УДК 621.396.664:681.5.015.52

Informatics and Mathematical Methods in Simulation
Vol. 3 (2013), No. 2, pp. 103-112

ОПТИМИЗАЦИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ АЛГОРИТМОВ АППРОКСИМАЦИОННОГО МЕТОДА ИДЕНТИФИКАЦИИ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ В ВИДЕ МОДЕЛЕЙ ВОЛЬТЕРРА

С.В. Павленко, С.А. Положаенко

Одесский национальный политехнический университет,
просп. Шевченко, 1, Одесса, 65044, e-mail: psv85@yandex.ru

Рассматривается аппроксимационный метод детерминированной идентификации нелинейных динамических систем в виде моделей Вольтерра. Получена оценка сверху погрешности идентификации, значение которой зависит от выбора амплитуд тестовых воздействий. Приведены значения оптимальных амплитуд тестовых сигналов и соответствующих масштабирующих коэффициентов в вычислительных алгоритмах метода идентификации. Для тестового объекта получены оценки сечений ядер Вольтерра второго и третьего порядков при использовании в качестве тестовых нерегулярных последовательностей импульсов. Для сглаживания полученных результатов идентификации применяется вейвлет-фильтрация.

Ключевые слова: идентификация, аппроксимационный метод, вычислительные алгоритмы, оптимизация, нелинейные системы, модели Вольтерра, импульсные тестовые сигналы, вейвлет-преобразования

Введение

Интегростепенные ряды Вольтерра (РВ) [1–3] в последнее время становятся все более распространенным аппаратом исследования нелинейных динамических систем (НДС) [4]. Это объясняется целым рядом положительных свойств РВ – универсальностью, возможностью аналитического описания динамических свойств систем, использованием многих привычных для инженера понятий теории линейных систем (многомерных импульсных переходных и передаточных функций), уникальностью – в некоторых случаях они являются иногда единственным инструментом исследования.

Задача построения модели НДС в виде РВ (задача идентификации) заключается в выборе вида тестовых воздействий и разработке алгоритма, который позволял бы по измеренным реакциям системы определять многомерные импульсные переходные функции – ядра Вольтерра (ЯВ) или передаточные функции – Фурье–изображения ЯВ соответственно для моделирования системы во временной или частотной областях [5]. Если в исследуемой системе необходимо оценивать характер искажений формы сигналов, то используется временная область и определяются многомерные ЯВ. Если же требуется проводить анализ частотных искажений, то, очевидно, при моделировании системы эффективнее использовать частотную область и определять многомерные передаточные функции.

В [5] предложен аппроксимационный метод идентификации НДС, который основывается на выделении в отклике НДС n-ой парциальной составляющей (ПС) РВ с помощью построения линейных комбинаций откликов на тестовые сигналы с разными амплитудами. В [6] дано теоретическое обоснование аппроксимационного метода детерминированной идентификации НДС на основе моделей Вольтерра во временной области с использованием в качестве тестовых сигналов нерегулярных последовательностей импульсов. При применении метода получаем оценки диагонального и поддиагональных сечений многомерных ЯВ. Погрешность оценки сечений ЯВ зависит от выбора амплитуд импульсов тестовых последовательностей и значений масштабирующих коэффициентов откликов при обработке экспериментальных данных [5–8].

Целью работы является оптимизация вычислительных алгоритмов аппроксимационного метода идентификации нелинейных динамических систем на основе моделей Вольтерра, позволяющая минимизировать погрешность оценки сечений ядер Вольтерра при использовании тестовых нерегулярных импульсных последовательностей.

Модели Вольтерра и аппроксимационный метод идентификации нелинейных систем

Соотношение «вход–выход» для непрерывной НДС с неизвестной структурой (типа «черный ящик») с одним входом и одним выходом может быть представлено рядом Вольтерра в виде

$$y(t) = w_0(t) + \int_0^t w_1(\tau)x(t-\tau)d\tau + \int_0^t\int_0^t w_2(\tau_1,\tau_2)x(t-\tau_1)x(t-\tau_2)d\tau_1\,d\tau_2 + \\ + \int_0^t\int_0^t\int_0^t w_3(\tau_1,\tau_2,\tau_3)x(t-\tau_1)x(t-\tau_2)x(t-\tau_3)d\tau_1\,d\tau_2\,d\tau_3 + \ldots = w_0(t) + \sum_{n=1}^{\infty} y_n[x(t)], \tag{1}$$

