поршня служить сальник або малий зазор зі стінкою циліндра. Насос має два клапани: всмоктувальний і нагнітальний, а також допоміжну камеру. Всмоктування відбувається за один хід поршня, а нагнітання за обидва ходу. Так, при ході поршня вліво з допоміжної камери в нагнітальний трубопровід витісняється об'єм рідини, рівний $(F - f)l$; при ході поршня вправо з основної камери витісняється об'єм рідини, рівний fl . Таким чином, за обидва ходу поршня в нагнітальний трубопровід буде подано обсяг рідини, що дорівнює

$$(F-f) \cdot l + f \cdot l = F \cdot l.$$

Тобто стільки ж, скільки подається насосом простої дії. Різниця лише в тому, що це кількість рідини подається за обидва ходу поршня, отже, і подача відбувається більш рівномірно.

Принцип дії *пластинчатого насоса* (рис. 20.4): у разі обертання ротора, розташованого ексцентрично по відношенню до циліндричного корпусу насоса, під дією відцентрової сили пластини частково висуваються з пазів в роторі 1 і притискаються до корпусу, утворюючи замкнуті об'єми.

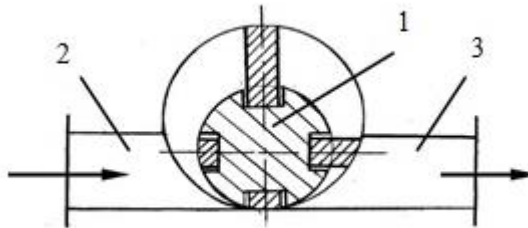


Рис. 20.4 – Схема пластинчатого насосу

За рахунок збільшення об'єму між двома сусідніми пластинами в цьому просторі створюється розрідження, і рідина зі всмоктуючого трубопроводу 2 заповнює замкнутий об'єм між пластинами, корпусом і ротором. Потім ця порція рідини переміщається разом з пластинами, робочий об'єм зменшується і рідина виштовхується в нагнітальний трубопровід 3.

У *шестерному насосі* (рис. 20.5) встановлені дві шестерні 1, одна з яких – ведуча, а інша – відома. Між корпусом 4 і сусідніми зубами шестерень 1 утворюються замкнуті об'єми.

Під час обертання шестерень в напрямі, вказаному стрілками, внаслідок створюваного розрідження (за рахунок виходу зубів із зачеплення) рідина зі всмоктуючого патрубка 2 поступає в корпус 4. Далі рідина заповнює простір між сусідніми зубами і корпусом, переміщається уздовж стінки корпусу по напрямку обертання шестерень і витісняється в нагнітальний трубопровід 3. Помітимо, що насос є

реверсивним, тобто при зміні напрямку обертання шестерень області всмоктування і нагнітання міняються місцями.

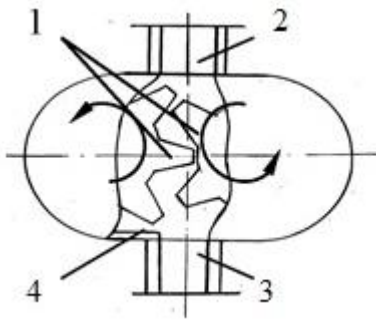


Рис. 20.5 – Схема шестерного насосу

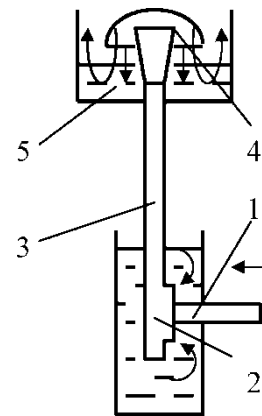


Рис. 20.6 – Схема ерліфта

Облаштування ерліфта показано на рис. 20.6. Він складається з труби 1 для подання стислого повітря і змішувача 2, де утворюється газо-рідинна суміш, яка внаслідок меншої щільності підіймається по трубі 3. На виході з неї газорідинна суміш огинає відбійник 4. При цьому з суміші виділяється повітря, а рідина поступає у збірник 5. Можна сказати, що ерліфт забезпечує створення натиску (і під'їм рідини) за рахунок введення в рідину практично нерухомого газу.

