

УДК 519.859

**В.А. Яковенко**, магістрант,  
університет Линнеус (Швеція);  
**П.С. Носов**, к.т.н., **О.Н. Паулін**, к.т.н., доцент,  
Одеський національний політехнічний університет

## ОБОБЩЕННЫЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ 3D УПАКОВКИ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДОВ

*В.О. Яковенко, П.С. Носов, О.М. Паулін.*  
**Узагальнений геометричний алгоритм 3D упаковки паралелепіпедів.** Запропонований алгоритм поєднує емпіричні конструкції та морфологічний аналіз 3D упаковки. Проаналізовано імовірні стани паралелепіпедів як на площині так і в обмеженому просторі. Розроблено візуальне програмне середовище для аналізу результативності упаковки відповідно до запропонованого критерію.

*V.A. Yakovenko, P.S. Nosov, O.N. Paulin.*  
**Generalized geometric algorithm for 3D packaging parallelepipeds.** The algorithm combines empirical design and 3D morphological analysis package. The likely conditions of parallelepipeds as on a plane as in a limited space were analysed. A visual programming environment for the analysis of the impact of packaging according to the proposed criteria was developed.

Одной из практических задач геометрического проектирования является задача упаковки параллелепипедов (объектов) в контейнер для организации грузоперевозок.

Анализ поставленной задачи предполагает решение в рамках *NP*-полных и *NP*-трудных задач в области *3D Bin Packing*. Поиск решений данной задачи в различных подходах приводил исследователей к применению генетических алгоритмов, алгоритмов «имитационного отжига», методов динамического и линейного программирования, искусственных нейронных сетей, интервальной геометрии и конструктивных эвристических подходов [1].

Каждое из представленных направлений дает относительные показатели эффективности и рациональности базовых алгоритмов и математических моделей [2].

В настоящей работе предлагается обобщенный алгоритм поиска комбинации эмпирических конструкций и методов прикладной математики и геометрии с целью получения наиболее компактной сборки ящиков в контейнере.

Пусть имеется первичный ряд параллелепипедов – ящиков (*box*)  $b_i$  с координатами локальной системы координат относительно глобальной системы координат контейнера  $B$  (1).

$$b_i = \{x_i + \Delta x, y_i + \Delta y, z_i + \Delta z\}, (i=1 \dots n) \quad (1)$$

Геометрические параметры контейнера  $B$  ( $x_B, y_B, z_B$ ) при этом являются константами (2).

$$B = \{x_B = x + \Delta x, y_B = y + \Delta y, z_B = z + \Delta z\} \quad (2)$$

Пусть параметры контейнера  $B$  ( $x_B, y_B, z_B$ ) будут вмещать по каждой оси глобальной системы координат составную длину ребер ящиков средней величины в пределах (3):

$$X_B = (5 \div 9) \cdot \left( \frac{\sum_{1..n} x_i + \Delta x_i}{n} \right), y_B = (5 \div 9) \cdot \left( \frac{\sum_{1..n} y_i + \Delta y_i}{n} \right), z_B = (5 \div 9) \cdot \left( \frac{\sum_{1..n} z_i + \Delta z_i}{n} \right) \quad (3)$$

Приведем стратегию работы обобщенного алгоритма:

1. Пусть набор ящиков (параллелепипедов) будет представлять собой следующую группу геометрических элементов (рис. 1.)

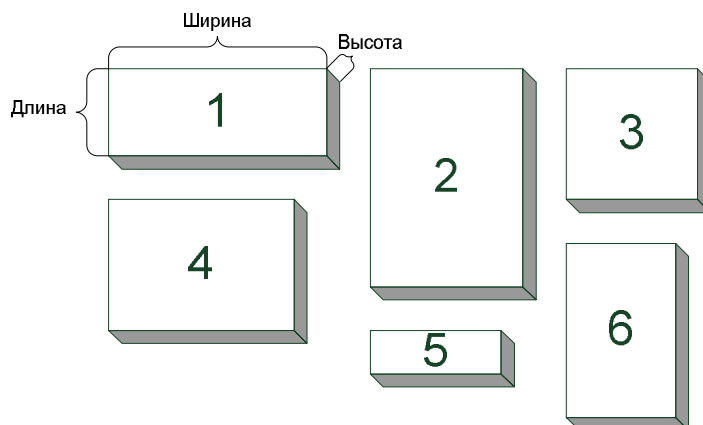


Рис. 1. Набор параллелепипедов

2. Так как на входе поступает определенное количество параллелепипедов с заданными параметрами, то необходимо выполнить их классификацию по геометрическим признакам [3].