где

$y_n[x(t)] = \underbrace{\int_0^t \ldots \int_0^t}_{n\ раз} w_n(\tau_1,\ldots,\tau_n)\prod_{i=1}^{n} x(t-\tau_i)d\tau_i$ — n–мерный интеграл свертки, n-ая парциальная составляющая (ПС) отклика системы $y(t)$;

$x(t)$ — входной сигнал системы;

$w_n(\tau_1,,\ldots,\tau_n)$ — ядро Вольтерра или весовая функция n-го порядка ($n = 1,2,3,\ldots$) — симметричная относительно действительных переменных $\tau_1,,\ldots,\tau_n$ функция;

$w_0(t)$ — свободный член ряда (при нулевых начальных условиях $w_0(t) \equiv 0$);

t — текущее время.

Аппроксимационный метод детерминированной идентификации НДС основан на выделении в отклике НДС n-ой ПС с помощью построения линейных комбинаций откликов на тестовые сигналы с разными амплитудами. В [8] доказано

Утверждение. Пусть на вход системы поочередно подаются тестовые сигналы $a_1x(t), a_2x(t),\ldots,a_Nx(t)$ (N — порядок аппроксимационной модели; $a_1,a_2,\ldots,a_N$ — различные вещественные числа, удовлетворяющие условию $0 < |a_j| \le 1$ для $\forall j = \overline{1,N}$; $x(t)$ — произвольная функция), тогда линейная комбинация откликов НДС на эти воздействия равна m-ой ПС отклика на входной сигнал $x(t)$ с погрешностью Δ, обусловленной членами РВ порядка выше N-го:

$$\sum_{j=1}^{N} c_j y[a_j x(t)] = y_m[x(t)] + \Delta, \tag{2}$$

где c_j — действительные коэффициенты, такие что удовлетворяют системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), запись которых в векторно-матричной форме имеет вид

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{c} = \mathbf{b}\,, \tag{3}$$

здесь

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_N \\ a_1^2 & a_2^2 & \dots & a_N^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_1^m & a_2^m & \dots & a_N^m \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_1^N & a_2^N & \dots & a_N^N \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_m \\ \dots \\ c_N \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \\ \dots \\ b_N \end{bmatrix},$$

причем $b_m = 1$ при $n = m$ и $b_n = 0$ при $n \neq m$, $n = \overline{1, N}$, $\forall m \in \{1, 2, \dots, N\}$;

$$\Delta = \sum_{j=1}^{N} c_j \sum_{n=N+1}^{\infty} y_n\left[a_j x(t)\right]. \tag{4}$$

Выделенная ПС $y_m[x(t)]$ используется для определения ЯВ m-го порядка ($1 \le m \le N$).

Поскольку СЛАУ (3) всегда имеет решение, причем единственное, так как ее определитель только множителем $a_1 a_2 \dots a_N$ отличается от определителя Вандермонда, то при любых вещественных числах a_j, отличных от нуля и попарно различных, можно найти такие числа c_j, при которых линейная комбинация (2) из откликов НДС равна m-му члену РВ с точностью до отброшенных членов порядка $N+1$ и выше.

Оптимизация выбора амплитуд тестовых сигналов

Выбор амплитуд a_j должен обеспечивать сходимость ряда (1) и минимум погрешности при выделении ПС $y_m[x(t)]$ в соответствии с (2), определяемой остатком ряда – членами ряда степени $N+1$ и выше. Если $x(t)$ — тестовое воздействие максимально допустимой амплитуды, при котором ряд (1) сходится, то амплитуды a_j должны быть по модулю не больше единицы

$$\left|a_j\right| \le 1 \quad \text{для} \quad \forall j = \overline{1, N}\,. \tag{5}$$

Чем больше N, тем меньше влияние отброшенных членов РВ и тем больше проводится тестовых испытаний.

В [8] показано, что предложенные в [5] для использования в аппроксимационном методе идентификации амплитуды тестовых сигналов не являются оптимальными и не обеспечивают минимум погрешности оценки многомерных ЯВ идентифицируемой системы. Для минимизации влияния остатка РВ на погрешность выделения ПС отклика НДС (4) необходимо обеспечить минимум суммы модулей коэффициентов c_j ($j = \overline{1, N}$), которые определяются из системы уравнений (3)

$$\varepsilon = \sum_{j=1}^{N} \left| c_j \right| = \sum_{j=1}^{N} \left| a_{jk}^{-1} \right| = \min \;, \qquad (6)$$

где a_{jk}^{-1} — элемент матрицы, обратной **A**.

