

.Міністерство освіти і науки України

.Національний університет «Одеська політехніка»

.Кафедра «Кафедра цифрових технологій в інжинірингу»

.

.

.

.

.

.

.

.

.

Навчальний посібник

.Розрахунок деталей в модулі ANSYS WORKBENCH

.

.

.

.

.

.

.Одеса, 2024

.Міністерство освіти і науки України  
.Національний університет «Одеська політехніка»  
.Кафедра «Кафедра цифрових технологій в інжинірингу»

.  
.  
.  
.  
.  
.  
.

Навчальний посібник  
**Розрахунок деталей в модулі ANSYS WORKBENCH**

.Затверджено  
.на засіданні кафедри «цифрових  
. технологій в інжинірингу»  
.Протокол №1 від 28.08.2024 р.

.  
.  
.  
.  
.  
.  
.  
.  
.  
.

Зміст

Вступ .....	4
1 Основи метода скінченних елементів .....	5
1.1 Застосування методу кінцевих елементів у розрахунках конструкцій .....	5
1.2 Види напруженого стану та метод скінчених елементів .....	12
2 Вибір матеріалу та їх властивості .....	23
2.1 Основи інтерфейсу пакету CAE .....	24
2.2 Модуль Engineering Data .....	26
2.3 Властивості матеріалу .....	28
3. Геометрична модель та генерація сітки кінцевих елементів .....	31
3.1 Побудова геометричної моделі .....	31
3.2 Кінцевоелементне розбиття моделі .....	38
3.2.1 Налаштування сітки кінцевих елементів. ....	44
3.2.2 Генерація регулярної сітки .....	52
3.4 Вибір координатної системи .....	54
4. Особливості завдання навантажень і закріплень .....	57
4.1 Граничні умови .....	57
4.2 Навантаження .....	59
5 Рішення статичних задач .....	66
5.1 Елементи розділу Structural .....	66
5.2 Методика роботи з програмою при рішенні статичних завдань на міцність .....	74
5.3 Результати розрахунку .....	76
5.3.1 Візуалізація і обробка результатів аналізу .....	76
5.3.2 Вивод результатів аналізу .....	82
5.4.Розрахунок стрижневих й балкових конструкцій. [1] ,[2] .....	86
5.5. Розрахунок двовимірної задачі .....	94
5.6 Розрахунок міцності 3D моделей .....	100
5.7 Оптимізація конструкцій .....	103
6 Контактна взаємодія між тілами .....	111

7 Коливання пружних тіл.....	127
8. Основи виконання теплових розрахунків.....	139
ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ.....	154

## Вступ

Проектуючи машину, конструктори часто не замислюються про довговічність деталей, вибираючи їх форму, розміри та методи обробки за сформованими в даній галузі машинобудування традиціями та нормативами, які в нових умовах, при безперервному підвищенні напруженості режимів та у світлі нових уявлень про значення довговічності, потребують перегляд [1].

Дуже важко забезпечити довговічність деталей, що працюють у безпосередньому зіткненні з абразивним середовищем (крильчатки насосів, що перекачують забруднені рідини, робочі органи ґрунтообробних машин, різці врубових машин, зуби ковшів екскаваторів, траки гусеничних машин, приводи безперервного транспорту для цементу, вугілля та ін.).

Заходи підвищення довговічності здорожчають конструкцію. Необхідно застосування якісних матеріалів, введення нових технологічних процесів, іноді організація нових ділянок цехів, що вимагає додаткових капіталовкладень.

Надійність машин насамперед визначається міцністю і жорсткістю конструкції. Раціональними способами підвищення міцності, що не вимагають збільшення маси, є застосування вигідних профілів і форм, максимальне використання міцності матеріалу, по можливості рівномірне навантаження на всі елементи конструкції.

Доцільні способи підвищення жорсткості - правильний вибір схеми навантаження, раціональне розміщення опор, надання конструкції жорстких форм.

Конструктивна наступність - це використання при проектуванні попереднього досвіду машинобудування даного профілю та суміжних галузей, введення в проєктований агрегат всього корисного, що є в існуючих конструкціях машин. Майже кожна сучасна машина є результатом роботи конструкторів кількох поколінь. Початкову модель машини поступово вдосконалюють, постачають новими вузлами та агрегатами, збагачують новими конструктивними рішеннями, що є плодом творчих зусиль та винахідливості наступних поколінь конструкторів [1].

Основне правило компонування - розробка варіантів, поглиблений їх аналіз та вибір найбільш раціонального.

Основні деталі *конструкції повинні бути розраховані на міцність та жорсткість*. Довіряти інтуїції при виборі розмірів і форм деталей не можна. Копіюючи шаблонні форми та дотримуючись традиційного рівня напруження, не можна створити прогресивні конструкції.

Неправильно цілком покладатися і на розрахунок. По-перше, існуючі методи розрахунку міцність не враховують низки чинників, визначальних працездатність конструкції. По-друге, є деталі, які не піддаються розрахунку (наприклад, складні корпусні деталі). Чисельні методи розрахунку, що з'явилися останнім часом, у тому числі **метод скінчених елементів (МСЕ)**, дозволяють виконати розрахунки на міцність і жорсткість деталей практично будь-якої форми.

По-третє, необхідні розміри деталей залежать не тільки від міцності, а й від інших факторів. Конструкція литих деталей визначається насамперед вимогами ливарної технології. Для механічно оброблюваних деталей слід враховувати опір силам різання і надавати їм необхідну жорсткість. Термічно оброблювані деталі повинні бути досить масивними, щоб уникнути короблення. Розміри деталей управління потрібно вибирати з урахуванням зручності маніпулювання [1].

Необхідна умова правильного конструювання - постійно мати на увазі питання виготовлення і з самого початку надавати деталям технологічно доцільні форми. Досвідчений конструктор, komponуючи деталь, відразу робить її технологічною; початківець повинен постійно звертатися до консультації технологів.

## 1 Основи метода скінченних елементів

### 1.1 Застосування методу кінцевих елементів у розрахунках конструкцій

Компонування необхідно вести на основі нормальних розмірів (діаметри посадкових поверхонь, розміри шпонкових та шлицевих з'єднань, діаметри різьблення тощо). Особливо це важливо при komponуванні вузлів з кількома концентричними посадковими поверхнями, а також ступінчастих деталей, форма яких значною мірою залежить від градації діаметрів.

Одночасно слід домагатися максимальної уніфікації нормальних елементів. Елементи, немінучі по конструкції основних деталей і вузлів, рекомендується використовувати інших частинах конструкції.

Зменшення маси з паралельним зниженням металомісткості домагаються наданням деталей раціональних перерізів і форм, доцільним використанням міцності матеріалів, застосуванням міцних матеріалів, раціональних конструктивних схем, усуненням зайвих запасів міцності, заміною металів на неметалеві матеріали.

Максимального зниження маси можна досягти наданням деталей рівномірності. Ідеальний випадок, коли напруження в кожному перерізі деталі її поздовжньої осі і в кожній точці цього перерізу однакові, можливий тільки при деяких видах навантаження, коли навантаження сприймає весь переріз деталі (розтягування-стиск, частково зсув) і коли відсутні значущі концентратори напруження.

При згинанні, крученні та складних напружених станах напруження та перерізу розподіляються нерівномірно. Вони максимальні в крайніх точках перерізу, а в інших можуть знижуватися до нуля, наприклад, на нейтральній осі перерізу, що піддається вигину. У цих випадках можна лише наблизитися до умови повної рівномірності вирівнюванням напружень та перерізу, видаленням металу з найменш напружених ділянок перерізу та зосередженням його в найбільш напружених місцях – на периферії перерізу.

Як приклад розглянемо циліндричну деталь, що піддається вигину або кручення.

Напруження в масивній деталі круглого перерізу (нормальна напруження при згинанні та напруження зсуву при крученні) розподіляються за законом прямої лінії, що проходить через центр перерізу (на рис.1.1, а епюр напруження для випадку вигину умовно поєднаний з площиною креслення).

Видалення менш навантаженого металу з центру перерізу, тобто надання перерізу кільцевої форми, забезпечує більш рівномірний розподіл напруження в ділянках, що залишаються (рис. 1.1,б). Чим тонше стінки кільця, тобто чим більше відношення  $d/D$ , тим

більш рівномірний розподіл напруження. При збереженні постійного зовнішнього діаметра рівень напруження у стінках, природно, підвищується. Однак невеликим збільшенням зовнішнього діаметра легко привести напруження до попереднього рівня і навіть значно їх знизити (ри.1.1, г).

Цей принцип, який можна назвати принципом рівної напруження по перерізу, можна застосувати до перерізів будь-якої форми.

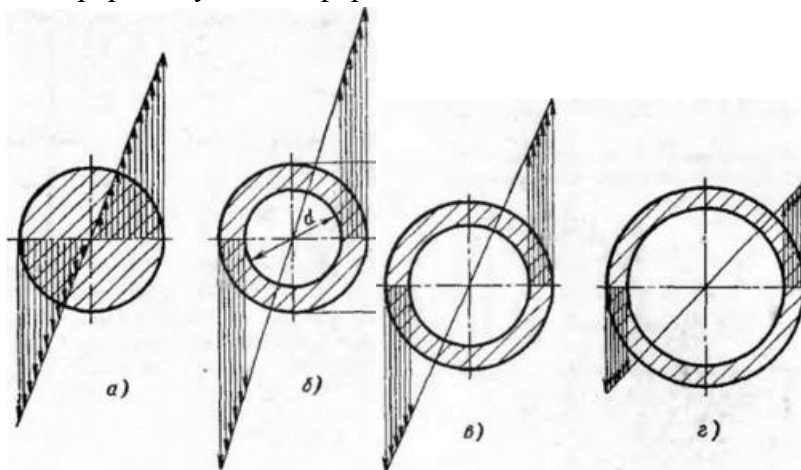


Рисунок 1.1 - Напруження в циліндричних перерізах

Метод скінченних елементів (МСЕ) – це чисельний метод вирішення задач прикладної фізики. Ключова ідея методу при аналізі поведінки конструкцій полягає в наступному: суцільне середовище (конструкція в цілому) моделюється шляхом розбиття її на області (скінченні елементи), в кожній з яких поведінка середовища описується за допомогою окремого набору вибраних функцій, що представляють напруження і переміщення у вказаній області. Ці набори функцій часто задаються в такій формі, щоб задовольняти умовам неперервності описуваних ними характеристик у всьому середовищі. Приклад скінченно-елементної моделі та розподіл деформацій в ньому при навантаженні, отримані за допомогою програмного комплексу Ansys Workbench, приведені на рис. 1.2.

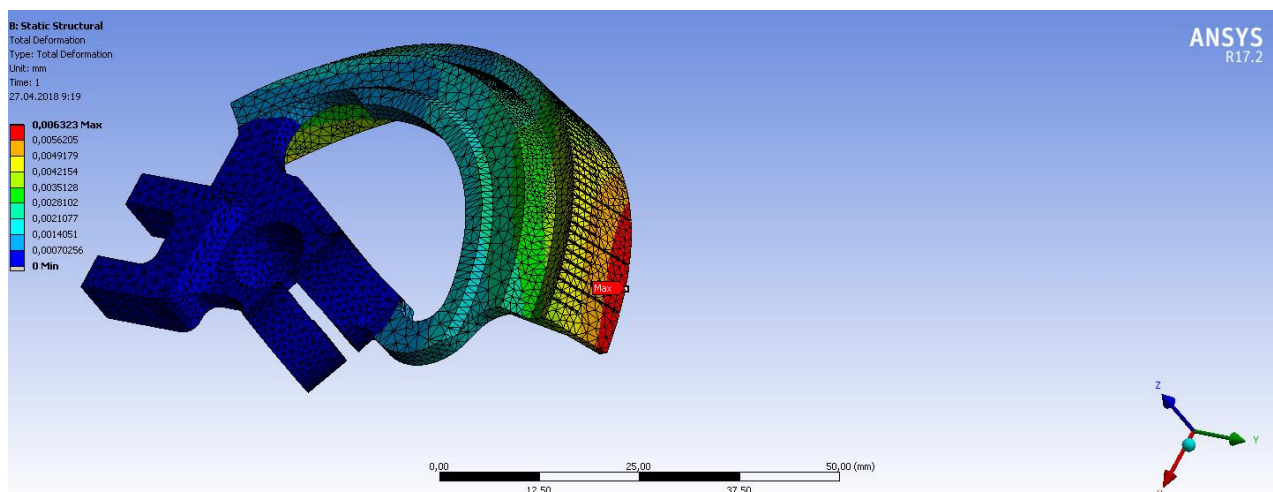


Рисунок 1.2 – Скінченно-елементна модель та розподіл деформацій в ньому

Основні переваги МСЕ:

- легка алгоритмізація при використанні обчислювальної техніки;
- просте формування систем лінійних рівнянь;

- можливість розрахунку неоднорідних і складних конструкцій за різних умов навантаження;

- широкий спектр розв'язуваних завдань.

Недоліки МСЕ:

- значний об'єм розрахунків;

- відсутність аналітичного розв'язку (необхідність повного розрахунку схеми для оцінки локального НДС);

- необхідність оцінки точності результатів розрахунку.

МСЕ є основним, потужним інструментом для аналізу міцності складних лінійних і нелінійних інженерних проблем. Метод широко застосовується щодо складних нелінійних динамічних процесів. В даний час розроблено велику кількість САЕ-систем, в яких застосовується метод кінцевих елементів. Серед САЕ систем можна виділити програмні комплекси кінцево-елементного аналізу:

- система розрахунку та оптимізації конструкцій NASTRAN;

- система віртуального моделювання машин та механізмів ADAMS;

- система аналізу нелінійних швидкоплинних динамічних процесів Dytran;

- система комплексного нелінійного аналізу конструкцій MARC;

- універсальний кінцево-елементний пакет ANSYS;

- система для високо-лінійного динамічного аналізу LS-DYNA;

- програмний комплекс міцнісного кінцево-елементного аналізу ABAQUS;

- система інженерних розрахунків COSMOS.

Такі програмні комплекси включають ряд програм, орієнтованих на різні додатки, і відрізняються функціональністю і спеціалізацією.

Різні модулі дозволяють виконувати аналіз міцності, теплопровідності, динаміки рідин та газів, акустичних та електромагнітних полів. До таких програмних комплексів входять вирішувач, препроцесори та постпроцесори, а також інтерфейс з базою даних. Між системами САЕ і CAD (Computer Aided Design) існує інтеграція і передбачений експорт та імпорт геометричних моделей.

МКЕ є ефективним чисельним методом рішення інженерних і фізичних задач. Область його застосування тягнеться від аналізу напружень в конструкціях літаків або автомобілів до розрахунку таких складних систем, як атомна електростанція. З його допомогою розглядається рух рідини по трубах, через дамби, в пористих середовищах, досліджується перебіг газу, що стискається, вирішуються завдання електростатики і мастила, аналізуються коливання систем. МСЕ є чисельним методом рішення диференціальних рівнянь, що зустрічаються у фізиці й техніці. Основна ідея МСЕ полягає в тому, що будь-яку безперервну величину, таку як температура, тиск і переміщення, можна апроксимувати дискретною моделлю, яка будується на безлічі шматково-безперервних функцій (рис.1.3,[2]).

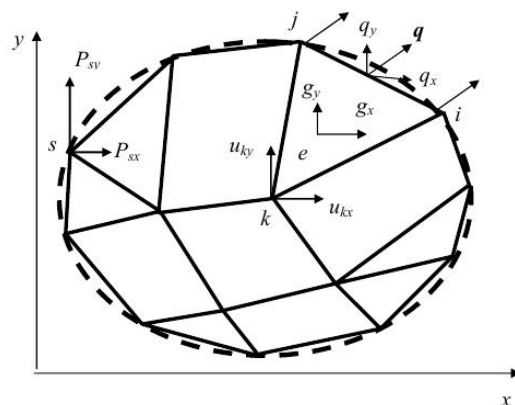


Figure 237.1: SOLID237 Geometry

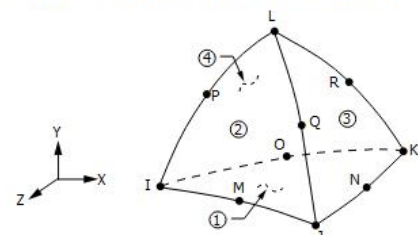


Рисунок 1.3 – Область визначення безперервної величини розбивається на кінцеву кількість областей

У загальному випадку безперервна величина наперед не відома, і потрібно визначити значення цієї величини в деяких внутрішніх точках області. Дискретну модель дуже легко побудувати, якщо спочатку припустити, що числові значення цієї величини в кожній внутрішній області відомі. Після цього можна перейти до загального випадку. Отже, при побудові дискретної моделі безперервної величини поступають таким чином [2]:

1 У даній області фіксується кінцева кількість точок. Ці точки називаються вузловими точками або вузлами.

2 Значення безперервної величини в кожній точці вважається змінним, яке має бути визначеним.

3 Область визначення безперервної величини розбивається на кінцеву кількість областей, які називаються елементами. Ці елементи мають загальні вузлові точки і в сукупності апроксимують форму області.

4 Безперервна величина апроксимується на кожному елементі поліномом, який визначається за допомогою вузлових значень цієї величини. Для кожного елемента визначається свій поліном, але поліноми підбираються так, щоб збереглася безперервність величини уздовж меж елемента (його називають функцією елемента). Вибір форми елементів і їх функцій для конкретних завдань визначає точність наближеного рішення і залежить від винахідливості і майстерності інженера.

Вдосконалення МСЕ в основному було пов'язане з розробкою уточнених типів скінченних елементів (СЕ) з тим, щоб понизити розмірність розв'язуваних рівнянь, а також у застосуванні МСЕ до вирішень задач динаміки, стійкості, фізичної і геометричної нелінійності. Основні напрями розвитку МСЕ – побудова уточнених СЕ за рахунок збільшення кількості вузлових невідомих і степеню апроксимуючих поліномів, дослідження впливу одночасного згущування сітки СЕ і збільшення степеню поліномів на результати моделювання та розробка методів підвищення точності обчислення напружень.

Так, стержневі системи можуть бути розбиті на елементи у вигляді прямолінійних чи криволінійних стержнів з різними умовами з'єднання у вузлах. При розрахунку пластин найчастіше використовуються трикутні або чотирикутні СЕ. Далі будемо розглядати МСЕ розроблений на базі методу переміщень стосовно розрахунку плоских стержневих систем. Сукупність сполучених між собою і прикріплених до основи СЕ утворює розрахункову схему методу, яку ще називають скінченно-елементною моделлю. Елементи і вузли скінченно-елементної схеми нумеруються. Зовнішнє навантаження вважається прикладеним тільки у вузлах скінченноелементної схеми. В загальному випадку при наявності позавузлових навантажень (наприклад, рівномірно розподілених навантажень чи моментів) обов'язково виконується перехід до вузлових навантажень. У випадку прикладання лише вузлових зовнішніх навантажень переміщення вузлів будь-якого елемента однозначно визначають його внутрішні зусилля і напруження. Зв'язок між переміщеннями вузлів елемента і його внутрішніми зусиллями задається за допомогою матриці жорсткості елемента. Для всіх елементів, з яких складається скінченно-елементна схема, мають бути побудовані матриці жорсткості елементів. У програмних комплексах, що реалізують алгоритм МСЕ, зберігаються готові матриці жорсткості для елементів різних типів. Кількість переміщень вузлів елемента, які однозначно визначають стан цього елемента називають числом ступенів вільності елемента. Для стержневих елементів плоскої задачі воно визначається за формулою [2]:



$$n_{ст.в.} = 2 \cdot n_{ш} + 3 \cdot n_{ж} \quad (1.1)$$

де  $n_{ш}$  – кількість шарнірних вузлів в елементі, а  $n_{ж}$  – кількість жорстких вузлів в елементі. Дійсно, якщо вузол є шарніром, то його положення на площині можна охарактеризувати двома лінійними переміщеннями, наприклад у вертикальному і горизонтальному напрямках. У разі жорсткого вузла необхідно ще додатково до лінійних зміщень задати його поворот. Аналогічно, для усієї скінченно-елементної схеми вводяться матриця жорсткості системи або глобальна матриця жорсткості, що встановлює зв'язок між переміщеннями вузлів системи і зусиллями в них, а також число ступенів вільності системи – кількість переміщень вузлів системи, які досить знати, щоб однозначно визначити стан усієї системи. Воно також визначається по формулі (1.1), в якій  $n_{ш}$  – число шарнірних вузлів, а  $n_{ж}$  – число жорстких вузлів в усій скінченно-елементній схемі.

Матриця жорсткості системи формується на основі матриць жорсткості всіх елементів схеми в єдиній системі осей координат, яка називається глобальною. При цьому матриці жорсткості окремих елементів формуються в локальних системах координат, що є відмінними від глобальної, і за допомогою спеціальної процедури приводяться до глобальної системи координат. Оскільки матриця жорсткості системи встановлює зв'язок між зусиллями, прикладеними до її вузлів і переміщеннями вузлів, то маючи побудовану матрицю жорсткості системи і знаючи зовнішнє вузлове навантаження, можна знайти переміщення усіх вузлів скінченно-елементної схеми. Для цього потрібно розв'язати систему лінійних алгебраїчних рівнянь. Порядок цієї системи дорівнює числу її ступенів вільності. По відомих переміщеннях вузлів системи для кожного елемента за допомогою наявних матриць жорсткості елементів можна знайти внутрішні зусилля в елементах від дії навантаження, прикладеного у вузлах.

Отже, розрахунок стержневої системи МСЕ у формі методу переміщень складається з наступних етапів:

1. Створення скінченно-елементної схеми (розбиття системи на вузли і елементи, їх нумерація, вибір глобальної системи координат).
2. Приведення заданого зовнішнього навантаження до вузлового.
3. Формування матриць жорсткості усіх елементів системи в локальних системах координат і їх перетворення в глобальну систему координат.
4. Формування глобальної матриці жорсткості, складання та розв'язування системи рівнянь МСЕ.
5. Визначення вузлових зусиль в елементах схеми з врахуванням приведенного позавузлового навантаження.
6. Визначення внутрішніх зусиль в елементах схеми, побудова епюр  $N$ ,  $Q$ ,  $M$  та їх аналіз.

## ПОНЯТТЯ ПРО НАПРУЖЕННЯ

Напруження в точці перерізу - внутрішня сила взаємодії, що припадає на одиницю площі у цієї точки [2].

Напруження – величина, що характеризує інтенсивність внутрішніх зусиль у точці.

Напруження нормальна  $\sigma$  – перпендикулярна до перерізу, що характеризує інтенсивність сил відриву або стиснення частинок елементів конструкції.

Напруження дотичне  $\tau$  – діюча в площині перерізу, характеризує інтенсивність сил, що зсувають ці частини у площині перерізу.

Напруження повне

$$\tau + \sigma = p. \quad (1.2)$$

### НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН

Якщо тверде тіло навантажене системою сил, то через будь-яку його точку можна провести безліч різних орієнтованих майданчиків, за якими діють нормальні і дотичні напруження, що викликають лінійні та кутові деформації [2].

### ПОНЯТТЯ ПРО НАПРУЖЕНИЙ СТАН

Напружений стан - сукупність напружень, що діють по всіляких майданчиках, що проходять через точку, що розглядається.

Напруження - величина, що характеризує інтенсивність внутрішніх зусиль, що виникають в тілі, що деформується, під впливом зовнішніх впливів, тобто внутрішня сила, що припадає на одиницю площі в околиці розглянутої точки.

Напруження повне  $p$  - врівноважує зовнішнє навантаження. На напруження  $p$  - величина векторна, розкладається на складові: нормалі до перерізу  $\sigma$  і в площині перерізу  $\tau$ , причому  $p^2 = \sigma^2 + \tau^2$ .

Напруження нормальна  $\sigma$  - перпендикулярна до перерізу.

Напруження дотична  $\tau$  - діюча в площині до перерізу.

Позначення індексів при напруженнях: перший відповідає майданчику, нормаль до якого збігається з напрямком осі (адреса майданчика); другий вказує на правління напруження. Нормальні напруження мають тільки перший індекс.

Правила знаків

Нормальна напруження викликає подовження або укорочення граней паралелепіпеда.

Розтягуючі напруження вважають позитивними.

Дотичні напруження викликають зміщення граней, їх зсув, зміна кутів прямих на тупі та гострі. Відносно напруження позитивно, якщо зображує вектор прагне обертати грань по ходу годинникової стрілки.

Напружений стан характеризують тензором напруження.

Тензор (від латів. *tensus* напружений, натягнутий, рис.1.4 [2].) - величина особливого роду, що задається числами та законами їх перетворення; є розвитком та узагальненням векторного обчислення та теорії матриць.

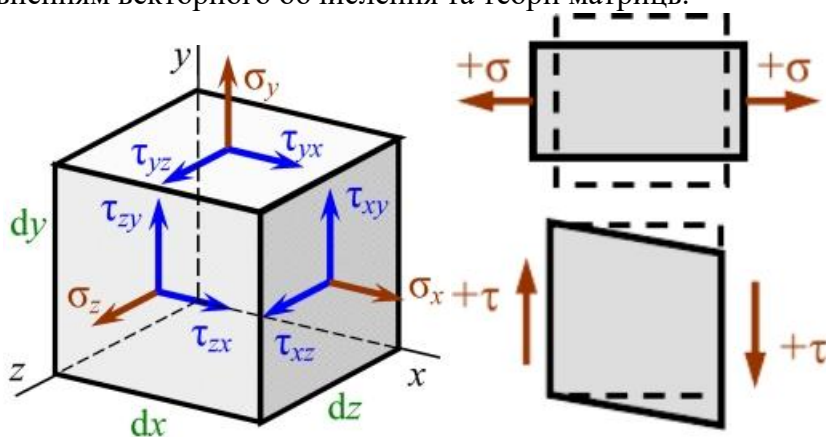


Рисунок 1.4 – Тензор

Нормальні і дотичні напруження, що діють за межами елементарного паралелепіпеда

У першому рядку тензора ставлять напруження на першому майданчику (x); у другій - на майданчику; в останньому рядку – на майданчику Z. Тензор містить дев'ять компонентів.

Паралелепіпед, виділений в околиці точки, що розглядається, повинен перебувати в рівновазі при дії сил, прикладених до його граней. Нормальні сили, прикладені до меж паралелепіпеда, взаємно врівноважені і, отже, три рівняння рівноваги тотожно задовольняються. Склавши рівняння суми моментів усіх сил щодо координатних осей x, y, z, можна отримати наступні три рівності [2].:

$$T_{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

Ці рівності називають законом парності дотичних напружень: якщо по якомусь майданчику діє деяка дотична напруження, то по перпендикулярному до неї майданчику діятиме дотична напруження, що дорівнює за величиною і протилежна за знаком (рис.1.5)[2].

Головні майданчики - майданчики, на яких дотичні напруження відсутні.

Головні напруження - нормальні напруження, що діють за головними майданчиками, що приймають екстремальні значення.

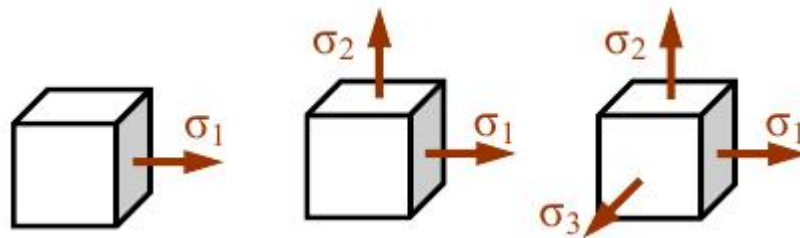


Рисунок 1.5 – Види напруженого стану: а - лінійне (одновісний); б - плоске (двовісне); в - об'ємне (тривісне)

Головні напруження нумерують у порядку зменшення  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ .

Внаслідок закону парності дотичних напружень тензор стає симетричним щодо головної діагоналі. Замість дев'яти компонентів незалежними виявляються лише шість [2]:

$$T_{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

Зі зміною орієнтації паралелепіпеда в просторі виділеного об'єму напруженого тіла співвідношення між нормальними і дотичними напруженнями змінюватиметься. Отже, і запис тензора для одного і того ж напруженого стану буде різним.

Прикладом сказаного можуть бути різні варіанти опису того самого вектора R на площині залежно від обраної системи координат (рис. 1.6, [2]). У системі k, l: R(3, 4); у системі m, n: R(4, 3); у системі o, p: R(5, 0). Очевидно, останній варіант опису зручніший, оскільки одна з проєкцій вектора дорівнює його довжині, а інша - дорівнює нулю.

Тому необхідно знайти таке положення елементарного об'єму, щоб кількість напружень, що діють по його гранях, була мінімальною. Можна знайти таку орієнтацію паралелепіпеда, при якій за його межами транспортного засобу діють лише нормальні напруження (рис. 1.6). Кількість незалежних компонентів тензора в цьому випадку зменшується до трьох.

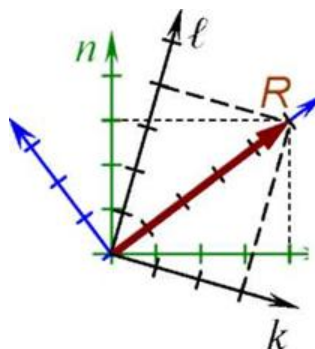


Рисунок 1.6 – Варіанти опису вектора у різних системах координат

## 1.2 Види напруженого стану та метод скінчених елементів

### ЛІНІЙНИЙ НАПРУЖНИЙ СТАН

Розглянемо найпростіший випадок навантаження - розтягнення (рис. 1.7, [2]). Площа  $A_\alpha$  похилого перерізу (рис. 1.7, в) більша за площу  $A$  поперечного перерізу (рис. 1.77, б [2]).:  $A_\alpha = A/\cos\alpha$

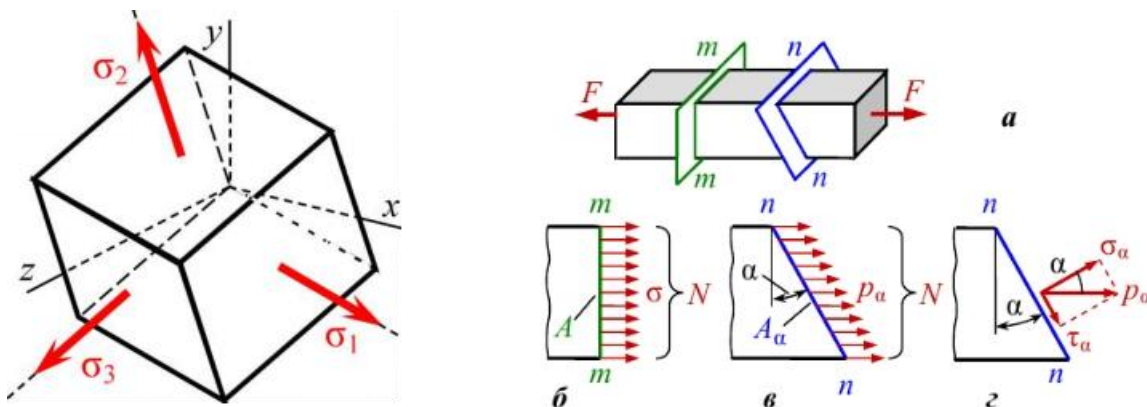


Рисунок 1.7 – Дія нормальних напружень

Повне напруження  $p_\alpha$  у похилому перерізі (рис. 1.7, в) менше за нормальне напруження  $\sigma$  у поперечному перерізі (рис. 1.7, б) [2]:

$$p_\alpha = \frac{N}{A_\alpha}; \quad \sigma = \frac{N}{A}. \quad (1.5)$$

Висновки [2]:

а) будь-яке із значень напружень похилого майданчиках  $p_\alpha$ ,  $\sigma_\alpha$ ,  $\tau_\alpha$  менше напруження  $\sigma$  у поперечному перерізі, отже, не такі небезпечні;

б) напруження на похилих майданчиках  $p_\alpha$ ,  $\sigma_\alpha$ ,  $\tau_\alpha$  залежать від кута  $\alpha$  нахилу майданчика, а таких майданчиків у навантаженому тілі можна виділити незліченну множину, отже, і варіантів опису одного і того ж напруженого стану безліч.

Для винайдення екстремальні значення напружень прирівнюють нулю першу похідну нормального напруження по куту  $\alpha$ .

На цьому майданчику  $\tau_\alpha=0=0$ ;  $\sigma_{\max}=\sigma$ . Отже, цей майданчик є головним  
 На майданчику під кутом  $\alpha = 45^\circ$ ,  $\tau_{\max} = \sigma/2$ .

Екстремальні дотичні напруження [2]:

$$\frac{d\tau_\alpha}{d\alpha} = \frac{\sigma}{2} \cos 2\alpha;$$

$$\frac{d\tau_\alpha}{d\alpha} = 0 \text{ при } \cos 2\alpha = 0; \quad 2\alpha = 90^\circ; \quad \alpha = 45^\circ \quad (1.6)$$

Отриманим співвідношенням пояснюється зв'язок між напруженнями, що допускаються:  $[\tau] = 0,5 [\sigma]$  яку використовують у розрахунках при крученні і зрушенні (рис.1.8 [2]). Майданчики, якими дотичні напруження мають екстремальні значення, називають майданчиками зсуву.

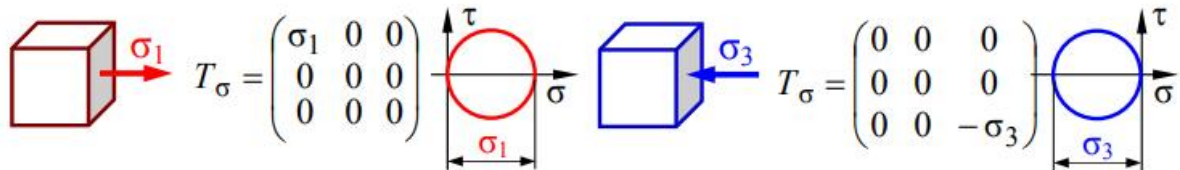


Рисунок 1.8 – Зображення одновісного розтягування (ліворуч), стиснення (праворуч) і відповідні їм тензори напруження та кола Мору

### ПЛОСКИЙ НАПРУЖНИЙ СТАН

Майданчики, якими дотичні напруження мають екстремальні значення, називають майданчиками зсуву (рис.1.9,[2]). Якщо до виділеного елемента прикладено лише  $\sigma_1$ , то напруження на похилому майданчику  $\sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2 \alpha$ .

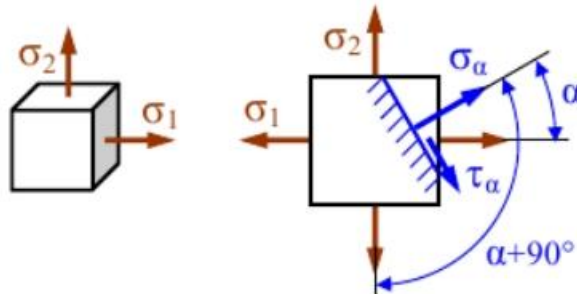


Рисунок 1.9 – Нормальні та дотичні напруження при плоскому напруженому стані

Якщо діє лише  $\sigma_2$  [2], то  $\sigma_\alpha = \sigma_\alpha \cos^2(\alpha+90) = \sigma_2 \sin^2 \alpha$  головних напружень  $\sigma_1$  і  $\sigma_2$ , то, користуючись принципом суперпозицій, отримаємо  $\sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \sin^2 \alpha$ . Для дотичних напружень тільки від  $\sigma_1$  або тільки від  $\sigma_2$ ,

$$\tau'_\alpha = \frac{\sigma_1}{2} \sin 2\alpha; \quad \tau''_\alpha = \frac{\sigma_2}{2} \sin 2(\alpha + 90^\circ) \quad (1.7)$$

У разі дії обох головних напружень [2],

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha. \quad (1.8)$$

Екстремальні значення нормальних та дотичних напружень знаходять, порівнюючи до нуля перші похідні напруження по куту  $\alpha$  [2],

$$\frac{d\sigma_\alpha}{d\alpha} = 0 \quad \text{и} \quad \frac{d\tau_\alpha}{d\alpha} = 0.$$

Отримують  $\sigma_{\max} = \sigma_1$  при  $\alpha=0$ ,  $\tau = 0$ . Це головний майданчик.

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \quad \text{при} \quad \alpha = 45^\circ. \quad (1.9)$$

Майданчики, якими дотичні напруження мають екстремальні значення, називають майданчиками зсуву.

#### ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН

Поряд із напруженим станом розрізняють і деформований стан – сукупність відносних подовжень та кутів зсуву для всіляких напрямків осей, проведених через аналізовану точку (рис.1.10 [2]).

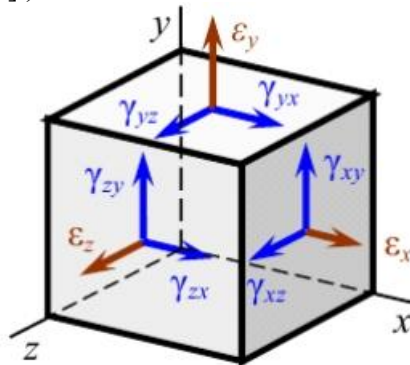


Рисунок 1.10 – Деформований стан

Нормальне напруження  $\sigma$  викликає подовження граней, що оцінюється відносною лінійною деформацією  $\varepsilon$ . Дотичні напруження викликають зсув граней, що оцінюється відносним кутом зсуву  $\gamma$  (1.10).

$$T_\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{zx} & \frac{1}{2}\gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{pmatrix} \quad (1.10).$$

Основні деформації – відносні подовження ребер паралелепіпеда, паралельні головним напружень; у напрямі основних деформацій кути зсуву відсутні;  $\varepsilon_1 \geq \varepsilon_2 \geq \varepsilon_3$ . Для основних напрямів тензор деформацій має вигляд [2]:

$$T_\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{pmatrix} \quad (1.11).$$

#### Поняття про теорії міцності

Теорії міцності використовуються для оцінки міцності конструкцій у разі плоского та об'ємного напружених станів [2]. При дво- та тривісному напруженому станах



співвідношення між нормальними і дотичними напруженнями настільки різноманітні (тензор напружень містить дев'ять компонентів, з яких шість незалежні), що експериментальна перевірка небезпечного стану для кожного із співвідношень практично виключається.

Завдання дещо спрощується, якщо замість шести компонентів напружень розглядати еквівалентні їм три головні напруження і знайти таку їх комбінацію, яка була б рівнонебезпечною лінійному напруженому стану, тобто простому розтягуванню або стиску.

Суть теорій (гіпотез, критеріїв) міцності полягає в тому, що, визначивши головну причину руйнування матеріалу (переважний вплив того чи іншого фактора), можна підібрати відповідне еквівалентне напруження при складному напруженому стані, а потім зіставити її з простим одновісним розтягуванням, як показано на схемі (рис.1.11 [2]).

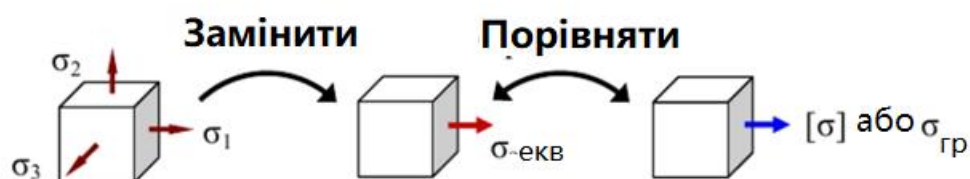


Рисунок 1.11 – Еквівалентне напруження при складному напруженому стані

Еквівалентна напруження  $\sigma_{\text{екв}}$  – напруження, яке слід створити в розтягнутому зразку, щоб його напружений стан став рівно небезпечним із заданим [2].

Коефіцієнт запасу - це відношення деякої граничної напруження до максимального напруження, що виникає в конструкції.

Максимальне напруження в конструкції не повинна перевищувати допустиме напруження для даного матеріалу визначеного з урахуванням коефіцієнта запасу для заданих умов роботи.

Коефіцієнт запасу – число більше одиниці.

Створено низку теорій (гіпотез, критеріїв) міцності (більше 20), що дозволяють визначити вид функціональних залежностей, що становлять складний напружений стан еквівалентним йому одновісним напруженим станом.

Як причини настання небезпечного стану вважають: а) нормальні напруження – руйнація крихке, шляхом відриву; б) лінійні деформації; в) дотичні напруження – руйнування пластичне шляхом зсуву; г) енергія деформації та інші [2].

Слід зазначити, що небезпечний стан як пластичних матеріалів (момент появи великих залишкових деформацій), так крихких (момент появи тріщини) лежить межі області пружного деформування. Це дозволяє за всіх подальших обчислень, що стосуються перевірок міцності, користуватися формулами, виведеними за умови застосовності закону Гука.

#### ГІПОТЕЗА НАЙБІЛЬШИХ НОРМАЛЬНИХ НАПРУЖЕНЬ (Перша теорія міцності) [2]

Міцність при будь-якому напруженому стані буде забезпечена, якщо максимальна нормальне напруження не перевищить допустимого, визначеного при простому розтягуванні:

$$\sigma_{\text{екв(I)}} = \sigma_1 \leq [\sigma]. \quad (1.12)$$

де  $[\sigma]$  – допустиме напруження при розтягуванні.

Гіпотеза найбільших дотичних напружень (Третя теорія міцності) [2]

Міцність при будь-якому напруженому стані буде забезпечена, якщо найбільша дотична напруга не перевищить дозволеного, визначеного при простому розтягуванні.

$$\tau_{\max} \leq [\tau] \quad (1.13)$$

Гіпотеза запропонована Ш. Кулон (1773), розвинена Б. Сен-Венаном (1871). Для об'ємного напруженого стану [2]:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}. \quad (1.14)$$

При простому розтягуванні (лінійному напруженому стані,  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ )

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma}{2}; \quad [\tau] = \frac{[\sigma]}{2}. \quad (1.15)$$

Вирішуючи спільно останні дві рівності, отримаємо  $\sigma_{\text{екв}} = \sigma_1 - \sigma_2 \leq [\sigma]$

Гіпотеза не враховує дію другого головного напруження  $\sigma_2$ . Добре узгоджується із досвідом для пластичних матеріалів.

**ГІПОТЕЗА ПІДДІЛЬНОЇ ПОТЕНЦІЙНОЇ ЕНЕРГІЇ ФОРМОЗМІНИ – ЕНЕРГЕТИЧНА ТЕОРІЯ МІЦНОСТІ** (четверта теорія міцності) [2]:

Міцність при будь-якому напруженому стані буде забезпечена, якщо питома потенційна енергія деформації, що йде на зміну форми, не перевершить значення, що допускається, визначеного при простому розтягуванні  $u_{\phi} \leq [u]$ .

Згідно з гіпотезою, висловленою Д. Максвеллом у 1856 р. та розробленою М. Хубером в 1930 р., питому потенційну енергію деформації слід розкласти на два компоненти, одна з яких відповідає за зміну обсягу, а інша – форми. У розрахунках враховуватиме лише одну з них – останню. Напруження  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  і  $\sigma_3$ , що діють за межами паралелепіпеда, також можна розкласти на дві компоненти, як показано на схемі (рис.1.12) [2]:

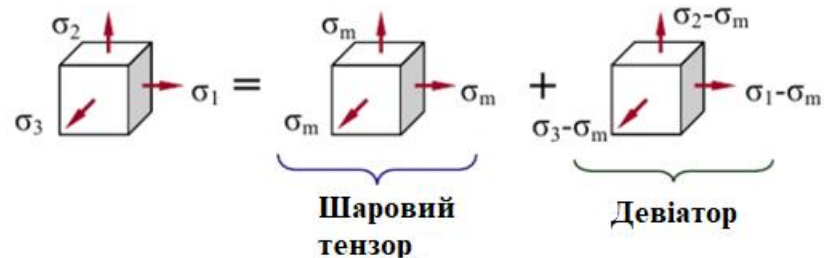


Рисунок 1.12 – Питома потенційна енергія деформації

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= (\sigma_1 - \sigma_m) + \sigma_m; \\ \sigma_2 &= (\sigma_2 - \sigma_m) + \sigma_m; \\ \sigma_3 &= (\sigma_3 - \sigma_m) + \sigma_m, \end{aligned} \quad (1.16)$$

де  $\sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$  середнє напруження.

Перша компонента – кульовий тензор, за межами якого діє середня напруження  $\sigma_m$  відповідає тільки за зміну обсягу (однакова подовження всіх ребер). Друга компонента – девіатор (від латів. deviatio – відхилення) відповідає за зміну форми елементарного паралелепіпеда [2].

Енергія формозміни для об'ємного напруженого стану (висновок опускається) [2]:



$$u_{\phi} = \frac{1+\mu}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]. \quad (1.17)$$

При одновісному розтягуванні, коли  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ , прийнявши  $\sigma_{\text{екв}} = \sigma_1$ , отримаємо[2]:

$$u_{\phi} = \frac{1+\mu}{3E} \sigma_1^2. \quad (1.18)$$

Тоді умову міцності за **четвертою теорією** можна записати так [2]:

$$\sigma_{\text{екв(IV)}} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \leq [\sigma]. \quad (1.19)$$

Четверта теорія точніше, ніж третя, описує появу в матеріалі малих пластичних деформацій. Досліди добре підтверджують четверту теорію для пластичних матеріалів, що однаково працюють на розтягування та стиск.

Програмні комплекси кінцево-елементного аналізу включають бібліотеки кінцевих елементів, решатель, препроцесор і постпроцесор. Бібліотеці СЕ включають матриці жорсткості СЕ. Для аналізу пружних чи пластичних деформацій застосовуються різні моделі СЕ, а також СЕ має різну форму. Препроцесор представляє геометричну модель об'єкта у сітковому вигляді.

Вирішувач збирає моделі окремих СЕ в загальну систему рівнянь алгебри.

Вихідним об'єктом для застосування МСЕ є матеріальне тіло (загалом область, що займається суцільним середовищем або полем), яке розбивається на частини СЕ (рис. 1.13, [2]). В результаті розбивки створюється сітка із меж елементів. Крапки перетину цих кордонів утворюють вузли. На межах та всередині елементів можуть бути створені додаткові вузлові точки. Ансамбль зі всіх кінцевих елементів і вузлів є основною кінцево-елементною моделлю тіла, що деформується (рис. 1.14 [2]). Дискретна модель має максимально повно покривати область об'єкта, що досліджується.

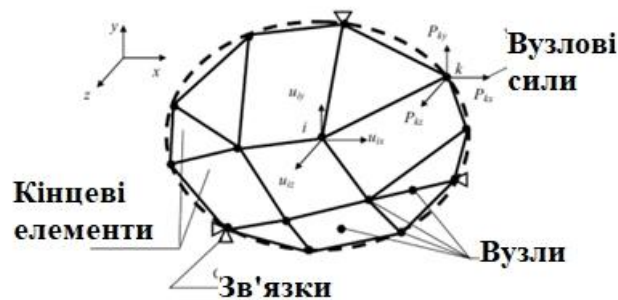


Рисунок 1.13– Розбиття моделі

Вибір типу, форми та розміру кінцевого елемента залежить від форми тіла та виду напружено-деформованого стану. Стрижневий СЕ застосовується для моделювання одновісного напруженого стану при розтягуванні (стисненні), а також задачах про кручення або згинання. Плоский двовимірний СЕ у вигляді трикутної або чотирикутної пластини використовується для моделювання плоского напруженого або плоского деформованого стану. Об'ємний тривимірний СЕ у вигляді, наприклад, тетраедра, шестигранника або призми служить для аналізу об'ємного напруженого стану. СЕ у формі кільця застосовується у разі осесиметричного напруженого стану. Для розрахунку вигину пластини береться відповідний плоский СЕ, а розрахунку оболонки використовується оболонковий СЕ або також плоский елемент, що згинається. У тих зонах деформованого тіла, де очікуються великі градієнти напруження, потрібно застосовувати дрібніші СЕ або елементи більшого порядку [3].

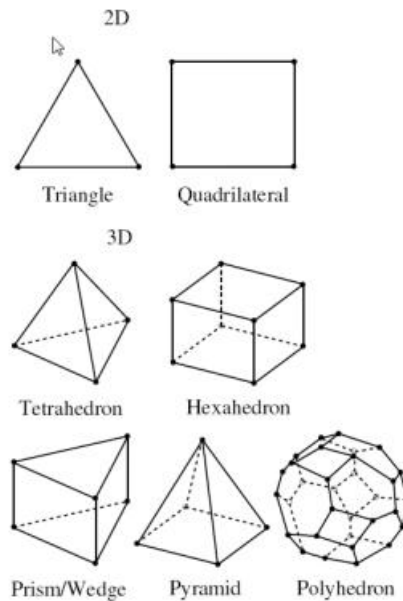


Рисунок 1.14 – Види СЕ

СЕ наділяються різними властивостями, які задаються за допомогою констант та опцій. Наприклад, для стрижневого ферменного СЕ вказується площа поперечного перерізу, а якщо моделюється трос, що працює тільки на розтяг, призначається відповідна опція. Для плоских незламних СЕ може вказуватися товщина і задаватися вид напруженого стану: плоский напружений, плоский деформований або осесиметричний. Для плоских згинальних та оболонкових СЕ повинна задаватися товщина [4].

Усі елементи та вузли нумеруються. Нумерація вузлів буває загальної (глобальної) для всієї кінцево-елементної моделі та місцевої (локальної) усередині елементів. Нумерацію елементів та загальну нумерацію вузлів бажано проводити так, щоб трудомісткість обчислень була найменшою. Існують алгоритми оптимізації цієї нумерації. Повинні бути визначені масиви зв'язків між номерами елементів та загальними номерами вузлів, а також між місцевими та загальними номерами вузлів [3].

Для розрахунку полів різних фізичних величин за допомогою МСЕ в області необхідно визначити матеріали елементів і задати їх властивості. У задачах деформування, перш за все, потрібно вказати пружні властивості модуль пружності та коефіцієнт Пуассона. Якщо передбачається пластичний перебіг, необхідно задати справжні діаграми деформування, які апроксимуються білінійними або мультилінійними кривими. Коли тіло нерівномірно нагріте, зазначені вище механічні властивості потрібно задати ряду температур і, крім того, потрібно ввести коефіцієнт теплового розширення. Для динамічних завдань необхідно визначити густину матеріалу і, можливо, коефіцієнт в'язкого демпфування [3].

У стаціонарних завданнях теплопровідності для вибраного матеріалу тіла має бути заданий коефіцієнт теплопровідності. При нестационарній теплопровідності необхідно додатково знати щільність матеріалу та його теплоємність. Якщо розглядається нелінійне завдання теплопровідності, зазначені фізичні властивості потрібно визначити як функції температури [4].

Стан тіла характеризується кінцевою кількістю незалежних параметрів, визначених у вузлах кінцево-елементної сітки. Такі параметри називаються ступенями свободи [4]. У деформаційних задачах, що розглядаються нижче, як ступені свободи застосовуються переміщення вузлів, серед компонентів яких можуть бути і кутові переміщення. У задачах теплопровідності ступенями свободи є температури вузлів.

Координати вузлів, переміщення вузлів та довільних точок елементів, сили та інші об'єкти можуть визначатися у різних системах відліку (системах координат). В алгоритмі

МСЕ використовуються загальна (глобальна) система координат, прив'язана до всієї кінцево-елементної моделі (див. рис. 1.3), та місцеві (локальні) системи координат, пов'язані з конкретними кінцевими елементами, через що їх називають елементними системами відліку. Перехід від однієї системи відліку в іншу здійснюється за допомогою матриць перетворення.

У деформаційній задачі число ступенів свободи одного вузла залежить від типу завдання та від системи відліку. На рис. 1.3 показаний вузол  $i$ , що має у загальній системі координат  $x, y, z$  три ступеня свободи, що становлять вузловий вектор ступенів свободи (переміщень). У загальній системі координат цей вектор може бути записаний у вигляді

$$\mathbf{U}_i = \{U_i\} = \begin{Bmatrix} u_{ix} \\ u_{iy} \\ u_{iz} \end{Bmatrix}. \quad (1.20)$$

Якщо вузол  $i$  має  $n_i$  ступенів свободи, а кінцевий елемент включає вузлів, то число ступенів свободи одного елемента дорівнює  $n_e \times n_i$ . Число ступенів свободи всієї моделі, що має  $n$  однотипних вузлів дорівнює  $N = n \cdot n_i$ . Набір усіх ступенів свободи моделі становить загальний (глобальний) вектор ступенів свободи (тобто вузлових переміщень моделі), в якому нумерація ступенів свободи може бути загальною (глобальною) або за номерами вузлів з додаванням індексу вузлового ступеня свободи [2]:

$$\{U\} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_q \\ \vdots \\ u_N \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{U}_1 \\ \dots \\ \mathbf{U}_i \\ \dots \\ \mathbf{U}_n \end{Bmatrix}, \quad (1.21)$$

де  $\{\mathbf{U}_i\}$  підматриця, складена зі всіх  $n$  компонентів переміщення вузла  $i$ .

Зокрема, для тривимірної задачі під час використання загальної декартової системи координат  $x, y, z$  ця підматриця є вектором переміщень вузла (1.20). Перехід від вузлової нумерації до загальної очевидний [2]:

$$[K]\{u\} = \{R\}, \quad (1.22)$$

де матрицею невідомих коефіцієнтів є глобальна матриця жорсткості конструкції  $[K]$ , невідомим вектором є вектор переміщень  $\{u\}$ , а правої частини знаходиться вектор навантаження  $\{R\}$ . По суті, результатом кінцево-елементного моделювання є формування системи рівнянь (1.22). Обчислення глобальної матриці жорсткості  $[K]$  здійснюється у два етапи. Спочатку обчислюються матриці жорсткості кожного кінцевого елемента. Потім матриці елементів  $[K^e]$  об'єднуються шляхом підсумовування коефіцієнтів  $K_{ij}^e$  з індексами, що збігаються. Цей спосіб відрізняється від виведення рівняння (1.2) лише алгоритмічно. Матриця жорсткості  $k$ -го елемента  $[K^e]_k$  пов'язує узагальнений вектор переміщень вузлів  $\{u^e\}_k$  із силами у вузлах, прикладеними за напрямками узагальнених переміщень  $\{r^e\}_k$  [2]:

$$[K^e]_k \{u^e\}_k = \{r^e\}_k \quad (1.23)$$

Очевидно що формально система (1.22) виходить підсумовуванням рівнянь (1.23). Коефіцієнти матриці жорсткості визначаються геометрією елемента, властивостями середовища та функціями форми. Компоненти вектора  $\{R^e\}_k$  за напрямками  $j$ -го вузла

елемента, згідно з умовами рівноваги, визначаються як сума реакцій у цьому вузлі з боку інших елементів та зовнішніх навантажень у цьому вузлі. Вигляд функцій форми елемента для користувача програми визначається вибором типу елемента, що використовується. Оскільки поле переміщень усередині кожного елемента однозначно визначається його функціями форми та значеннями переміщень у його вузлах, після вирішення системи (1.22) можна обчислити деформації та напруження на всіх елементах.

**Матриця жорсткості** лінійного стрижневого скінченного елемента.

В механіці деформованого твердого тіла необхідно визначити напруженодеформований стан конструкцій, тобто визначити напруження, деформації та переміщення будь-якої точки конструкції. Зважаючи, що ці три величини взаємопов'язані між собою, то достатньо знайти одну з них, щоб визначити інші. Як невідому функцію найбільш часто використовують вектор переміщень. Тому як апроксимуючу функцію будемо використовувати функцію переміщень [2]:

$$u(x) = \frac{x_j - x}{x_j - x_i} u_i + \frac{x - x_i}{x_j - x_i} u_j,$$

$$u(x) = x_j - x \quad x_j - x_i \quad u_i + x - x_i \quad x_j - x_i \quad u_j, \quad (1.24)$$

де  $u_i$  та  $u_j$  – переміщення  $i$  та  $j$  вузлів,  $x_i$  та  $x_j$  – координати  $i$  та  $j$  вузлів.

Або в матричному виді [2]:

$$u = \{N\} \{\delta\}, \quad (1.25)$$

де  $\{\delta\} = \{u_i / u_j\}$  – вектор вузлових переміщень.

Визначимо величину пружної енергії деформування скінченного елемента[2]:

$$U = \int_V \frac{\{\varepsilon\}^T \{\sigma\}}{2} dV = \int_V \frac{\varepsilon_{xx}^T \sigma_{xx}}{2} dV = \int_{x_i}^{x_j} \frac{\varepsilon_{xx}^T \sigma_{xx}}{2} S dx, \quad (1.26)$$

Визначимо величину пружної енергії деформування скінченного елемента [2]:

$$U = \int_V \frac{\{\varepsilon\}^T \{\sigma\}}{2} dV = \int_V \frac{\varepsilon_{xx}^T \sigma_{xx}}{2} dV = \int_{x_i}^{x_j} \frac{\varepsilon_{xx}^T \sigma_{xx}}{2} S dx, \quad (1.27)$$

де  $\sigma_{xx}$  – напруження, що діють в стержні в напрямі осі  $x$ ;  $\varepsilon_{xx}$  – деформації в напрямі осі  $x$ . Тут враховано, що для стержня сталого перетину  $dV = S dx$ , де  $S$  – площа поперечного перетину. Співвідношення Коші між деформаціями та переміщеннями для одновимірного випадку запишуться в виді:  $\varepsilon_{xx} = du / dx$ , або в матричному виді:  $\varepsilon_{xx} = d / dx (\{N\} \{\delta\})$ .

Враховуючи, що вузлові переміщення не залежать від координат, отримаємо [2]

$$\varepsilon_{xx} = d\{N\} / dx \{\delta\} = [B] \{\delta\}, \quad (1.28)$$

де

$$\varepsilon_{xx} = \frac{d\{N\}}{dx} \{\delta\} = [B] \{\delta\},$$

$$[B] = \frac{d\{N\}}{dx} = \frac{d}{dx} \{N_i N_j\} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ x_j - x_i & x_j - x_i \end{bmatrix}.$$

А залежність між напруженнями та деформаціями визначається законом Гука:

$$\{\sigma\} = [E]\{\varepsilon\}, \text{ або } \sigma_{xx} = E\varepsilon_{xx}, \quad (1.29)$$

де  $E$  – модуль пружності матеріалу. Або з урахуванням (1.26) вираз (1.27) прийме вид [2]:

$$\sigma_{xx} = E[B]\{\delta\}. \quad (1.30)$$

З врахуванням (1.26) та (1.30) вираз (1.13) прийме вид [2]:

$$U = \frac{1}{2} S \int_{x_i}^{x_j} ([B]\{\delta\})^T E [B]\{\delta\} dx. \quad (1.31)$$

Враховуючи, що  $([B]\{\delta\})^T = \{\delta\}^T [B]^T$ , отримаємо [2]

$$U = \frac{1}{2} S \{\delta\}^T \int_{x_i}^{x_j} [B]^T E [B] dx \cdot \{\delta\}. \quad (1.32)$$

Вираз під знаком інтеграла називають матрицею жорсткості скінченного елемента [2]:

$$[K] = S \int_{x_i}^{x_j} [B]^T E [B] dx. \quad (1.33)$$

Опис властивостей кінцевого елемента .Функція переміщень

Щоб полегшити розуміння загальних співвідношень, розглянемо характеристики кінцевого елемента на прикладі ступінчастого стрижня, що випробує розтягання-стискання (рис. 1.8). У цьому випадку як кінцевий елемент береться стрижень (рис.1.15 [3]).

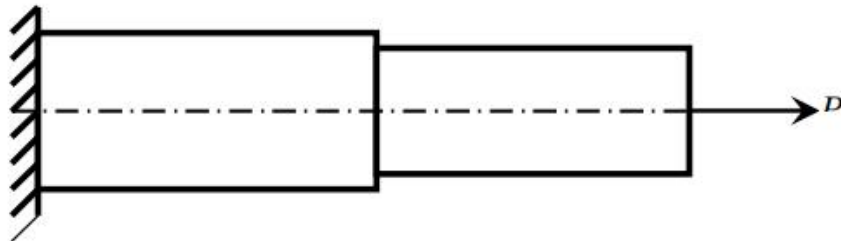


Рисунок 1.15 – Ступінчастий стрижень

Функція переміщення  $\{f\}$  для цього випадку має вигляд

$$\{f\} = \left| \frac{l-z}{l}; \frac{z}{l} \right| \cdot \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \end{Bmatrix}, \quad (1.32)$$

де  $u_i$  і  $u_j$  – переміщення вузлів  $i$  і  $j$ ;

$$\frac{l-z}{l} = N_1 \text{ і } \frac{z}{l} = N_2$$

– функції форми; вони міняються від 1 до 0. Функція переміщень  $\{f\}$  залежить від форми кінцевого елемента. Як вона вибирається, буде показано нижче.

Функція деформацій

Функція деформацій або вектор деформацій виражається через функцію переміщень. При розтяганні відносно подовження стрижня( рис.1.16 [3])

$$\{\varepsilon\} = \left\{ \frac{\partial f}{\partial z} \right\} = \frac{1}{l} \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \end{Bmatrix}. \quad (1.33)$$

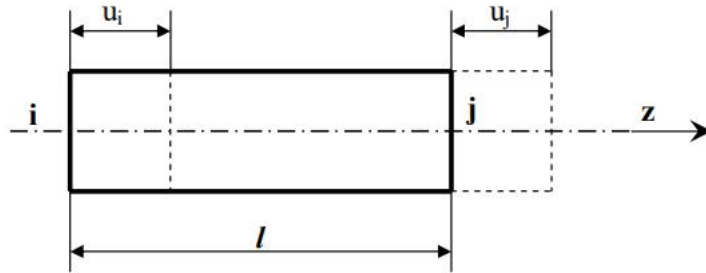


Рисунок 1.16 – Кінцевий елемент

Вираз  $1/l \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix}$  вважаємо матрицею, тоді [2]

$$\{\varepsilon\} = [B] \{\delta\}^e, \quad (1.34)$$

де  $\{\delta\}^e = \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \end{Bmatrix}$  – вектор переміщень вузлів елемента.

Функція напружень (вектор напружень) виражається через вектор деформацій [3]:

$$\{\sigma\} = [D] (\{\varepsilon\} - \{\varepsilon_0\}) + \{\sigma_0\}, \quad (1.35)$$

де  $[D]$  – матриця пружності (зв'язує між собою напруження і деформації), яка залежить від даної задачі;

$\{\varepsilon_0\}$  – вектор початкових деформацій;

$\{\sigma_0\}$  – вектор початкових напружень.

Система рівнянь МКЕ для конструкції в цілому [3].

Визначимо роботу зовнішніх і внутрішніх сил на можливих (віртуальних) переміщеннях  $d\{\delta\}^e$ . Робота внутрішніх сил в одиниці об'єму на віртуальному

переміщенні дорівнює  $d(\{\varepsilon\}^T) \{\sigma\}$ , де  $\{\varepsilon\}^T$  – вектор деформацій, транспонований вектору  $\{\varepsilon\}$ . Робота внутрішніх сил по всьому кінцевому елементі:

$$\int_V d(\{\varepsilon\}^T) \{\sigma\} dV = \int_V d(\{\varepsilon\}^T) ([D] (\{\varepsilon\} - \{\varepsilon_0\}) + \{\sigma_0\}) dV =$$

$$\int_V d(\{\delta\}^e)^T [B]^T [D] [B] dV \{\delta\}^e - \int_V d(\{\delta\}^e)^T [B]^T [D] \{\varepsilon_0\} dV + \int_V d(\{\delta\}^e)^T [B]^T \{\sigma_0\} dV.$$

Робота зовнішніх вузлових сил  $\{F\}^e$  на віртуальних переміщеннях елемента дорівнює

$$d\{\delta\}^e)^T \{F\}^e$$

Прирівнявши роботу зовнішніх і внутрішніх сил на можливих переміщеннях елемента, одержимо:

$$\int_V d(\{\delta\}^e)^T |B|^T |D| |B| dV \{\delta\}^e - \int_V d(\{\delta\}^e)^T |B|^T |D| \{\varepsilon_0\} dV + \int_V d(\{\delta\}^e)^T |B|^T \{\sigma_0\} dV = (d\{\delta\}^e)^T \cdot \{F\}^e,$$

скоротивши на  $(d\{\delta\}^e)^T$ , одержимо:

$$\left( \int_V |B|^T |D| |B| dV - \int_V |B|^T |D| \{\varepsilon_0\} dV + \int_V |B|^T \{\sigma_0\} dV \right) \cdot \{\delta\}^e = \{P\}^e. \text{ або}$$

$$|K|^e \{\delta\}^e = \{P\}^e,$$

де

$$|K|^e = \int_V |B|^T |D| |B| dV - \int_V |B|^T |D| \{\varepsilon_0\} dV + \int_V |B|^T \{\sigma_0\} dV \quad (1.36)$$

- матриця жорсткості кінцевого елемента.

Для конструкції в цілому рівняння методу кінцевих елементів має вигляд [2]:

$$|K| \{\delta\} = \{R\}, \quad (1.37)$$

де  $|K|$  – матриця жорсткості конструкції в цілому, вона є сумою матриць жорсткості кінцевих елементів, з яких складається конструкція;  $\{\delta\}$  – вектор переміщень всіх вузлів;  $\{R\}$  – вектор вузлових навантажень. Будь-яка задача МКЕ в кінцевому підсумку зводиться до системи рівнянь (1.37). Її порядок дорівнює добутку кількості вузлів на кількість степенів вільності вузла. Отже, в задачах МКЕ замість диференціальних рівнянь доводиться вирішувати систему алгебраїчних рівнянь. На закінчення слід зазначити, що при отриманні матриці жорсткості кінцевого елемента (1.37) не врахована дія температури.

## 2 Вибір матеріалу та їх властивості

Workbench - це призначена для користувача оболонка ANSYS, покликана поєднати різні фізичні моделі в одній розрахунковому проекті і надати інженеру інтуїтивно зрозумілий інтерфейс управління розрахунковим проектом.

Робоче середовище Workbench використовує вікна налаштувань. Кожне вікно управляє функціями та налаштуваннями на всіх етапах моделювання: створення геометричної моделі, створення розрахункової сітки, додаток навантаження (визначення граничних умов), перегляд розрахункових результатів [1].

Центральним об'єктом при роботі в ANSYS Workbench є проект, під яким розуміється сукупність геометричних, фізичних та СК моделей тіл даної задачі, а також результатів чисельного рішення. Проект може складатися з одного або декількох блоків, що реалізують окремі види інженерного аналізу. У свою чергу, блок складається з



елементів - структурних частин блоку, що відповідають за певний етап аналізу. Можна виділити наступні етапи проведення інженерного аналізу [4,5] :

- розробка моделі (препроцесінг). На даному етапі здійснюється підготовка геометричній моделі, завдання матеріалу і його властивостей, генерація кінцево-елементної сітки, визначення фізичних умов моделювання. Кінцевим результатом етапу є модель, підготовлена для чисельного рішення;

- налаштування вирішувача і рішення. На даному етапі задаються необхідні налаштування вирішувача, параметри, що забезпечують збіжність ітераційного процесу, і запускається вирішувач. Кінцевим результатом етапу є чисельне рішення, отримане із заданою точністю;

- обробка результатів (постпроцесінг). На даному етапі отримане чисельне рішення задачі використовується для візуалізації розподілу необхідних фізичних величин (напружень, деформацій, температур та ін.). Кінцевим результатом етапу є набір графіків, анімацій, масивів значень, що представляють необхідні результати вирішення завдання.

Процедура інженерного аналізу рідко буває лінійною. При вирішенні практичного завдання, як правило, доводиться часто повертатися до попередніх етапів, вносити зміни в моделі, перебудовувати КЕ-сітку, коригувати налаштування вирішувача. Платформа Workbench забезпечує інженера великою кількістю інструментів, необхідних на всіх етапах аналізу, дозволяє швидко отримувати чисельну рішення різними вирішувача, ефективно організовує взаємозв'язку між окремими видами інженерних розрахунків.

## 2.1 Основи інтерфейсу пакету CAE

Основні розрахункові можливості ANSYS WorkBench показані в Tollbox (рис.2.1)

Система ANSYS дозволяє вирішувати основні типи завдань: статика: лінійна, нелінійна.

