УДК 681.5.015.52
С. В. Павленко

РОБАСТНЫЙ МЕТОД ИДЕНТИФИКАЦИИ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ МОДЕЛЕЙ ВОЛЬТЕРРА

Аннотация. *Предлагается робастный метод детерминированной идентификации нелинейных динамических систем на основе моделей Вольтерра во временной области. В качестве тестовых воздействий используются нерегулярные последовательности импульсов. Устойчивость вычислительного процесса процедуры идентификации обеспечивается использованием метода регуляризации некорректных задач А.Н. Тихонова.*
Ключевые слова: *идентификация, робастный метод, нелинейные динамические системы, модели Вольтерра, ядра Вольтерра, некорректные задачи, регуляризация*

S. V. Pavlenko

ROBUST METHOD OF IDENTIFICATION OF NONLINEAR DYNAMIC SYSTEMS ON BASES VOLTERRA MODEL

Abstract. *Offers robust method of deterministic identification of nonlinear dynamic systems on the basis Volterra model in the time domain. As a test patterns are irregular pulse sequence. The stability of the computational process identification procedures is provided using the method of regularization of ill–posed problems A.N. Tikhonova..*
Keywords:*. identification, robust method, nonlinear dynamic systems, Volterra model, Volterra kernels, ill–posed problems, regularization*

С. В. Павленко

РОБАСТНИЙ МЕТОД ІДЕНТИФІКАЦІЇ НЕЛІНІЙНИХ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ НА ОСНОВІ МОДЕЛЕЙ ВОЛЬТЕРРА

Анотація. *Пропонується робастний метод детермінованої ідентифікації нелінійних динамічних систем на основі моделей Вольтерра у часовій області. Як тестові впливи використовуються нерегулярні послідовності імпульсів. Стійкість обчислювального процесу процедури ідентифікації забезпечується використанням метода регуляризації некоректних завдань А.М. Тихонова.*
Ключові слова: *ідентифікація, робастний метод, нелінійні динамічні системи, моделі Вольтерра, ядра Вольтерра, некоректні задачі, регуляризація*

Введение. Для моделирования нелинейных динамических систем (НДС) применяются интегростепенные ряды Вольтерра (РВ) [1 – 3]. При этом нелинейные и динамические свойства системы полностью характеризуются последовательностью инвариантных относительно вида входного сигнала многомерных весовых функций – ядер Вольтерра (ЯВ). Построение модели в виде РВ заключается в выборе вида тестовых воздействий $x(t)$ и разработке алгоритма, который позволял бы по измеренным реакциям $y(t)$ определять ЯВ $w_n(\tau_1,\ldots,\tau_n)$, $n=1,2,\ldots$ или их Фурье–изображения $W_n(j\omega_1,\ldots,j\omega_n)$ соответственно для моделирования НДС во временной или частотной области [1, 2].

Идентификация по своей сути относится к обратным задачам, при решении которых возникают серьезные трудности вычислительного плана, обусловленные некорректностью постановки задачи: получаемые решения оказываются неустойчивыми к погрешностям исходных данных – ошибкам измерений откликов идентифицируемой системы [1, 4]. Кроме того при использовании моделей в виде РВ возникает задача разделения отклика исследуемой НДС на парциальные составляющие (ПС), соответствующие отдельным членам РВ, поскольку измеряется суммарный отклик на тестовый сигнал [1].

Известные экспериментальные методы оценки ЯВ во временной области, основанные на применении пробных импульсных (ступенчатых) сигналов, характеризуются малым временем измерения, простотой обработки информации и генерирования тестового сигнала. Однако низкая помехоустойчивость методов детерминированной идентификации ограничивает их применение в реальных условиях при наличии погрешностей измерений откликов, полученных в результате экспериментальных исследований «вход–выход» идентифицируемой НДС. Это обусловливает необходимость разработки новых робастных методов идентификации НДС с использованием детерминированных пробных воздействий, основанных на применении алгоритмов регуляризации некорректных задач [4–6] или шумоподавления с помощью вейвлет–преобразований [7].

Целью данной работы является повышение точности и помехоустойчивости интерполяционного метода идентификации НДС в виде ЯВ с использованием импульсных тестовых сигналов, основанного на выделении ПС с помощью процедуры дифференцирования откликов [8].