В соответствии с (6) задача обеспечения минимума методической ошибки при применении аппроксимационного метода идентификации сводится к нахождению локальных минимумов функции многих переменных, т.е. суммы модулей коэффициентов c_j. С помощью процедуры полного перебора различных значений амплитуд, решением каждый раз для них СЛАУ (3), вычисляются соответствующие им коэффициенты. Находя минимальное значение выражения (6), определяются оптимальные значения амплитуд $a_1, a_2, \ldots, a_N$ для заданных параметров m и N метода идентификации. Интервал поиска задаётся неравенствами (5). Полученные оптимальные значения амплитуд тестовых воздействий для различных порядков аппроксимационной модели $N = 1 \ldots 6$ и определяемых ЯВ $1 \le m \le N$ приведены в табл. 1 (интервал поиска [-1,1]) и табл. 2 (интервал поиска [0,1]).

Таблица 1.

Оптимальные амплитуды тестовых сигналов на интервале [-1;1]

N	m	$a_j,\ j=\overline{1,N}$	$c_j,\ j=\overline{1,N}$	$\min \sum_{j=1}^{N} \left\| c_j \right\|$
1	2	3	4	5
1	1	1	-1	1
2	1	-1	-0.5	1
		1	0.5	
	2	-1	0.5	1
		1	0.5	
3	1	-1	0.33	3
		-0.5	-2	
		0.5	0.67	
	2	-1	0.5	1
		0	0	
		1	0.5	
	3	-1	-0.33	4
		0.5	-2.67	
		1	1	

Продолжение таблицы 1.

1	2	3	4	5
4	1	-1	0.17	3
		-0.5	-1.33	
		0.5	1.33	
		1	-0.17	
	2	-1	-0.35	4.83
		-0.64	2.06	
		0.64	2.06	
		1	-0.35	
	3	-1	-0.67	4
		-0.5	-1.33	
		0.5	-1.33	
		1	0.67	
	4	-1	0.85	5.83
		-0.64	-2.06	
		0.64	-2.06	
		1	0.85	
5	1	-1	-0.18	5.01
		-0.8	0.51	
		-0.3	-2.77	
		0.3	1.5	
		0.8	-0.06	
	2	-1	-0.28	4.9
		-0.6	2.17	
		-0.5	0	
		0.6	2.17	
		1	-0.28	
	3	-1	1.87	20.03
		-0.8	-5.38	
		-0.3	10.92	
		0.8	1.5	
		1	-0.36	
	4	-1	0.78	5.9
		-0.6	-2.17	
		0.6	-2.17	
		0.9	0	
		1	0.78	
	5	-1	-1.98	16.03
		-0.8	4.34	
		-0.3	-6.66	
		0.8	-1.97	
		1	1.07	

Продолжение таблицы 1.

1	2	3	4	5
6	1	-1	-0.09	5.01
		-0.8	0.28	
		-0.3	-2.13	
		0.3	2.13	
		0.8	-0.28	
		1	0.09	
	2	-1	0.41	11.68
		-0.9	-0.8	
		-0.4	4.64	
		0.4	4.64	
		0.9	-0.8	
		1	0.41	
	3	-1	1.11	20.03
		-0.8	-3.44	
		-0.3	5.46	
		0.3	-5.46	
		0.8	3.44	
		1	-1.11	
	4	-1	-3.04	38.39
		-0.9	5.8	
		-0.4	-10.36	
		0.4	-10.36	
		0.9	5.8	
		1	-3.04	
	5	-1	-1.53	16.03
		-0.8	3.16	
		-0.3	-3.33	
		0.3	3.33	
		0.8	-3.16	
		1	1.53	
	6	-1	1.65	27.85
		-0.8	7.75	
		-0.4	1.65	
		0.4	7.75	
		0.8	-4.52	
		1	-4.52	

Таблица 2.

