

ОПТИМИЗАЦИЯ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА В СИСТЕМЕ С ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ И ГИДРАВЛИЧЕСКОЙ ЕМКОСТЬЮ ПРИ НАЛИЧИИ ПОТЕРЬ ЭНЕРГИИ ИСТОЧНИКА И ПОСТОЯННОГО РАСХОДА ЭНЕРГОНОСИТЕЛЯ

П. Е. Христо

¹Одесский национальный политехнический университет

***Аннотация.** Приведено решение задачи оптимального по критерию энергопотребления управления реальным источником напряжения, работающим в цепи с параллельным соединением идеальной емкости и источника постоянного тока. Выполнен сравнительный анализ закона оптимального и оптимизированного ступенчатого управления такой системой. Аналогичная задача поставлена и решена для гидравлической системы. Сопоставлены полученные законы управления электрической и гидравлической системой.*

***Ключевые слова:** вариационные методы, экстремали, реальный источник напряжения, идеальный источник тока, идеальный конденсатор, насосная установка, сопротивление трубопровода, гидравлическая емкость*

Введение

Имеется ряд научных работ, посвященных оптимизации процессов наполнения-опорожнения крупных гидравлических емкостей, в качестве которых выступают бассейны приливных электростанций или камеры сухих доков [1 – 5]. Критерии оптимальности этих задач могут выражать суммарные потери энергии системы за некоторый промежуток времени, тогда конечным результатом их решения являются способы наиболее эффективного преобразования потенциальной энергии больших объемов жидкости в электроэнергию и наоборот. Поскольку эти задачи ставятся для реальных достаточно сложных и ответственных гидротехнических систем, они зачастую оказываются весьма громоздкими, учитывают множество ограничений и, как следствие, допускают только численное решение [1, 2, 4, 5, 6]. При этом исследование характера поведения объекта управления, сравнительный анализ показателей качества системы управления до и после оптимизации существенно осложняется. Поэтому с целью уяснения наиболее общих физических закономерностей также имеет смысл рассмотрение наряду с основными и более простых задач оптимального управления подобными объектами с такой предельной идеализацией их условий работы, когда упрощенные задачи имеют достаточно простое, но и вместе с тем нетривиальное решение. Существенная идеализация в ряде случаев помогает получить точное решение конкретной вариационной задачи, благодаря чему в известной мере

облегчается его дальнейший анализ. И хотя упрощенные задачи могут не иметь очевидной технической интерпретации, они все же должны оказаться полезны в решении тех сложных задач, о которых сказано выше.

Кроме того, известен целый ряд работ, в которых для моделирования, анализа и синтеза сложных разветвленных гидравлических систем и / или гидравлических машин широко используется принцип аналогии между процессами, протекающими в электрических и гидравлических сетях [7]. Поэтому представляет интерес разрешение однотипной задачи оптимизации и сопоставление результатов для электрической и гидравлической системы.

Постановка задачи для электрической системы

Пусть имеется электрическая цепь, схема которой представлена на рис. 1. В нее входят реальный источник напряжения, который характеризуется внутренним активным сопротивлением r и ЭДС e , идеальный конденсатор с емкостью C и источник постоянного тока j . Конденсатор и источник постоянного тока включены параллельно. Требуется обеспечить заданное напряжение на обкладках конденсатора u_s к моменту времени t_s . Известно напряжение на обкладках конденсатора в начальный момент. Оно равно u_i . Электрическая энергия, потребляемая источником за время t_s , должна иметь минимальное значение. В этой работе ограничимся рассмотрением случая, когда $u_s = u_i$. И кроме того будем полагать, что источник напряжения не может про-

© Христо П.Е., 2017

водить ток в обратном направлении, то есть $i_1 \geq 0$.

Укажем, что с точностью до обозначений поставленная задача оптимального управления идентична задаче минимизации энергии, потребляемой двигателем постоянного тока при изменении его скорости в заданных пределах за установленное время, если он работает с неизменным магнитным потоком и моментом сопротивления механизма.

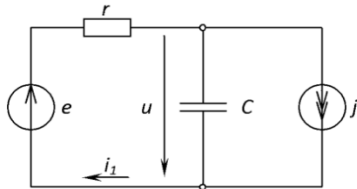


Рис. 1. Электрическая система

Основные расчетные соотношения для электрической системы

Падение напряжения на внутреннем сопротивлении источника напряжения определяется разностью между его ЭДС и напряжением на обкладках конденсатора

$$\Delta u_1 = r i_1 = e - u. \quad (1)$$

Изменение напряжения конденсатора с течением времени описывается уравнением

$$C \frac{du}{dt} = i_1 - j. \quad (2)$$

Если условно считать, что источника в системе нет ($e = 0$, $r = \infty$), то $i_1 = 0$, а из (2) легко определяется время полного разряда конденсатора

$$t_{s2} = \frac{Cu_i}{j}, \quad (3)$$

Последнее равенство можно использовать для расчета величины постоянного тока j по известным значениям времени разряда t_{s2} и начального напряжения конденсатора u_i , а именно

$$j = \frac{Cu_i}{t_{s2}}. \quad (4)$$

Для расчета внутреннего сопротивления r будем руководствоваться следующими соображениями. Представим себе, что возможен такой режим работы цепи, когда длительно поддерживается заданное напряжение конденсатора u_s . При этом токи источников равны, $i_{1s} = j$.

Рассчитаем КПД источника напряжения для этого случая, полагая в качестве полезной мощности

$$p_{2s} = i_{1s} u_s = j u_s, \quad (5)$$

а в качестве потребляемой мощности

$$p_{1s} = i_{1s} e_s = i_{1s} (u_s + \Delta u_{1s}), \quad (6)$$

тогда, если учесть (1) и равенство $i_{1s} = j$,

$$\eta_{1s} = \frac{p_{2s}}{p_{1s}} = \frac{u_s}{u_s + r i_{1s}} = \frac{u_s}{u_s + r j}, \quad (7)$$

откуда можно выразить сопротивление r

$$r = \frac{1 - \eta_{1s}}{\eta_{1s}} \frac{u_s}{j}. \quad (8)$$

Для принятых условий работы характерно, что коэффициент полезного действия источника напряжения не зависит от емкости C , но растет с увеличением напряжения u_s и падает при повышении сопротивления r и тока j .

Энергия, потребляемая источником напряжения за время t_s , определяется интегрированием мгновенной величины потребляемой мощности и равна

$$E_{1s} = \int_0^{t_s} i_1 e dt = \int_0^{t_s} (i_1 u + i_1^2 r) dt. \quad (9)$$

Постановка задачи для гидравлической системы

Пусть имеется гидравлическая система, представленная на рис. 2. В нее входят емкость и резервуар, которые сообщаются посредством насосной установки НУ [8]. Самотечный трубопровод сифонного типа обеспечивает постоянный расход жидкости из емкости q_2 . В резервуаре поддерживается неизменный уровень жидкости z_2 . Площадь зеркала s_1 не зависит от уровня z и равна s . Требуется обеспечить заданный уровень z_s зеркала s_1 в емкости относительно зеркала s_2 в резервуаре в момент времени t_s . В начальный момент этот уровень имеет значение z_i . Жидкость подается насосной установкой в емкость через отверстие, которое находится в ее нижней части. Насосная установка характеризуется потерями напора в трубопроводе с общим коэффициентом гидравлического сопротивления b и преодолевает геометрический напор, равный расстоянию z между горизонтами зеркал в емкости и резервуаре. Механическая работа, произ-

водимая насосной установкой по перемещению жидкости за время t_s , должна иметь минимальное значение. По аналогии с электрической системой ограничимся рассмотрением случая, когда $z_s = z_i$. Также будем считать, что насосная установка не способна перемещать жидкость в обратном направлении, ее подача не может быть отрицательной величиной, то есть $q_1 \geq 0$.