Питання до лекції 20

- 20.1 Наведіть класифікацію поршневих насосів
- 20.2 Поясніть як працює осьовий лопатевий насос
- 20.3 Назвіть закони пропорційності відцентрових насосів
- 20.4 Охарактеризуйте роботу ерліфту

Лекція 21. Компресорні машини: призначення та класифікація. Основні типи. Технічні показники та характеристики вентиляторів. Регулювання параметрів вентиляторних установок

У технологічних схемах хімічних виробництв піддається переробці значна кількість газів і їх сумішей. Для транспортування газів по трубопроводах їх попередньо стискають. Машини призначені для стиснення і переміщення газів, називають компресійними.

В залежності від *міри стиснення* η (відносин кінцевого тиску газу p_2 до початкового тиску p_1) розрізняють наступні типи компресійних машин:

- компресори $3 < p_2/p_1$ ($\eta > 3,0$);
- газодувки $1,1 < p_2/p_1 < 3,0$ ($\eta = 1,1 \dots 3,0$);
- вентилятори $p_2/p_1 < 1,1$ ($\eta = 1,1$);
- вакуум-насоси ($\eta < 1,0$), призначені для відсмоктування газів коли тиск нижче атмосферного (розрядження більш $0,05$ МПа).

За *принципом дії* компресорні машини діляться на поршневі, ротаційні, відцентрові, осьові і струминні.

У поршневих машинах стиснення газу відбувається внаслідок зменшення об'єму, в якому знаходиться газ, при поворотно-купівельному русленні поршня.

Стиснення газу в ротаційних машинах зумовлено зменшенням об'єму, в якому укладений газ, при обертанні ексцентрично розташованого ротора.

У відцентрових машинах (як і в відцентрових насосах) газ стискується за рахунок обертання робочого колеса із зігненими лопатками з подальшим перетворенням частини кінетичної енергії газу в потенційну енергію.

В осьових машинах газ стискується при русенні його вздовж осі робочого колеса з лопатками і направляючого апарату.

У струминних компресорах і вакуум-насосах переміщення і стиснення газів здійснюється за рахунок кінетичної енергії струмини допоміжної рідини або пара.

Найбільш широке застосування для стиснення і переміщення газів знайшли вентилятори – відцентрові машини, які призначені для переміщення газу з одного простору в інший.

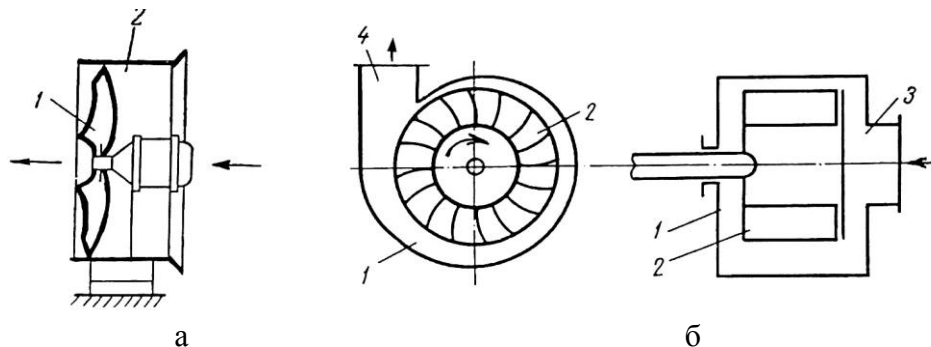
Розрізняють осьові та відцентрові вентилятори. Осьові вентилятори (рис. 21.1а) забезпечують великі подачі з низькими напорами, мають просту конструкцію. Робота відцентрового вентилятора (рис. 21.1б) також аналогічна роботі відцентрового насоса.

За величиною тиску відцентрові вентилятори умовно діляться на наступні групи:

1. Вентилятори низького тиску (надмірне тиснення $P < 10$ Па).
2. Вентилятори середнього тиску, ($P = 10^3 \div 3 \cdot 10^3$ Па).
3. Вентилятори високого тиску ($P = 3 \cdot 10^3 \div 10^4$ Па).