Оптимальные амплитуды тестовых воздействий на интервале [0;1]

N	m	$a_j,\ j=\overline{1,N}$	$c_j,\ j=\overline{1,N}$	$\min\sum_{j=1}^{N}\lvert c_j\rvert$
1	1	1	1	1
2	1	0	0	1
		1	1	
	2	0.41	-4.13	5.82
		1	1.69	
3	1	0.75	-1.93	11.21
		1	0.75	
		0.2	8.52	
	2	0.75	11.63	36.27
		1	-4.75	
		0.2	-19.88	
	3	0.2	11.36	26.06
		0.75	-9.69	
		1	5	

Оценка сечений многомерных ядер Вольтерра

При использовании сигналов $x(t)$, представляющих собой нерегулярные импульсные последовательности, оценка поддиагонального сечения ЯВ n-го порядка НДС [6, 8]

$$\hat{w}_n(t-\tau_1,...,t-\tau_n)=\frac{(-1)^n}{n!(\Delta\tau)^n}\sum_{\delta_1,...,\delta_n=0}^{1}(-1)^{\sum_{i=1}^{n}\delta_i}\hat{y}_n(t,\delta_1,...,\delta_n), \qquad (7)$$

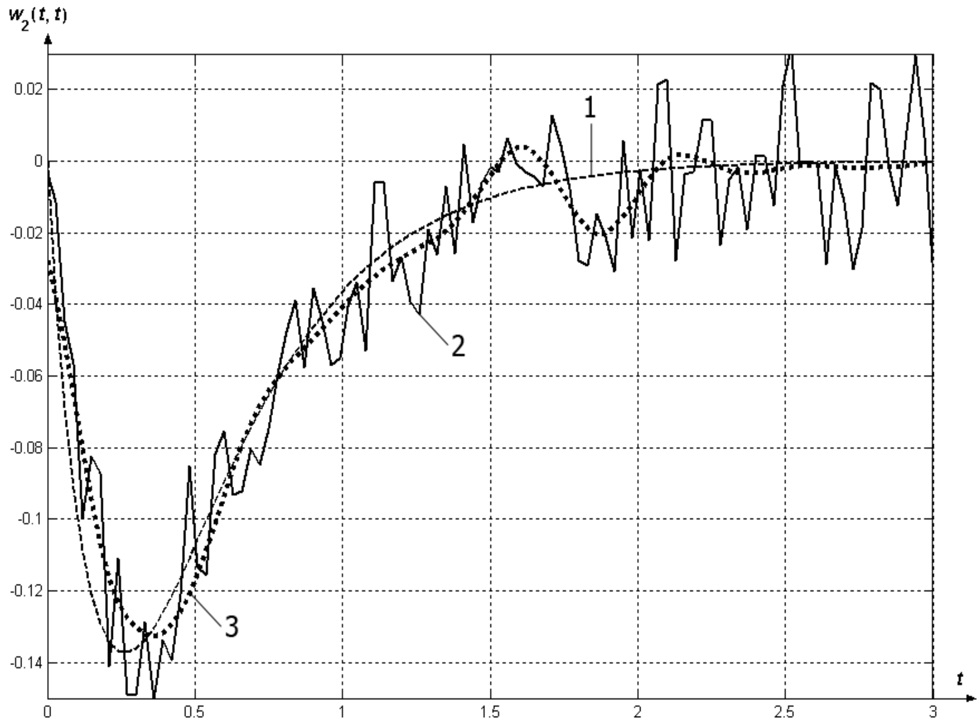
где $\hat{y}_n(t,\delta_1,...,\delta_n)$ — оценка n-ой ПС отклика НДС в момент времени t, полученная в результате обработки данных экспериментов на основе (2), при действии на входе нерегулярной последовательности импульсов: если $\delta_i=1$, то на входе НДС в момент времени τ_i есть импульс, при $\delta_i=0$ – импульс отсутствует.