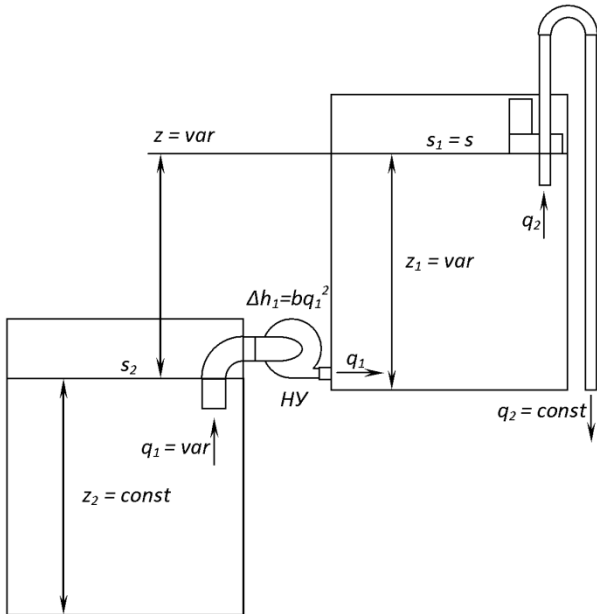


Рис. 2. Гидравлическая система

Основные расчетные соотношения для гидравлической системы

Потери напора в насосной установке пропорциональны квадрату подачи q_1 и определяются разностью между напором насоса и преодолеваемым геометрическим напором системы

$$\Delta h_1 = bq_1^2 = h_1 - z. \quad (10)$$

Изменение уровня жидкости с течением времени описывается уравнением

$$s \frac{dz}{dt} = q_1 - q_2. \quad (11)$$

Когда насосная установка не работает, и затвор на ее трубопроводе (на рис. 1 он условно не показан) перекрыт, то $q_1 = 0$, а из (11) легко определяется время опорожнения емкости

$$t_{s2} = \frac{s z_i}{q_2}. \quad (12)$$

Последнее равенство можно использовать для расчета величины расхода q_2 по известным

значениям времени опорожнения t_{s2} и начального уровня z_i , а именно

$$q_2 = \frac{s z_i}{t_{s2}}. \quad (13)$$

Для расчета постоянной b будем руководствоваться следующими соображениями. Представим себе, что возможен такой режим работы насосной установки, когда длительно поддерживается заданный уровень жидкости z_s . При этом подачи насосной установки и самотечного трубопровода равны, $q_{1s} = q_2$.

Рассчитаем КПД насосной установки для этого случая, полагая в качестве полезной мощности

$$P_{2s} = q_{1s} z_s = q_2 z_s, \quad (14)$$

а в качестве потребляемой мощности

$$P_{1s} = q_{1s} h_{1s} = q_{1s} (z_s + \Delta h_{1s}), \quad (15)$$

тогда, если учесть (10) и равенство $q_{1s} = q_2$,

$$\eta_{1s} = \frac{P_{2s}}{P_{1s}} = \frac{z_s}{z_s + bq_2^2} = \frac{z_s}{z_s + bq_2^2}, \quad (16)$$

откуда можно выразить постоянную b

$$b = \frac{1 - \eta_{1s}}{\eta_{1s}} \frac{z_s}{q_2^2}. \quad (17)$$

Для принятых условий работы характерно, что коэффициент полезного действия насосной установки определяется параметром b трубопровода и расходом q_2 , а также уровнем жидкости z_s , и не зависит от площади зеркала s . КПД понижается при уменьшении поддерживаемого уровня жидкости, но возрастает при снижении величины постоянного расхода q_2 и параметра b сопротивления трубопровода.

Подчеркнем, что при подсчете потребляемой мощности формула (15) дает корректный результат лишь при условии $q_{1s} \geq 0$, а при отрицательных подачах следовало бы потерям напора в ней приписывать знак «минус». Но мы ранее условились, что $q_1 \geq 0$.

Работа насосной установки за время t_s определяется интегрированием мгновенной величины потребляемой мощности и равна

$$A_{1s} = \rho g \int_0^{t_s} q_1 h_1 dt = \rho g \int_0^{t_s} (q_1 z + bq_1^3) dt. \quad (18)$$

Оптимизация процесса заряда конденсатора.

Будем решать поставленную задачу оптимизации классическим методом вариационного исчисления, исследуя функционал (9) на условный экстремум. Критерий оптимального управления в данном случае выражает энергию, потребляемую источником напряжения за указанный промежуток времени [9 – 11].

Функция Лагранжа с учетом одной дополнительной связи в виде дифференциального уравнения (2) имеет вид

$$H = i_1 u + i_1^2 r + \mu_1 (C \dot{i}_1 - i_1 + j), \quad (19)$$

причем μ_1 – это неопределенный множитель Лагранжа, функция времени.

Уравнения Эйлера–Лагранжа для переменных u и i_1

$$i_1 - C \dot{\mu}_1 = 0, \quad (20)$$

$$u + 2i_1 r - \mu_1 = 0. \quad (21)$$

Система уравнений вариационной задачи с граничными условиями

$$\left. \begin{aligned} C \dot{i}_1 &= i_1 - j \\ C \dot{\mu}_1 &= i_1 \\ \mu_1 &= u + 2i_1 r \\ u(0) &= u_i, u(t_s) = u_s \end{aligned} \right\}. \quad (22)$$

Преобразуем (39), исключив переменную μ_1 путем подстановки ее выражения из третьего уравнения во второе, тогда, опуская для краткости граничные условия, запишем систему уравнений в форме Коши

$$\left. \begin{aligned} \frac{du}{dt} &= \frac{1}{C}(i_1 - j) \\ \frac{di_1}{dt} &= \frac{j}{2Cr} \end{aligned} \right\}. \quad (23)$$

Заметим, что задача оптимизации имеет нетривиальное решение лишь при $j \neq 0$, в противном случае оптимальный закон управления предполагал бы поддержание тока источника $i_1 = 0$ на протяжении всего процесса управления, а напряжение конденсатора также оставалось бы постоянным и равным начальному (конечному) значению.

Интегрируя второе уравнение (23) в пределах от нуля до t , получаем линейный закон изменения с течением времени тока источника

$$i_1 = i_{1i} + jt / (2Cr), \quad (24)$$

а, подставив выражение (24) в первое уравнение (23) и проинтегрировав его в тех же пределах, получим квадратичный закон изменения с течением времени уже для напряжения источника

$$u = u_i + \frac{i_{1i} - j}{C} t + \frac{j}{4rC^2} t^2. \quad (25)$$

Нетрудно заметить, что напряжение конденсатора, как функция времени, достигает своего минимального значения в момент времени

$$t_e = 2rC(j - i_{1i}) / j, \quad (26)$$

а для подсчета этого значения необходимо подставить (26) в (25).

Приравнявая $u(t_s) = u_s$, получим уравнение, из которого найдем начальный ток i_{1i} источника

$$u_s = u_i + \frac{i_{1i} - j}{C} t_s + \frac{j}{4rC^2} t_s^2, \quad (27)$$

$$i_{1i} = j(4rC - t_s) / (4rC) + C(u_s - u_i) / t_s. \quad (28)$$

Следует обратить внимание на то, что при условии $u_s = u_i$ и $i_{1i} = j$ из формулы (28) следует равенство $t_s = 0$, поэтому максимальное значение начального тока $i_{1i \max} = j$. Вместе с тем минимально возможное значение начального тока по условию его неотрицательности $i_{1i \min} = 0$. Минимальному начальному току соответствует наибольшее время процесса управления $t_{s \max} = 4rC$. То есть по смыслу решаемой задачи существуют пределы изменения начального тока и установленного времени процесса, а именно

$$0 \leq i_{1i} < j \quad (29)$$

и

$$0 < t_s \leq 4rC. \quad (30)$$

Разделим первое уравнение системы (23) на второе, полагая $\frac{di_1}{dt} > 0$, что следует из анализа (24), тогда

$$\frac{du}{di_1} = \frac{2r}{j}(i_1 - j). \quad (31)$$

Интегрируя в пределах от i_{1i} до i_1 полученное уравнение с разделяющимися переменными, найдем выражение напряжения конденсатора в функции тока источника напряжения

$$u = u_i + \frac{2r}{j} \left(\frac{i_1^2 - i_{1i}^2}{2} - j(i_1 - i_{1i}) \right). \quad (32)$$