Завдання на власні значення: власні частоти, стійкість.

Динаміка: гармонійний аналіз, спектральний аналіз, випадкові вібрації, перехідні процеси.

Модуль Ststictic Structural включає тільки лінійну і нелінійну міцність, призначений для рішень задач механіки деформування твердого тіла в статичній постановці. При використанні командних вставок на мову APDL функціонал може бути розширений для вирішення [5.7].

Steady-State Thermal/Transient Thermal - аналіз встановленого / нестационарного теплові поля на основі рішень теплопроводності.

Модуль Ststictic Structural включає тільки лінійну і нелінійну міцність, призначений для рішень задач механіки деформування твердого тіла в статичній постановці. При використанні командних вставок на мову APDL функціонал може бути розширений для вирішення.

Steady-State Thermal/Transient Thermal - аналіз встановленого / нестационарного теплові поля на основі рішень теплопроводності.

Modal - модальний аналіз, розрахунок власних частот і форм коливань.

Harmonic Response - гармонічний аналіз для визначення конструкції на дії гармонічних навантажень. Дозволяє оцінити негативні наслідки виведених коливань - резонансу, втоми і т. д. Розраховані тільки встановлені модні колеса в певний діапазон частот.



Для вирішення завдань міцності ANSYS дозволяє вибрати як чисто міцності, зі ступенями свободи у вузлах по переміщенням і кутах повороту, так і спільні елементи для пов'язаних завдань, де потрібно моделювати деформації в зв'язку з температурними, електромагнітними та іншими ефектами.



Рисунок 2.1 – Tollbox, розрахункові модулі

Вікно Project Schematic (Схема проекту) – головне вікно проекту, розташоване в центрі основного вікна Workbench. В даній частині панелі робочої області додаються елементи та шаблони з панелі інструментів. Такий підхід дозволяє наочно представляти частини проекту і управляти зв'язками між його окремими блоками (рис. 2.2).

Наочно представляти частини проекту і управляти зв'язками між його окремими блоками (рис.2.2). Вікно Properties of Schematic (Список властивостей) – за замовчуванням прихована, її відображення включається вибором пункту Properties в меню View. Усі властивості об'єкта в даному вікні відображаються у вигляді таблиці, в першому стовпці якої записано найменування властивості або параметра, а в другому відображено його значення, або прапорець активації властивості.

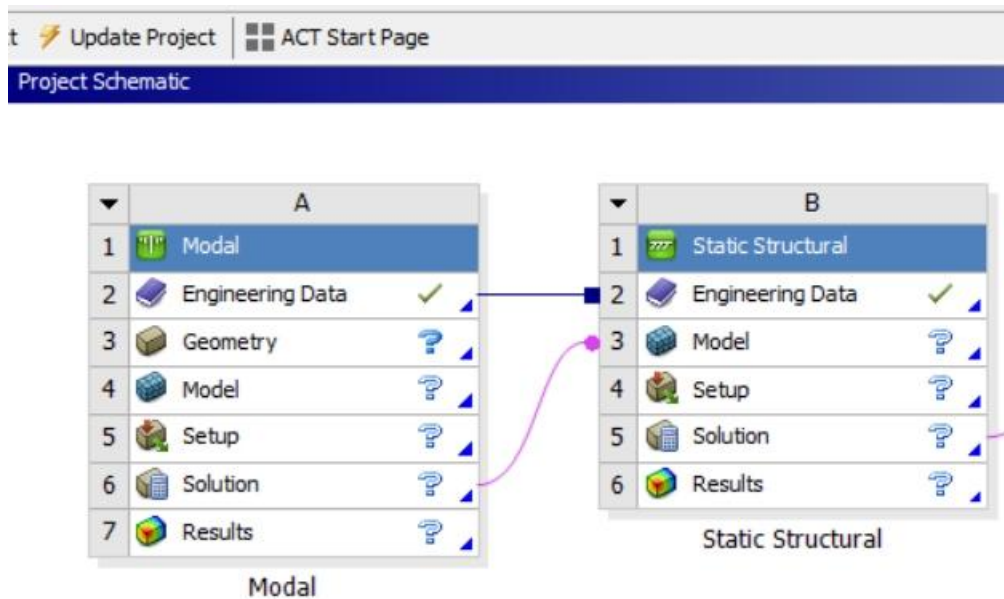


Рисунок 2.2 – Вікно Project Schematic (Схема проекту)

Якщо другий стовпець вікна властивостей не відображається на екрані, то потрібно збільшити розмір вікна, перетягнувши його ліву межу вліво за допомогою миші. У нижній частині екрана розташоване вікно Messages, яке служить для відображення службових повідомлень, попереджень або повідомлень про помилки. Якщо комп'ютер має підключення до мережі Інтернет, то у вікні Messages можуть відображатися новини, що розсилаються компанією ANSYS про оновлення своїх програмних продуктів, конференціях користувачів і ін. Управляє відображенням вікна повідомлень кнопка Hide/Show Messages, розташована в нижньому правому куті основного вікна Workbench. Toolbox (Панель інструментів) поділяється на чотири основні групи:

- Analysis System;
- Component Systems;
- Custom Systems;
- Design Exploration.

## 2.2 Модуль Engineering Data

ANSYS надає моделі матеріалів: ізотропні, ортотропні, анізотропні; лінійно пружні; нелінійнопружні; непружні; призначені для користувача [5.7].

Щоб запустити модуль управління матеріалами, потрібно викликати контекстне меню натисненням правої кнопки миші на рядку елемента Engineering Data і ви брати пункт Edit. Після завантаження з'явиться робоча область модуля, з якою можна керувати матеріалами, отримувати доступ до зовнішніх джерел даних про матеріали, а також зберігати дані для подальшого використання.

Якщо елемент Engineering Data пов'язаний з аналогічним елементом іншого блоку інженерного аналізу, то зміна даних в одному елементі відбивається і в іншому. Всі введені в модуль дані зберігаються автоматично при збереженні проекту.

Вид робочої області модуля управління матеріалами може змінюватися. За допомогою опцій меню View можна управляти відображенням вікон робочої області.

Вікно Toolbox (рис.2.3) показує елементи в наступних категоріях:

- моделі і властивості матеріалу;

- додаткові табличні дані, які можуть бути додані до властивості або моделі;

- апроксимуюча крива даних. Вікно джерел даних (Outline Filter) використовується для управління джерелами даних про матеріали, до яких можна звертатися. У цьому вікні завжди відображається поточний набір (рядок Engineering Data), тобто матеріали, вибрані для поточного аналізу, а також бібліотеки матеріалів. Крім цього є група Favorites, в яку можна додати часто використовувані матеріали.

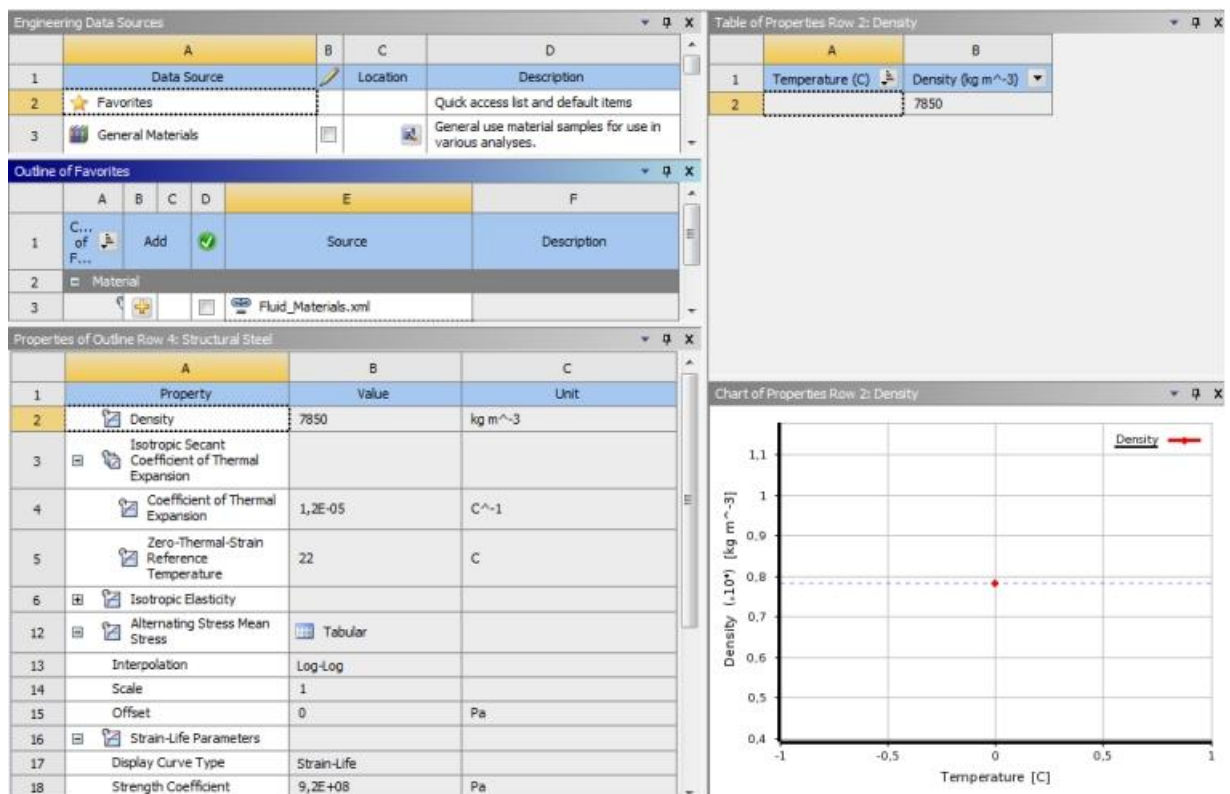


Рисунок 2.3 – Вікно Toolbox

У вікні Outline Filter можна виконувати наступні дії:

- створити нову бібліотеку;
- додати існуючий джерело даних;
- видалити джерело даних зі списку;
- включити редагування джерела даних;
- зберегти джерело даних.

Панель структури даних (Outline Pane) показує структуру вмісту вибраний у вікні Outline Filter джерела даних (рис 2.3). Тема панелі змінюється в залежності від того, яке джерело даних вибрати. Наприклад, на рис. 2.3 заголовок Outline of General Materials показує, що в даний момент відображені матеріали з бібліотеки General Materials. Вміст джерела даних представлено у вигляді таблиці.

Панель властивостей (Properties Pane) відображає властивості елемента, обраного в панелі структури даних (рис. 2.3). В цьому вікні можна виконувати наступні дії:

- додати додаткові властивості, табличні дані або апроксимуючу криву (з панелі інструментів);
- видалити властивість;

- змінити константи;
- виключити властивість;
- параметризувати властивість.

Розділ Analysis System [4] містить шаблони рішення основних типів завдань. Шаблони включають в себе всі необхідні для вирішення компоненти - геометричну модель, фізико-технічні параметри, звичайно-елементну модель та ін. Для додавання завдання в проект досить перетягнути назву типу завдання в область “Схеми проекту”. Розділ “Component Systems” об'єднує окремі компоненти для моделювання. Так, можна створити окремо, не прив'язану ні до якого типу завдання, геометричну модель, і на її основі створити скінчено-елементну модель. І вже скінчено-елементну модель використовувати в подальшому, як основу для моделювання. Розділ Custom Systems містить шаблони для пов'язаних інженерних розрахунків, тобто коли результати вирішення однієї задачі є вихідними даними для іншої. Типовим прикладом пов'язаного аналізу може служити термомічне завдання, в якому для визначення міцності використовуються попередньо отримані результати рішення теплової задачі. Останній розділ Design Exploration [4] містить інструменти для оптимізації моделей по набору геометричних або фізичних параметрів, побудови їх кореляційних матриць. У верхній частині основного вікна розташовані кнопки для стандартних операцій з проектом. Крім операцій створення, відкриття і збереження є можливість імпортувати проект (або його окремі файли) формату попередніх версій Workbench або імпортувати файли інших CAD / CAE-систем.

Кнопка Refresh Project запускає оновлення вхідних даних проекту, а кнопка Update Project дає оновлені вхідні дані і запускає перерахунок проекту для отримання нових результатів аналізу. Кнопка Compact Mode включає спрощений вид основного вікна Workbench, в якому при наведенні курсору на заголовок вікна відображено тільки вміст проекту.

Основні налаштування середовища Workbench можна змінити в меню Tools / Options. Для повернення до налаштувань за замовчуванням потрібно натиснути кнопку Restore Defaults в нижній частині вікна налаштувань.

Меню Units (рис.2.4) дозволяє задавати систему одиниць виміру, прийняту для всіх розрахунків в проекті. Поточна система одиниць відзначена зліва галочкою і в будь-який момент може бути змінена. Слід зазначити, що геометричний модуль, модуль симуляції і інші також дозволяють в процесі роботи змінювати систему одиниць виміру.

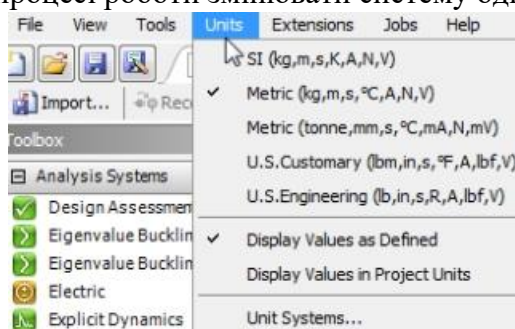


Рисунок 2.4 – Меню Units

### 2.3 Властивості матеріалу

Стовпець властивостей (Property) містить властивості для елемента, обраного в панелі структури даних. Вибір властивості буде змінювати вміст панелі таблиць і панелі діаграм. Тип і стан елемента позначається піктограмою зліва від імені.

Панель таблиць (Table Pane) відображає табличні дані для елемента, обраного в панелі властивостей (рис. 2.3). Якщо є незалежні змінні (наприклад, температура) для обраного елемента і елемент є константою, то можна змінити тип його визначення на табличний, просто вводячи значення в осередку даних. Якщо останній рядок відображається з індексом \*, то можна додати додаткові рядки даних. Дані можуть бути відсортовані за допомогою фільтра в заголовку стовпця.

Панель діаграм (Chart Pane) відображає діаграму обраного в панелі властивостей елемента (рис. 2.3). Шкали осей діаграми можна змінити, клацнувши по обраної осі правою кнопкою миші і вибравши з контекстного меню пункт Edit Properties і поставивши потрібні значення в панелі, що з'явилася Properties of Chart (рис. 2.3). Цей діапазон буде використаний при створенні діаграми, таким чином, можна проаналізувати дані за межами діапазону, який використовується за умовчанням.

Для зміни матеріалу, прийнятого за замовчуванням для нового аналізу, необхідно вибрати в Outline Filter джерело даних, потім в панелі Outline Pane вибрати матеріал і за допомогою контекстного меню додати його в «Обране» (команда Add to Favorites) (рис.2.4). Далі в Outline Filter потрібно, клікнувши на Favorites, відобразити вміст цієї групи і, викликаючи на потрібному матеріалі контекстне меню, вказати його в якості або Default Solid Material (матеріал за замовчуванням для моделювання твердих тіл), або Default Fluid / Field Material (матеріал по замовчуванням для моделювання рідини або поля). У новому проєкті матеріалом за замовчуванням для твердих частин моделі є конструкційна сталь (Structural Steel), а для рідких - повітря (Air) [5,7].

Властивості матеріалів можуть задаватися як фізичними константами, так і набором табличних даних. Для матеріалів з наявних в розподільній скриньці матеріалами бібліотек вже задані всі необхідні властивості. Для нових матеріалів потрібно самостійно визначати набір властивостей, перетягуючи їх з вікна Toolbox в панель властивостей Properties.

Деякі CAD-системи мають можливість задавати матеріали для геометричних моделей при їх побудові. Ці матеріали також можуть бути використані в розподільній скриньці матеріалами. Для цього потрібно встановити прапорець в клітині на властивостях матеріалу (Material Properties) в осередку геометрії панелі властивостей Properties Pane. Матеріали, присвоєні геометричним моделям в CAD-системі, будуть передані в поточний набір матеріалів. При оновленні моделі з CAD-системи створюється тимчасовий файл формату MatML, який містить ці матеріали. Цей файл буде додано як джерело даних і в його описі буде інформація про систему, якої він належить. Цей файл оновлюється автоматично при оновленні даних в CAD-системі. Матеріали з цього джерела даних можуть використовуватися так само, як матеріали з інших джерел.



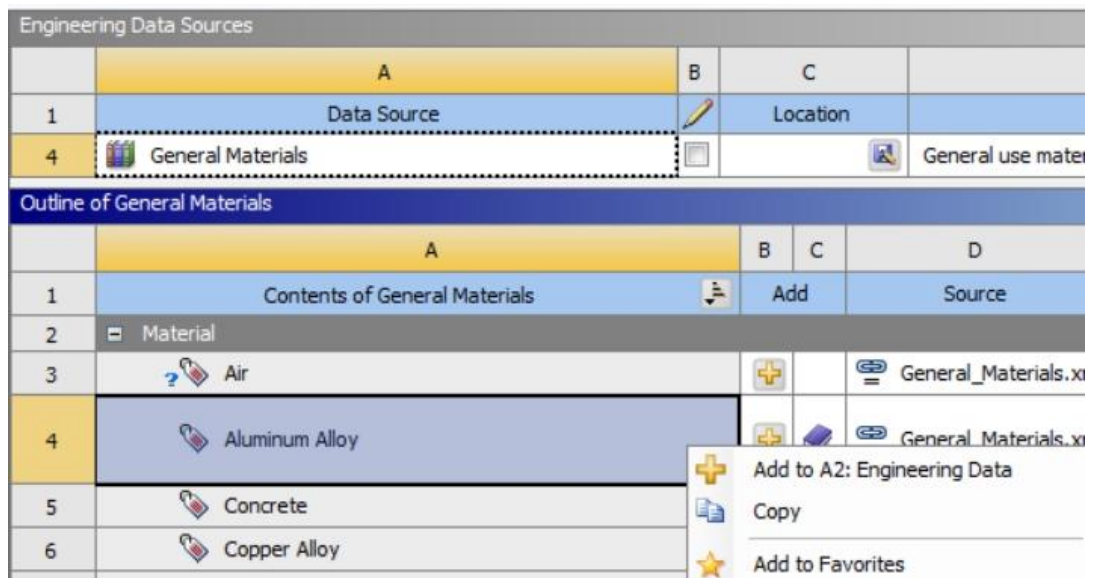


Рисунок 2.5 – Меню додати його в «Обране»

Для завдання гіперпружних властивостей матеріалу. У вікні Toolbox розкрийте вміст групи Experimental Stress Strain Data, де розташовані властивості, що дозволяють поставити експериментальні дані по напруженням і деформаціям. Правою кнопкою миші виділіть один з типів випробувань, наприклад, Uniaxial Test Data - одновісне випробування, і в контекстному меню виберіть пункт Include Property, щоб додати цей елемент у вікно властивостей матеріалу (рис. 2.3). Якщо необхідно, повторіть ці дії для інших типів випробувань.

Для кожного набору даних випробувань:

- відкрийте файл з даними і скопіюйте, натиснувши комбінацію клавіш Ctrl + C, стовпці напружень і деформацій;
- вставте дані у вікно таблиці властивостей матеріалу Table of Properties, натиснувши комбінацію клавіш Ctrl + V.

Експериментальні дані повинні містити умовні деформації (стовпець A) і умовні напруження (стовпець B). Діаграма «напруження - деформація» автоматично з'являється після введення даних (рис. 2.3).

Після введення всіх даних випробувань виберіть функцію щільності енергії деформації у вікні Toolbox, щоб запустити апроксимацію кривої.

Важливо ввести дані випробувань до вибору функції щільності енергії деформації. Якщо функція щільності енергії деформації обрана після введення даних, то інструмент побудови апроксимуючої кривої буде недоступний помилка (Normalized Error) дає рівну вагу всіх точках даних, в той час як абсолютна помилка (Absolute Error) дає більшу вагу точкам даних з великими значеннями. Загалом, нормована помилка підходить для більшості випадків. Якщо виникають великі деформації, то краще використовувати абсолютну помилку, оскільки в цьому випадку великі значення деформації мають більшу вагу.

На наступному кроці потрібно правою кнопкою миші виділити Curve Fitting і в контекстному меню вибрати команду Solve Curve Fit. Буде запущена процедура знаходження апроксимуючої кривої методом найменших квадратів для знаходження найкращої комбінації коефіцієнтів, які відповідають даним випробувань для обраної щільності енергії деформації. Після побудови апроксимуючої кривої у вікні панелі діаграм

Chart Pane виводиться зображення діаграм «напруження - деформація» даних випробувань і знайденої кривої (рис. 2.3).

### 3. Геометрична модель та генерація сітки кінцевих елементів

#### 3.1 Побудова геометричної моделі

Етап побудови геометричної моделі реалізується елементом Geometry (рис.3.1). Геометрична модель створюється в модулі Design Modeler або Space Claim, що дозволяють підготувати модель до інженерного аналізу в ANSYS, і є зручним для початківця дослідника.

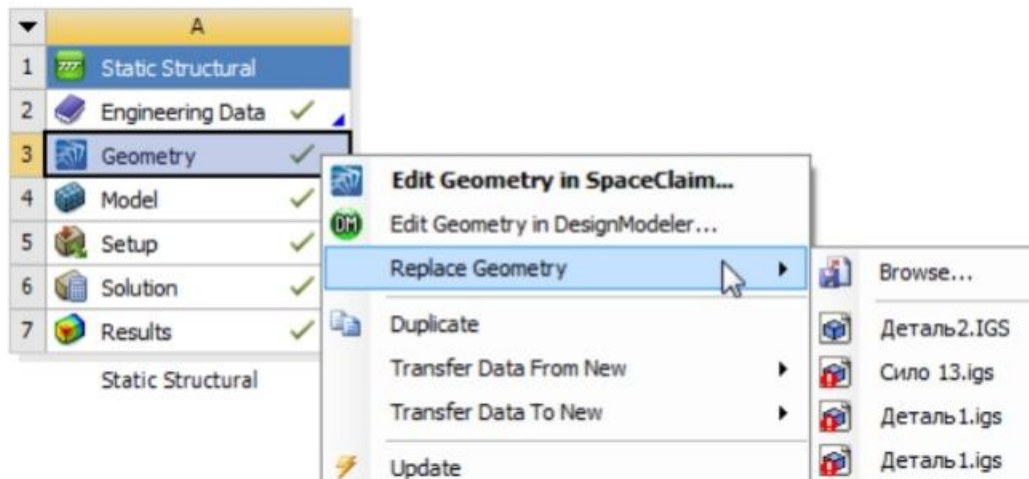


Рисунок 3.1 – Модуль статичного розрахунку

Перед побудовою або імпортом геометричної моделі можна, клікнувши правою кнопкою миші (ПКМ) на елементі Geometry, змінити його налаштування, які відображаються у вікні властивостей Properties. У групі Basic Geometry Options можна вибрати типи геометричних об'єктів, атрибути, параметри, іменовані групи виділення, властивості матеріалів, які будуть передаватися при імпорті моделі, в групі Advanced Geometry Options можна задати спеціальні настройки: вказати тип моделювання (за замовчуванням вибрано 3D тривимірне моделювання), взаємозв'язок з наявною CAD-системою, можливість імпорту координатних систем разом з геометричною моделлю і інші. Ці опції задаються, як правило, на початку роботи з проектом [5,7].

Після того як новий інженерний аналіз створений, можна приступати до побудови геометричної моделі. Для цього, клікнувши правою кнопкою миші (ПКМ) на рядку Geometry, викликаємо контекстне меню, в якому потрібно вибрати пункт New Geometry або імпортувати геометрію з іншої CAD-системи (рис. 3.2).

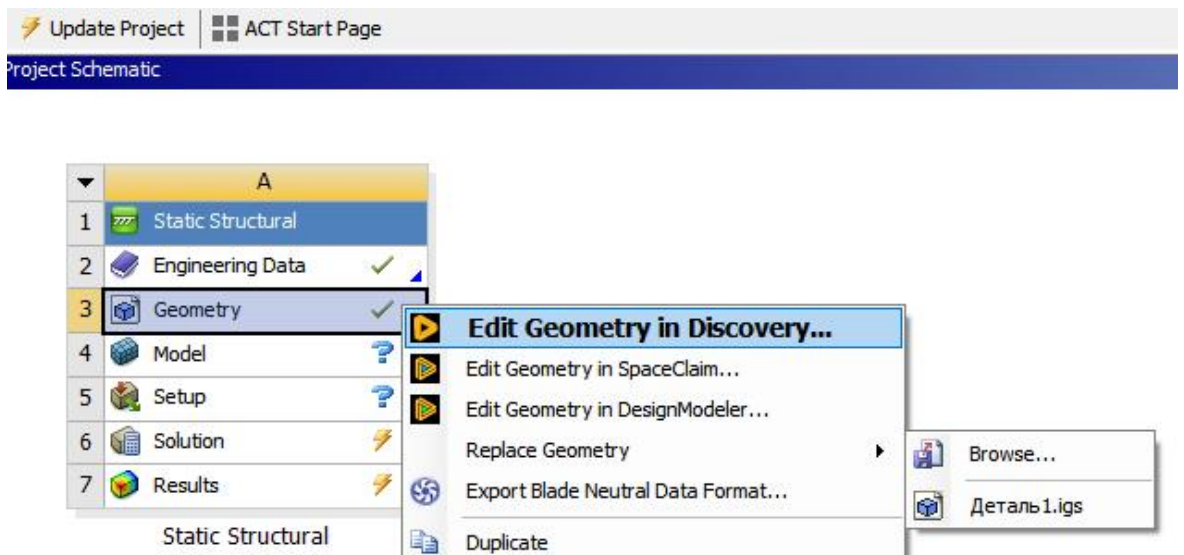


Рисунок 3.2 – Список варіантів побудови геометрії

В Workbench можливо обрати геометричний моделювальник: Design Modeler або Space Claim; після закінчення завантаження буде виведено його основне вікно, показане на рис. 3.3.

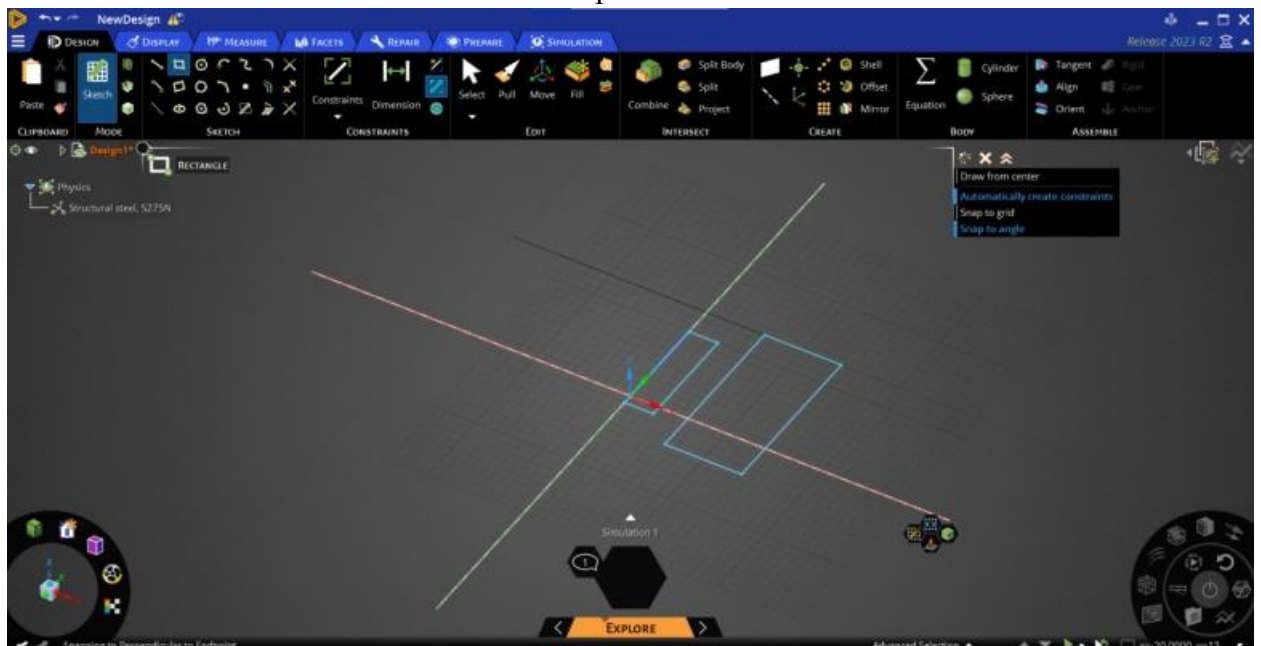


Рисунок 3.3 – Вікно Design Modeler

Файл геометричної моделі, створений в Design Modeler, має розширення .agdb. Якщо в подальшому потрібно видалити імпортовану геометрію з проекту, потрібно в контекстному меню вибрати пункт Reset.

Створення будь-якої геометричної моделі починається з вибору координатної площини для первинних побудов. Після цього на обраній площині створюється ескіз, що складається з точок і ліній, що представляє собою прообраз моделі або будь-якої її частини. Надалі до ескізу можна застосовувати різні операції і отримувати на його основі тривимірні об'єкти. Відповідно до цього модуль Design Modeler працює в двох режимах: режимі ескізування (Tree Outline) - коли створюється або редагується ескіз, і режимі моделювання (Modeling) - коли виконуються різні операції з ескізом для отримання



об'ємних тіл. Перемикання між зазначеними режимами виконується вибором однойменних закладок в нижній частині вікна дерева побудови [5,7].

Основне вікно Design Modeler (рис.3.4.) включає такі основні елементи: головне меню і панелі інструментів. Дозволяють управляти роботою модуля і містять команди для роботи з геометричною моделлю.

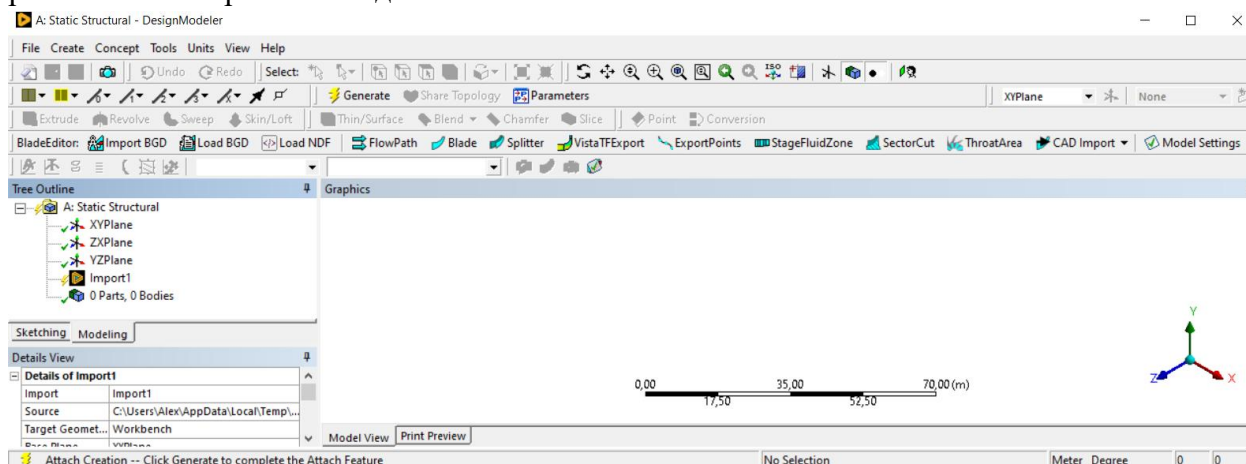


Рисунок 3.4 – Інтерфейс модуля Design Modeler

Панелі інструментів надають швидкий доступ до найбільш важливим або часто використовуваних команд;

- дерево побудови (Tree Outline). Містить ієрархічну послідовність команд побудови геометричної моделі;
- вікно властивостей виділеного елемента (Details View). Відображає різні настройки виділених об'єктів або команд моделювання;
- вікно моделі (Graphics). Відображає поточний результат моделювання.

Головне меню містить наступні пункти:

- File дозволяє виконувати основні операції з файлами геометрії;
- Create дозволяє створювати і модифікувати тривимірні об'єкти;
- Concept містить інструменти для створення ліній і поверхонь;
- Tools містить набір інструментів для обробки поста тривимірних моделей, а також дозволяє задавати настройки модуля і управляти параметризацією моделі;
- View дозволяє задавати настройки відображення геометричної моделі;
- Help дає доступ до довідкової системи по модулю Design Modeler.

Дерево побудови (Structure) є найважливішим інструментом моделювання і дозволяє представляти в зручному вигляді послідовність створення геометричної моделі (рис. 3.5).

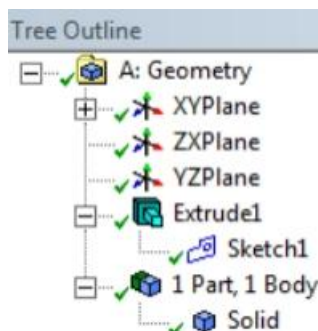


Рисунок 3.5 – Дерево побудови

У дереві побудови відображені всі операції в тому порядку, в якому вони застосовувалися для створення геометрії. Деякі команди можуть бути супідрядними, тобто результат виконання однієї є вихідним для іншої. За замовчуванням нові команди додаються в кінець дерева побудови, проте користувач може вставляти їх між уже існуючими. Це досягається шляхом вставки команди за допомогою контекстного меню, що викликається на необхідному місці вставки.

Використовується звичайна прямокутна система декартових координат  $OXYZ$ , при цьому кожна вісь має власний колір: вісь  $x$  червоний, вісь  $y$  зелений, вісь  $z$  синій.

У режимі ескізування вікно дерева побудови (Tree Outline) змінюється на вікно інструментів ескізування (Sketching Toolboxes), яке містить наступні групи (рис.3.6):

Draw інструменти малювання ескізу;

Modify інструменти редагування ескізу;

Dimensions завдання розмірів ескізу;

Constraints інструменти для завдання обмежень і геометричних залежностей між елементами ескізу;

Settings - налаштування сітки в ескізі.

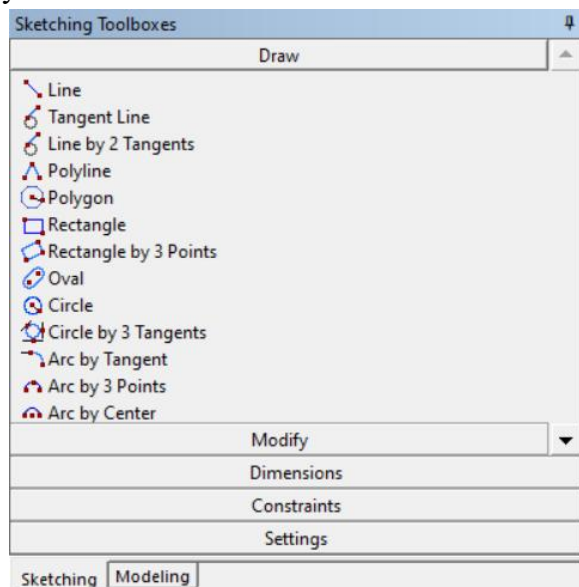


Рисунок 3.6 – Режим ескізування

Рекомендується наступний загальний порядок побудови ескізу: за допомогою інструментів малювання зобразити ескіз, не враховуючи розміри його окремих елементів. При цьому можуть знадобитися інструменти з групи Modify для редагування геометричних об'єктів або Constraints для завдання обмежень. Після того як загальний контур ескізу створений, потрібно задати йому необхідні розміри і завершити побудову ескізу натисканням кнопки Generate.

Перш ніж малювати ескіз, можна задати сітку із заданими параметрами, що відображається у вікні побудови. З її допомогою легко створювати геометричні об'єкти необхідних розмірів, орієнтуючись по осередках сітки. При побудові геометричних об'єктів буде активна прив'язка курсора до вузлів сітки, також можна налаштувати додаткові позиції прив'язки всередині осередку.

Design Modeler реалізує стандартні команди для малювання найпростіших елементів ескізу. Коротка характеристика команд групи Draw представлена в наступному переліку:

Простий відрізок (Line). Дозволяє побудувати відрізок шляхом вказівки початкової і кінцевої точки;

Відрізок, дотичний до об'єкта (Tangent Line). Дозволяє побудувати відрізок по дотичній до заданого об'єкта в обраній точці. Натиснувши і утримуючи ліву кнопку миші на потрібній точці об'єкта, потрібно перетягнути покажчик до кінцевої точки відрізка;

Відрізок, дотичний до двох об'єктах (Line by 2 Tangents). Аналогічно попередній команді будуватиметься відрізок по дотичній до двох вибраних об'єктів;

Полилінія (Polyline). Дозволяє побудувати ламану лінію. Після побудови останньої ланки ламаної потрібно завершити команду, викликавши натисненням правої кнопки миші контекстне меню і вибравши пункт Open End. Якщо потрібно замкнути ламану, то потрібно вибрати пункт Closed End;

Багатокутник (Polygon). Дозволяє побудувати правильний багатокутник з заданим числом кутів. Для побудови потрібно вказати лише його центр і поставити число кутів в параметрі n;

Прямокутник (Rectangle). Дозволяє побудувати прямокутник, вказавши дві крайні точки його діагоналі. Для побудови прямокутника по трьох точках потрібно вибрати команду Rectangle by 3 Points;

Овал (Oval). Дозволяє побудувати фігуру, обмежену двома паралельними відрізками і дотичними до них дугами кіл. Для побудови необхідно вказати центри дуг кіл і їх радіус;

Коло (Circle). Дозволяє побудувати коло, вказавши її центр і радіус. Для побудови кола, дотичній до трьох об'єктах, необхідно скористатися командою Circle by 3 Tangents;

Дуга (Arc by Tangent). Дозволяє побудувати дугу, дотичну до заданого відрізка в початковій і кінцевій точках. Для побудови необхідно задати початкову і кінцеву точки відрізка, при цьому має значення послідовність їх вказівки. Також дугу можна побудувати за трьома її точках (Arc by 3 Points) або вказавши центр дуги і дві її точки (Arc by Center);

Еліпс (Ellipse). Дозволяє побудувати еліпс, вказавши його центр і дві точки;

Гладка крива (Spline). Дозволяє побудувати криву, вказуючи її характерні точки перегину або округленими. Порядок побудови аналогічний команді Polyline. Для завершення команди потрібно викликати контекстне меню і вибрати один з наступних пунктів: незамкнута крива (Open End), незамкнута крива з характерними точками (Open End with Points), замкнута крива (Closed End), замкнута крива з характерними точками (Closed End with Points );

Геометрична точка (Construction Point). Дозволяє задати точку для геометричних побудов. Якщо потрібно задати точку, яка є перетином двох кривих, то потрібно вибрати команду Construction Point at Intersection, після чого вказати на пересічні об'єкти.

Вибір команди побудови здійснюється натисканням на неї лівою кнопкою миші у вікні інструментів ескізування (Sketching Toolboxes). Для скасування вибору потрібно натиснути клавішу Esc.

На панелі Select здійснюється спосіб вибору об'єктів (Box Select або Single Select), а

також розташовуються кнопки для вибору точок, прямих, поверхонь і тіл .

Як вибрати декілька об'єктів здійснюється за допомогою лівої кнопки миші і натиснутою клавіші Ctrl на клавіатурі. У Workbench є можливість працювати з трьома типами тіл: Solid Body - обсяг і поверхні, Surface Body - тільки поверхні, Line Body - тільки лінії. За замовчуванням при імпорті геометрії в Workbench кожне тіло буде додано до свого Part. Можна створювати нові Parti або розбивати Parti на окремі тіла.

Part - це сукупність тіл із загальною топологією на внутрішніх кордонах. При цьому сітка на стику тел буде спільною. Об'єднання тел в Part необхідно, наприклад, в разі розрахунку гідродинаміки в CFX, інакше необхідно ставити умови на стиках тел.

У Workbench є різне уявлення тіл. Подання Material (active body) - такі тіла можуть бути використані для всіх операцій з тілами, крім Slice. Подання Frozen на такі тіла не діють операції над тілами, крім операції Slice. При цьому можна "заморожувати" (Freeze) і "розморозувати" (Unfreeze) тіла.

У модуль Design Modeler доступний ряд булевих функцій для створення тривимірних моделей (рис.3.7).



Рисунок 3.7 – Функції створення тривимірних моделей в Design Modeler

Доопрацювати модель можна розділивши її поздовжніми розрізами за допомогою операції Slice на кілька тіл.

Виконання кожної операції підтверджується кнопкою "Generate".

Для зручності постановки граничних умов і умов на стиках обсягів в меню Tools при виконанні гідродинамічних розрахунків можна використовувати функцію найменування геометричних об'єктів Named Selection.

Операція Suppress робить тіло невидимим і не дозволяє його передавати далі по проекту для створення сітки та виконання розрахунку. Такі тіла також не експортуються з WB в твердотільні моделі.

Для виправлення і спрощення геометричних моделей існує зручна опція Merge, яка дозволяє об'єднувати поверхні тривимірних об'єктів.

Програмний модуль ANSYS SpaceClaim Direct Modeler (SCDM) (рис.3.8) дозволяє виконувати тривимірне геометричне моделювання, створювати і редагувати параметричні моделі на основі підходу, відомого як «пряме моделювання» (Direct Modelling). Даний підхід не використовує дерево побудови об'єкта, що дозволяє вносити зміни безпосередньо, без перестроювання геометрії з історії, що значно прискорює процес редагування при роботі з великими складаннями.

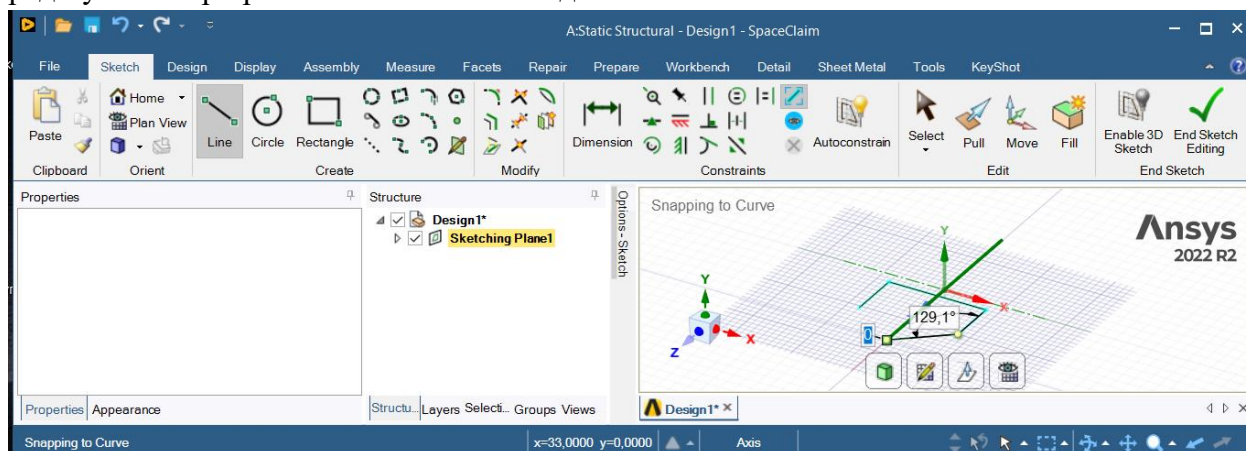


Рисунок 3.8 – Інтерфейс модуля Space Claime

Рисунок починається з вибору площини, де буде розташовано перший ескіз (Sketch). За допомогою меню Edit отримуємо об'ємне тіло, використовуючи витягування (Pull) або

оберт навколо вісі (рис.3.9). Використовуючи залежності для декількох деталей можемо отримати складання в меню Assembly.



Рисунок 3.9 – Меню побудови деталі

## Імпорт моделей

В ANSYS реалізований прямий доступ до геометричних моделей CAD-систем: Pro / Engineer, Unigraphics, AutoCAD, Solid Edge, Solid Works.

ANSYS надає імпорт моделей з CAD-систем в форматах: Parasolid, ACIS SAT, IGES.

ANSYS надає можливість розробки користувачем інтерфейсу до будь-якій програмі.

Якщо геометрична модель вже створена раніше за допомогою Design Modelera або в якій-небудь CAD-системі, то її можна імпортувати, вибравши пункт меню Import Geometry (рис.3.10). ANSYS підтримує безліч популярних форматів геометричних моделей, таких як: Parasolid (.xb, .xt), IGES (.iges, .igs), SolidWorks (.SLDPRT, .SLDASM), Unigraphics NX (.prt), Inventor (.ipt, .iam), Pro / Engineer (.prt, .asm), ACIS (.sat) та інші.

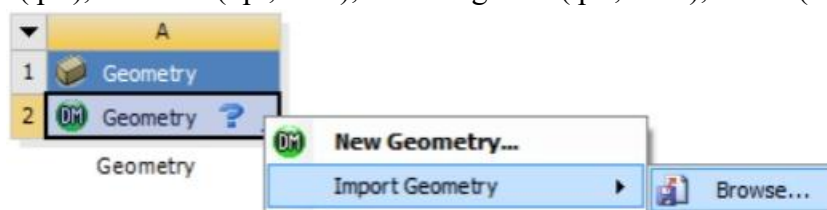


Рисунок 3.10 – Імпорт геометричної моделі

При імпортуванні геометричні моделі доводиться зазвичай допрацьовувати або повністю переробляти перед виконанням чисельного моделювання. Це пояснюється тим, що геометричні моделі зазвичай створюються не з метою виконання розрахунків, а як один з етапів розробки деталі або будь-якого пристрою. Тому такі моделі містять деталі, що виготовляється. Розрахункова геометрична модель не повинна містити всіх подробиць, які ускладнюють розрахунок або роблять його нездійсненним. Перед тим, як виконати імпорт геометричної моделі в розрахунковий модуль, необхідно вибрати тип аналізу 2D або 3D, а також типи імпортованих об'єктів лінії, поверхні, тривимірні тіла [5,6,7].

Існує як мінімум два способи імпортування геометричної моделі в розрахунковий модуль або модуль геометрії.

Перший спосіб - необхідно клікнути лівою кнопкою миші по "Geometry" (рис.3.10). Далі в контекстному меню вибирається Import geometry → Browse для пошуку файлу з моделлю. Другий спосіб полягає в тому, що необхідно запустити Design Modeler імпортувати файл з геометричною моделлю за допомогою File → Import external geometry file.

Геометрія імпортованої моделі відкривається в модулі Design Modeler, в якому правою кнопкою вибираємо контекстне меню елемента "Import" у дереві моделі і натискаємо Generate.



Вибрати тип аналізу 2D (3D) необхідно до початку роботи, так як якщо відкрити будь-яку підсистему до цього, тип аналізу буде зафіксований і поміняти його в даному модулі буде неможливо.

Осесиметричні завдання зручно вирішувати саме в двовимірній постановки. Такий підхід дозволяє істотно заощадити час і обчислювальні потужності без істотних втрат якості результатів. В даному випадку для створення сітки необхідно з тривимірною геометричній моделі спочатку отримати плоске перетин.

Обертання, переміщення об'єктів на екрані здійснюється наступним чином. Середньою кнопкою миші (натискує коліщатком) - обертання, Ctrl + Середня кнопка миші - переміщення об'єктів. Або ж можна вибрати режим курсору миші на панелі інструментів.

Ви можете отримати кінцево-елементну модель в редакторі середовища FEA декількома способами.

- Створити твердотільну, поверхневу SE сітку автоматично з твердотільної CAD моделі.
- Нарисувати або автоматично отримати двовимірні SE сітки. Хоча плоска SE сітка обмежена ескізами в площині, вихідна площа може бути будь-якої орієнтації. Використовуйте ці мережі для побудови двовимірних або плоских SE сіток.
- Створити структурні SE з вузлів ребер деталі або між об'єктами ескізу.
- Створити додаткові сполучні SE для згаданих вище. Щоб створити додаткові мережі, використовуйте операції копіювання, видавлювання (екструзії), модифікації утворюють ліній. Наприклад, уявіть двомірний ескіз, який розбивається на кінцеві елементи, щоб отримати плоску пластину. У разі вибору периметр і видавлений, вийде коробка бокс (типу труби або корпусу). Якщо обрана вся двовимірна SE мережу і витіснена, то утворюється об'ємна KE-мережу.
- Створити лінійні SE моделі типу балки або ферми або приєднати лінійні елементи до геометрії, створеної будь-яким іншим способом.

### 3.2 Кінцевоелементне розбиття моделі

Вибір та налаштування деяких математичних моделей виконуються за допомогою опцій SE, які можна встановити через команди APDL[5]. Цей принцип реалізований, наприклад, в елементах PLANE223, SOLID226 і SOLID227, а також елементах SHELL181, SHELL281, в яких є можливість використання моделі багатошарових оболонок.

Налаштування методу рішення проводяться через розділ Analysis Settings дерева проекту або за допомогою команд APDL. Можуть бути обрані функції форми SE, спосіб інтегрування в області елемента і т.д.

Функції форми SE (лінійні/квадратичні) вибираються на етапі побудови сітки за допомогою опції Element Midside Nodes

У ANSYS Mechanical використовується така класифікація кінцевих елементів: Для розрахунку з теорії оболонок використовуються оболонкові SE (SHELL28, SHELL208, SHELL209, SHELL181 та SHELL281), а для розрахунку з теорії балок – балкові SE (рис.3.11):

- SE загального призначення (BEAM-елементи):
  - BEAM188 (двохузловий),
  - BEAM189 (трихузловий);
- SE для моделювання труб (PIPE-елементи):

- PIPE288 (двохузловий),
  - PIPE289 (трихузловий),
  - ELBOW290 (трихузловий, криволінійний).
- а) BEAM188, PIPE288; б) BEAM189, PIPE289; в) ELBOW290

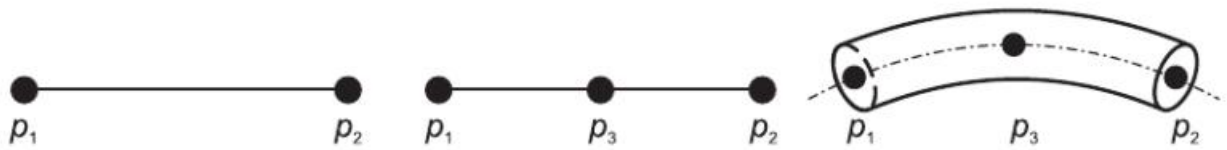


Рисунок 3.11 – Лінійні елементи а) BEAM188, PIPE288; б) BEAM189, PIPE289; в) ELBOW290

В основі математичної моделі лежить теорія зсувної деформації першого порядку С. П. Тимошенко, згідно з якою поперечно-зсувні деформації є постійними по всьому перерізу, тобто після деформації балки перетин залишається плоским. Елемент ELBOW290 дозволяє враховувати ефекти викривлення перерізу труб та може бути використаний для моделювання композитних труб з багатошаровою структурою. І тут математична модель будується з урахуванням теорії оболонок Миндлина–Рейснера.

Як відомо, ПДВ стрижня характеризується шістьма видами деформацій, що відповідають шести ступеням свободи поперечного перерізу:

- розтягання/стиснення (переміщення по осі X); Розв'язання задач механіки деформованого твердого тіла
- кручення навколо осі X;
- вигин навколо осі Y;
- вигин навколо осі Z.

Розрахунки за спрощеними інженерними методиками проводяться з використанням гіпотези плоских перерізів. Однак при деяких видах навантаження гіпотеза плоских перерізів не дотримується, так як за рахунок нерівномірної деформації стрижня вздовж осі відбувається викривлення перерізу. Іншими словами, принцип Сен-Венана не дотримується. При порушенні площинності поперечного перерізу виникають додаткові напруження та деформації, що характеризуються новими силовими факторами та, відповідно, геометричними характеристиками поперечного перерізу профілів навантажених елементів.

- зв'язки без згинальної жорсткості, 3D-розрахунки (LINK) (рис.3.12) [7];

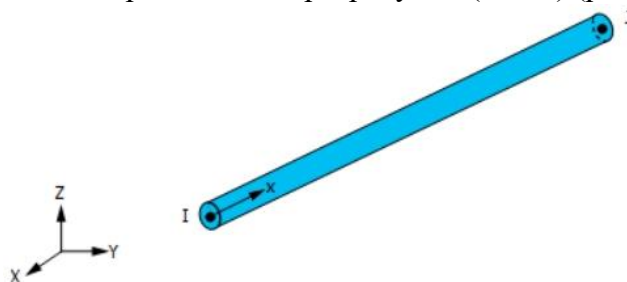


Рисунок 3.12 – Елемент категорії Link

Елементи цієї категорії зазвичай використовують у інженерних завданнях для моделювання пружин і зв'язків. Типи елементів, перелічені у цій категорії, працюють тільки на стиск та розтяг, вигин для них не враховується. Всі ці елементи мають два вузли на кінцях.

- 2D Spar 1 елемент LINK1 використовується у вирішенні двовимірних завдань, його властивості задаються за допомогою поперечного перерізу та властивостей матеріалу.
- 3D Spar 8 елемент LINK8 аналогічний попередньому, але використовується у вирішенні тривимірних завдань.

- 3D Bilinear 10 елемент LINK10 відрізняється від LINK8 тим, що може працювати або на стиснення, або на розтягування. Якщо він працює на розтяг, то при стисканні у нього відсутня жорсткість. Подібний ефект використовується при моделюванні зв'язків, встановлених за допомогою ланцюгів або гнучких тросів.

- балкові елементи, 3D-розрахунки (BEAM) [7,8];

Елементи цієї категорії зазвичай використовуються для моделювання стрижнів. На відміну від LINK-елементів, вони працюють не тільки на розтягування стиснення, а й на вигин. Дані елементи мають або два вузли на кінцях елемента, або три вузли два на кінцях і один посередині.

- 2D Elastic 3 елемент BEAM3 призначений для вирішення двовимірних завдань, його властивості задаються за допомогою поперечного перерізу та властивостей матеріалу. Цей елемент не призначений для розрахунків із використанням пластичних та інших нелінійних матеріалів.

- 2D tapered 54 елемент BEAM54 відрізняється від попереднього тим, що для нього можна встановити різні характеристики перерізу стрижня на його кінцях.

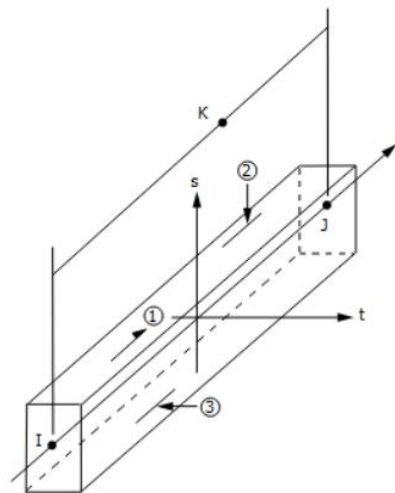


Рисунок 3.13 – Елемент категорії Beam

- 2D plastic 23 елемент BEAM23 аналогічний елементу BEAM3, але, на відміну від нього, може використовуватися в розрахунках з пластичними та іншими нелінійними матеріалами.

- 3D elastic 4 елемент BEAM4 призначений для вирішення тривимірних завдань, його властивості задаються за допомогою поперечного перерізу та властивостей матеріалу. Цей тип елементів використовується у задачах з лінійними матеріалами.

- 3D tapered 44 елемент BEAM44 відрізняється від попереднього тим, що для нього можна встановити різні характеристики перерізу стрижня на його кінцях.

- 3D plastic 24 елемент BEAM24 аналогічний типу BEAM4 з тією різницею, що його можна використовувати з пластичними та іншими нелінійними матеріалами.



3D finite strain 2 node 188 елемент BEAM188 може застосовуватися для розрахунків стрижневих конструкцій з великими деформаціями, він також допускає використання лінійних і нелінійних матеріалів.





- 3D finite strain 3 node 189 елемент BEAM189 аналогічний попередньому, але крім двох вузлів на кінцях елемента проміжний вузол посередині. Використання елементів цього дозволяє значно збільшити точність розрахунків (особливо нелінійних завдань) при помірних витратах обчислювальних ресурсів.

Для балок, крім інструменту зміщення перерізу, є опції вибору типу CE (Model Type). При виборі опції Beam використовуватимуться балкові елементи (BEAM188, BEAM189), а при виборі опції Pipe – спеціалізовані елементи для моделювання труб (PIPE288, PIPE289, ELBOW290). При цьому конструкція із труб може бути розрахована і за допомогою балкових елементів із завданням відповідного перерізу.

- плоскі, 2D-розрахунки (PLANE);

Типи елементів іменуються за аббревіатурою і наступним за нею номером, наприклад SOLID185, SHELL181, BEAM188 і т.д.

Залежно від типу геометрії (лінія, оболонка, об'ємне тіло), список може включати й інші властивості. Наприклад, для оболонок доступні такі додаткові властивості: товщина (Thickness) та зміщення перерізу (Offset Type).

При використанні балочних елементів слід вибрати форму і розміри їх поперечного перерізу, за допомогою якого система визначає необхідні характеристики елемента. ANSYS дозволяє використовувати кілька різних перерізів однієї моделі, тобто. в одній моделі балкові елементи можуть мати різний профіль та розміри поперечного перерізу. Поперечні перерізи можна вибрати з набору стандартних перерізів або створювати самостійно. У більшості випадків достатньо вибрати відповідний перетин із стандартних та ввести його параметри.

**Figure 77.1: PLANE77 Geometry**

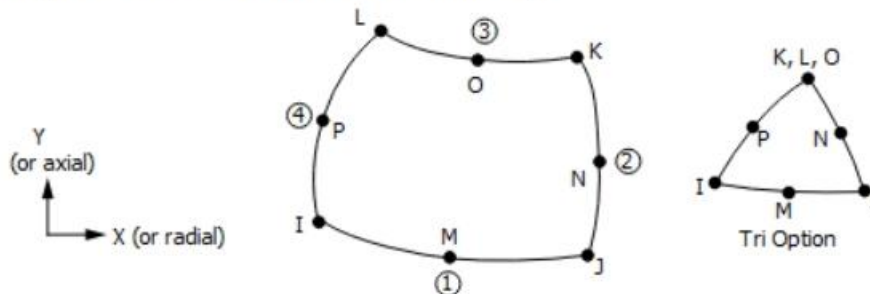


Рисунок 3.14 – Плоскі елементи

- оболонки, 3D-розрахунки (SHELL);

**Figure 281.1: SHELL281 Geometry**

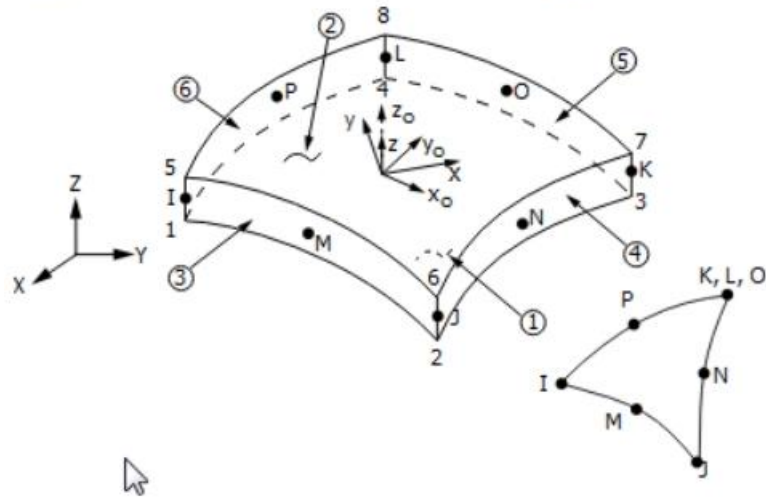


Рисунок 3.15– Елементи оболонки

- об'ємні, 3D-розрахунки (SOLID).

**Figure 237.1: SOLID237 Geometry**

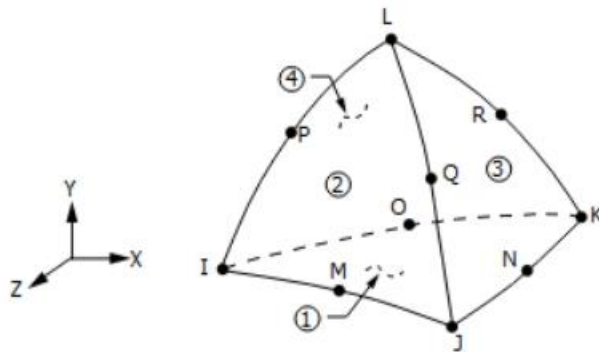


Рисунок 3.16 – Об'ємні елементи

Main Menu > Preprocessor > Sections > Beams Common Sectns

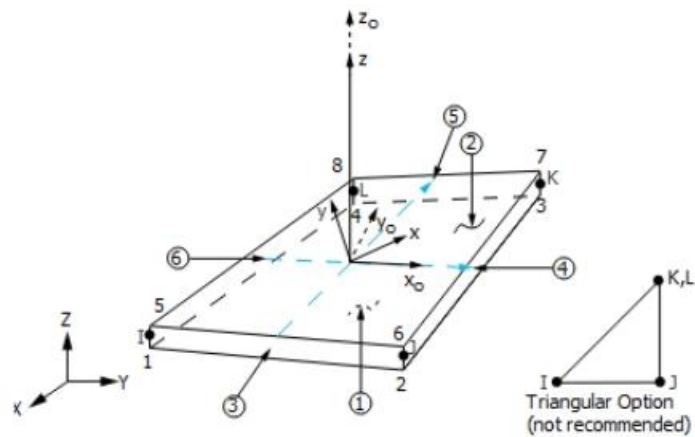
При його використанні з'явиться вікно Beam Tool .

У діалоговому вікні Beam Tool є такі компоненти:

- ID поле введення номера перерізу. За допомогою цього поля задається номер створюваного перерізу.

- Name поле введення імені перерізу. За допомогою цього поля можна задати ім'я перерізу (максимум 8 символів).

Тип SE оголошується командою ET із зазначенням аббревіатури та ідентифікаційного номера. У прикладі оголошується елемент типу SHELL181



$x_0$  = Element x-axis if ESYS is not provided.

$x$  = Element x-axis if ESYS is provided.

Рисунок 3.17 – Елемент типу SHELL181

з ідентифікаційним номером 101 (випадкове значення, яке має бути більше, ніж кількість елементів геометричної моделі):

```
*SET,ELEM_TYPE_ID,101
```

```
ET,ELEM_TYPE_ID,SHELL181
```

Параметри перерізу оболонок та балок задаються за допомогою команд SECTYPE, SECDATA та R. Перетин оболонки задається за допомогою наступних команд:

```
*SET,SEC_ID,304
```

```
SECTYPE,SEC_ID,SHELL
```

```
SECDATA,1.2E-05,,5,
```

Команда SECDATA включає параметри товщини оболонки ( $1,2 \cdot 10^{-5}$  м) та кількості точок інтегрування за товщиною.

Командні вставки також можуть бути додані до контактів (Connections). За допомогою команд змінюються типи контактних елементів та їх опції, можна вставити тип елемента. Стандартний пружинний елемент може бути замінений на елемент LINK11 (рис. 3.18), що є пружиною і демпфером, з'єднаними паралельно

```
ET,_sid,LINK11
```

```
R,_sid,100,100,0
```

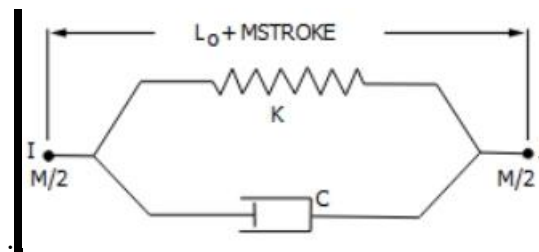


Рисунок 3.18 – Елемент LINK11

Команда R визначає константи елемента LINK11: жорсткість пружини (перший параметр), коефіцієнт в'язкого демпфування (другий параметр) і масу елемента (третій параметр).

Ці команди виконуються розділ препроцесора /PREP7 перед рішенням першого кроку. Крок, на якому будуть виконані команди, задається у властивостях об'єкта Commands у рядку Step Selection Mode.

Знак оклику на початку рядка означає, що цей рядок є коментарем.

Тіла можуть бути з'єднані між собою або прив'язані до основи за допомогою допоміжних елементів-балок (Beam), елементів-пружин (Spring) та шарнірів різних типів (Joints, Bearing, End Release).

Для кожного об'єкта в розділі Connections можна додати командну вставку для керування моделлю взаємодії.

### 3.2.1 Налаштування сітки кінцевих елементів.

Побудовану геометричну модель необхідно розбити на СЕ, тобто створити СЕ сітку. У дереві натискаємо на Model → Mesh. Натискаємо правою кнопкою миші на Mesh → Insert → Method (рис.3.19). Вибираємо потрібну поверхню чи об'єм. Підтверджуємо вибір кнопкою Apply. Задаємо метод Method розбиття моделі, за умовчанням стоїть автоматичне розбиття програмою Automatic. Можливий вибір – Tetrahedrons (елементи у вигляді тетраедрів) або поверхневий.

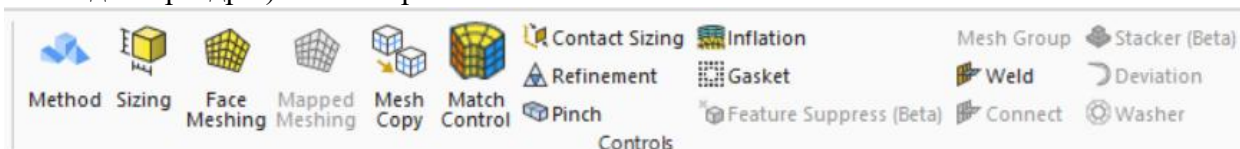


Рисунок 3.19 – Меню Mesh

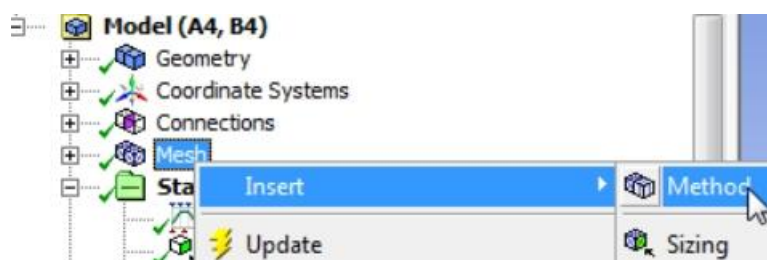


Рисунок 3.20 – Вибір Method

Можливий вибір - Tetrahedrons (елементи у вигляді тетраедрів) або поверхневий (рис.3.21). Для вибору іншого методу розбиття слід виконати наступне:

- 1 натиснути піктограму Method меню, що випадає Mesh Control;
- 2 вибрати в графічному вікні потрібний об'єкт;
- 3 програма відзначить обраний об'єкт синім кольором і стрілкою;
- 4 в рядку Method з наявних варіантів вибрати Tetrahedrons у вікні налаштувань в рядку Geometry підтвердити вибір об'єкта;
- 5 в дерево проекту додається Patch Conforming Method;
- 6 оновити СЕ сітку, натиснувши на клавішу Update, або згенерувати нову сітку натисканням кнопки Generate Mesh;

Details of "Automatic Method" - Method	
[-] Scope	
Scoping Method	Geometry Selection
Geometry	1 Body
[-] Definition	
Suppressed	No
Method	Automatic
Element Midside Nodes	Automatic
	Tetrahedrons
	Hex Dominant
	Sweep
	MultiZone

7 відобразити змінену сітку на екрані натисканням на кнопку Mesh в дереві проекту.

