

УДК 681.513.675

В. С. Савич

АВТОМАТИЗИРОВАННЫЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ КОМПЛЕКС ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ГЕТЕРОГЕННЫХ СИСТЕМ

Аннотация. Рассмотрены компьютерные средства решения задач имитационного моделирования гетерогенных систем, реализованных на платформе специализированного пакета Matlab. Представлен опыт использования предложенных средств в практике исследования гетерогенных пластовых систем, в частности, на примерах реальных задач моделирования динамики состояния нефтяного месторождения и пропитки грунта через подошву гидротехнического сооружения.

Ключевые слова: гетерогенная система, имитационное моделирование, вычислительная среда, компьютерные средства, вычислительный комплекс

V. S. Savich

THE AUTOMATED CALCULABLE COMPLEX IS FOR REALIZATION OF IMITATION RESEARCH OF HETEROGENEOUS SYSTEMS

Annotation. Computer facilities of decision of tasks of imitation design of the heterogeneous systems that is realized on the platform of the specialized package of Matlab are considered. Experience of the use of the offered facilities is driven to practice of research of heterogeneous strata environments, in particular, on the example of the real task of design of the dynamic state of oilfield and impregnation soil through the sole of earthen hydrotechnical building.

Keywords: heterogeneous system, imitation design, calculable environment, computer facilities, structure of calculable complex

В. С. Савіч

АВТОМАТИЗОВАНИЙ ОБЧИСЛЮВАЛЬНИЙ КОМПЛЕКС ДЛЯ РЕАЛІЗАЦІЇ ІМІТАЦІЙНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ГЕТЕРОГЕННИХ СИСТЕМ

Анотація. Розглянуто комп'ютерні засоби розв'язання задач імітаційного моделювання гетерогенних систем, які реалізовано на платформі спеціалізованого пакету Matlab. Представлено досвід використання запропонованих засобів в практиці дослідження гетерогенних пластових систем, зокрема, на прикладах реальних задач моделювання динаміки стану нафтового родовища та просочення ґрунту через підшову гідротехнічної споруди.

Ключові слова: гетерогенна система, імітаційне моделювання, обчислювальне середовище, комп'ютерні засоби, обчислювальний комплекс

Введение. При реализации эффективных систем управления необходимо иметь полную и достоверную информацию о динамическом состоянии объекта управления (ОУ), что позволяет синтезировать рациональные (в том числе оптимальные) законы управления. Вместе с тем, для ряда ОУ получение желаемой измерительной информации о динамическом состоянии затруднительно, в связи с их физическими особенностями. В полной мере сказанное относится к таким ОУ как гетерогенные системы, типичными примерами которых являются геологические системы (месторождения полезных ископаемых) или гидротехнические сооружения (в частности, бассейны с регулируемым уровнем).

Значительные геометрические размеры и особенности физической природы не позволяют получить для этих ОУ исчерпывающую измерительную информацию об их состоянии, что ограничивает действенность синтезируемого управления.

Недостаток требуемой информации о состоянии такого рода ОУ (в рассматриваемом случае — гетерогенных систем) позволяет восполнить имитационное моделирование на основе компьютерных средств, в ходе которого исследуется адекватная математическая модель (ММ) натурной гетерогенной системы.

Основная часть. Рассмотрим структуру программного комплекса для решения задач имитационного моделирования гетерогенных систем. Предложенные компьютерные средства является пользовательским приложением, разработанным на платформе проблемно-ориентированного пакета Matlab [1, 2].

© Савич В.С., 2015

При выборе программной платформы было учтено основное преимущество Matlab — открытость кода, что дает возможность в пользовательских приложениях использовать как внутренние запрограммированные алгоритмы, так и изменять их. В этом смысле необходимо отметить тот факт, что программный интерфейс приложений (API) реализует связь среды Matlab с программами, написанными на C или Fortran. Библиотека программного интерфейса дает возможность вызывать имеющиеся модули C или Fortran из среды (отдельных программ) Matlab, осуществлять обмен данными между приложениями Matlab и другими программами, создавать приложения типа «клиент — сервер» [3].