Теперь подсчитаем величину потребляемой энергии, причем для упрощения громоздких расчетов в (9) заменим переменную интегрирования t на i_1 , тогда с учетом второго уравнения (23) и выражения (32) будем иметь

$$E_{1s} = \int_0^{t_s} (i_1 u + i_1^2 r) dt = \frac{2Cr}{j} \times \int_{i_{1i}}^{i_{1s}} \left(i_1 u_i + \frac{2r}{j} i_1 \left(\frac{i_1^2 - i_{1i}^2}{2} - j(i_1 - i_{1i}) \right) + i_1^2 r \right) di_1, \quad (33)$$

$$E_{1s} = \frac{2Cr}{j} \left(\frac{r}{4j} (i_{1s}^4 - i_{1i}^4) - \frac{r}{3} (i_{1s}^3 - i_{1i}^3) + \frac{1}{2} \left(u_i - \frac{r}{j} i_{1i}^2 + 2r i_{1i} \right) (i_{1s}^2 - i_{1i}^2) \right). \quad (34)$$

Производить расчет оптимального закона управления источником напряжения удобно, задавшись рядом значений времени управления, принадлежащих интервалу $t_s \in (0; 4rC]$, с последующим определением для каждого из них всех интересующих величин

$$\left. \begin{aligned} i_{1i} &= j \frac{4rC - t_s}{4rC} + \frac{C}{t_s} (u_s - u_i); 0 < t_s \leq 4rC \\ i_{1s} &= i_{1i} + \frac{j}{2Cr} t_s \\ t_e &= \frac{2rC}{j} (j - i_{1i}) \\ u_e &= u_i + \frac{i_{1i} - j}{C} t_e + \frac{j}{4rC^2} t_e^2 \\ E_{1s} &= \frac{2Cr}{j} \left(\frac{r}{4j} (i_{1s}^4 - i_{1i}^4) - \frac{r}{3} (i_{1s}^3 - i_{1i}^3) + \frac{1}{2} \left(u_i - \frac{r}{j} i_{1i}^2 + 2r i_{1i} \right) (i_{1s}^2 - i_{1i}^2) \right) \end{aligned} \right\}. \quad (35)$$

Оптимизация процесса наполнения гидравлической емкости

Будем решать поставленную задачу оптимизации аналогично – классическим методом вариационного исчисления, исследуя функционал (18) на условный экстремум, критерий оптимального управления в данном случае – это работа насосной установки, производимая за указанный промежуток времени [9 – 11].

Функция Лагранжа с учетом одной дополнительной связи в виде дифференциального уравнения (11) имеет вид

$$H = \rho g (q_1 z + b q_1^3) + \lambda_1 (s \dot{z} - q_1 + q_2), \quad (36)$$

причем λ_1 – это неопределенный множитель Лагранжа, функция времени.

Уравнения Эйлера–Лагранжа для переменных z и q_1

$$\rho g q_1 + s \dot{\lambda}_1 = 0, \quad (37)$$

$$\rho g (z + 3b q_1^2) - \lambda_1 = 0. \quad (38)$$

Система уравнений вариационной задачи с граничными условиями

$$\left. \begin{aligned} s \dot{z} &= q_1 - q_2 \\ s \dot{\lambda}_1 &= \rho g q_1 \\ \lambda_1 &= \rho g (z + 3b q_1^2) \\ z(0) &= z_i, z(t_s) = z_s \end{aligned} \right\}. \quad (39)$$

Преобразуем (39), исключив переменную λ_1 путем подстановки ее выражения из третьего уравнения во второе, тогда, опуская для краткости граничные условия, запишем систему уравнений, которая получается после преобразований

$$\left. \begin{aligned} s \dot{z} &= q_1 - q_2 \\ 6s b q_1 \dot{q}_1 &= q_2 \end{aligned} \right\}. \quad (40)$$

Отметим, что наиболее простое решение задачи будет, если $q_2 = 0$. Этот случай тривиален. Очевидное оптимальное управление заключается в поддержании $q_1 = 0$, вследствие чего $z = z_i = z_s$ на протяжении всего процесса управления. Работы насосная установка при этом не производит.

Рассмотрим случай, когда $q_2 > 0$ и $q_1 \rightarrow 0$. По-видимому, второе уравнение системы будет справедливо, когда $q_1 \rightarrow 0$, лишь при условии $\dot{q}_1 \rightarrow \infty$, то есть тождественное равенство нулю подачи насосной установки в пределах некоторого интервала времени будет обращать второе уравнение системы (40) в неравенство. Тем не менее, если $q_2 > 0$, то в начальный момент времени можем иметь $q_{1i} = q_1(0) = 0$, а производная \dot{q}_1 при этом неограниченно возрастает.

Вообще говоря, в зависимости от исходных данных и ограничений закон оптимального управления насосной установкой может быть найден в классе как гладких, так и кусочно-гладких функций времени [9]. В этой работе исходные данные вариационной задачи принимаются заведомо такие, что ее решение описывает

ся гладкими кривими – екстремальми, и обеспечивается выполнение неравенств $q_2 > 0$, $q_1 \geq 0$.

Объясним, почему важно, чтобы выполнялось неравенство $q_1 \geq 0$. Как известно, мощность потерь в трубопроводе – это всегда величина неотрицательная, поэтому для ее правильного учета в случае знакопеременной величины подачи следовало бы в подынтегральное выражение функционала (18) ввести функцию $\text{sgn}(q_1)$. Но тогда подынтегральная функция (18) оказалась бы уже неэлементарной относительно переменной q_1 , и решение задачи оптимизации значительно усложнилось бы. Следует подчеркнуть, что когда мы выдвинули требование $q_1 \geq 0$, то не имели в виду условное ограничение на управление насосной установкой, а предполагали, что указанное неравенство должно естественным образом следовать из решения задачи на некотором подмножестве исходных данных [9]. Таким образом, при неотрицательных значениях подачи насосной установки функционал (18) имеет элементарную подынтегральную функцию относительно z и q_1 , и решение вариационной задачи может быть найдено в классе гладких кривых.

Интересно, что в случае электрической системы независимо от знака тока источника функционал (9) всегда имеет одну и ту же элементарную подынтегральную функцию относительно входящих в нее переменных u и i_1 , поскольку потери мощности в активном сопротивлении прямо пропорциональны квадрату тока.

Краевая задача для системы уравнений (40) может быть решена точно. Заметим, что при ее решении удобно рассматривать в качестве независимой переменной не время t , а подачу насосной установки q_1 .

Возвращаясь к анализу системы (40), следует обратить внимание на то, что переменная q_1 при $q_1 \geq 0$ и $q_2 > 0$ в соответствии со вторым уравнением (40) монотонно возрастает с течением времени, а переменная z , как функция времени, имеет экстремум, который, судя по виду правой части первого уравнения, должен достигаться при условии $q_1 = q_2$. Поиск экстремума функции z представляет интерес, поскольку по смыслу задачи он определяет минимальный уровень жидкости в емкости. Разделим почленно первое уравнение (40) на второе, полагая $\dot{q}_1 \neq 0$, что следует из анализа второго уравнения системы (40),

$$\frac{dz}{dq_1} = \frac{6b}{q_2} (q_1^2 - q_2 q_1), \quad (41)$$

и проинтегрируем полученное дифференциальное уравнение первого порядка с разделяющимися переменными в заданных пределах

$$z - z_i = \frac{6b}{q_2} \int_{q_{1i}}^{q_1} (q_1^2 - q_2 q_1) dq_1, \quad (42)$$

$$q_2 (z - z_i) / (6b) = (q_1^3 - q_{1i}^3) / 3 - q_2 (q_1^2 - q_{1i}^2) / 2,$$

$$q_2 (z - z_i) = 2b (q_1^3 - q_{1i}^3) - 3b q_2 (q_1^2 - q_{1i}^2), \quad (43)$$

$$z = z_i + 2b (q_1^3 - q_{1i}^3) / q_2 - 3b (q_1^2 - q_{1i}^2). \quad (44)$$

Для определения минимального уровня в (44) следует подставить $q_1 = q_2$

$$z_e = z_i + [b q_{1i}^2 (3q_2 - 2q_{1i}) - b q_2^3] / q_2. \quad (45)$$

Если $q_{1i} = 0$, то (45) принимает вид

$$z_e = z_i - b q_2^2. \quad (46)$$

Определим конечное значение q_{1s} подачи насосной установки с учетом того, что значения уровня жидкости в начальный и конечный момент одинаковые. С этой целью перепишем (43), приравняв левую часть нулю, и решим относительно $q_1 = q_{1s}$

$$3q_2 (q_{1s}^2 - q_{1i}^2) - 2 (q_{1s}^3 - q_{1i}^3) = 0, \quad (47)$$

применяя в полученном уравнении формулы сокращенного умножения, сведем его к квадратному уравнению, при этом полагая $q_{1s} \neq q_{1i}$ в связи с тем, что функция $q_1(t)$ монотонно возрастает,

$$\begin{aligned} & 3q_2 (q_{1s} - q_{1i})(q_{1s} + q_{1i}) - \\ & - 2(q_{1s} - q_{1i})(q_{1s}^2 + q_{1s}q_{1i} + q_{1i}^2) = 0, \\ & 2q_{1s}^2 - (3q_2 - 2q_{1i})q_{1s} - (3q_2 - 2q_{1i})q_{1i} = 0. \end{aligned} \quad (48)$$