робота з меню MESH CONTROL

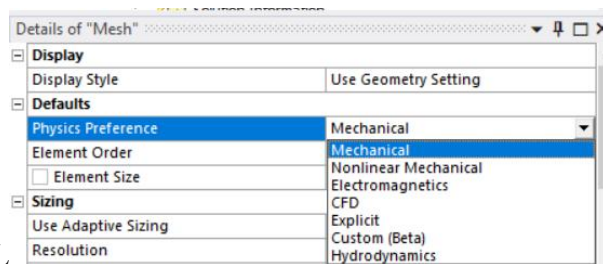


Рисунок 3.21 – Налаштування метода розбиття CE

Генерація гексагональної сітки задається опцією Hex Dominant [1]. Алгоритм генерації гексагональної сітки передбачає створення сітки на поверхні переважно з чотирикутних елементів, а потім протягування цієї сітки всередину. В останню чергу створюються елементи в формі тетраедрів і пірамід. Підсумкова сітка складається з гексадрічних елементів на поверхні і тетраедрів усередині. Якщо створення такої сітки неможливо, з'являється попередження про погану співвідношенні поверхонь обраного об'єкта. У сітці гексадр буде невеликим, або з'являться елементи з поганою формою.

Послідовність дій для створення гексагональної сітки:

- 1 - натиснути піктограму Method меню, що випадає Mesh Control;
- 2 вибрати в графічному вікні потрібний об'єкт;
- 3 в рядку Method з наявних варіантів вибрати Hex Dominant;
- 4 оновити кінцево-елементну сітку, натиснувши на клавішу Update, або згенерувати нову



сітку натисканням кнопки Generate Mesh.

Трансляція елементів (Sweep Method) дозволяє створювати регулярні сітки і домагатися кращої збіжності розрахункових результатів. За замовчуванням цей спосіб є пріоритетним для створення елементів. Автоматична генерація сітки трансляцією елементів можлива, коли об'ємна геометрична модель має однакову геометрію (топологию) хоча б в одному напрямку, тобто подібні перетину уздовж деякого напрямку в просторі. У цьому випадку модель буде розбиватися на елементи у формі гексадр. При розбитті можуть з'являтися елементи в формі тригранних призм (елементи клиноподібної форми), що є допустимим.

Порівняння сіток, отриманих автоматично, за допомогою тетраедрів і гексадр представлено на рис. 3.22.

Послідовність дій для отримання кінцево-елементної сітки методом трансляції елементів:

- 1 - натиснути піктограму Method меню, що випадає Mesh Control;
- 2 вибрати в графічному вікні потрібний об'єкт;
- 3 в рядку Method з варіантів вибрати Sweep;
- 3 оновити CE сітку, натиснувши на клавішу Update, або згенерувати нову сітку натисканням клавіші Generate Mesh.

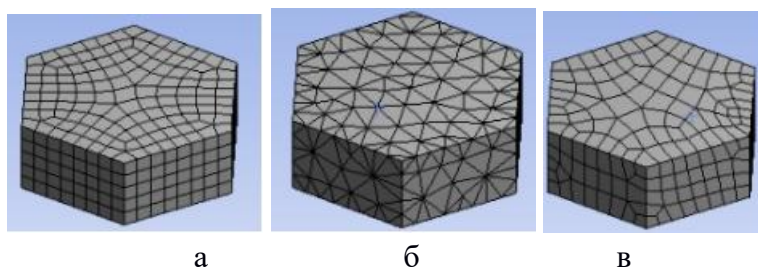


Рисунок 3.22 – Сітки, отримані різними методами побудов: а - автоматично; б - тетраедрами; в - гексаедрами

Натискаємо лівою кнопкою миші Mesh. Задаємо чисельний розмір елемента в вкладці Details →Sizing →Element Size. Натискаємо правою кнопкою миші на Mesh → Generate Mesh, щоб сформувати SE сітку. Меню Mesh Control дозволяє вибрати геометричну форму елементів, містить команди для керування розмірами елементів сітки, що створюється, і інструменти її локального подрібнення (рис.3.21).

WB Можна змінювати щільність сітки, створеної за замовчуванням. Для перегляду зміненої сітки можна використовувати Preview Surface Mesh. Для попереднього перегляду поверхневої сітки перед запуском на розрахунок потрібно виконати команду Preview Surface Mesh із контекстного меню групи Mesh. Ця команда також доступна на панелі інструментів у меню Mesh.

До кожного виду фізичної завдання існують певні правила. Зокрема, для міцності (Structural) чим вище порядок елемента, тим грубіше допускається сітка.

У вікні налаштувань у розділі Statistics знаходиться інформація про кількість вузлів і елементів, що генеруються.

Сітка з великою кількістю вузлів дозволяє знаходити більш точне рішення, але збільшує розрахунковий час та обсяг пам'яті. В ідеалі рішення не повинно залежати від густини сітки. Подрібнення сітки не компенсує припущення фізичної моделі та помилки вхідних даних.

Установка розміру елемента (Element Size) задає розмір елемента у всій моделі. Цей розмір буде використаний для створення сітки на всіх ребрах, поверхнях та обсягах. Ця опція буде недоступна при активованій функції додаткових можливостей завдання розміру елемента (Use Advanced Size Section) може бути запроваджено чисельне значення розміру елемента.

Налаштування вікна вихідного розміру сітки (Initial Size Seed) дозволяють управляти початковим розміром, який програма використовує під час розбиття.

Налаштування вікна згладжування (Smoothing) доступні при вимкненій функції додаткових можливостей завдання розміру елемента (Use Advanced Size Function).

У ANSYS Workbench кінцево-елементну сітку можна змінювати двома способами:

1. Задати розширені опції зміни щільності сітки (Use Advanced Size Function) у вікні опцій.

2. Змінювати сітку глобально по всьому об'єму через зміну наступних опцій:

- 2.1. Розмір елементів (Element Size) визначає середню довжину ребра елемента. Використовується фільтр вибору сторін елементів та вибирається репрезентативне ребро елемента (наприклад, за жорсткістю). Для зміни розміру елемента за промовчанням потрібно в рядок Element Size ввести бажане значення розміру елемента.

- 2.2. Перевірка форми (Quality) визначає перевірку форми елементів. Для лінійного аналізу використовується стандартний спосіб (Standard Mechanical), для нелінійного та гідродинамічного аналізу задаються більш жорсткі вимоги до форми елементів



(Aggressive Mechanical).

#### Налаштування ФОРМИ ЕЛЕМЕНТІВ

Вибір опції Method меню панелі інструментів дозволяє контролювати форму елементів при автоматичній генерації сітки, при цьому в розділі Score (область визначення) у рядку Geometry необхідно підтвердити обраний об'єкт натисканням клавіші Apply. Після цього у вікні налаштувань стають доступними такі умови створення елементів (рис.3.20):

Automatic (автоматично) заповнити обсяг генерацією паралелепіпедів, а де це неможливо, використовувати тригранні призми;

Tetrahedrons (тетраедри) створювати елементи тетраедричної форми;

Hex Dominant (переважно гексаедри) створювати, по можливості, паралелепіпеди, а де це неможливо, використовувати піраміди та тетраедри;

Sweep (протягування) створювати елементи протягуванням. У вікні властивостей Details методу Sweep є дві опції, які відсутні в інших методах: Type і Sweep Bias Type. Опція Type відповідає за розмір елементів, що протягуються (товщину) вздовж шляху Sweep Path. Користувач може встановити кількість сіткових елементів уздовж шляху протягування або товщину характерного сіткового елемента вздовж шляху протягування. За замовчуванням товщина всіх елементів при протягуванні однакова, тобто сітка в цьому напрямку є рівномірною. Для згущення сітки до однієї з поверхонь (Target/Source) або одночасно до обох поверхонь використовуються опція Sweep Bias Type, що визначає напрямок згущення, та опція Sweep Bias, що визначає ступінь згущення елементів.

MultiZone. Використовуються для постоення і тетраедри та гексаедри. MultiZone Quad/Tri. При цьому в MultiZone у пункті Free Face Mesh Type вкажемо властивість All Quad (довільні елементи будуть чотирикутними). У пункті Surface Mesh Method може бути вибрана опція Uniform, що дозволяє встановити розмір елемента в пункті Element Size. Пункт Element Midside Nodes дозволяє задати тип елемента – лінійний (Dropped – вузли на ребрах не створюються, або Kept – вузли на ребрах створюються та елементи будуть квадратичними).

основні опції методу MultiZone:

- Mapped Mesh Type: задає форму осередків для областей, де передбачається побудова структурованої сітки. Існують три режими: Hexa передбачає побудову елементів виключно гексаедральної форми; Hexa/Prism передбачає побудову елементів з урахуванням гексаедрів, і навіть елементів призматичної форми. При цьому для покращення якості окремих осередків сітки можуть використовуватися поверхневі елементи трикутного перерізу, які надалі протягуються до призм; Prism передбачає побудову сітки виключно з елементів призматичної форми. Цей режим застосовується в тих випадках, коли одна геометрична область, для якої будується сітка методом MultiZone, межує з іншою областю, заповненою сіткою на основі тетраедрів;

- Surface Mesh Method: визначає режим побудови сітки на поверхні геометричної області. Режим Uniform використовує метод ітерації для побудови максимально рівномірної сітки на поверхні. Цей метод найкраще підходить для випадків, коли всі грані області мають однаковий масштаб, а поверхні, що покриваються сіткою, – низький ступінь кривизни. У цих випадках метод дозволяє отримати сітку досить високої якості. Режим Pave, навпаки, застосовується для побудови якісної сітки на поверхнях з високим ступенем кривизни. За замовчуванням у налаштуваннях методу MultiZone використовується режим Program Controlled, який, залежно від властивостей поверхонь та розміру сіток, використовує комбінацію методів Pave та Uniform;

- Free Mesh Type: визначає форму сіткових елементів для областей геометрії, для яких неможливо побудувати структуровану сітку на основі Sweep. Для таких областей



може бути застосований один із методів побудови неструктурованої сітки: Tetra (елементи, побудовані на основі тетраедрів); Tetra/Pyramid (елементи, побудовані на основі тетраедрів та пірамід); Hex Dominant (переважання елементів, побудованих на основі гексаедрів); Hexa Core (основний обсяг області заповнюється гексаелементами в системі декартової координат, решта область заповнюється елементами призматичної форми або тетраедрами). Для параметра Free Mesh Type також можна вибрати режим Not Allowed, в якому побудова неструктурованої сітки неприпустима. У цьому випадку препроцесор примусово будуватиме структуровану сітку на всю розрахункову область, а якщо це виявиться неможливим - завершить процес генерації з помилкою.

Src/Trg Selection: аналогічно опції методу Sweep передбачає вибір поверхонь-джерел для протягування в автоматичному режимі (Automatic) або вручну (Manual Source). У режимі Manual Source користувачеві необхідно вибрати в полі Source всі поверхні геометричної моделі, які будуть використовуватися в якості поверхонь-джерел для методу Sweep.

У деяких випадках через складність геометрії не вдається побудувати регулярну сітку гексаедричну на всьому обсязі моделі, однак така сітка може бути отримана, якщо розбити тіло на елементарні обсяги.

Опція Inflation Algorithm визначає послідовність операцій сіткового генератора при побудові сітки з опцією Inflation. Алгоритм Pre передбачає спочатку побудову призматичних шарів шляхом протягування їх із осередків поверхні, а потім побудова решти об'ємної сітки (рис.3.23).

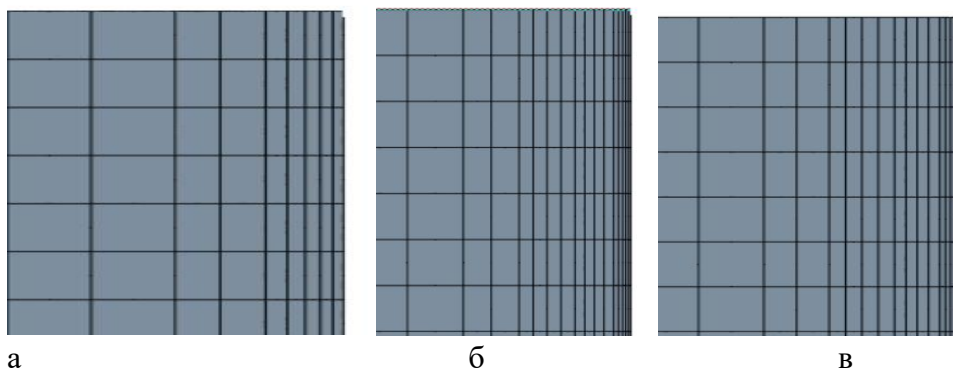


Рисунок 3.23 – Приклади побудови призматичних шарів різними методами Inflation Option: Smooth Transition (а), Total Thickness (б), First Layer Thickness (в)

Алгоритм Post, навпаки, спочатку будує сітку по всьому об'єму розрахункової області, а потім генерує на основі сітки призматичні шари у вибраних поверхнях;

- опція View Advanced Options включає просунуті налаштування, відповідаючі за підвищення якості призматичних шарів на складних геометріях з високим ступенем кривизни поверхонь, кутовими елементами тощо.

Група налаштувань Assembly Mesh активна лише у випадку, якщо вибрано тип вирішувача CFD (у полі Solver Preferences). Глобальні та локальні параметри сітки.

Група Advanced містить просунуті налаштування для керування процесом генерації сітки та її якістю. Розглянемо основні налаштування [6,8]:

- Number of CPUs Parallel Part Meshing: визначає кількість процесів (CPU), що використовуються для розпаралелювання процесу побудови розрахункової сітки. Значення 0 відповідає програмному режиму Program Controlled та дозволяє використовувати всі доступні в системі CPU;

- **Number of Retries:** вказує кількість спроб повторної побудови сітки в тому випадку, якщо процес побудови завершився з помилками через низьку якість елементів сітки;

- **Mesh Morphing:** використовується для оптимізації часу генерації сітки у випадках, коли потрібна багаторазова перебудова геометричної моделі. Коли опція включена (Enabled), розрахункова сітка за рахунок локальної зміни координат вузлів адаптується до геометричних змін моделі без повторної генерації. При цьому зміни геометричної моделі не повинні стосуватися топології: нова геометрія повинна мати таку саму кількість частин, тіл, поверхонь, ребер та вершин, як і вихідна геометрія;

- **Topology Checking:** визначає, чи проводитиметься аналіз топології моделі при побудові сітки на основі методів Patch Independent та Multizone;

- **Pinch Tolerance:** інструмент дозволяє видаляти при побудові сітки дрібні особливості (короткі ребра, проміжки тощо) з метою отримання сітки вищої якості. У разі використання інструменту сітка на деталях геометрії, що мають масштаб менш заданого допустимого критерію (Pinch Tolerance), коригується.

Група Statistics Group дозволяє користувачеві отримати статистичну інформацію про розмірність розрахункової сітки та якість її осередків. У полях Nodes та Elements відображається інформація про кількість сіткових вузлів та сіткових елементів моделі. У полі Mesh Metric пропонується вибрати один із критеріїв якості розрахункових осередків, що дозволить відобразити статистику сітки за цим критерієм.

Заповнення розділів глобальних налаштувань залежить від типу вирішувача, котрій будується сіткова модель, і навіть від обраного методу побудови сіткової моделі. Модуль надає широкий набір інструментів для побудови розрахункових сіток на основі трикутних і чотирикутних елементів для 2D-моделей і на основі тетраедрів, гексаедр або пірамідальних елементів для 3D-моделей. У програмі закладені алгоритми для побудови структурованих і неструктурованих розрахункових сіток, а також можливості якісного вирішення розрахункової сітки поблизу твердих стінок і інших особливостей моделей, що особливо важливо для гідродинамічного аналізу.

У Workbench є можливість локальної зміни сітки. Вибравши позицію Sizing (розмір елементів) меню, що випадає Mesh Control панелі інструментів, можна змінити щільність сітки локально (рис. 3.24).

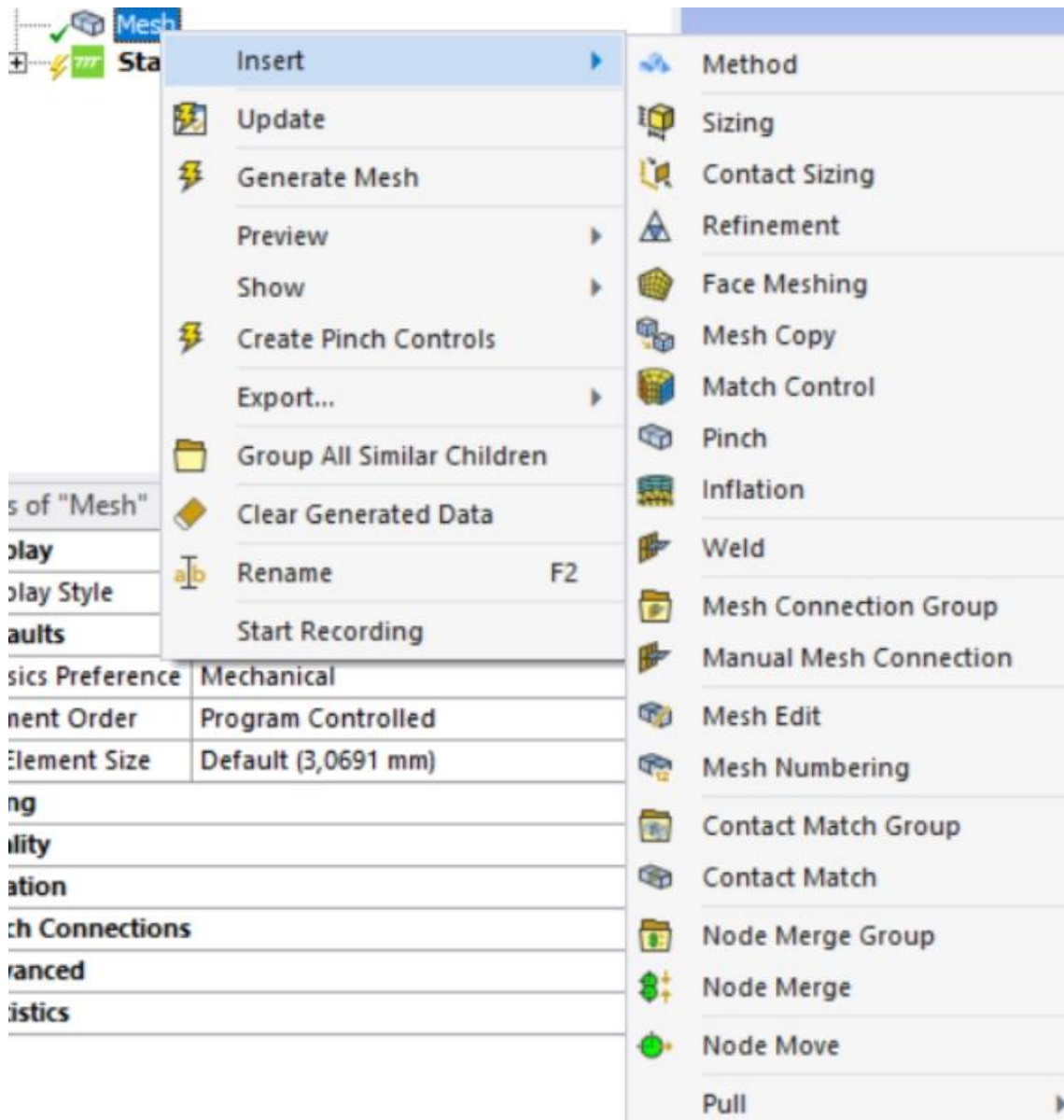


Рисунок 3.24 – Меню Mesh Control

У вікні налаштувань в рядку Type доступні наступні опції (рис. 3.25):

Element Size (розмір елементів) задає середню довжину сторін елементів для обраних геометричних об'єктів;

Number of Divisions (число розбиття) задає кількість елементів на ребрі для обраних геометричних об'єктів;

Sphere of Influence (зона змін в формі сфери) задає радіус сфери, всередині якої елементи генеруються з заданим розміром.

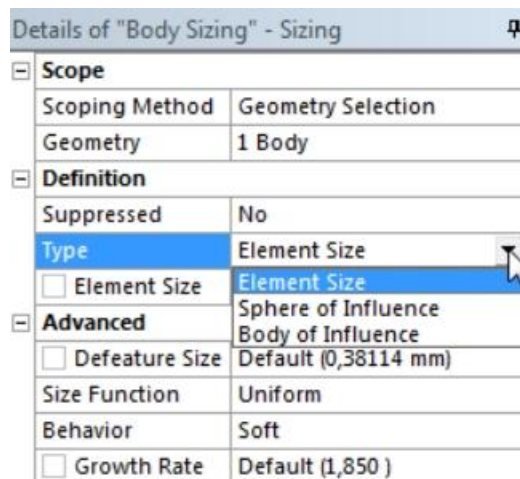
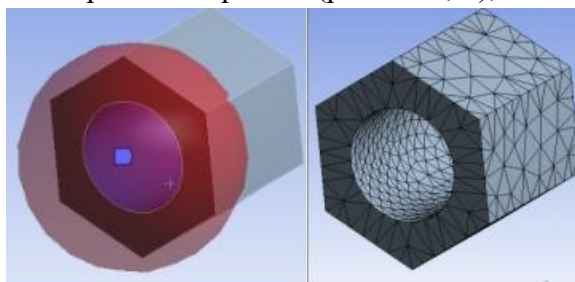


Рисунок 3.25– Вікно налаштувань Sizing

Параметри Sizing дозволяють змінити щільність сітки окремої деталі, збільшити або зменшити розмір елементів щодо параметрів, заданих глобально.

Послідовність дій для локального зміни сітки зазначенням радіусу зони змін в формі сфери відносно точки:

- 1 вибір позиції Sizing;
- 2 натиснути на кнопку виділення вершини;
- 3 на моделі курсором вказати вершину, навколо якої буде подрібнюватись сітка;
- 4 у вікні Sphere Radius ввести радіус сфери, всередині якої будуть створені елементи з заданим розміром; у вікні Element Size ввести середній розмір елемента;
- 5 зона змін показана червоним кольором, всередині сфери будуть створені елементи з заданим розміром (рис.3.26, а);
- 6 матеріалів, що потрапили всередину сфери, змінили свій розмір;
- 7 відобразити змінену сітку на екрані натисканням на кнопку Mesh в дереві проект
- 8 натиснути на кнопку виділення поверхні на лінійці інструментів;
- 9 на моделі курсором вказати поверхню, на якій буде подрібнюватись сітка;
- 10 у вікні налаштувань підтвердити вибір поверхні;
- 11 центр сфери може бути заданий за допомогою глобальної системи координат (Global Coordinate System) і за допомогою локальної системи координат (Coordinate System);
- 12 в рядку Sphere Radius ввести значення радіуса зони змін, а в рядку Element Size ввести значення розміру елемента;
- 13 оновити SE сітку, натиснувши на клавішу Update, або згенерувати нову сітку натисканням клавіші Generate Mesh;
- 14 після поновлення або генерації сітки значки близько Vertex Sizing і Mesh відзначаються галочками, це означає, що операція завершена (рис. 3.26, б);



а

б

Рисунок 3.26 – Локальна сітка: а - виділення радіусної області; б - SE сітка

Якщо локальна система координат вже створювалася, то в списку вікна налаштувань вона присутня, якщо не створювалася, то центр зони зміни може бути заданий тільки за допомогою глобальної системи координат.

Вибравши позицію Contact Sizing (щільність сітки в контактній області) меню, що випадає Mesh Control панелі інструментів, можна генерувати сітку з однаковою щільністю на контактуючих поверхнях. При однаковій сітці контактуючих поверхонь реалізується більш точне моделювання процесу взаємодії деталей. Можна змінювати параметри Element Size або Relevance для сітки в області контакту в рядку Type вікна налаштувань.

Вибравши позицію Refinement (подрібнення сітки) меню, що випадає Mesh Control панелі інструментів, можна подрібнювати сітку в області виділених точок, ребер або поверхонь. Використання цієї опції є простим способом локального подрібнення попередньої грубої сітки (рис. 3.27). Початкова сітка генерується автоматично з параметрами за замовчуванням, потім можна збільшити щільність сітки в області виділених точок, ребер або поверхонь. При виборі значення параметра Refinement, рівного 1, ребра елементів діляться навпіл і щільність сітки подвоюється. Сітка, отримана за замовчуванням, неоднорідна. Сітка, подрібнена з допомогою Refinement також неоднорідна, так як виходить розподілом боку елемента навпіл. Чим більше значення параметра Refinement, тим на більшу кількість елементів діляться вихідні ребра елементів.

Опції Sizing і Refinement мають відмінності. Параметр Sizing задає середню довжину сторони елемента до генерації сітки, що забезпечує отримання однорідної сітки на обраних геометричних об'єктах. Параметр Refinement збільшує число елементів простим поділом сторін елементів вихідної сітки. Якщо вихідна сітка неоднорідна, то подрібнена сітка також неоднорідна і не забезпечує згладжених переходів. Параметри Sizing і Refinement можуть бути задані для однієї поверхні. При цьому параметр Sizing дозволяє отримати однорідну сітку в процесі первинної генерації, а параметр Refinement потім подрібнює вихідну однорідну сітку.

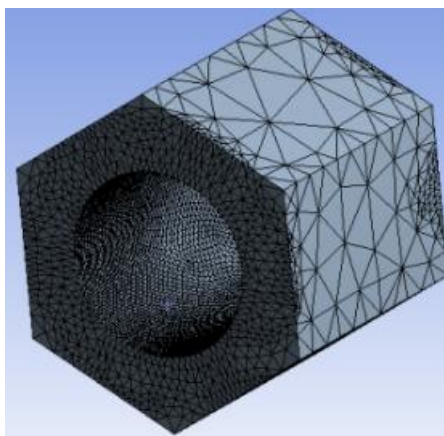


Рисунок 3.27 – Локальна подрібнення сітки за допомогою Refinement

### 3.2.2 Генерація регулярної сітки

Генерація регулярної сітки по розмітці (Mapped Face Meshing) дозволяє генерувати регулярну сітку на поверхні. Генерація сітки по розмітці можлива для оболонок. В цьому випадку сітка формується чотирикутними (quadrilateral) або трикутними (triangular) елементами, але трикутні елементи не рекомендується застосовувати для оболонок, оскільки вони не забезпечують потрібної точності. Якщо генерація сітки по розмітці



неможлива з якої-небудь причини, сітка проте створюється без даної опції, про що інформує спеціальний символ статусу в дереві проекту.

Приклад генерації сітки по розмітці (Mapped Face Meshing) для внутрішньої циліндричної поверхні:

1 вибір опції Mapped Face Meshing;

2 на моделі курсором вказати поверхню, на якій буде уточнюватися сітка, підтвердити в меню (поверхню забарвиться в синій колір) (рис. 3.28, а);

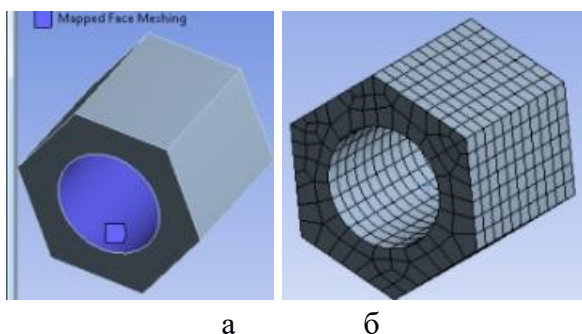


Рисунок 3.28 – Генерації сітки по розмітці (Mapped Face Meshing): а - поверхня уточнення; б - SE сітка

3 згенерувати сітку викликом контекстного меню при натисканні Refinement в дереві проекту або оновити сітку натисканням піктограми Update (рис.3.8, б).

Сітка на поєднаних поверхнях. Опція Match Control меню, що випадає панелі інструментів використовується в моделях з циклічною симетрією для генерації еквівалентних сіток на подібних поверхнях виділеної області, що повторюється Розташування вузлів на поєднаних поверхнях буде ідентичним.

Послідовність дій для генерації сітки на поєднаних поверхнях складається з наступних кроків:

1 додавання в дерево проекту позиції Match Control в розділі Mesh;

2 виділення і підтвердження вибору у вікні налаштувань поєднуються поверхонь на геометричній моделі;

3 завдання системи координат. Вісь Z глобальної системи координат є віссю симетрії.

Після створення сітки для її візуалізації за обсягом моделі можна задавати площину перетину, за допомогою якої користувач розсікає модель в цікавій для його області. Площина перерізу для перегляду внутрішньої сітки створюється за допомогою кнопки New Section Plane (нова площина перетину), розташованої на панелі інструментів. Площина перерізу (Section Plane) може показувати на екрані внутрішню сітку (рис. 3.29).

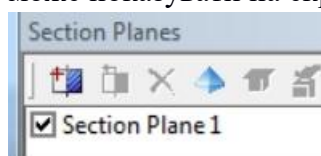


Рисунок 3.29 – Площина перерізу

Є можливість використання декількох перетинів. Можна відобразити на екрані, шляхом перетягування курсору уздовж лінії перетину (рис. 3.30) наступне: -елементи з будь-якого боку обраного перетину;



- розсічені або цілі елементи;
- елементи в перерізі.

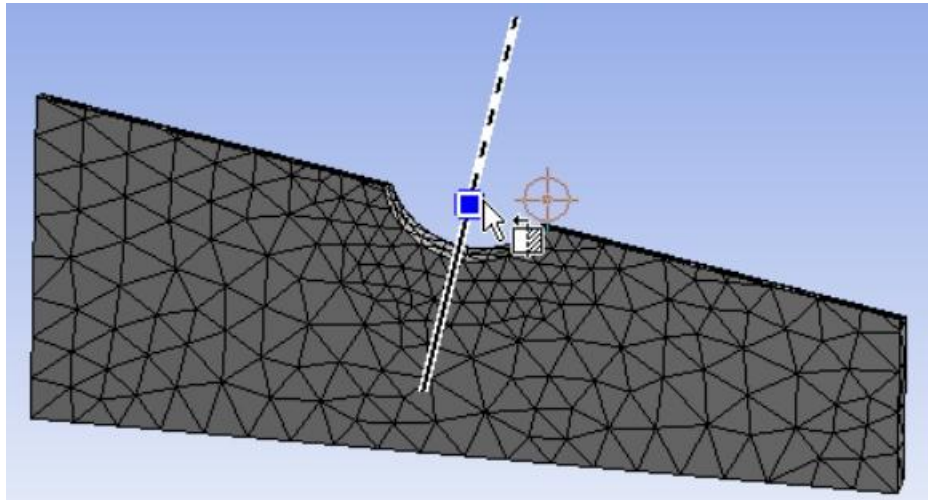


Рисунок 3.30 – Розсічення деталі площиною

### 3.3.3 Помилки при генерації сітки

Якщо генератор не може створити елементи правильної форми, з'являється повідомлення про помилку [2]. Проблемні геометричні об'єкти будуть виділені, буде створена група обраних об'єктів Problematic Geometry (проблемна геометрія), що дозволить виправити модель.

Помилка при генерації сітки може відбутися з ряду причин:

- для поверхонь задані несумісні розмірні параметри, що може привести до створення SE некоректної форми;
- складна для автоматичного генератора сітки геометрична модель CAD, в якій присутні вузькі смуги або гвинтові поверхні;
- встановлений жорсткий контроль за формою елементів (опція Aggressive).

Є кілька способів уникнути відмов при генерації сітки:

- задати обґрунтовані розмірні параметри кінцевих елементів (опція Sizing);
- задати менші значення розмірних параметрів, що дозволить створити елементи коректної форми;
- в CAD-системі слід використовувати функції перегляду прихованих ліній, щоб виявити і видалити тонкі смуги і інші проблемні для генератора сітки геометричні об'єкти;
- слід використовувати віртуальні осередки, щоб об'єднати вузькі смуги і маленькі поверхні. Якщо закрилися деякі панелі властивостей, можна відновити у Manage, додавши потрібні.

### 3.4 Вибір координатної системи

Для коригування напрямків навантажень і обмежень в дереві проекту необхідно вибрати позицію Coordinate Systems. За замовчуванням пропонується глобальна декартова координатна система, яка не може бути змінена (рис. 3.31). Глобальну систему координат можна розглядати як абсолютну систему відліку. Доступні три зумовлені глобальні системи: декартові, циліндричні і сферичні [7]. Вони позначаються номерами їх координат (CS): 0 для декартових, 1 і 5 для циліндричних і 2 для сферичних.

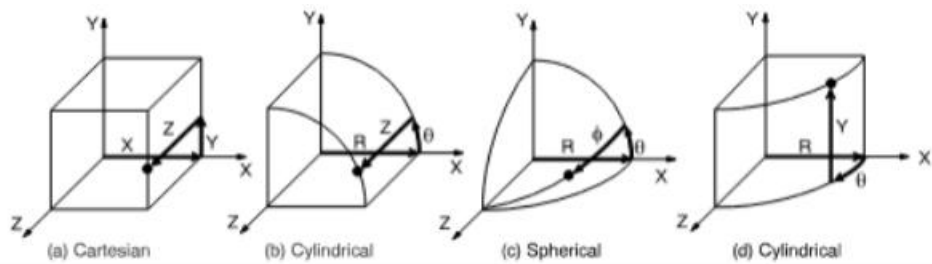


Рисунок 3.31 – Глобальні системи координат

Для того щоб створити власну координатну систему, необхідно вибрати позицію Coordinate Systems в дереві проекту і натиснути кнопку на панелі інструментів (рис.3.32). Альтернативний спосіб створення координатної системи викликати контекстне меню на позиції Coordinate Systems, в якому вибрати пункт Insert Coordinate System.

Призначені для користувача системи координат, відомі як локальні системи координат, можуть бути створені наступними способами:

Command (s): LOCAL

GUI: Utility Menu> WorkPlane> Local Coordinate Systems> Create Local CS> At Specified Loc

Визначте локальну систему з точки зору існуючих вузлів.

Command (s): CS

GUI: Utility Menu> WorkPlane> Local Coordinate Systems> Create Local CS> By 3 Nodes

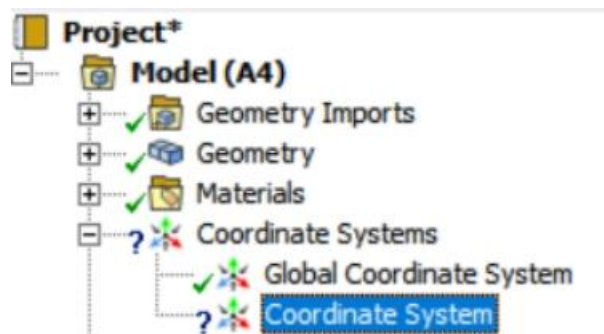


Рисунок 3.32 – Coordinate Systems

Щоб перейменувати власну координатну систему, необхідно натиснути правою кнопкою миші на позицію Coordinate Systems в дереві проекту, вибрати команду Rename і задати ім'я нової координатної системи.

Параметри створеної системи координат задаються у вікні деталізації, яке розташоване в лівому нижньому куті екрану. При цьому можливі два варіанти орієнтації нової системи (опція Define By):

–Geometry Selection щодо будь-якого геометричного об'єкта, який вказується в параметрі Geometry;

–Global Coordinates щодо глобальної системи координат (рис.3.33); в цьому випадку явно вказуються координати точки відліку (Origin) нової системи.

При орієнтації нової координатної системи по геометричному об'єкту необхідно вибрати за допомогою миші точку, лінію, поверхню або обсяг, щодо яких вона буде орієнтована, і, клікнувши на параметрі Geometry, підтвердити свій вибір, натиснувши кнопку Apply.

Напрямок координатних осей системи координат може бути змінено в розділах Principal Axis і Orientation About Principal Axis вікна деталізації (рис.3.34). Для трансформації вісей локальної системи координат ми можемо використати меню переміщень (Offset), обертання (Rotate) навколо вісей.

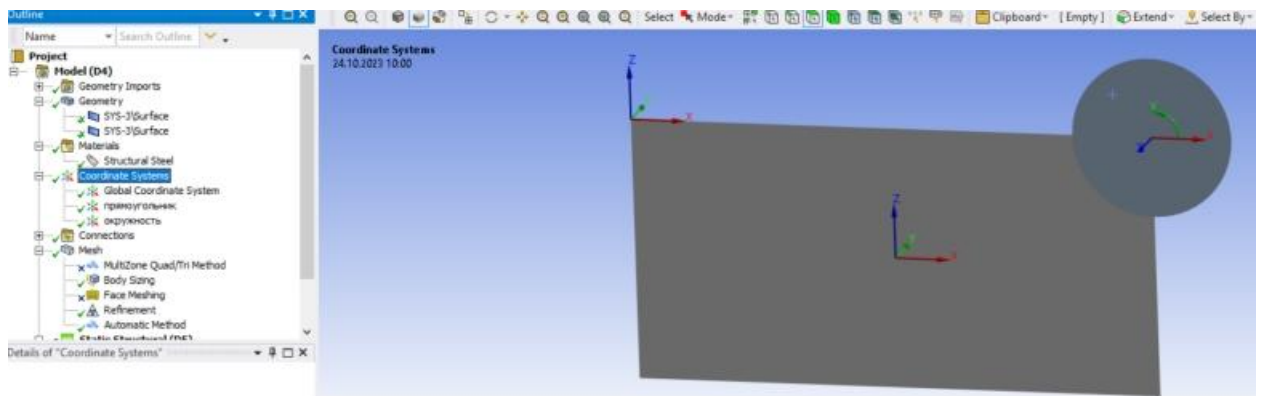


Рисунок 3.33 – Системи координат локальні

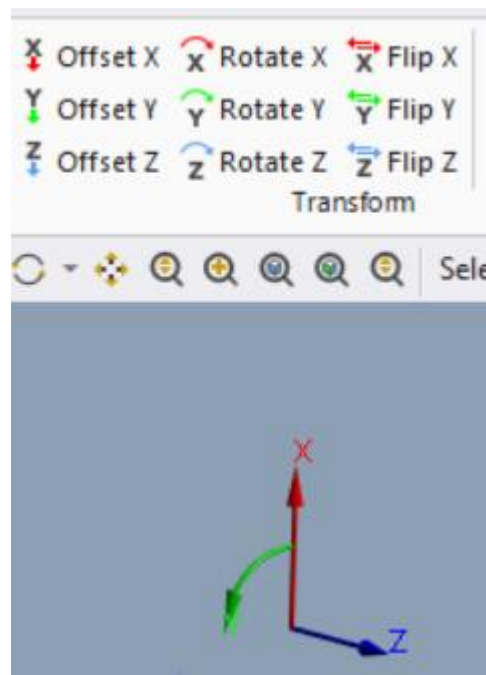


Рисунок 3.34 – Редагування системи координат

Ви можете визначити стільки систем координат, але тільки одна з цих систем може бути активною одночасно. Вибір активної системи координат визначається наступним чином: за замовчуванням стоїть глобальне декартова система. Кожен раз, коли ви створюєте локальну систему координат, декартова система автоматично стає активною. Якщо ви хочете активувати одну з глобальних систем координат (рис.3.31) або будь-яку іншу раніше певну систему координат, використовуйте один з наступних способів:

Command (s): CSYS

GUI: Utility Menu> WorkPlane> Change Active CS to> Global Cartesian

Utility Menu> WorkPlane> Change Active CS to> Global Cylindrical

Utility Menu> WorkPlane> Change Active CS to> Global Spherical

Utility Menu> WorkPlane> Change Active CS to> Specified Coord Sys

Utility Menu> WorkPlane> Change Active CS to> Типи систем координат Working Plane

Активізація вбудованої циліндричної системи координат (рис. 3.35) MCE ANSYS. Викликається з меню, що випадає, таким чином: WorkPlane→Change Active CS to→Global Cylindrical. З командного рядка та сама команда викликається так: CSYS,1-

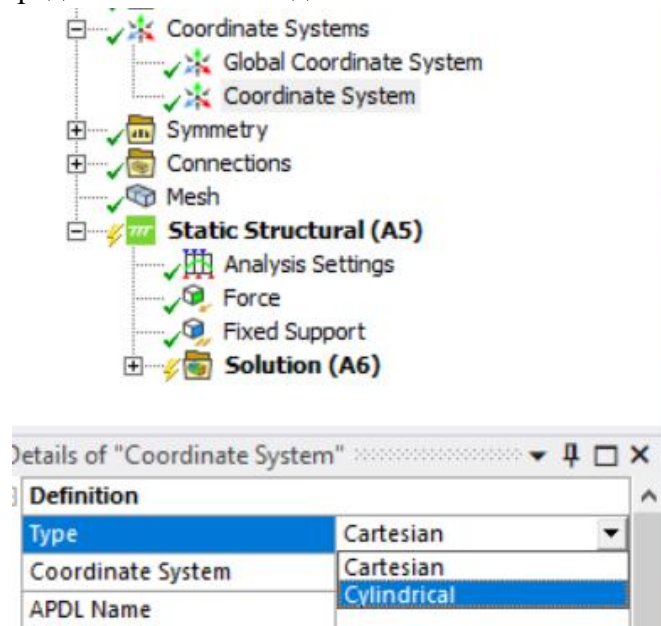


Рисунок 3.35 – Циліндрична система координат

#### 4. Особливості завдання навантажень і закріплень

##### 4.1 Граничні умови

У дереві проекту вибираємо Model(A4) → Transient (A5). Натискаємо, щоб вибрати точку, лінію, поверхню або об'єм.

Для застосування навантажень цього виду повинна бути задана щільність матеріалу моделі для обчислення маси.

Для завдання типу закріплень, що застосовуються у Workbench у модулі Mechanical Static Structural, слід розглянути модуль Supports (рис.4.1), де:

Fixed support – заборона переміщень у всіх напрямках (жорстке закріплення).

Displacement – завдання переміщень за напрямками.

Remote Displacement – віддалене переміщення (переміщення або поворот у точці простору на відстані від того об'єкта, де воно задається). Необхідно задавати Behavior (жорсткий чи пружний) залежно від постановки завдання.

Simply Supported – закріплення за поступальними ступенями свободи;

Velocity – швидкість.

Impedance Boundary – граничний опір;

Frictionless Support – закріплення обмежує нормальний напрямок на поверхню.

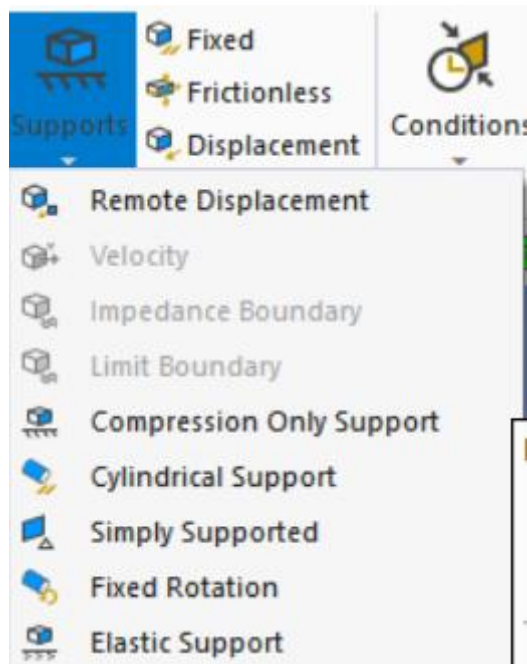


Рисунок 4.1 – Закріплення Supports

Compression Only Support – опора, яка сприймає тільки стискаюче навантаження, використовується для циліндричної поверхні для моделювання осі, штифта, болта, що вимагає ітераційного (нелінійного) рішення;

Cylindrical Support – заборона переміщень у радіальному, осьовому та окружному напрямку для циліндричних поверхонь.

Fixed Rotation – закріплення за обертальним ступенем свободи, усунення можливі, прикладається на вершину або ребро (оболонок та балок);

Simply Supported шарнірна опора прикладається на вершину або ребро, заборона переміщень (оболонок та балок);

Elastic Support – підкріплення з жорсткістю, що задається в нормальному напрямку (пружне закріплення).

Переміщення вибраних вершин, ребер, поверхонь або об'ємів задається командою Displacement. Необхідні геометричні об'єкти вказуються у параметрі Geometry. Переміщення може бути задано двома способами (опція Define By): компонентами x, y, z щодо системи глобальної або користувача системи координат (Components); нормалі до обраної поверхні (Normal To) (рис.4.2) .

У графічному вікні жорстке закладення відображається виділенням синім кольором закріпленої поверхні, ребра або крапки.

Знак "-" для переміщення означає негативний напрямок осі. Значення "0" для компоненти переміщення означає закріплення об'єкта у відповідному напрямку. Невказане значення компоненти означає вільний рух об'єкта у відповідному напрямку (значення Free у полі компоненти).

У графічному вікні об'єкт, на якому задано переміщення, виділяється червоним кольором, стрілкою того ж кольору вказується напрямок його дії, а в текстовій частині

представлені компоненти, що становлять підсумковий вектор. Одиниця виміру переміщення в системі mks метр.

Details of "Displacement"	
[-] Scope	
Scoping Method	Geometry Selection
Geometry	No Selection
[-] Definition	
Type	Displacement
Define By	Components
Coordinate System	Global Coordinate System
<input checked="" type="checkbox"/> X Component	-100, mm (ramped)
<input type="checkbox"/> Y Component	0, mm (ramped)
Z Component	Free
Suppressed	No

Рисунок 4.2 – Налаштування закріплення Displacement.

Переміщення з поворотом навколо деякого центру задається за допомогою команди Remote Displacement. У вікні Details of "Remote Displacement" (рис.) потрібно вибрати геометричний об'єкт, задати величину переміщення та кути повороту щодо осей глобальної та користувальницької системи координат. Центр повороту задається координатами (параметри X Coordinate, Y Coordinate, Z Coordinate).

Одиниця виміру переміщення в системі mks метр, а для кутів повороту градус.

Команда Frictionless Support дозволяє задавати закріплення без тертя та забороняє переміщення нормалі до поверхні. Така гранична умова може бути задана лише на поверхні. Для твердих тіл закріплення без тертя може бути граничною умовою типу «площина симетрії» (площина симетрії задається заборонаю переміщень за нормаллю). Поверхню необхідно вказати у параметрі Geometry та підтвердити вибір натисканням кнопки Apply.

Команда Simply Supported застосовується для заборони переміщень ребер та вершин плоских чи одновимірних моделей. Застосування цієї команди до ребра чи вершини забороняє будь-яке переміщення об'єкта, але дозволяє обертання навколо нього. Для вказівки геометричного об'єкта необхідно вибрати потрібне ребро або вершину та підтвердити вибір, натиснувши кнопку Apply у полі параметра Geometry. У графічному вікні закріплені ребра або вершини вирізняються синім кольором.

Команда Fixed Rotation аналогічна до попередньої і застосовується для заборони поворотів поверхонь, ребер і вершин плоских або одновимірних моделей. За допомогою команди Fixed Rotation на виділених геометричних об'єктах забороняється поворот навколо осей, але дозволяється переміщення вздовж осей.

#### 4.2 Навантаження

Інерційні навантаження, вкладка Inertial, (рис.4.3) які можуть бути задані у конструкційному аналізі Workbench, поділяються на три типи:

- Acceleration (прискорення);
- Standard Earth Gravity (звичайна гравітація);



- Rotational Velocity (швидкість обертання).

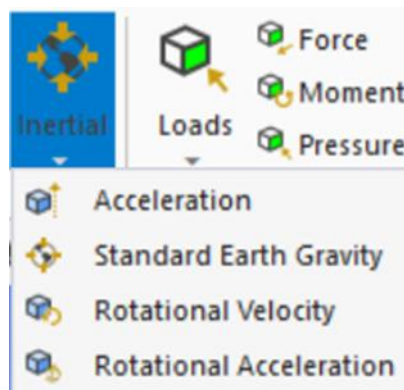


Рисунок 4.3 – Інерційні навантаження

Прискорення (Acceleration) прикладається до всієї моделі і може бути поставлено наступними способами (опція Define By):

вектор (Vector). У цьому випадку потрібно задати модуль вектора (параметр Magnitude) та його напрямок (параметр Direction). На правління дії вектора визначається стрілками в нижньому лівому куті графічного вікна (див. рис. );

за допомогою компонентів (Components) по осях координат  $x$ ,  $y$  та  $z$ . При використанні цього вводяться чисельні значення складових прискорення по осях координат.

Одиниця виміру прискорення в системі mks  $m/c^2$ . Компоненти вектора прискорення можуть бути задані щодо глобальної (Global Coordinate System) або системи координат (параметр Coordinate System).

Після завдання прискорення його величина та напрямок (об'ємна стрілка жовтого кольору) відображаються у графічному вікні.

Можливість завдання гравітаційного прискорення (Standard Earth Gravity) у Workbench має велике практичне значення зокрема під час вирішення завдань, у яких необхідно врахувати вагу моделі. У системі SI величина гравітаційного прискорення дорівнює  $9,80665 m/c^2$ .

Напрямок гравітації задається вздовж однієї з осей глобальної або користувальницької системи координат. На першому етапі вибирається координатна система, на другому параметрі Direction задається напрямок гравітації щодо однієї з координатних осей.

При використанні команди Rotational Velocity задається обертання всієї моделі щодо осі із заданою кутовою швидкістю. Кутова швидкість прикладається до твердих тіл, оболонок та одномірних тіл. Ця команда може застосовуватися до всього тіла або до окремих його частин, однак до одного тіла може бути додана лише один раз.

Кутова швидкість може бути визначена як вектор (Define By Vector), при цьому слід зазначити вісь обертання (параметр Axis). Задати вісь обертання можна двома способами:

- виділити кліком миші лінію, навколо якої відбудуватиметься обертання;
- виділити поверхню, нормаль до якої буде віссю обертання.

Параметр Magnitude задає величину кутової швидкості (рад/с). Також кутова швидкість може бути визначена компонентами вектора (Define By Components) у глобальній або локальній системі координат.

Навантаження (рис.4.4) додаються за допомогою контекстного меню розділу Loads (навантаження), У вікні властивостей доданого об'єкта необхідно вказати геометрію (рядок Geometry), до якої ця умова буде застосована, ввести спосіб їхнього завдання та числові значення.

- Force, Remote Force – сила;
- Moment – момент;
- Pressure – тиск;
- Line Pressure – тиск лінійний рівномірно розподілене по лінійній ділянці навантаження;
- Hydrostatic Pressure – гідростатичний тиск, тиск рідини на стінку резервуару;
- Bolt Pretension – натяг болта;
- Thermal Condition – теплові навантаження, для розрахунку температурних напружень та деформацій;

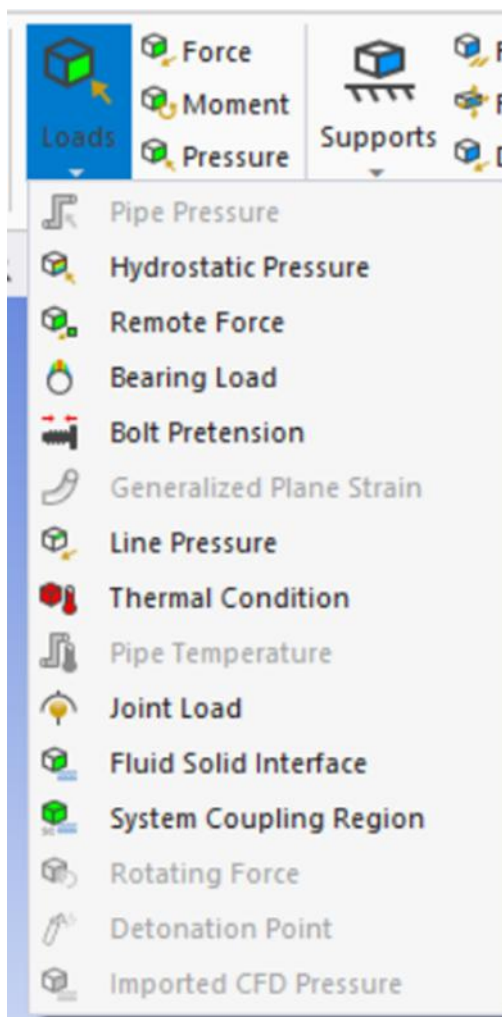
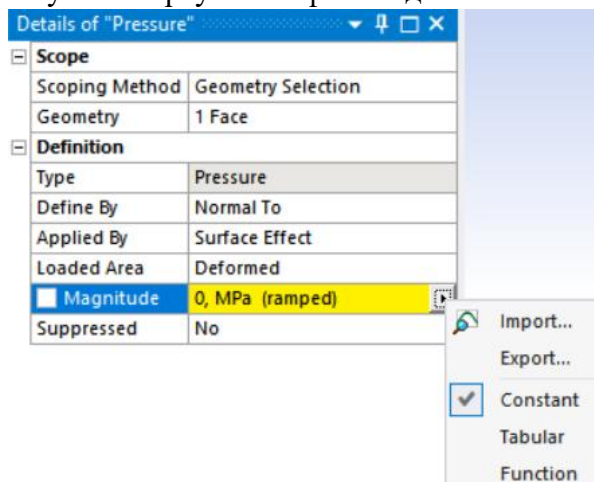


Рисунок 4.4 – Навантаження

Для більшості типів навантажень значення може задаватися трьома способами:

- У вигляді фіксованого значення (Constant);
- у табличній формі (Tabular);
- У вигляді функціональної залежності (Function).

За замовчуванням задається фіксоване значення величини. Вибір способу завдання навантаження здійснюється клацанням миші на стрілці у правій частині вікна введення чисельного значення та наступним вибором одного з варіантів. Крім того, в цьому ж меню, що випадає, присутні команди Import... і Export..., що дозволяють відповідно імпортувати з файлу і експортувати в файл задаються значення (рисуюнок 4.5).



Рисуюнок 4.5. – Вибір способу завдання навантаження

При виборі способу завдання навантаження у вигляді таблиці параметри Magnitude з'являється напис Tabular Data (рисуюнок 4.6), який складається:

- із порядкового номера рядка;
- номери кроку;
- часу на кроці;
- чисельного значення величини.

Tabular Data			
	Steps	Time [s]	<input checked="" type="checkbox"/> Pressure [MPa]
1	1	0,	0,
2	1	1,	5,
3	N/A	2,	10,
4	N/A	3,	15,
*			

Рисуюнок 4.6 – Табличне завдання навантаження

У міру заповнення чисельними значеннями рядків таблиці у вікні Graph формується графік (рис.4.7) зміни величини навантаження кроками



Рисуюнок 4.7– Графік зміни величини навантаження

Покрокова програма навантаження дозволяє поступово збільшувати її величину і позитивно позначається на збіжності рішення.

Можна виділити окрему групу умов (Remote Boundary Conditions), в яких використовується допоміжна точка (Remote Point), розташована на певній відстані досліджуваної кінцево-елементної моделі. Допоміжна точка, яку також називають пілотним вузлом, використовується в умовах Remote Displacement, Remote Force, Moment, а також об'єктах Point Mass, Joints, Constraint Equation та інших.

- Generalized Plane Strain – узагальнена площинна деформація;
- Pipe Temperature – температура у трубі;
- Joint load – зусилля у шарнірі;
- Fluid Solid Interface – взаємодія рідких – твердих тіл.

Команда Pressure дозволяє задавати тиск на поверхні тіла. Параметри тиску, що прикладається, задаються у вікні деталізації. Тут проводиться вибір поверхні, на яку діє тиск (параметр Geometry), задається величина тиску (параметр Magnitude) та напрямок для прикладеного тиску (опція Define By). Напрямок дії тиску можна встановити вектором (Define By Vector), компонентами (Define By Components) або за нормаллю до заданої поверхні (Define By Normal) (рис.4.8)

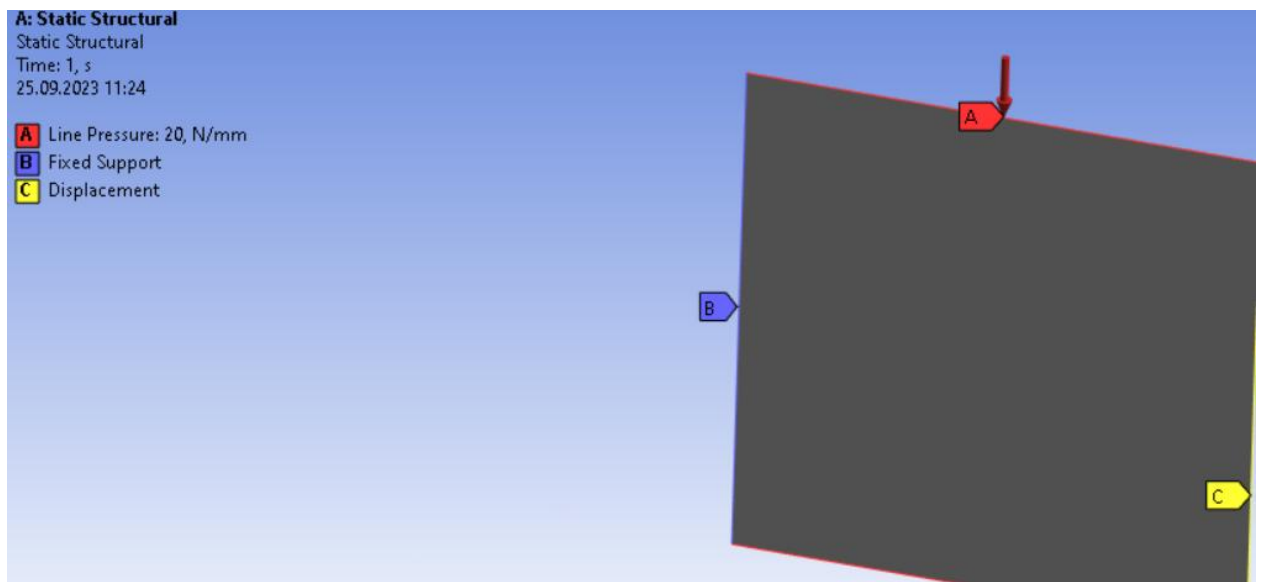


Рисунок 4.8 – Закріплення та навантаження

Знак "-" для переміщення означає негативний напрямок осі. Значення "0" для компоненти переміщення означає закріплення об'єкта у відповідному напрямку. Невказане значення компоненти означає вільний рух об'єкта у відповідному напрямку (значення Free в довільному).

Позитивне значення параметра Magnitude сприймається як тиск поверхню, негативне від поверхні. Одиниця виміру тиску в системі mks паскаль. Прикладений тиск відображається у графічному вікні із зазначенням його величини та розмірності, а поверхня застосування тиску підсвічується червоним кольором. Стрілець біля поверхні зображується напрямок дії тиску.

Величину тиску можна встановити як фіксованою величиною Constant, так і покроково в табличній формі Tabular, і у вигляді функціональної залежності Function. Для вибору форми завдання тиску необхідно в меню Magnitude (кнопка зі стрілкою праворуч) вибрати відповідну позицію.

Гідростатичний тиск визначається за допомогою команди Hydrostatic Pressure і прикладається до поверхонь моделі на вибір користувача (рис.4.9 [9]). Параметри та опції команди задаються у вікні деталізації. Обов'язковим параметром визначення гідростатичного тиску є щільність рідини (параметр Fluid Density).

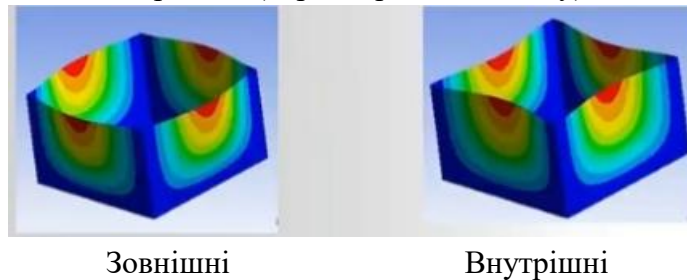


Рисунок 4.9 – Навантаження

Може бути обраний спосіб завдання тиску у вигляді вектора (Vector) або компонентів (Components). Величина (Magnitude) та напрямок (Direction) гідростатичного тиску задається у розділі Hydrostatic Acceleration. Як правило, використовується величина 9,8 м/с, що задає гідростатичний тиск рідини у полі сили тяжіння. Крім перерахованих обов'язкових параметрів, також можливий вибір системи координат (параметр Coordinate System) для прикладеного навантаження (глобальне або користувальницьке).

Команда Force дозволяє задавати чинність. Необхідні параметри сили встановлюються у вікні деталізації. Сила може бути додана до точки, ребра або поверхні. Об'єкт програми сили встановлюється у параметрі Geometry. Сила може бути визначена вектором (Define By Vector) або своїми компонентами в глобальній або системі координат (Define By Components).

Обов'язковим параметром визначення є величина сили (параметр Magnitude). Додана сила розподіляється попри всі виділені об'єкти. Якщо сила прикладена до двох однакових поверхонь, то на кожну діятиме половина заданої величини. При збільшенні площі поверхні прикладена сила залишається постійною, але тиск на одиницю площі зменшується. Сила може бути прикладена лише до однієї вершини. При виборі кількох вершин величина сили буде задана. Одиниця виміру сили в системі mks ньютон.

Навантаження, додане до грані або до ребра, еквівалентна певній силі та моменту сили, задається командою Remote Force (рис.4.10).

Таке навантаження формально можна подати у вигляді сили, віддаленої від прикладеного об'єкта на деяку відстань. У вікні деталізації необхідно вказати точку застосування сили (параметри X Coordinate, Y Coordinate, Z Coordinate) у глобальній або користувальницькій системі координат.

Сила задається напрямком вектора та його величиною (Define By  $\rightarrow$  Vector) або компонентами в заданій системі координат (Define B  $\rightarrow$  Components). Розмір віддаленої сили може бути заданий як константа, а також у вигляді таблиці або функції). Одиниця виміру віддаленого навантаження у системі mks – ньютон. Для циліндричної поверхні можна задавати нерівномірно розподілене навантаження за допомогою команди Bearing Load. Радіальна компонента розподілена по зазначеній поверхні нерівномірно та максимальна з боку стиснення (рис.4.8). Осьова компонента розподілена рівномірно по циліндру.

Для циліндричної поверхні можна задавати нерівномірно розподілене навантаження за допомогою команди Bearing Load (рис.4.11). Радіальна компонента

розподілена по зазначеній поверхні нерівномірно та максимальна з боку стиснення. Осьова компонента розподілена рівномірно по циліндру.

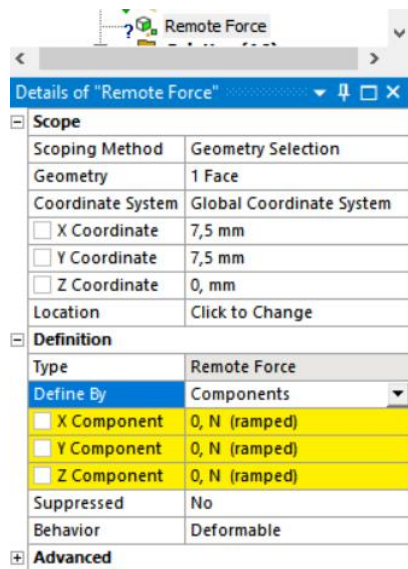


Рисунок 4.10 – Параметри команди Remote Force

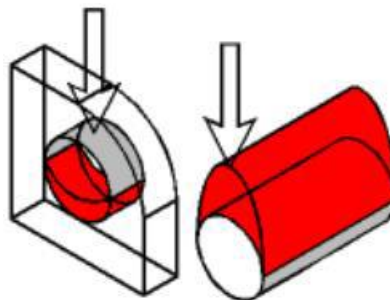


Рисунок 4.11 – Приклад розподілу сили на циліндричній поверхні

Для циліндричної поверхні може бути задане лише одне таке навантаження. Якщо циліндрична поверхня є складовою, слід вибрати усі складові. Нерівномірне навантаження може бути задане вектором або компонентами вектора будь-якої системи координат. Одиниця виміру не рівномірного навантаження в системі mks ньютон.

Команда Bolt Pretension дозволяє моделювати навантаження при затягуванні болта (попереднє натягування) та прикладається до циліндричної поверхні або тіла. Таке навантаження можна використовувати лише у тривимірних моделях. Не можна прикладати це навантаження до отвору. Для тіл слід вибрати локальну систему координат із віссю z, спрямованої вздовж попереднього натягу. Це навантаження можна застосувати до одного тіла тільки один раз. Навантаження Bolt Pretension може задаватися як додаткова опція у послідовних навантаженнях.

Попереднє натяг задається у Workbench двома способами: як зусилля натягу (сила) або як настановний розмір (довжина) у початкових умовах. Вибір способу завдання здійснюється у вікні деталізації (опція Define By): Load задається величина сили попереднього натягу (параметр Preload) Adjustment задається настановний розмір та його величина (параметр Preadjustment)

В результаті виконання цих команд задається попереднє натягування, яке відображається у графічному вікні у вигляді двох стрілок, спрямованих одна до одної.



Командою **Moment** задається момент сили, який може бути доданий до точки, ребра або поверхні. Параметри моменту сили встановлюються у вікні параметрів **Details of "Moment"**. Параметр **Geometry** задає об'єкт додатку моменту сили. Задавати момент можна вектором (**Define By**→**Vector**) або окремими компонентами вектора по осях заданої системи координат (**Define By** →**Components**). Напрямок обертальної дії моменту сили визначається щодо свого вектора за правилом правої руки. Величина моменту визначається параметром (**Magnitude**) і може бути константою або функцією, що визначається аналітичним виразом або таблично. Одиниця виміру моменту сили в системі **mks** ньютонметр.

Об'єктів докладання моменту сили може бути кілька, причому він рівномірно розподіляється між ними. Якщо момент сили прикладено до двох однакових поверхонь, то на кожен діятиме половина заданої величини

Після завдання всіх необхідних параметрів моменту сили у графічному вікні напрямок обертальної дії моменту позначається червоною об'ємною стрілкою, а об'єкт моменту виділяється червоним кольором.

Команда **Thermal Condition** дозволяє задавати температуру на межах моделі. Якщо використовується двовимірний модель, то при вказівці у параметрі **Geometry** однієї сторони моделі температура буде задана і для іншої. Для об'ємних тіл температура визначається по всій поверхні тіла. Величина температури визначається параметром **Magnitude** і за замовчуванням дорівнює 22 °C.

Команда **Line Pressure** дозволяє задавати тиск на ребрах моделі. Спочатку в параметрі **Geometry** необхідно визначити ребро, на якому буде встановлено тиск. Потім визначається спосіб завдання навантаження (опція **Define By**): компонентами (**Components**), вектором (**Vector**) або щодо вибраного ребра (**Tangential**). У разі задається лише чисельне значення тиску.

Команда **Cylindrical Constraint** реалізує циліндричне закріплення та може бути застосована до циліндричної поверхні для випадку малих деформацій у лінійному аналізі. Закріплення циліндричної поверхні можливе в осьовому (**Axial**), радіальному (**Radial**) або дотичному (**Tangential**) напрямках. Відповідні опції у вікні налаштувань можуть приймати два значення: **Free** вільне переміщення поверхні та **Fixed** виключення переміщення у заданому напрямку (фіксація). Поверхня вважається закріпленою, якщо хоча б один із напрямків (**Radial**, **Axial** або **Tangential**) буде зафіксовано

Для вказівки геометричного об'єкта необхідно вибрати потрібне ребро або вершину та підтвердити вибір, натиснувши кнопку **Apply** у полі параметра **Geometry**.

При цьому необхідно вибрати відповідну опцію параметрів **Rotation X**, **Rotation Y**, **Rotation Z**: **Fixed** кріплення, **Free** вільне переміщення у зазначеному напрямку. За промовчанням кожному параметру надається значення **Fixed**. Напрямок осей координат залежатиме від того, яка система координат була обрана глобальною (**Global Coordinate System**) або задана користувачем.

## 5 Рішення статичних задач

### 5.1 Елементи розділу Structural

З багатьох додатків, що входять до складу програмного комплексу ANSYS, можуть бути виділені додатки, які значною мірою спрямовані вирішення завдань МДТТ. Ці програми об'єднані в окрему групу, яка має назву **Structural Mechanics**[5], [1].

Доступ до вирішувачів групи Structural Mechanics здійснюється за допомогою оболонки Mechanical APDL, додатків платформи Workbench, а також ряду інших програм, що входять до складу програмного комплексу. В даний час платформа Workbench є основною та рекомендується до використання при вирішенні більшості завдань МДТТ.

