

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ СТАЛЕЙ

Обґрунтована необхідність математичного моделювання та автоматизованого формування аналітичних моделей характеристик електротехнічних сталей для дослідницького проектування, синтезу, аналізу та оптимізації електротехнічних пристроїв. Сформульовані вимоги до цих математичних моделей та запропоновано алгоритм їх автоматизованого формування на основі пологих апроксимуючих функцій з експоненціальним ядром, що дозволяє отримувати математичні моделі у вигляді багатократно диференційованих функцій, які задовольняють заданим вимогам по точності апроксимації.

Обоснована необходимость математического моделирования и автоматизированного формирования аналитических моделей электромагнитных характеристик электротехнических сталей для исследовательского проектирования, синтеза, анализа и оптимизации электротехнических устройств. Сформулированы требования к этим математическим моделям и предложен алгоритм их автоматизированного формирования на основе пологих аппроксимирующих функций с экспоненциальным ядром, что позволяет получать математические модели в виде многократно дифференцируемых функций, которые удовлетворяют заданным требованиям по точности аппроксимации.

Современная электротехническая промышленность производит множество различных видов электротехнических устройств (ЭУ) (электромагнитных и электромеханотронных преобразователей энергии, электроизмерительных систем, электросварочных агрегатов, электрических аппаратов и т.д.), в которых используются самые разнообразные виды магнитных системы (МС) из электротехнической стали (ЭТС). Анализ тенденций совершенствования электротехнических устройств, как одних из важнейших составляющих развития мировой энергетики и энергетики Украины [6, 10] показал, что основными их направлениями являются снижение потерь и расхода электротехнических материалов.

Наиболее дорогим и нежелательным видом потерь в ЭУ являются потери в МС, обусловленные, прежде всего, уровнем удельных потерь $p_{y\partial}$ в используемой ЭТС. Жесткая необходимость снижения уровня потерь в МС потребовала от мировой электротехнической промышленности создания новых марок ЭТС с существенно улучшенными магнитными свойствами и со сниженными удельными потерями [11]. Разработаны методы создания ЭТС с заданными свойствами [5, 7]. Сейчас в мире производится несколько десятков марок ЭТС, которые применяются в производстве ЭУ.

Существенное снижение потерь энергии в МС и расхода ЭТС в ЭУ возможно только при эффективном использовании электротехнических и энергетических свойств используемой ЭТС.

Однако производители ЭТС приводят в каталожных данных только минимальную информацию об их характеристиках. Это, как правило, представленные в табличной форме для промышленной частоты f зависимости:

- характеристика намагничивания (зависимость индукции B от напряженности магнитного поля H), т.е. $B(H)$;
- зависимость $p_{y\partial} = \psi_1(B)$;
- зависимость удельной намагничивающей мощности $q_{y\partial}$ от индукции $q_{y\partial} = \psi_2(B)$;
- толщина и состав ЭТС;
- вид электроизоляционного покрытия.

Следует отметить, что эти зависимости приводятся по экспериментальным данным заводо-производителей ЭТС [8, 11] и в них могут содержаться неизбежные неточности, обусловленные как технологическими отклонениями параметров ЭТС, так и погрешностями эксперимента, что и отражается соответствующими допусками на значения каталожных данных параметров ЭТС.

Однако при исследовательском проектировании, проектном синтезе, анализе и оптимизации ЭУ необходим достаточно большой объем дополнительной информации об электромагнитных свойствах применяемой марки ЭТС, а во многих случаях и о ферромагнитных конструкционных материалах, применяемых в конструктивных компонентах ЭУ.

Кроме того, эта информация должна быть представлена в виде математического описания (математической модели). Это необходимо для возможности моделирования распределения и расчета магнитного поля в МС, определения нагрева МС, удельных потерь и намагничивающей мощности при любых (не только табличных) значениях магнитной индукции и частоты магнитного поля и т.д. В ряде эффективных методов оптимизации и расчетов магнитного поля, переходных процессов в ЭУ, требуется использование непрерывных и дифференцируемых функций магнитной проницаемости μ в зависимости от магнитной индукции, а также ее производных $\mu' = f_1(B)$, $\mu'' = f_2(B)$, зависимости $H(B)$ и т.д.