Корни уравнения (48)

$$\begin{aligned} q_{1s} &= \frac{3q_2 - 2q_{1i}}{4} \pm \\ & \pm \frac{1}{4} \sqrt{(3q_2 - 2q_{1i})^2 + 8(3q_2 - 2q_{1i})q_{1i}}. \end{aligned} \quad (49)$$

Заметим, что если начальное значение подачи насосной установки будет превышать q_2 , то с учетом возрастающего характера функции $q_1(t)$ будем иметь неравенство $\dot{z} > 0$ на протяжении всего времени управления $t_s > 0$, в связи с чем

получить к моменту окончания процесса уровень $z_s = z_i$ будет невозможно. Рассуждая подобным образом, можно установить, что, если начальное значение подачи будет равно q_2 , то принятые граничные условия тоже будут невыполнимы. Поэтому решить рассматриваемую задачу можно только, если $q_{li} < q_2$, но тогда $3q_2 - 2q_{li} > 0$ и корни (49) уравнения (48) имеют разный знак (при $q_{li} = 0$ меньший корень равен нулю). С другой стороны для возрастающей функции q_1 , которая имеет неотрицательное значение в начальный момент, должно выполняться неравенство $0 \leq q_{li} < q_{1s}$, вследствие чего корень, подходящий по смыслу задачи, должен быть строго положительный. Он равен

$$q_{1s} = \frac{3q_2 - 2q_{li}}{4} + \frac{1}{4} \sqrt{3(q_2 + 2q_{li})(3q_2 - 2q_{li})}. \quad (50)$$

Полагая $q_{li} = 0$ в выражении (50), получим

$$q_{1s} = 3q_2 / 2. \quad (51)$$

Формулы (45) и (50) позволяют установить зависимость между минимальным уровнем жидкости в емкости, а также конечным значением подачи насосной установки и ее начальным значением. Формулы (46) и (51) соответствуют предельному решению системы (40), когда $q_{li} = 0$. Также важно обратить внимание на то, что

$$\lim_{q_{li} \rightarrow q_2} z_e(q_{li}) = z_i, \quad (52)$$

$$\lim_{q_{li} \rightarrow q_2} q_{1s}(q_{li}) = q_2. \quad (53)$$

Проинтегрируем второе уравнение системы (40), разделив переменные, в заданных пределах

$$dt = \frac{6sbq_1}{q_2} dq_1, \quad (54)$$

$$t_s = \frac{3sb}{q_2} (q_{1s}^2 - q_{li}^2). \quad (55)$$

Если $q_{li} = 0$, то с учетом (51) и (55) время процесса управления выразится формулой

$$t_s = 27sbq_2 / 4. \quad (56)$$

Принимая во внимание (53) и (55), можно заключить, что область существования решения задачи с условием, когда уровни в начальный и конечный момент процесса управления одинаковы, в классе гладких функций по существу огра-

ничивается интервалом изменения начального значения подачи $q_{li} \in [0; q_2)$. Границы этого интервала соответствуют максимально и минимально возможному времени управления, причем последнее стремится к нулю. Максимально возможное время процесса оптимального управления рассчитывается по формуле (56).

Теперь подсчитаем работу, производимую насосной установкой за установленное время t_s , используя формулу (18), но заменив дифференциал времени по формуле (54), а уровень жидкости – выражением (44) и перейдя к новой переменной интегрирования q_1 ,

$$A_{1s} = \rho g \frac{6sb}{q_2} \int_{q_{li}}^{q_{1s}} \left(z_i q_1 + \frac{2b}{q_2} q_1 (q_1^3 - q_{li}^3) - 3bq_1 (q_1^2 - q_{li}^2) + bq_1^3 \right) dq_1, \quad (57)$$

$$A_{1s} = \rho g \frac{6sb}{q_2} \left(\frac{b}{3q_2} (q_{1s}^6 - q_{li}^6) - \frac{2b}{5} (q_{1s}^5 - q_{li}^5) + \left(z_i + b(3q_2 - 2q_{li}) \frac{q_{li}^2}{q_2} \right) \frac{q_{1s}^3 - q_{li}^3}{3} \right). \quad (58)$$

Расчет показателей гидравлической системы при оптимальном управлении целесообразно осуществлять в такой последовательности – задаемся рядом начальных значений подачи насосной установки из интервала $q_{li} \in [0; q_2)$ и рассчитываем по порядку все интересующие величины

$$\left. \begin{aligned} z_e &= z_i + \frac{bq_{li}^2(3q_2 - 2q_{li}) - bq_2^3}{q_2}, 0 \leq q_{li} < q_2 \\ q_{1s} &= \frac{3q_2 - 2q_{li}}{4} + \frac{1}{4} \sqrt{3(q_2 + 2q_{li})(3q_2 - 2q_{li})} \\ t_s &= \frac{3sb}{q_2} (q_{1s}^2 - q_{li}^2) \\ A_{1s} &= \rho g \frac{6sb}{q_2} \left[\frac{b}{3q_2} (q_{1s}^6 - q_{li}^6) - \frac{2b}{5} (q_{1s}^5 - q_{li}^5) + \left(z_i + b(3q_2 - 2q_{li}) \frac{q_{li}^2}{q_2} \right) \frac{q_{1s}^3 - q_{li}^3}{3} \right] \end{aligned} \right\} \quad (59)$$

Можно показать, что, если возникает необходимость определить начальное значение подачи q_{li} насосной установки по заданному значению времени процесса t_s точно, то для этого требуется решить алгебраическое уравнение четвертой степени

$$q_{li}^4 + \alpha q_{li}^3 + \beta q_{li}^2 + \gamma = 0, \quad (60)$$

коэффициенты которого равны

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= -\frac{sq_2(z_s - z_i) + q_2^2 t_s}{q_2 t_s}; \beta = \frac{q_2 t_s}{3sb} \\ \gamma &= \frac{1}{3} \beta^2 - \frac{1}{4} \frac{(sq_2(z_s - z_i) + q_2^2 t_s)^2}{sbq_2 t_s} \end{aligned} \right\}. \quad (61)$$

Уравнение (60) преобразуется к приведенной форме путем замены переменного $q_{li} = 1/y$, после чего может быть выполнен поиск и анализ решения его кубической резольвенты с последующим отысканием корней.

Ступенчатое регулирование тока источника

Для оценки эффективности оптимального управления, которое осуществляется по закону, вытекающему из решения (23), целесообразно провести сравнительный анализ с таким способом управления, когда реализуется ступенчатое изменение тока источника. В этом случае следует рассмотреть два этапа работы. На первом этапе источник отключен, а на втором – он обеспечивает протекание постоянного тока i_{lc} . Расчет описанного варианта управления ставит своей целью определение значения тока i_{lc} , времени отключения t_0 , минимального значения напряжения конденсатора и энергии E_{1s} , потребляемой источником.