Оболонка Mechanical APDL з'явилася у складі програмного комплексу на раніх стадіях його розвитку та використовується в даний час. Відмінною особливістю оболонки є орієнтованість використання макромови APDL, який призначений управління процесом розв'язання завдання.

При цьому оболонка використовується як інструмент підготовки макропрограми, яка виконується як решателем Mechanical APDL, і однойменної оболонкою. За допомогою команд виробляються створення геометричної моделі, побудова розрахункової сітки, вибір математичної моделі та розрахункових методів, завдання граничних умов та аналіз результатів розрахунку. Кожній дії користувача у графічному інтерфейсі оболонки Mechanical APDL відповідає певна команда макромови APDL. Оболонка Mechanical APDL – допоміжне середовище моделювання, вона має ширші можливості при використанні решателя Mechanical APDL і застосовується у тих випадках, коли завдання не може бути вирішене засобами Workbench Mechanical.

Розглянемо особливості роботи з оболонкою Workbench Mechanical на прикладі модулів Static Structural (рис.5.1). Модуль Static Structural дозволяє виконувати аналіз напружено деформованого стану конструкцій на основі розв'язання рівнянь рівноваги (статики) етапи моделювання:

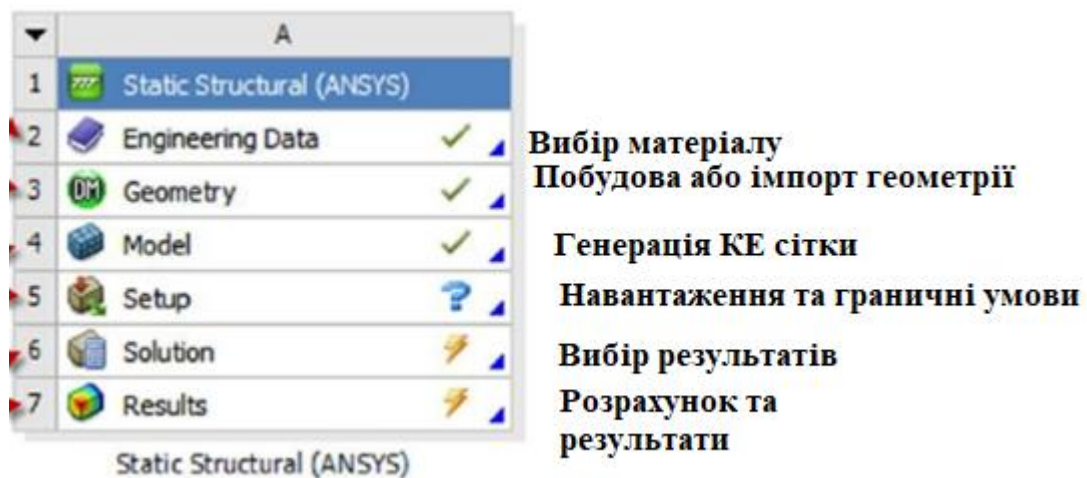


Рисунок 5.1 – Модуль Static Structural

1) Engineering Data – матеріали та математичні моделі; подвійне клацання лівої кнопки миші на цьому розділі викликає інтерфейс Engineering Data, що дозволяє описати фізичні та механічні властивості матеріалів конструкції, що розраховується, а також вхідні параметри математичної моделі;

2) Geometry – геометрична модель; подвійне клацання лівої кнопки миші на цьому розділі викликає редактор геометрії, вибраний у налаштуваннях Workbench (за замовчуванням – Design Modeler);

3) Model – звичайно-елементна модель (побудова сітки), призначення матеріалів елементам конструкції, створення систем координат та опис контактних взаємодій між окремими тілами/групами тіл; подвійне клацання лівої кнопки миші на цьому та наступних розділах шаблону Static Structural викликає додаток Workbench Mechanical;

4) Setup – завдання граничних умов, і навіть вибір методу рішення та опис процедури рішення;

5) Solution – розділ рішення; показує стан розрахунку (завдання вимагає розв'язання); якщо завдання вирішено, то результати цього розрахунку можуть бути оброблені та представлені у графічному вигляді або використані в інших розрахунках як вихідні дані;

6) Results - розділ обробки результатів; показує стан результатів (отримані значення лише основних невідомих (переміщення)/обчислені значення залежних змінних).

Деякі осередки модуля-шаблону Static Structural можуть бути додані в проект з панелі Component Systems як окремі компоненти. Найчастіше для побудови проекту використовуються компоненти Geometry, Engineering Data, Mechanical Model. Відповідні модулі нерідко використовуються у зв'язці з розрахунковими модулями (наприклад, з модулем Static Structural).

Кореневий розділ дерева проекту називається Project і містить інформацію про проект (автор, дати збереження, версія програми).

Розділ Model за замовчуванням містить інформацію (рис.5.2) про геометричну модель (підрозділ Geometry), сітці (підрозділ Mesh), координатних системах (підрозділ Coordinate Systems) та може бути доповнений іншими підрозділами та об'єктами. Властивістю розділу є параметри візуалізації геометричної моделі.

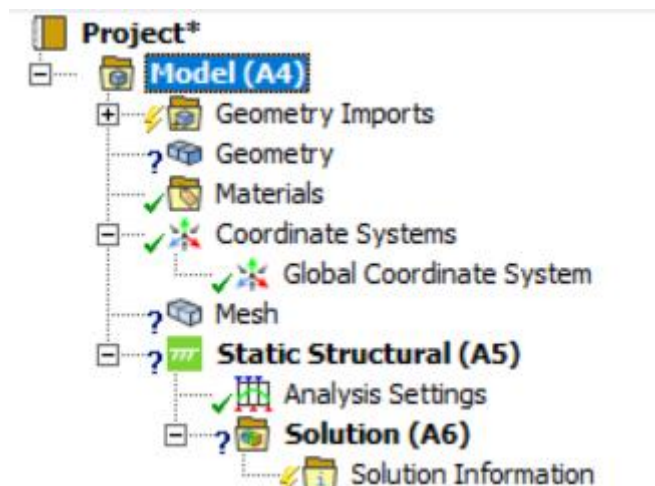


Рисунок 5.2– Дерево проекту

У підрозділі Geometry (рис.5.3) дерева проекту відображається список елементів та їх груп, кожна з яких має свій набір властивостей та їх значень. Для кожного тіла/групи необхідно задати такі властивості:

- матеріал (Assignment): вибирається зі списку матеріалів, підключених до проекту через інтерфейс Engineering Data;
- координатна система (Coordinate System);
- Початкова температура (Reference Temperature);
- облік нелінійностей (Nonlinear Effects): так/ні;
- облік температурних деформацій (Thermal Strain Effects): так/ні;
- жорсткість (Stiffness Behavior): недеформований (Rigid)/податливий (Flexible);
- габарити (Bounding Box), маса (Mass), об'єм (Volume), моменти інерції (Moment of Inertia) та ін. Ці властивості доступні тільки для читання та обчислюються автоматично на основі інформації про геометрію та властивості матеріалів;

Details of "Geometry"	
Source	C:\wiki\Предметы мои\CAD\лаборат...
Type	Iges
Length Unit	Millimeters
Element Control	Program Controlled
Display Style	Body Color
<b>Bounding Box</b>	
Length X	22, mm
Length Y	27,109 mm
Length Z	1000, mm
<b>Properties</b>	
<input type="checkbox"/> Volume	5,964e+005 mm <sup>3</sup>
<input type="checkbox"/> Mass	4,6818 kg
Scale Factor Va...	1,
<b>Statistics</b>	

Рисунок 5.3– Підрозділ Geometry

Створення розрахункової моделі в Workbench Mechanical

- колір (Color), підсвічування (Glow), відбивна здатність (Shininess), прозорість (Transparency), відблиск матеріалу (Specularity), видимість (Visible).

Деякі тіла можуть бути виключені із розрахунку за допомогою властивості Suppress (значення опції: так/ні).

До розділу геометрії через контекстне меню можуть бути додані додаткові об'єкти, такі як точкова маса (Point Mass), розподілена маса (Distributed Mass), товщина оболонки (Thickness), переріз багат шарової оболонки (Layered Section), орієнтація елементів (Element Orientation), командна вставка (Commands).

Розділ координатних систем (Coordinate Systems) містить інформацію про координатні системи, що використовуються в проекті. За умовчанням є глобальна система координат, редагувати яку не можна.

Інструменти для керування побудовою сітки доступні у розділі Mesh.

Навантаження та закріплення додаються за допомогою контекстного меню розділу (рис.5.4) (Insert) або кнопок панелей інструментів: Loads (навантаження), Support (закріплення), Inertial (інерційні навантаження), Conditions (зв'язування, рівняння обмежень) та ін. У вікні властивостей доданого об'єкта необхідно вказати геометрію (рядок Geometry), до якої це умова буде застосована, ввести спосіб їх завдання та числові значення.

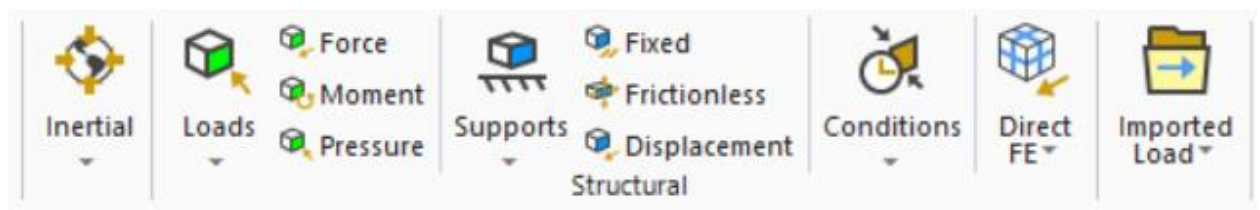


Рисунок 5.4 – Меню Structural

## Налаштування вирішувача (Static Structural)

Параметри та опції вирішувача встановлюються у розділі дерева проекту. Усі вони поділені на групи, кількість та склад яких залежить від типу поточного інженерного аналізу. Для аналізу міцності (Static Structural) налаштування вирішувача представлені в наступному переліку Analysis Setting (рис.5.5):

Порядок виконання розрахунку:

1. Вибір типу аналізу і його опцій.
2. Завдання властивостей матеріалу.
3. Побудова сітки.
4. Застосування навантажень і отримання рішення
5. Показ деформованої форми моделі.
6. Збереження результатів розрахунку.
7. Створення звіту

## Алгоритм розв'язання статичного завдання

На першому етапі користувач повинен встановити необхідні дані для побудови глобальної матриці жорсткості і вектора навантажень. Глобальна матриця конструкції будується шляхом поєднання матриць жорсткості кінцевих елементів. Для обчислення матриці твердості елемента, тобто інтегрування потенційної енергії деформації на елементі, необхідно задати його геометрію та властивості матеріалу. Геометрія елемента визначається координатами вузлів, що належать елементу. Насправді часто використовуються схематичні типи елементів, котрим необхідні додаткові геометричні параметри. Наприклад, для одномірних елементів, що є геометричними лінією, необхідний додатковий геометричний параметр – площа поперечного перерізу стрижня. Дані, що описують елемент, можуть бути визначені у такій формі:

1. Координати вузлів усіх елементів;
2. Номери вузлів, у яких елемент пов'язані з іншими елементами;
3. Додаткові геометричні параметри елемента.

Властивості матеріалу. Як правило, глобальна матриця жорсткості конструкції є виродженою (напів-позитивно визначеною). Єдиність рішення забезпечується накладенням зв'язків (закріплення), які мають забезпечити, по-перше, позитивну визначеність глобальної матриці жорсткості та, по-друге, граничні умови, адекватні реальним зв'язкам. Для побудови вектора вузлових навантажень можуть бути використані зосереджені навантаження, задані у вузлах, та навантаження, розподілені по поверхні та об'єму елементів. Таким чином, розрахункова модель містить дані про вузли та елементи, кінематичні зв'язки (закріплення) та навантаження. На другому етапі обчислювальна програма, використовуючи дані про розрахункову модель, виконує такі дії: - обчислює матриці жорсткості елементів та навантаження на елементах; – формує глобальну матрицю жорсткості  $[K]$  та вектор зовнішніх навантажень  $\{R\}$ ; – накладає задані зв'язки та проводить трикутне розкладання глобальної матриці жорсткості у вигляді  $[K] = [L] [D] [L]^T$ , де  $[L]$  – нижня трикутна матриця,  $[D]$  – діагональна матриця. Формування глобальної матриці та обчислення трикутного розкладання можна поєднати. Зараз фронтальний метод використовують у багатьох програмах, реалізують МСЕ, й у ньому часто знаходять приховані ресурси істотного підвищення ефективності. – вирішує систему рівнянь  $[L][D][L]^T \{u\} = \{R\}$ , обчислює вектор невідомих переміщень  $\{u\}$ ; - Обчислює результати (деформації, напруження, зусилля) на елементах.



Details of "Analysis Settings"	
[-] <b>Step Controls</b>	
Number Of Steps	1,
Current Step Number	1,
Step End Time	1, s
Auto Time Stepping	Program Controlled
[-] <b>Solver Controls</b>	
Solver Type	Program Controlled
Weak Springs	Off
Solver Pivot Checking	Program Controlled
Large Deflection	Off
Inertia Relief	Off
Quasi-Static Solution	Off
+ <b>Rotordynamics Controls</b>	
[-] <b>Restart Controls</b>	
Generate Restart Poi...	Program Controlled
Retain Files After Fu...	No
Combine Restart Files	Program Controlled
[-] <b>Nonlinear Controls</b>	
Newton-Raphson O...	Program Controlled
Force Convergence	Program Controlled
Moment Convergence	Program Controlled
Displacement Conve...	Program Controlled
Rotation Convergen...	Program Controlled
Line Search	Program Controlled
Stabilization	Program Controlled
[-] <b>Advanced</b>	
Inverse Option	No
Contact Split (DMP)	Off
[-] <b>Output Controls</b>	
Stress	Yes
Back Stress	No
Strain	Yes
Contact Data	Yes
Nonlinear Data	No

Рисунок 5.5 – Меню налаштування аналізу розрахунку

У властивостях розділу Solution виконуються такі налаштування:

- керування процесом адаптивного згущення сітки під час вирішення нелінійного завдання:

- кількість стадій подрібнення сітки (Max Refinement Loops),

- Глибина подрібнення (Refinement Depth);

- джерело сітки для обробки результатів (Mesh Source): модель/файл результатів;

- розрахунок результатів у перерізі балок (Calculate Beam Section Result).



Підрозділ Solution Information відповідає за виведення різних результатів, пов'язаних із процедурою вирішення завдання (наприклад, графік процесу збіжності та текстова інформація, що виводиться у процесі розв'язання). У налаштуваннях розділу (рядок Solution Output) можна вибрати тип даних:

- інформація, що виводиться вирішувачем (Solver Output);
- графік процесу збіжності:
  - збіжність під силу (Force Convergence),
  - збіжність по переміщенням (Displacement Convergence),
  - збіжність за моментами (Moment Convergence),
  - Збіжність по обертанням (Rotation Convergence);
- максимальне збільшення значення основної невідомої (Max DOF Increment);
- параметр алгоритму лінійного пошуку (Line Search);
- зміна часу у процесі розрахунку (Time);
- Зміна збільшення часу в процесі розрахунку (Time Increment).

Інформація, що виводиться, оновлюється з частотою, заданою в рядку Update Interval.

Графік процесу збіжності під час вирішення деяких нелінійних завдань може містити дуже багато точок. Задати кількість точок, що відображаються на графіку, можна в рядку Display Points.

На другому етапі можлива ситуація, коли обчислювальна програма не може отримати будь-яке рішення через помилки у вихідних даних. У цьому випадку доводиться аналізувати діагностичні повідомлення програми, вносити виправлення до розрахункової моделі та повторювати другий етап. На етапі проводиться аналіз отриманих результатів.

Меню налаштування аналізу розрахунку має (рис.5.5)

1. Step Controls (управління кроками чисельного рішення):

Number Of Steps кількість кроків рішення;

Current Step Number номер поточного кроку;

Step End Time - час кінця поточного кроку;

Auto Time Stepping - регулювання покрокового часу.

2. Solver Controls (управління вирішувачем):

Solver Type визначення типу вирішувача (direct solver - прямий вирішувач та ітераційний);

Weak Springs – додавання пружин малої жорсткості, Mechanical намагається протидіяти руху моделі, як твердого тіла, що виникає за недостатніх граничних умов;

Large Deflection облік великих деформацій;

Inertia Relief управління силами інерції.

Nonlinear Controls (управління нелінійним рішенням):

Force Convergence критерій збіжності по силі;

Moment Convergence критерій збіжності за моментами;

Displacement Convergence критерій збіжності за переміщенням;

Rotation Convergence – критерій збіжності по кутових переміщеннях (поворотах);

Line Search - управління збіжністю ітераційного методу Ньютона-Рафсона, параметр алгоритму лінійного пошуку.

- максимальне збільшення значення основної невідомої (Max DOF Increment);
- зміна часу у процесі розрахунку (Time);

- Зміна збільшення часу в процесі розрахунку (Time Increment).

Output Controls (управління результатами рішення):

Calculate Stress розрахунок напруження;

Calculate Strain розрахунок деформацій;

Calculate Contact розрахунок контакту;

Calculate Results At розрахунок результатів.

5. Analysis Data Management (управління даними аналізу):

Solver Files Directory робоча директорія;

Future Analysis майбутній аналіз;

Scratch Solver Files Directory файл рішення директорії;

Save ANSYS db - збереження результатів у форматі бази даних ANSYS;

Delete Unneeded Files видалення тимчасових файлів;

Nonlinear Solution – нелінійне рішення;

Solver Units – вибір системи одиниць вимірювання вирішувача;

Solver Unit System відображає систему одиниць, що використовується в процесі рішення.

6. Visibility (управління відображенням навантажень).

Прямий вирішувач є стійким і використовується для моделей, що містять двовимірні та одновимірні тіла. Ітераційний решатель найефективніший при розрахунку потужних твердотільних моделей і нелінійних завдань.

Опція Weak Springs використовується для додаткового обмеження руху тіл та досягнення збіжності чисельного рішення. При використанні цієї опції програма визначає кількість та розташування пружин малої жорсткості, які додаються до моделі в процесі вирішення задачі. Штучне запровадження таких пружин покращує збіжність рішення. Пружини моделюються за допомогою кінцевого елемента COMBIN14.

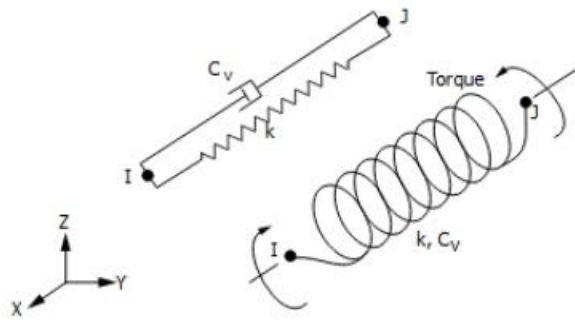
За промовчанням ця опція керується програмно (Program Controlled). В автоматичному режимі програма намагається використовувати менш жорстко закріплені моделі. Інформація про додавання таких пружин у процесі чисельного рішення з'являється у повідомленнях вікна Messages.

Користувач може дозволити ("On") або заборонити ("Off") введення пружин. Якщо вибрано позицію "On", то до групи параметрів і опцій Solver Controls додається ще один рядок Springs Stiffness, в якому можливий вибір трьох варіантів налаштувань жорсткості пружин, що додаються:

Program Controlled додаються пружини стандартної жорсткості;

Factor додаються пружини із зазначеною жорсткістю, збільшеною порівняно зі стандартною в задане число разів (параметр Stiffness Factor) (рис.5.6);

Manual додаються пружини з певною користувачем жорсткістю (параметр Springs Stiffness Value) (рис.5.6).



2-D elements must lie in a  $z = \text{constant}$  plane

Рисунок 5.6 – Елемент пружини

Опція Large Deflection застосовується в аналізі міцності і визначає, чи повинен вирішувач взяти до уваги великі деформації. За замовчуванням така опція знаходиться у вимкненому режимі. Користувач може увімкнути цю опцію, задавши значення "On". Включити опцію Large Deflection рекомендується, якщо очікуються великі переміщення або напруження, а також при використанні гіперпружних моделей матеріалів.

Опція Inertia Relief використовується тільки в лінійних статичних задачах міцності. За замовчуванням її вимкнено ("Off"). При включенні цієї опції ("On") обчислюється прискорення, щоб урівноважити прикладені навантаження. Прискорення розраховується за масою елемента та доданих сил. Щоб розрахувати прискорення, необхідно встановити щільність для обчислення маси моделей

Залежно від завдання та вимог до результатів може виконуватися виведення результатів на екран, таблицю, як графіка, у файл. Числові результати можуть опрацьовуватися за допомогою макросів, можуть обчислюватися додаткові величини і т.д. За потреби виконується запис анімації з результатами розрахунків.

## 5.2 Методика роботи з програмою при рішенні статичних завдань на міцність

Перед налаштуванням асоціативного зв'язку, програми Inventor (або інша програма) та ANSYS Workbench повинні бути закриті [5].

Запуск налаштування асоціації САПР систем з ANSYS Workbench виконується з основного меню Пуск → Програми → ANSYS 2023 R2 → Utilities → CAD Configuration Manager 2023 R2 з правами адміністратора.

У вікні, що з'явилося, потрібно відзначити пункти, пов'язані з САПР, як показано рис. 5.7, а потім натиснути кнопку Next.

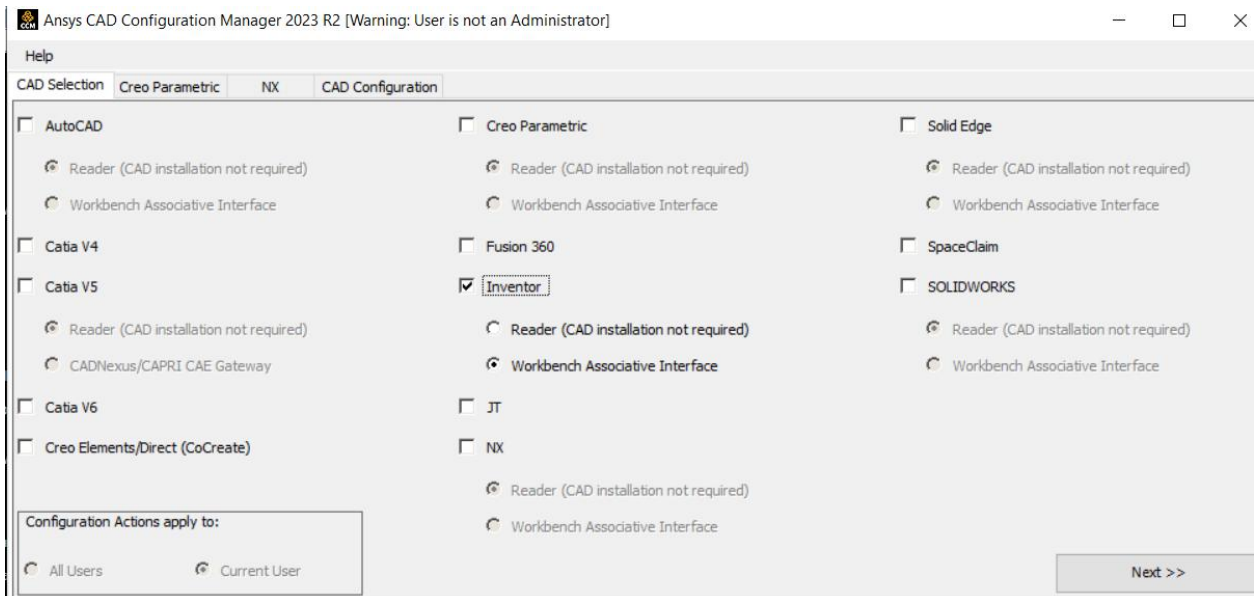


Рисунок 5.7 – Налаштування зв'язку із CAD системами

У наступному вікні натиснути кнопку **Configure Selected CAD Interfaces**, а потім кнопку **Exit**, рисунок 5.8.

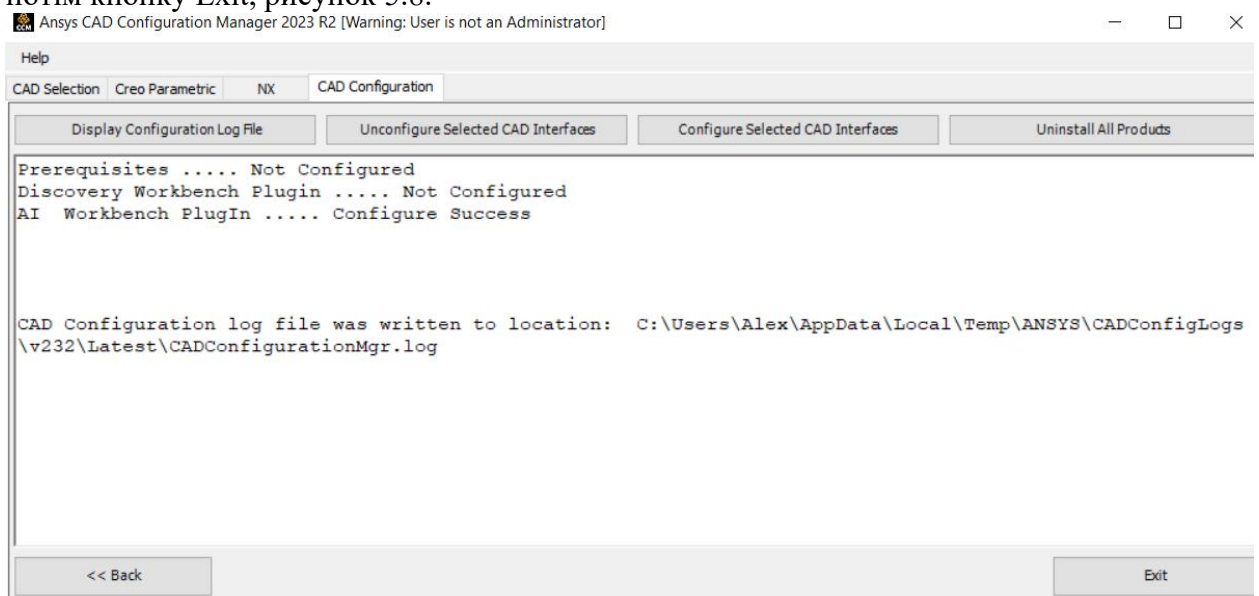


Рисунок 5.8 – Завершення конфігурації

ANSYS підтримує безліч форматів геометричних моделей, таких як: - Parasolid (x\_b, x\_t); - IGES (iges, igs); - SolidWorks (SLDPRT, SLDASM); - Unigraphics NX (prt); - Inventor (ipt, iam); - Pro/Engineer (prt, asm); - ACIS (sat) та ін

Послідовність дій зводиться до наступного (рис 5.1):

1. Створення геометричної моделі засобами CAD чи Autodesk Inventor.
2. Передача побудованої геометричної моделі до препроцесора МКЕ ANSYS.
1. Визначення типу елемента, характеристик елемента та матеріалу.
2. Створення сітки кінцевих елементів.
3. Додаток навантажень та закріплень.
4. Виконання розрахунку.
5. Перегляд результатів.
6. Зміна сітки SE та повторний розрахунок (при необхідності).

На першому етапі користувач повинен встановити необхідні дані для побудови глобальної матриці жорсткості і вектора навантажень.

Глобальна матриця конструкції будується шляхом поєднання матриць жорсткості кінцевих елементів. Для обчислення матриці твердості елемента, тобто інтегрування потенційної енергії деформації на елементі, необхідно задати його геометрію та властивості матеріалу. Геометрія елемента визначається координатами вузлів, що належать елементу.

Насправді часто використовуються схематичні типи елементів, котрим необхідні додаткові геометричні параметри. Наприклад, для одномірних елементів, що є геометричними лінією, необхідний додатковий геометричний параметр – площа поперечного перерізу стрижня.

Дані, що описують елемент, можуть бути визначені у такій формі:

1. Координати вузлів усіх елементів;
2. Номери вузлів, у яких елемент пов'язані з іншими елементами;
3. Додаткові геометричні параметри елемента;
4. Властивості матеріалу.

На другому етапі можлива ситуація, коли обчислювальна програма не може отримати будь-яке рішення через помилки в вихідних даних. У цьому випадку доводиться аналізувати діагностичні повідомлення програми, вносити виправлення до розрахункової моделі та повторювати другий етап.

На етапі проводиться аналіз отриманих результатів.

Генерація кінцево-елементної сітки. Порядок розбиття

Сітка генерується на геометричній моделі і є основою для складання та розв'язання системи рівнянь у матричному вигляді. Існує два способу генерації сітки:

1. Автоматична генерація сітки з установками за умовчанням при запуску на рішення. При цьому є можливість попередньо переглянути сітку (команда Preview) до запуску на розрахунок, щоб оцінити її відповідність поставленої задачі.

2. Генерація сітки з установками, що задаються користувачем. В цьому у разі користувач самостійно визначає особливості створюваної сітки та задає значення необхідних параметрів.

При створенні кінцево-елементної сітки слід дотримуватись наступного порядку дій:

1. Перейти в пакет Model,
2. Встановити метод створення сітки і встановити установки звичайно-елементної сітки (щільність, форму елементів, розміри тощо). Для зручності можна створити іменовану групу об'єктів.

3. Попередньо переглянути сітку та за необхідності скоригувати установки. Попередній перегляд ініціює генерацію сітки. Подальший запуск рішення не вимагає повторення цієї процедури.

4. Згенерувати сітку. При запуску рішення цей пункт може виконуватися автоматично.

5. Перевірити якість сітки та за необхідності повторити дії у пунктах 2 та 3.

### 5.3 Результати розрахунку

#### 5.3.1 Візуалізація і обробка результатів аналізу

На цьому етапі здійснюється аналіз результатів чисельних розрахунків. Залежно від завдання та вимог до результатів може виконуватися виведення результатів на екран,

таблицю, як графіка, у файл. Числові результати можуть опрацьовуватися за допомогою макросів, можуть обчислюватися додаткові величини і т.д. За потреби виконується запис анімації з результатами розрахунків [3].

Для виходу з бібліотеки матеріалів натискаємо ЛКМ-іконку з позначенням (повернення до проекту).

Для запуску вирішувача необхідно виконати команду, яка знаходиться на головній панелі. Інформація про поточні дії програми в процесі вирішення відображається під час вибору ЛКМ-іконки Solution Information на закладці Worksheet.

Після виконання рішення поряд з іконками результатів з'являться значки (зелені галочки), які свідчать про те, що рішення виконане повністю та отримані результати. Тепер можна ознайомитись із результатами рішення. Відобразимо поле температури поршня на режимі холостого ходу. Для цього за допомогою ЛКМ вибираємо у дереві об'єкт (напруження, переміщення, температура тощо).

У лівому верхньому куті графічного вікна відображаються відомості про величину, одиниця вимірювання і поточна дата (рис.5.9). Якщо ця інформація не відображається, слід виконати команду Show→Legend. Крім того, у цьому ж графічному вікні відображається шкала, за допомогою якої можна оцінити величину тієї чи іншої точки моделі.

Розглянемо детальніше панель налаштування відображення результатів (рис. 5.9):

1 – функції, що дозволяють масштабувати результати дослідження, що виводяться у графічне вікно;

2 – набір функцій, що дозволяє відображати результати дослідження безперервно, у вигляді із поверхонь і у вигляді поверхні, що налаштовується;

3 - набір команд, що дає можливість налаштувати читаність (видимість) результатів (плавна зміна, дискретна, ізолінії та суцільне заливання);

4 – набір команд, що дозволяє налаштувати вигляд моделі (з каркасом, без нього, з накладеною сіткою, додаванням недеформованої моделі).

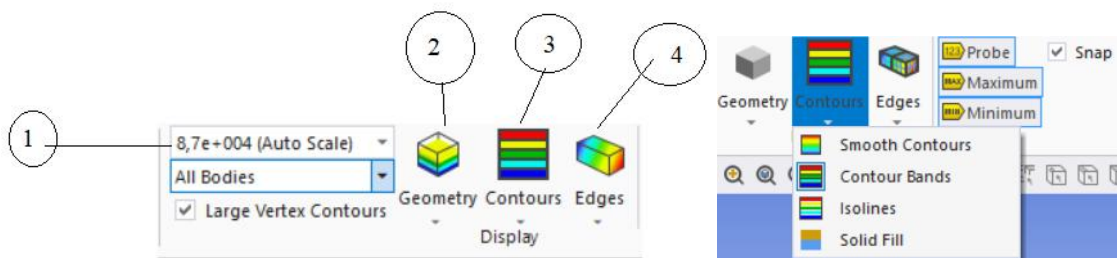


Рисунок 5.9 – Панель налаштування відображених результатів

Отримання чисельного розв'язання задачі - важливий етап інженерного аналізу, успіх якого безпосередньо залежить не тільки від користувача, а й від обчислювальних засобів, що використовуються [1]. Вирішення проблем, що виникають на даному етапі, може вимагати будь-яких коригувань у розрахунковій моделі, поліпшення сітки кінцевих елементів, зміни схеми навантаження та ін. Після того як чисельне розв'язання задачі знайдено, необхідно обробити отримані результати. Вирішувач автоматично створює файл, до якого записуються основні результати - значення всіх невідомих у матричних рівняннях МСЕ. Так для випадку міцності завдання результатом чисельного рішення будуть вузлові переміщення, для теплової - температури у вузлах і т.п. На основі цих



значень надалі можуть бути розраховані такі характеристики як деформація, напруження, сили реакції, тепловий потік та ін(рис.5.10).

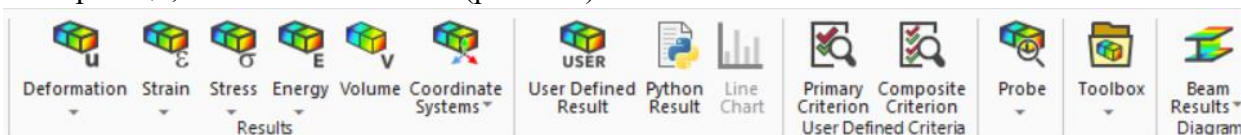


Рисунок 5.10 – Вивод результатів

Розділ Solution дерева проекту (рис.5.11) містить інструменти обробки та представлення результатів. До нього додаються об'єкти необхідні користувачеві результатів розрахунку.

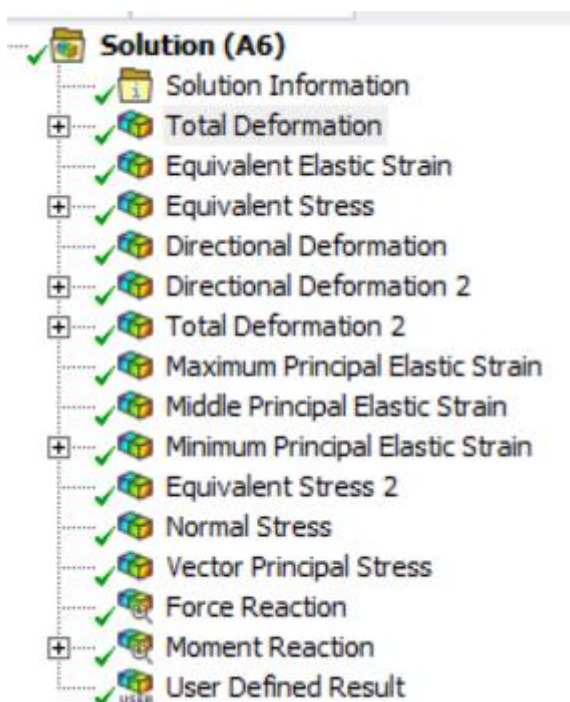


Рисунок 5.11 – Дерево проекту Solution

Розділ Solution дерева проекту містить інструменти обробки та представлення результатів. До нього додаються об'єкти необхідні користувачеві результатів розрахунку. Основним результатом розрахунку ПДВ, що проводиться за допомогою МКЕ у модулі Static Structural є переміщення (Deformation) вузлів СЕ-моделі.

Для виведення цієї змінної використовуються такі об'єкти:

- переміщення у напрямку обраної осі (Directional Deformation);
- сумарне переміщення (Total Deformation):

За відомими переміщеннями обчислюються інші залежні величини, наприклад, напруги (Stress) та деформації (Strain). ПДВ у кожній точці розрахункової області описується тензором напружень  $T_{\sigma}$  та тензором деформацій  $T_{\epsilon}$ .

Так як тензор напружень симетричний, систему координат можна повернути таким чином, що всі його компоненти зсуву виявляться рівними нулю (1.4).

Нормальні напруження, що залишилися, розташовані на діагоналі, називають головними напруженнями (Principal Stress). Їх зазвичай обирають таким чином, щоб  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ .

Головні напруження можуть бути виведені за допомогою наступних об'єктів, що додаються до дерева проекту:

- $\sigma_1$  – Maximum Principal;
- $\sigma_2$  – Middle Principal;
- $\sigma_3$  – Minimum Principal.

Створення розрахункової моделі у Workbench Mechanical.

Напрямок осей системи координат, в якій реалізовані головні напруження та деформації, може бути графічно зображено за допомогою об'єкта Vector Principal.

Напруження, які у напрямку нормалі до певної заданої майданчику, називаються нормальними і можна вивести з допомогою об'єкта Normal Stress. Для виведення зсувних компонентів тензора напружень використовується об'єкт Shear Stress. Максимальна зсувна напруга визначається як напіврізність головного напруження:

Для виведення еквівалентного напруження використовується об'єкт Equivalent (von Mises). Еквівалентна напруження завжди є позитивною величиною, тому за ними не можна визначити вид напруженого стану (стиснення/розтягування).

Інтенсивність напружень (Stress Intensity) дозволяє визначити вид переважаючого напруженого стану (стиснення/розтягування) та обчислюється за формулою  $\sigma_{int} = \sigma_1 - \sigma_3$ .

Енергія пружних деформацій (Strain Energy), що обчислюється для кожного SE шляхом інтегрування за обсягом, також може бути виведена як результат розрахунку.

Для кожної величини, що відображається в результатах, необхідно задати наступні властивості:

- метод вибору області для обчислення результату: елемент геометрії (Geometry Selection), іменована вибірка (Named Selection), допоміжна лінія (Path) або площина (Surface);
- геометрія, на яку обчислюються результати (Geometry);
- тип результатів (Type);
- спосіб виведення результатів (By): за часом (Time), набором результатів (Result Set), максимальний за часом (Maximum over Time), час максимального значення результату (Time of Maximum);
- ідентифікатор результату (Identifier) – ім'я змінної, яке може бути використане для обчислення величини за формулою, заданою користувачем;
- спосіб відображення (Display Options).


Список додаткових результатів доступний у вікні Worksheet. Для їх відображення в розділі Solution дерева проекту необхідно додати об'єкт користувача результату (User Defined Result). Виклик вікна Worksheet здійснюється натисканням однойменної кнопки на панелі інструментів.

Для керування відображенням нев'язки при вирішенні нелінійного завдання використовується рядок Newton Raphson Residuals.

Список властивостей FE Connection дозволяє налаштувати графічне відображення зв'язків у SE-моделі. У рядку Display може бути обраний тип зв'язків, що виводяться:

- усі типи (All FE Connectors);
- рівняння зв'язків (CE Based);
- балки (Beam Based);
- зв'язки, що генеруються під час активації опції «м'яких пружин» (Weak Springs).

Також можна задати колір (Line Color), товщину (Line Thickness) і тип ліній, що відображаються (Display Type).

Графік зміни переміщень по довжині, що відобразився, можна ключити у звіт додавши за допомогою іконки  Chart. У налаштуваннях Details можна налаштувати або імпортувати дані та побудувати графік в інших програмах (рис.5.12).

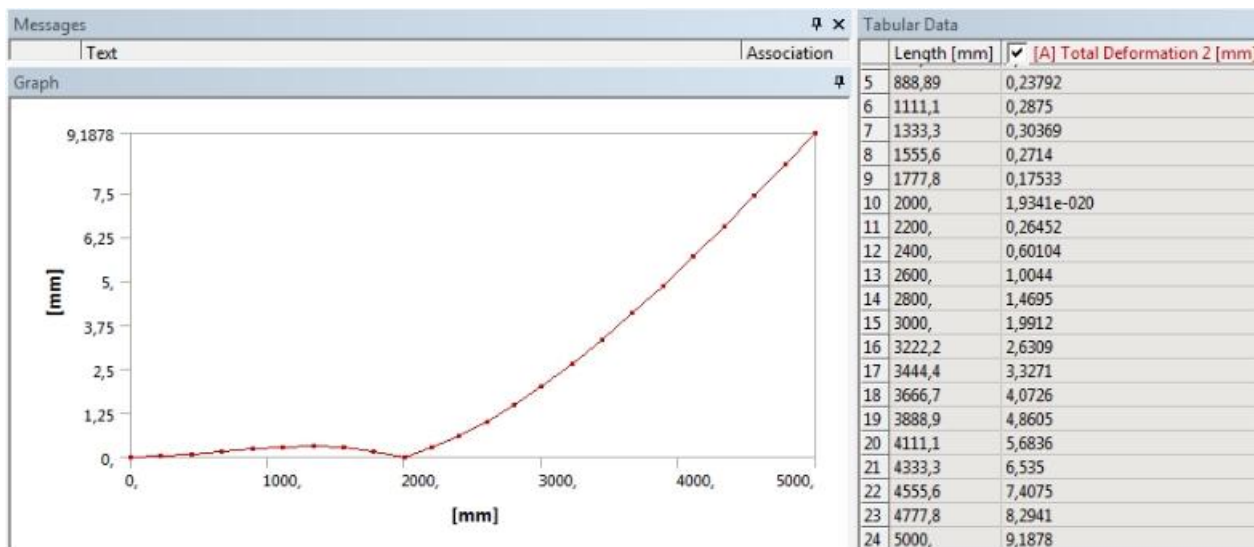


Рисунок 5.12 – Графік

Перегляд результатів вздовж перерізу відбувається обранням площини Model → Geometry → Construction Geometry → Surface.

Створюємо локальну систему координат у властивостях Details, вибираємо локальну систему. Вибираємо напруження у властивостях Details вказуємо Scoring Method → Surface, Surface → Surface, проводимо перерахунок моделі (рис.5.13).

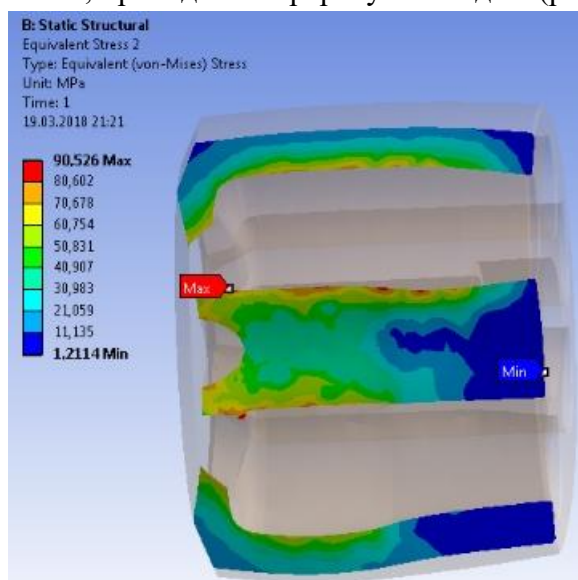


Рисунок 5.13 – Результати вздовж перерізу

Перегляд результатів уздовж лінії Patch

У дереві натискаємо на Model, ПКМ обираємо панель Construction Geometry → Patch. Вибираємо вибір точок, вказуємо точки в Details входу т.1 Start Location → Apply та виходу т.2 End Location → Apply шляху Patch. Вибираємо напруги та запускаємо на перерахунок (рис.5.14). У Details вказуємо Scoring метод → Patch, Surface → Patch.

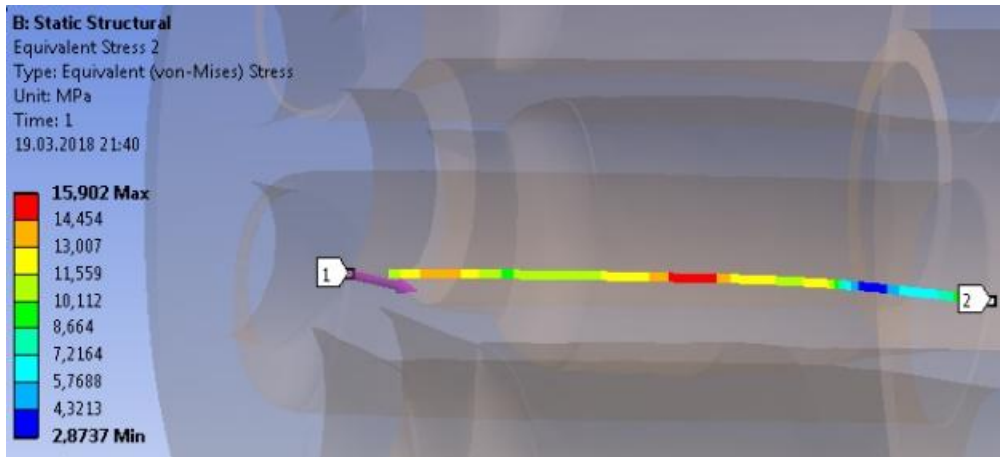


Рисунок 5.14 – Результати вздовж лінії

Додавання результату користувача User defined result можна написати будь-які формули в Details Expression → s1-s3, приклад наведено (рис.5.15)

**USER**  
 User Defined Result

**Solution (B6)**

- Solution Information
- Equivalent Stress
- Maximum Principal Stress
- Minimum Principal Stress
- Middle Principal Stress
- Structural Error
- Vector Principal Stress
- Equivalent Stress 2
- USER** User Defined Result

**Details of "User Defined Result"**

<b>Scope</b>	
Scoping Method	Geometry Selection
Geometry	All Bodies
<b>Definition</b>	
Type	User Defined Result
Expression	= s1-s3

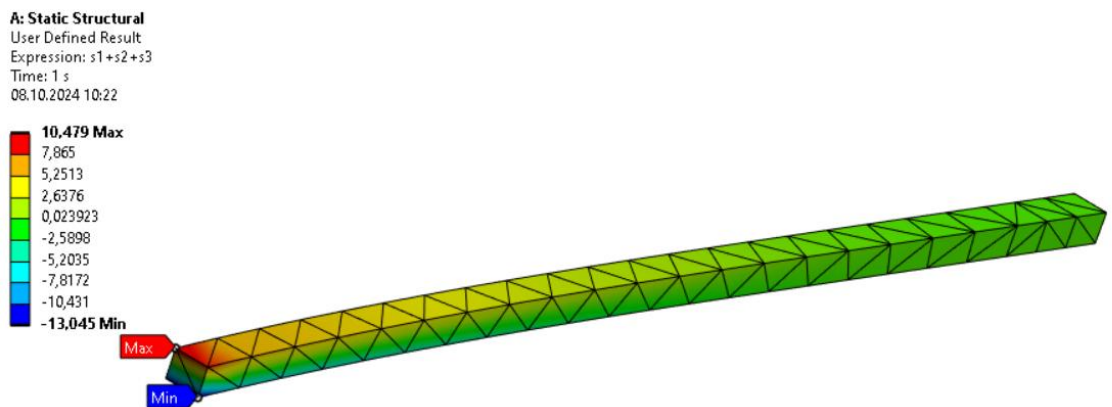


Рисунок 5.15 – Результати користувача

Для області Probe, на якій задано граничну умову, наприклад, переміщення (Displacement) або закріплення (Fixed Support), може бути обчислена реакція-сила (Force Reaction) або реакція-момент (Moment Reaction). Щоб визначити величину і напрямок реакцій в опорах рішення Solution ПКМ Insert → Probe → Force Reaction (рис. 5.16) в Boundary Condition вибираємо → Displacement (в закріпленні), оновлюємо результат, на екран виводиться напрямок у вигляді стрілки і величина реакції по осі z = 1.45588e + 005 Н.

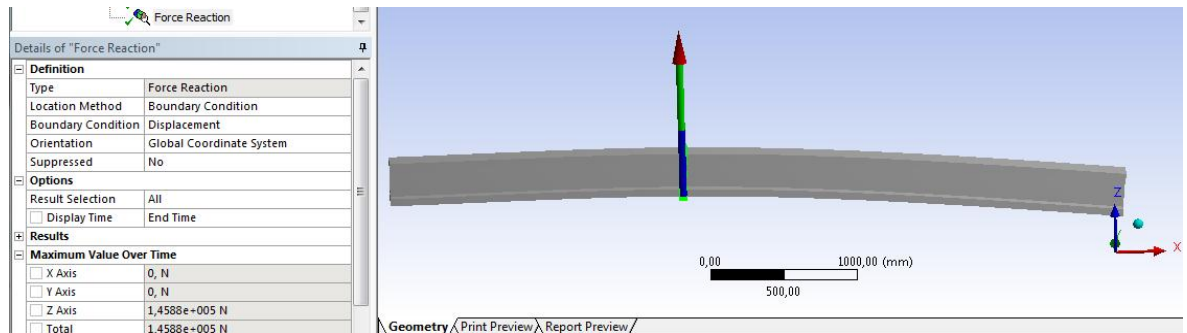


Рисунок 5.16 – Напрямок реакції-сили

Після створення сітки для її візуалізації за обсягом моделі можна задавати площину перерізу, за допомогою якої користувач розсікає модель в області, що його цікавить. Площина перетину для перегляду внутрішньої сітки створюється за допомогою кнопки New Section Plane (нова площина перерізу), яка розташована на панелі інструментів. Площина перерізу (Section Plane) може відображатися на екрані внутрішню сітку. Є можливість використання кількох перерізів.

Виберіть опцію для розрізання деталі під яким кутом у будь-якій площині обираємо на панелі Section Plane «Січна площина» в групі «Вставити» на вкладці «Головна», щоб відкрити вікно «Січні площини», (рис.5.17). У вікні відображається список існуючих січних площин (після створення), а також надаються інструменти, які використовуються для додавання, зміни або видалення січних площин.

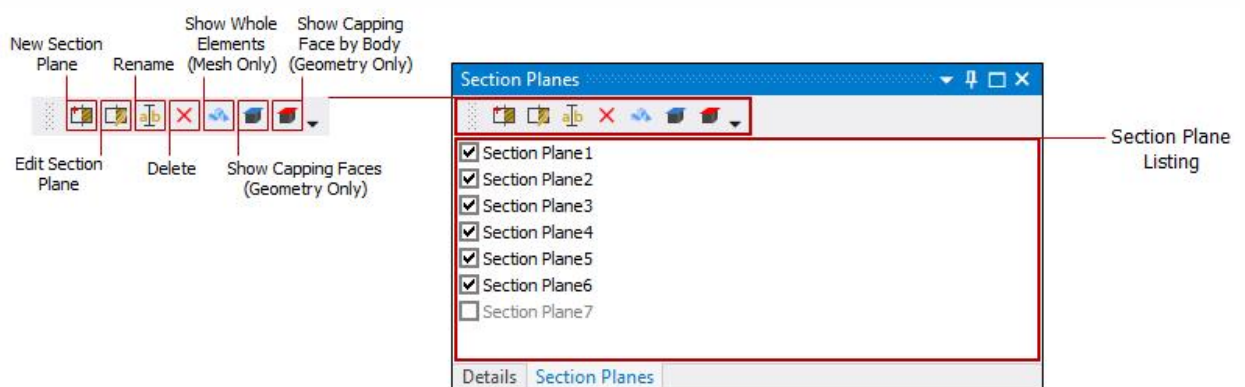


Рисунок 5.17 – Січна площина

### 5.3.2 Вивод результатів аналізу

Напрямок осей системи координат, в якій реалізовано головне напруження та деформацію, може бути графічно зображено за допомогою об'єкта Vector Principal .

Напруження, що діють у напрямку нормалі до певного заданого майданчика, називаються нормальними та можуть бути виведені за допомогою об'єкта Normal Stress . Для виведення зсувних компонентів тензора напруження використовується об'єкт Shear Stress. Для оцінки напруження в елементах досліджуваної конструкції зручно



використовувати еквівалентні напруження (напруження Мізеса), Для виведення еквівалентного напруження використовується об'єкт Equivalent ( von Mises ). Еквівалентне напруження завжди є позитивною величиною, тому за ними не можна визначити вид напруженого стану (стиснення/розтягування).

Інтенсивність напруження ( Stress Intensity ) дозволяє визначити вид переважаючого напруженого стану (стиснення/розтягування) та обчислюється за формулою  $\sigma_{int} = \sigma_1 - \sigma_3$ . Енергія пружних деформацій ( Strain Energy ), що обчислюється для кожного СЕ шляхом інтегрування за обсягом, також може бути виведена як результат розрахунку.

Для області, на якій встановлено граничну умову, наприклад переміщення ( Displacement ) або закріплення ( Fixed Support ), може бути обчислена реакція-сила ( Force Reaction ) або реакція-момент ( Moment Reaction ).

Підрозділ Solution Information відповідає за виведення різних результатів, пов'язаних з процедурою розв'язання задачі (наприклад, графік процесу збіжності та текстова інформація, що виводиться у процесі розв'язання).

### ЗАПУСК РІШУВАЧА І МОНІТОРИНГ ЧИСЛЕННОГО РІШЕННЯ

Запуск вирішувача у Workbench виконується натисканням кнопки Solve на панелі інструментів. Після цього виводиться вікно, в якому відображається загальний перебіг процесу обчислень (див. рис). Кнопки у вказаному вікні дозволяють за необхідності зупинити роботу вирішувача ( Stop Solution ), або перервати обчислення із збереженням можливості продовження розрахунків ( Interrupt Solution ).

Команди вводяться у Workbench за допомогою спеціального об'єкту Command Object.

Потрібно натиснути правою кнопкою миші по об'єкту, що цікавить (в даному випадку тіло) і в контекстному меню вибрати Insert / Commands . Після того, як командна вставка з'явилася в дереві проекту, потрібно її вибрати і тоді замість графічного вікна відкриється поле для введення команд. У верхній частині поля вказані одиниці вимірювання та змінні, задані за умовчанням.

Для перевірки збіжності результатів при різній СЕ сітки потрібно вибрати результати переміщень або напруження в контекстному меню вибрати Insert Convergence (рис.5.18) . У його вікні вибрати Type - max . Allowable Change -10% (за замовчуванням 20%)

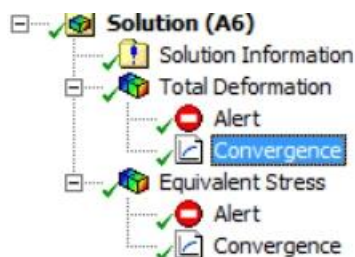


Рисунок 5.18 – Дерево Solution

Для встановлення кількості циклів перебудови СЕ сітки у налаштуваннях Solution у полях якості виставляємо необхідні значення (рис.5.19).

Max Refinement Loops-5 (кількість циклів)

Refinement Dept -2 (у скільки разів подрібнюватиметься елемент)

У табличній формі результати перерахунків можна переглянути у Worksheet.



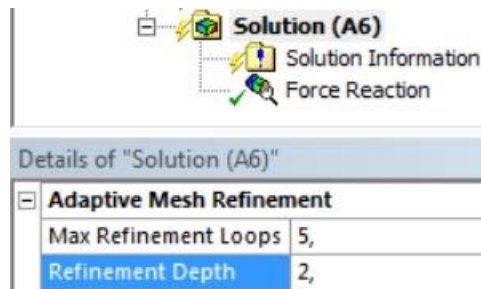


Рисунок 5.19– Налаштування *Solution*

Для перевірки міцності конструкції за умовами міцності та жорсткості у меню *Solution* вибираємо потрібний параметр. Контекстним меню вибираємо Insert-Alert . У вікні Details of Alert у графі встановлюємо допустиме граничне значення параметра Value-300 МПа для напруження (рис.5.20).

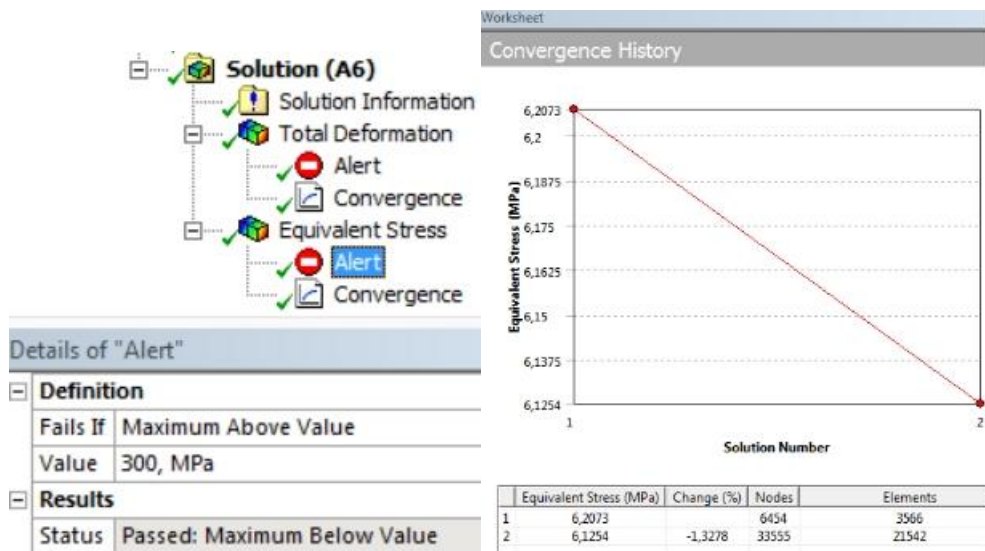


Рисунок 5.20 – Меню налаштування сповіщення

Для визначення коефіцієнта запасу вибираємо Tools - Stress tool . У дереві з'явиться Stress tool . У вікні властивостей вибираємо значення з якої теорії міцності будемо розраховувати і порівнювати за якими напруженнями (рис.5.21). Вибрати одну з теорій для пластичних матеріалів: 1-мак еквівалентні напруження, 4-я теорія міцності; 2 - мах зсувних напружень; для крихких матеріалів: 3 – мах напружень, що розтягують; 4 – напруження кулон-мора

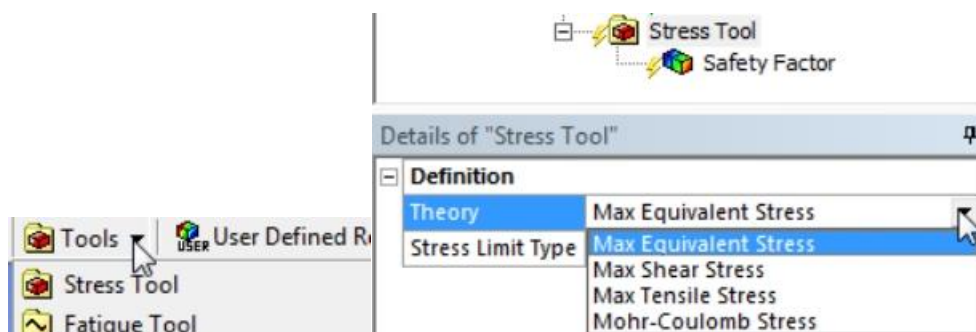


Рисунок 5.21 – Вибір теорії міцності

Можливий розрахунок за різними теоріями визначення напружень: 1 – межею міцності; 2 – межа плинності; 3 – користувальницькі (рис.5.22).

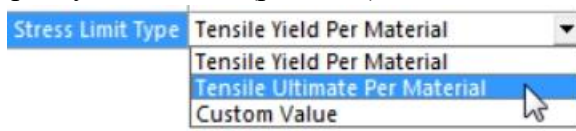
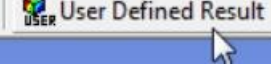
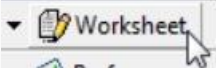


Рисунок 5.22 – Тип напруження

Для створення результатів користувача  потрібно натиснути на  у цьому вікні вибираємо цікавий для нас параметр і вводимо у вигляді формули у вікні результатів N-p:  $UXxUYxUZ$  і заново перерахувати розрахунок (рис.5.23).

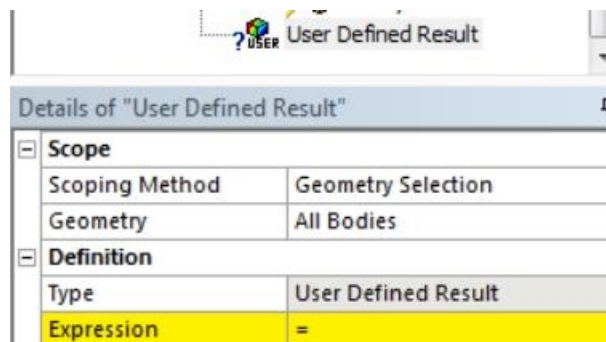


Рисунок 5.23 – Ведення у вигляді формули у вікні результатів

Якщо дані не відображаються, потрібно налаштувати аналіз.

В Analysis Settings – у рядку Output controls –поставити Yes на всі необхідні параметри.

Можна змінювати колірні схеми відображення результатів у легенді. Змінювати кількість результатів за шкалою. Вводити конкретні значення за шкалою.

Параметр попереднього перегляду звіту Report Preview, вибраний у групі «Інструменти» на вкладці «Домашня сторінка- Home», дає змогу створити звіт на основі аналізів у структурі. Цей звіт вибирає елементи в структурі, перевіряє робочі аркуші для нього, а потім додає будь-які суттєві дані, використані в аналізі. Процес створення звіту розпочинається негайно, і після запуску він має завершитися, перш ніж ви зможете знову працювати в інтерфейсі.

Експорт даних результатів до Excel

Вибираємо потрібний результат (деформації, напруження тощо) ПКМ Export → File. txt. Отримуємо результат як таблиці з номерами вузлів у яких вказані величини обраних результатів.

Для експорту результатів деформованої моделі вибираємо потрібний результат (деформації, напруги тощо) ПКМ Export → STL File.

Для імпорту в інший розрахунок деформованої моделі новий проект витягуємо з Component system →Geometry і створюємо новий проект для вирішення.

Другий спосіб імпорту даних до іншого проекту це створення зв'язків у проектах (рис.5.24).

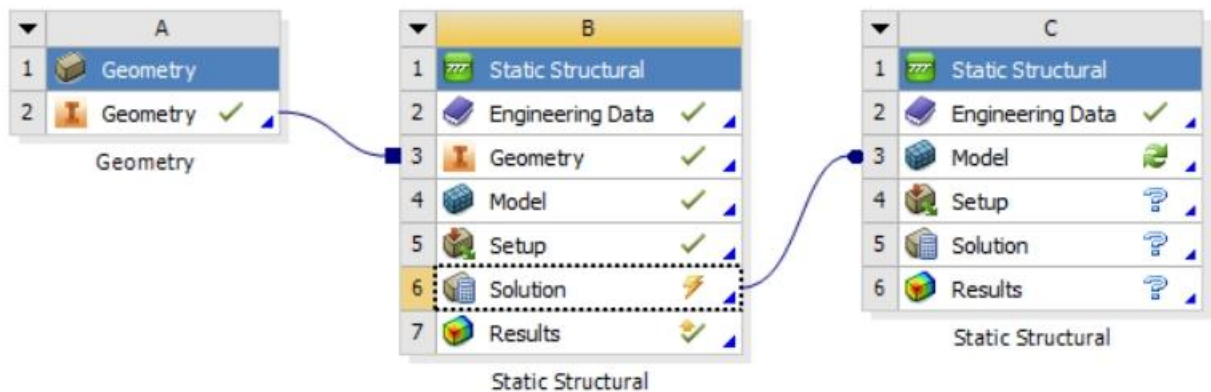


Рисунок 5.24 – Імпорт даних до іншого проекту

Можна також експортувати матеріал з'єднанням у 2-х проектах Engineering Data.

Для експорту всіх напружень тобто ПДВ потрібно налаштувати експорт даних по всіх осях у Mechanical, для цього потрібно включити імпорт даних по всіх осях Tool→Export→Show Tensor Components→Yes (рис.5.25).

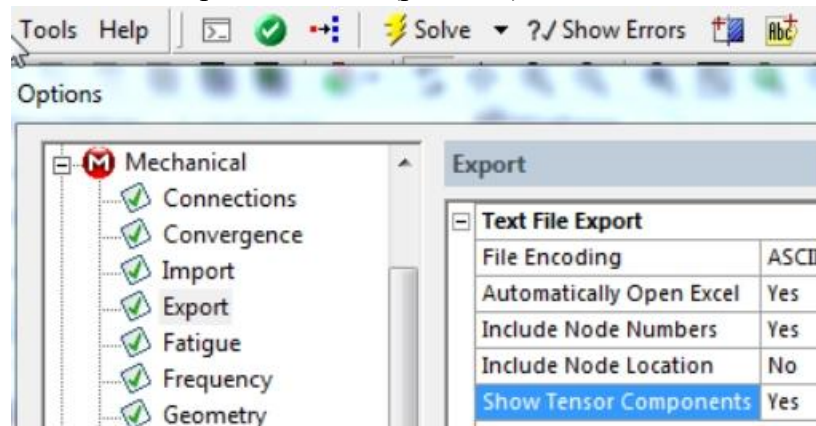


Рисунок 5.25– Імпорт

Додаємо в Solution→Vector Principal Stress→оновлюємо рішення. Потім зберігаємо у вигляді таблиці файл: Vector Principal Stress→Export Test File.

#### 5.4.Розрахунок стрижневих й балкових конструкцій. [1] ,[2]

Створення геометричної моделі, використовуючи Space Claime.

Будуємо у ескізі покроково розміри балки, за допомогою відрізків. Для вибору виду перерізу балки у Space Claime вибираємо вкладку Prepare-Profile (рис.5.26).

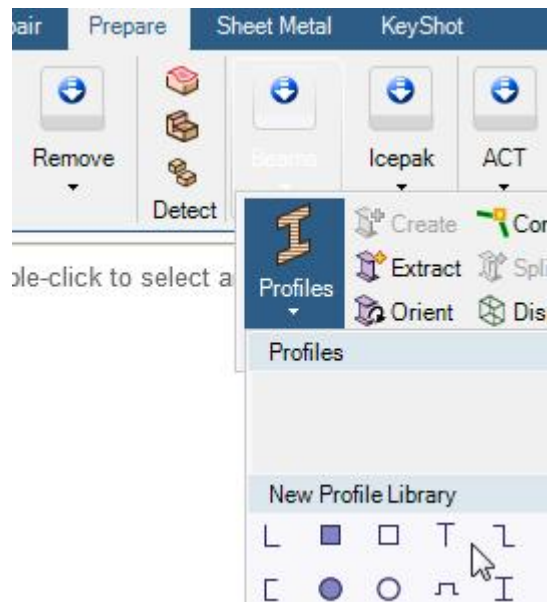


Рисунок 5.26 – Вибір профілю балки

Вказуємо лінію до якої він буде застосований і вибираємо вид перерізу.

У додатку Design Modeler будуємо двовимірну балку в Sketch малюємо лінії і призначаємо перетин двотавра, в дереві побудови вибираємо Part → Line Body Concept → Cross Section → і Section вводимо параметри перерізу (рис.5.27).

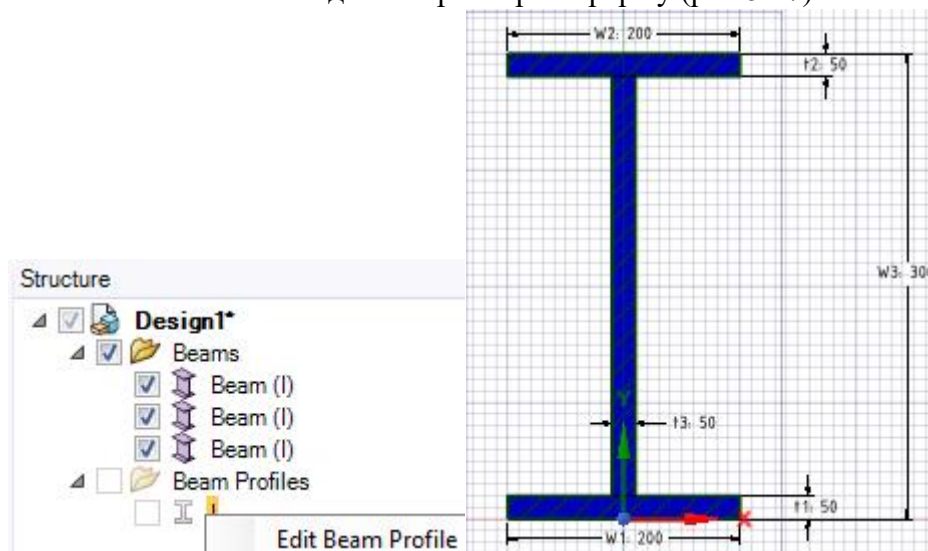


Рисунок 5.27 –Перетин двотавру

Натискаємо на і вибираємо лінії, так ми присвоюємо потрібний перетин.