Простой встроенный язык программирования среды Matlab позволяет легко создавать собственные алгоритмы. Простота языка программирования компенсируется большим количеством функций Matlab и ToolBox. Данное сочетание обеспечивает использование формализованных процедур, возможность разработки эффективных программ, направленных на решение практических задач [4].

Ниже рассмотрим основные принципы и структуру автоматизированного комплекса имитационного моделирования гетерогенных систем для решения задач управления.

Задание структуры математической модели исследуемого процесса. Под структурой ММ исследуемого процесса в данном случае следует понимать вид математических выражений, описывающих динамику его развития. Иными словами, структуру ММ будет определять вид дифференциальных уравнений, описывающих конкретную гетерогенную систему.

Задание типа решаемой задачи (стационарной или нестационарной) осуществляется в режиме **Type equation**. Данный режим позволяет выбрать один из альтернативных вариантов: **Static** или **Non static**. В каждом из приведенных вариантов (в соответствующем диалоговом окне) предлагается общий вид дифференциального уравнения.

В первом случае (**Static**) это будет эллиптическое уравнение

$$\operatorname{div}\left(\rho \frac{k}{\mu} \operatorname{grad}(P)\right) = \pm \frac{1}{h} Q. \quad (1)$$

При определении эллиптического уравнения имеется возможность задания правой части (нулевая или ненулевая). Ненулевая правая часть свидетельствует о наличии источников.

Во втором случае (**Non static**) это будет параболическое уравнение

$$\operatorname{div}\left(\rho \frac{k}{\mu} \operatorname{grad}(P)\right) = m \frac{\partial P}{\partial t} \pm \frac{1}{h} Q. \quad (2)$$

Для параболического уравнения в правой части также задается коэффициент m при дифференциальном операторе по временной независимой переменной.

В диалоговом окне **System differential equations** предлагается к заданию общий вид системы дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих динамику многокомпонентных систем

$$\begin{cases} \operatorname{div}\left(\rho_1 \frac{k_1}{\mu_1} \operatorname{grad}(P)\right) = -m \frac{\partial S_2}{\partial t} - \frac{1}{h} Q \\ \operatorname{div}\left(\rho_2 \frac{k_2}{\mu_2} \operatorname{grad}(P)\right) = m \frac{\partial S_2}{\partial t} + \frac{1}{h} Q \end{cases}. \quad (3)$$

Режимы задания элементов в данном диалоговом окне совпадают с режимами задания в диалоговом окне для параболического уравнения, причем для каждого из уравнений системы предусмотрены свои поля записи. Наличие точечных источников учитывается аналогично выше рассмотренному.

Задание геометрии области моделирования. Область моделирования задается по принципу конструктивной блочной геометрии – CBSG (constructive block solid geometry). В соответствии с данным принципом сложная область декомпозируется на конечную совокупность более простых (типовых) областей, построение которых алгоритмически может быть формализовано предварительно.

При этом плоская ограниченная область Ω является объединением, пересечением или разностью геометрических примитивов Ω_j (где j – число типовых областей). Под геометрическими примитивами понимаются

плоские фигуры, для которых заранее создано программно-алгоритмическое обеспечение конструирования геометрических форм. В качестве таких примитивов (прямых линий или линий второго порядка) были приняты следующие: прямоугольник, построение которого осуществляется из произвольного угла (Rectangle – corner); прямоугольник, построение которого осуществляется из центра (Rectangle – centre); эллипс, построение которого осуществляется от угла прямоугольной рамки, в которую вписывается формируемый эллипс (Ellipse – corner). Частным случаем эллипса при этом может служить окружность; эллипс, построение которого осуществляется из центра (Ellipse – centre). Частным случаем эллипса при этом может служить окружность; многоугольник (Poligon). Частным случаем многоугольника может служить треугольник.

Использование первых четырех примитивов позволяет построить прямоугольник, квадрат, эллипс или круг.

Задание параметров математической модели, граничных и начальных условий. Коэффициенты ММ исследуемого физического процесса задаются в режиме **Set model parameters**. В зависимости от конкретно решаемой физической задачи могут быть установлены постоянные или переменные коэффициенты левых частей дифференциальных уравнений. При этом коэффициенты могут быть заданы однотипными как во всей области моделирования Ω , так и в отдельных локальных областях Ω_j , $j = 1, 2, \dots, n$.