Для поиска интересующих величин вначале проинтегрируем уравнение (2), положив $i_1 = 0$, в пределах от 0 до t_0 ,

$$C(u_0 - u_i) = -j t_0, \quad (62)$$

а затем, считая $i_1 = i_{lc}$, проинтегрируем это же уравнение в пределах от t_0 до t_s , тогда будем иметь

$$C(u_s - u_0) = (i_{lc} - j)(t_s - t_0). \quad (63)$$

Если уравнения (63) и (62) сложить и полученное уравнение разрешить относительно параметра t_0 , то можно получить следующее выражение

$$t_0 = \frac{i_{lc} - j}{i_{lc}} t_s - \frac{C}{i_{lc}} (u_s - u_i), \quad (64)$$

которое упрощается, когда $u_s = u_i$,

$$t_0 = \frac{i_{lc} - j}{i_{lc}} t_s. \quad (65)$$

Минимальное напряжение конденсатора будет равно

$$u_0 = u_i - \frac{i_{lc} - j}{i_{lc}} \frac{j t_s}{C} + \frac{j}{i_{lc}} (u_s - u_i), \quad (66)$$

а при $u_s = u_i$

$$u_0 = u_i - \frac{i_{lc} - j}{i_{lc}} \frac{j t_s}{C}. \quad (67)$$

Теперь найдем работу источника, пользуясь формулой (9), но заменив переменную интегрирования t напряжением u в результате подстановки дифференциала времени из (2) и поменяв пределы,

$$dt = \frac{C du}{i_1 - j}, \quad (68)$$

тогда, имея в виду, что $i_1 = i_{lc} = const$,

$$E_{1s} = \int_{t_0}^{t_s} (i_{lc} u + i_{lc}^2 r) dt = \int_{u_0}^{u_s} (i_{lc} u + i_{lc}^2 r) \frac{C du}{i_{lc} - j}. \quad (69)$$

В результате подсчета определенного интеграла (85) получаем искомое выражение энергии

$$E_{1s} = \frac{C}{i_{lc} - j} \left(\frac{i_{lc}}{2} (u_s^2 - u_0^2) + i_{lc}^2 r (u_s - u_0) \right). \quad (70)$$

Преобразуем в (86) первое слагаемое в скобках по формуле разности квадратов и вынесем общий множитель за скобки

$$E_{1s} = \frac{C}{i_{lc} - j} \left(\frac{i_{lc}}{2} (u_s + u_0) + i_{lc}^2 r \right) (u_s - u_0). \quad (71)$$

Теперь, полагая $u_s = u_i$, подставим в (71) выражение минимального напряжения по формуле (67) и выполним очевидные преобразования

$$E_{1s} = j t_s \left(u_i + i_{lc} r - \frac{j t_s}{2C} \left(1 - \frac{j}{i_{lc}} \right) \right). \quad (72)$$

Исследуем функцию $E_{1s}(i_{lc})$ на экстремум, взяв производную по i_{lc} и приравняв нулю

$$\frac{dE_{1s}}{di_{lc}} = j t_s \left(r - \frac{j^2 t_s}{2C} \frac{1}{i_{lc}^2} \right). \quad (73)$$

Имеются две критические точки, в одной из которых ток источника $i_{1c} = 0$, а в другой

$$i_{10} = j \sqrt{\frac{t_s}{2rC}}. \quad (74)$$

Очевидно, что при значении тока источника $i_{1c} = i_{10}$ достигается минимум функции $E_{1s}(i_{1c})$, что следует из анализа (73). Но по смыслу задачи требуется, чтобы $i_{1c} \geq j$, в противном случае получить к моменту окончания процесса требуемое значение напряжения конденсатора $u_s = u_i$ невозможно. Поэтому следует найти наименьшее значение функции E_{1s} на интервале $i_{1c} \in [j; \infty)$. В соответствии с (74) при $t_s \geq 2rC$ наименьшее значение функции получим в точке $i_{1c} = i_{10}$, а при $t_s < 2rC$ будем иметь наименьшее значение при $i_{1c} = j$.

Расчет показателей электрической системы при ступенчатом регулировании тока источника целесообразно осуществлять в такой последовательности – для ранее заданных значений времени оптимального управления рассчитываем по порядку все величины, подлежащие сравнению,

$$\left. \begin{aligned} i_{10} &= j \sqrt{\frac{t_s}{2rC}}; i_{1c} = \begin{cases} j, i_{10} < j \\ i_{10}, i_{10} \geq j \end{cases} \\ t_0 &= \frac{i_{1c} - j}{i_{1c}} t_s; u_0 = u_i - \frac{j t_0}{C} \\ E_{1s} &= j t_s \left(u_i + i_{1c} r - \frac{j t_s}{2C} \left(1 - \frac{j}{i_{1c}} \right) \right) \end{aligned} \right\}. \quad (75)$$

Ступенчатое регулирование с трапецеидальной формой напряжения конденсатора

По существу вышеописанный закон управления позволяет осуществить изменение напряжения конденсатора с течением времени по треугольной, в общем случае несимметричной, диаграмме. С большим приближением к экстремали (25) можно было бы реализовать симметричный трапецеидальный (диаграмма в виде равнобокой трапеции) закон изменения напряжения конденсатора, при котором на протяжении первого этапа работы поддерживается оптимальный разрядный ток конденсатора, во время второго этапа поддерживается ток конденсатора, равный нулю, а в течение третьего этапа формируется оптимальный по значению постоянный ток заряда конденсатора. Можно показать, что в этом случае оптимальное время каждого из этапов одинаково и равно

$$t_0 = t_s / 3, \quad (76)$$

а оптимальные токи источника при разряде и заряде конденсатора оказываются равны

$$i_{11} = \left(1 - \frac{t_s}{6rC} \right) j, \quad (77)$$

$$i_{13} = \left(1 + \frac{t_s}{6rC} \right) j. \quad (78)$$

Описанный закон управления можно реализовать при однонаправленном протекании тока источника только в том случае, если выполняется неравенство $0 < t_s \leq 6rC$, и всегда, если источник напряжения допускает протекание тока в любом направлении.

Ступенчатое регулирование подачи насосной установки

Для оценки эффективности оптимального управления, которое осуществляется по закону, вытекающему из решения (40), целесообразно провести сравнительный анализ с таким способом управления, когда реализуется ступенчатое изменение подачи насосной установки. В этом случае следует рассмотреть два этапа ее работы. На первом этапе насосная установка отключена, затвор на ее трубопроводе закрыт, а на втором этапе она все время работает с некоторой подачей q_{1c} . Расчет описанного варианта управления ставит своей целью определение значения подачи q_{1c} , времени отключения t_0 , минимального уровня жидкости z_0 и работы A_{1s} насосной установки.

Для поиска интересующих величин вначале проинтегрируем уравнение (11), положив $q_1 = 0$, в пределах от 0 до t_0 ,

$$t_0 = \frac{s}{q_2} (z_i - z_0), \quad (79)$$

а затем, считая $q_1 = q_{1c}$, проинтегрируем это же уравнение в пределах от t_0 до t_s , тогда будем иметь

$$t_s = t_0 + s \frac{z_s - z_0}{q_{1c} - q_2}. \quad (80)$$

Если (79) подставить в (80) и полученное уравнение разрешить относительно параметра z_0 , то можно получить следующее выражение

$$z_0 = z_i - \frac{q_{1c} - q_2}{q_{1c}} \frac{q_2 t_s}{s} + (z_s - z_i) \frac{q_2}{q_{1c}}, \quad (81)$$

которое упрощается, когда $z_i = z_s$,

$$z_0 = z_i - \frac{q_{1c} - q_2}{q_{1c}} \frac{q_2 t_s}{s}. \quad (82)$$

Тогда время наступления минимального уровня жидкости по (79), но с учетом (82), равно

$$t_0 = (q_{1c} - q_2) t_s / q_{1c}. \quad (83)$$

Теперь найдем работу насосной установки, пользуясь формулой (18), но заменив переменную интегрирования t уровнем жидкости z в результате подстановки дифференциала времени из (11) и поменяв пределы,

$$dt = \frac{sdz}{q_1 - q_2}, \quad (84)$$

тогда, имея в виду, что $q_1 = q_{1c} = const$,

$$A_{1s} = \rho g \int_{z_0}^{z_s} \left(q_{1c} z + b q_{1c}^3 \right) \frac{sdz}{q_{1c} - q_2}. \quad (85)$$