Предлагаемая стратегия упорядочивания параллелепипедов предполагает группировку по максимальной горизонтальной стороне каждого объекта.

В целях достижения поставленной подзадачи произведем аффинные преобразования расположений объектов на плоскости.

Таким образом, если первичная длина фигуры больше ширины, то мы поворачиваем её на угол равный 90 градусам.

Суть предлагаемой эмпирической конструкции состоит в том, что сортировка распределяется последовательно по трем осям  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ , т.е. изначально выполняется сортировка фигур по ширине, а затем равные по ширине фигуры сортируются по длине и в заключении, одинаковые по предыдущим параметрам объекты сортируются по высоте. В результате мы получаем массив  $R$  с отсортированными параллелепипедами по убыванию (рис. 2.).

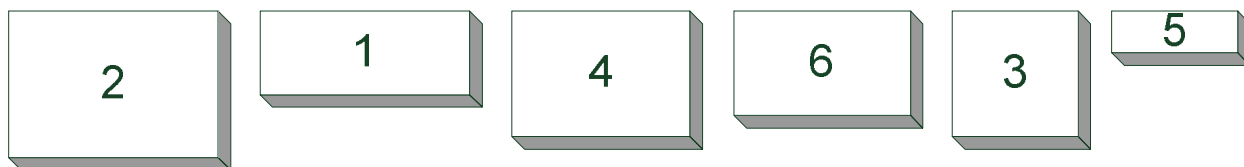


Рис. 2. Первичная сортировка

3. Далее рассмотрим заданное пространство в координатах  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ , где каждое ребро объекта является частью этого пространства.

Сначала мы создаем массив точек  $P$ , куда заносим левую нижнюю точку рабочего пространства  $XY$ .

Затем начинаем расставлять параллелепипеды. Выбираем первый объект из массива и пробуем поместить её на плоскости так, чтобы левая нижняя точка фигуры была на точке из нашего массива  $P$ .

Если фигура не помещается на рабочей области, пробуем перевернуть её на 90 градусов.

Для решения этого этапа предлагается провести морфологический анализ компактной сборки на плоскости. Что позволит выделить и проанализировать множество структурных решений объектов, принадлежащих рассматриваемому классу, в частности параллелепипедов. Результат морфологического анализа плотности сборки предлагается представить в виде 3D модели морфологического множества (рис. 3). Из рисунка видно, что поиск оптимально-компактной сборки будет осуществляться по трем параметрам с полным перебором всех возможных вариантов.

На данном этапе выполняется анализ сборки состоящей из 6-ти объектов. Следовательно, массив максимального морфологического перебора будет составлять 108 комбинаций, т.к. некоторые объекты, возможно, будет необходимо повернуть до 3-х раз в выбранном направлении с шагом поворота - 90°. Тогда визуальная массива морфологического анализа может иметь вид (рис. 3 а, б).