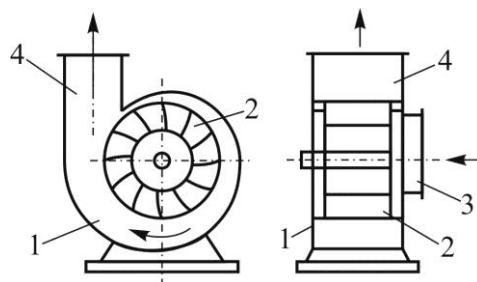
Принциповий пристрій всіх вентиляторів однаковий. Наприклад, представлений на рис. 21.2 вентилятор низького тиску має робоче колесо 1 з великою кількістю зігнених лопаток, спіралеподібним корпусом 2, всмоктувальний патрубок 3 і нагнітальний (напірний) патрубок 4. Лопатки робочого колеса звичайно виконуються заломленими уперед або назад за напрямом обертання колеса.

Якщо лопатки, заломлені уперед, отримують заданий тиск за малої окружної швидкості робочого колеса, відповідно за малого його діаметру, чим у разі виконання лопаток, заломлених назад.



Рисуюнок 21.1 — Схеми вентиляторів

Робочі колеса вентиляторів низького і середнього тиску для отримання більшої продуктивності виготовляються відповідно широкими.



1 – корпус; 2 – робоче колесо; 3 – усмоктувальний патрубок, 4 – нагнітальний (напірний) патрубок

Рис. 21.2 – Схема вентилятора низького тиску

У вентиляторі високого тиску, що володіють малою продуктивністю, ширина коліс відносно невелика. Тому їх лопатки звичайно заломлені назад.

Технічні показники та характеристики вентиляторів

Крім напору, вентилятор характеризується об'ємною подачею Q , повним к.к.д. η та статичним к.к.д. $\eta_{ст}$ і потужністю N . У разі зміни частоти обертання вала вентилятора, а також температури перекачуваного газу усі ці параметри змінюються.

Характеристики відцентрових вентиляторів, як і інших відцентрових машин для переміщення і стиснення газів, подібні характеристикам відцентрових насосів, а залежність продуктивності Q , тиску H і потужності N від числа оборотів робочого колеса n і кривизни лопаток виражаються рівнянням пропорційності. Робочий режим вентилятора, також як і для насосів, визначається у точках перетину характеристик вентиляторів з характеристиками мережі.

Потужність на валу вентиляторів N_v знаходять за рівнянням

$$N_v = \frac{\rho g Q H}{\eta_{вент}} = \frac{\Delta P \cdot Q}{\eta_{вент}},$$

де V – об'ємна продуктивність вентиляторів, m^3/c ;

H – тиск вентиляторів, m ;

ρ – густина газу, kg/m^3 ;

ΔP – тиск вентиляторів. Pa ;

$\eta_{вент}$ – к.к.д. вентиляторів;

g – прискорення вільного падіння, m/c^2 .

У повній корисній енергії, яка надає вентилятор газовому потоку, істотну частку становить кінетична енергія. Тому оцінка ефективності вентиляторів повним к.к.д. є недостатньою. Для оцінювання вентиляторів з боку створюваного ними статичного напору введено статичний к.к.д. $\eta_{ст}$. Таким чином, для вентиляторів

– повний к.к.д. визначають:

$$\eta = \frac{\rho Q H}{1000 N_v}$$

– статичний к.к.д.

$$\eta_{ст} = \frac{\rho Q H_{ст}}{1000 N_v}$$

Звісно, $\eta_{ст} < \eta$, орієнтовно $\eta_{ст}$ менше за η на 20–30 %. Це залежить від вихідного кута робочих лопатей.

Основою для вибору вентиляторів є найбільші подача Q і напір H , які він повинен створювати, працюючи в заданій системі газопроводів. Каталожні дані належать звичайно до нормальних умов, тому під час вибору за каталогом розраховують подачу із поправкою у 5% ($Q_k = 1,05 \cdot Q$), а напір – 10% ($H_k = 1,1 \cdot H \cdot \rho_k / \rho$), де ρ_k – густина повітря (газу) за нормальних умов.