В результате подсчета определенного интеграла (85) получаем искомое выражение работы

$$A_{1s} = \frac{\rho g s}{q_{1c} - q_2} \left(\frac{q_{1c}}{2} (z_s^2 - z_0^2) + b q_{1c}^3 (z_s - z_0) \right). \quad (86)$$

Преобразуем в (86) первое слагаемое в скобках по формуле разности квадратов и вынесем общий множитель за скобки

$$A_{1s} = \frac{\rho g s}{q_{1c} - q_2} \left(\frac{q_{1c}}{2} (z_s + z_0) + b q_{1c}^3 \right) (z_s - z_0). \quad (87)$$

Теперь, полагая $z_s = z_i$, подставим в (87) выражение минимального уровня по формуле (82) и выполним очевидные преобразования

$$A_{1s} = \rho g q_2 t_s \left(z_i + b q_{1c}^2 - \frac{q_2 t_s}{2s} \left(1 - \frac{q_2}{q_{1c}} \right) \right). \quad (88)$$

Исследуем функцию $A_{1s}(q_{1c})$ на экстремум, взяв производную по q_{1c} и приравняв нулю

$$\frac{dA_{1s}}{dq_{1c}} = \rho g q_2 t_s \left(2b q_{1c} - \frac{q_2^2 t_s}{2s} \frac{1}{q_{1c}^2} \right), \quad (89)$$

Имеются две критические точки, в одной из которых $q_{1c} = 0$, а в другой

$$q_{10} = \sqrt[3]{\frac{q_2^2 t_s}{4sb}}. \quad (90)$$

Очевидно, что при значении подачи насосной установки $q_{1c} = q_{10}$ достигается минимум функции $A_{1s}(q_{1c})$, что следует из анализа (89). Но по смыслу задачи требуется, чтобы $q_{1c} \geq q_2$, в противном случае получить к моменту окончания процесса требуемое значение уровня жидкости $z_s = z_i$ невозможно. Поэтому следует найти наименьшее значение функции A_{1s} на интервале $q_{1c} \in [q_2; \infty)$. В соответствии с (90) при $t_s \geq 4sbq_2$ наименьшее значение функции получим в точке $q_{1c} = q_{10}$, а при $t_s < 4sbq_2$ будем иметь наименьшее значение при $q_{1c} = q_2$.

Расчет показателей гидравлической системы при ступенчатом регулировании подачи насосной установки целесообразно осуществлять в такой последовательности – для тех значений времени оптимального управления, которые уже были рассчитаны ранее с применением (59), рассчитываем по порядку

$$\left. \begin{aligned} q_{10} &= \sqrt[3]{\frac{q_2^2 t_s}{4sb}}; q_{1c} = \begin{cases} q_2, q_{10} < q_2 \\ q_{10}, q_{10} \geq q_2 \end{cases} \\ t_0 &= (q_{1c} - q_2) t_s / q_{1c}; z_0 = z_i - q_2 t_0 / s \\ A_{1s} &= \rho g q_2 t_s \left(z_i + b q_{1c}^2 - \frac{q_2 t_s}{2s} \left(1 - \frac{q_2}{q_{1c}} \right) \right) \end{aligned} \right\}. \quad (91)$$

Численный пример.

КПД источника напряжения и насосной установки примем $\eta_{1s} = 0,52$. Начальное напряжение конденсатора $u_i = u_s = 50 В$, время разряда $t_{s2} = 1с$, емкость конденсатора $C = 0,01Ф$, тогда значение тока источника тока будет $j = 0,5 А$, а внутреннее сопротивление источника напряжения $r = 92,308 Ом$. В гидравлической системе начальный уровень жидкости $z_i = z_s = 10 м$, время опорожнения через самотечный трубопровод $t_{s2} = 10 ч$, площадь зеркала сливной призмы $s = 10000 м^2$, тогда постоянное значение подачи самотечного трубопровода $q_2 = 2,778 м^3 / с$, а коэффициент потерь напора $b = 1,196 с^2 / м^5$.

Описанные выше законы управления позволили рассчитать ряд зависимостей в относительных единицах, графики которых представлены на рис. 3–7. При этом в качестве базовой величины тока и подачи приняты $i_{1b} = j$ и $q_{1b} = q_2$, а в

качестве базовой величины напряжения конденсатора и уровня жидкости в емкости – начальные значения напряжения конденсатора $u_b = u_i$ и уровня жидкости в емкости $z_b = z_i$, соответственно. Базовой величиной энергии, потребляемой источником напряжения за установленное время, является энергия, потребляемая при $i_1 = const = i_{1b}$ за то же время, а базовой величиной работы насосной установки – работа, которая производится за то же самое время, но когда $q_1 = const = q_{1b}$. Базовая величина времени процесса в системах обоих типов составляет t_{s2} .

Все относительные отклонения ϵ_i показателей при оптимальном управлении по сравнению со ступенчатым регулированием тока источника или подачи насосной установки были рассчитаны, как обычно – по отношению к показателям при ступенчатом регулировании и только зависимости рис. 7, б – по отношению к базовой величине напряжения и уровня жидкости. Сокращения на рис. 3–7 означают: ОУ – оптимальное управление, СРТ, СРП – ступенчатое регулирование тока источника и подачи насосной установки, ЭС и ГС – электрическая и гидравлическая система.

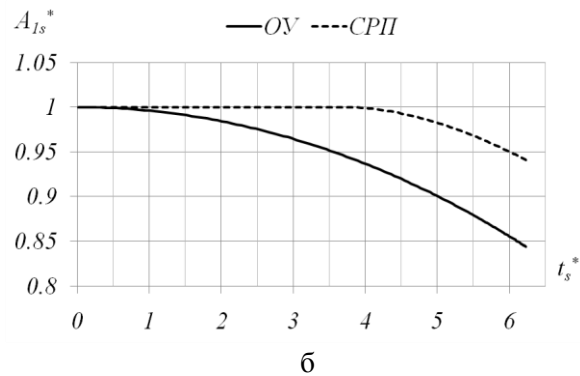
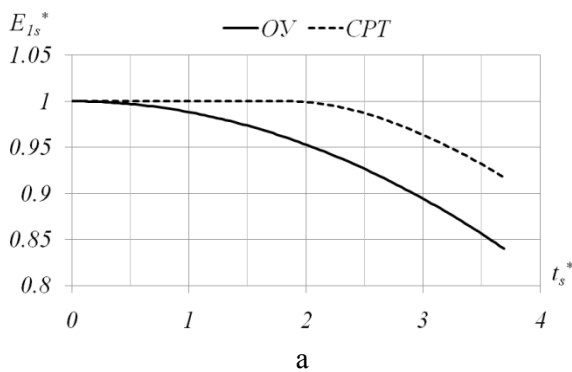


Рис. 3. Зависимость относительной величины энергии, потребляемой источником (а) и работы насосной установки (б) от времени процесса

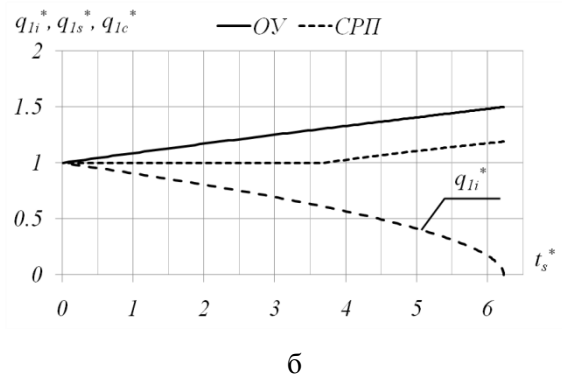
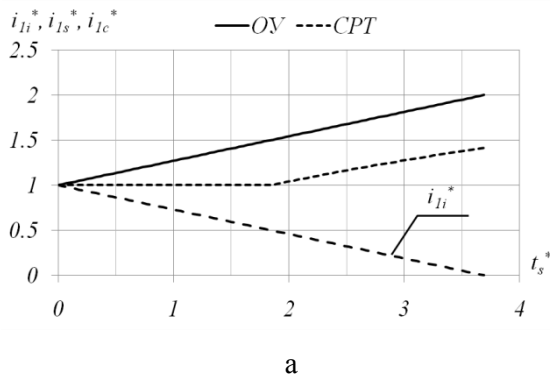