Идентификация нелинейных динамических систем на основе моделей Вольтерра. Отклик модели НДС в момент времени t в виде РВ на воздействие $ax(t)$

$$\begin{aligned} y(t) = y\left[ax(t)\right] = \sum_{n=1}^{\infty} y_n\left[ax(t)\right] = \\ = \sum_{n=1}^{\infty} a^n \underbrace{\int_0^t \dots \int_0^t}_{n\ раз} w_n(\tau_1,...,\tau_n) \prod_{i=1}^{n} x(t-\tau_i)d\tau_i, \end{aligned} \tag{1}$$

где a – произвольное вещественное число, причем $0<|a|\le 1$.

Тогда n–ая ПС отклика НДС находится по формуле

$$\begin{aligned} \hat{y}_n(t) = \underbrace{\int_0^t \dots \int_0^t}_{n\ раз} w_n(\tau_1,...,\tau_n) \prod_{i=1}^{n} x(t-\tau_i)d\tau_i = \\ = \frac{1}{n!} \frac{\partial^n y\left[a\cdot x(t)\right]}{\partial a^n}\bigg|_{a=0}. \end{aligned} \tag{2}$$

При тестовых импульсных воздействиях длительностью $\Delta\tau$ оценка диагонального сечения ЯВ n–порядка вычисляется по формуле [9]

$$\hat{w}_n(t,t,\dots,t) = \frac{\hat{y}_n(t)}{(\Delta\tau)^n}, \tag{3}$$

где $\hat{w}_n(t,t,...,t)$ – оценка диагонального сечения ЯВ n–го порядка; $\hat{y}_n(t)$– оценка n–ой ПС отклика НДС на одиночный импульс в момент времени t, полученная в результате обработки данных экспериментов на основе (2).

Под диагональное сечение ЯВ n–го порядка оценивается так:

$$\begin{aligned} \hat{w}_n(t-\tau_1,...,t-\tau_n) = \\ = \frac{(-1)^n}{n!\cdot(\Delta\tau)^n} \sum_{\delta_1,...,\delta_n=0}^{1} (-1)^{\sum_{i=1}^{n}\delta_i} \hat{y}_n(t,\delta_1,...,\delta_n), \end{aligned} \tag{4}$$

где $\hat{y}_n(t,\delta_1,...,\delta_n)$ – оценка n–й ПС отклика НДС в момент времени t, полученная в результате обработки данных экспериментов на основе (2), при действии на входе нерегулярной последовательности импульсов с площадью $\Delta\tau\Delta a$; если $\delta_i = 1$, то на входе НДС в момент времени τ_i есть импульс, при $\delta_i = 0$ – импульса нет.

При такой обработке выходных сигналов идентифицируемой НДС методическая ошибка становится равной нулю, но при этом значительно увеличивается погрешность, возникающая за счет ошибок округления вычислений.

Задача нахождения производной n–го порядка $z(a)$ от функции $y(a)$, для которой $y(0)=y'(0)=...=y^{(n-1)}(0)=0$, сводится к решению интегрального уравнения первого рода [4] относительно $z(\upsilon)$

$$\int_0^a \frac{1}{(n-1)!}(a-\upsilon)^{n-1} z(\upsilon)d\upsilon = y(a), \tag{5}$$

и характеризуется не устойчивостью решения к малым изменениям правой части уравнения $y(a)$. Для нахождения приближенного решения уравнения (5), устойчивого к погрешностям исходных данных, в работе применяется метод регуляризации некорректных задач [4, 5].

Для реализации алгоритма идентификации (2) и (3) перейдем к дискретному аналогу задачи нахождения регуляризованных приближенных решений уравнения (5). Измерим отклики НДС на множестве пробных импульсных воздействий, у которых амплитуда импульсов a изменяется дискретно на интервале $-a_{\max}\le a\le a_{\max}$ с шагом Δa. Затем каждое сечение по времени t полученного множества откликов $y_j(a_j,t,\delta_1,...,\delta_n)$, j=1,2,...,L (L – число уровней дискретизации по a) подвергается операции n–кратного численного дифференцирования по a, которая сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\Delta a}{(n-1)!}\sum_{i=1}^{j}(j\Delta a-\xi_i)^{n-1} z(\xi_i - a_{\max}) = \\ = y_1(j\Delta a - a_{\max}), \end{aligned} \tag{6}$$

где $y_1(\bar{a}) = v(\bar{a})y(\bar{a})$, $\bar{a} = a + a_{\max}$, $\bar{a}\in[0,2a_{\max}]$ $\xi_i = \upsilon_i + a_{\max}$, $v(\bar{a})$ – некоторая функция, для которой выполняются условия

$$\begin{aligned} v(0) = v'(0) = \ldots = v^{(n)}(0) = 0,\ v(a_{\max}) = 1, \\ v'(a_{\max}) = \ldots = v^{(n)}(a_{\max}) = 0. \end{aligned} \tag{7}$$

В качестве функции $v(\overline{a})$ можно взять, например, интеграл вероятностей

$$v(\overline{a}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\int_{-\infty}^{\overline{a}} \exp\left[-\frac{(\zeta-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] d\zeta,$$

и если выбрать $\mu = a_{\max}/2$ и $0<\sigma\leq 0{,}1a_{\max}$, то условия (7) практически будут выполнены.