Оценка диагонального сечения ЯВ n–го порядка

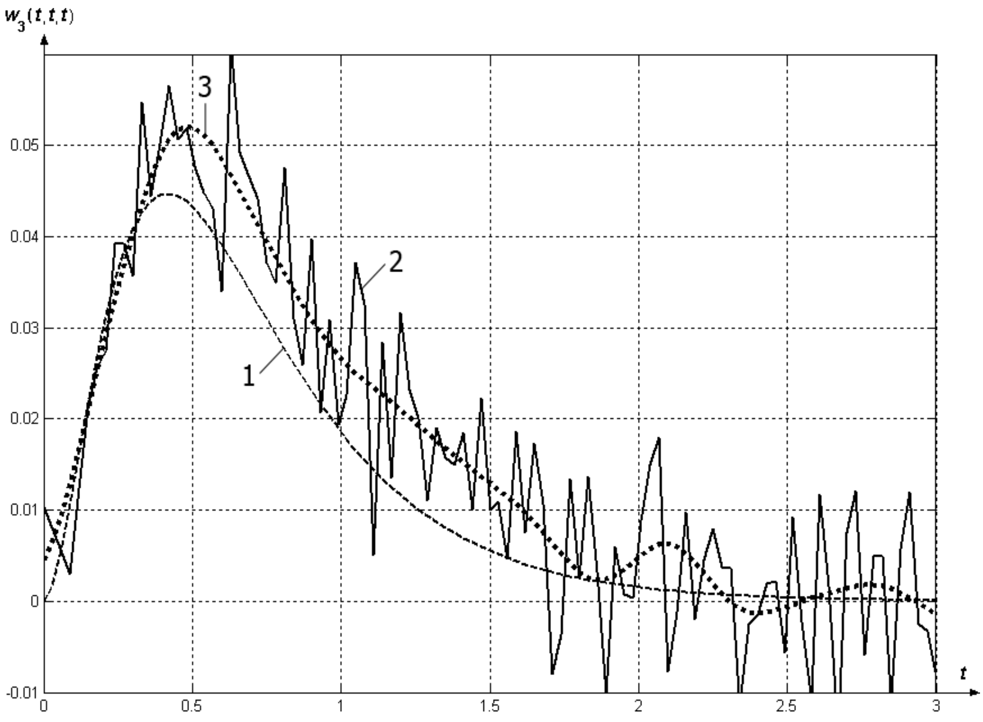
$$\hat{w}_n(t,t,...,t)=\frac{\hat{y}_n(t)}{(\Delta\tau)^n}, \qquad (8)$$

где $\hat{y}_n(t)$ — оценка n-ой ПС отклика НДС на одиночный импульс в момент времени t, полученная в результате обработки данных экспериментов (2).

На рис. 1 для тестового объекта представлены результаты идентификации диагональных сечений ЯВ второго (а) и третьего (б) порядков НДС с использованием аппроксимационного метода при $N=4$ и погрешности измерений 1%, полученные с помощью компьютерного моделирования. Для сглаживания полученных результатов идентификации применяется вейвлет-фильтрация [9, 10].



а



б

Рис. 1. Результат идентификации диагональных сечений ЯВ второго (а) и третьего (б) порядков НДС с помощью аппроксимационного метода ($N = 4$) при погрешности измерений 1%: эталонные ЯВ (1); идентифицированные ЯВ (2); идентифицированные ЯВ при применении вейвлет–фильтрации на основе вейвлета *coif4* с уровнем разложения $L = 4$ (3)

Выводы

Усовершенствован аппроксимационной метод идентификации нелинейных динамических систем на основе моделей Вольтерра. Модификация метода заключается в выборе амплитуд тестовых сигналов и соответствующих масштабирующих коэффициентов в процедуре обработки сигналов-откликов, основанном на минимизации методической погрешности выделения парциальных составляющих из отклика объекта идентификации, что позволяет получать оценки ядер Вольтерра с более высокой точностью как во временной, так и в частотной области. Для повышения вычислительной устойчивости алгоритмов идентификации применяются процедуры шумоподавления к получаемым оценкам многомерных ядер Вольтерра, основанные на вейвлет-преобразовании, что позволяет получить сглаженные решения и уменьшить погрешность идентификации в 1.5–3 раза.