Потужність приводного двигуна вентиляторів розраховується із запасом, що враховує можливе відхилення режиму від розрахункового, зменшення к.к.д. вентиляторів й старіння ізоляції двигуна в процесі тривалої експлуатації:

$$N_{дв} = m \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H}{1000 \cdot \eta \cdot \eta_{пер}},$$

де m – коефіцієнт запасу потужності (його значення складає $m = 1,05 \div 1,2$; обирається значення тим більше, чим менша потужність на валу вентиляторів);

$\eta_{пер}$ – к.к.д. передачі (у разі безпосереднього з'єднання валів вентиляторів й двигуна $\eta_{пер} = 1$; у разі клинопасової передачі $\eta_{пер} = 0,92$).

Характеристиками вентиляторів. Також як і для насосів, називають графіки залежностей напору, потужності на валу й к.к.д. від об'ємної подачі. Характеристики утворюються безпосереднім випробуванням вентиляторів за постійної частоти обертання.

Так само як і для відцентрових насосів, для вентиляторів і газодувок має місце закон пропорційності – залежність між їх основними параметрами – частотою обертання робочого колеса, продуктивністю (об'ємною подачею), створюваним тиском (напором) і потужністю. Ця залежність виражена законом пропорційності.

Регулювання параметрів вентиляторних установок

Особливого значення набуває питання регулювання роботи вентиляторної установки, що залежить від зміни режиму роботи (зміна газовиділення, відхилення фактичних значень параметрів від розрахункових і т.д.). Основними параметрами для визначення режиму провітрювання є витрата повітря Q , м³/с, аеродинамічний опір R , кгс²/м⁸ і втрата тиску у магістралі H_m , кг/м². Залежність між цими величинами виражається рівнянням:

$$H_m = R \cdot Q^2.$$

Аеродинамічний опір R визначається геометричними й конструктивними елементами мережі: довжиною, поперечним перерізом, периметром, формою, кількістю місцевих опорів та ін.

Регулювання подачі вентиляторів можна здійснювати:

- зміною частоти обертання валу вентилятора;
- дроселюванням на вході й виході вентилятора;
- направляючими конструкціями на вході.

Зміна частоти обертання валу вентилятора вимагає застосування електродвигунів зі змінною частотою обертання (колекторних або двошвидкісних). Можливе застосування двигунів з постійною частотою обертання при вмиканні між валами двигуна й вентилятора варіатора частоти обертання (звичайно гідромуфти) або засобами перетворювальної техніки. У цих варіантах вентиляторна установка ускладнюється й вимагає більших економічних витрат, тому такий спосіб регулювання застосовується тільки для великих вентиляторів в особливо відповідальних установках.

Дроселювання на вході й виході вентилятора застосовується дуже широко через його конструктивну простоту, однак даний метод характеризується нераціональними втратами енергетичних і технологічних параметрів

Направляючі конструкції на вході поширені для вентиляторів з великою подачею в шахтних установках і особливо в теплоенергетиці (дутьові вентилятори, димососи).

Питання до лекції 21

- 21.1 Наведіть класифікацію вентиляторів
- 21.2 Поясніть як визначити робочу точку вентиляторів
- 21.3 Назвіть що впливає на продуктивність і тиск вентиляторів
- 21.4 Охарактеризуйте зв'язок між продуктивністю, тиском, потужністю і числом оборотів робочого колеса вентилятора

Лекція 22. Класифікація компресорів. Робочі процеси компресора. Термодинамічні основи процесу стискування газів. Рівняння стану газу і термодинамічні діаграми. Робота стискування і споживана потужність

Основними параметрами, що характеризують роботу компресорів, є об'ємна подача або продуктивність (визначається, як правило, за тиску всмоктування); початковий і кінцевий тиски або їх відношення – степінь підвищення тиску; частота обертання та потужність на валу.

Незважаючи на значну різноманітність класифікаційних ознак, для термодинамічного аналізу найбільш цікавою та достатньою є класифікація, в основу якої покладений метод стиснення (рис. 22.1).