Рис. 4. Зависимость относительной величины тока источника (а) и подачи насосной установки (б) от времени процесса

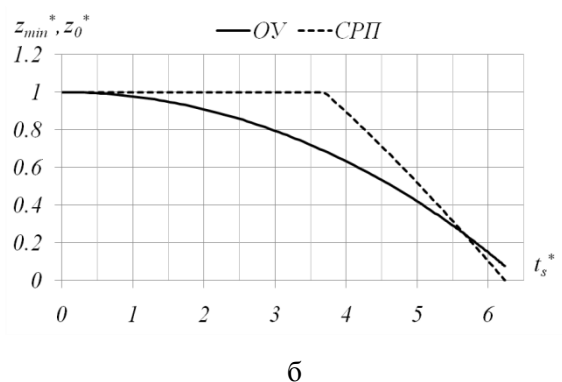
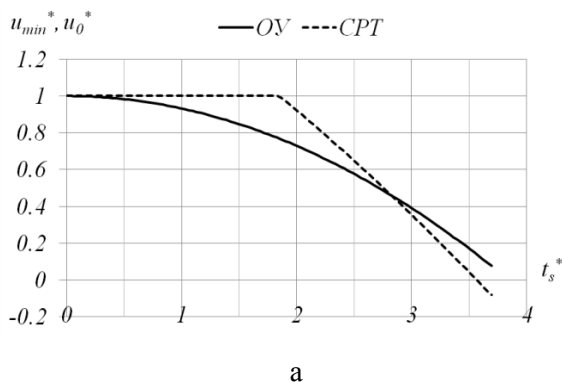


Рис. 5. Зависимость относительной величины напряжения конденсатора (а) и уровня жидкости в ем-

кости (б) от времени процесса

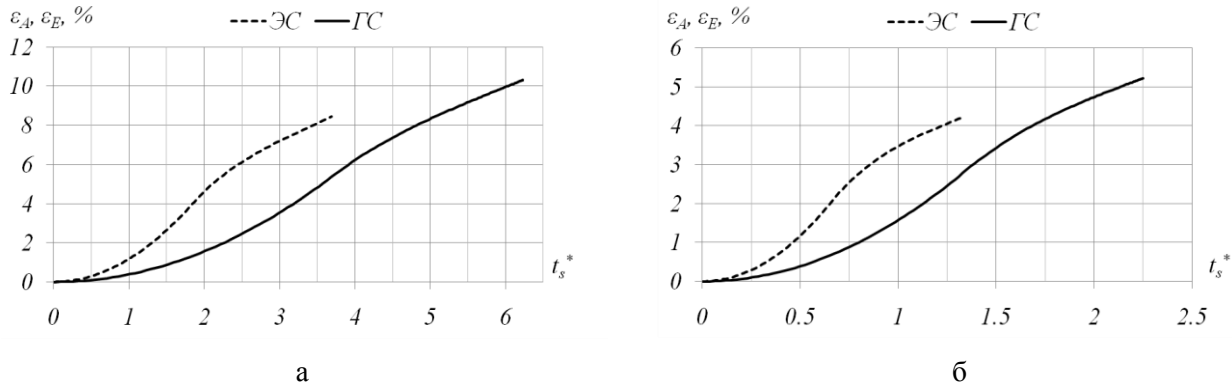


Рис. 6. Зависимость относительной величины экономии энергии при значении КПД 52 % (а) и 75% (б) от времени процесса

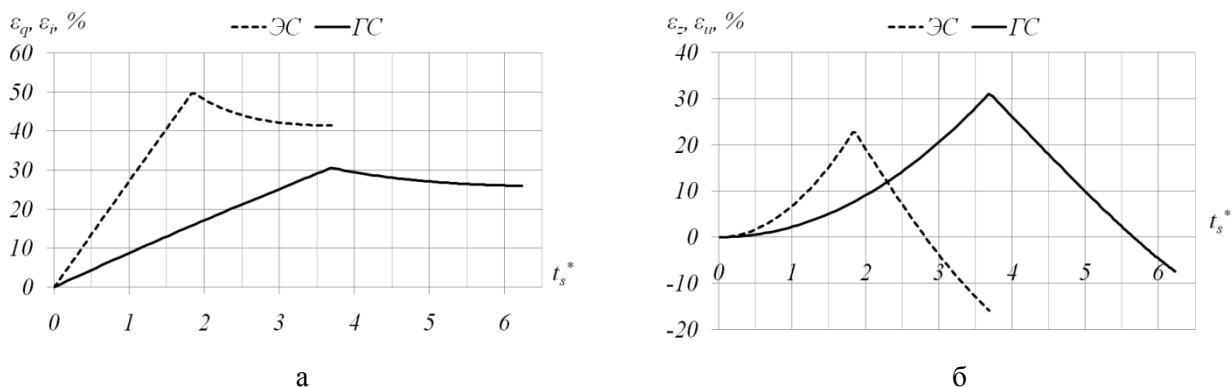


Рис. 7. Зависимость относительной величины превышения тока (подачи насосной установки) (а) и снижения минимального напряжения конденсатора (уровня жидкости) (б) при оптимальном управлении по сравнению со ступенчатым регулированием от времени процесса

Выводы

Особенностью представленных графиков является их инвариантность по отношению к изменению исходных данных, за исключением КПД установившегося режима работы. В системах обоих типов величина экономии энергии сильно зависит от значения КПД установившегося режима работы, что подтверждают графики на рис. 6. С ростом этого показателя величина экономии падает и, если при КПД 52 % она достигает в электрической системе чуть более 8 %, а в гидравлической – несколько превышает 10 %, то в случае КПД 75% величина экономии снижается практически вдвое в обеих системах, а интервал установленного времени процесса, в пределах которого решение вариационной задачи описывается гладкими кривыми, сужается более чем в два раза. Также обращает на себя внимание тот факт, что в гидравлической системе показатель производительности – подача имеет меньшее пиковое значение и превосходит оптимальное значение при ступенчатом регулировании примерно на 30 %. А в электрической системе пико-

вый ток приблизительно на 50 % превышает оптимальный ток для варианта ступенчатого регулирования. Это следует из графиков на рис. 7, а. В отношении пиков напряжения конденсатора и уровня жидкости имеет место обратная картина. В электрической системе минимум напряжения конденсатора в пике оказывается при оптимальном управлении ниже, чем аналогичный показатель при ступенчатом регулировании приблизительно на 23 %, а минимум уровня жидкости в гидравлической системе – примерно на 31 %.

На рис. 5, а видно, что в отличие от рис. 5, б минимум напряжения конденсатора для варианта ступенчатого регулирования источника при достаточно больших временах процесса управления принимает отрицательное значение. Но для электрической системы это непринципиально, если конденсатор допускает изменение полярности напряжения на обкладках. Для гидравлической системы работа с отрицательным уровнем в принципе тоже возможна, но тогда конструкция гидравлической системы должна быть несколько иной, чем та, которая изображена на рис. 2. Вместе с тем все расчетные значения тока источника

и подачи насосной установки неотрицательны, о чем свидетельствуют графики рис. 4.

Можно заключить по результатам выполненных расчетов, что гидравлическая система при прочих равных условиях допускает большую экономию энергии за счет оптимального управления по сравнению с вариантом ступенчатого регулирования, чем электрическая. Связано это с тем, что функционал, исследуемый на экстремум, в случае гидравлической системы зависит от куба показателя производительности – подачи, а в случае электрической системы – от квадрата аналогичного показателя, которым является ток.