Моделювання можна провести в Autodesk Inventor, а потім імпортувати модель. Натискаємо ПКМ на Geometry → Import Geometry → Browse. Вибираємо файл з геометрією. Transient Structural → Model. У дереві проекту відкриваємо вкладку Model (A4) → Geometry.

У меню вибираємо Properties і в таблиці, що впливає виставляємо потрібні прапорці. У вкладці Basic Geometry Options визначаємо, яка геометрія буде використана - твердотільна, (поверхнева, каркасна), чи будуть лічені параметри, іменовані види, опції матеріалу. Вкладка Advanced Geometry Options (рис.5.28) відповідає за визначення типу розв'язуваної проблеми 2D або 3D, читання асоціативності, координатних систем, робочих точок і так далі. Причому ці опції відносяться як до імпортованої геометрії, так і до геометрії, створюваної засобами Ansys WB.

12	Advanced Geometry Options	
13	Analysis Type	3D
14	Compare Parts On Update	No

Рисунок 5. 28– Налаштування імпортованої деталі

Після завантаження моделі натискаємо двічі на клітку проекту Model, що б відкрився Mechanical.

Для отримання чисельного рішення необхідно виконати розбиття геометричних моделей звичайно-елементної сіткою (рис. 5.29). Дана процедура виконується в модулі симуляції Mechanical.

У дереві натискаємо на Model → Mesh. Натискаємо правою кнопкою миші на Mesh → Insert → Method. Вибираємо потрібну поверхню або об'єм. Підтверджуємо вибір кнопкою Apply. Задаємо метод Method розбиття моделі, за замовчуванням стоїть автоматичне розбиття програмою Automatic. Можливий вибір - Tetrahedrons (елементи у вигляді тетраедрів) або поверхневе.

При побудові розрахункової сітки у вікні властивостей розділу Mesh в рядку Element Midside Nodes слід вибрати опцію Kept для використання в розрахунку елементів BEAM189, а в рядку Straight Sided Elements - опцію Yes, так як в моделі відсутні криволінійні ділянки. При виборі опції Dropped будуть використані елементи BEAM188. Для кожного з типів кінцевих елементів визначаються характеристики, а для балкових елементів - додатково і характеристики поперечного перерізу. командою ET,2, BEAM188

Для деяких елементів функції форми перемикаються за допомогою опцій елемента. Наприклад, для елементів BEAM188 (двохвузловий лінійний елемент) можуть бути задані лінійні, квадратичні або кубічні функції форми.

В елементі BEAM189 (трьохвузловий лінійний елемент) використовуються лише квадратичні функції.

Для побудови перетину двотавру натискаємо на і вибираємо лінії, так ми присвоюємо потрібний перетин (рис.5.29).

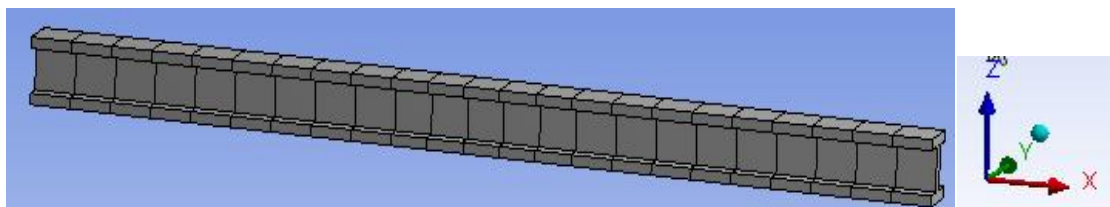


Рисунок 5.29 – Скінчено-елементна модель

Навантаження та закріплення задаються у розділі аналізу дерева проекту.

Опори моделюються за допомогою обмеження переміщень вузлів у точках моделі. Для цього використовується об'єкт Displacement. Для нерухокої опори слід обмежити всі ступені свободи (привласнити нульові значення компонентам X, Y та Z), а для рухокої – лише компоненти Y та Z.

Слід зазначити, що з введених обмеженнях балка може вільно обертатися навколо власної осі, що призведе до неможливості рішення Solve. Для усунення такого обертання необхідно використовувати об'єкт Remote Displacement. Це закріплення можна застосувати до будь-якої точки конструкції (наприклад, до кінця з прикладеною силою) і обмежити повороти навколо осі X. Для цього необхідно задати нульове значення в рядку властивостей Rotation X, а інші рядки повинні мати значення Free (вільне переміщення/обертання). Крім того, у властивостях об'єкта має бути задана особлива точка, що визначає переміщення всіх залежних від неї точок конструкції. Саме для неї задаються значення поступальних та обертальних ступенів свободи або їх обмеження. Ця точка може бути видалена на деяку відстань від конструкції. Координати точки задаються



в рядках X Coordinate, Y Coordinate і Z Coordinate або прямою вказівкою геометрії, що визначає її координати (рядок Location). Об'єкт Remote Displacement може бути використаний для завдання шарнірних опор замість об'єкта Displacement.

При вирішенні плоскої задачі вважається, що будь-який елемент має 3 ступеня свободи: обертання навколо точки і 2 лінійних переміщення уздовж двох осей. Будь-яка реакція виникає в місцях накладення зв'язків. У разі просторової системи сил виникають три реакції у напрямку трьох координатних осей і три реактивних моменту (пар сил) щодо цих осей.

Якщо накладено обмеження на одне із зазначених вище переміщень (найчастіше переміщення вважається рівним нулю), то в цьому напрямку виникає реакція опори: зосереджена сила при обмеженні лінійного переміщення і пара сил при обмеженні кутового переміщення.

Залежно від обмежень, що накладаються на переміщення тіла розрізняють наступні види опор (рис. 5.30): шарнірно нерухома опора (рис. 5.30, а); шарнірно рухома опора (рис. 5.30, б); жорстке закладення (рис. 5.30, в).

Нерухома шарнірна опора - можливо обертання навколо опори, лінійних переміщень немає, тому виникає реакція невідомої величини і напрямки  $R$ , яку замінюють її проекціями на осі координат. Для плоскої системи виникають 2 невідомі реакції:  $R$  і  $H$ .

Рухома шарнірна опора - зв'язок накладена тільки в одному напрямку, тобто можливо обертання навколо опори і переміщення уздовж однієї з осей. В рухомій шарнірній опорі виникає тільки одна реакція  $R$  - сила в напрямку обмеження руху (перпендикулярно напрямку руху вздовж осі).

Закладення - немає переміщень (жорстке закріплення тіла, наприклад, зварювання), виникають реакція невідомої величини і напрямки  $R$  і реактивний момент  $M$ . Невідому реакцію зручно представити у вигляді її проекцій на осі координат будь-якого напрямку, наприклад, для плоскої системи горизонтальне  $H$  і вертикальне  $R$ . Всього: в плоскій закладенні виникають 3 невідомі реакції - 2 сили і одна пара сил - момент  $M$ .

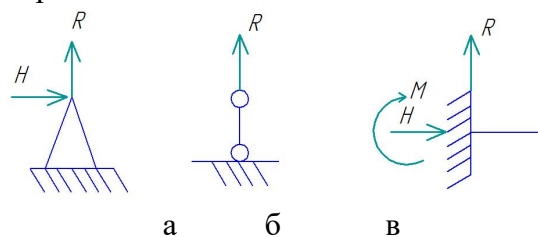


Рисунок 5.30 – Види кріплень

Закріплюємо балку по поверхні А від усіх переміщень (в жорсткому закріпленні) в дереві Statistick Stractual вибираємо Support → Fixed Support вказуємо поверхню А (лівий край балки) → Apply, по поверхні В (точка шарнірної опори) застосовуємо шарнірну опору вибираємо Support → Displacement. В налаштуваннях вікна Displacement змінюємо Defibe By змінюємо на Components навантаження і вибираємо вісь  $Z = 0$ , якщо вона розташована вертикально (рис. 5.31).

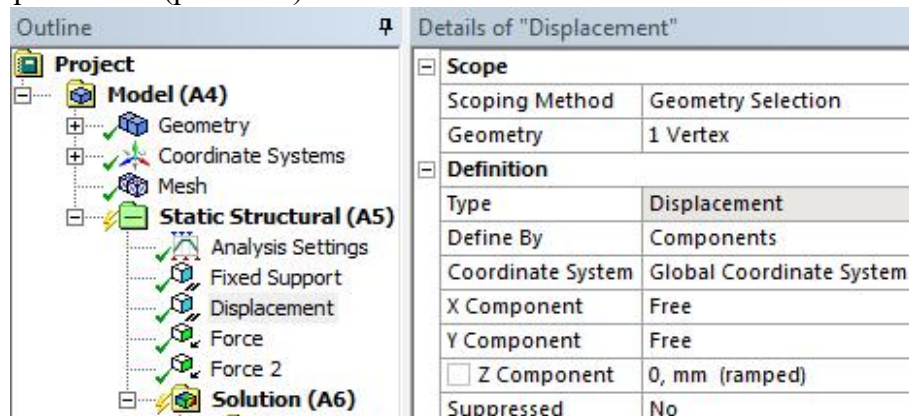




Рисунок 5.31 – Дерево побудови і панель властивостей

Під навантаженнями розуміються як зовнішні і внутрішні зусилля, так і граничні умови у вигляді обмежень на переміщення. У програмі ANSYS навантаження розділені на наступні категорії:

- обмеження ступенів свободи;
- зосереджені сили і моменти сил;
- поверхневі навантаження;
- об'ємні сили;
- інерційні навантаження.

Більшість цих навантажень може бути докладено або до твердотільної моделі (в ключових точках, по лініях і поверхнях), або до кінцево-елементної моделі (в вузлах і до елементів) (рис.5.32).

Розподілене навантаження задається за допомогою об'єкта Line Pressure, який можна додати з контекстного меню розділу аналізу. У властивостях об'єкта потрібно вказати ділянку геометрії (ребро), на яку діє навантаження, та задати величину навантаження. Для завдання напрямку дії навантаження (Y, згідно з розрахунковою схемою) необхідно в рядку Define By вибрати спосіб завдання компонентів (Components) і в рядку Y Component задати негативне значення навантаження.

Аналогічно задаються крутний момент (об'єкт Moment) і зосереджена сила (об'єкт Force).

Додаємо навантаження на поверхні C (правий кінець балки) Loads → Force змінюємо на Components навантаження і вибираємо вісь  $Z = -45000$  Н, вибираємо ліву ділянку балки D Loads → Force змінюємо на Components навантаження і вибираємо вісь  $Z = -12000$  Н.

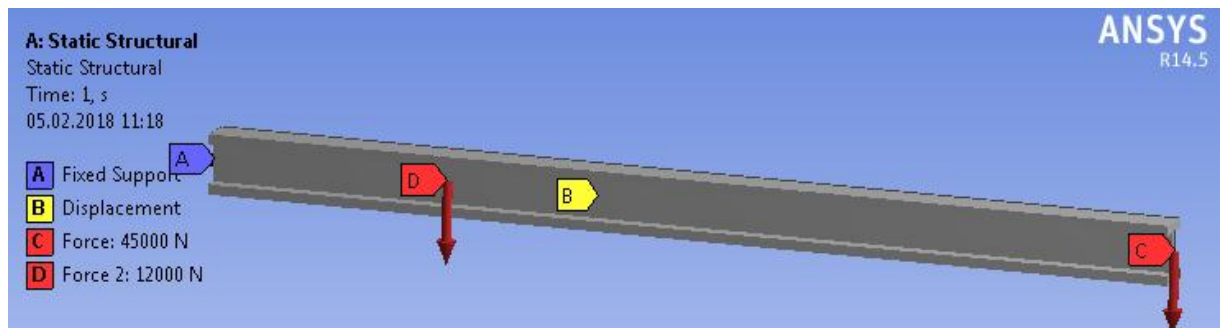


Рисунок 5.32– Розрахункова схема

Після встановлення граничних умов слід налаштувати процедуру рішення в розділі Analysis Settings дерева проекту.

Насамперед необхідно у рядку Solver Type вибрати прямий (Direct) тип вирішувача СЛАУ. Оскільки розмірність завдання невелика (кількість вузлів менша), слід використовувати прямий вирішувач. Ітеративні вирішувачі застосовуються під час вирішення завдань великої розмірності.

"М'які пружини" необхідно відключити (Weak Springs → Off), оскільки модель добре закріплена.

Завдання вирішується в лінійній постановці, тому опцію обліку великих переміщень також слід вимкнути (Large Deflection → Off).

Перед запуском розрахунку необхідно налаштувати режим використання обчислювальних можливостей багатопроекторних розрахункових станцій та вибрати розрахункову станцію для вирішення задачі.

Кількість ядер процесора, що використовуються, задається в діалоговому вікні Solve Process Settings, що викликається з розділу Tools головного меню. У діалоговому вікні є кнопка Advanced, натисканням на яку викликається вікно розширених налаштувань Advanced Properties, в якому в рядку Max Number of Utilized Cores задається кількість доступних ядер процесора.

Запуск розрахунків виконується натисканням кнопки Solve, розташованої на панелі інструментів.

Після вирішення задачі отримані результати можуть бути відображені графічно та проаналізовані у розділі рішення (Solution). Виводяться такі специфічні для балкових конструкцій результати, як поздовжня сила (Axial Force), момент, що згинає (Bending Moment) і реакція опори (Force Reaction і Moment Reaction)

Після того, як всі відповідні параметри задані, може бути виконано і саме, рішення. За командою SOLVE програма звертається за інформацією про модель навантаження, до бази даних і виконує обчислення. Результати записуються в спеціальний файл і в базу даних. Додаємо значення параметрів які ми хочемо отримати внаслідок (рис.5.33). Запускаємо на рішення - SOLVE.



Рисунок 5.33 – Модуль Solution

Подвійним кліком проходимо за списком рішення Solution і отримуємо результати розрахунків .в деформованому вигляді зі значеннями за шкалою переміщень Total Deformation (рис.5.34). Знаходимо значення деформацій, згинальних моментів (рис.5.35).

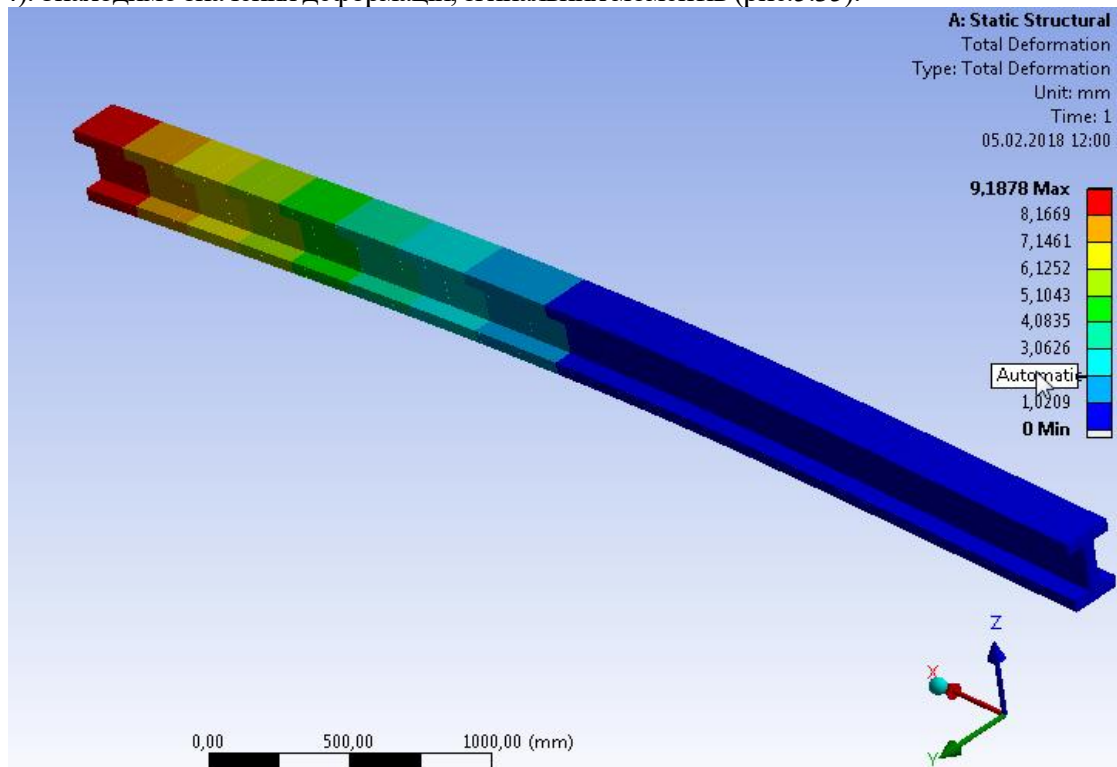


Рисунок 5.34 – Загальні переміщення

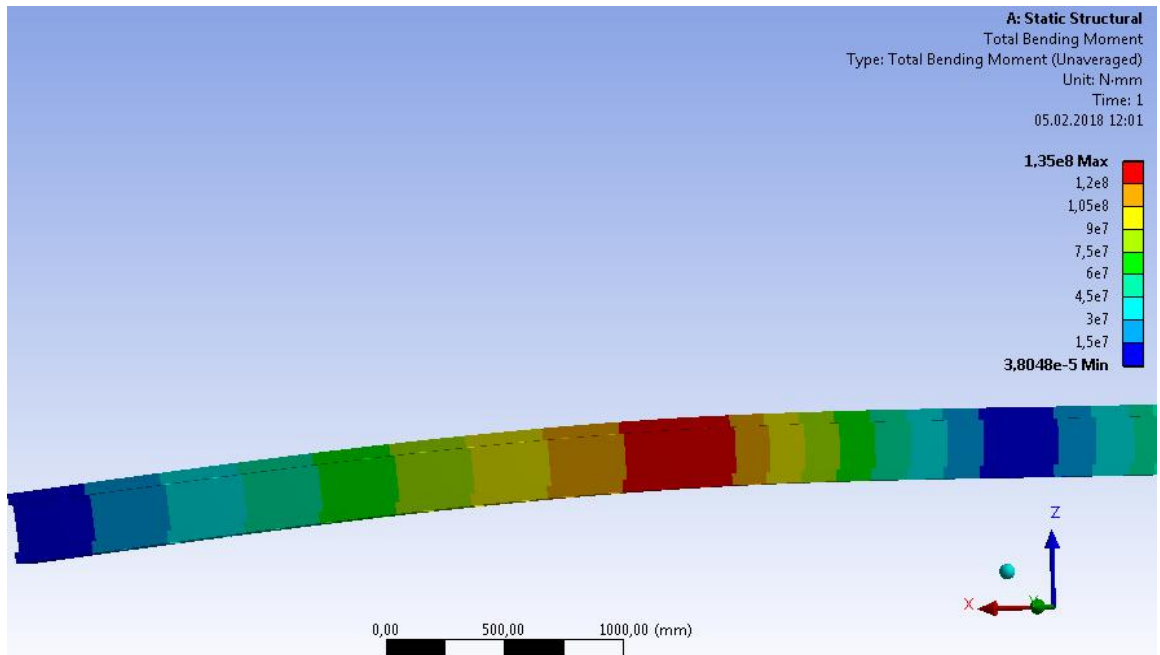


Рисунок 5.35 – Згинальні моменти

Що б визначити величину і напрямок реакцій в опорах рішення Solution ПКМ Insert → Probe → Force Reaction (рис.5.36) в Boundary Condition вибираємо → Displacement (в закріпленні), оновлюємо результат, на екран виводиться напрямок у вигляді стрілки і величина реакції по осі z = 1.45588e + 005 Н.

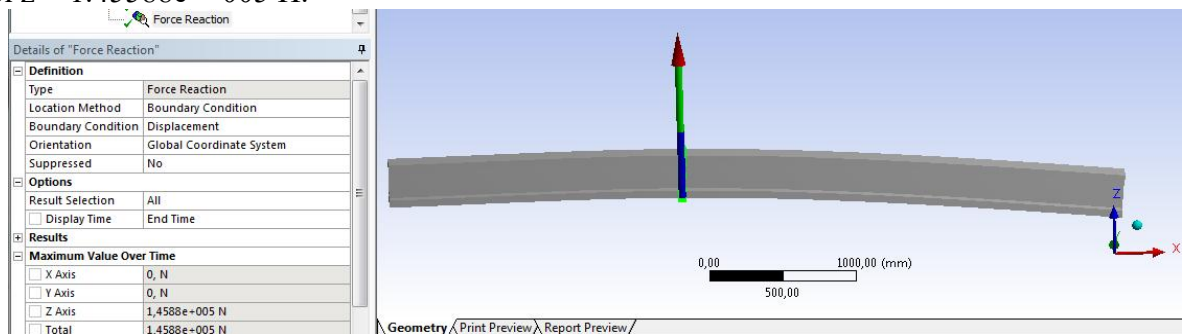


Рисунок 5.36 – Напрямок реакцій

Для напрямок реакцій моментів Solution ПКМ Insert → Probe → Moment Reaction в Boundary Condition вибираємо → Fixed support (в жорсткому закріпленні) (рис.5.37).

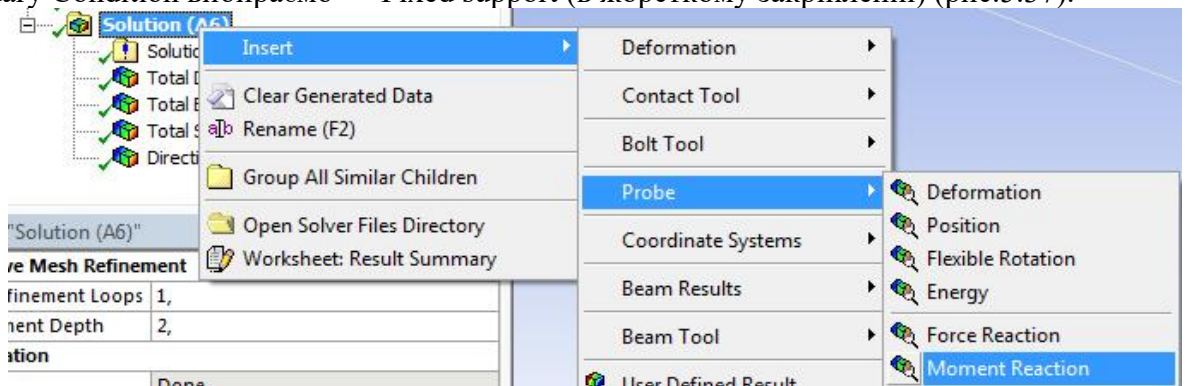


Рисунок 5.37 – Напрямок реакції моментів

У дереві натискаємо на Model, панель Construction Geometry → Patch. Вибираємо вибір точок, вказуємо точки в Details входу т.1 Start Location → Apply і виходу т.2 End Location → Apply шляху Patch. Додаємо в Solution переміщення Total Deformation2 і

запускаємо на перерахунок. У вікні властивостей Details of Total Deformation2 вказуємо Scoping metod → Patch, Surface → Patch, проводимо перерахунок результатів (рис.5.38).

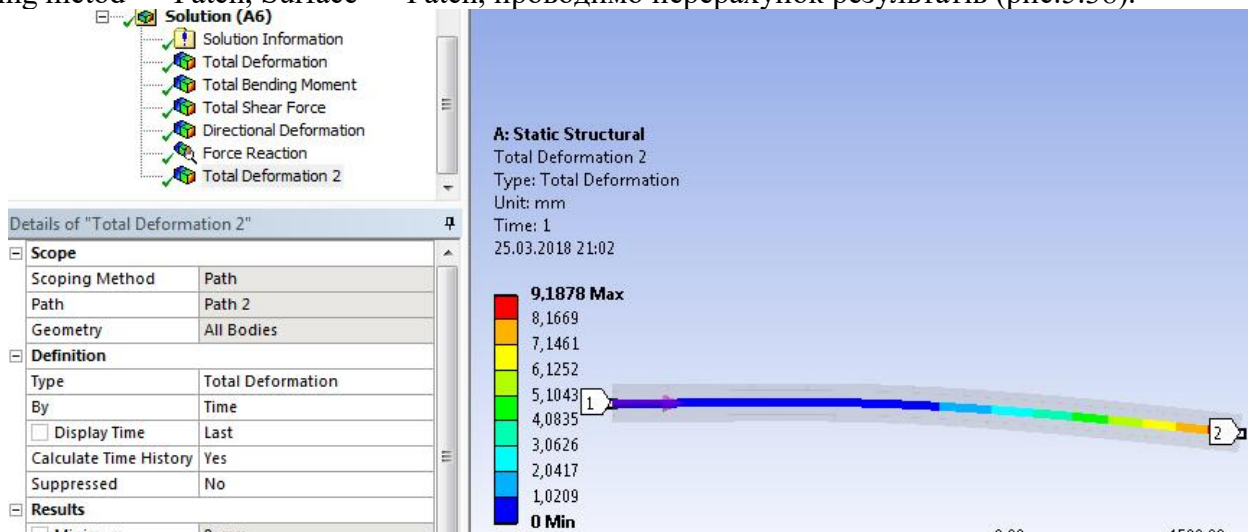


Рисунок 5.38 – Висновок результатів переміщень уздовж лінії

У вікні Graph відобразиться графік зміни переміщень по довжині який можна виключити в звіт натиснувши на іконку New Chart and Table. (рис.5.39) У вікні Details можна зробити налаштування відображення графіка або імпортувати дані результатів Tabular Data в Excel і побудувати графік в інших програмах.

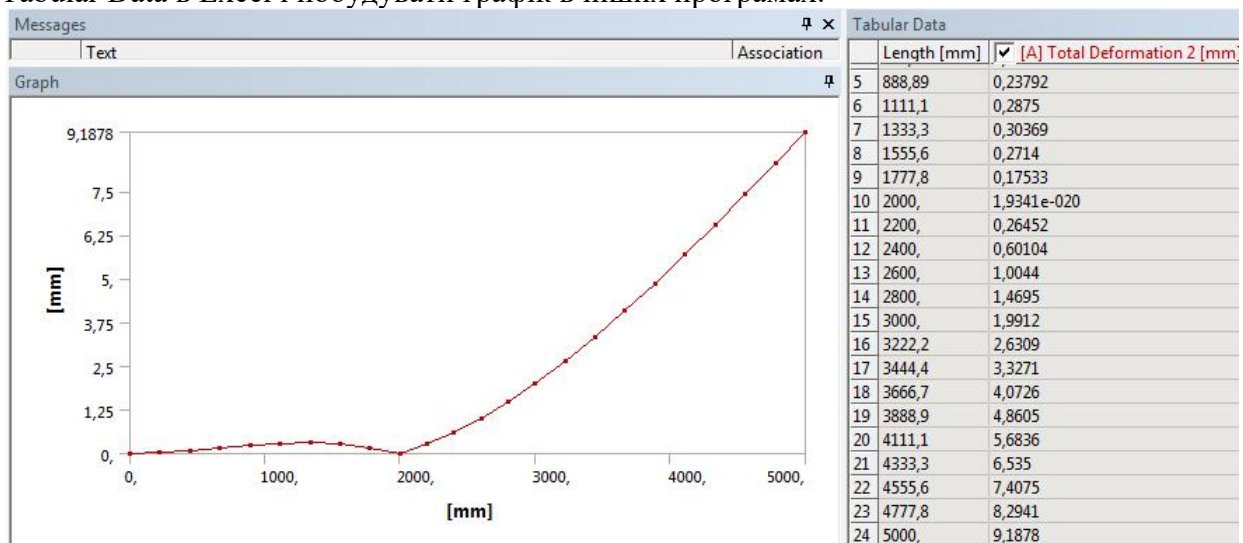
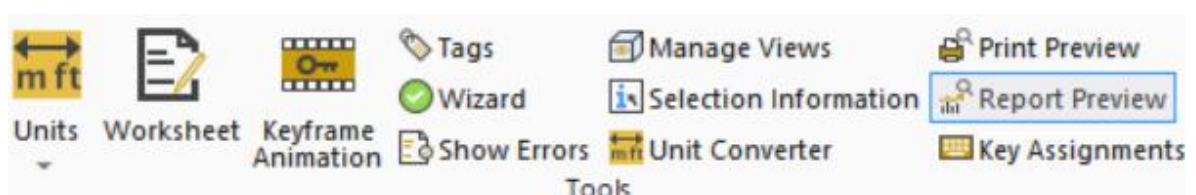


Рисунок 5.39 – Графік зміни переміщень

Після завершення розрахунку необхідно проаналізувати отримані результати. Розрахувати балку аналітично і порівняти отримані результати з МСЕ. Провести оцінку міцності по напруженням, що допускаються. Також слід пам'ятати, що отримане рішення не повинно залежати від розміру сіткових елементів, що зазвичай досягається проведенням серії розрахунків на сітках різної щільності.

Для оформлення звіту натиснути Report Preview і відіслати Send To – Word (рис.5.40)





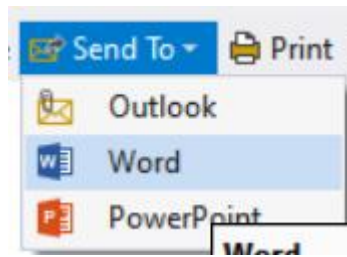


Рисунок 5.40 – Оформлення звіту

### 5.5. Розрахунок двовимірної задачі

Вибрати тип аналізу 2D/3D необхідно до початку роботи, оскільки якщо відкрити будь-яку підсистему до цього, тип аналізу буде зафіксовано і змінити його в даному модулі буде неможливо [5].

Осе симетричні завдання зручно вирішувати саме у двовимірній постановці. Такий підхід дозволяє суттєво заощадити час та обчислювальні потужності без суттєвих втрат якості результатів. Модуль Static Structural дозволяє вирішити систему рівнянь теорії пружності. За замовчуванням завдання вирішується у лінійній постановці. У розділі Analysis Settings можна активувати опцію геометричної нелінійності (облік великих деформацій/переміщень/поворотів). Активація виконується за допомогою рядки Large Deflection.

Запускаємо програму Mechanical з основного вікна Project Schematic. Якщо деталь має осі симетрії зменшення розрахункового часу і ресурсів комп'ютера розглядаємо лише її симетричну частину.

Для вирішення задачі в осе симетричній постановці необхідно вказати тип аналізу Analysis type – 2D (рис.5.41), поведінка 2D Behavior – Axisymmetric.

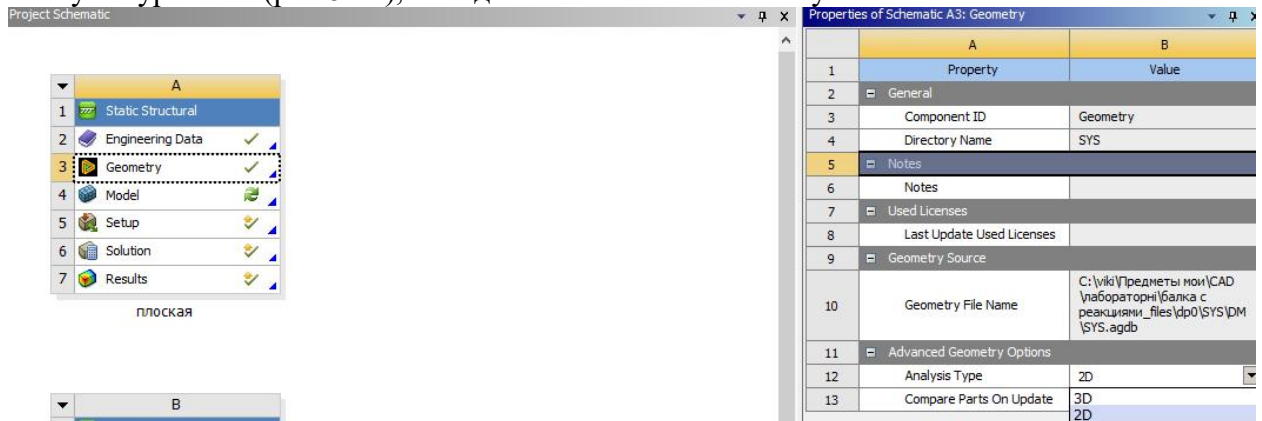


Рисунок 5.41 – Параметр Analysis Type

У налаштуваннях потрібно включити beta-опції. Tools => Options => Appearance => Beta Options (Ставимо галочку, якщо не стоїть). Обрати налаштування Tools-Options-Appearance-Beta option включити (5.42)

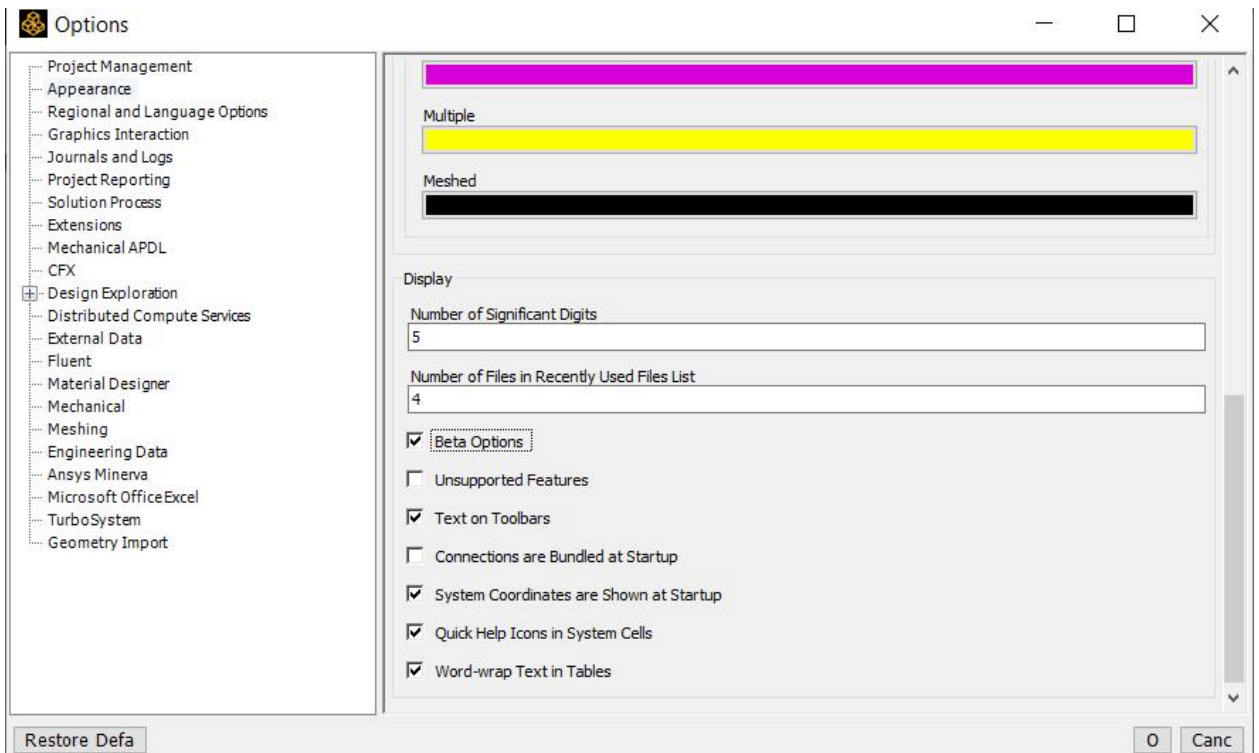


Рисунок 5.42 – Налаштування Beta option

У проект додається розділ Symmetry, в якому задається область перерізу (Symmetry Region), а також вісь симетрії (OY).

Далі у дереві проекту вибираємо Geometry та виставляємо для нього параметр Analysis Type => 2D. Крок кута встановлюємо в 360 градусів і вказуємо, що по колу таких елементів буде 2 (необхідно вказувати на 1 елемент більше, тому що перший виявляється нульовою товщиною).

Відкриваємо Model , вказуємо що геометрія осиметрична (рис.5.43)

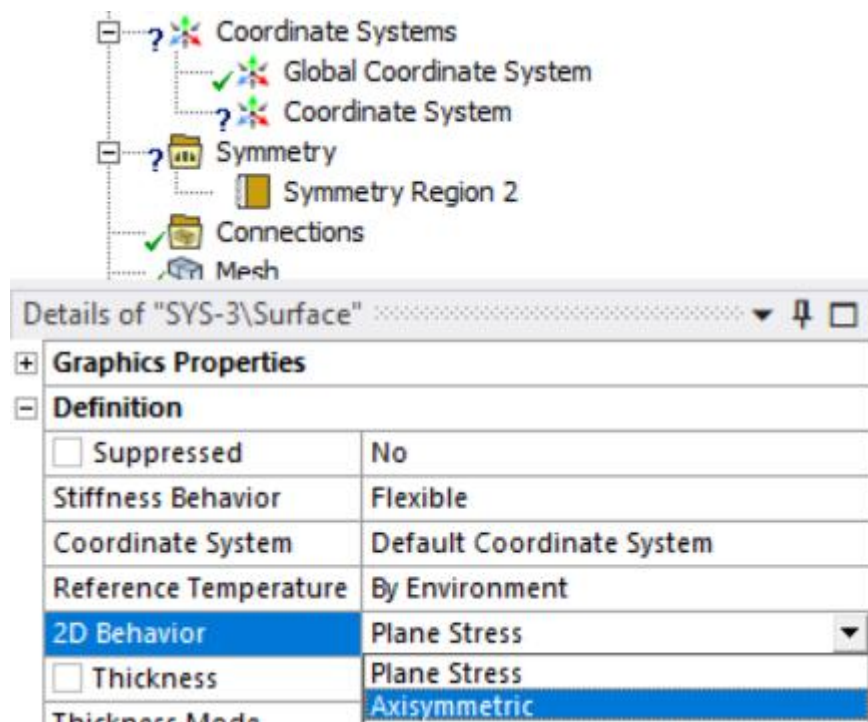


Рисунок 5.43 – Геометрія осиметрична



Спочатку розбиваємо модель на сітку із налаштуваннями «за замовчуванням». Для цього клацанням ПКМ на пункті Mesh у дереві проекту викликаємо контекстне меню, в якому вибираємо "Generate Mesh".

Крім різних методів, існує можливість задавати розміри ребер елементів у явному вигляді. Виключимо з розрахунку в дереві елементів доданий метод за допомогою опції Suppress. Додамо інструмент Sizing. Розміри ребер елементів можна вказувати як для всієї поверхні, так окремих ліній (Edges). Виберемо лінію, задамо розмір елемента у полі Element Size 0,0005. Іноді підвищення якості розрахунків у окремих областях моделі необхідно виділити частина геометрії до створення у ньому регулярної обчислювальної сітки.

Якщо завдання вирішується у двовимірній постановці, то в розділі геометрії (Geometry) дерева проекту потрібно вказати спосіб обліку деформацій за товщиною об'єкта (рядок 2D Behavior):

- плоский напружений стан (Plane Stress);
- плоский деформований стан (Plane Strain);
- узагальнений плоский деформований стан (Generalized Plane Strain).

Також у цьому рядку можна вказати, що завдання вирішується в осесиметричній постановки (Axisymmetric).

Математична модель також зміниться при призначенні елементів конструкції матеріалів, що мають, наприклад, пластичні властивості або властивість повзучості.

Модуль Static Structural дозволяє вирішити систему рівнянь теорії пружності. За замовчуванням завдання вирішується у лінійній постановці. У розділі Analysis Settings можна активувати опцію геометричної нелінійності (облік великих деформацій/переміщень/поворотів). Активація здійснюється за допомогою рядка Large Deflection.

Для використання умови симетрії геометрична модель має бути розсічена площиною симетрії (рис. 5.44). При цьому розрахунок проводиться на одній частині моделі. Відсічена частина моделі замінюється умовою симетрії, яка полягає в тому, що вузлам, розташованим у площині симетрії, заборонені переміщення по нормалі до цієї площини (напрямок вектора нормалі  $n$  збігається з напрямком осі X) та обертання у площині XY та XZ. Для завдання площини симетрії може бути використаний об'єкт Displacement, що додається до аналізу, або об'єкт Symmetry Region, доданий у розділ Model→insert→Symmetry. Вказати лінію симетрії та вісь перпендикулярну симетрії.

Площина симетрії

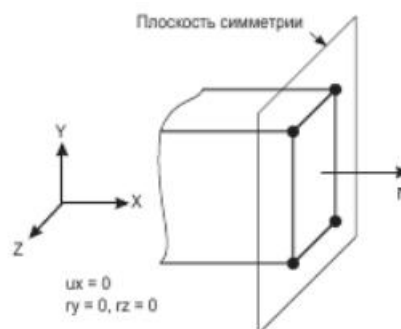


Рисунок 5.44 – Умова симетрії

На прикладі подивимося застосування цього метода. Для цього після побудови моделі, треба визначити симетричну частину та додати її. На пункті Symmetry ПКМ, що з'явився, вибираємо Insert => Symmetry Region (рис.5.45).

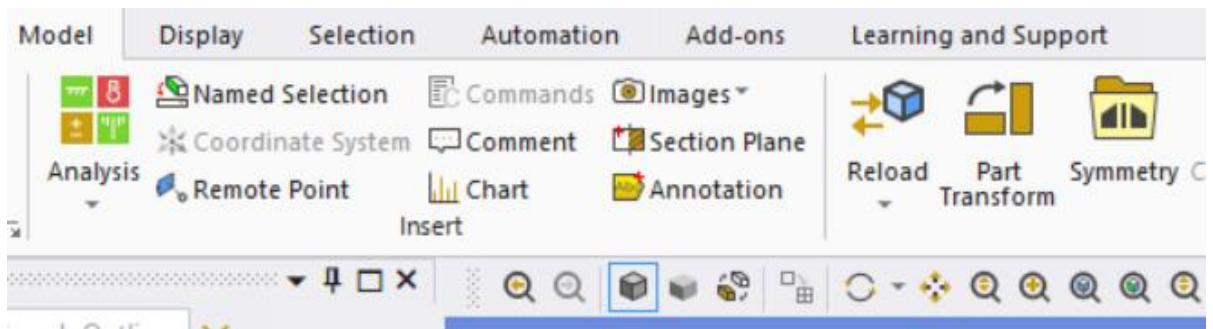


Рисунок 5.45 – Меню симетрії

Обираємо лінію симетрії, показано червоним (рис.5.46) Перевіряємо, щоб система координат знаходилася на осі симетрії, якщо вона зрушена, створюємо нову, яка задовольняє нашим вимогам. У нашому випадку центр система координат не лежить у точці контакту двох тіл.

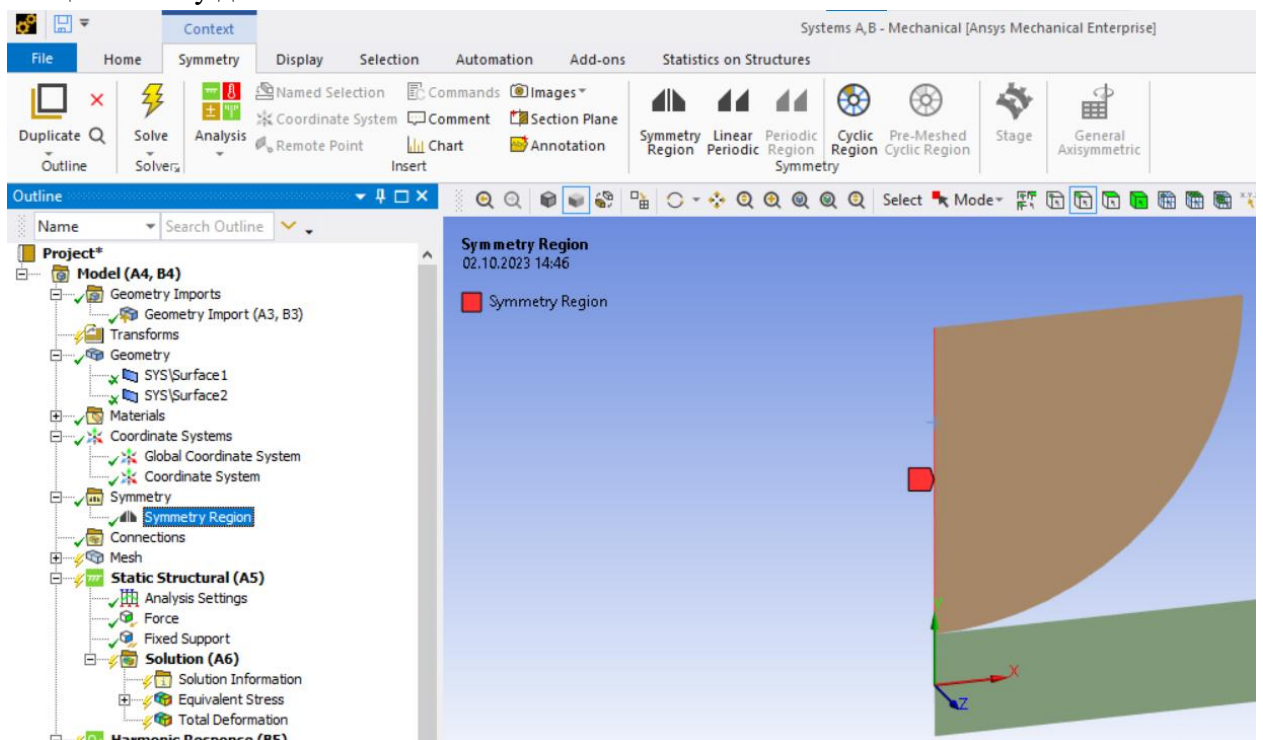


Рисунок 5.46 – Вісь симетрії

Потрібно створити локальну систему координат і вибрати її (рис.5.47).

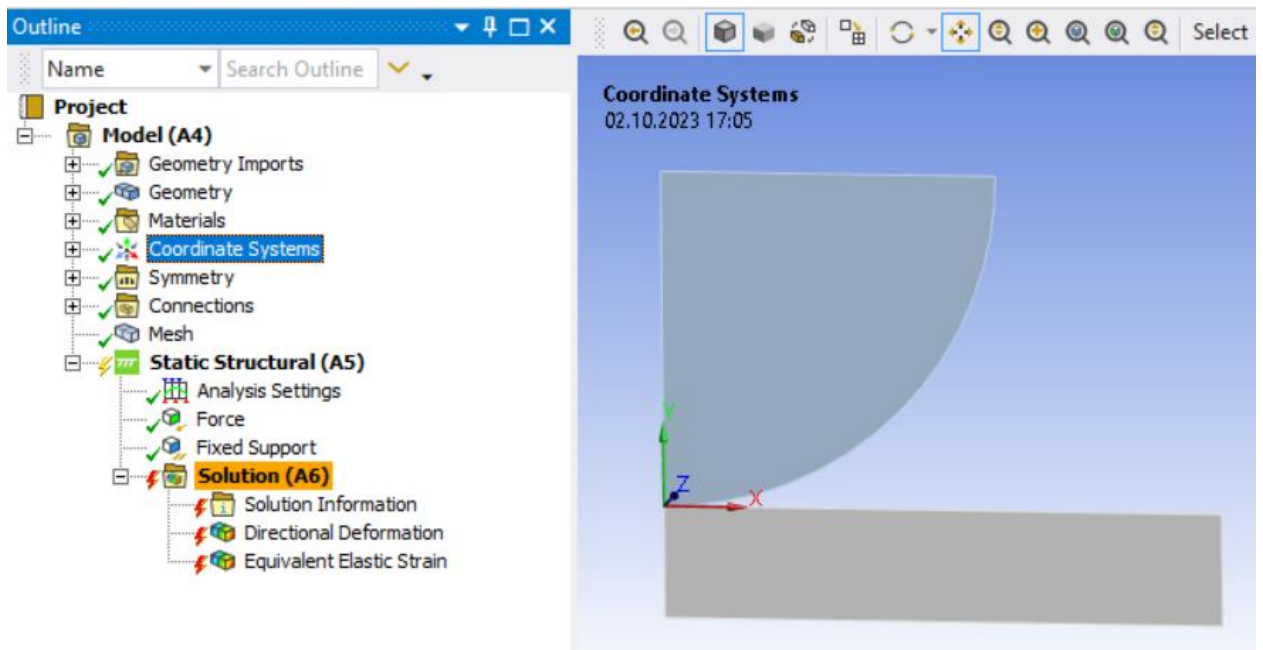


Рисунок 5.47 – Локальна система координат

Заходимо у параметр Symmetry Region (рис.5.48). У графі Geometry вибираємо лінії, що лежать на осі симетрії. У графі Coordinate System – система координат на осі симетрії. У графі Symmetry Normal - вісь системи координат, що лежить перпендикулярно до площини симетрії.

Details of "Symmetry Region"	
<b>Scope</b>	
Scoping Method	Geometry Selection
Geometry	1 Edge
<b>Definition</b>	
Scope Mode	Manual
Type	Symmetric
Coordinate System	Coordinate System
Symmetry Normal	Y Axis
Suppressed	No

Рисунок 5.48 – Параметр Symmetry Region

Закріплюємо модель в основі та прикладаємо розподілене навантаження зверху: силу 10 Н (рис.5.49)

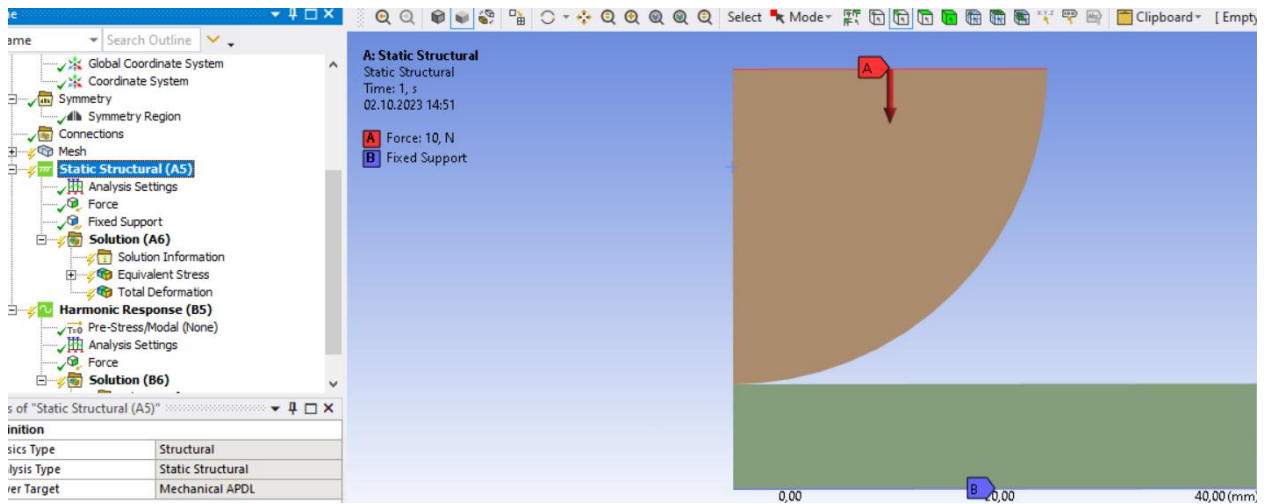


Рисунок 5.49 – Схема навантаження

Математична модель також зміниться при призначенні елементів конструкції матеріалів, що мають, наприклад, пластичні властивості або властивість повзучості.

Вибір та налаштування деяких математичних моделей виконуються за допомогою опцій SE, які можна встановити через команди APDL. Цей принцип реалізований, наприклад, в елементах PLANE223, SOLID226 і SOLID227, а також елементах SHELL181, SHELL281, в яких є можливість використання моделі багатошарових оболонок.

Налаштування методу рішення проводяться через розділ Analysis Settings дерева проекту або за допомогою команд APDL. Можуть бути обрані функції форми SE, спосіб інтегрування в області елемента і т.д.

Функції форми SE (лінійні/квадратичні) вибираються на етапі побудови сітки за допомогою опції Element Midside Nodes.

Опції методу розв'язання нелінійних завдань вибираються у розділі Nonlinear Control об'єкту Analysis Settings дерева проекту. Розділ Solution дерева проекту містить інструменти обробки та представлення результатів. До нього додаються об'єкти необхідні користувачеві результатів розрахунку.

Основним результатом розрахунку НДС, що проводиться за допомогою MCE у модулі Static Structural, є переміщення (Deformation) вузлів SE-моделі.

Натискаємо Solve і після виконання рішення аналізуємо отримані результати. Виводимо картину переміщень осі X (рис.5.50).

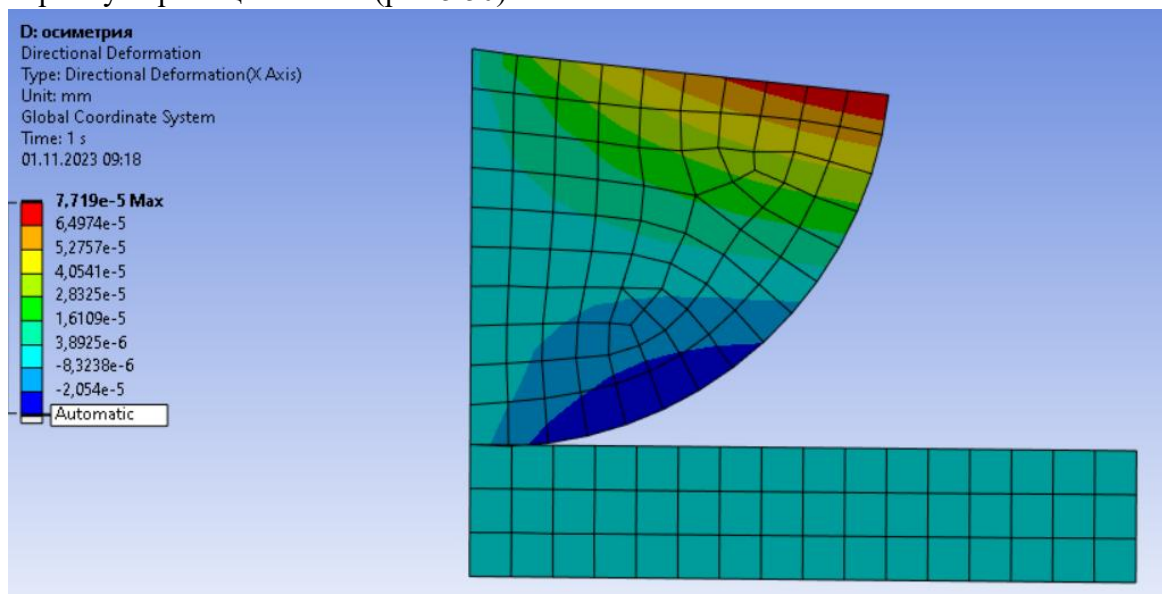


Рисунок 5.50 – Картина переміщень осі X

Як видно, симетричне завдання вирішилося правильно, вісь симетрії нікуди не зрушила і тіло не "завалилося".

Залишаються 2 настройки: Num Repeat - число повторень і збільшення кута " $\Delta\theta$ "  
За замовчуванням у нас виходить об'ємна фігура з кутом розчину 360 градусів.

Зменшивши значення числа повторень чи збільшення кута ми стиснемо фігуру.

У нашому випадку Num Repeat = 10 і  $\Delta\theta = 10$ . Отримуємо 90 градусів. Виводимо результати загальної деформації (рис.5.51)

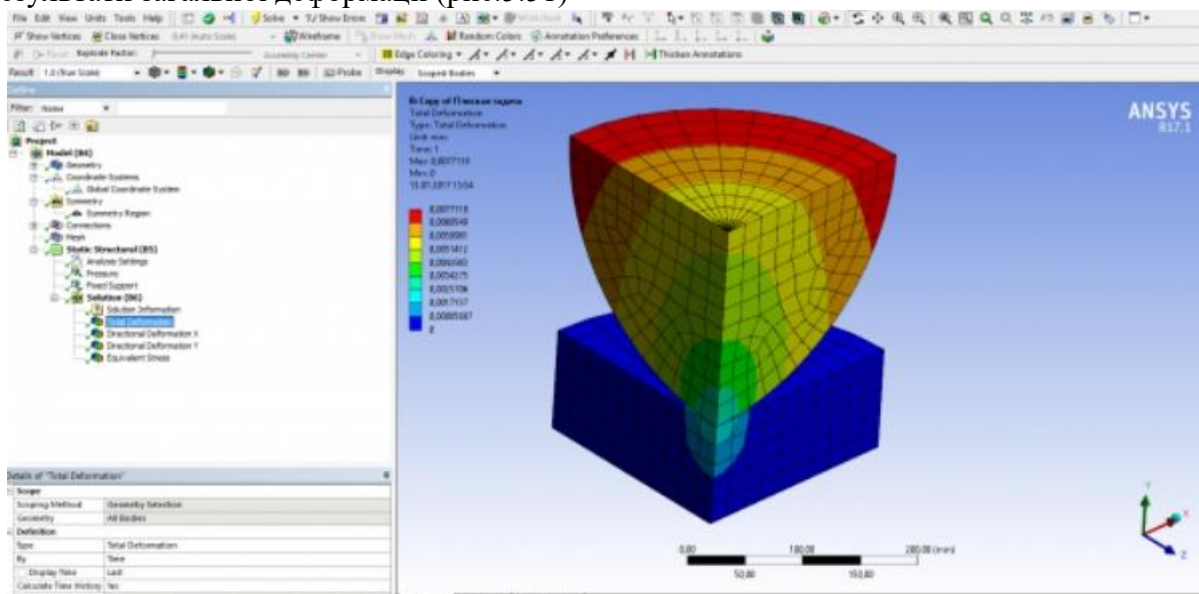


Рисунок 5.51– Загальні деформації

## 5.6 Розрахунок міцності 3D моделей

Для твердих об'ємних тіл solid застосовуються елементи у вигляді пірамід, призм, тетраедрів, що мають елемент від 8 до 20 вузлів [2].

Елемент SOLID70 визначається вісьмома вузлами та властивостями ортотропного матеріалу. Також може бути сформований елемент у вигляді призми, елемент у вигляді тетраедричної форми та пірамідальний елемент, як показано на (рис.5.52) [2].

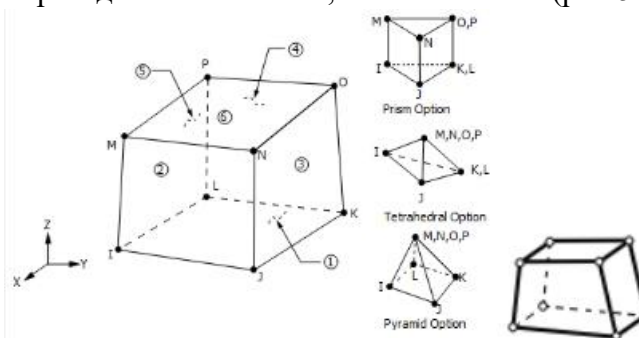


Рисунок 5.52 – Геометрія SOLID70

Елемент SOLID90 визначається 20 вузлами та властивостями матеріалу. Призмоподібний елемент може бути утворений шляхом визначення K, L та S; A та B; та O, P та W вузлів. Також може бути сформований елемент у вигляді тетраедричної форми та пірамідальний елемент, як показано на (рис.5.53) [2].



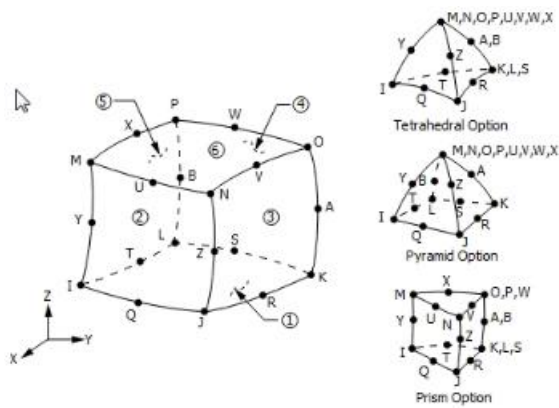


Рисунок 5.53 – Геометрія SOLID90

Геометрія SOLID98, такаж як і у SOLID237 (рис.3.16). Вхідні дані елемента по суті ті ж, що і для SOLID5, за винятком того, що замість 8 - 10 вузлів. Для цього елемента доступні різні комбінації вузлового навантаження (залежно від значення KEYOPT (1)). Вузлові навантаження визначаються за допомогою команд D та F. За допомогою команди D змінна Lab відповідає ступеню свободи (UX, UY, UZ, TEMP, VOLT, MAG) та VALUE відповідає значенню (зсувам, температурі, напрузі, скалярному магнітному потенціалу). За допомогою команди F змінна Lab відповідає силі (FX, FY, FZ, HEAT, AMPS, FLUX), а VALUE відповідає значенню (сила, тепловий потік, струм або заряд, магнітний потік).

У деяких випадках через складність геометрії не вдається збудувати регулярну гексаедричну сітку на всьому обсязі моделі, проте така сітка може бути отримана, якщо розбити тіло на елементарні обсяги (тіла постійного поперечного перерізу).

Після того, як всі відповідні параметри задані, може бути виконано і саме, рішення. За командою SOLVE програма звертається за інформацією про модель навантаження, до бази даних і виконує обчислення. Результати записуються в спеціальний файл і в базу даних. Додаємо значення параметрів які ми хочемо отримати внаслідок (рис. 3.15). Запускаємо на рішення - SOLVE.

Для виведення графічних зображень результатів слід вибрати вкладку Solution у дереві проекту (рис. 5.10).

У меню Solution в основному використовуються такі види графіків:

- Deformation – графік деформації;
- Strain – графік розтягування;
- Stress – графік напружень.

Для прикладу розглянемо розрахунок деталі –Вал. Будуємо 3Д модель - Вал, обираємо модуль статичного розрахунку Static Structural. Робимо сітку автоматичним методом. Якщо не підходить обираємо інший спосіб розбиття. Дана модель розбита на 3777 вузла та має 1955 елементів. Обираємо ракурс робимо фото для звіту FIGURE 1 Model (A4) > Mesh > Image (рис.5.54)

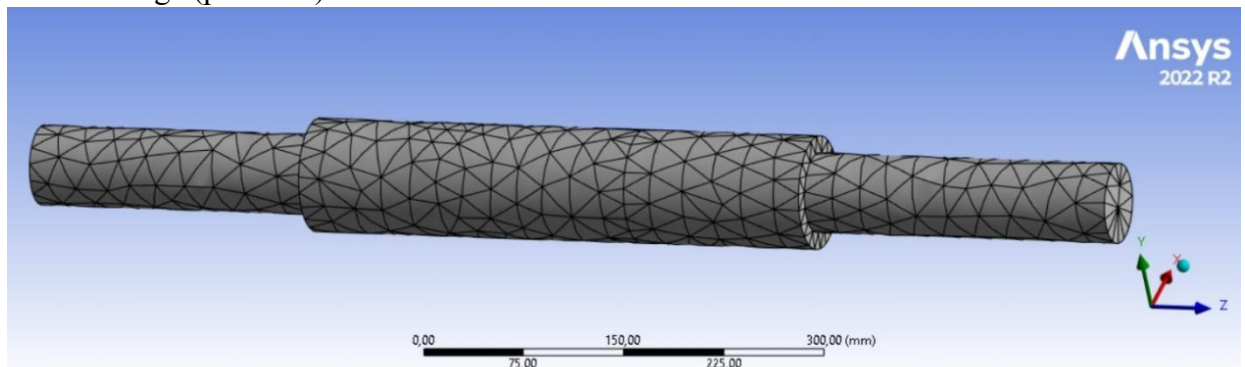


Рисунок 5. 54 – SE сітка



Прикладаємо граничні умови (жорстке заземлення) та навантаження (моменти). Зберігаємо схему навантаження **FIGURE 2 Model (A4) > Static Structural (A5) > Image** (рис.5.55)

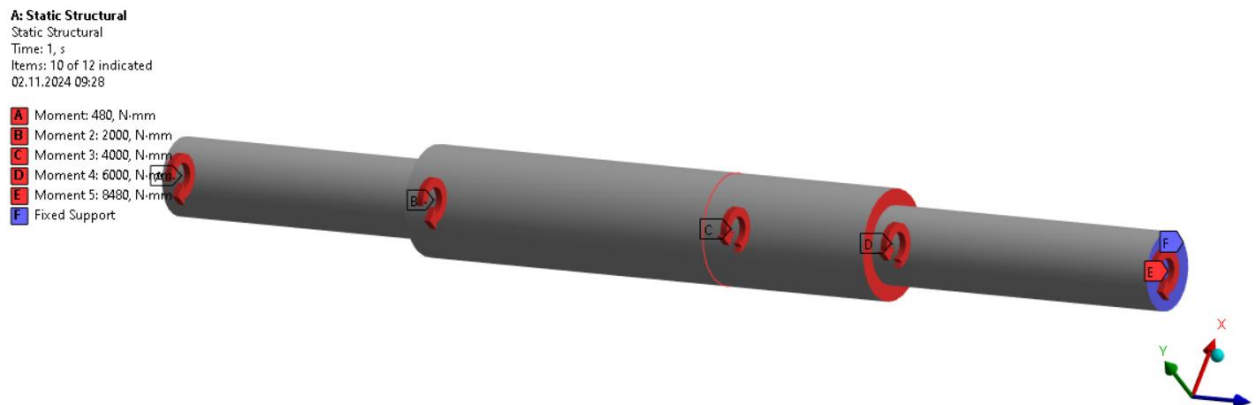


Рисунок 5. 55 – Розрахункова схема

Проводимо розрахунок Solve і отримуємо обрані результати. Загальні деформації **Total Deformation > Image** (рис.5.56)

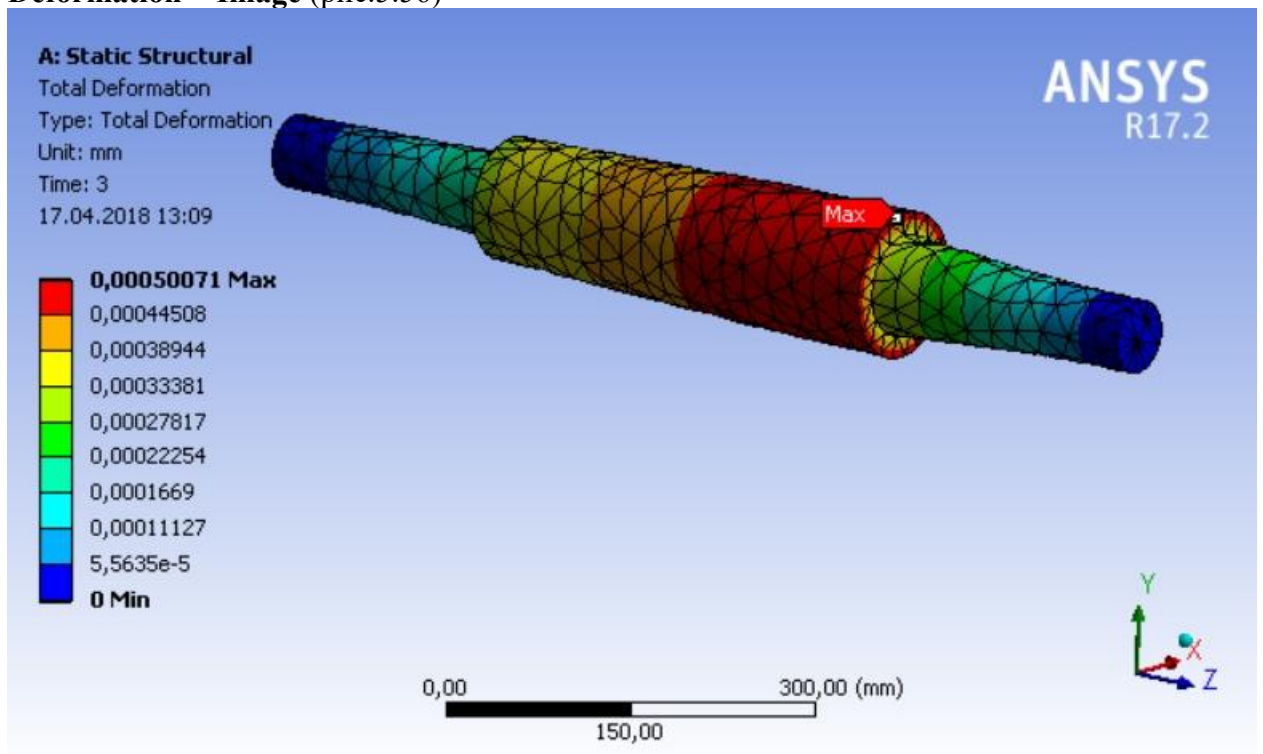


Рисунок 5. 56 – Загальні деформації

Еквівалентні напруження Equivalent Stress **Model (A4) > Static Structural (A5) > Solution (A6) > Equivalent Stress > Image** (рис.5.57).