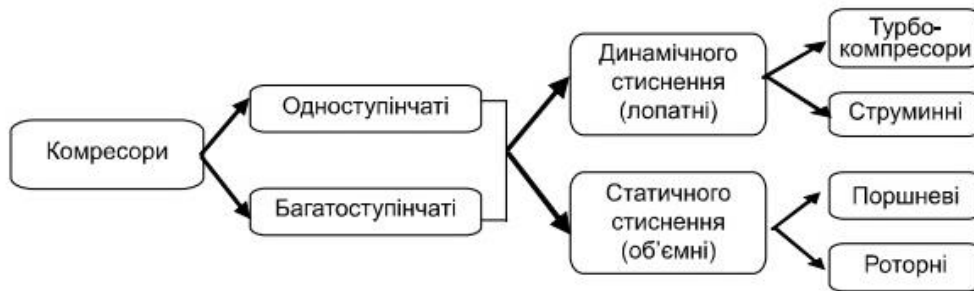


Рис. 22.1 – Класифікація компресорів за принципом роботи

Відповідно до цієї класифікації, залежно від способу стиснення, як уже зазначалося, виділяють компресори двох типів: статичного стиснення (їх ще називають об'ємними), які в свою чергу розділяють на дві основні групи – поршневі та роторні (ротаційні), – вони стискають газ завдяки руху поршнів або рухомих лопатей, що посаджені на обертові ротори, і динамічного стиснення (лопатні), що стискають газ завдяки надання йому спочатку великої швидкості, а потім у спеціальних нерухомих каналах (дифузорах) перетворюють зовнішню кінетичну енергію руху на внутрішню потенціальну, що приводить до зростання як тиску, так і температури. Серед компресорів динамічного стиснення розділяють доцентрові (радіальні) – з радіальним напрямом руху робочого тіла; осьові (аксіальні) – з осьовим переміщенням робочого тіла; різні лопатні турбокомпресори (діагональні, вихрові). Також до них, умовно можна віднести струминні компресори (ежектори, аспіратори), не дивлячись на те, що в цих агрегатах відсутні будь-які обертові частини, оскільки вони використовують кінетичну енергію попередньо прискореного осьового потоку робочого тіла для підсмоктування і стиснення газу низького тиску.

Робочі процеси компресора

Незважаючи на велику кількість типів нагнітачів та їхні конструктивні особливості, з термодинамічної точки зору процеси стиснення у них будуть однаковими. Задачею термодинамічного аналізу є встановлення умов, за яких досягається найбільша ефективність їх роботи.

Розглянемо принцип дії та робочі процеси одноступеневого поршневого компресора. Ефективність роботи компресора вивчають за так звану індикаторною діаграмою, що характеризує залежність зміни тиску в циліндрі від місцеположення поршня. Компресор (рис. 22.2) – це циліндр Ц, всередині якого зворотно-поступально рухається поршень П. Циліндр охолоджується за допомогою води, що циркулює в охолоджувальній оболонці, або повітря. Якщо охолоджувач – повітря, то для ефективнішого теплообміну зовнішня поверхня обрешетується. У кришці циліндра розміщуються всмоктувальний (Вс) і нагнітальний (Наг) клапани.

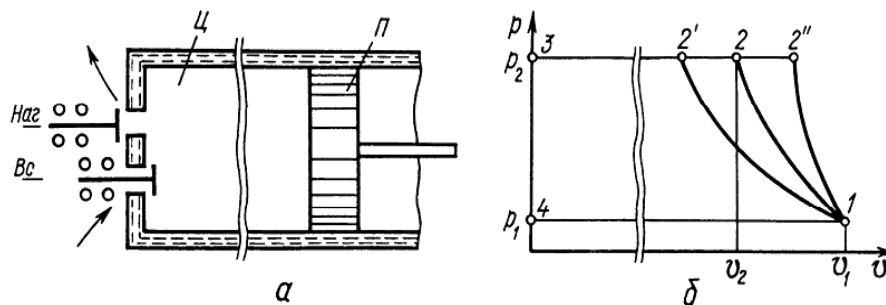


Рис. 22.2 – Принципова схема і робочі процеси компресора

Під час руху поршня зліва направо у циліндрі створюється розрідження, під дією атмосферного тиску p_1 відкривається всмоктувальний клапан (Вс) і повітря надходить у циліндр. На p - v діаграмі цей процес зображується лінією 4-1, що називається *лінією всмоктування*. Коли поршень досягає крайнього правого положення, процес всмоктування припиняється.