Систему уравнений (6) можно записать в векторно–матричной форме

$$\mathbf{A}_n\mathbf{z} = \mathbf{u}, \qquad (8)$$

где

$\mathbf{A}_n = \|\alpha_{ij}\|_{i,\,j=\overline{1,L}}$, $\mathbf{z} = (z_1,\ldots,z_L)^{\mathrm{T}}$, $\mathbf{u} = (u_1,\ldots,u_L)^{\mathrm{T}}$;

$z_i = z((2i-1)\Delta a/2 - a_{\max})$; $u_j = y_1(j\Delta a - a_{\max})$;

$\alpha_{ij} = 0$ для $i>j$;

$\alpha_{ij} = ((2(j-i)+1)\Delta a/2)^{n-1}$ для $i\leq j$.

При n=1, 2 и 3 матрицы $\mathbf{A}_n$ соответственно имеют вид

$$\mathbf{A}_1 = \begin{Vmatrix} 1\ 1\ 1\ldots 1 \\ 0\ 1\ 1\ldots 1 \\ \ldots\ldots\ldots \\ 0\ 0\ 0\ldots 1 \end{Vmatrix}, \mathbf{A}_2 = \frac{\Delta a}{2}\cdot\begin{Vmatrix} 1\ 3\ 5\ldots\ (2L-1) \\ 0\ 1\ 3\ldots(2L-3) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ 0\ 0\ 0\ldots\quad 1 \end{Vmatrix},$$

$$\mathbf{A}_3 = \left(\frac{\Delta a}{2}\right)^2\cdot\begin{Vmatrix} 1\ 3^2\ 5^2\ldots\ (2L-1)^2 \\ 0\ 1\ 3^2\ldots(2L-3)^2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ 0\ 0\ 0\ \ldots\quad 1 \end{Vmatrix}.$$

Решение поставленной задачи находится на середине интервала $[0{,}2a_{\max}]$, т.е. в точках $\xi_i=(i–0{,}5)\Delta a$.

Таким образом, вычислительный алгоритм, реализующий метод идентификации многомерных ЯВ на основе соотношений (2–4), сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений (8) для каждого фиксированного момента времени t.

Регуляризация метода идентификации. Для решения задачи воспользуемся одним из вариантов метода регуляризации А.Н.Тихонова, основанном на вариационном способе построения регуляризующего оператора [4]. Этот метод сводится к нахождению приближенного вектора решения $\mathbf{z}^{\alpha}$, минимизирующего некоторый сглаживающий функционал [4].

Единственный вектор, удовлетворяющий условию минимума сглаживающего функционала, может быть определен из решения СЛАУ

$$(\mathbf{A}^*\mathbf{A} + \alpha\mathbf{I})\mathbf{z}^{\alpha} = \mathbf{A}^*\mathbf{u}, \qquad (9)$$

где $\mathbf{A}^*$ – матрица сопряженная к $\mathbf{A}$: $\boldsymbol{I}$ – единичная матрица, α– параметр регуляризации.

Для выбора значения параметра α используется критерий невязки [4]

$$\|\mathbf{Az} - \mathbf{u}\| < \varepsilon, \qquad (10)$$

где ε – заданная погрешность решения; – норма в векторном пространстве.

Приближенное решение, получаемое на основе (9) и (10), соответствует нулевому порядку регуляризации (слабая регуляризация). Для повышения гладкости решений используется регуляризационная матрица **R** и находится решение СЛАУ при значении параметра α, которое обеспечивает выполнение условия (10),

$$(\mathbf{A}^*\mathbf{A} + \alpha\mathbf{R})\mathbf{z}^{\alpha} = \mathbf{A}^*\mathbf{u}. \qquad (11)$$

Регуляризационная матрица **R** имеет следующий вид [5]:

$$\mathbf{R} = \begin{Vmatrix} 1-\frac{1}{h^2} & -\frac{1}{h^2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{h^2} & 1-\frac{1}{h^2} & -\frac{1}{h^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{h^2} & 1-\frac{1}{h^2} & 0 & 0 & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1-\frac{1}{h^2} & -\frac{1}{h^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{h^2} & 1-\frac{1}{h^2} \end{Vmatrix},$$

здесь h – второй параметр регуляризации, обычно совпадает с шагом дискретизации Δa (первый порядок регуляризации).