В связи с ростом количества новых видов ЭТС, перспективой их дальнейшего совершенствования и необходимостью эффективного использования их электромагнитных свойств проблема совершенствования методов и средств адекватного математического моделирования характеристик ЭТС становится все более актуальной, а вследствие своей трудоемкости обуславливает необходимость создания в системах автоматизированного проектирования ЭУ подсистем автоматизированного математического моделирования электромагнитных свойств ЭТС (ПАМЭСЭС). Основное назначение такой подсистемы – автоматизированное формирование на основе каталожных данных (или данных производителя) и хранение в базе данных адекватных математических моделей характеристик ЭТС, описывающих их необходимые электромагнитные и другие свойства ЭТС при различной частоте магнитного поля, с учетом физических свойств стали, состава, технологических особенностей производства, процесса обработки, прокатки, направления намагниченности, вида и способа покрытия и т.д.

Задача формирования математического описания характеристик ЭТС в настоящее время решается на основе применения различных аппроксимационных и интерполяционных методов для аппроксимации прежде всего основной кривой намагничивания $B(H)$. Для этого предлагаются (и реализуются) два подхода:

- интерполяционный [1, 2, 5], при котором для каждого сегмента напряженности $H \in [H_i, H_{i+1}]$ кривую $B(H)$ интерполируют кубическим сплайном. Этот метод отличается простотой и вычислительной эффективностью, позволяет вполне удовлетворительно решать задачу аппроксимации исходной характеристики $B(H)$ и ее первой производной, но возможности кубического сплайна не позволяют смоделировать ее вторую производную как гладкую непрерывную функцию и производные высших порядков;

- аналитический, с помощью одной формулы [3, 4, 9], когда аппроксимацию выполняют на всем диапазоне напряженности $H \in [H_{\min}, H_{\max}]$.

В работе [4] решение выполняется на основе предложенной гиперболической функции:

$$B = (A + B(1 + D \cdot H)^C) \operatorname{th}(D \cdot H), \quad (1)$$

где A, B, C, D – коэффициенты, которые определяются методом наименьших квадратов. Этот подход дает хороший результат для изотропных сталей, но для анизотропных ЭТС погрешности существенно возрастают.

В работе [9] вместо кривой $B(H)$ предложена универсальная аппроксимация зависимости магнитной проницаемости от напряженности в безразмерном виде $\mu^* = \psi(H)$:

$$\mu^*(H) = \left[\frac{\mu_{\max}^*}{\mu_{\max}^* - 1} + \left(\frac{1}{1 - \mu_{\min}^* - 0,17H^{*(1-1,5H^*)}} + \frac{B_s H^{*(b-1)}}{B_{\mu^* \max} k(H^*)} - 1 \right)^{-1} \left| H^* - 1 \right|^b \right]^{-1} + \frac{1}{\mu_{\max}^*}, \quad (2)$$

где μ_{\max}^* – максимальное значение относительной магнитной проницаемости для данного материала; μ_{\min}^* – минимальное значение относительной магнитной проницаемости для данного материала; B_s – индукция насыщения; $B_{\mu^* \max}$ – значение индукции, при котором μ максимальна; b – безразмерный коэффициент, обусловленный технологическими особенностями процесса прокатки; $k(H^*)$ – поправочный коэффициент, который равен

$$k(H^*) = \left(1 + 400 \exp(-9H^{*2}) \right) \left(1 + \frac{1,2}{2 + H^{*0,4}} \right)^{0,9}. \quad (3)$$

Достоинством формулы (2) является хорошая точность и то, что для ее использования необходимы только значения μ_{\min}^* , μ_{\max}^* , B_s , $B_{\mu^* \max}$, которые вычисляются по таблице исходных данных для $B(H)$. Однако при $H^* = 1$ при определенных сочетаниях исходных данных производная от (2) терпит разрыв второго рода, т.е. не позволяет вычислить производные второго рода. Указанные проблемы исключаются при использовании аппроксимации с помощью пологих функций с экспоненциальным ядром, что позволяет получать семейство непрерывных дифференцируемых функций $B(H)$ и $H(B)$.