В случае постоянных физико-химических параметров фильтрующихся жидкостей удобной формой задания коэффициентов может быть следующая

$$\text{div}(\lambda * \text{grad}(\Phi)), \quad (4)$$

где λ – коэффициент при дифференциальном операторе по независимой пространственной координате; Φ – обобщенная форма представления искомой распределенной функции.

Для задания переменных и нелинейных коэффициентов используются поэлементные операции с массивами. Требуемый вид зависимости коэффициентов ММ от простран-

ственных координат $z = (z_1, z_2)$ или искомой функции $\Phi = \Phi(t, z)$ определяется математической формулой, например, вида $\lambda = \lambda(z)$ или $\lambda = \lambda(\Phi)$, которая указывается для каждого физического параметра. Исходя из физики решаемых задач возможными типами граничных условий (ГУ) для них являются: задание функции (потенциала) на границе, наличие потока через границу или комбинация первых двух случаев (смешанные ГУ). Таким образом, в программном комплексе реализованы граничные условия типа Дирихле и Неймана. Диалоговое окно **Type boundary condition** позволяет выбрать тип граничных условий (Dirichlet, Neumann) и задает их в общем виде:

– для ГУ типа Дирихле формализованное представление задается следующим образом

$$p * \Phi = \Phi_b, \quad (5)$$

где p – весовой коэффициент (безразмерная величина); Φ_b – заданное значения функции на границе;

– для ГУ типа Неймана формализованное представление задается следующим образом

$$d * \text{grad}(\Phi) = \partial\Phi, \quad (6)$$

где d – весовой коэффициент (безразмерная величина); $\partial\Phi$ – заданное значение соответствующего потока через границу.

Для смешанных ГУ реализуется следующее формализованное их представление

$$d * \text{grad}(\Phi) + p * \Phi = \partial\Phi + \Phi_b.$$

Граничные условия могут быть переопределены на любом этапе подготовки решения прикладной задачи перед интегрированием дифференциальных уравнений динамики ММ.

При решении нестационарных задач должны быть заданы начальные условия (НУ). Начальные условия задаются в режиме **Initial conditions**. Формализованное представление начальных условий имеет вид

$$p_0 * \Phi_0 = X, \quad (7)$$

где p_0 – весовой коэффициент (безразмерная величина); X – заданные начальные значения.

Начальные условия, также как и граничные условия, могут быть переопределены на любом этапе подготовки решения прикладной задачи перед интегрированием дифференциальных уравнений динамики ММ.

Кроме того, перед решением нестационарной задачи должно быть задано время интегрирования t_{int} (время, по истечении которого необходимо найти решение). Предусмотрена также возможность определения промежуточных решений в некоторые, наперед заданные моменты времени $0 \leq t_i \leq t_{\text{int}}$, $i = 1, 2, \dots, n$. Задание указанных параметров производится в режиме **Time data**.

Формирование управляющих воздействий. Задание параметров управляющих воздействий в автоматизированном комплексе осуществляется в режиме **Control influence**. Данный режим инициализируется для отдельного параболического уравнения или для системы параболических уравнений. Во втором случае задание управляющих воздействий (возмущений) осуществляется отдельно для каждого из уравнений системы.

Ввод численных значений осуществляется в диалоговом окне **Control parameters**. Интерфейсные элементы диалогового окна позволяют задать координаты точки приложения управляющего (возмущающего) воздействия в пределах пространственной области Ω или локальных областей Ω_j , $j = 1, 2, \dots, n$. Другой формой задания управляющего (возмущающего) воздействия может быть указание номера узла сетки дискретизации, в котором приложено соответствующее воздействие. После определения точки приложения воздействия также вводится численное значение Q_{1k} , $k = 1, K_1$. При вводе численных значений дебитов обязательно необходимо учитывать знак (т. е. вектор воздействия).