Компьютерное моделирование. Для исследования метода идентификации в качестве тестового выбран объект, который описывается нелинейным дифференциальным уравнением вида

$$\frac{dy(t)}{dt} + \alpha y(t) + \beta y^2(t) = x(t), \qquad (12)$$

где α и β – постоянные коэффициенты. Структурная схема объекта в системе Matlab–Simulink представлена на рисунке.

Аналитические выражения для ЯВ 1–го и 2–го порядков соответственно имеют вид

$$w_1(\tau_1) = e^{-\alpha\tau_1}, \qquad (13)$$

$$w_2(\tau_1,\tau_2) = \frac{\beta}{\alpha}(e^{-\alpha(\tau_1+\tau_2)} - e^{-\alpha\tau_2}), \tau_1 \leq \tau_2; \qquad (14)$$

При $\tau_1=\tau_2=t$ получим выражение для диагонального сечения ЯВ 2–го порядка

$$w_2(t,t)=\frac{\beta}{\alpha}(e^{-2\alpha t}-e^{-\alpha t}). \qquad (15)$$

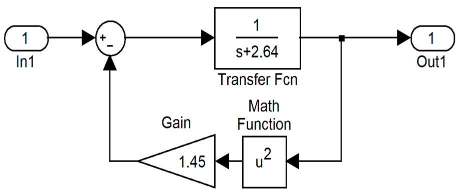

Рис.1. Структурная схема тестового объекта

При исследовании эффективности метода идентификации выражения (13) и (15) используются в качестве эталона для сравнения с получаемыми оценками ЯВ.

С помощью средств компьютерного моделирования в системе Matlab–Simulink выполнены исследования точности и помехоустойчивости метода идентификации на тестовом объекте (см.рисунок). В качестве критерия адекватности модели используется критерий процентной нормированной среднеквадратичной ошибки для оценок ЯВ 1–го и 2–го порядка по сравнению с их эталонными характеристиками. Полученные результаты исследований погрешностей определения ЯВ с помощью метода регуляризации при моделировании погрешности измерений откликов 10 % представлены в табл. 1.

Оценки 1-й и 2-й производных откликов тестового объекта по амплитуде *a* при *a*=0, получаемые как решения СЛАУ (8) и (9), имеют большие погрешности, более 100%, и неприемлемы на практике.

1. Погрешности оценки ядер Вольтерра 1-го и 2-го порядков

Метод регуляризации	Погрешность, %	
	$\hat{w}_1(t)$	$\hat{w}_2(t,t)$
$\alpha = 0$	110	> 2600
0–й порядок	110	214
1–й порядлк	1	10

Применение регуляризации 2-го порядка, для обработки сигналов–откликов на основе (11), дает возможность получить решения для оценки ЯВ 1-го порядка с погрешностью порядка 1 %, для диагонального сечения ЯВ 2-го порядка – 10 %.

Выводы. Рассматривается интерполяционный метод детерминированной идентификации нелинейных систем в виде ядер Вольтерра, основанный на данных измерений импульсных откликов на тестовые сигналы различной амплитуды.

Для получения оценки ЯВ *n*–го порядка в момент времени *t* необходимо каждое сечение по времени *t* полученного множества откликов продифференцировать *n* раз по амплитуде тестовых импульсов одним из известных устойчивых алгоритмов, основанном на методе регуляризации некорректных задач и в качестве решения взять значение полученной производной при значении амплитуды импульсов равной нулю. В отличие от работы [8], где для численного дифференцирования используются формулы в конечных разностях с предопределенным количеством экспериментальных исследований объекта идентификации, здесь для вычисления производных предлагается решать соответствующие интегральные уравнения Вольтерра первого рода, для численной реализации которых может использоваться неограниченное сверху число экспериментов. Это дает возможность повысить точность вычисления производных, а следовательно, и точность идентификации.

Для обеспечения вычислительной устойчивости предлагаемого алгоритма идентификации при вычислении производной и решении интегрального уравнения, используется метод регуляризации А.Н.Тихонова.

Разработаны программные средства, реализующие интерполяционный метод идентификации НДС с использованием тестовых нерегулярных последовательностей импульсов и регуляризации вычислительного процесса экспериментального определения ЯВ.