Идея такой аппроксимации состоит в замене переменной искомой функции, (в данном случае $H(B)$) на новую $\psi = \psi_1(H)$, которая, во-первых, нивелировала бы крутизну исходной кривой $B(H)$, во-вторых нормировала бы диапазон изменения аргумента к единичному отрезку, т.е. $\psi \in [0, 1]$.

В итоге, задача поиска приближения кривой $B(H)$, $H \in [H_{\min}, H_{\max}]$, сводится к поиску приближения кривой $B(\psi) = \varphi(\psi)$, $\psi \in [0, 1]$.

Такую переменную логично назвать функцией

нормирования аргумента. Простейшая функция, отвечающая требованию нормирования, это линейная функция вида:

$$\psi_{\text{лин}}(H) = \frac{H - H_{\min}}{H_{\max} - H_{\min}}. \quad (4)$$

Но линейная функция хоть и преобразует интервал $H \in [H_{\min}, H_{\max}]$ к единичному виду $\psi \in [0, 1]$ но никак не влияет на форму исходной кривой $B(\psi)$, а просто на отрезке $\psi \in [0, 1]$ воспроизводит ее форму. Для изменения же формы (с целью снижения ее крутизны), целесообразно воспользоваться логарифмической функцией нормирования:

$$\psi_{\text{лог}}(H) = \frac{\ln(1 + H - H_{\min})}{\ln(1 + H_{\max} - H_{\min})}. \quad (5)$$

Функция (5) нивелирует крутизну практически любой кривой намагничивания, делая ее более пригодной для визуального анализа и подбора аппроксимирующих функций. К тому же очень хорошо отображаются оба колена кривой намагничивания (рис. 1).

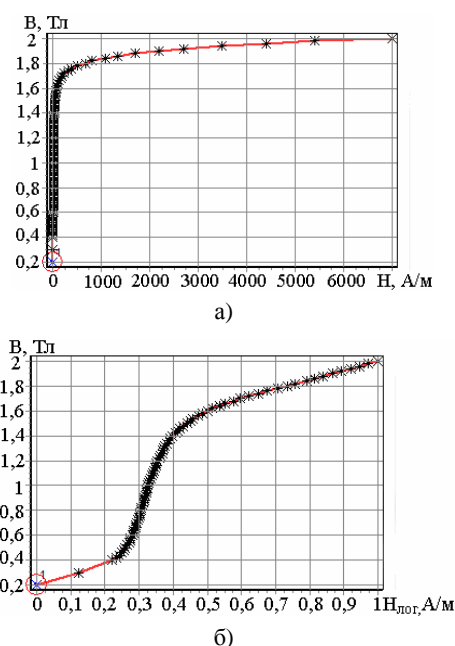


Рис. 1. Характеристика намагничивания для стали 3404 0,35 мм: а) исходной $B(H)$, б) преобразованной $B(\psi)$

По подобию преобразованной кривой $B(\psi)$, была предложена пологая экспоненциальная функция с постоянным масштабом по оси Y , следующего вида

$$\varphi(x) = M_y \cdot \exp[-(M_x(x - x_{sm}))^{2n}]; \quad x \in [0, 1], \quad (6)$$

где M_y – параметр, который отвечает за масштаб (высоту) функции по оси Y ; M_x – параметр, который отвечает за масштаб по оси X , с уменьшением которого график функции растягивается вдоль оси X ; x_{sm} – смещение кривой по оси X (для подбора колена кривизны под исходный график); n – степень крутизны кривой, (целочисленный параметр, при увеличении которого возрастает и крутизна графика функции на обоих коленах).