Крайні положення поршня називаються верхньою (ВМТ) і нижньою (НМТ) *мертвими точками*, а об'єм, що проходить поршень між мертвими точками – *робочим об'ємом циліндра* $V_{роб}$. Під час зворотного руху поршня справа наліво всмоктувальний (Вс) закривається і відбувається процес стиснення повітря (лінія 1-2) до певного значення тиску p_2 . Під дією цього тиску відкривається нагнітальний клапан (Наг) і стиснуте повітря надходить споживачеві (лінія 2-3, що називається *лінією нагнітання*).

Таким чином, стиснуте повітря подається споживачеві один раз за два ходи поршня. У крайньому лівому положенні (ВМТ) процес нагнітання припиняється, нагнітальний клапан закривається і на початку зворотного руху поршня тиск повітря різко падає до початкового (лінія 3-4). Потім всі процеси повторюються. Оскільки характер зміни тиску і температури в процесі роботи компресора є циклічним, іноді говорять про його “робочий цикл”.

Термодинамічні основи процесу стискування газів

Стискування реального газу супроводжується зміною його об'єму, тиску і температури. Співвідношення між цими параметрами за тиску не більше 10 ат характеризується рівнянням стану ідеальних газів.

За тисках більше $p \gg 10$ ат слід користуватися рівнянням Ван-дер-Ваальса або іншим рівнянням, що більше точно описує залежність між об'ємом, тиском і температурою газу при підвищених тисках.

Рівнянням Ван-дер-Ваальса має наступний вигляд

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = R \cdot T,$$

де p – тиск газу, н/м²;

v – питомий об'єм газу, м³/кг;

R – газова постійна ($R=8314/M$), Дж/(кг·°C);

M – маса 1 кмоль, кг/кмоль;

T – температура, К;

a, b – величини, що постійні для заданого газу.

За відсутності довідникових даних a і визначаються за критичними параметрами газу ($T_{кр}, P_{кр}$):

$$a = \frac{27R^2 \cdot T_{кр}^2}{64p_{кр}} \qquad b = \frac{R \cdot T_{кр}}{8p_{кр}}$$

Проте для практичних розрахунків найбільш зручна і надійна термодинамічна діаграма температура-ентропія, або T - S -діаграма.

Кінцевий тиск газу при стискуванні залежить від умов теплообміну газу з довкіллям. Теоретично можливі два граничні випадки стискування:

– тепло, що виділяється при стискуванні, повністю відводиться і температура газу при стискуванні залишається незмінною – ізотермічний процес;

– теплообмін газу з довкіллям повністю відсутній і тепло, що все виділяється при стискуванні, витрачається на збільшення внутрішньої енергії газу, підвищуючи його температуру, – адіабатичний процес.

Насправді стискування газу лише більшою чи меншою мірою наближається до одного з цих теоретичних процесів. При стискуванні газу разом зі зміною його об'єму і тиску відбувається зміна температури і одночасно частина тепла, що виділяється, відводиться в довкілля. Такий процес стискування називається політропічним.

Основною задачею термодинамічного аналізу роботи компресорів є виведення аналітичного виразу для обчислення питомої роботи, що витрачається на процеси всмоктування, стиснення і нагнітання повітря. Для цього спочатку розглянемо так званий ідеальний компресор, тобто такий, в якому немає гідравлічного опору в клапанах, сил тертя, шкідливого об'єму (поршень впритул підходить до кришки). Процеси всмоктування і нагнітання відбуваються за постійних тисках. Процес стиснення є рівноважним.

Площа 1-2-3-4 (рис. 22.2, б) – це технічна робота над масою m , що засмоктується за один хід поршня. Тоді роботу, що витрачається на одержання m кг стиснутого повітря, можна визначити за формулою:

$$L = L_{1-2} + L_{2-3} - L_{4-1}.$$

Або через питому роботу:

$$l = l_{1-2} + l_{2-3} - l_{4-1},$$

$$\text{де } l = \frac{L}{m}.$$

Для компресора робота стиснення l_{1-2} і нагнітання l_{2-3} вважаються корисними, а робота всмоктування l_{4-1} від'ємною.