Список использованной литературы

1. Филиппова, Т. А. Оптимизация энергетических режимов гидроагрегатов гидроэлектростанций [Текст] / Т. А. Филиппова // Л.: Энергия. – 1975. – 207 с.
2. Бернштейн, Л. Б. Приливные электростанции [Текст] / Л. Б. Бернштейн, В. Н. Силаков, С. Л. Гельфер и др. // М.: Энергоатомиздат, 1987. – 296 с.
3. Григорьев, В. Н. Судоспускные и судоподъемные сооружения (проектирование и строительство) [Текст] / В. Н. Григорьев, Д. В. Марченко, Г. В. Симаков, В. А. Смелов // Л. Стройиздат, Ленингр. отд-ние, 1976, 176 с.
4. Христо, П. Е. Энергосберегающее управление главными насосами сухого дока [Текст] / П. Е. Христо // Электротехнические и компьютерные системы. – К.: Техніка. – 2015. – Вып. № 19 (95). С. 154–159.
5. Христо, П. Е. Энергосберегающий электропривод главных насосов сухого дока на базе дифференциального каскада [Текст] / П. Е. Христо // Электротехнические и компьютерные системы. К.: Техніка. 2016. – Вып. № 22 (98). – С. 200–210.
6. Моисеев, Н. Н. Численные методы в теории оптимальных систем [Текст] / Моисеев Н. Н. // М.: Наука. – 1971. – 424 с.
7. Костишин, В. С. Моделювання режимів роботи відцентрових насосів на основі електрогидравлічної аналогії [Текст] / Костишин В. С. // Івано-Франківськ: Факел. – 2000. – 164с.
8. Азарх, Д. Н. Насосы. Каталог-справочник / Азарх Д.Н. под ред. С. П. Зеленова, А. И. Эйфеля. // Москва. – Государственное научно-техническое издательство машиностроительной и судостроительной литературы, 1953. – 428с.
9. Герасимьяк, Р. П. Оптимальные системы управления электроприводов для студентов специальности 7.092203: учеб пособие [Текст] / Р. П. Герасимьяк // Одесса: ОГПУ, 1998. – 72 с.
10. Петров, Ю. П. Вариационные методы теории оптимального управления [Текст] / Ю. П. Петров // Л.: Энергия. – 1977. – 280 с.
11. Фельдбаум, А. А. Основы теории оптимальных автоматических систем [Текст] / А. А. Фельдбаум // М.: Наука. – 1966. – 624 с.

References

1. Filippova, T. A. (1975), Optimization of the power modes of hydroelectric generators of the hydroelectric power stations [Optimizacija jenergeticheskikh rezhimov gidroagregatov gidrojelektrostantsij]. L., Jenergija, 207 p. (In Russian)
2. Bernshtejn, L. B., Silakov, V.N., Gel'fer, S.L. i dr. (1987), Flood-tide power-stations [Prilivnye jelektrostantsii]. M. Jenergoatomizdat, 296 p. (In Russian)
3. Grigor'ev, V. N., Marchenko, D. V., Simakov, G. V., Smelov, V. A. (1976), Ship-lowering and ship-raising facilities (design and construction) [Sudospusknye i sudopod'emnye sooruzhenija (proektirovanie i stroitel'stvo)]. L. Strojizdat, Leningrad branch, 176 p. (In Russian)
4. Hristo, P. E. (2015), Energy-saving control of a dry dock dewatering pumps [Jenergosberegayuschee upravlenie glavnyimi nasosami suhogo doka]. Scientific and Technical Journal Electrotechnic and computer systems, Publishing house «Technique», c. Kyiv. no 19(95). pp. 154-159. (In Russian)
5. Hristo, P. E. (2016), Energy-saving electric drive of a drydock dewatering pumps based differential cascade [Jenergosberegajushhij jelektroprivod glavnyh nasosov suhogo doka na baze differencial'nogo kaskada]. Scientific and Technical Journal Electrotechnic and computer systems, Publishing house «Technique», c. Kyiv. no 22 (98). pp. 200 – 210. (In Russian)
6. Moiseev, N. N. (1971), Numeral methods are in the theory of the optimal systems [Chislennyye metody v teorii optimal'nyh sistem]. M., Nauka, 424 p. (In Russian)
7. Kostishin, V. S. (2000), A design of the operations modes of centrifugal pumps is on the basis of electro-hydraulic analogy [Modeljvannja rezhimiv roboti vidcentrovih nasosiv na osnovi elektrogidravlichnoii analogii]. Ivano-Frankivs'k, Fakel. 164p. (In Ukrainian)
8. Azarh, D. N. (1953), Pumps. Reference Catalogue-book [Nasosy. Katalog-Spravochnik]. Moscow, State scientific and technical publishing house of machine-building and shipbuilding literature, 428 p. (In Russian)
9. Gerasimjak, R. P. (1998), Optimum control system of electric drive for students of specialty 7.092203: Textbook [Optimal'nye sistemy uprav-

lenija jelektroprivodov dlja studentov special'nosti 7.092203: Ucheb posobie]. Odessa: Odessa State Polytechnic University. 72 p. (In Russian)

10. Petrov, Ju. P. (1977), Variation methods of theory of optimal control [Variacionnye metody te-

orii optimal'nogo upravlenija]. L., Jenergija, 280 p. (In Russian)

11. Fel'dbaum, A. A. (1966), Bases of theory of the optimal automatic systems [Osnovy teorii optimal'nyh avtomaticheskikh sistem]. M., Nauka, 624 p. (In Russian)

OPTIMIZATION OF TRANSIENT IN SYSTEM WITH ELECTRIC AND HYDRAULIC CAPACITY AT PRESENCE OF SOURCE ENERGY LOSSES AND INDIRECT LOSSES OF POWER MEDIUM

P. Khristo

Odessa National Polytechnic University

Abstrat. A decision over of task of optimal control on a criterion a consumable energy minimum is brought by the real voltage source, which works in a chain with parallel connection of ideal capacity and direct-current source. The comparative analysis of optimal and optimized step control law is executed by such system. Analogical problem is set the and decided for the hydraulic system taking into account pipeline resistance and indirect cost of liquid on the minimum energy consumption criterion in the process of hydraulic capacity filling. The conclusion of analytical expressions is given, allowing to expect basic indexes systems of optimal and step control. The laws of optimal and step control are confronted by the electric and hydraulic system. The results of calculations are convinced of that the hydraulic system other things being equal assumes the large economy of energy due to an optimal control as compared to the variant of the optimized step adjusting, what electric. It is constrained with that functional, investigated on an extremum, in case of the hydraulic system depends on the cube of the productivity index is serve, and in case of the electric system - from the square of analogical index, which a current is.

Key words: variation methods, extremals, real voltage source, ideal current source, ideal condenser, pumping station, pipeline resistance, hydraulic capacity

ОПТИМІЗАЦІЯ ПЕРЕХІДНОГО ПРОЦЕСУ У СИСТЕМІ З ЕЛЕКТРИЧНОЮ ТА ГІДРАВЛІЧНОЮ ЄМНІСТЮ ЗА НАЯВНОСТІ ВТРАТ ЕНЕРГІЇ ДЖЕРЕЛА І ПОСТІЙНОЇ ВИТРАТИ ЕНЕРГОНОСІЯ

П. Є. Христо

Одеський національний політехнічний університет

Анотація. Приведено рішення задачі оптимального за критерієм енергоспоживання управління реальним джерелом напруги, працюючим в ланцюзі з паралельним з'єднанням ідеальної ємності і джерела постійного струму. Виконаний порівняльний аналіз закону оптимального і оптимізованого ступінчастого управління такою системою. Аналогічна задача поставлена і вирішена для гідравлічної системи. Зіставлені отримані закони управління електричною та гідравлічною системою.

Ключові слова: варіаційні методи, екстремалі, реальне джерело напруги, ідеальне джерело струму, ідеальний конденсатор, насосна установка, опір трубопроводу, гідравлічна ємність

Получено 04.02.2017



Христо Павел Евгеньевич, специалист, старший преподаватель каф. электромеханических систем с компьютерным управлением Одесского национального политехнического университета, проспект Шевченко, 1, г. Одесса; контактный телефон 0970090177; E-mail: Pavel.John.Khristo@gmail.com

Pavel Khristo, specialist, teacher of The Electromechanic systems with a computer control department, Odessa national polytechnic university, Ukraine, city Odessa, Shevchenko avenue, 1; contact phone 0970090177; E-mail: Pavel.John.Khristo@gmail.com

ORCID ID: 0000-0001-7275-0044