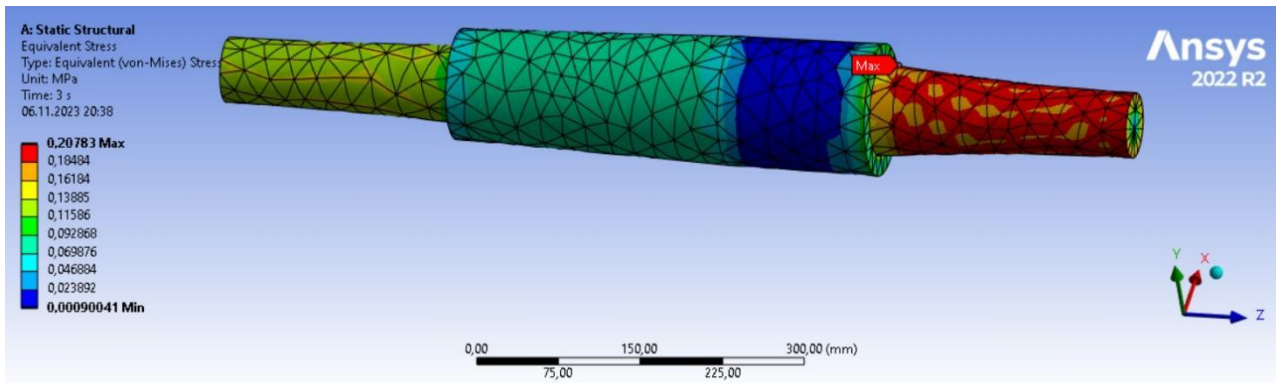


Рисунок 5. 57 – Напруження Equivalent Stress

Використовуючи меню відображення, можна обрати відповідне відображення результатів у вигляді різного забарвлення (рис.5.9)., обрати результати в точці та максимальні і мінімальні значення (рис.5.58).

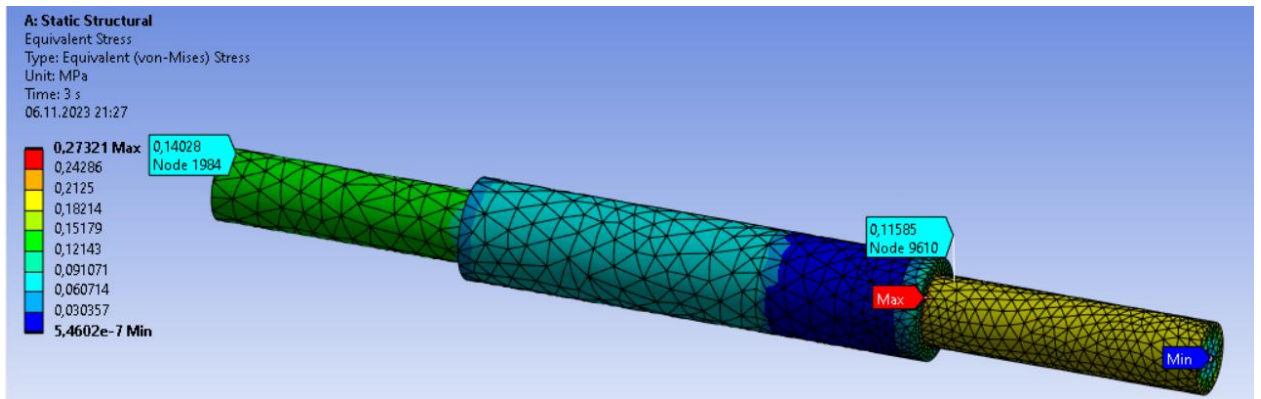


Рисунок 5. 58 – Напруження Equivalent Stress

Натискаючи Report Prewe, зберігасмо звіт у .doc.

Можна переглянути та зберегти анімацію результатів (рис.5.59), використовуючи відповідне меню. Можно змінювати число кадрів, час, експортувати файл.

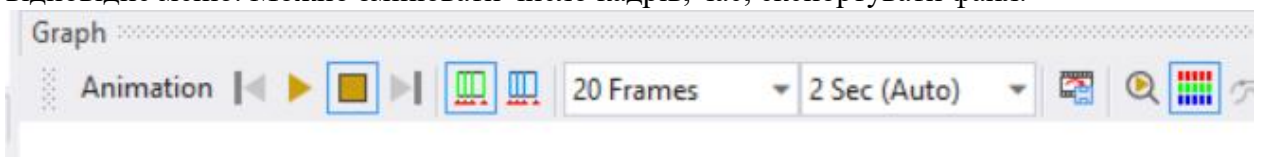


Рисунок 5. 59 – Меню анімації результатів

### 5.7 Оптимізація конструкцій

У ANSYS доступні 2 види оптимізації: параметрична та топологічна.

Параметрична оптимізація служить визначення остаточної форми чи поперечних перерізів силових елементів конструкції [8].

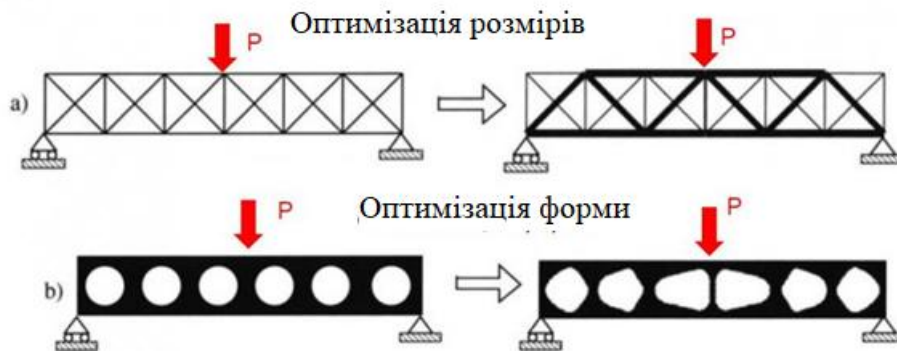


Рисунок 5. 59 – Види оптимізації

Топологічна оптимізація служить визначення силової схеми конструкції і відповідає питанням: які взагалі потрібні силові елементи, як їх розташувати у просторі і зв'язати між собою.



Рисунок 5. 60 – Топологічна оптимізація

Топологічна оптимізація дозволяє за допомогою МСЕ розрахунків знижувати масу та покращувати жорсткі характеристики конструкцій.

Під **оптимізацією топології** розуміють зміни у конструкції, що включають створення нових меж тіла та видалення існуючих. Метою топологічної оптимізації є збільшення або зменшення заданої властивості конструкції (наприклад, зменшення енергії деформації, збільшення головної частоти) при задоволенні певних умов (наприклад, зниження матеріаломісткості).

Топологічна оптимізація, що виконується засобами **програмного забезпечення ANSYS**, виконується за кілька етапів.

На першому етапі проводиться постановка і вирішення задачі міцності МСЕ в ANSYS Mechanical. Для цього задається контурна геометрична область конструкції, її механічні властивості, умови закріплення та навантаження, що діють.

ANSYS має велику вбудовану бібліотеку властивостей матеріалів для розрахунків. Геометрія моделі може бути імпортована з основних CAD систем: SolidWorks, Autodesk Inventor, PTC Creo, Catia v5, Solid Edge, Rhinoceros, SketchUp, Siemens NX, AutoCAD. При використанні іншої CAD системи, як Компас-3 D, геометрія передається через один з численних відкритих форматів: Parasolid, STEP, SAT, IGES.

Навантаження на конструкцію не тільки задаються в ANSYS Mechanical, але виходять у рамках багатодисциплінарних розрахунків чи імпорту із зовнішніх файлів (як результати сторонніх розрахунків). Так, наприклад, може бути враховано тиск, створюваний потоком на крило або прикладене розподілене навантаження згідно з ГОСТ або СНиП.

Після вирішення міцності завдання починається безпосередня робота з топологічної оптимізації конструкції. Формулюється цільова функція – зниження податливості конструкції, яка відчуває один чи кілька варіантів навантаження, збільшення власних частот, обмеження деформаціям чи інша.

Для коректної роботи алгоритму описується простір проектування: визначається область конструкції, топологія якої може змінюватись, та область, для якої зміни заборонені. Додаткову зручність забезпечують інструменти, що контролюють можливість

виготовлення топології, що отримується. Ці інструменти дозволяють вимагати дотримання лінійної або циклічної симетрії топології, перевіряти можливість виготовлення деталі шляхом лиття або фрезерування, відсутність внутрішніх порожнин. Також можливий контроль мінімального або максимального розміру нових елементів топології конструкції.

Після завдання всіх необхідних параметрів алгоритму оптимізації залишається вказати бажаний відсоток зниження матеріаломісткості та запустити розрахунок.

За підсумками розрахунку ANSYS Mechanical дозволяє експортувати отриману топологію у форматі STL. На цьому можна закінчувати оптимізацію, але програмне забезпечення ANSYS дозволить зробити набагато більше – саме виконати перевірочний розрахунок.

ANSYS SpaceClaim Direct Modeler, один із найдосконаліших на ринку інструментів прямого моделювання геометрії, здатний прочитати, перевірити, виправити та суттєво спростити STL геометрію. Оброблена в SpaceClaim STL модель конвертується у формат, придатний повторного розрахунку.

ANSYS Meshing, основний сітковий генератор ANSYS, має спеціалізований алгоритм побудови якісної сітки на тілах, що мають складну топологію і високу складність поверхонь. Алгоритм дає змогу отримати сітку високої якості без необхідності ручної підготовки геометрії.

Після створення СЕ моделі з новою топологією перевірочний розрахунок у ANSYS Mechanical дозволить бути впевненим у працездатності полегшеної конструкції (рис.5.61 [8]).

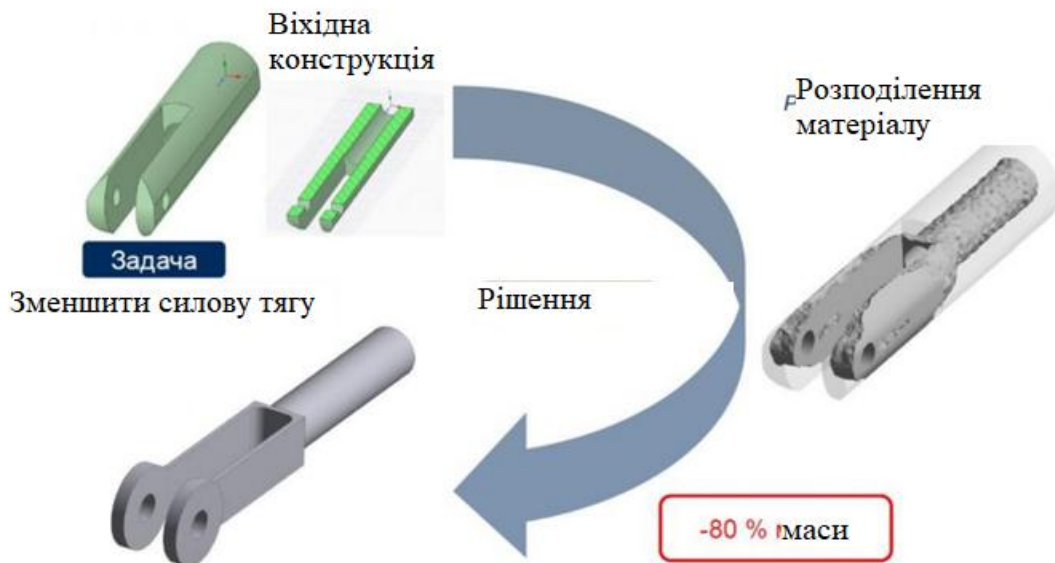


Рисунок 5. 61 – Задачі оптимізації

Приклад послідовності розрахунку топологічної оптимізації деталі та розрахунок міцності

1. Тривимірну модель, розбиваємо сіткою. Декартова СЕ (кінцево-елементна) сітка конструкції, що оптимізується (рис.5.62 [7]).

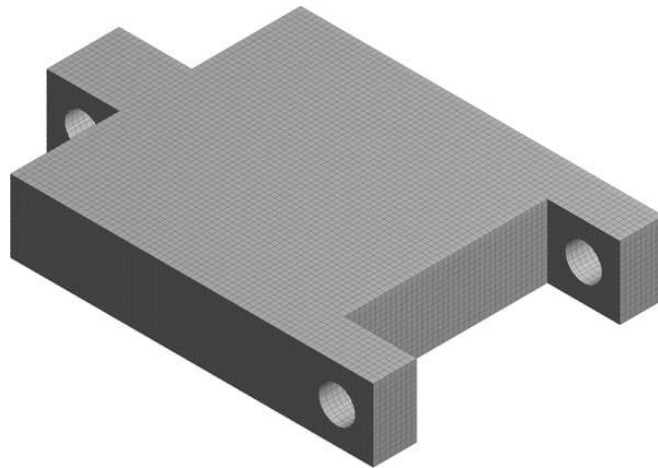


Рисунок 5. 62 – Скінченно-елементна сітка

2. Граничні умови та навантаження показані: синім – закріплення, червоним – сили (рис.5.63 [7]).

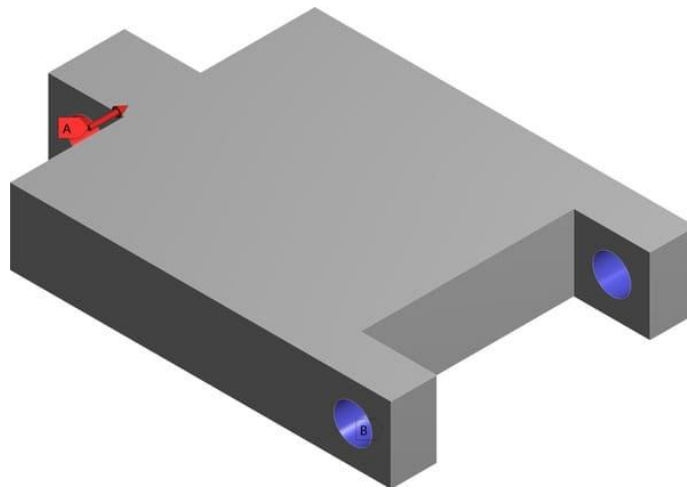


Рисунок 5. 63 – Розрахункова схема

4. Набори елементів, виключених із простору проектування конструкції (рис.5.64 [7]).

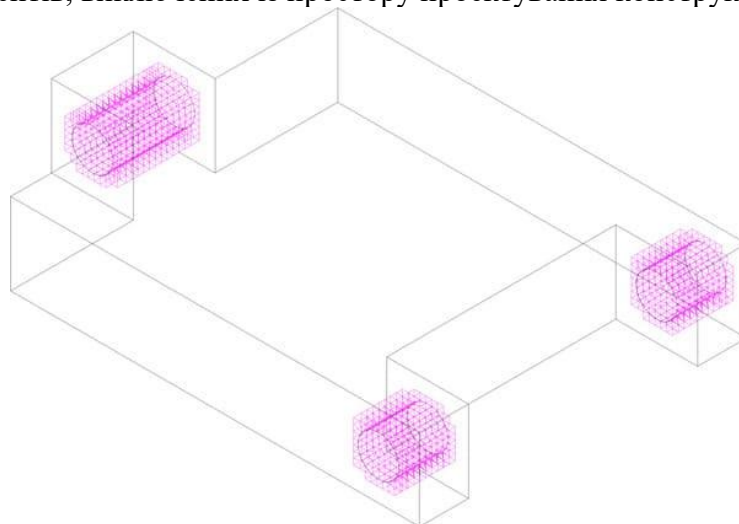


Рисунок 5. 64 – Елементи, що не змінюються

5. Результат оптимізації – розподіл матеріалу у конструкції (рис.5.65 [7]).



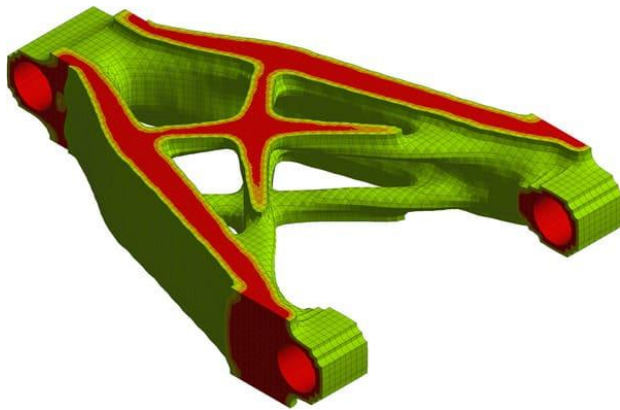


Рисунок 5. 64 – Результат оптимізації

7. Необроблені контури нової топології конструкції у форматі STL(рис.5.65 [7]).

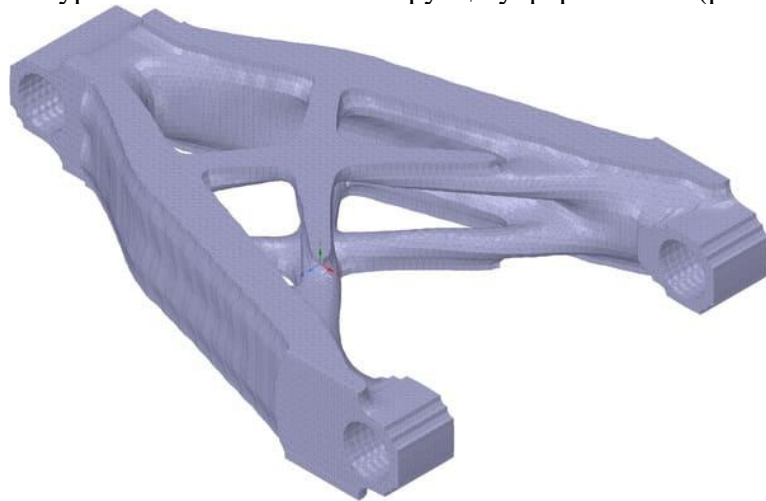


Рисунок 5. 65 – Результат оптимізації у форматі STL

8 Тепер зберігаємо проект та повертаємося до проекту. Для проведення верифікаційного розрахунку потрібно натиснути правою кнопкою миші по рядку Result та вибрати Transfer to Design Validation System (рис.5.66 [8]).

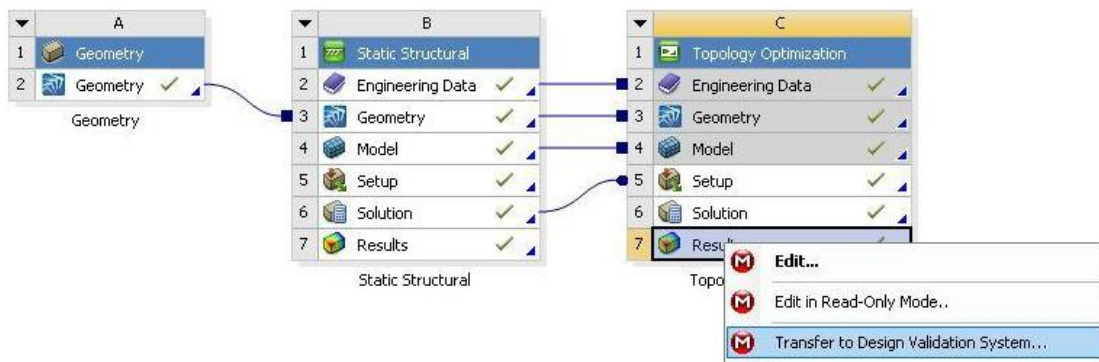


Рисунок 5. 66– Обрання проведення верифікаційного розрахунку

З'являється копія статичного розрахунку, але вихідні дані бере з результатів топологічної оптимізації. А для проведення перевірного розрахунку потрібно цю геометрію підкоригувати. Спочатку тиснемо Update на осередку Result, а потім на осередку Geometry. 9 Після цього відкриваємо SpaceClaim. Геометрія відкриється як STL. Так само, там є і вихідна геометрія. Причому результат оптимізації пригнічений. Його потрібно "роздавити" і приховати вихідну геометрію (рис.5.67).



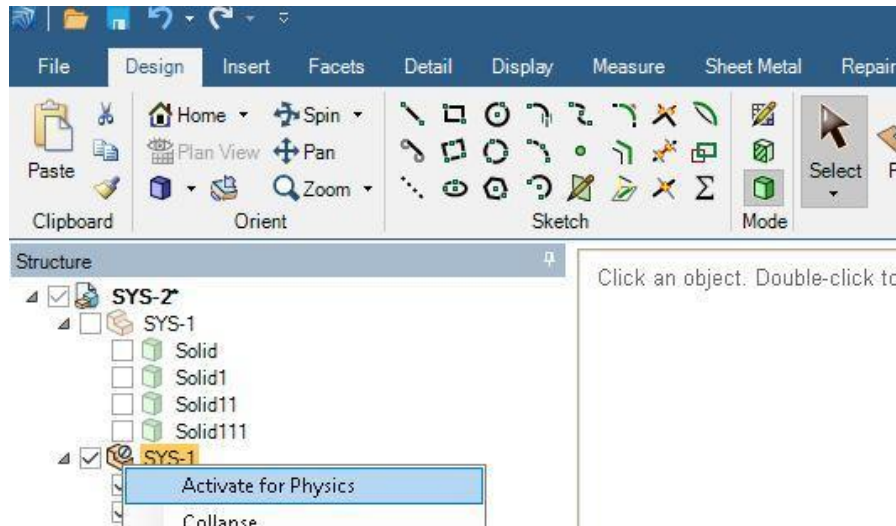


Рисунок 5. 67– Приховування геометрії

Приховуємо вихідну геометрію, щоб вона нам не заважала на даному етапі. Ну і оскільки STL не є твердим тілом, потрібно об'єднати ці окремі фасетовані тіла в одне. Це робиться за допомогою функції Merge. (рис.5.68).



Рисунок 5. 68 – Функція Merge

10 Тепер слід перевірити сітку STL геометрії на помилки. Це можна зробити з Check Facets. І у вікні можна побачити помилки, які в нашій сітці є. Крім цього, ці помилки можна виправити за допомогою операції AutoFix. Більшість помилок вона виправляє. Помилки, що залишилися, виправляємо за допомогою іншої операції, обертання чи обгортання – Shrinkwrap. Вона накриває геометрію шаром нової сітки з рівномірним розміром сітки, яку можна вибрати самостійно.

Крім того, можна вибрати два різні варіанти сітки. Якщо вибрати стрілку з площиною і додатково вибрати геометрію, то можна вибрати інший розмір сітки (рис.5.69). Як правило, це отвори. У властивостях вибираємо розмір елемента STL-геометрії та вторинний розмір, який буде застосований до виділених граней. Тиснемо зелену галочку.



### Рисунок 5. 69 – Налаштування сітки

11 Для того, щоб перетворити цей об'єкт на максимально гладкий використовувати по черзі 2 операції: Smooth/Згладжування, яке можна застосувати як до всього тіла, так і до частини тіла; та Reduce/Зменшення числа фасеток. У згладжуванні можна змінити граничне значення кута, тобто той кут між гранями, який буде більше зазначеного не буде згладжений. Для максимально гладкого варіанта ставимо 180 градусів та локальне згладжування (рис.5.70).

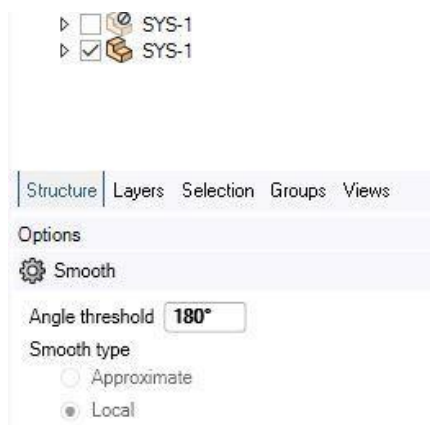


Рисунок 5. 70 – Локальне згладжування.

Після натискання кнопки з галочкою число фасеток залишилося тим самим, але зменшився обсяг. Це відбувається через переміщення фасеток усередину конструкції. Повне згладжування, на відміну локального, ніяк не впливає на обсяг. У цьому випадку згладжування відбувається за рахунок додавання великої кількості фасеток.

Друга операція Reduce (рис.5.71) необхідна, щоб зменшити кількість фасеток. У її налаштуваннях є відсоток конструкції, який хочемо зробити грубішим і максимальне відхилення, яке ми готові допустити для форми конструкції. Після цієї операції виходить досить груба форма. Після деякої кількості чергування Smooth та Reduce можна отримати дуже гарну гладкість у результаті оптимізації.

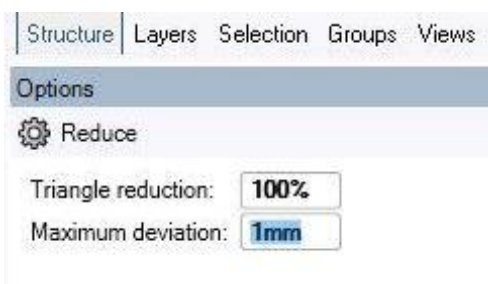


Рисунок 5. 71 – Зменшення кількість фасеток

За допомогою Substract віднімаємо вихідну геометрію з STL. В нас залишаються огризки деталі. Для видалення їх тиснемо Separate all для поділу на окремі тіла. Для зменшення числа фасеток скористаємося функцією Reduce, тільки відхилення зроблю набагато менше, ніж у попередні рази, щоб зберегти максимум від форми, що вийшла.

Отриманий солід можна використовувати у верифікаційному розрахунку.

12 Повертаємось у проект і відкриваємо комірку модель. Погоджуємось на повторне читання файлу (рис.5.72).

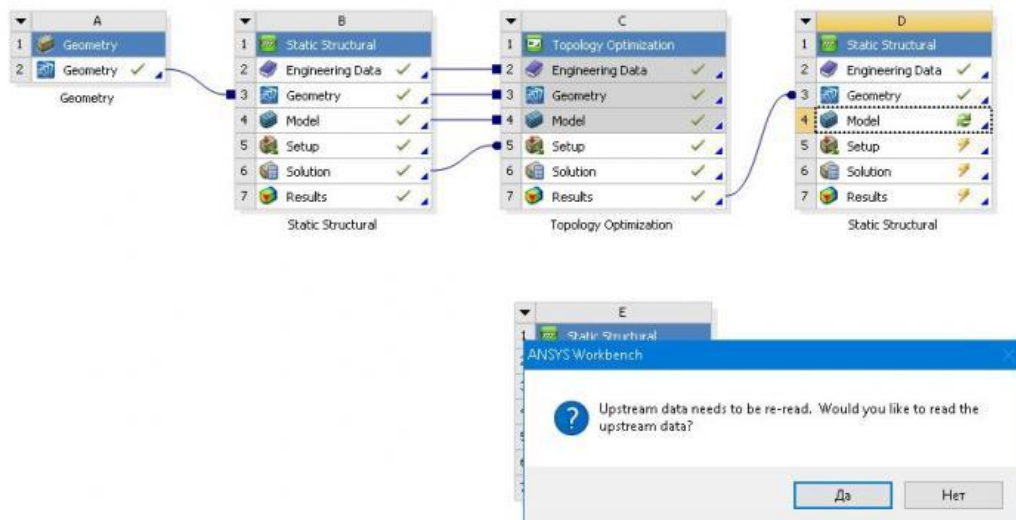


Рисунок 5. 72 – Оновлення проекту розрахунку

13. У Mechanical гасимо непотрібні тіла та відновлюємо граничні умови та сітку. Граничні умови та навантаження, що додаються до конструкції після обробки (рис.5.73 [7]). Автоматизовано побудована SE сітка для нової топології.

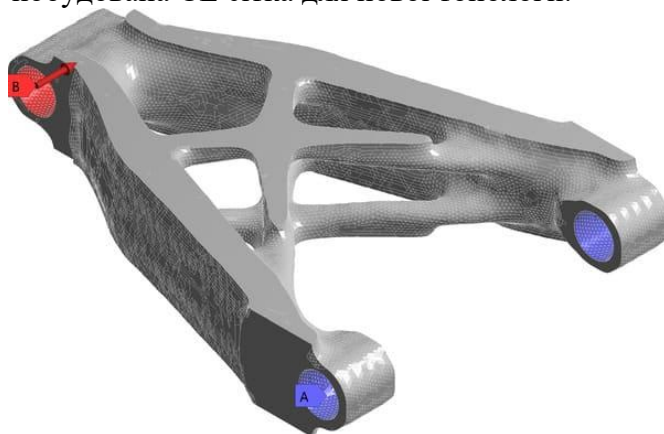


Рисунок 5. 73 – Результат оптимізації у форматі STL

14. Результат перевірного розрахунку – поле напружень у конструкції з новою топологією (рис.5.74 [7]).

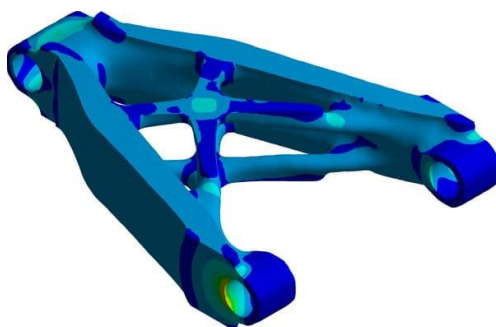


Рисунок 5. 74 – Поле напружень

Для оптимізація конструкції під механічну обробку без друку металом потрібно витягти криву перерізу деталі. Це оптимальний варіант, т.к. вплив на деталь відбувається в одній площині, то простіше витягти криву з перерізу, спростити її і витягнути. Інструментом Fit curves будуть наші криві більш гладкими та доопрацюємо піднутрення, які були у моделі.

Для того, щоб перетин був технологічним, ставимо галочки на перетворенні в сплайн, а то все буде у вигляді радіусів і прямих.

Дану методику можна використовувати і у випадку з FDM друком пластиком. Після цього можна додати механічні характеристики Engineering Data і проводити топологічну оптимізацію вже друківаних деталей.

## 6 Контактна взаємодія між тілами

Контакт є нелінійністю типу зміни статусу. Жорсткість системи залежить від статусу контакту – відкритого чи закритого. Залежно від жорсткості контактуючих поверхонь контакти класифікують [10]:

- як жорстко-податливі (rigid-to-flexible);
- податливо-податливі (flexible-to-flexible).

Контактна взаємодія виникає при зближенні точок поверхні тіл (або одного тіла) до заданої відстані, яка зветься «радіус виявлення» (Pinball Radius). На першому етапі моделювання контактної взаємодії виконується пошук точок поверхонь тіл (або одного тіла), що зблизилися на задану відстань. Точками поверхні, як правило, є вузли звичайно-елементної сітки. Однак якщо потрібне підвищення точності, то пошук може виконуватися і за точками інтегрування елемента. Внаслідок великої обчислювальної складності алгоритму пошуку контактуючих точок області пошуку потрібно обмежувати. Для цього призначається контактний інтерфейс у вигляді двох областей поверхні, одна з яких є контактною (Contact), а інша – цільовою (Target).

Поняття контактної (рис.6.1) та цільової областей пов'язані з другим етапом контактного алгоритму, на якому обчислюються контактні сили. Для обчислення контактних сил часто використовуються звані штрафні методи, що передбачають можливість взаємопроникнення контактуючих поверхонь на деяку величину. За величиною проникнення та контактної жорсткості визначаються контактні сили  $F_{\text{contact}}$ , які діють лише на контактну поверхню, що призводить до її деформації та, відповідно, зменшення величини проникнення. Таким чином, величина проникнення завжди залишатиметься малою. У цьому випадку говорять, що задаються умови спільності на поверхні контакту (Contact Compatibility).



Рисунок 6.1 – Ілюстрація алгоритму методу штрафів

Для моделювання контактної взаємодії використовуються спеціальні елементи типу CONTACT TARGET, які наносяться на відповідні поверхні.

Допоміжні (Target) елементи призначені для визначення величині проникнення. Допоміжна поверхня повинна призначатися на жорсткому тілі.

Розмір проникнення розраховується як відстань між вузлом контактного (Contact) елемента та гранню допоміжного елемента. З цього випливає, що коли розмір контактних елементів значно перевищує розмір допоміжних елементів, вузли допоміжної поверхні можуть проникати через грані елементів контактної поверхні. Вузли контактної поверхні не можуть проникати через межі допоміжної поверхні (рис. 6.2). Тому сітка в ділянці контактної взаємодії тіл повинна бути дрібною на тілі з контактною поверхнею.

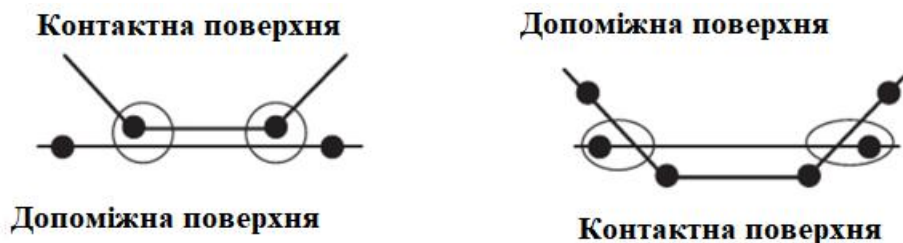


Рисунок 6.2 – Обмеження взаємопроникнення об'єктів, що контактують.

#### Моделювання конструкцій з урахуванням нелінійностей

Якщо для виявлення контакту на допоміжній поверхні використовують точки інтегрування, проникнення обмежується цими точками.

Для жорстко-податливого контакту цільова поверхня завжди призначається на жорсткому тілі, а контактна поверхня – на м'якому. Для податливого контакту вибір може бути різним:

- якщо опуклу поверхню передбачається зробити контактуючою з плоскою або увігнутою, плоска/увігнута поверхня повинна бути цільовою поверхнею;
- якщо одна поверхня має більш дрібне сіткове розбиття, порівняно з іншою, то вона має бути контактною, а поверхня з грубою сіткою – цільовою;
- якщо одна поверхня жорсткіша, ніж інша, то більш м'яка поверхня має бути контактною, а жорсткіша – цільовою;
- якщо одна поверхня помітно більша за іншу, наприклад охоплює іншу, то велика поверхня повинна бути цільовою;
- поверхня з елементами високого порядку має бути контактною, а поверхня із елементами низького порядку – цільовою.

Якщо в контактній області одна поверхня є контактною, а інша – цільовий, то контакт називають несиметричним або однопрохідним (one-pass contact). Якщо кожна поверхня є і контактною, і цільовою одночасно, контакт називають симетричним або двопрохідним (two-pass contact).

Симетричний контакт використовується:

- якщо жорсткості цільової та контактної поверхонь відрізняються незначно;
- обидві поверхні мають дуже грубу сітку.

Якщо сітки на обох поверхнях досить добра, застосування алгоритму симетричного контакту не спричинить значного поліпшення результатів розрахунку, але збільшить час рахунку.

У контактній парі може існувати лише один тип контакту. У моделі можна змішувати різні типи контактних пар: жорстко-податливий контакти; симетричний та несиметричний.

#### Моделювання контактів

Основні типи контактів, що використовуються у Workbench Mechanical, та їх характеристики наведені у табл. 6.1



Таблиця 6.1 Основні типи контактів

Тип контакту	Ітерації	Чи можливі зазори	Чи можливе ковзання
Bonded	1	Без зазорів	Без ковзання
No separation	1	Без зазорів	Ковзання можливе
Frictionless	Множинні	Зазори дозволено	Ковзання можливе
Rough	Множинні	Зазори дозволено	Без ковзання
Frictional	Множинні	Зазори дозволено	Ковзання можливе

Контакти типу Bonded і No Separation є лінійними і розраховуються за одну ітерацію. Контакти типу Frictionless і Rough – нелінійні та вимагають використання методу Ньютона-Рафсона та безлічі ітерацій.

Більшість перелічених видів контакту застосовується лише до областей, утворених гранями. Контакти типу «грань-ребро», «ребро-ребро» та інші мають складнішу реалізацію.

Кольорове кодування контактної взаємодії

Contact і target елементи не обов'язково мають бути рівними. Наприклад, contact може містити 2 поверхні, тоді як target визначається 5 поверхнями. Контактні пари є кольорово кодованими також у вікні Details і при демонстрації геометрії (рис. 6.3). Для простоти бачення або вибору можуть бути активовані Contact Body Views:

- окремі вікна відображають модель в повному обсязі, contact body і target body;
- види можуть бути синхронізовані, всі вікна рухаються разом;
- вибір (для контактних областей) можна виконати в будь-якому вікні.

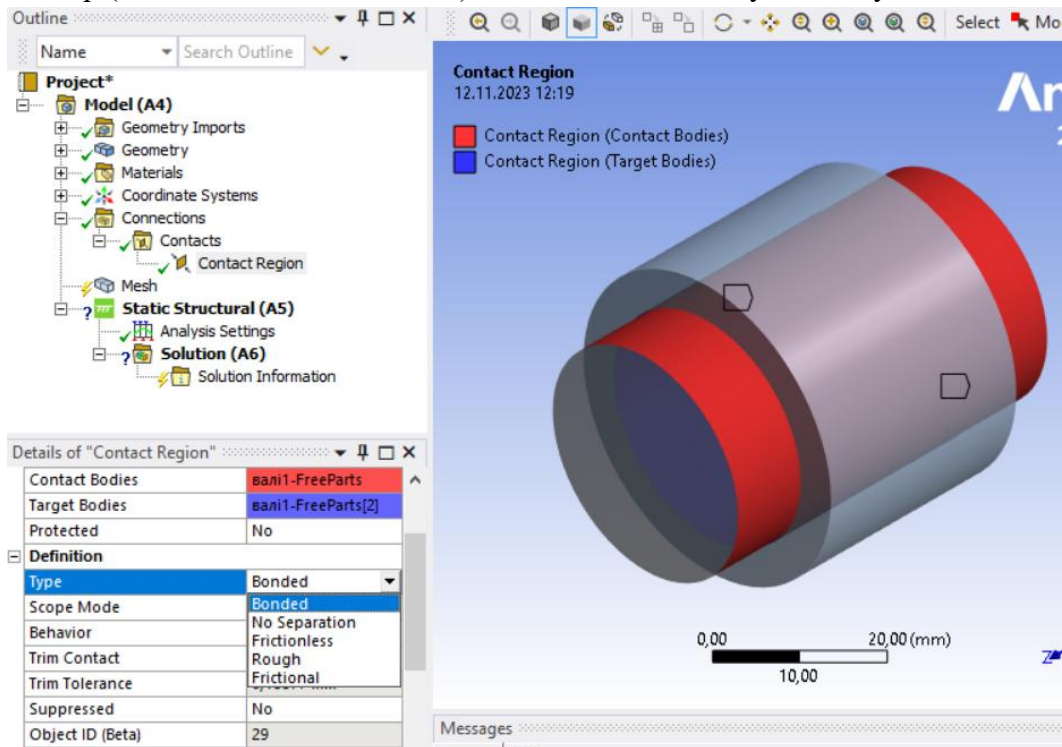


Рисунок 6.3 – Кольорове кодування контактної взаємодії



Контактні регіони автоматично створюються між деталями в процесі імпорту складальної одиниці. Контакти містяться в гілці дерева проєкту Connections branch і можуть бути згруповані там же в Contacts папку під відповідними номерами. Параметри допусків на контактну взаємодію передбачають low – допуск низької взаємодії, high - допуск щільної взаємодії.

**Bonded:** цей тип встановлений за замовчуванням і застосовується для всіх типів контактних областей (поверхень, тіл, ліній, граней, ребер). Між гранями чи ребрами не допускається прослизання чи зсув.

**No Separation:** цей тип контакту схожий на попередній, але застосовується тільки до граней (для тривимірних тіл) або ребер (для двовимірних). Розрив між областями контакту не допускається, але малі переміщення у вигляді прослизання без тертя можуть виникати.

**Frictionless:** при розтягуванні нормальні напруження стають рівними нулю, тіла поділяються. Застосовується тільки до граней (тривимірні тіла) або ребр (двовимірні тіла). Рішення нелінійне, оскільки площа контактної взаємодії може змінюватися в міру застосування навантаження. Передбачається, що коефіцієнт тертя дорівнює нулю, і таким чином допускається вільне ковзання.

**Frictional:** аналог Frictionless, що враховує тертя. Задається коефіцієнт тертя.

**Rough:** моделює ідеальну шорстку поверхню контакту з тертям, яка не допускає прослизання. Застосуємо тільки до граней (тривимірні тіла) чи ребрам (двовимірні тіла). Відповідає нескінченному коефіцієнту тертя між контактуючими тілами.

**Forced Frictional Sliding:** дотична сила опору, пропорційна нормальній силі контакту, застосовується у кожній точці контакту. Ця опція аналогічна до Frictional, за винятком того, що при її використанні немає ніякого прилипання

В оболонці Workbench Mechanical використовуються такі методи вирішення контактної задачі (рис.6.4):

- метод штрафів (Pure Penalty);
- розширений метод Лагранжа (Augmented Lagrange);
- рівняння зв'язків (Internal Multipoint Constraint);
- нормальний метод Лагранжа (Normal Lagrange).

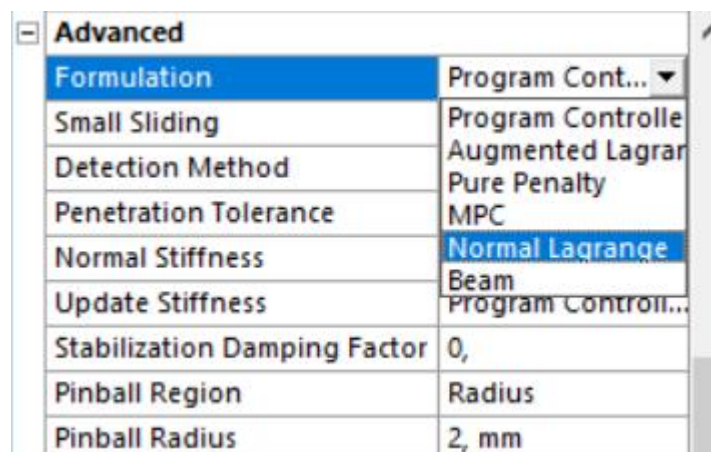


Рисунок 6.4 – Вибір методів рішення

Метод штрафів та розширений метод Лагранжа засновані на наступній залежності контактної сили від величини проникнення:

$$F_n = k_n x_p, \quad (6.1)$$

де  $k_n$  - контактна жорсткість (у напрямку нормалі до поверхні);  $x_p$  - величина проникнення (за нормаллю до поверхні).

Основна відмінність між методами Pure Penalty та Augmented Lagrange полягає в тому, що в останньому до сили контакту додається величина  $\lambda$ , яка знижує чутливість до величини жорсткості контакту: Моделювання конструкцій з урахуванням нелінійностей  $F_n = k_n \cdot x_p + \lambda$ .

Якщо заданий контакт типу Rough або Bonded, то, крім умови непроникнення, ті, що контактують, не можуть прослизати один щодо одного в дотичному напрямку. У дотичному напрямку завжди використовується метод Pure Penalty. Жорсткість контакту по дотичній та відстань прослизання є аналогічними параметрами:

$$F\tau = k_\tau \cdot x_s, \quad (6.2)$$

де  $k_\tau$  - контактна жорсткість (у напрямку дотичної до поверхні);  $x_s$  - величина прослизання.

Метод Normal Lagrange додає ще один рівень свободи (тиск контакту) для створення умов спільності контакту. Сила контакту не визначається через жорсткість та глибину проникнення, а розраховується як додатковий ступінь свободи.

При використанні методу Normal Lagrange, якщо не допускати проникнення, контакт або відкритий, або закритий, тобто статус контакту є ступінчастою функцією. Це може ускладнити збіжність обчислювального процесу, оскільки статус контактних пар може коливатися між станами відкритий/закритий. Цей ефект називається розбобтуванням. Для поліпшення збіжності у разі необхідно забезпечити можливість деякого невеликого проникнення.

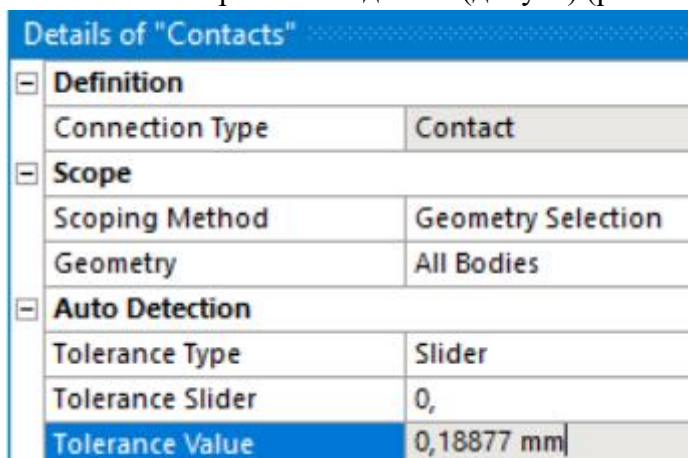
За умовчанням використовується метод штрафів як найнадійніший з погляду збіжності. Розширений метод Лагранжа рекомендується застосовувати з контактами типу Frictionless та Frictional у завданнях з великими деформаціями, а метод Normal Lagrange – у завданнях, де необхідно забезпечити практично нульову глибину проникнення. Якщо визначено контакти типу Bonded або No.

Separation, у задачах з малими деформаціями (NLGEOM, OFF) можна використовувати багатоточкові кінематичні обмеження MPC (Multi-Point Constraint), засновані на множниках Лагранжа.

Методи Normal Lagrange і MPC для виявлення контактної взаємодії використовують вузлові точки розрахункової сітки. Для методу штрафів та розширеного методу Лагранжа є можливість визначення точок інтегрування, що дозволяє в деяких випадках покращити збіжність, проте дещо збільшує час рахунку.

Для створення інтерфейсу взаємодії до розділу Connections дерева проекту слід додати об'єкт Connection Group, який дозволяє автоматично виконати пошук контактних поверхонь для вибраних тіл. Контактні інтерфейси створюються лише для поверхонь, що знаходяться у безпосередній близькості.

Для виключення зайвих контактних поверхонь за допомогою опції Value у рядку Tolerance Value має бути встановлена гранична відстань (допуск) (рис.6.5).



Details of "Contacts"	
[-] Definition	
Connection Type	Contact
[-] Scope	
Scoping Method	Geometry Selection
Geometry	All Bodies
[-] Auto Detection	
Tolerance Type	Slider
Tolerance Slider	0,
Tolerance Value	0,18877 mm

Рисунок 6.5 – Встановлення допуску

У властивостях об'єкта також можуть бути обрані типи контактів, що шукаються: "грань-грань", "грань-ребро", "ребро-ребро". Для запуску процедури автоматичного створення контактних інтерфейсів необхідно через контекстне меню розділу Connections вибрати Create Automatic Connections. Розв'язання задач механіки твердого тіла, що деформується.

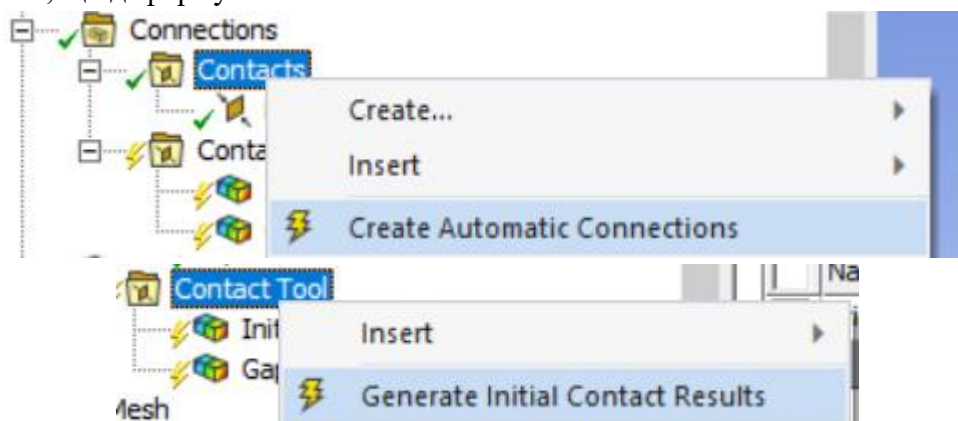


Рисунок 6.6 – Автоматичне створення контактів

Контактний інтерфейс може бути створений у ручному режимі, для чого в контекстному меню потрібно вибрати Manual Contact Region. Контактні інтерфейси групуються за допомогою додавання розділів Connection Group.

Створений контактний інтерфейс має набір властивостей, які мають бути задані перед розв'язанням задачі. Насамперед необхідно призначити контактну (рядок Contact) і цільову (рядок Target) поверхні.

У разі моделювання контактів оболонок у рядку Target Shell Face необхідно вказати бік оболонки: верхню (Top) або нижню (Bottom). Для врахування товщини оболонки слід вибрати значення Yes у рядку Shell Thickness Effect.

Тип контакту вибирається у полі Type. У полі Behavior задається алгоритм роботи контактного інтерфейсу: однопрохідний (Symmetric) або двопрохідний (Asymmetric). Автоматичний вибір контактної та цільової поверхонь буде зроблений при виборі опції Auto Asymmetric (рис.6.7).

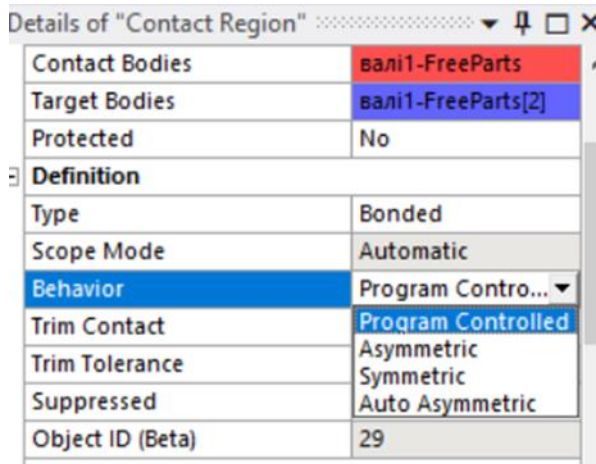


Рисунок 6.7 – Вибір опції задачі

За допомогою опції Trim Contact можна виключити з обробки віддалені на значну відстань контактні елементи, що дозволяє прискорити обчислення. У полі Trim Tolerance визначається гранична відстань між контактними елементами. Метод вирішення контактної задачі визначається у рядку для Simulation. У полі Detection Method задається метод виявлення контактної взаємодії. Радіус виявлення визначається за допомогою властивості Pinball Radius (рис.6.8).

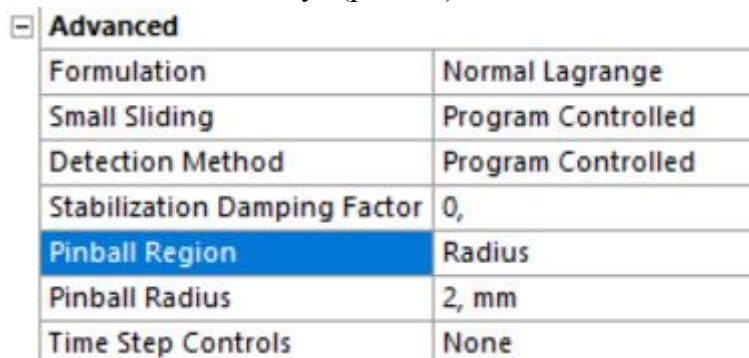


Рисунок 6.8 – Вибір радіуса

У рядках Contact/Target Geometry Correction може бути обраний один з способів коригування поверхонь контакту Опція Smoothing виконує згладжування поверхні з грубою сіткою. Опція Bolt Thread дозволяє використовувати покращену модель опису болтового з'єднання (у налаштуваннях потрібно встановити параметри різьблення).

Властивість Interface Treatment (режим з'єднання) визначає спосіб обробки контактної поверхні (рис.6.9):



Рисунок 6.9 – Контактний інтерфейс

- Adjust to Touch – контакт передбачається закритим; будь-які початкові проміжки закриваються, а початкове проникнення ігнорується. Контактні поверхні вважаються такими, що спочатку стикаються;

- Ramped Effect – ефект поступового збільшення жорсткості контакту до кінця першого кроку навантаження. Закриття початкових зазорів роблять у два розрахункові кроки. На першому плавно додають до контакту відступ у розмірі зазору (Add Offset with Ramped Effects), на другому – прикладають усі навантаження;

- Add Offset, No Ramping – це налаштування за замовчуванням. Цей параметр такий самий, як Add Offset, Ramp Effects, але навантаження не змінюється. Лише зсув, ефекти нахилу: використовуючи цей параметр, програма ігнорує будь-які початкові геометричні проникнення, якщо початковий стан знаходиться в контакті. Якщо початковим статусом є ближнє поле, програма ігнорує розраховане початкове проникнення (зміщення плюс геометричний зазор) і застосовує лише значення зміщення, що залишилося (залишилося від розрахунку зміщення плюс геометричний зазор). Все навантаження для цього варіанту здійснюється по рампах.

Offset Only, No Ramping – Лише зсув, без зміни: цей параметр виконує ті самі дії, що й параметри Лише зсув, ефекти зміни, за винятком того, що навантаження застосовується поетапно.

Offset Only, Ignore Initial Status, Ramped Effects – Лише зсув, ігнорувати початковий стан, ефекти зміни: цей параметр такий самий, як і параметр Лише зсув, ефекти зміни, за винятком того, що цей параметр ігнорує будь-яке початкове геометричне проникнення або розрив під час обчислення контакту, незалежно від початкового статусу контакту, перед застосуванням рівномірного зсуву.

Offset Only, Ignore Initial Status, No Ramping – Лише зміщення, Ігнорувати початковий стан, Без зміни: цей параметр виконує ті самі дії, що й параметри Лише зсув, Ігнорувати початковий стан, Збільшені ефекти, за винятком того, що завантаження застосовується поетапно.

Offset: Зсув: ця властивість відображається для всіх параметрів властивості «Обробка інтерфейсу», окрім «Налаштування до дотику». Ця властивість визначає значення зсуву контакту. Позитивне значення зсуває контакти ближче один до одного (збільшує проникнення/зменшує зазор), а від'ємне значення розсуває контакти далі один від одного.

Властивість Friction Coefficient доступна при виборі контакту з тертям (Frictional).

Гранична величина проникнення та прослизання задається за допомогою властивостей Penetration Tolerance та Elastic Slip Tolerance. При великих переміщеннях за один підступ слід збільшити це значення для усунення проблем з виявленням контактної взаємодії.

Жорсткість контакту за замовчуванням обчислюється жорсткістю тіла, на якому розташована контактна поверхня. Пряме завдання контактної жорстко-моделювання конструкцій з урахуванням нелінійності виконується за допомогою властивості Normal Stiffness. За поганої збіжності рекомендується зменшити величину контактної жорсткості. Однак це може призвести до отримання помилкового результату або виникнення проблем з виявленням контактної взаємодії в результаті великих проникнень.

Багато контактних завдань потрібне оновлення контактної жорсткості у процесі рішення. Для управління цим процесом призначається поле Update Stiffness.

Для гасіння контактних коливань використовується алгоритм демпфування.

Параметр демпфування задається у полі Stabilization Damping Factor.



Контактні результати можна вибрати у списку за виділеного розділу “Contact Tool” дерева проекту.

У табличній вкладці графічного вікна можна вибрати контактну область, для якої слід переглянути контактні результати.

Можна включити до дерева проекту кілька позицій “Contact Tool”, щоб переглянути контактні області окремо (рис.6.10).

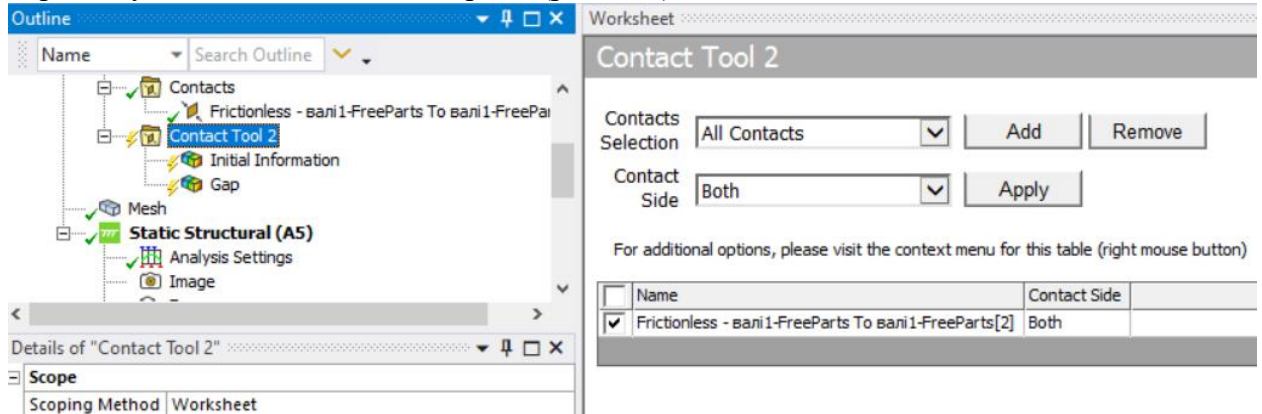


Рисунок 6.10 – Контактні області

Використовуйте праву клавішу миші для вибору та зв'язування контактних областей з контактними наслідками. Переглянути наступні контактні результати (рис.6.11).

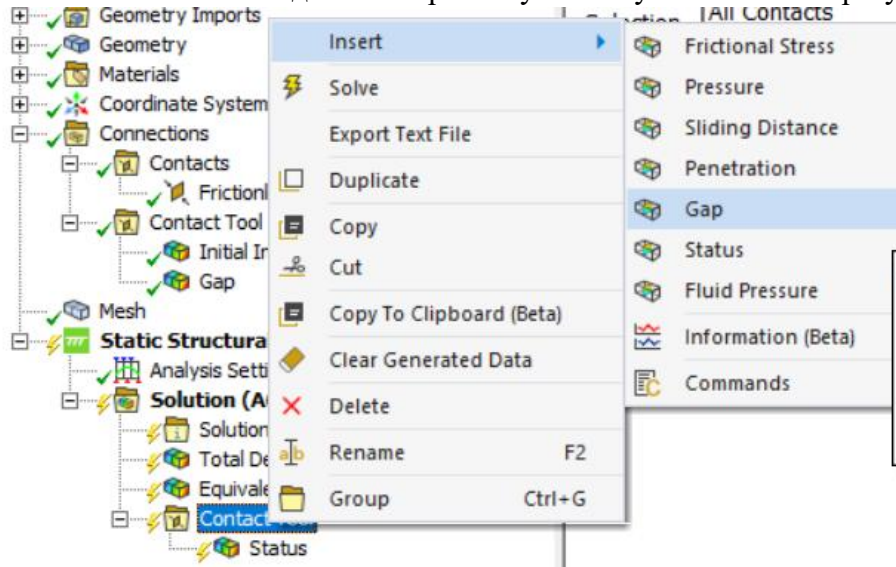


Рисунок 6.11 – Контактні результати

- Contact Pressure–контактний тиск –розподіл нормального контактного тиску.
- Contact Penetration – перекриття поверхонь в області контакту.
- Gap–зазор між контактними поверхнями у межах області захоплення.
- Sliding Distance – відносне усунення в зоні контакту.
- Frictional Stress - Дотична контактна сила тертя.
- Contact Status – стан контакту –закритий (closed state), якщо контакт здійснився, або відкритий (open state), якщо поверхні не торкаються.

•Для відкритого стану ближній контакт (near-field) означає, що відстань менша області захоплення, дальній контакт (far-field) означає, що відстань більша за область захоплення (рис.6.12).



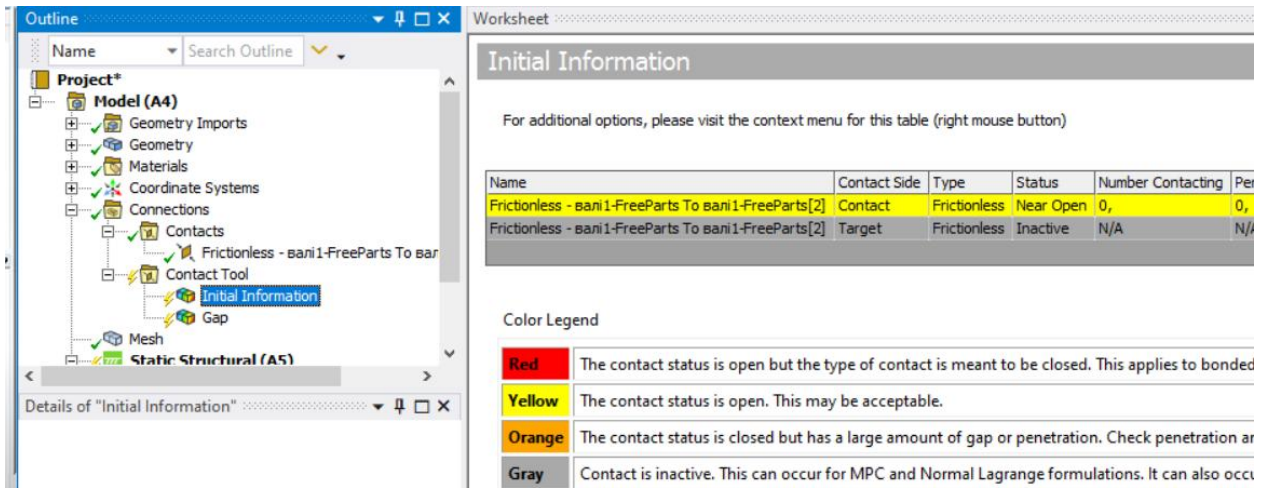


Рисунок 6.12 – Інформація про статус контакта

Приклад розрахунку контактної взаємодії 2х деталей. Імпортуємо деталі побудовані і іншій CAD системі. Запускаємо Statistic Structure і відкриваємо Mechanical.

Обираємо тип контакту асиметричний (рис.6.13)

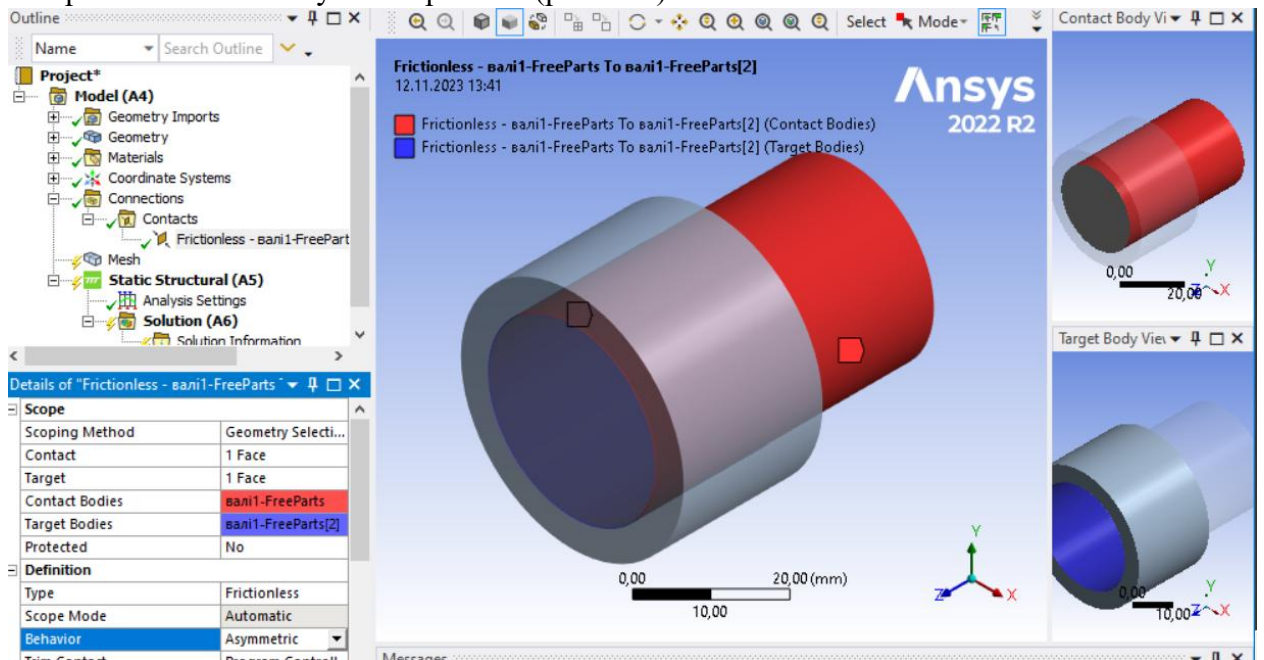


Рисунок 6.13 – Тип контакту асиметричний

Обираємо тип вирішення задачі- Метод Normal Lagrange. (рис. .6.14 )

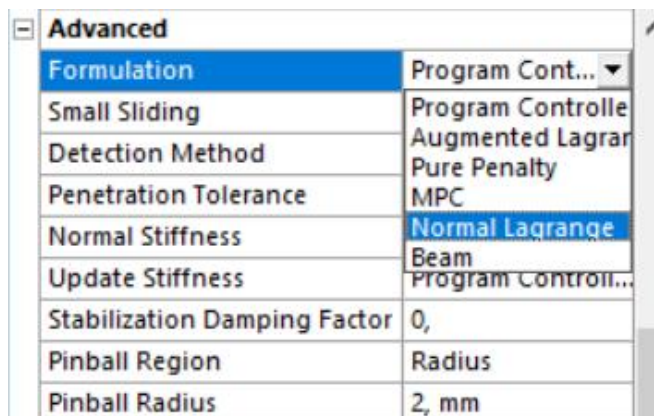


Рисунок 6.14 – Тип вирішення задачі

Робимо автоматний контакт Connection-Insert- Contact Tool (рис.6.15)

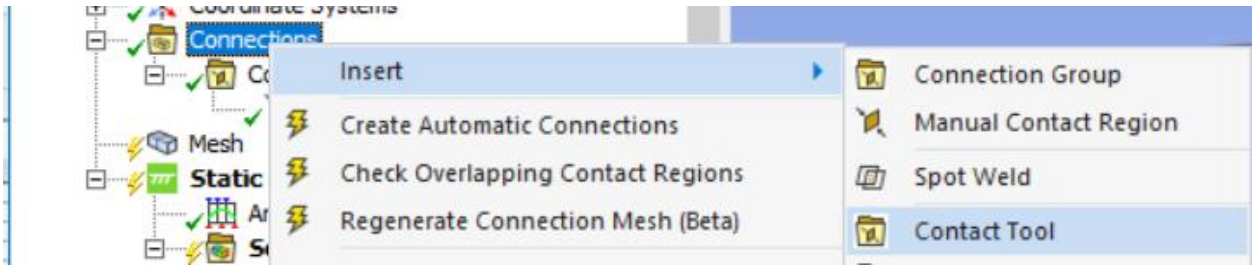


Рисунок 6.15 – Побудова контакту

Обираємо функцію побудови контактної щілини Contact Tool-Insert- Gap (рис.6.16) та генеруємо контактні розрахунки

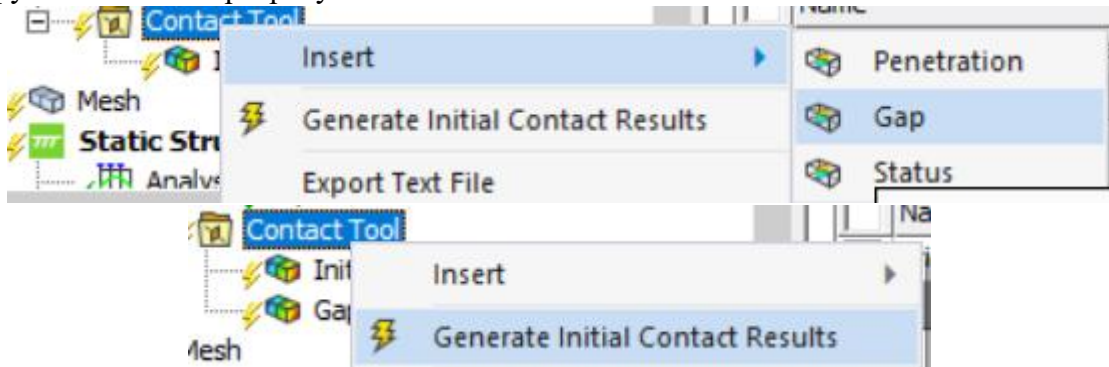


Рисунок 6.16 – Побудова контакту

Дивимося статус контакта, чи може бути вирішена задача. (рис.6.12)

Прикладаємо навантаження (сили 10Н) (рис.6.17) та закріплення на деталях по торцю та по зовнішній поверхні втулки (рис.6.18, 6.19).