Список литературы

1. Третьяк, А.И. Дифференциально-геометрические методы в теории дискретных систем управления [Текст] : монография / А.И. Третьяк, А.В. Усов, А.П. Коновалов. — Одесса : Астропринт, 2008. — 358 с.
2. Методы классической и современной теории автоматического управления [Текст] : в 5 т.: учеб. для вузов по машиностроит. и приборостроит. специальностям / под ред. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова. — Изд. 2., перераб. и доп. — М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004 — . —
   Т. 2 : Статистическая динамика и идентификация систем автоматического управления / [К.А. Пупков, Н.Д. Егупов, А.И. Баркин и др.]. — 2004. — 638 с.
3. Doyle, F.J. Identification and Control Using Volterra Models / F.J. Doyle III, R.K. Pearson, and B.A. Ogunnaike. — London ; New York : Springer, 2002. — 314 p.
4. Giannakis, G.B. A bibliography on nonlinear system identification / G.B. Giannakis, E. Serpedin // Signal Processing. —Elsevier Science B.V., 2001. — Vol. 81, Iss. 3. — PP. 533–580.
5. Данилов, Л.В. Теория нелинейных электрических цепей [Текст] / Л.В. Данилов, П.Н. Матханов, Е.С. Филиппов. — Л. : Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1990. — 252 с.
6. Павленко, В.Д. Аппроксимационный метод идентификации нелинейных систем на основе моделей Вольтерра с использованием тестовых полиимпульсных сигналов / В.Д. Павленко // Праці Одеського політехнічного університету. — Одесса, 2012. — Вып. 2(39). — С. 237–243.
7. Применение функционального описания Вольтерра для контроля датчиков навигационных систем / В.Н. Попов [и т.д.] // Контроль. Диагностика. — 1999. — № 11. — С. 3–7.
8. Павленко, В.Д. Исследование погрешностей аппроксимационного метода идентификации нелинейных динамических объектов в виде ядер Вольтерра / В.Д. Павленко, С.В. Павленко // Электротехнические и компьютерные системы. — 2010. — № 01(77). — С. 102–108.
9. Павленко, С.В. Применение вейвлет-фильтрации в процедуре идентификации нелинейных систем на основе моделей Вольтерра / С.В. Павленко // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. — Харьков: Технологический центр, 2010. — № 6/4(48). — С. 65–70.
10. Смоленцев, Н.К. Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в MATLAB : [учеб. пособие для вузов по направлениям подгот. и специальностям «Математика», «Математика. Прикладная математика»] / Н.К. Смоленцев. — 3-е изд., доп. и перераб. — М. : ДМК Пресс, 2008. — 448 с.

ОПТИМІЗАЦІЯ ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ АЛГОРИТМІВ АПРОКСИМАЦІЙНОГО МЕТОДУ ІДЕНТИФІКАЦІЇ НЕЛІНІЙНИХ СИСТЕМ У ВИГЛЯДІ МОДЕЛЕЙ ВОЛЬТЕРРА

С.В. Павленко, С.А. Положаєнко

Одеський національний політехнічний університет,
просп. Шевченка, 1, Одеса, 65044, Україна; e-mail: psv85@yandex.ru

Розглядається апроксимаційний метод детермінованої ідентифікації нелінійних динамічних систем у вигляді моделей Вольтерра. Отримана оцінка зверху похибки ідентифікації, значення якої залежить від вибору амплітуд тестових впливів. Наведено значення оптимальних амплітуд тестових сигналів і відповідних масштабуючих коефіцієнтів в обчислювальних алгоритмах методу ідентифікації. Для тестового об'єкта отримані оцінки перетинів ядер Вольтерра другого і третього порядків при використанні в якості тестових нерегулярних послідовностей імпульсів. Для згладжування отриманих результатів ідентифікації застосовується вейвлет-фільтрація.

Ключові слова: ідентифікація, апроксимаційний метод, обчислювальні алгоритми, оптимізація, нелінійні системи, моделі Вольтерра, імпульсні тестові сигнали, вейвлет-перетворення

COMPUTING ALGORITHMS OPTIMIZATION OF THE APPROXIMATE METHOD THE IDENTIFICATION OF THE NONLINEAR SYSTEMS IN THE FORM OF VOLTERRA MODELS

Sergey V. Pavlenko, Sergey A. Polozhaenko

Odessa National Polytechnic University,
1 Shevchenko Ave., Odessa, 65044, Ukraine; e-mail: psv85@yandex.ru

The approximate method of the determined identification of the nonlinear dynamic systems in the form of Volterra models is considered. The assessment from above the identification errors, which depends on a choice of amplitudes test influence is received. Values of optimum amplitudes test signals and the corresponding scaling coefficients were given in computing algorithms of a identification method. There were estimated the sections of the second and the third orders of Volterra kernels which were received in using as test irregular sequences of impulses. The wavelet filtration is applied to smoothing of the received results of identification.

Keywords: identification, approximation method, computational algorithms, optimization, nonlinear systems, Volterra model, impulse test signals, wavelet transform