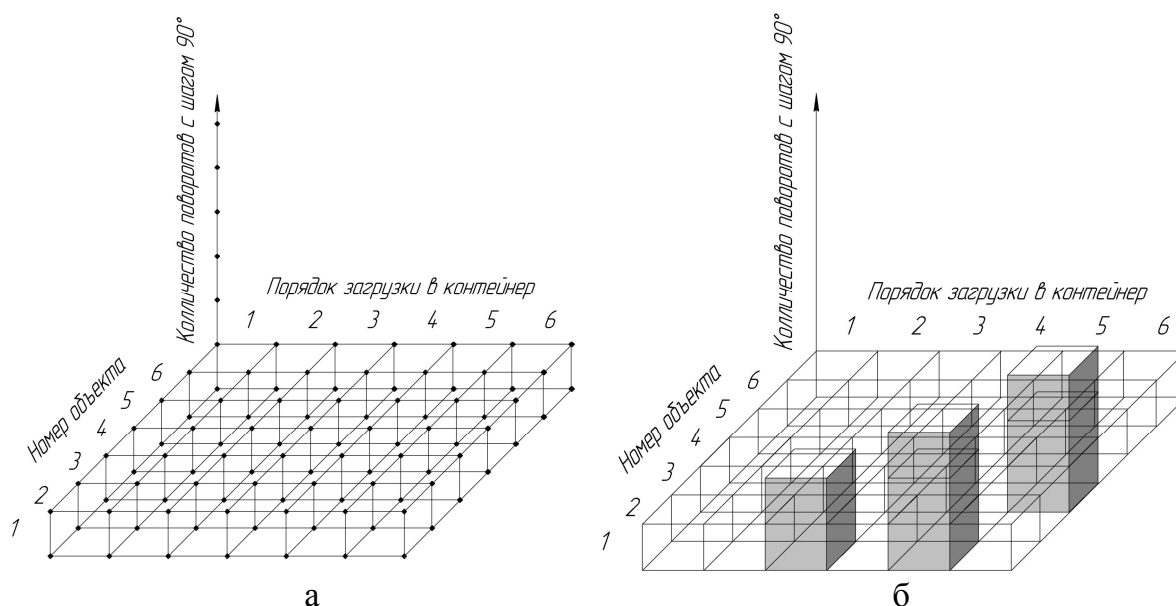


Рис. 3. Геометрическая модель морфологического анализа сборки

Также необходимо заметить, что после размещения первого (наибольшего по площади и соотношениям сторон) объекта необходимо удалить его из массива  $R$ , помечая его как уже размещенный (рис. 3 а). Затем удаляем точку из массива  $P$ , с помощью которой мы обозначили в глобальном пространстве наш объект, и добавляем в этот массив точки начала свободного пространства (правую нижнюю, правую верхнюю и левую верхнюю точки размещенного объекта). Перед тем как переходить к следующему объекту, необходимо провести анализ возможных комбинаций первого объекта с оставшимися.

В ходе имитационного моделирования по предложенному алгоритму была определена одна из результативных упаковок объектов. Данная упаковка состоит в том, что выполняется подбор локальных параметров  $x_i + \Delta x$ ,  $y_i + \Delta y$  каждого объекта. При этом упаковка объектов начинается от глобальной системы координат контейнера. В направлении каждой из осей выполняется подбор объектов

со следующим по значению в массиве максимальным значением  $\Delta x$  и  $\Delta y$  (рис. 4 б).

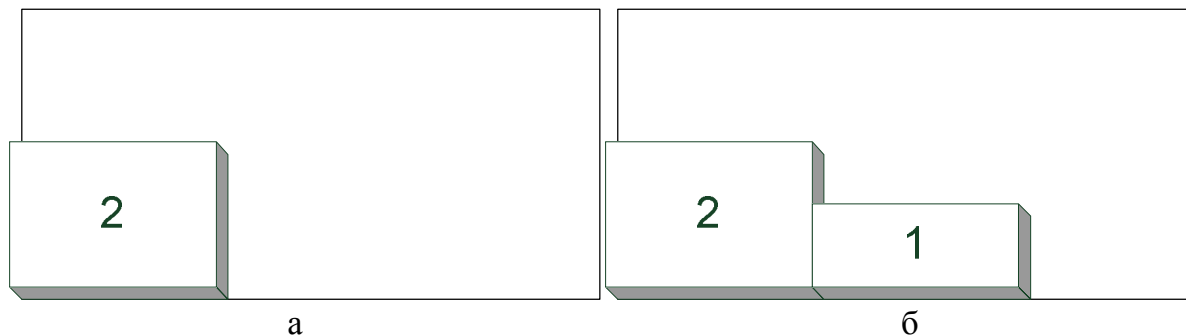


Рис. 4. Ход группировки объектов по алгоритму на плоскости

Следующие объекты упаковываем по предложенному алгоритму. Однако каждый вариант упаковки следует проверять на контроль пересечений (соударений). Для аналитического описания непересечения объектов на плоскости рационально использовать отображение (4) [4].

$$F(b_i, b_{i+1}) = 1, \quad b_i \wedge b_{i+1} = \emptyset \quad (4)$$

Если полученный фрагмент упаковки удовлетворяет условию (4), то данный объект удаляется из массива  $R$ . Следует также учесть, что удаление объекта из массива допустимо лишь в том случае, когда будет выполнен поворот на  $90^\circ$  все три раза.

Моделирование упаковки объектов на плоскости привело к следующему результату (рис. 5).