Оскільки об'єм газу на виході із компресора є змінною величиною і залежить від термодинамічного процесу і ступеня стиснення, то зручно продуктивність компресора задавати через масову або об'ємну продуктивності за початкових параметрів. Тоді масова продуктивність визначається:

$$m = \frac{p_1 \cdot V_1}{R \cdot T_1},$$

де p_1 і V_1 – відповідно тиск і температура газу під час всмоктування.

Питома робота нагнітання $l_{2-3} = p_2 \cdot V_2$ (рис. 22.2, б), а робота всмоктування $l_{4-1} = p_1 \cdot V_1$. Процес стиснення у компресорі може здійснюватися за різними термодинамічними процесами (рис. 22.2): ізотермічним (лінія 1-2'), політропним (лінія 1-2), адіабатичним (лінія 1-2''). Як правило, в реальних умовах процес стиснення відбувається за політропою у разі $n=1,08 \dots 1,22$. Тоді роботу стиснення можна визначити з від'ємним знаком, оскільки робота виконується не системою, а зовнішніми силами і повна питома робота компресора в політропному процесі:

$$l_{\text{пол}} = \frac{m}{m-1} p_1 V_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right],$$

де m – показник політропи (залежит від природи газу та умов теплообміну з навколишнім середовищем).

Якщо маса всмоктувального газу m , то повна робота компресора в політропному процесі стиснення:

$$L_{\text{пол}} = m \cdot l_{\text{пол}} = \frac{n}{n-1} p_1 V_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] = \frac{n}{n-1} m R T_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right].$$

У разі адіабатичного стиснення:

$$l_{\text{ад}} = \frac{k}{k-1} p_1 V_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right].$$

Якщо маса всмоктувального газу m , то повна робота компресора в адіабатичному процесі стиснення:

$$L_{ад} = m \cdot l_{ад} = \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] = \frac{k}{k-1} mRT_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right],$$

де k – показник адиабати.

У разі ізотермічного стиснення:

$$l_{із} = p_1 v_1 \ln \frac{p_2}{p_1}.$$

Якщо маса всмоктувального газу m , то повна робота компресора в ізотермічному процесі стиснення:

$$L_{із} = m \cdot l_{із} = p_1 v_1 \cdot \ln \frac{p_2}{p_1} = mRT \cdot \ln \frac{p_2}{p_1} = p_1 v_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} = mRT \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Для визначення питомої теплоти, що відбирається у процесі стиснення газу, можна скористатися T - S -діаграмою (рис. 22.3).

Процес ізотермічного стискування газу від тиску p_1 (поч) до тиску p_2 (кін) зображається на T - S -діаграмі прямою AB (рис. 22.3), проведеної між ізобарами p_1 і p_2 по лінії $T_A = \text{const}$.

Кількість тепла $q_{із}$, яку необхідно відводити при ізотермічному стискуванні 1 кг газу від тиску p_1 до тиску p_2 , чисельно рівно питомій роботі ізотермічного стискування $l_{із}$, вираженою в Дж/кг. Величина $q_{із}$ може бути визначена з діаграми за допомогою простого співвідношення:

$$q_{із} = l_{із} = T_A (S_A - S_B).$$

Газ, стиснутий за адиабатою, має найвищу температуру $T_{ад} > T_{пол} > T_{із}$, тому в процесі транспортування він охолоджується до температури $T_{із}$, втрачає найбільшу кількість енергії, а відтак і найбільшу частину роботи стиснення.

Процес адиабатичного стискування газу характеризується повною відсутністю теплообміну між газом і довкіллям. У разі адиабатичного стискування газу $dQ = 0$ (оскільки площа під лінією процесу 1-2'' рис. 22.2 дорівнює 0) і виходить, що $dS = 0$. Таким чином, в процесі адиабатичного стискування газу незмінною залишається його ентропія, і цей процес зображується на діаграмі T - S прямою AD (рис. 22.3), проведеної по лінії $S_A = \text{const}$.