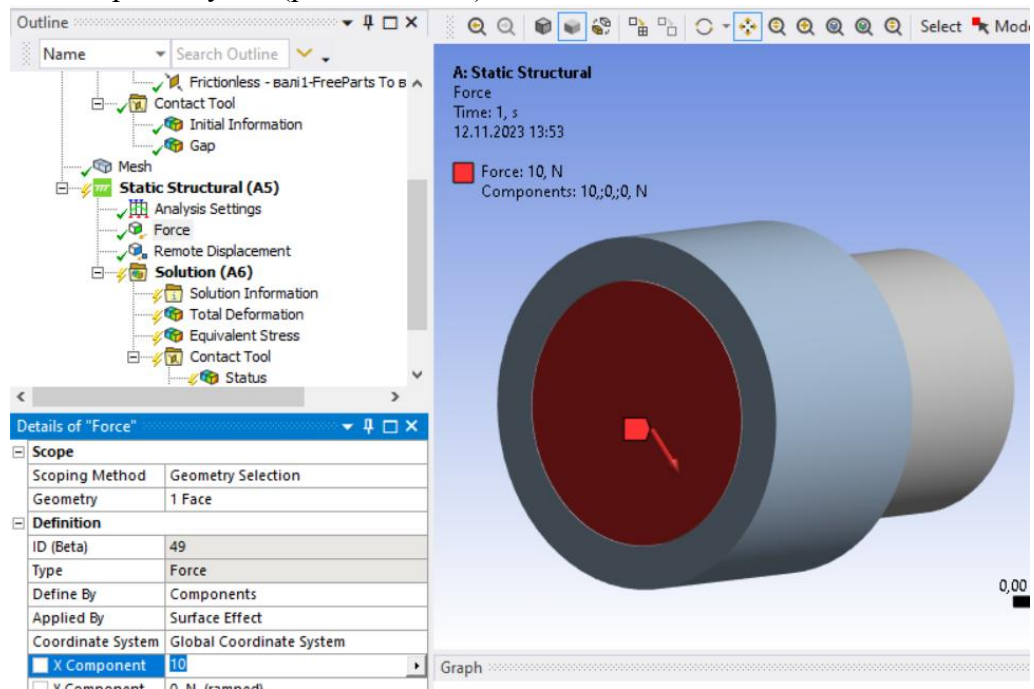


Рисунок 6.17 – Додавання сили 10Н

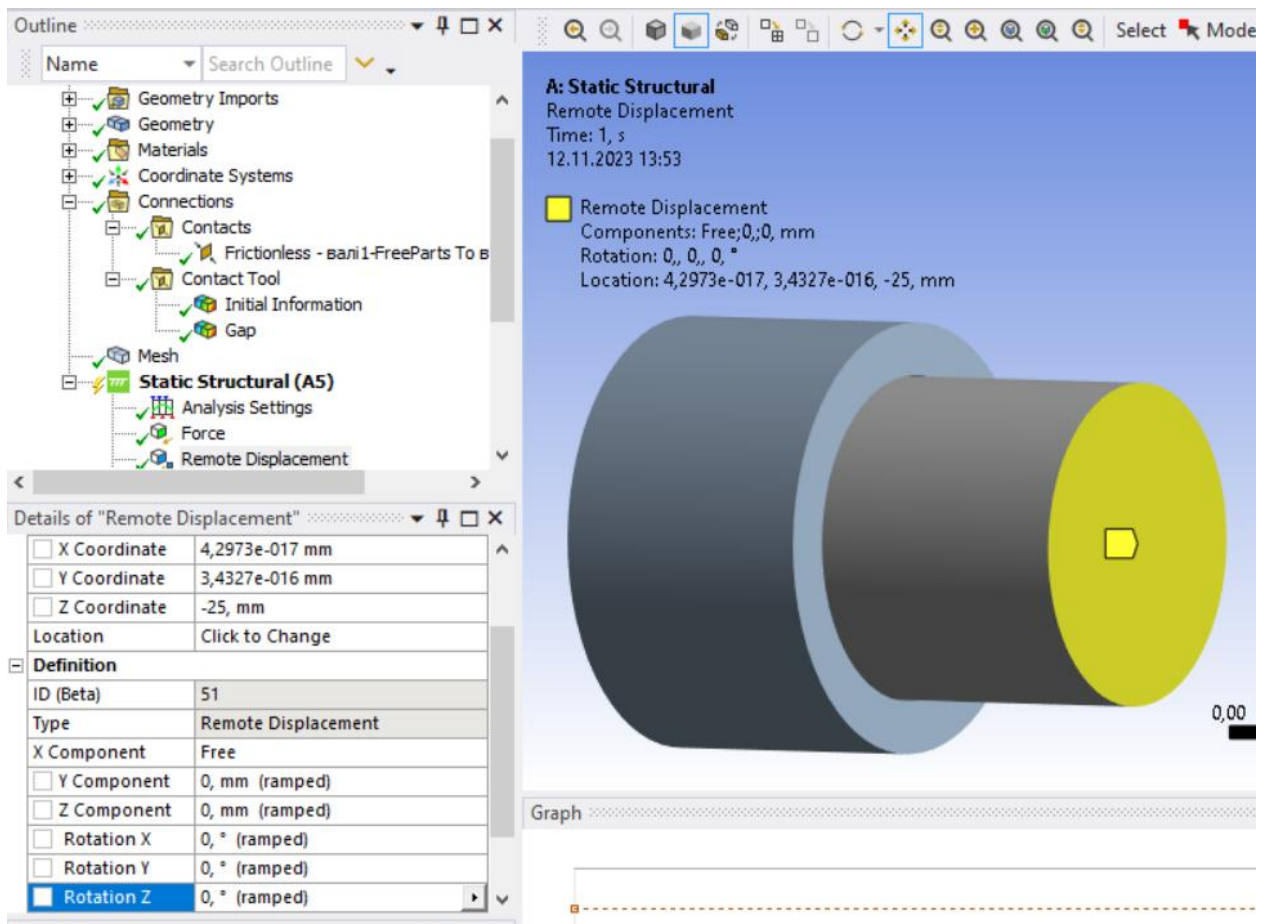


Рисунок 6.18 – Додавання закріплення по торцю вала

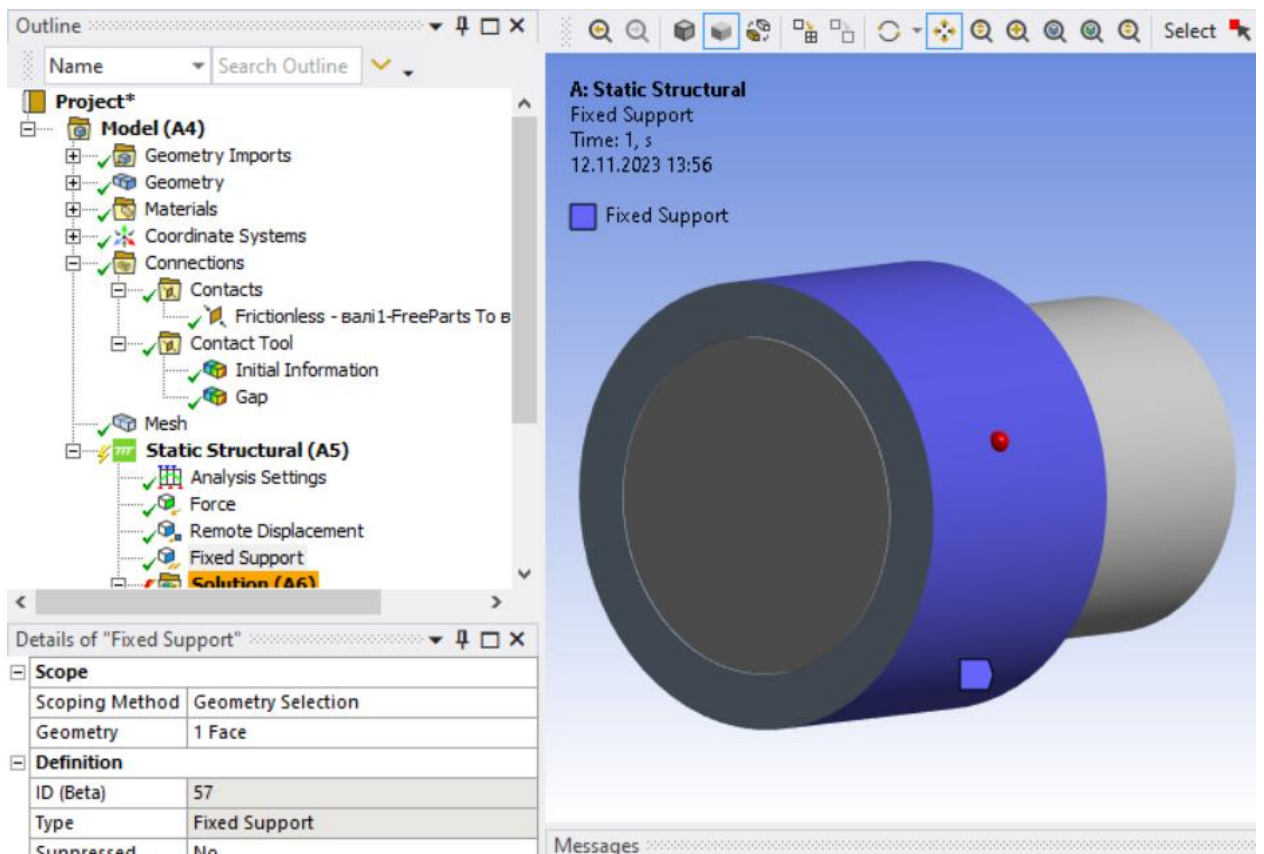


Рисунок 6.19 – Додавання жорсткого зацмлення



Таким чином розрахункова схема має вид (рис.6.20).

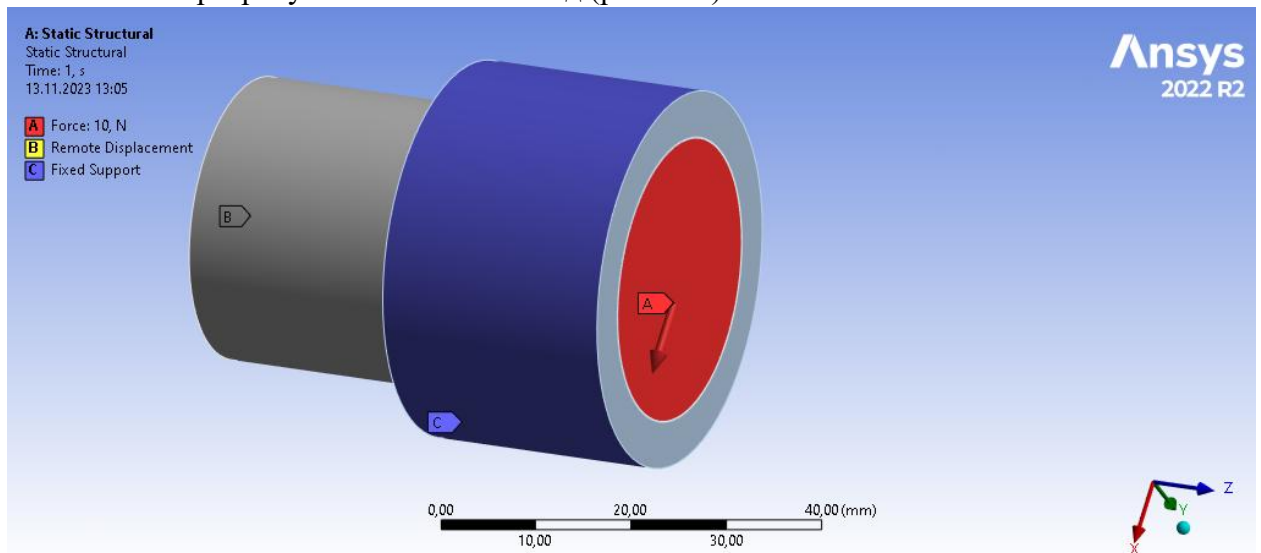


Рисунок 6.20 – Схема навантаження

Переглянути наступні контактні результати Toolbox- Contact tool-Gap (Pressure.....).(рис.6.21)

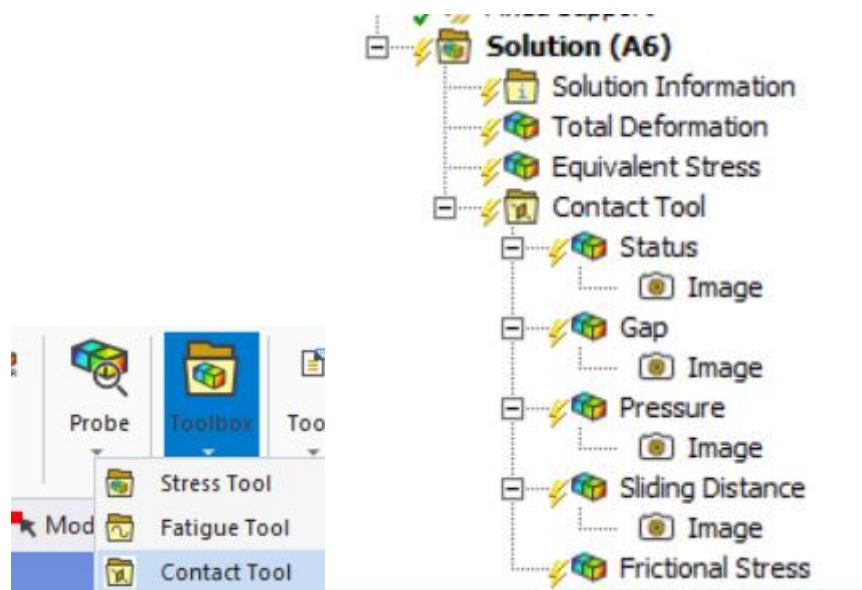


Рисунок 6.21 – Обрання результатів

Результати надаються контурами на контактних поверхнях усередині напівпрозорої моделі (рис.6.22). Для перевірки поверхні Тип контакту- ковзання (показано червоним)(рис.6.22) Contact Tool > Gap

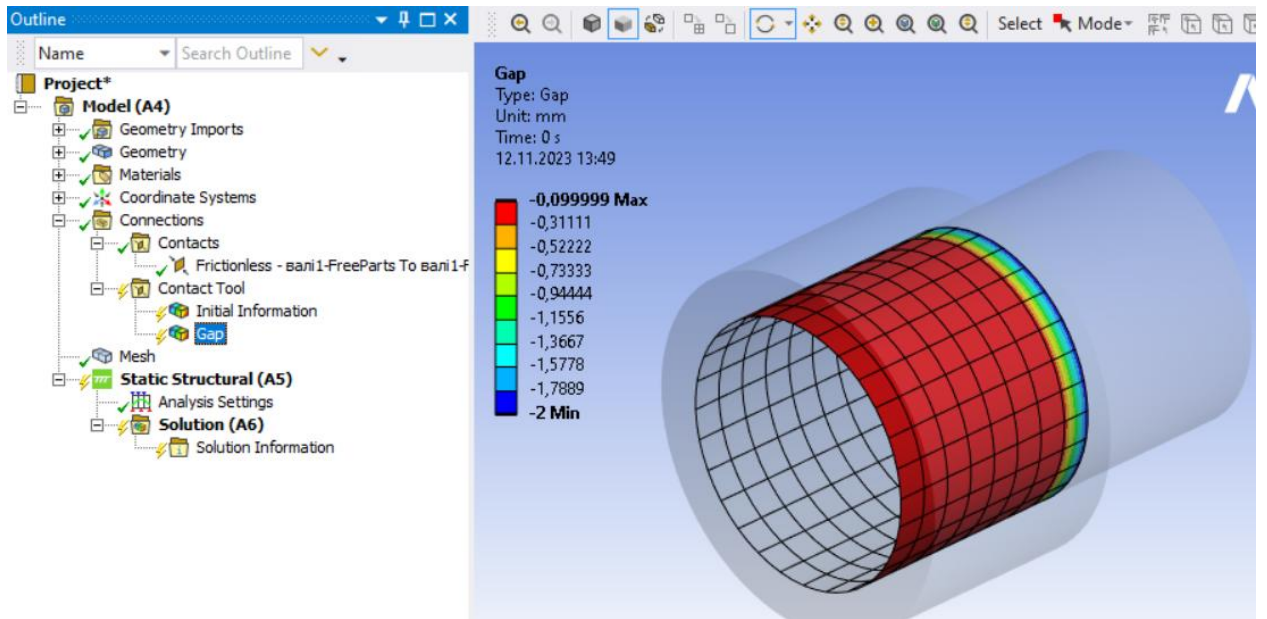


Рисунок 6.22 – Тип контакта- ковзання (зазор)

Результати контактної взаємодії по поверхні контакту Contact Tool > Status (рис.6.23)

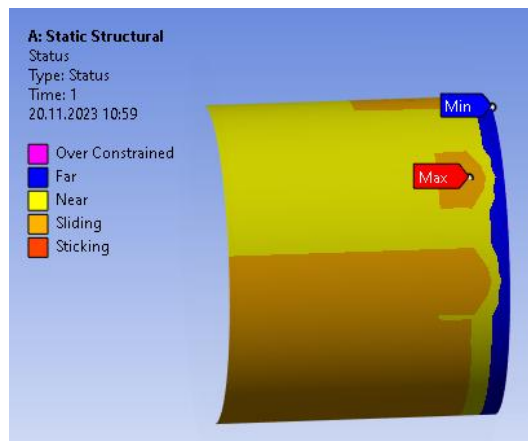


Рисунок 6.23 – Тип контакту

Контанте напруження Contact Tool > Pressure > Image (рис.6.24)

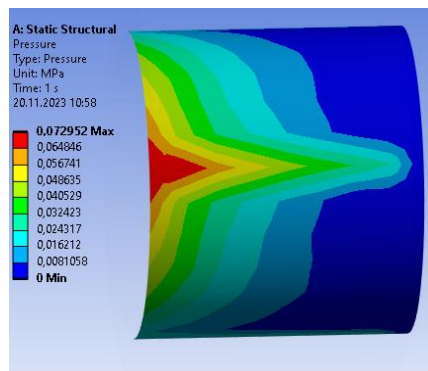


Рисунок 6.24 – Область контакта

Виведемо також значання сумісних деформацій (рис.6.25) та еквівалентних напружень (рис.6.26)

• Якщо вибрано позицію “Reactions” у списку контактних результатів, виводиться інформація про сили та моменти в області контакту.

У табличній вкладці Worksheet виводиться текстова інформація про контактні сили.

- У вкладці Geometry графічного вікна показані напрямки сил і моментів.

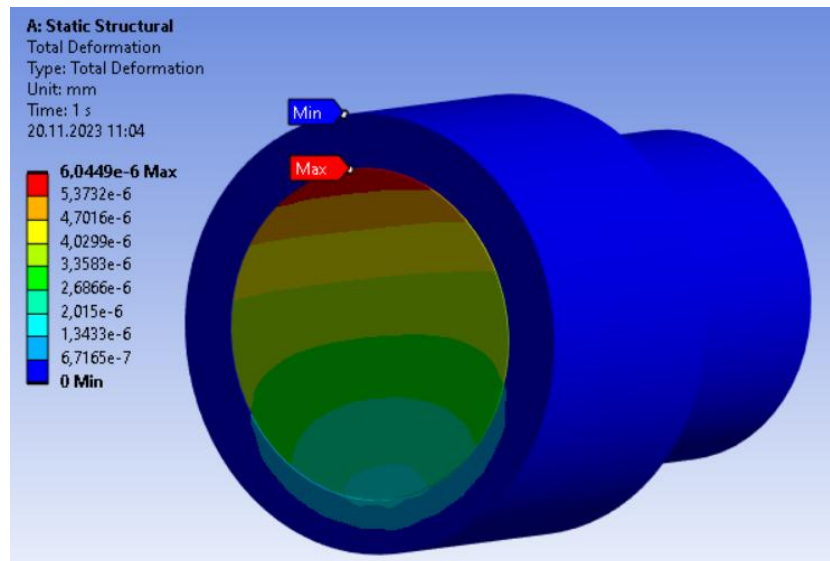


Рисунок 6.25 – Сумісні деформації

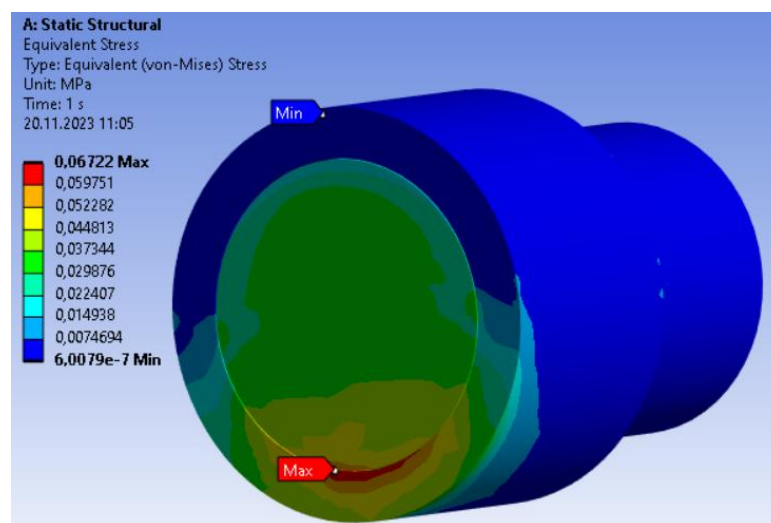


Рисунок 6.26 – Еквівалентні напруження

### Визначення шарнірів

Шарнір в ANSYS Mechanical є альтернативою контакту при симуляції взаємодії між тілами або щодо фіксованих локацій:

Існує 9 типів шарнірів (types), доступних в ANSYS Mechanical (рис. 6.27), які застосовуються для connection types: body to body або body to ground. Відповідно, регіони reference і mobile кодуються різним кольором.



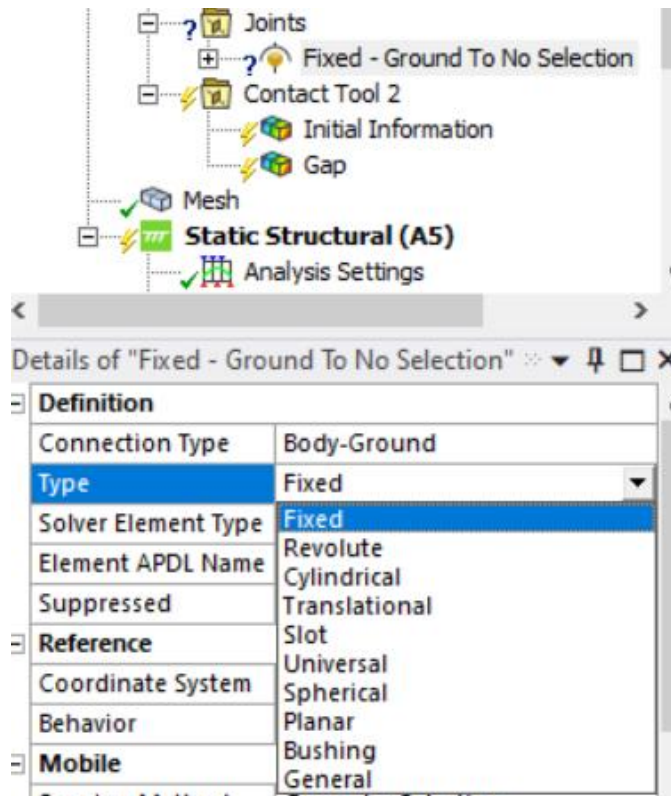


Рисунок 6.27 – Типів шарнірів

System визначається в деталях і відображається графічно. Тип поєднання - body to ground, тип шарніру – fixed

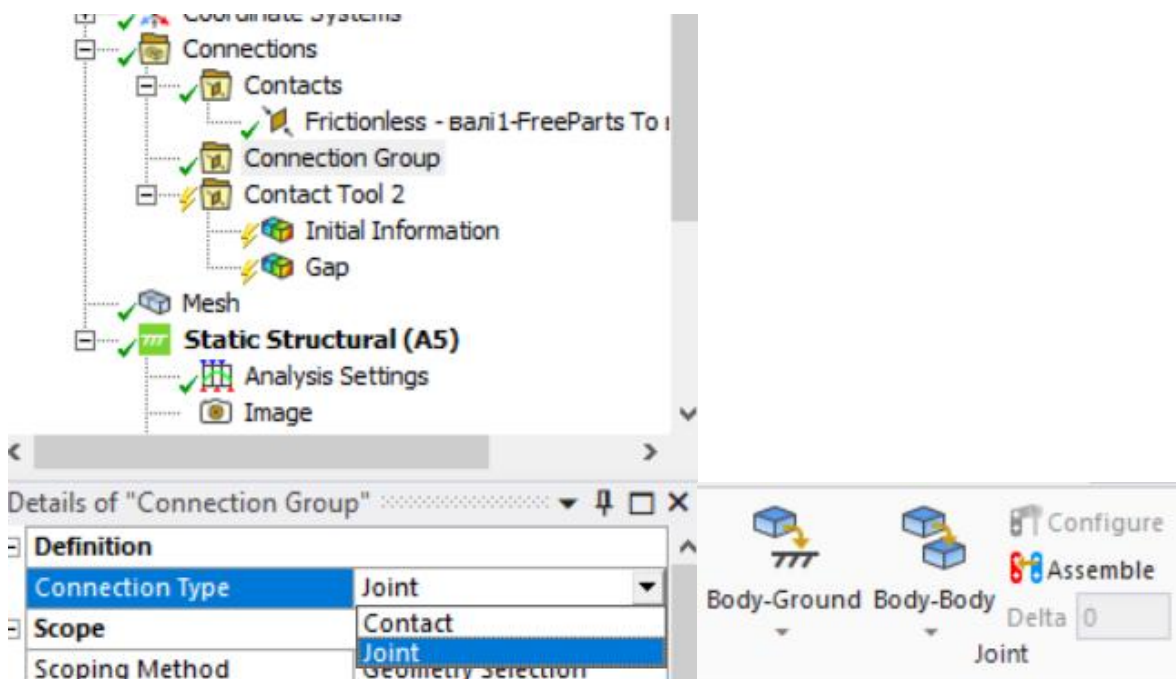


Рисунок 6.28 – Позначення у вікні Details типу шарніру в залежності від типу поєднання

Приклад застосування шарніру та відображення у дереві побудови проекту (рис.6.29)

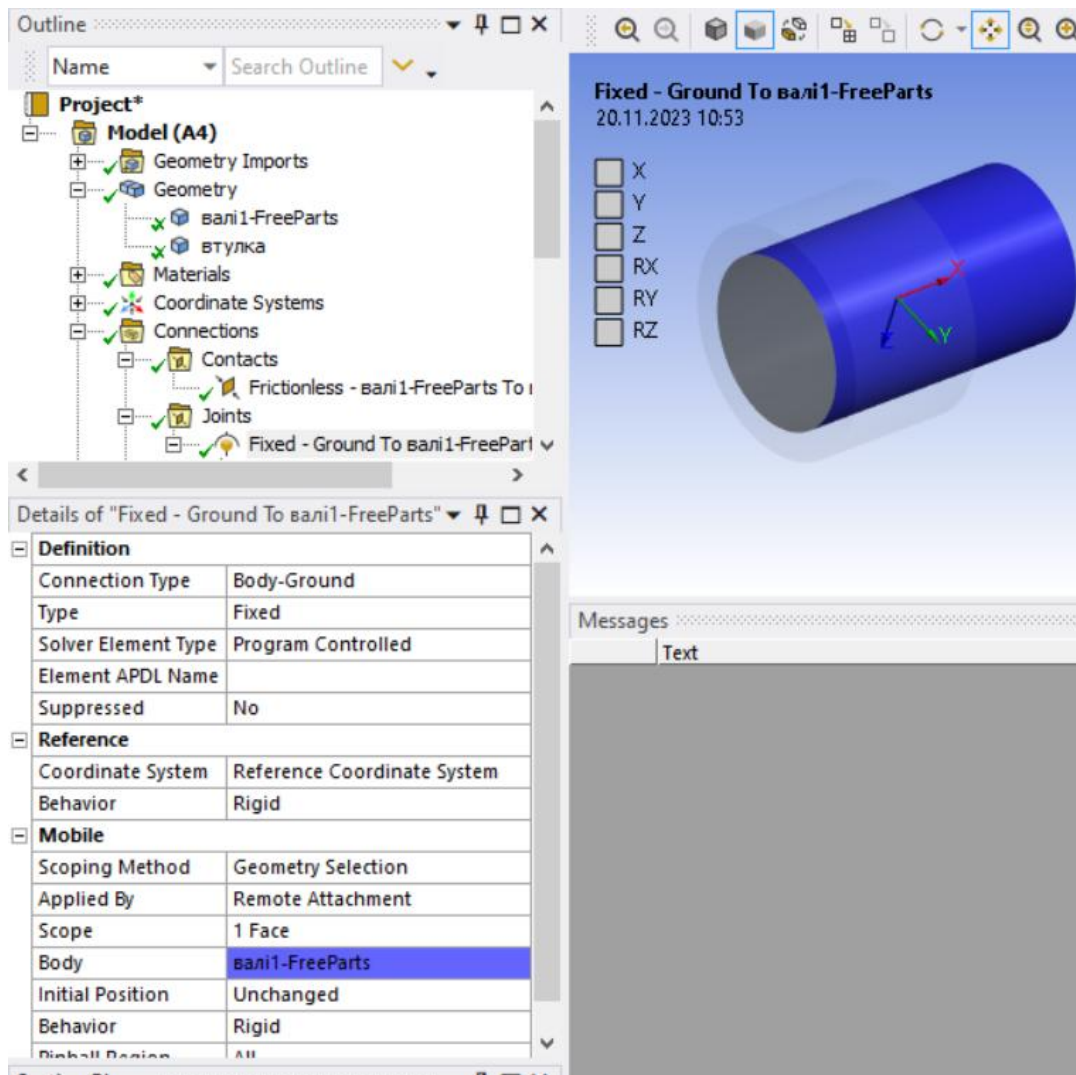


Рисунок 6.28 – Застосування шарніру

## 7 Коливання пружних тіл

### Рівняння руху конструкції

Використовуючи метод кінцевих елементів, дискретні рівняння руху конструкції можна подати у вигляді матричного рівняння [1] [10]

$$[M] \{\ddot{u}\} + [C] \{\dot{u}\} + [K] \{u\} = \{F\}. \quad (7.1)$$

де  $\{u\}$  – вектор вузлових переміщень для всього тіла,  $\{\ddot{u}\}$  – вектори прискорень та швидкостей точок тіла,  $[K]$ ,  $[C]$ ,  $[M]$  – «глобальні» матриці жорсткості, демпфування та мас для всього тіла,  $\{F\}$  – Вектор еквівалентних вузлових сил для всього тіла. Матрицю демпфування  $[C]$  можна формально отримати, аналогічно матрицям жорсткості і мас, ввівши деяку константу внутрішнього тертя і підсумовуючи відповідні матриці елементів, однак це не так. Призначенням матриці демпфування є апроксимація дисипації енергії. Насправді матриця задається постійної, будується шляхом завдання величин демпфування різних власних модах чи апроксимується через матриці  $[M]$  і  $[K]$  (по Релею)  $[C] = \alpha [M] + \beta [K]$ .

Використовуючи рівняння руху (7.1) можна отримати рівняння різних видів аналізу: статичного, модального, гармонійного.

Модальний аналіз проводиться визначення частот і форм ( мод) власних коливань конструкцій. Також модальний аналіз може бути першим кроком для інших видів динамічного аналізу, таких як аналіз перехідних процесів, гармонійний та спектральний аналіз. Модальний аналіз передбачає, що система є лінійною.

Усі види нелінійності – нелінійна поведінка матеріалу, контактні граничні умови, кінцеві переміщення – ігноруються. Контакти, залежно від вихідного стану, залишаються відкритими або закритими.

Передбачається, що зовнішні сили та демпфування дорівнюють нулю. Рівняння вільних коливань конструкції у матричній формі має вигляд [1] [10]

$$[M] \{u\} + [K] \{u\} = \{0\}. \quad (7.2)$$

Для лінійної системи вільні коливання є гармонійними та можуть бути записані у вигляді [10]

$$\{u\} = \{\varphi\}_i \cos \omega_i t, \quad (7.3)$$

де  $\{\varphi\}_i$  –  $i$ -й власний вектор, що представляє форму (моду) коливань на  $i$ -й власній частоті,  $\omega_i$  –  $i$ -я власна кругова частота (радіан за одиницю часу),  $t$  – час.

Підставляючи (7.3) до (7.2), отримаємо:

$$(-\omega_i^2 [M] + [K]) \{\varphi\}_i = \{0\} \quad . \quad (7.4)$$

Ця рівність задовольняється, якщо  $\{\varphi\}_i = \{0\}$  чи визначник матриці ( $[K] - \omega_i^2 [M]$ ) дорівнює нулю. Перший випадок дає тривіальне рішення, і тому не цікавий. Другий випадок призводить до узагальненої проблеми власних значень (7.4). Рішенням узагальненої проблеми власних значень є пара власних частот  $\omega_i$  і векторів  $\{\varphi\}_i$ , де порядок системи, тобто. загальна кількість ступенів свободи конструкції.

Поряд із круговою власною частотою також вводиться власна частота являє собою кількість коливань в одиницю часу [1] [10]:

$$f_i = \frac{\omega_i}{2\pi}. \quad (7.5)$$

Особливістю завдання на власні значення є те, що власні форми визначаються з точністю до постійного множника, тому необхідно нормувати. Часто використовується нормування стосовно матриці мас. Крім того, власні форми ортогональні по відношенню до матриці мас (М-ортогональні).

$$\{\varphi\}_i^T [M] \{\varphi\}_j = \delta_{ij}. \quad (7.6)$$

З рівнянь (7.4) і (7.6) випливає також умова ортогональності по відношенню до матриці жорсткості К (К-ортогональність)

$$\{\varphi\}_i^T [K] \{\varphi\}_j = \omega_i^2 \delta_{ij}. \quad (7.7)$$

Гармонічний аналіз призначений для вирішення рівнянь руху у разі встановилися коливальних процесів (вимушених коливань). Розглядається загальне рівняння руху [1] [10]

$$[M]\{u\} + [C]\{u\} + [K]\{u\} = \{F^a\}, \quad (7.8)$$

де  $[M]$  - матриця мас,  $[C]$  матриця демпфування,  $[K]$  матриця жорсткості, вектор прискорень у вузлах,  $\{u\}$  - вектор швидкостей у вузлах,  $\{u\}$  вектор переміщень в вузлах,  $\{F^a\}$  - вектор прикладених зовнішніх зусиль.

Передбачається, що при процесі, що встановився, всі точки конструкції рухаються з однією і тією ж заданою частотою, але, можливо, з різними зрушеннями по фазі. Причиною виникнення зсуву по фазі може бути наявність демпфування. Отже, переміщення можна подати у вигляді [1] [10]:

$$\{u\} = \{u_{\max} e^{i\phi}\} e^{i\Omega t}, \quad (7.9)$$

де  $u_{\max}$  - амплітуда переміщень,  $i$  - уявна одиниця,  $\Omega = 2\pi f$  - зовнішня кругова частота,  $\omega$  - частота зовнішніх сил,  $t$  - час,  $\phi$  - зсув фаз для переміщень (у радіанах).

Зауважимо, що  $u_{\max}$  і  $\phi$  можуть бути різні для різних ступенів свободи.

Оскільки залежність від часу ( $e^{i\Omega t}$ ) однакова для обох частин рівняння (7.1), вона може бути опущена, то вона приймає вид:

$$([K] - \Omega^2 [M] + i\Omega [C])(\{u_1\} + i\{u_2\}) = (\{F_1\} + i\{F_2\}). \quad (7.10)$$

Існують три методи розв'язання рівнянь (7.10): повний, скорочений та метод суперпозиції мод [2].

Повний спосіб. З використанням повного методу рівняння (7.10) вирішується безпосередньо з допомогою комплексної арифметики.

Скорочений метод. При використанні цього методу серед усіх невідомих виділяються найбільш суттєві ступені свободи, так звані «майстер»-невідомі, що визначають поведінку конструкції [2]. Вважається, що маси зосереджені лише в «майстрі»-невідомих. Невідомі виражаються через «майстер»-невідомі, що призводить до рівняння, аналогічного за виглядом (7.10), але меншої розмірності, яке потім вирішується аналогічно повному методу.

Метод суперпозиції мод. Метод суперпозиції мод (МСМ) використовує власні частоти і форми коливань для аналізу вимушених гармонійних коливань, що встановилися.

В основі МСМ лежить розкладання невідомого рішення щодо власних мод і перехід до модальних координат  $y_i$

$$\{u\} = \sum_{i=1}^n \{\phi_i\} y_i, \quad (7.10)$$

$n$  - де  $i$  число мод.

Підставляючи останній вираз у рівняння руху (7.8), отримаємо

$$[M] \sum_{i=1}^n \{\phi_i\} y_i + [C] \sum_{i=1}^n \{\phi_i\} y_i + [K] \sum_{i=1}^n \{\phi_i\} y_i = \{F\}. \quad (7.11)$$

Помноживши це рівняння на деяку моду  $\{0\}$ , отримаємо:

$$\{\phi_j\}^T [M] \sum_{i=1}^n \{\phi_j\} y_i + \{\phi_j\}^T [C] \sum_{i=1}^n \{\phi_j\} y_i + \{\phi_j\}^T [K] \sum_{i=1}^n \{\phi_j\} y_i = \{\phi_j\}^T \{F\}. \quad (7.12)$$

Процедура модального аналізу складається з чотирьох основних кроків:

Остаточню, підсумовуючи вклади кожної з мод, можна визначити комплексні переміщення

$$\{u_c\} = \sum_{j=1}^n \{C_j\}, \quad (7.13)$$

де  $\{u_c\}$  – комплексний вектор переміщень

Послідовність модального розрахунку [10]:

1. Побудова моделі.
2. Визначення типу аналізу, завдання опцій, додаток впливів та отримання рішення.
3. « Експандування » мод.
4. Аналіз результатів.

1. Крок побудови моделі нічим не відрізняється від побудови моделі для інших видів аналізу. Однак підкреслимо деякі особливості:

– у модальному аналізі розглядаються лише лінійні моделі. Усі введені нелінійності ігноруються. Наприклад, якщо модель включені контактні елементи, їх жорсткість обчислюється виходячи з початкового статусу і далі у процесі рішення змінюється.

– Властивості матеріалу також повинні бути лінійними, ізотропними або ортотропними, постійними або залежними від температури. Необхідно визначити як жорсткі (модулі пружності), і масові ( щільність) властивості середовищ.

Нелінійні властивості (нелінійна пружність, пластичність, повзучість) ігноруються.

Якщо в моделі є дисипація, повинні бути визначені дисипативні (демпфують) властивості матеріалів та елементів.

– На відміну від завдань статички, не потрібно обов'язково закріплення конструкції.

Модальний аналіз може бути проведено і для вільної (незакріпленої) конструкції.

Для модального аналізу необхідно визначити тип аналізу, метод розв'язання та кількість визначених мод.

Визначити перші 6 частот та форми мод деталі.

Для перегляду всіх форм мод вибрати та натиснути ПКМ вибрати **Great Mode Shape Result** і знову запустити **Solve** .

Власне для модального аналізу не потрібно завдання ніяких впливів, крім нульових заданих зсувів (закріплень). Однак якщо модальний аналіз передуює, наприклад, гармонійного аналізу, що проводиться методом розкладання за власними модами, то на цьому етапі мають бути задані дії. Так, наприклад, проведення гармонійного аналізу методом розкладання за власними модами вимагає завдання навантажень на етапі модального аналізу.

Для проведення аналізу необхідно вибрати тип аналізу **Harmonic Respons** .

Розрахунок своїх форм коливань конструкції може бути виконаний з урахуванням її напруженого стану. Розрахунок ПДВ конструкції проводиться за допомогою модуля **Static Structural**. Щоб отримати напружений стан у модальному аналізі, необхідно використовувати шаблон - зв'язку модулів **Static Structural** і **Modal** ( **Pre Stress Modal** у розділі **Custom Systems** ).



Напружений стан конструкції, викликаний статичними навантаженнями, впливає на власні частоти. Такий вплив може виявитися принципово важливим для тонких об'єктів, що мають малі лінійні розміри в одному або двох напрямках.

Уявіть звучання гітарної струни, – якщо збільшити осьовий натяг, поперечні частоти збільшаться. Це і є приклад впливу попередніх напружень на власну частоту коливань конструкції.

Setup для аналізу попередніх напружень (pre-stressed modal analysis) схематично виглядає поєднанням static structural system і modal system на рівні Solution (рис.7.1). В гілці Modal результат конструкційного аналізу (structural analysis ) стає початковою умовою.

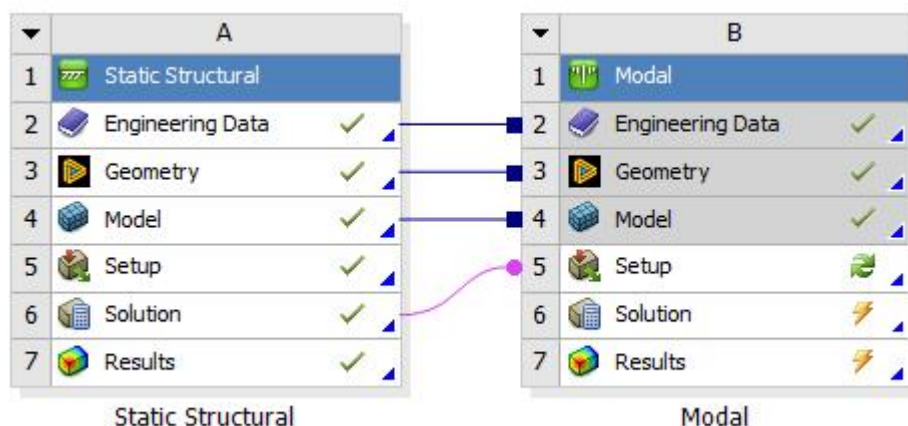


Рисунок 7.1 – Поєднання static structural system і modal system

У розрахунковий модуль Modal передаються як результати статичного розрахунку, а й додаткова інформація: конечно-елементная модель, граничні умови та інших.

Після передачі результатів розрахунку НДС модуль Modal у дереві проекту з'явиться об'єкт Pre-Stress, у властивостях якого потрібно задати крок навантаження (поле Pre Stress Define By та поле Pre Stress Loadstep) або тимчасову позначку (рядок Pre Stress Time), за якою визначатиметься НДС, що використовується для розрахунку форм втрати стійкості.

Припущення при розрахунку вільних коливань:

- приймається лінійна пружна поведінка матеріалів;
- використовується теорія малих деформацій, не враховуються нелінійні ефекти;
- закріплення конструкції не є обов'язковою умовою розрахунку, як в задачах статики;
- форма вільних коливань обчислюється у відносних одиницях і не дозволяє визначити абсолютні зміщення.

Послідовність аналізу вільних механічних коливань аналогічна лінійному статичному аналізу і включає наступні кроки:

- завантажити геометричну модель;
- задати властивості матеріалів;
- задати контактні умови;
- вибрати опції розрахунку;
- закріпити конструкцію;
- скласти список розрахункових результатів в дереві проекта;
- налаштувати солвер;

- задати параметри сітки і скласти сітчасту модель;
- провести розрахунок;
- переглянути результати і підготувати аналітичний звіт.

В модальному аналізі розраховуються всі просторові типи геометричних об'єктів:

- Solid bodies – тривимірні тверді тіла;
- Surface bodies – двовимірні поверхневі тіла з заданою товщиною;
- Line bodies – одновимірні лінійні тіла з заданим перерізом.

Можна використовувати точкові маси - Point Mass:

- точкова маса збільшує масу конструкції при розрахунку вільних коливань. До конструкції додається тільки маса без зміни її жорсткості;

- точкові маси використовуються для збільшення розподіленої ваги на обраній поверхні, що знижує розрахункові значення власних частот в модальному аналізі.

Для розрахунку потрібні такі параметри: Young's Modulus – модуль Юнга, Poisson's Ratio – коефіцієнт Пуасона, Mass Density – густина. При аналізі вільних коливань до конструкції не прикладаються навантаження і тому інші властивості матеріалів не потрібні.

В модальному аналізі також можливе введення контактних умов в розрахунок, але аналіз вільних коливань є лінійним, і відповідно, контакти в модальному аналізі відрізняються від нелінійних контактів статички (табл.7.1)

Таблиця 7.1 Відмінність контактів в аналізі вільних коливань:

Тип контакта	Статичний аналіз	Модальний аналіз		
		Початковий дотик	Всередині області захвату	За межами області захвату
Bonded	Bonded	Bonded	Bonded	Free
No Separation	No Separation	No Separation	No Separation	Free
Rough	Rough	Bonded	Free	Free
Frictionless	Frictionless	No Separation	Free	Free

Відмінність контактів в аналізі вільних коливань:

- два типи нелінійних контактів – rough (жорсткий) і frictionless (без тертя) – можуть бути задані в лінійному аналізі, але проявляють себе як bonded (зв'язаний) або no separation (без розділення);

- якщо задано зазор, як в нелінійному типі контакту, в розрахунку приймається відсутність контакту – free;

- поведінка контактів bonded і no separation залежить від розміру області захвату - pinball region size. Область захвату задається автоматично по замовчанню;

- в версії ANSYS Structural контакт з тертям (frictional) приймається зв'язаним (bonded), якщо поверхні дотикаються; відкритий контакт ігнорується – відсутній (free);

- не рекомендується задавати контакт з тертям при аналізі вільних коливань, оскільки такий контакт є нелінійним.

Налаштування розв'язку.

В рамках Mechanical Analysis задаються такі налаштування :

- кількість обчислюваних мод (по замовчанню 6);
- діапазон пошуку частоти (по замовчанню від 0 Гц до 1e+08 Гц);
- якщо потрібно, слід замовити додатковий результат. Відмінність контактів в аналізі вільних коливань

Послідовність аналізу вільних механічних коливань аналогічна лінійному статичному аналізу і включає наступні кроки:

- завантажити геометричну модель;
- задати властивості матеріалів;
- задати контактні умови;
- вибрати опції розрахунку;
- закріпити конструкцію;
- скласти список розрахункових результатів в дереві проєкта;
- налаштувати солвер;
- задати параметри сітки і скласти сітчасту модель;
- провести розрахунок;
- переглянути результати і підготувати аналітичний звіт

Приклад. Для визначення власних частот конструкції необхідно вибрати тип аналізу – *Modal* (рис.7.1.) із Tollbox.

Для визначення перші 6 частот і форми мод деталі, обираємо меню Analysis Settings (рис.7.2). В меню MAX MODES To Find вибрати число 6.

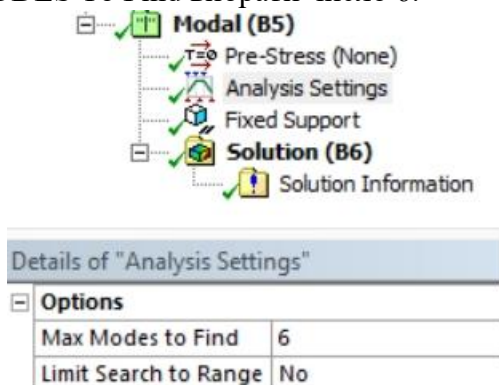


Рисунок 7.2 – Встановлення кількості частот

Закріпити деталь від всіх переміщень і провести розрахунок натиснувши на *SOLVE*. Для перегляду всіх форм мод вибрати все результати отриманих частот (рис.7.3) і натиснути ПКМ вибрати *Great Mode Shape Result* і знову запустити *Solve*. 1 я форма-вигинальна деформація, 2 я – пластинчата форма коливаль.

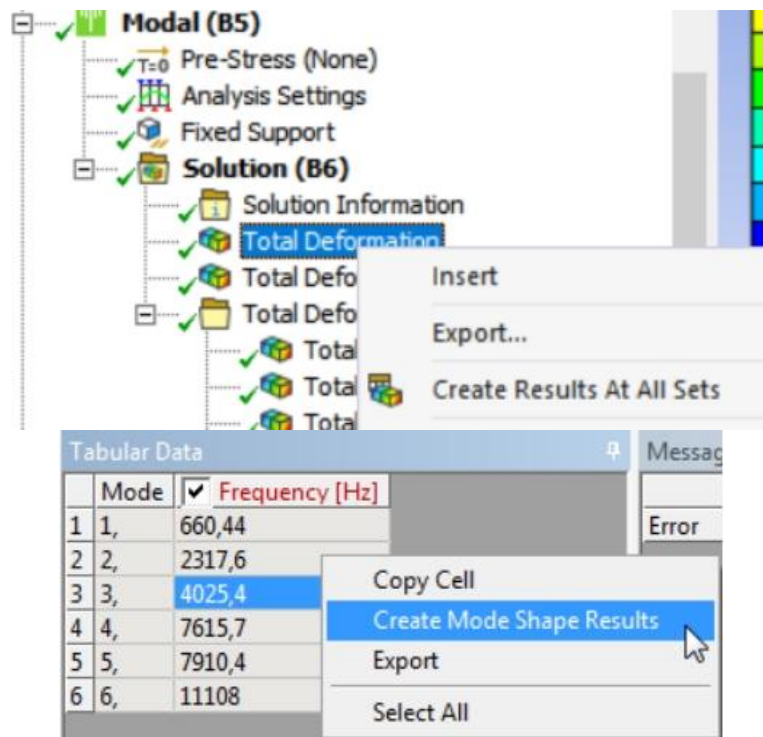


Рисунок 7.3 – Вибір частот

В меню SOLUTION з'являться моди відповідні кожній з власних частот, зайшовши на кожну з Total Deformation ми отримаємо графічне відображення форми (моди) власної частоти конструкції (рис.7.4).

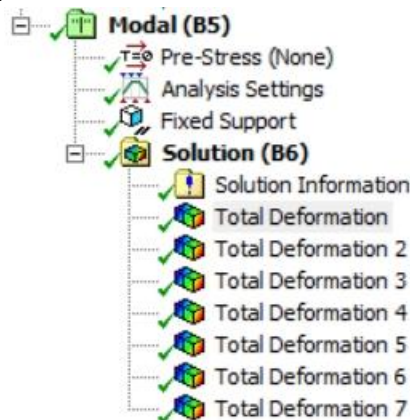


Рисунок 7.4 – Моди

Перегляд результатів.

По завершенні розрахунків можна проглянути обчислені моди:

- оскільки не обчислюється збудження конструкції зовнішніми силами, в розрахункових результатах представляється відносна форма вільних коливань;
- форма коливань (зміщення), напруження і деформації не обчислюються для вільних коливань в абсолютних величинах, тільки у відносних;
- частоти виводяться у вікні налаштувань для всіх обчислених мод;
- в контекстних інструментах для розрахункових результатів є можливість анімувати зміщення для кожної моди.
- в контекстних інструментах для розрахункових результатів є можливість анімувати зміщення для кожної моди.

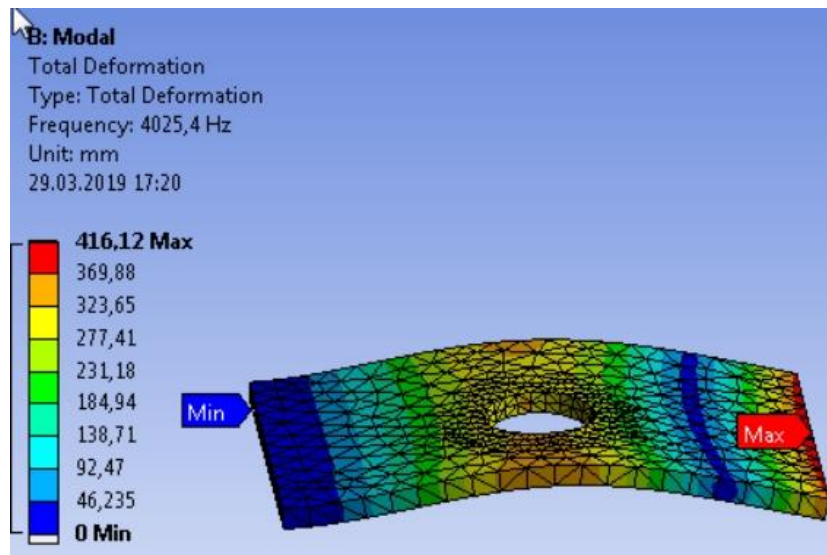


Рисунок 7.5 – Мода 1 для частоти 4025 Гц

Для вирішення вимушених коливань додамо модуль Harmonic Response (рис.7.6).

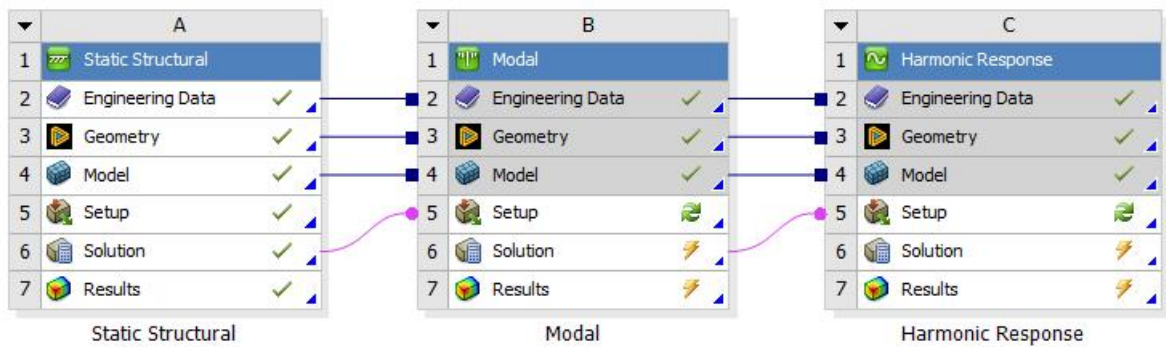


Рисунок 7.6 – Меню розрахунку

Додати до моделі навантаження, розтягуючу силу по осі X= 100 Н. (рис.7.7).



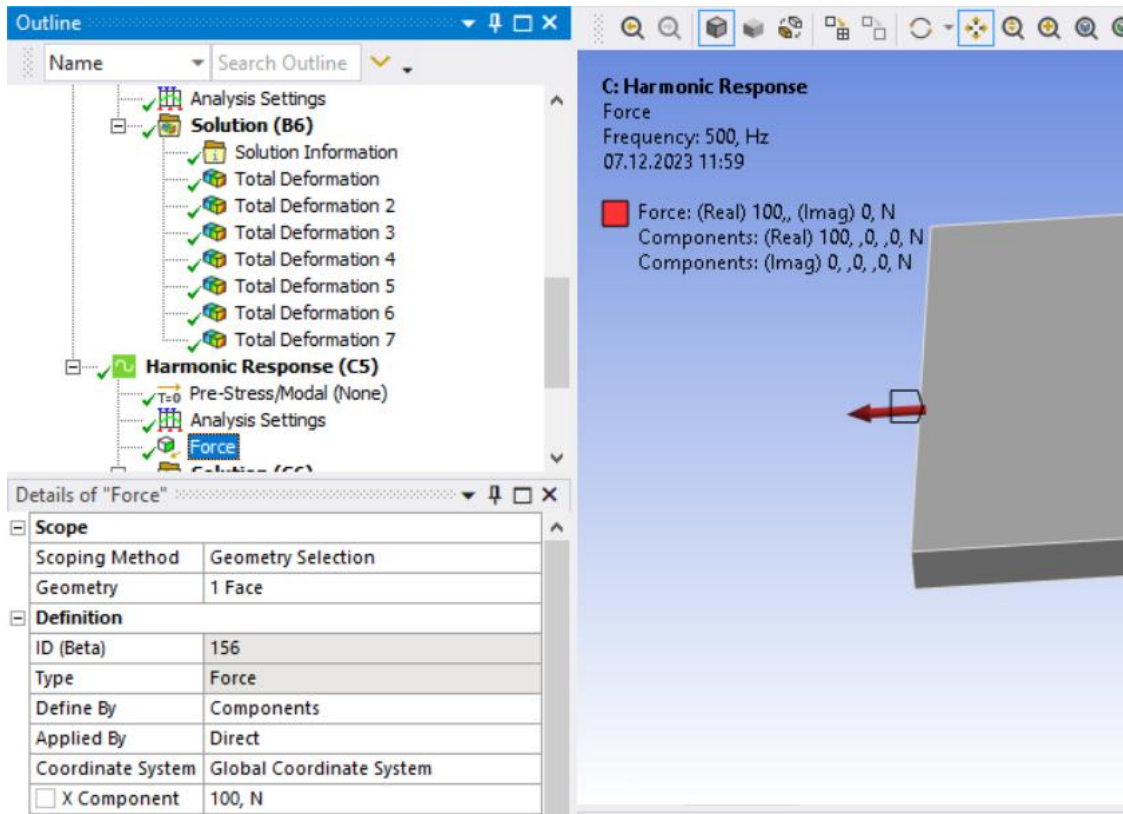


Рисунок 7.7 – Навантаження силою

Для визначенн значень частот деталі, обираємо меню Analysis Settings. Ввести в налаштуваннях аналізу - діапазон шуканих частот , наприклад 500 і 5000 Гц (рис.7.8).

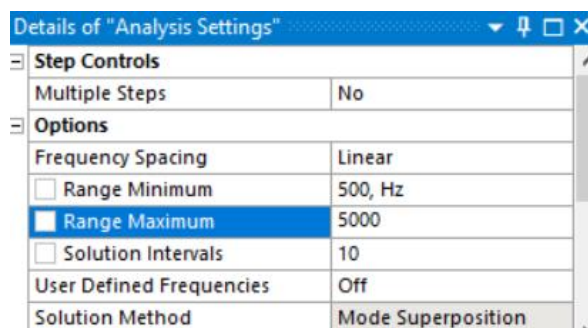


Рисунок 7.8 – Діапазон частот

В solution додати необхідні результати: деформації, напруження по Мизес, та розрахуємо (рис.7.9)

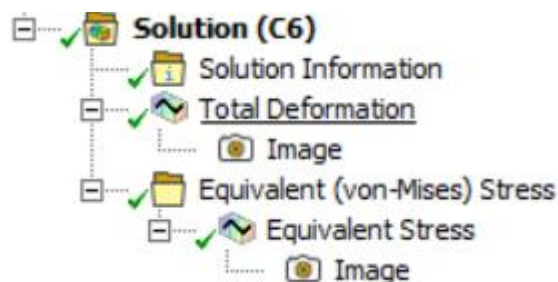


Рисунок 7.9 – Результати: деформації, напруження по Мизес

Отримуємо та переглядаємо такі результати: величини та номер частоти вказанов Tabular Data (рис.7.10)

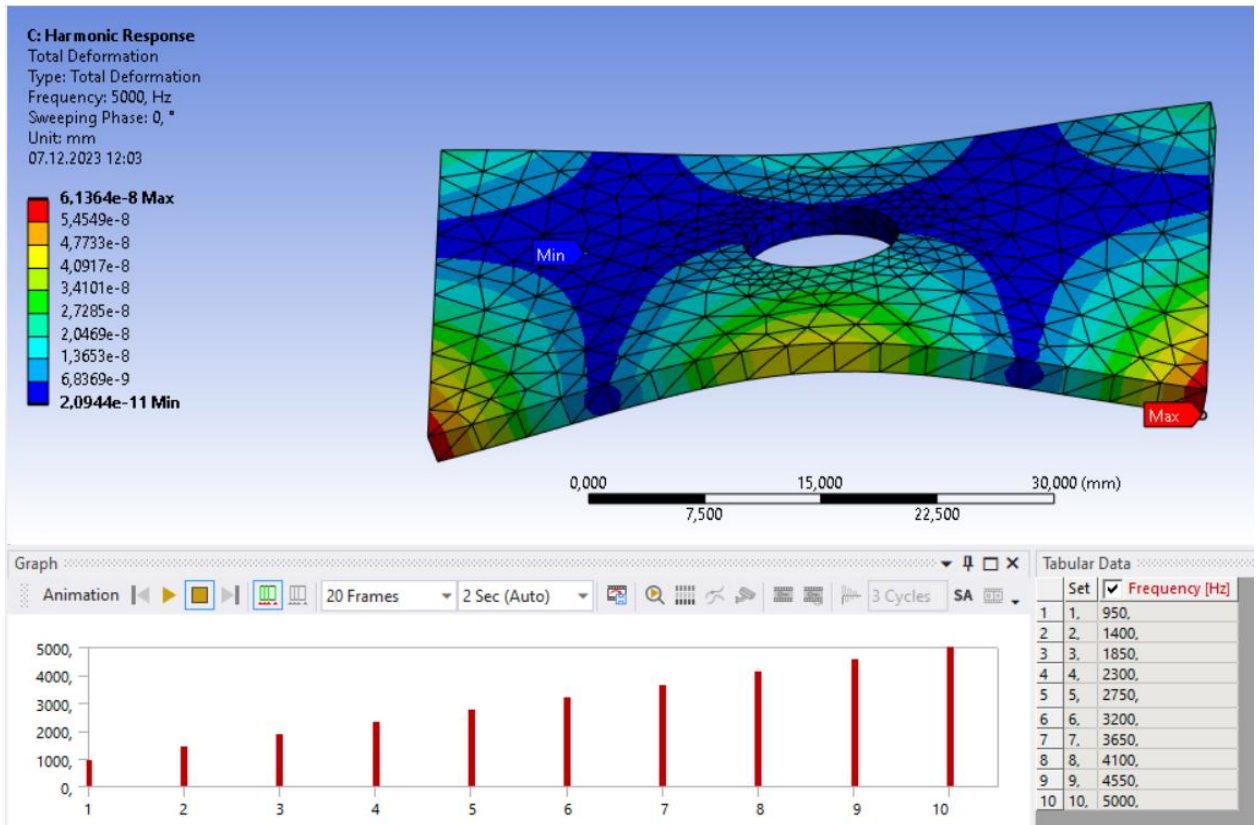


Рисунок 7.10 – Деформації

Переглядаємо вікно розподілу напруження по Мизес (рис.7.11)

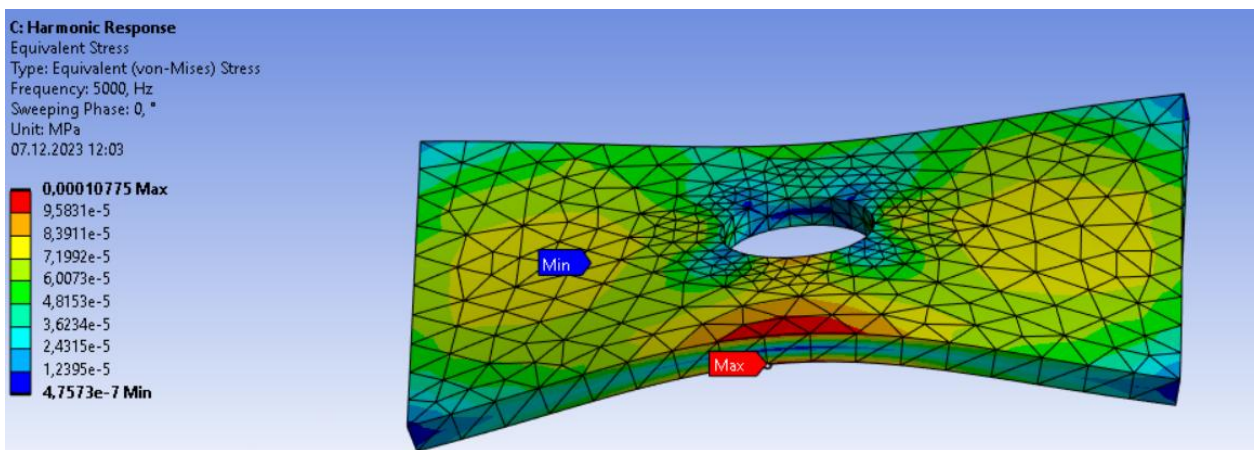


Рисунок 7.11 – Напруження по Мизес

Додамо до результатів частотні характеристики по деформаціям та напруженням (рис.7.12)

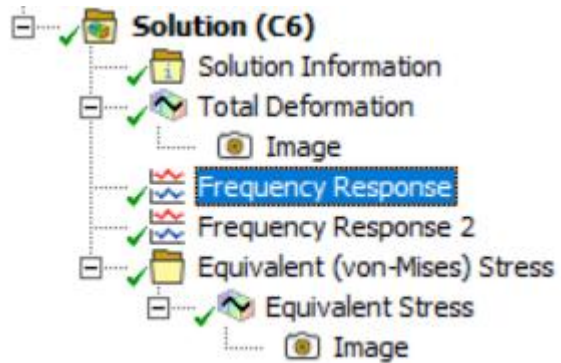
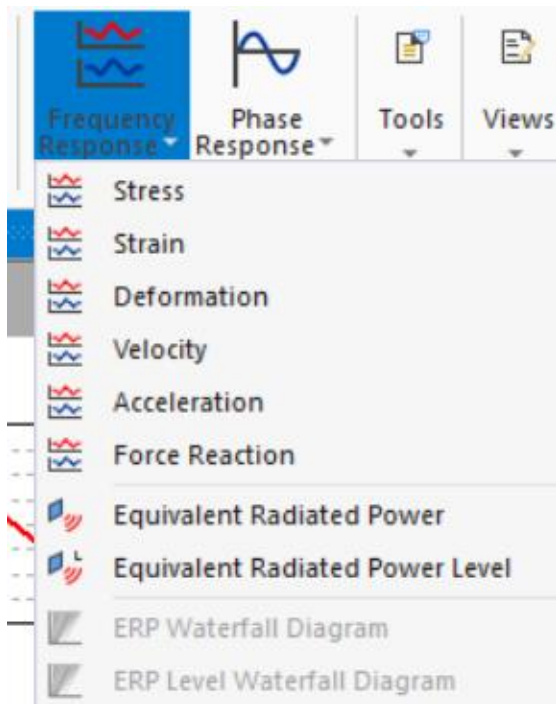


Рисунок 7.12 – Частотні характеристики

Додати результати розривів деформацій та напружень у меню Phase-Stress (Deformation)

На кладці Worksheet переглянемо результати (рис.7.13, 7.14)

деформацій

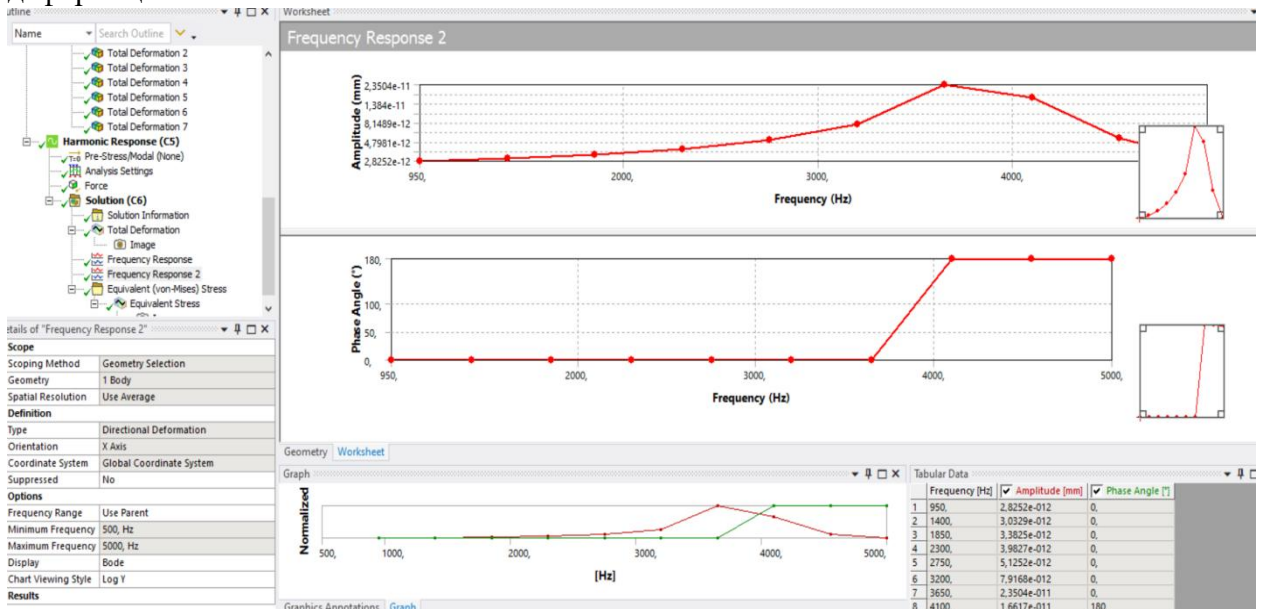


Рисунок 7.13 – Частотні характеристики деформацій впродовж осі X

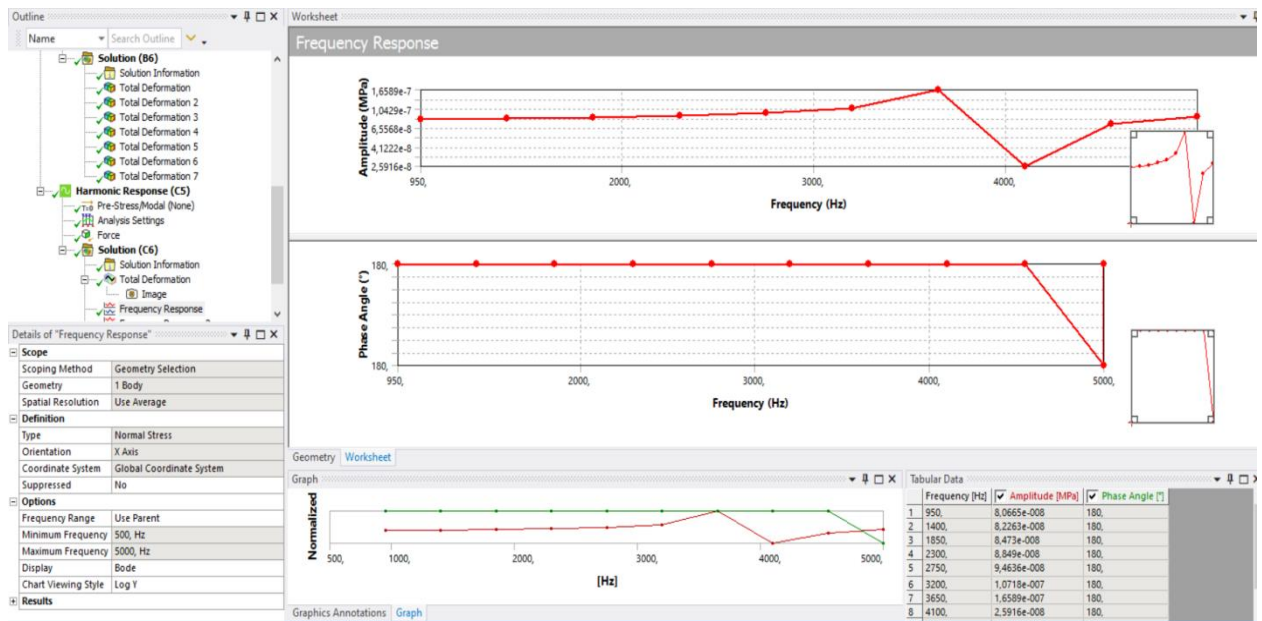


Рисунок 7.14 – Частотні характеристики нормальних напружень впродовж осі X,

## 8. Основи виконання теплових розрахунків

Завдання теплового аналізу полягає у розрахунку розподілу температур та відповідних теплових параметрів у системі чи компоненті системи. Зазвичай цікаві такі теплові параметри [11]:

- Поле температури.
- Розмір теплових втрат.
- Температурні градієнти.
- Теплові потоки.