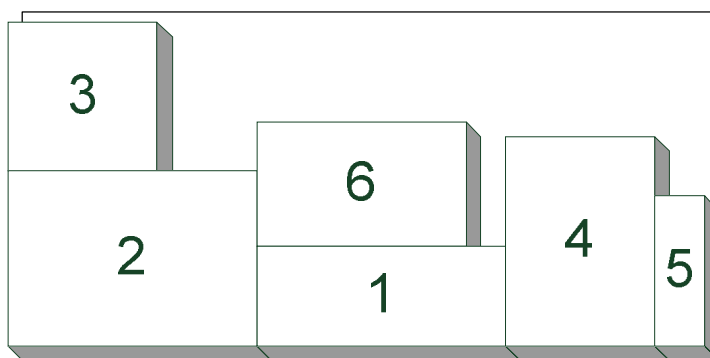


Рис. 5. Результат упаковки объектов на первичной плоскости

Для расстановки фигур в 3D-проекции описанный алгоритм сводится к последовательности следующих действий:

1. Подбор равных по высоте объектов и упаковка их в отдельные группы.
2. Создание локальных плоскостей от наибольшей по занимаемой площади группы объектов, которая формируется на нижней плоскости контейнера, к наименьшей по площади (верхняя точка сборки объектов в контейнере).
3. Наибольший по площади прямоугольник (квадрат) основания объекта следует размещать в базовой точке начала координат контейнера.

4. Далее задача решается в рамках каждой плоскости с применением морфологического анализа. При этом упрощается расчет по координате  $z$ .

5. Возможна пирамидальная упаковка с локальными центрами (возможно в каждом из дальних углов контейнера).

Результатом применения описанного алгоритма в 3D-проекции является предложенный вариант сборки (рис. 6).

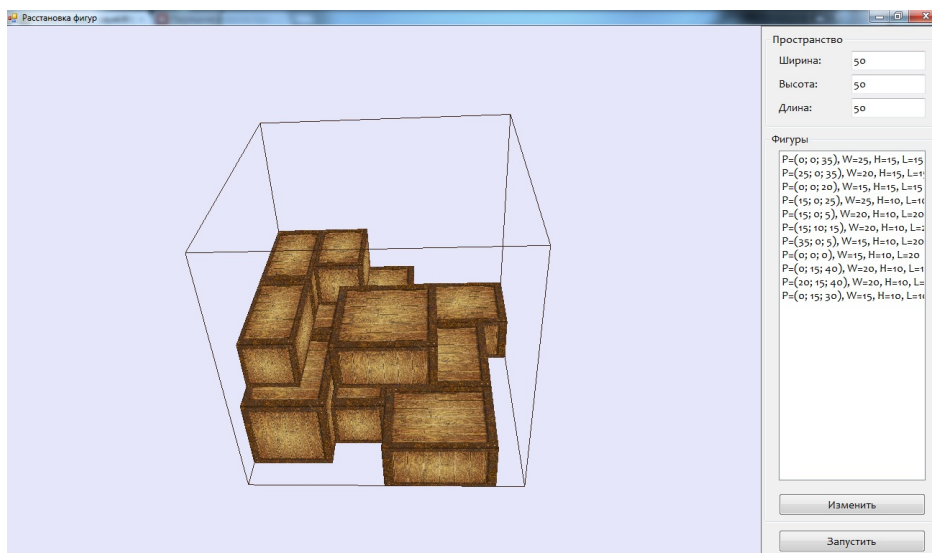


Рис. 6. Сборка по алгоритму в 3D-проекции

Для сокращения времени поиска решений по предложенному алгоритму, разработана автоматизированная система 3D упаковки.

Основной мерой плотности упаковки сборки является разница между суммой объемов всех объектов и объемом вписанной сборки в виртуальный параллелепипед.

Не смотря, на полученный результат решение поставленной задачи не окончательно. В дальнейших исследованиях будет предпринята попытка решения задачи 3D упаковки, в условиях невозможности создания, локальных плоскостей первичной упаковки контейнера.

## Литература

1. Стоян, Ю.Г. Математическое моделирование взаимодействий базовых геометрических 3D объектов [Текст] / Ю.Г. Стоян, Т.Е. Романова, Г. Шайтхауэр; – Кибернетика и системный анализ. – 2005.–№3.– С. 19-31.
2. Мухачева, А.С. Задачи двухмерной упаковки в контейнеры: новые подходы к разработке методов локального поиска оптимума [Текст] / А.С. Мухачева, А.Ф. Валева, В.М. Картак; – М.: МАИ, 2004. – 193 с.
3. Ху, Т.Ч. Комбинаторные алгоритмы [Текст] / Т.Ч. Ху, М.Т. Шинг; – Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета им. Н.И.Лобачевского, 2004. -330 с.
4. Стоян, Ю.Г. Интервальные отображения [Текст] / Ю.Г. Стоян; – ДАН Украины. Серия А. – 1996.–№10.– С. 57-61.