Организация вывода результатов решения задачи. Основной формой вывода результатов являются оцифрованные массивы и графики. Предусмотрена также возможность вывода решения в виде цветовых полей для качественного анализа получаемых решений. Графики (плоские, трехмерные или в виде диаграмм) в основном используются для отображения решений в локальных точках. Оцифрованные массивы представляют результаты как

для локальных точек (например, отображение динамики изменения функции, представление синтезированного вектора управляющих воздействий для заданного источника и т.д.), так и для пространственных областей (например, вывод распределенной функции в области моделирования). Их отличительная особенность состоит в том, что решение можно отобразить с требуемой точностью. На программном уровне для визуализации решения задач в автоматизированном комплексе используются встроенные функции программной платформы. Данные функции используются для графического отображения геометрии пространственной области Ω , ее границ, сетки дискретизации (основная графическая процедура функции $Pd\text{emesh}$), а также вывода результатов решения.

В качестве тестового примера применения предложенного комплекса программных средств рассмотрим участок реального месторождения нефти, характеризующийся гетерогенностью реологических процессов [5; 7; 9 – 11], вследствие водонапорного режима разработки и повышенного содержания высокопарафинистых фракций [6]. Участок представляет собой пласт прямоугольной формы, имеющий геометрические размеры 6500 м x 4750 м. Пласт вскрыт системой из 30 эксплуатационных скважин: 12 добывающих и 18 нагнетательных.

Для численной реализации ММ пласта прямоугольная область Ω , определяемая геометрией пласта (рис. 1), дискретизирована по координатам z_1 и z_2 с одинаковыми шагами $\Delta z_1 = \Delta z_2 = 125$ м.

Моделирование выполнялось для отрезка времени в 160 суток с дискретизацией по временной переменной для шага Δt равному 40 суток. Перед этапом моделирования считаются известными значения пластового давления, водонасыщенности, проницаемости и пористости среды, полученные в результате замеров в эксплуатационных скважинах [7 – 8; 11 – 14]. По этим значениям строится реальная ММ пласта, причем интерполированные по узлам сетки дискретизации значения пластового давления и водонасыщенности принимаются в качестве начальных значений полей давления $P_0(t, z)$ и водонасыщенности $S_{20}(t, z)$.

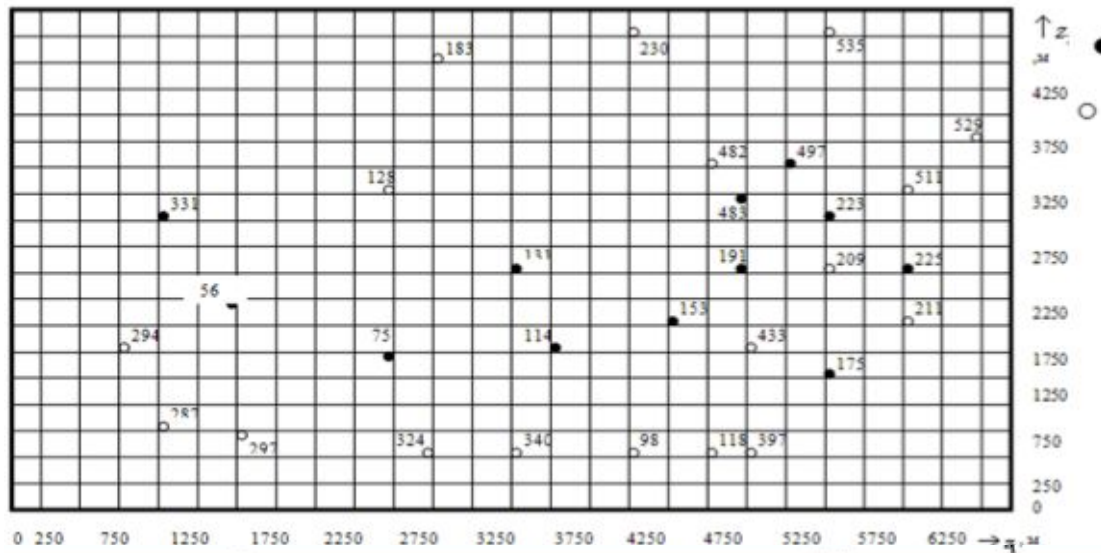


Рис. 1. Сетка дискретизации по пространственным координатам

В качестве исходной для построения ММ исследуемого пласта принимается модель вида

$$-\frac{m(z)\partial S_2(t,z)}{\partial t} - \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial z_i} \left[\frac{\rho_1(P)}{\mu_1(P)} k_1(z) \frac{dP_c(S_2)}{dS_2} \right] -$$

$$-\sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial z_i} \left[\frac{\rho_1(P)}{\mu_1(P)} k_1(z) \frac{\partial P(t,z)}{\partial z_i} \right] = \frac{1}{h} \sum_{j=1}^{K_1} \zeta_j(z) Q_{1j}$$