С помощью средств компьютерного моделирования в системе Matlab–Simulink выполнены исследования точности и помехоустойчивости метода идентификации на модельном примере. Полученные в результате компьютерного моделирования процесса идентификации оценки ЯВ имеют погрешности соизмеримые с погрешностью измерений откликов идентифицируемой системы.

Список использованной литературы

1. Пупков, К. А. Методы классической и современной теории автоматического управления. Статистическая динамика и идентификация систем автоматического управления: Учебник для ВУЗов. В 5 тт. Т. 2, 2–е изд. / К. А. Пупков, Н. Д. Егупов. – М. : Изд–во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 638 с.

2. Doyle, F. J. Identification and Control Using Volterra Models / F. J. Doyle, R. K. Pearson, B. A. Ogunnaike – Published Springer Technology & Industrial Arts, 2001. – 314 p.

3. Giannakis, G. B. A bibliography on nonlinear system identification and its applications in signal processing, communications and biomedical engineering / G. B. Giannakis, E. Serpedin // Signal Processing – EURASIP, Elsevier Science B.V. – 2001. – Vol. 81. – № 3. – P. 533 – 580.

4. Тихонов, А. Н. Методы решения некорректных задач / А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин – М. : Наука, 1979. – 288 с.

5. Тихонов, А. Н. Регуляризирующие алгоритмы и априорная информация / А. Н. Тихонов, А. В. Гончарский, В. В. Степанов и др. – М. : Наука, 1983. – 200 с.

6. Апарцин, А. С. О повышении точности моделирования нелинейных динамических систем полиномами Вольтерры / А. С. Апарцин // Электрон. моделирование. – 2001. – № 6. – С.3 – 12.

7. Павленко, С. В. Применение вейвлет–фильтрации в процедуре идентификации нелинейных систем на основе моделей Вольтерра / С. В. Павленко // Восточно–европейский журнал передовых технологий. – Харьков : – 2010. – № 6/4 (48). – С. 65 – 70.

8. Павленко, В. Д. Идентификация нелинейных динамических систем в виде ядер Вольтерры на основе данных измерений импульсных откликов / С. В. Павленко // Электронное моделирование. – 2010. – Т.32. – №3. – С. 3 – 18.

Получено 15.01.2013

References

1. Pupkov, K. A. Methods of classical and modern theory of automatic control. Statistical dynamics and the identification of automatic control systems: Textbook for higher education institutions. In 5 vols. T. 2, 2–e Izd. / K. A. Pupkov, N. D. Егупов.– Moscow : Izd–vo MGTU. N. E. Bauman, 2004. – 638 p. [in Russian].

2. Doyle, F. J. Identification and Control Using Volterra Models / F. J. Doyle, R. K. Pearson, B. A.Ogunnaike – Published Springer Technology & Industrial Arts, 2001. – 314 p.

3. Giannakis, G. B. A bibliography on nonlinear system identification and its applications in signal processing, communications and biomedical engineering / G. B. Giannakis, E. Serpedin // Signal Processing – EURASIP, Elsevier Science B.V. – 2001. – Vol. 81. – № 3. – P. 533 – 580.

4. Tikhonov, A. N. Methods of the decision of not–posed problems / A. N. Tikhonov, V. Y. Arsenin – Moscow : Science, 1979. – 288 p. [in Russian].

5. Tikhonov, A. N. Regulatory algorithms and a priori information / A. N. Tikhonov, A. V. Goncharskiy, V. V. Stepanov et al. – Moscow : Nauka, 1983. – 200 p. [in Russian].

6. Apartcin, A. S. On improving the accuracy of modelling of nonlinear dynamic systems by Volterra polynomials / A. S. Apartcin // Electronic modelling. – 2001. – № 6. – P. 3 – 12 [in Russian].

7. Pavlenko, S. V. Application of wavelet filtering in the identification of nonlinear systems on the basis of Volterra models / S. V. Pavlenko // East–European journal of advanced technologies. – Kharkov : – 2010. – № 6/4 (48). – P. 65 – 70 [in Russian].

8. Pavlenko, V. D. Identification of non–linear of dynamic systems in the form of Volterra kernels on the basis of the data of measurements pulse response / V. D. Pavlenko // Electronic modeling. – 2010. – T. 32. – № 3. – P.3 – 18 [in Russian].

Павленко
Сергей Витальевич,
аспирант каф. компьютеризированные системы управления Одесского нац. политехнического ун-та.
Одесса, пр. Шевченко, 1.
Тел.:(048) 705–85–79.
E–mail: psv85@yandex.ru.