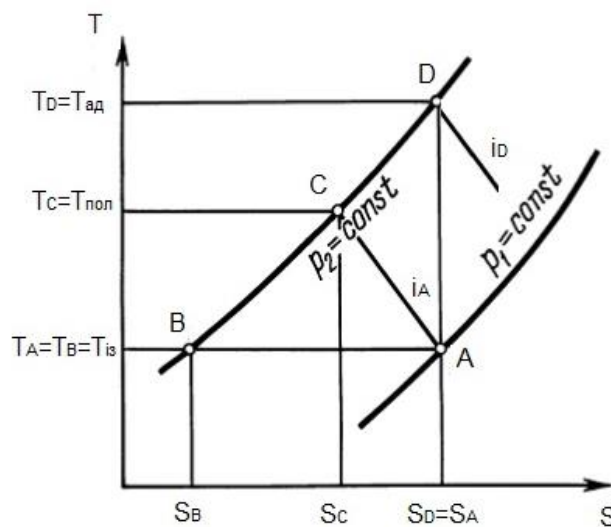


Рис. 22.3 – T - S -діаграма для розрахунку питомої теплоти, яка виділяється в циліндрі компресора

Кількість тепла, що виділяється під час адіабатичного стискування 1 кг газу від тиску p_1 до тиску p_2 , чисельно рівне питомій роботі адіабатичного стискування $l_{ад}$, визначається по діаграмі таким чином:

$$q_{ад} = l_{ад} = i_D - i_A = c_p (T_D - T_A).$$

У політропному процесі необхідно відвести теплоту, що на T - S - діаграмі зображується прямою АС:

$$q_{пол} = l_{пол} = (S_A - S_C) \frac{T_{із} + T_{пол}}{2} = (S_A - S_C) \frac{T_A + T_C}{2} + c_p (T_C - T_A).$$

Оскільки $T_{пол} < T_{ад}$, то це дає можливість процес стиснення вести до більш високих тисків, не боячись перевищити кінцеву допустиму температуру. Робочий процес компресора – замкнена лінія 4-1-2-3-4 (рис. 22.2) не є термодинамічним коловим процесом або циклом. Лише процес стиснення 1-2 є термодинамічним, що відбувається за $m = \text{const}$ і до якого можна застосувати термодинамічні закони. Інші процеси не є термодинамічними, оскільки відбуваються за змінної маси.

Робота стискування і споживана потужність

Ефективність роботи компресорів не можливо оцінювати за значенням звичайного к.к.д., тому використовують відносний термодинамічний к.к.д., що порівнюється з найбільш економічною машиною такого ж класу.

Отже, машини з водяним охолодженням порівнюють з умовною машиною, що стискає газ за ізотермою:

$$\eta_{із} = \frac{N_{із}^T}{N}.$$

Для компресорів без охолодження відбувається додаткове нагрівання в результаті відсутності відведення теплоти (внаслідок терця, гідравлічних опірив та ін.), отже стискання відбувається за політропою з показником $m > k$. Тому потужність стискання порівнюють з умовною машиною, що стискає газ ізентропно, тобто

$$\eta_{ад} = \frac{N_{ад}^T}{N}.$$

Значення адіабатичного к.к.д. близько до одиниці і змінюється в межах 0,93-0,97. Ізотермічний к.к.д. залежить від міри стискування і має значення 0,64-0,78. Значення механічного к.к.д. коливається в межах 0,85 - 0,95.

Потужність на валу N_B компресору дорівнює потужності, що витрачається на стискання газу з врахуванням механічного к.к.д. $\eta_{мех}$, який характеризує втрати потужності на механічне терця у компресорі:

$$N_B = \frac{N}{\eta_{мех}} = \frac{N_{із}^T}{\eta_{із} \cdot \eta_{мех}}.$$

Питання до лекції 22

- 22.1 Охарактеризуйте принцип роботи відцентрового компресору
- 22.2 Наведіть графічне зображення циклу компресійної машини
- 22.3 Охарактеризуйте адіабатний та ізотермічний к.к.д. компресора
- 22.4 Поясніть в p - v - та T - s -координатах індикаторну діаграму компресору