или

$$\frac{m(z)\partial S_2(t,z)}{\partial t} - \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial z_i} \left[\frac{\rho_2(P)}{\mu_2(P)} k_2(z) \frac{dP_c(S_2)}{dS_2} \right] -$$

$$-\sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial z_i} \left[\frac{\rho_2(P)}{\mu_2(P)} k_2(z) \frac{\partial P(t,z)}{\partial z_i} \right] =$$

$$= \frac{1}{h} \sum_{j=1}^{K_2} \zeta_j(z) Q_{2j},$$

с начальными $S_2(0, z) = S_{20}(z)$

и граничными условиями.

$$\frac{\partial S_2(t,z)}{\partial \eta} \geq 0; S_2(t,z) < S_{2\max};$$

$$\frac{\partial S_2(t,z)}{\partial \eta} = 0; S_2(t,z) \geq S_{2\max}$$

Нелинейность коэффициентов исходной ММ определяется следующими выражениями

– вязкость вытесняемой фазы
 $\mu_1(P) = 7,2 - 0,005P$, мПа*с;

– вязкость вытесняющей фазы
 $\mu_2(P) = 0,61P$, мПа*с;

– проницаемость среды по отношению к вытесняемой фазе

$$k_1(P) = 1,42 + 0,001P, \text{ мД};$$

– проницаемость среды по отношению к вытесняющей фазе

$$k_2(P) = 1,17 + 0,02P, \text{ мД};$$

Принимается, что указанный нелинейный характер коэффициентов ММ сохраняется во всей области моделирования.

Таким образом, подстановка значений коэффициентов дает реально реализуемую ММ участка нефтяного месторождения

$$-\frac{0,12 \cdot \partial S_2(t,z)}{\partial t} - \sum_{i=1}^2 \frac{\partial}{\partial z_i} \left[\frac{0,86}{7,2 - 0,005P} \cdot \frac{dP_c(S_2)}{dS_2} \right] =$$

$$-\sum_{i=1}^2 \frac{\partial}{\partial z_i} \left[\frac{0,86}{(1,42 + 0,061P)} \frac{\partial P(t,z)}{\partial z_i} \right] =$$

$$= \frac{1}{h_j} \sum_{j=1}^{12} \zeta_j(z) Q_{1j};$$

$$\frac{0,12 \cdot \partial S_2(t,z)}{\partial t} - \sum_{i=1}^2 \frac{\partial}{\partial z_i} \left[1,25 \cdot (1,17 + 0,02P) \frac{dP_c(S_2)}{dS_2} \right] =$$

$$= \frac{1}{h_j} \sum_{j=1}^{18} \zeta_j(z) Q_{2j}$$

с начальными и граничными условиями

$$S_2(0, z) = S_{20j}(z); j = K_1 + K_2, \quad \frac{\partial S_2(t,z)}{\partial \eta} = 0,$$

где η – нормаль к границе Γ области Ω .

Результат решения рассмотренной задачи представлен (рис. 2) в виде линий равного уровня искомых функций.