Теплове моделювання відіграє важливу роль при проектуванні багатьох інженерних задач, включаючи двигуни внутрішнього згорання, турбіни, теплообмінники, трубопровідні системи та компоненти електронних схем. Найчастіше інженери вважають теплові поля для подальшого визначення термічних напружень (напруження, спричинене тепловим розширенням чи стиском).

Тепловий аналіз підтримують такі модулі ANSYS [11]:

- Multiphysics.
- Mechanical.
- Professional.
- FLOTRAN.

Основою теплового аналізу в ANSYS є рівняння теплового балансу, отримане в відповідно до принципу збереження енергії. За допомогою ANSYS отримуєте в результаті розв'язання поле температури. Потім ANSYS використовує температурне поле визначення інших теплових параметрів.

ANSYS підтримує основні види теплопередачі (рис.8.1):

- Теплопровідність. (Temperature)
- Конвекцію (Convection).
- Випромінювання (Radiation).



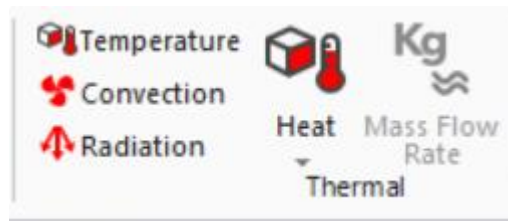


Рисунок 8.1 – Види теплопередачі

Граничні умови I роду – задаються значення температури (TEMP) на поверхнях, лініях, вузлах, ключових точках (якщо вони виділені під час побудови геометричної моделі). MAIN MENU→SOLUTION→DEFINE LOADS→APPLY→→THERMAL →TEMPERATURE→ On Lines. З'являється меню (рис.8.2) Клацніть курсором по лінії → Apply. Задати ID = 27; Magnitude = 22 → OK.

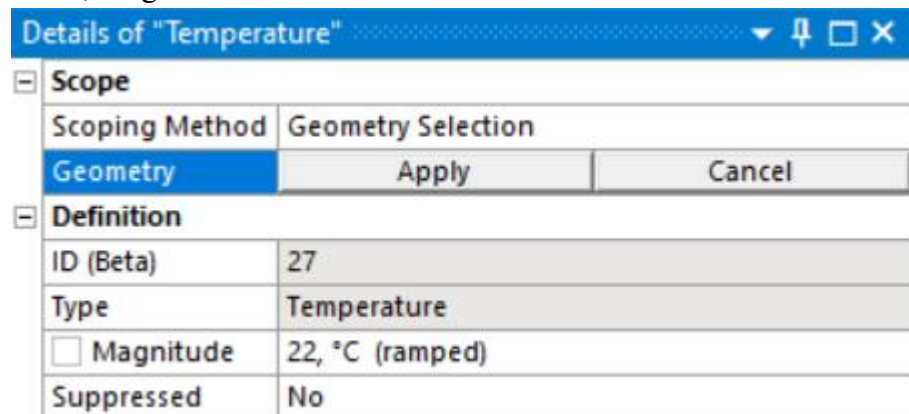


Рисунок 8.2 – Завдання параметрів

2. Граничні умови II роду – задаються значення питомого теплового потоку (HFLUX) на поверхнях, лініях, вузлах, елементах (питомий тепловий потік через одиницю поверхні  $q = -kA(dT/dx)$ , де  $k$  – коефіцієнт теплопровідності;  $A$  – поверхня). Позитивне значення потоку означає, що елемент приймає тепло.

В одновимірних моделях тепловий потік не задати, тому використовують щільність теплового потоку (HEAT - тепловий потік, що протікає через вузол за одиницю часу).

Температура, Конвекція і Випромінювання. Принаймні один тип температурних умов, що містить температуру  $\{T\}$ , має бути заданий. В протилежному випадку при надходженні теплоти в систему стаціонарна температура виявиться безкінечною. Температура  $\{T\}$ . Задасться для точки, лінії, поверхні або об'єму.

Конвекція співвідносить температуру оточуючого середовища ( $T_{ambient}$ ) з температурою на поверхні ( $T_{surface}$ ):

Конвективні граничні умови III роду - задається тепловий потік конвекцією (CONV) на зовнішньому кордоні моделі за законом Ньютона-Ріхмана  $q/A = h(t_s - t_f)$ . Тут  $q/A$  – питомий тепловий потік конвекції через поверхню  $A$ ;  $h$  – коефіцієнт тепловіддачі конвекцією;  $t_s, t_f$  – температура поверхні та температура навколишнього середовища. В одному з прикладів роботи заданий конвективний тепловий потік на поверхні ( $h=500, t_f=500$ ):

Вкладка Environment → THERMAL → CONVECTION → On Lines (обрати поверхню). Ввести значення величини конвекції у  $Вт/мм^2$  (рис.8.3)



Details of "Convection"	
[-] Scope	
Scoping Method	Geometry Selection
Geometry	No Selection
[-] Definition	
ID (Beta)	25
Type	Convection
<input type="checkbox"/> Film Coefficient	0, W/mm <sup>2</sup> ·°C (step applied)
<input type="checkbox"/> Ambient Temperature	22, °C (ramped)
Convection Matrix	Program Controlled
Suppressed	No

Рисунок 8.3 – Завдання параметрів CONVECTION

- 2 Радіаційні граничні умови III роду – задається тепловий потік випромінювання на зовнішньому кордоні моделі по

$$q_r A (T^4 - T_0^4), \quad (8.1)$$

де  $A$  – площа поверхні;  $\epsilon$  – Ступінь чорноти поверхні;  $q_r$  – Константа Стефана-Больцмана ( $5.67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} / (\text{м}^2 \cdot \text{К})$ );  $T$  – абсолютна температура тіла;  
 $T_0$  - абсолютна температура середовища, що оточує поверхню.

Програма дозволяє здійснити наближену оцінку радіаційного теплообміну поверхонь та променепрозорого середовища при використанні кутових коефіцієнтів. Точність таких оцінок невелика.

Завдання об'ємного енерговиділення HGEN – задається тепловиділення всередині елемента, викликане або хімічною реакцією, або електричним струмом, що має розмірність потоку тепла, віднесеного до одиниці об'єму.

Серед можливих граничних умов виділяють такі (рис.8.4):

- Heat Flow (тепловий потік). Швидкість теплового потоку можна задати в точці, на лінії або на поверхні. Задане навантаження розподіляється на декілька обраних об'єктів. Одиниці вимірювання – Дж/с.

- Perfectly insulated (heat flow = 0: повна теплова ізоляція).

- Heat Flux (густина потоку). Задається тільки на поверхні. Одиниці вимірювання - Дж/с·м<sup>2</sup>.

- Internal Heat Generation (внутрішня генерація тепла). Швидкість внутрішньої генерації тепла задається тільки для об'ємних тіл. Одиниці вимірювання - Дж/с·м<sup>3</sup>.

Використовується послідовність операцій MAIN MENU → SOLUTION → DEFINE LOADS → APPLY → THERMAL → HEAT.

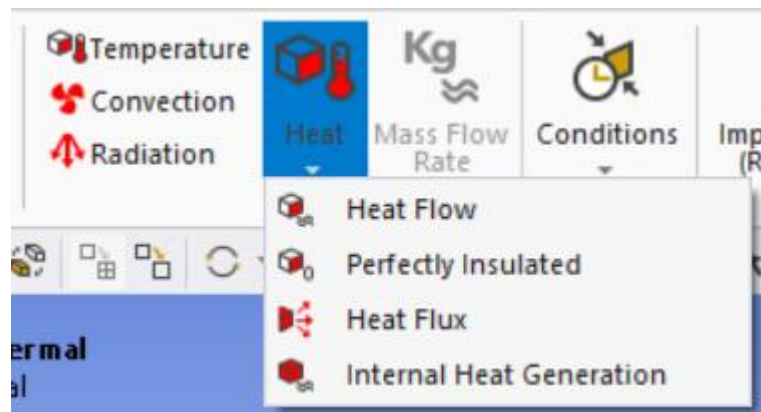


Рисунок 8.4 – Меню HEAT

Завдання ізоляції означає видалення теплових навантажень для виділених поверхонь. Наприклад, інколи простіше задати густину потоку для всіх поверхонь, а потім з допомогою ізоляції зняти початкове навантаження з деяких поверхонь, які знаходяться в контакті з іншими деталями. Зазвичай не потрібно задавати повну ізоляцію звичайної поверхні, ця властивість притаманна, наприклад, площинам симетрії.

Адіабатичні умови – це окремий випадок граничної умови II роду із заданим тепловим потоком на поверхні, який дорівнює нулю.

Поверхня вважається адіабатичною за умовчанням, якщо на ній не задано жодних граничних умов. Умови симетрії розглядаються як адіабатичні.

Викладене вище показує, що у розрахунках конвекції використовується температура у першому ступені, а розрахунках випромінювання – температура в четвертій ступені. Розрахунки полегшує функція зсуву значення температури, що дозволяє в радіаційному завданні спеціальною командою задавати різницю між абсолютним нулем і нулем шкали, що використовується.

При розрахунках в ANSYS повинна контролюватись розмірність величин, що вводяться.

Для здійснення температурно-конструкційного аналізу необхідно поєднати зв'язком конструкційний аналіз з температурним на рівні розв'язку (Solution).

Гілка так званого імпортованого навантаження з температурного аналізу розміщується в дереві проекту конструкційного аналізу поряд з навантаженнями і закріпленнями, застосованими в цьому аналізі.

Аналіз результатів (рис.8.5). Для пост-обробки доступні такі результати:

- Temperature (температура);
- Heat Flux (густина потоку);
- "Reaction" Heat Flow Rate (швидкість теплового потоку);
- User defined results (функції користувача).

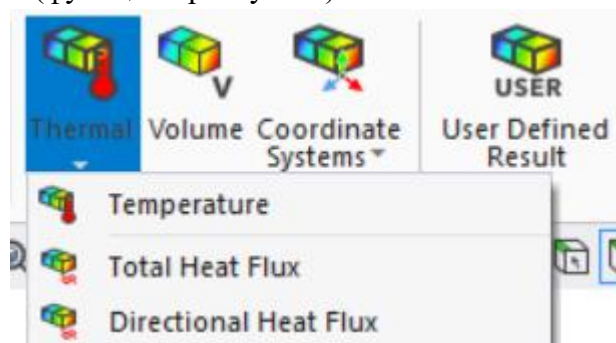


Рисунок 8.5 – Обрання результатів

Так, наприклад, оскільки температура є скалярною величиною, то її результати найчастіше відображаються у вигляді контурів (рис. 8.6):

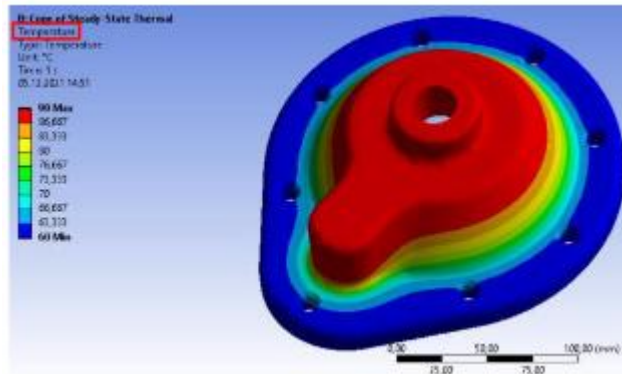
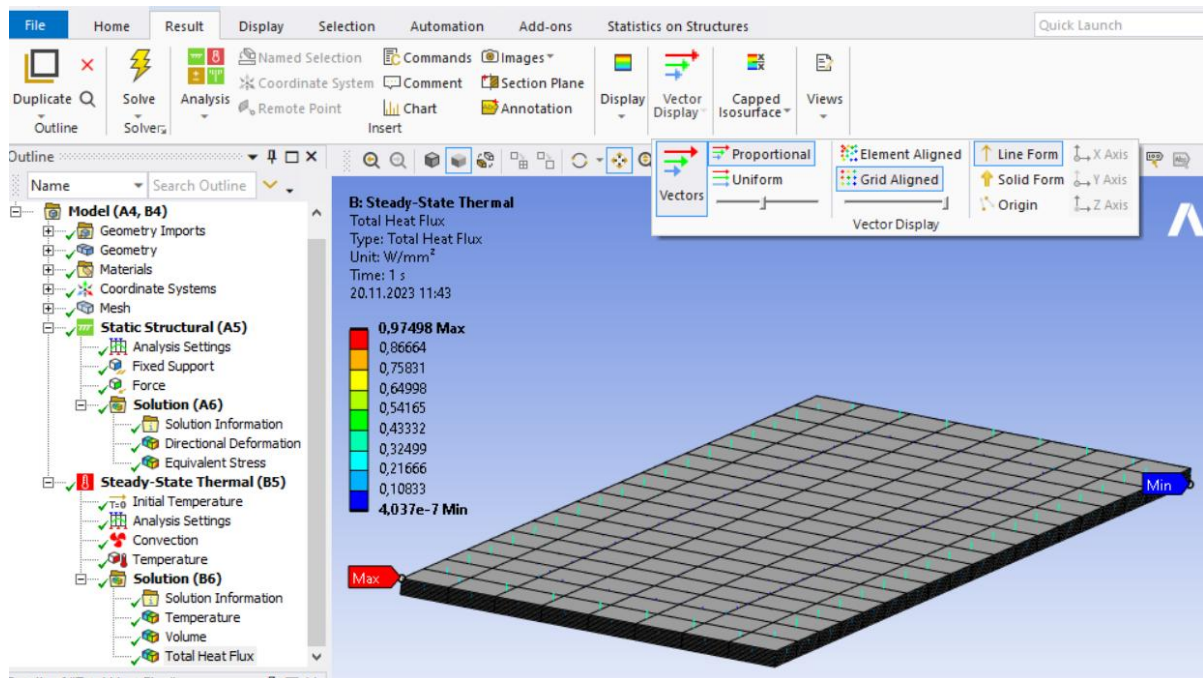


Рисунок 8.6 – Контури температури

Для отримання результатів по тепловому потоку (Heat Flux) слід виділити результати Total Heat Flux та перейти у режим векторного відображення (рис.8.7). Густина теплового потоку визначається через температурний градієнт.

Наприкінці теплового аналізу для валідності розв'язку варто перевірити, чи виконується тепловий баланс. Перевіривши температурний баланс, ми можемо переходити до постобробки інших результатів.



Рис

унок 8.7– Вектори теплового потоку

Матеріали, які значно збільшують свої розміри при нагріванні, є рідкістю. Однак, у деяких випадках, можна використовувати теплове розширення як допоміжний інструмент для врахування значного розпухання тіла від іншого явища [13]. У цій статті наведено дослідження того, як поведуться розрахункові моделі в ANSYS при використанні дуже великих значень коефіцієнта теплового розширення. Зазвичай, його

значення становить близько  $10^{-5} \dots 10^{-6}$ , тоді як у наведеному нижче прикладі використовується коефіцієнт  $0,01 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ , а модель нагрівається на  $100 \text{ } ^\circ\text{C}$ . Змінене в часі температурне навантаження в ANSYS Mechanical ( Workbench ) дозволяє підвищувати додані температури згідно з заданими значеннями в процесі кожного кроку ( substep ) розрахунку моделі. Ці температури впливають на залежні від них властивості матеріалу та викликають теплове розширення. Їхні значення можуть бути імпортовані з теплового розрахунку або прикладені безпосередньо у розрахунку напружено-деформованого стану. У цьому прикладі в тілі задана рівномірно розподілена температура, яка поступово підвищується від температури недеформованого стану  $22^\circ \text{C}$  до значення  $122^\circ \text{C}$ , тобто, на  $100^\circ \text{C}$  (рис.8.8).

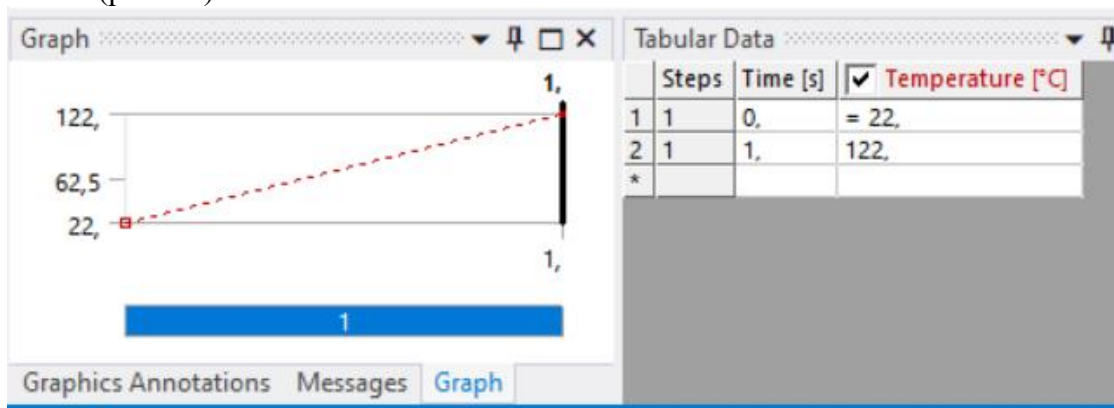


Рисунок 8.8– Параметри граничної умови « Thermal Condition » для обраного тіла

Модель для розрахунку напружено-деформованого стану при тепловому розширенні з прикладеним навантаженням у вигляді прискорення вільного падіння та жорстким защемленням в основі (рис.8.9)

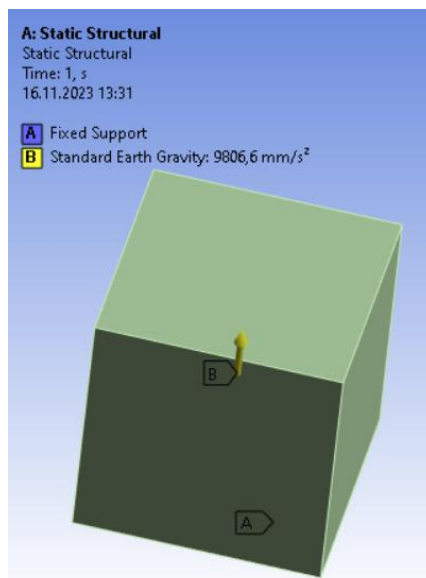


Рисунок 8.9 – Розрахункова схема

Найпростіш розрахункові модель: куб зі стороною 1 м, розбитий структурованою сіткою кінцевих елементів першого порядку (без проміжних вузлів). Перпендикулярно трьом граням задані обмеження переміщення, що забороняють рух по відповідних осях: UX, UY, UZ.

Постійна в межах всього кроку ( loadstep ) навантаження являє собою власну вагу куба і прикладена як прискорення (об'єкт Acceleration ) величиною в  $9806,1 \text{ мм/с}^2$  у



напрямку Y. Так як щільність матеріалу задана рівною 1000 кг/м<sup>3</sup>, то вертикальна сила реакції на протягом усього розрахунку має становити 9806,1 Н по осі Y.

До тіла прикладено залежне від часу теплове навантаження. Як на рис.8.8 температура зростає від 22 °С до 122 °С. У налаштуваннях розрахунку встановлено збільшення навантаження протягом 100 підкроків ( substeps ). Це зроблено для того, щоб точно врахувати теплове розширення, що збільшується.

Через малі розміри моделі обраний прямиий ( Direct ) решатель.

Опція додаткового обмеження руху «Weak Springs» вимкнена, оскільки, внаслідок великого теплового розширення, небажані навантаження від «Weak Springs» можуть виявитися значними, а модель має достатню кількість граничних умов для запобігання вільному руху тіла. Облік геометричної нелінійності ( Large Deflection ) увімкнено (ON).

Також у моделі задані суворіші (порівняно зі значенням за умовчанням) критерії збіжності (Force Convergence, Displacement Convergence), щоб гарантувати, що можлива невелика зміна зусиль, зумовлена тепловим розширенням, буде помітною на тлі сил реакції. Це дозволить отримати більш точне значення сили реакції та розуміння того, як обробляється матриця мас при великому тепловому розширенні. Для налаштування розрахунку (Analysis Settings) вводимо -Коефіцієнт теплового розширення (рис.8.10).

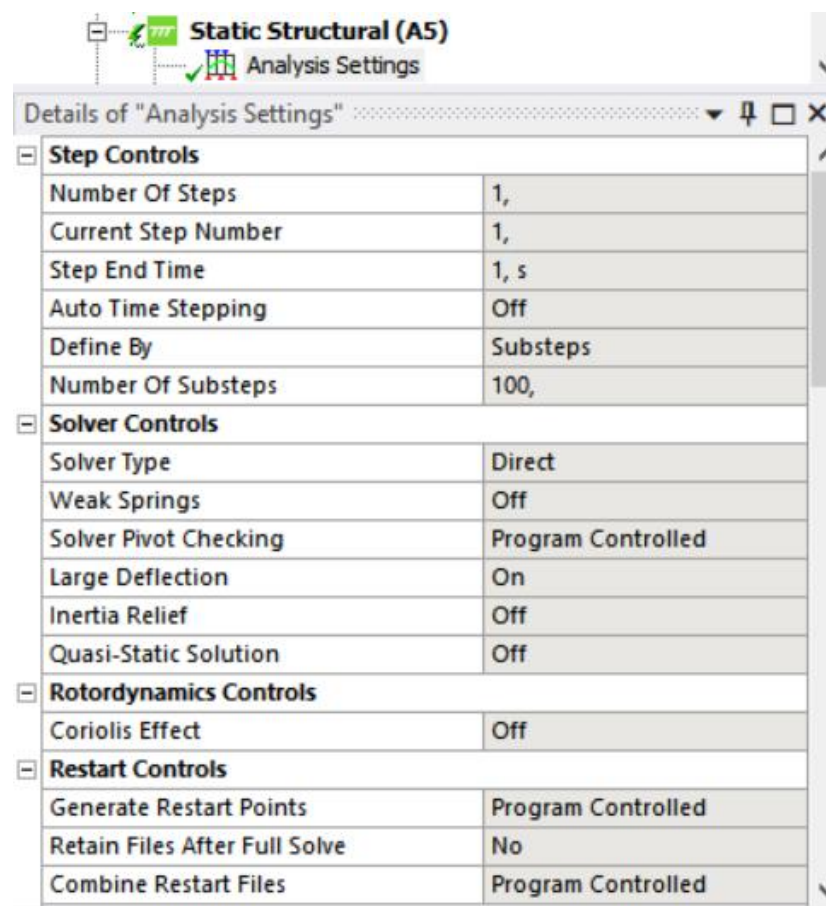


Рисунок 8.10 – Налаштування розрахунку (Analysis Settings)

У разі розрахунку з урахуванням великих переміщень (геометричної нелінійності) теплове розширення визначається більш складним чином. На кожному підкрозі навантаження ( substep ) або, якщо підкроки не задані, на кожному кроці навантаження ( loadstep ) збільшення довжини розраховується за збільшенням температури та поточним розміром [13]:

$$dL = T \cdot L \cdot dT . \quad (8.2)$$

Тут:  $dL$  - збільшення довжини на підкроці ;  $\alpha T$  – коефіцієнт теплового розширення, що використовується у розрахунку з урахуванням геометричної нелінійності;



$dT$  – збільшення температури на підкроку ;  $L$  – поточне значення довжини (вирішувачель використовує середнє значення довжини цьому підкроці), узгодження лінійного і нелінійного розрахунків має бути одно [13]:

$$L = (\alpha \cdot (T - T_{REF}) + 1) \cdot L_0, \quad (8.3)$$

де:  $\alpha$  - січний коефіцієнт теплового розширення для матеріалу при температурі  $T$ ;  $T$  – температура, для якої необхідно забезпечити рівність теплового розширення в лінійному та нелінійному розрахунках;  $T_{REF}$  – температура недеформованого стану (зазвичай – 22 °C);  $L_0$  - Початкова довжина.

Після перенесення  $L$  у ліву частину у виразі (8.2) можна проігнорувати обидві частини на діапазоні довжин (від  $L_0$  до  $L$ ) температур ( $T_{REF}$  до  $T$ ). Підставивши (8.3), отримаємо вираз для коефіцієнта теплового розширення в нелінійному розрахунку[13]:

$$\alpha_T = \ln (\alpha \cdot (T - T_{REF}) + 1) / (T - T_{REF}). \quad (8.4)$$

Слід зазначити, що описане коригування практично не помітне при звичайних коефіцієнтах теплового розширення (порядку 5 - 10) і діапазонах температур (порядку 2 - 10), але якщо добуток  $\alpha \cdot (T - T_{REF})$  перестає бути набагато менше одиниці, коригування в нелінійних розрахунках стає необхідною.

Недолік такого коригування полягає в тому, що отримані значення  $T$  забезпечують рівність теплового розширення в лінійному і нелінійному розрахунках тільки для одного значення температури, тому, якщо залежить від  $T$ , провести коригування для декількох температур одночасно не вийде.

Значення  $\alpha_T$  були розраховані для заданого діапазону температур, отримана таблиця  $\alpha_T(T)$  введена як січні коефіцієнти теплового розширення (« Isotropic Secant Коефіцієнт of Thermal Expansion ») у модулі Engineering Data . На малюнку 5 показано отриману таблицю. Ці дані дозволяють отримати бажаний коефіцієнт теплового розширення  $\alpha = 0,01$  (для температури ненапруженого стану  $T_{REF} = 22$  °C) у нелінійному розрахунку з налаштуваннями, наведеними на рис.8.8). При цьому додане до тіла теплове навантаження підвищуватиметься протягом сотні підкроків від  $T_{REF}$  до 122 °C. Оскільки загальний приріст температури становитиме 100 °C і  $\alpha = 0,01$ , то передбачається збільшення всіх лінійних розмірів тіла вдвічі. Для підвищення точності розрахунку коефіцієнт теплового розширення  $\alpha_T(T)$ , необхідний у нелінійному розрахунку, обчислений для температур з дрібним кроком (5 °C). Значення коефіцієнта теплового розширення  $\alpha_T$ , відповідні коефіцієнту  $\alpha = 0,01$  у лінійному розрахунку заносимо у таблицю властивостей матеріалу (рис.8.11)

The image shows the ANSYS Mechanical interface. On the left, the 'Sources' panel displays a tree view for 'Outline of Schematic A2, B2: Engineering Data'. Row 3 is highlighted, showing 'Structural Steel' with a description: 'Fatigue Data at zero mean stress comes from 1998 ASME BPV Code, Section 8, Div 2, Table 5-110.1'. Below this, the 'Properties of Outline Row 3: Structural Steel' table is visible, showing properties like Density (7850 kg m^-3) and Coefficient of Thermal Expansion (Tabular).

On the right, the 'Table of Properties Row 5: Isotropic Secant Coefficient of Thermal Expansion' is displayed. It is a table with two columns: 'Temperature (C)' and 'Coefficient of Thermal Expansion (C^-1)'. The data points are as follows:

Temperature (C)	Coefficient of Thermal Expansion (C^-1)
22	0,01
27	0,009758
32	0,0095531
37	0,0093175
42	0,0091161
47	0,0089257
52	0,0087455
57	0,0085744
62	0,0084118
67	0,008257
72	0,0081093
77	0,0079683
82	0,0078334
87	0,0077042
92	0,0075804
97	0,0074615
102	0,0073473
107	0,0072375
112	0,0071317
117	0,0070298
122	0,0069315
*	

Рисунок 8.11 - Значення коефіцієнта теплового розширення  $\alpha T$

Розрахунок тестових завдань у ANSYS Mechanical показав, що при зростанні температури щільність не потрібно коригувати під величину теплового розширення. При розрахунку тіло діяла лише власна вага, розрахована за єдиним значенням щільності (не залежить від температури), і сила реакції була отримана постійною (у межах допуску на збіжність).

Очевидно, що при розрахунку ANSYS маса елемента обчислюється за вихідним обсягом.

Розрахунок проведений з температурою по тілу ( Thermal Condition ), що лінійно збільшується за сто підкроків , як показано на рис. 8.8 і 8.10. Теплове розширення подвоїло всі лінійні розміри куба. Вертикальна реакція була постійною в межах допуску на збіжність, щільність залишалася постійною та не залежала від температури. Оскільки в геометрично нелінійному розрахунку теплове розширення розраховується з урахуванням поточного розміру тіла, об'єм тіла буде збільшуватися як експоненційна функція, тільки якщо не використовувати коригування  $\alpha T = \ln ( \alpha \cdot ( T - T_{REF} ) + 1 ) / ( T - T_{REF} )$ . Як зазначалося раніше, обмеженням такої коригування і те, що з її допомогою можна отримати лише одне «реальний» коефіцієнт теплового розширення, для якоїсь фіксованої температури.

Отриманий результаті розрахунку розподіл переміщень, викликаних тепловим розширенням, представлено (рис.8.12).

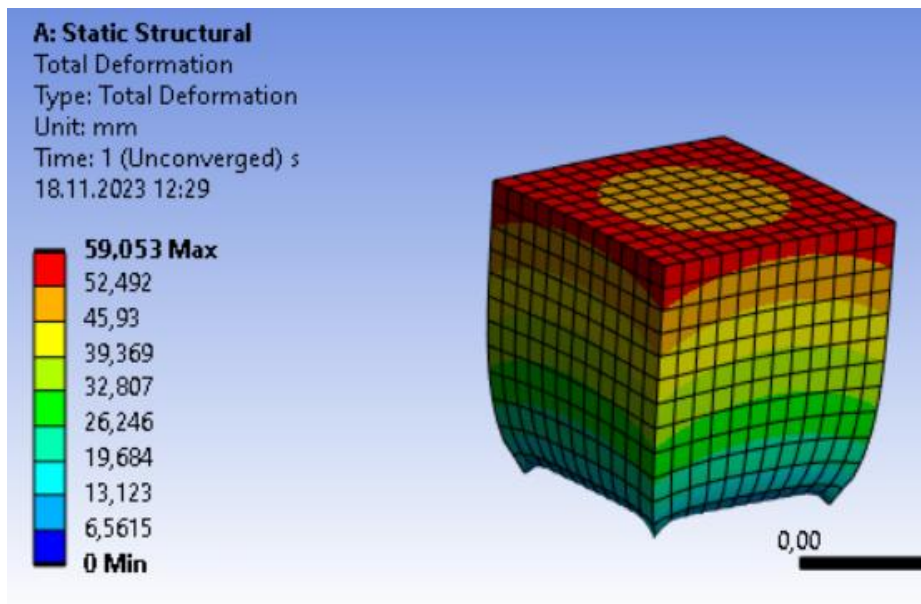


Рисунок 8.12– Переміщення від теплового розширення при нагріванні тіла на 100 °С

Для візуалізації візуалізації можна використовувати анімацію результатів. Її можна створити як за довільною досить великою кількістю тимчасових точок (при цьому вони рівномірно розподіляються по осі часу, а проміжні результати розраховуються з використанням лінійної інтерполяції), так і лише для часу, записаних у файлі результатів.

Величина переміщень від теплового розширення в напрямку осі X (рис.8.13).

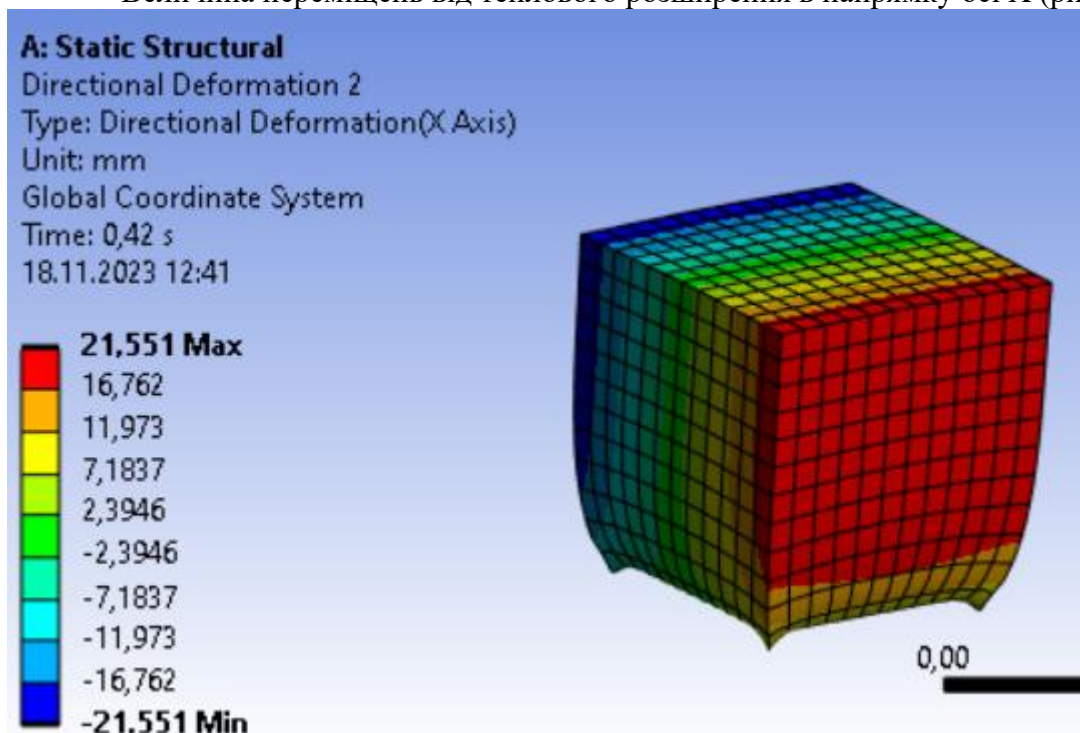


Рисунок 8.13– Лінійне теплове розширення

Як і передбачалося, розмір уздовж осі подвоївся, так як температура була підвищена на 100 ° С, а «реальний» коефіцієнт теплового розширення становив  $\alpha = 0,01$  . Варто зазначити, що при зменшенні часу нагріву наполовину (зміна температури на 50°C) зростання лінійного розміру по осі X склало 500 мм (у межах числової похибки) – таким чином, описаний вище підхід працює на всьому діапазоні температур у цій задачі (за рахунок того, що  $\alpha$  постійний за температурою).

При зменшенні кількості підкроків розрахунок виконується швидше, але точність розрахунку теплового розширення зменшується. Це показано шляхом проведення описаного вище розрахунку за 5 підкроків (рис.8.14)

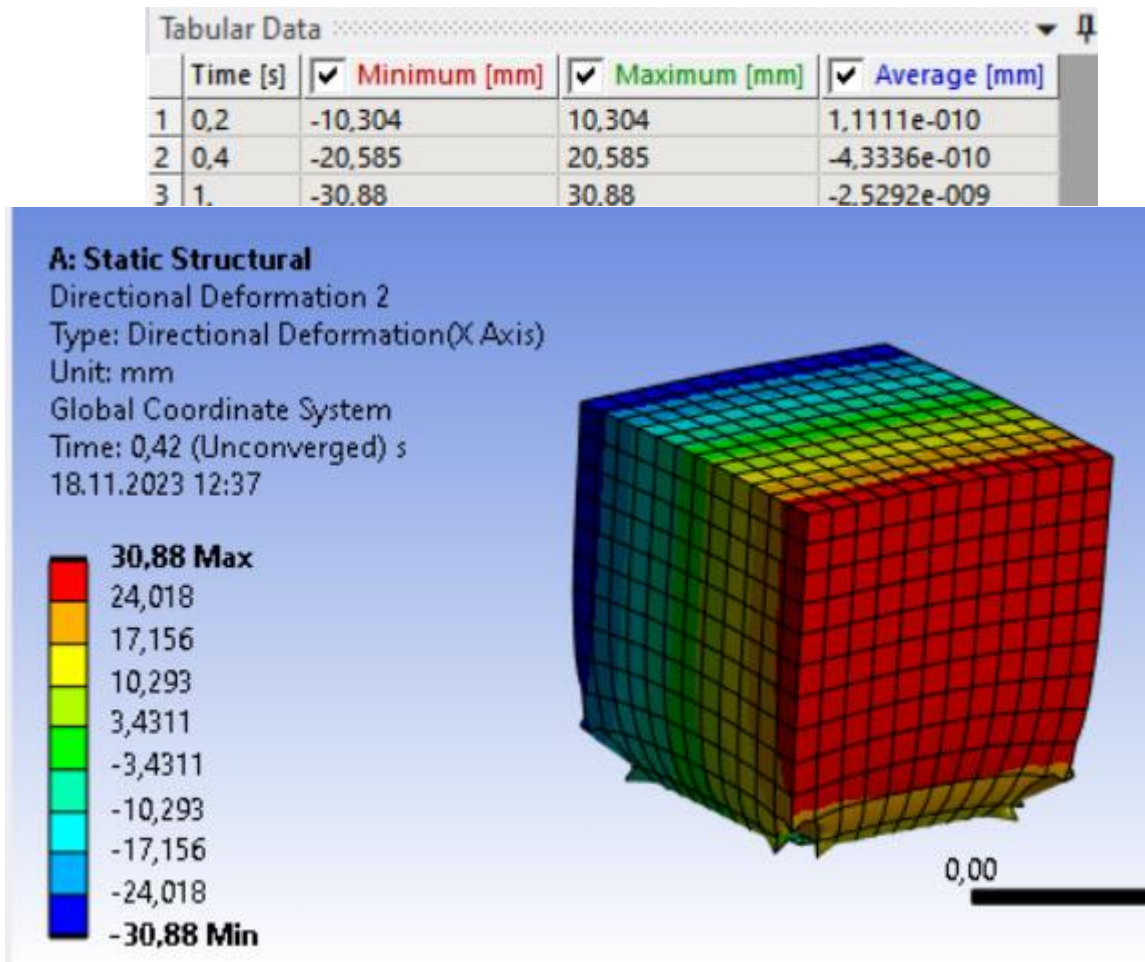


Рисунок 8.14 – Незначне зниження точності внаслідок зменшення кількості підкроків,

Приклад. Розрахунок температури внутрішньої поверхні стіни

Провести температурний розрахунок стіни та визначити температуру на її внутрішньої поверхні, якщо температура на вулиці  $t_{\text{нар}} = -30$  С, температура повітря в кімнаті становить  $t_{\text{кімн}} = 22$  С, коефіцієнт тепловіддачі по межі повітря - гладка поверхня дорівнює  $k_{\text{озд}} = 25$  Вт / м<sup>2</sup> × °С. Параметри стін: висота  $b = 2,5$  м, товщина  $h = 100$  мм, довжина  $l = 6$  м. Матеріал стіни – бетон.

Порядок виконання:

1. Додати з бібліотеки матеріалів модуль Engineering data матеріал стіни –бетон ( Concrete). При розбитті сітки вказати, який деталі відповідає якій матеріал (рис.8.15).

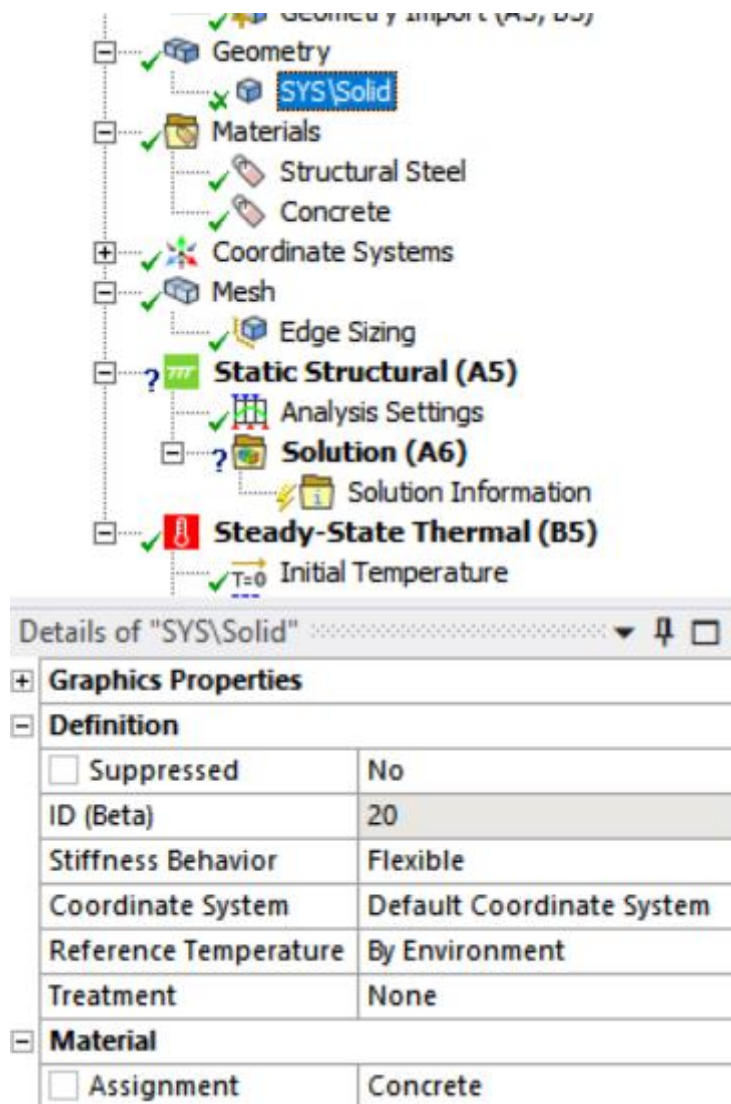


Рисунок 8.15 –Призначення матеріалів

- У модулі Geometry побудувати модель стіни за заданими розмірами.
- Розбити модель на кінцево-елементну сітку у модулі Mechanical model . Для того, щоб отримати необхідну кількість елементів по товщині стіни, необхідно ПКМ на Mesh → Insert → Sizing → вибрати ребра по товщині стінки → Apply → Type → Number of Divisions → 10 та згенерувати сітку (рис.8.16).



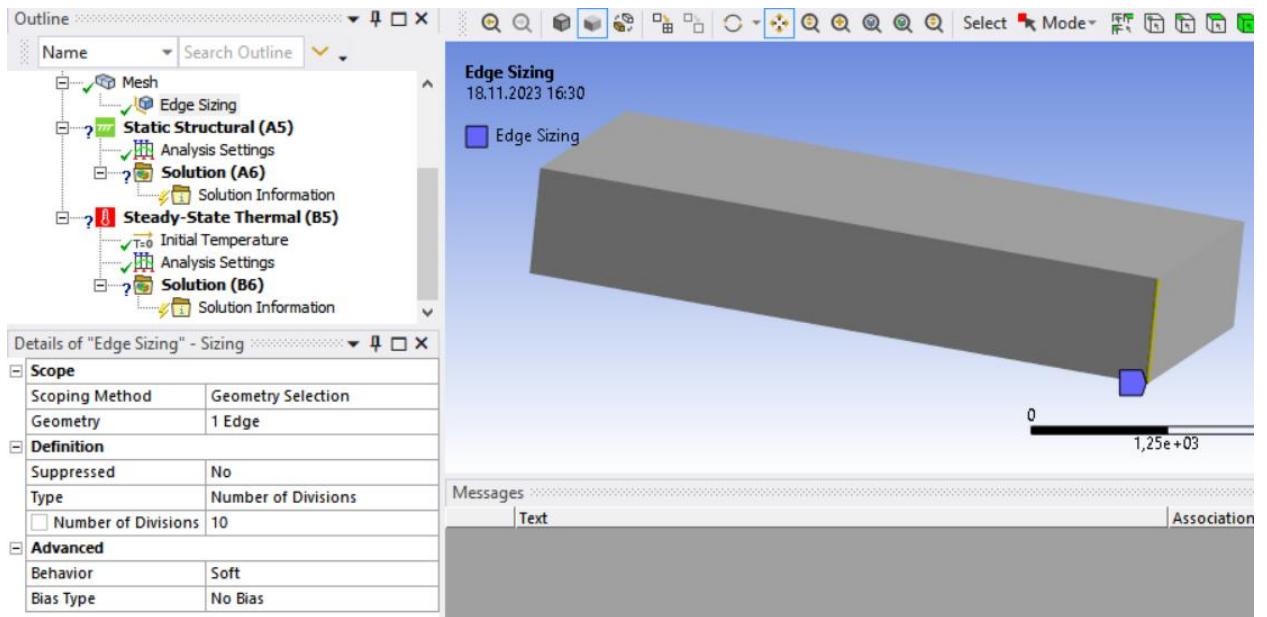


Рисунок 8.16 – Побудова 10 шарів елементів

4. Поміщаємо у дерево проекту модуль Steady-state thermal (ANSYS), в якому вказуємо: температуру зовнішньої частини стіни – ПКМ на Steady-state thermal → Insert → Temperature та конвективну тепловіддачу (рис.8.17)

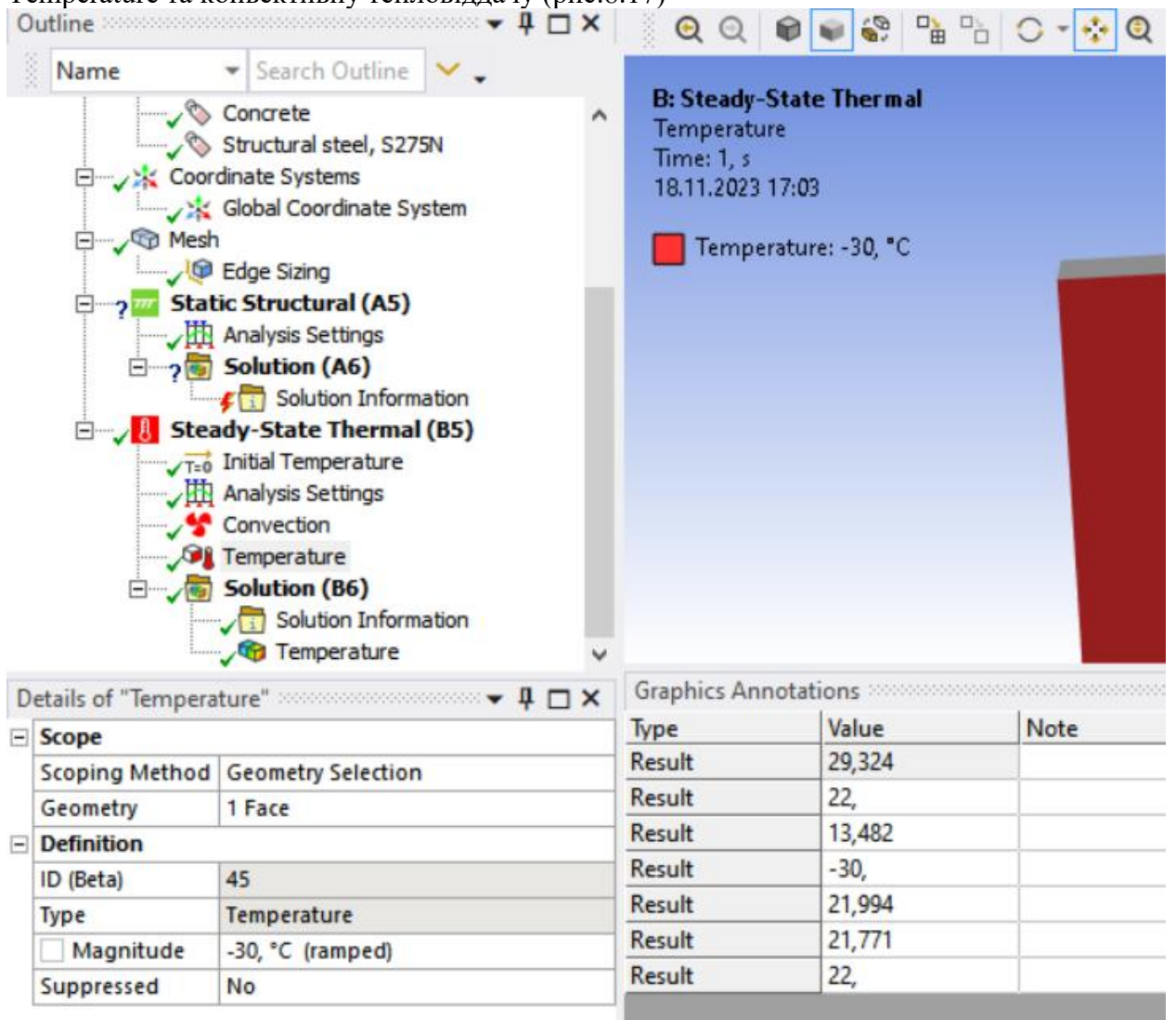


Рисунок 8.17 – Тепловіддача

- ПКМ на Steady - state thermal → Insert → Convection, де вводимо коефіцієнт тепловіддачі стіни ( Film coefficient )=25 та температуру всередині приміщення (Ambient Temperature)=22 (рис.8.18).

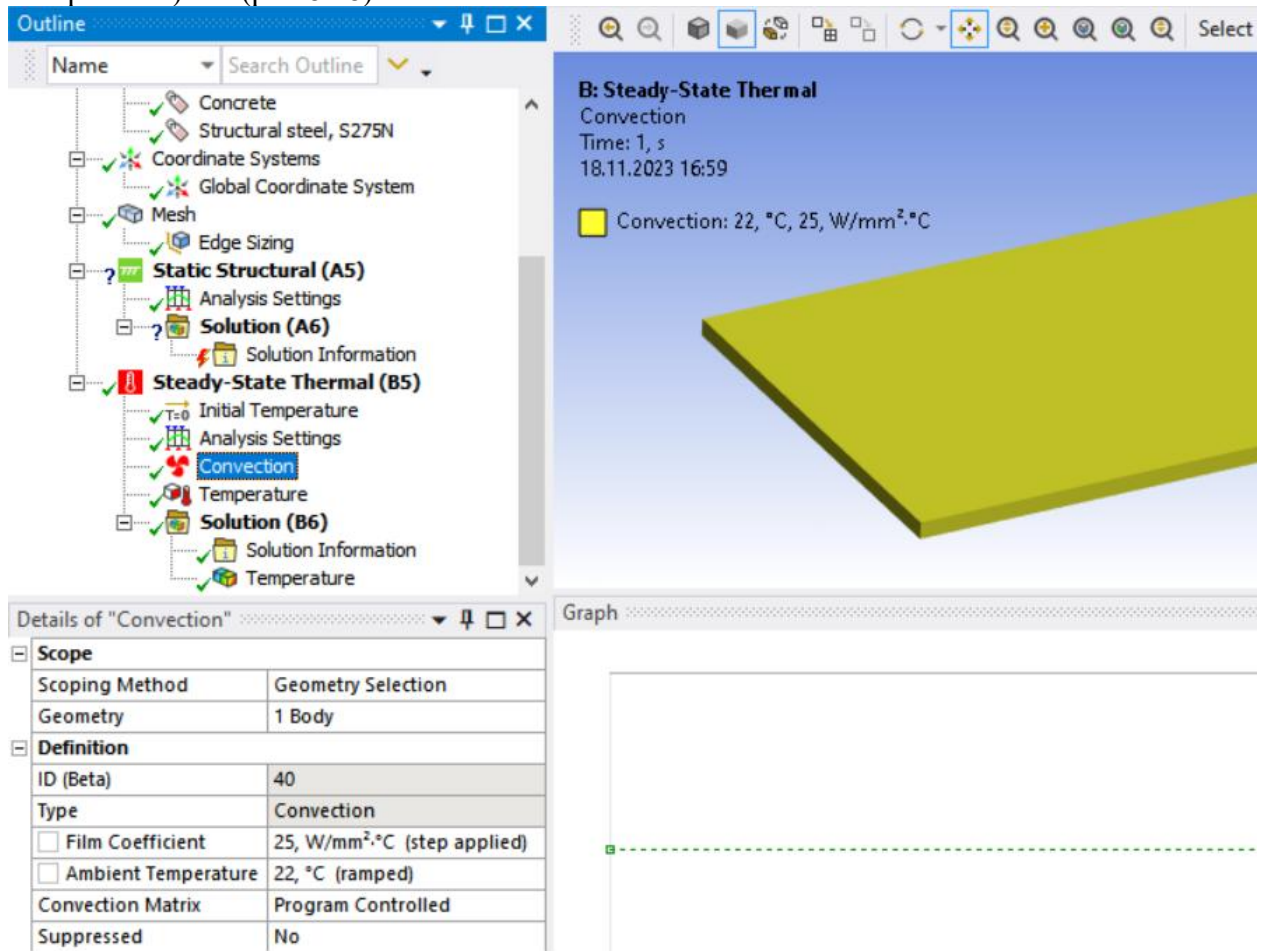


Рисунок 8.18 – Значення Convection

Після цього проводимо розрахунок за допомогою команди Solve та аналізуємо розподіл температур по стіні за допомогою ПКМ Solution → Insert → Temperature та ПКМ Solution → Evaluate all results .Розподіл температури (рис.8.19) по товщині стіни вираємо Prob і ставимо маркери у місцях зміни температури (рис.8.20)

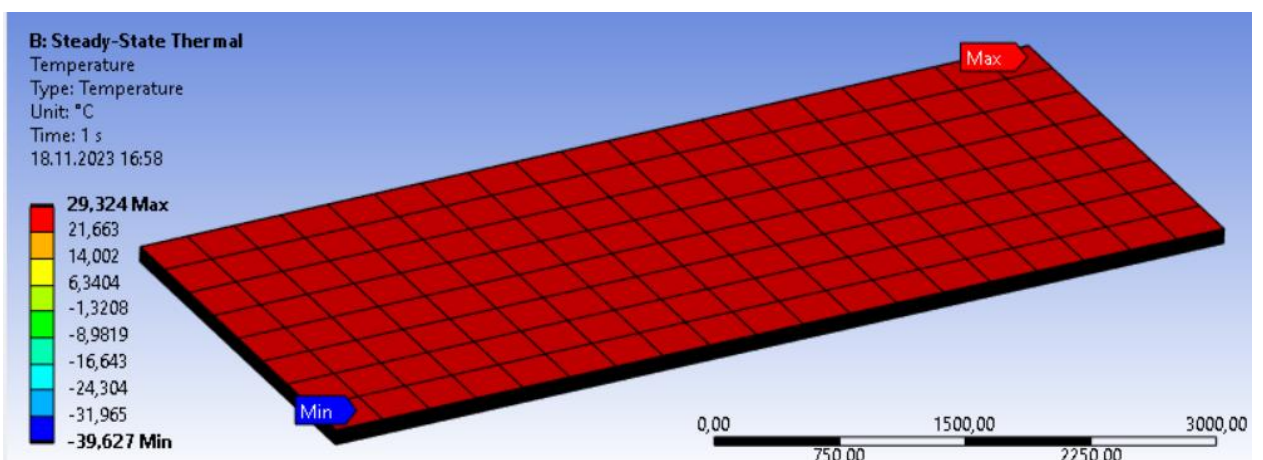


Рисунок 8.19 –

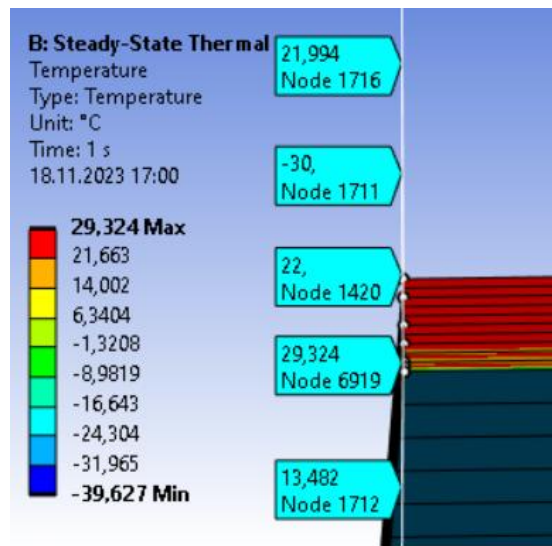


Рисунок 8.20 – Розподіл по товщині стіни

Тепловий контакт. Як і у випадку конструкційного аналізу, контактні регіони створюються автоматично, щоб забезпечити теплопередачу між деталями в складанні.

Можливі різні типи контактів:

- якщо деталі спочатку знаходяться в контакті, тепло передається між деталями. Якщо початковий контакт відсутній, тепло між деталями не передається;
- можливість передачі тепла для різних типів контактів відображена в табл. 8.1. Типи контакту вводяться і класифікуються в розрахунках міцності.

Таблиця 8.1. Особливості теплопередачі залежно від типу контакту

Тип контакта	Теплопередача між деталями в зоні контакту		
	Початковий дотик	Всередині області захвату	За межами області захвату
Bonded	Наявна	Наявна	Відсутня
No Separation	Наявна	Наявна	Відсутня
Rough	Наявна	Відсутня	Відсутня
Frictionless	Наявна	Відсутня	Відсутня
Frictional	Наявна	Відсутня	Відсутня

Область захвату (pinball region) задається автоматично, коли відбувається контакт, і обмежується відносно малими розмірами, що дозволяє закрити зазори в геометричній моделі.

Тепловий потік в області контакту направлений по нормалі до контактної поверхні. Розсіювання тепла на контактній/цільовій поверхні виключено, допускається лише всередині оболонкових або твердих елементів в зоні контакту відповідно до закону Фур'є.

Незалежно від визначення контактної області тепло передається тільки в тому випадку, коли по нормалі до контактної поверхні присутній цільовий елемент (рис. 8.21, показано червоним кольором).



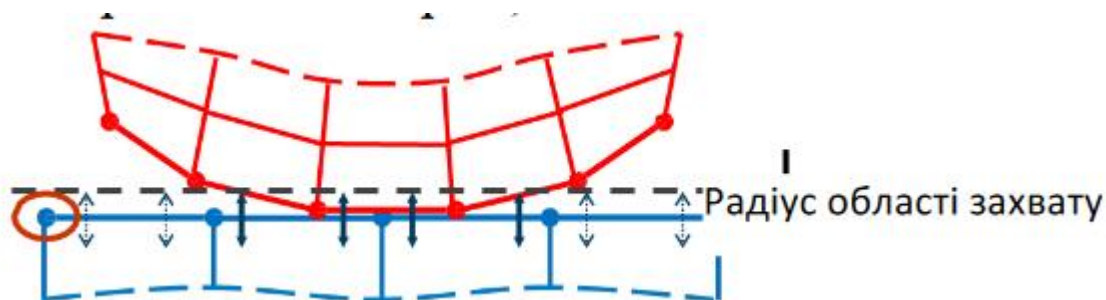


Рисунок 8.21.- Область захвату в контактній взаємодії

На цьому рисунку зазор між двома елементами більше, ніж область захвату, таким чином, в даному випадку теплопередача не відбуватиметься.

Ідеальна теплова контактна теплопровідність означає, що в області контакту не відбувається падіння температури. В якості альтернативи можна розглядати обмежену теплопровідність. Реально дві поверхні з різною початковою температурою при контакті виявляють температурний стрибок в області контакту.

Стрибок обумовлений недосконалим контактом. Недосконалий контакт і обумовлена цим обмежена теплопровідність залежать від багатьох факторів, зокрема, кривизни поверхні, її обробки, наявності оксидів, газових прошарків, контактного тиску, температури поверхні, мастила, тощо.

По замовчанню в збірці між деталями задається висока контактна теплопровідність – кількість тепла, що передається між двома деталями і визначається контактним питомим тепловим потоком  $q$ .

#### ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Пузанов А. В. Инженерный анализ в Autodesk Simulation Multiphysics. Методическое руководство. - М.: ДМК Пресс, 2012. - 912 с: ил.
2. Водопьянов, В. И. /Курс сопротивления материалов с примерами и задачами : учеб. пособие / В. И. Водопьянов, А. Н. Савкин, О. В. Кондратьев ; ВолгГТУ. – Волгоград, 2012. – 136 с.
3. Овчаренко В.А., Подлесний С.В., Зінченко С.М. Основи методу кінцевих елементів і його застосування в інженерних розрахунках: Навчальний посібник. – Краматорськ:ДДМА, 2008. – 380 с.
4. Чигарев А.В., Кравчук А.С., Смалюк А.Ф. ANSYS для инженеров: Справ. пособие. М.: Машиностроение, 2004. 512 с. (1 примірник)
5. Шалумов А.С., Ваченко А.С., Фадеев О.А., Багаев Д.В. Введение в ANSYS: прочностной и тепловой анализ: Учебное пособие. – Ковров: КГТА, 2002. - 52 с.
6. Федорова Н. Н., Вальгер С. А., Данилов М. Н., Захарова Ю. В. Основы работы в ANSYS 17. – М.: ДМК Пресс, 2017. – 210 с.: ил.
7. Бруяка В.А. Инженерный анализ в ANSYS Workbench: Учеб. пособ. / В.А. Бруяка, В.Г. Фокин, Е.А. Солдусова, Н.А. Глазунова, И.Е. Адеянов. - Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2010. - 271 с: ил. [Электроний ресурс ] Режим доступу:[https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=4&ved=0ahUKEwi4vMCX1NPaAhXKyKQKHTEbCc4QFghNMAM&url=https%3A%2F%2Fkhai.edu%2Flibrary%2Fliterature%2Floadliterature%2Ffilename%2F1447923312.pdf&usg=AOvVaw1krH\\_qoLLCIGZCbv7pkOXX](https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=4&ved=0ahUKEwi4vMCX1NPaAhXKyKQKHTEbCc4QFghNMAM&url=https%3A%2F%2Fkhai.edu%2Flibrary%2Fliterature%2Floadliterature%2Ffilename%2F1447923312.pdf&usg=AOvVaw1krH_qoLLCIGZCbv7pkOXX)
8. Топологическая оптимизация в ANSYS [Электроний ресурс ] Режим доступу: <https://3dtoday.ru/blogs/dagov/topological-optimization-in-ansys>
9. Топологическая оптимизация конструкций в ANSYS Mechanical, 2016 [Электроний ресурс ] Режим доступу: <https://www.multiphysics.ru/stati/novosti/topologicheskaiia-optimizatciia-konstrukcii-sredstvami-programmnykh-produktov-ansys.htm>

10. Леонтьев Н.В. Применение системы Ansys к решению задач модального и гармонического анализа. Учеб. метод. пособие. — Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2006. — 101 с.
11. Справочник по тепловому анализу в ANSYS [Электроний ресурс ] Режим доступа: [https://vestnik.bsau.ru/netcat\\_files/File/CIT/manuals/ANSYS.pdf](https://vestnik.bsau.ru/netcat_files/File/CIT/manuals/ANSYS.pdf)
12. Освоение основ температурного расчета и совмещенного термо-конструкционного анализа в программе ANSYS Workbench [Электроний ресурс ] Режим доступа: [https://mircompozitov.ucoz.ru/laboratornaja\\_rabota-6.pdf](https://mircompozitov.ucoz.ru/laboratornaja_rabota-6.pdf)
13. МОДЕЛЮВАННЯ ЗНАЧНОГО ТЕПЛОВОГО РОЗШИРЕННЯ В ANSYS MECHANICAL (WORKBENCH) [Электроний ресурс ] Режим доступа: <https://www.ansys.soften.com.ua/about-ansys/blog/455-extreme-thermal-expansion-modeling-in-ansys-mechanical.html>