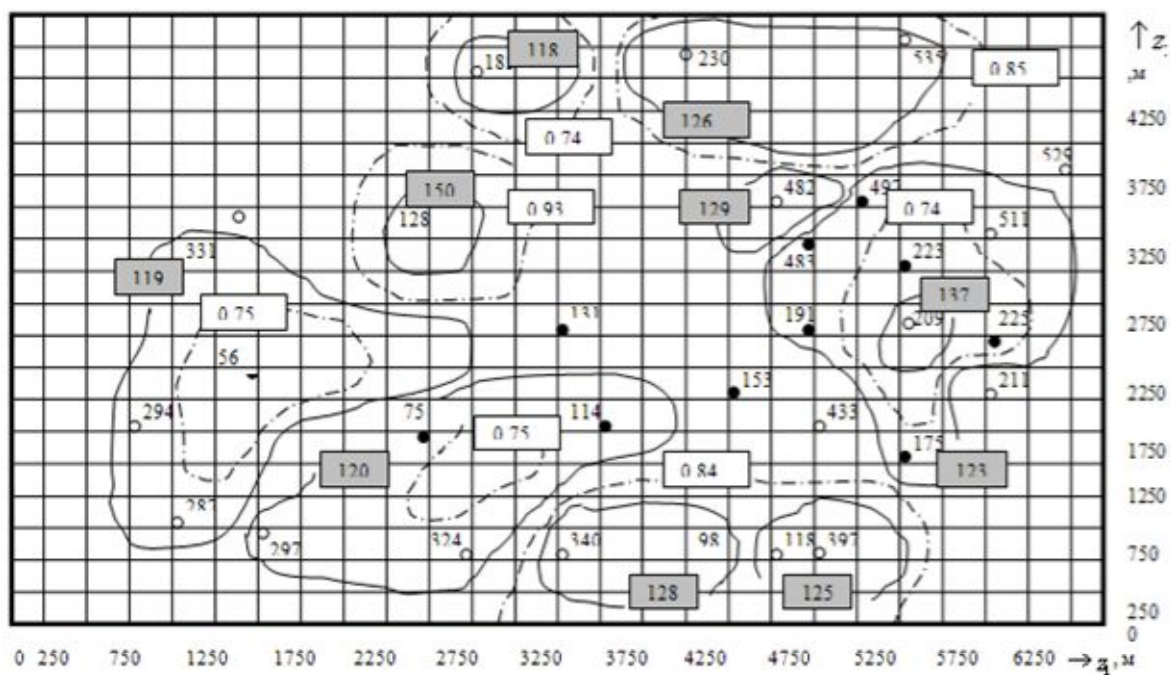


Рис. 2. Результаты моделирования динамики гетерогенной системы (нефтяного пласта)

Вывод. В ходе имитационного моделирования получены поля давления $P(t, z)$ и водонасыщенности $S_2(t, z)$, причем, для реализации решения потребовалось не более чем 4 итерации на каждом из временных шагов.

Список использованной литературы

1. Дьяконов В. П. Matlab 6.0. – СПб. : Питер, 2001. – 592 с.
2. Дьяконов В. П. Справочник по применению системы PC Matlab. – М. : Физматлит, 1993. – 113 с.
3. Лазарев Ю. Ф. Matlab 5.x. – К. : ВНУ, 2000. – 384 с.
4. Ажогин В. В. Автоматизированное проектирование математического обеспечения АСУ ТП / В. В. Ажогин, М. З. Згуровский. – К. : Вища школа, 1986. – 334 с.
5. Дюво Г. Неравенства в механике и физике / Г. Дюво, Ж.-Л. Лионс. – М. : Наука, 1980. – 383 с.
6. Киндерлерер Д. Введение в вариационные неравенства и их приложения / Д. Киндерлерер, Г. Стампаккья. – М. : Мир, 1983. – 256 с.
7. Панагиатопулос П. Неравенства в механике и их приложения. Выпуклые и невыпуклые функции энергии. – М. : Мир, 1989. – 494 с.

8. Бернадинер М. Г. Гидродинамическая теория фильтрации аномальных жидкостей / М. Г. Бернадинер, В. М. Ентов. – М. : Наука, 1975. – 199 с.

9. Азиз Х. Математическое моделирование пластовых систем / Х. Азиз, Э. Сеттари. – М. : Недра, 1982. – 406 с.

10. Кричлоу Генри Б. Современная разработка нефтяных месторождений - проблемы моделирования / Кричлоу Генри Б. – М. : Недра, 1979. – 302 с.

11. Brezis H., and Stampacchia G., (1973), Une Nouvelle Methode pour L'etude D'ecoulements Stationnaires, *Archive Rat. Mech. Analisis* 1973, Vol. 49, pp. 129 – 132.

12. Brezis H., and Sibony M., (1971), Eguivalence de deux Inequattions Varitionales et Applications, *Archive Rat. Mech. Analisis* 1971, Vol. 41, pp. 254 – 265.

13. Bayada G., and J. Anal, (1978), Math Inequations Variationnelles Elliptiques avec Conditions aux Limites Periodiques, Vol. 34, pp. 47 – 53.

14. Maier G., Brebbia C.A, and Tottenham H., (1973), Mathematical Programming Methods in Structuaral Analisis, *Variational Methods in Engineering*, Vol. 2, Southampton Univ. Press. Southampton 1973, pp. 537 – 542.

References

1. Dyakonov V.P. (2001), Matlab 6.0, SPb Piter, Russian Federation, 592 p. [In Russian].
2. D'yakonov V.P. Spravochnik po primeneniyu sistemy PC Matlab [Reference Book on Application of the PC Matlab System. IT IS], (1993), Moscow, Russian Federation, 113 p. [In Russian].
3. Lazarev J. F. (2000), Matlab 5.x, Kiev, Ukraine, BHV, 384 p. [In Russian].
4. Azhogin V.V., and Zgurovskii M.Z., Avtomatizirovannoe proektirovanie matematicheskogo obespecheniya ASU TP, [Computer-Aided Design of a Software Control System], (1986), Kiev, Ukraine, *Vishcha skola*, 334 p. [In Russian].
5. Dyuvo G., and Lions J.-L. Neravenstva v mekhanike i fizike [Inequalities in Mechanics and Physics], (1980), Moscow, Russian Federation, *Nauka*, 383p. [In Russian].
6. Kinderlerer D., and Stampakk'ya G. Vvedenie v variatsionnye neravenstva i ikh prilozheniya, [An Introduction to Variational Inequalities and Their Applications], (1983), Moscow, Federation, *Mir*, 256 p. [In Russian].
7. Panagiatopulos P. Neravenstva v mekhanike i ikh prilozheniya. Vypuklye i nevypuklye funktsii energii, [Inequalities in Mechanics and Applications. Convex Andnonconvex Energy Function], (1989), Moscow, Federation, *Mir*, 494 p. [In Russian].
8. Bernadiner M.G., and Entov V.M.. Gidrodinamicheskaya teoriya fil'tratsii anomal'nykh zhidkostei [Hydrodynamic theory of Filtration of anomalous Liquids], (1975), Moscow, Federation, *Nauka*, 199p. [in Russian].
9. Aziz Kh., and E. Settari. Matematicheskoe modelirovanie plastovykh sistem [Mathematical Modeling Reservoir], (1982), Moscow, Federation, *Nedra*, 406 p. [In Russian].
10. Critchlow Henry B. Sovremennaya razrabotka neftyanykh mestorozhdenii - problemy modelirovaniya [Modern oil Fields – the Problem of Modeling], (1979), Moscow, Federation, *Nedra*, 302 p. [In Russian].
11. Brezis H., and Stampacchia G., (1973), Une Nouvelle Methode pour L'etude D'ecoulements Stationnaires, *Archive Rat. Mech. Analisis 1973*, Vol. 49, pp. 129 –132.
12. Brezis H., and Sibony M. (1971), Eguivalence de Deux Inequations Varitionales et Applications, *Archive Rat. Mech. Analisis*, Vol. 41, pp. 254 – 265.
13. Bayada G., and J. Anal, (1978), Math Inequations Variationnelles Elliptiques avec Conditions aux Limites Periodiques, Vol. 34, pp. 47 – 53.
14. Maier G., Brebbia C.A. and Tottenham H., (1973), Mathematical Programming Methods in Structural Analisis. *Variational Methods in Engineering*, Vol. 2, *Southampton Univ. Press. Southampton 1973*, pp. 537 – 542.



Савич
Виталий Станиславович;
аспирант каф. электроснаб-
жения и энергоменеджмента
Одесского нац. политехнич.
ун-та.
Тел. +380639133346.
E-mail:
vitaliysavych@gmail.com