Функция (6) может быть представлена в более универсальном виде

$$\varphi(x) = M_{yx}(x) \cdot M_y \cdot E(x); \quad x \in [0, 1], \quad (7)$$

где $M_{yx}(x)$ – функция искажения амплитуды по оси Y ; $E(x) = \exp[-(M_x(x - x_{sm}))^{2n}]$ – ядро аппроксимирующей функции, определяющее пологость, крутизну и форму кривой в целом.

Процесс формирования математической модели (ММ) по таблично заданной функции $B(H)$ представлен в виде блок-схемы на рис. 2.

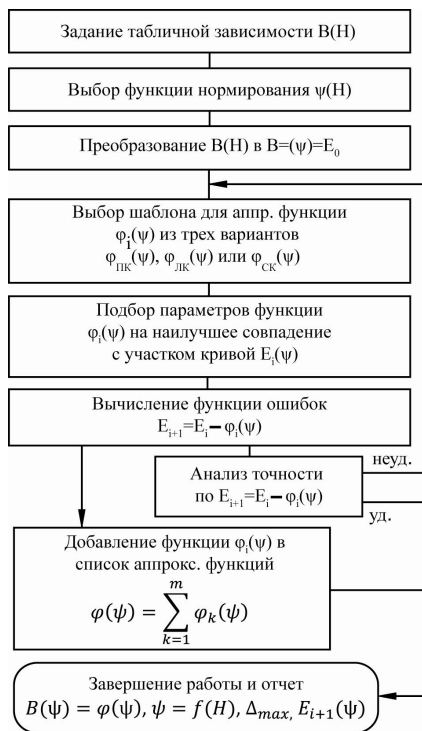


Рис. 2. Блок-схема процесса формирования ММ по исходной зависимости $B(H)$

Пример аппроксимации кривой намагничивания для стали 3404 толщиной 0.35 мм

1. Замена переменной.

На рис. 1,а изображена таблично заданная кривая $B(H)$, подлежащая аппроксимации. Ввиду значительной нелинейности исходной кривой произведем замену переменной аргумента H . В результате получим более удобную для аппроксимации кривую $B(\psi)$ (рис. 1,б), на которой хорошо отображены как начальный участок зависимости $B(H)$, так и участок насыщения.

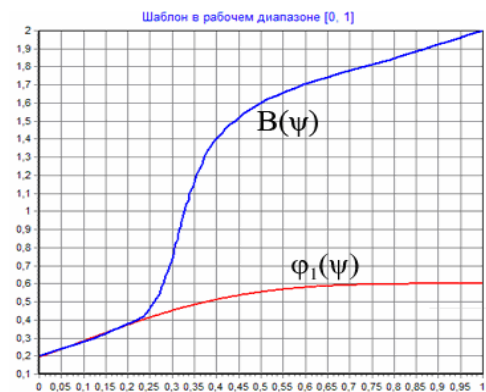
2. Подбор аппроксимирующих функций.

Аппроксимирующие функции $\varphi_i(\psi)$ подбираются не для всей зависимости, а лишь для ее конкретного, нелинейного, участка, например, начального. Следует отметить, что результирующая аппроксимирующая функция определена по всему рабочему диапазону аргумента ψ . Подбор аппроксимирующих функций выполняется в специальном редакторе. Число необходимых функций зависит от характера кривой и требований точности.

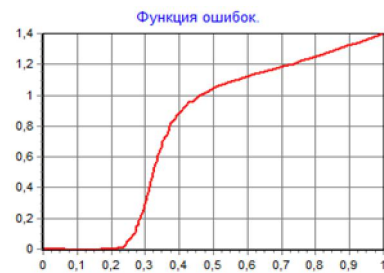
2.1. Подбор первой аппроксимирующей функции выполняется под начальный участок исходной преобразованной кривой $B(\psi)$ для подотрезка $\psi \in [0; \sim 0,23]$ (рис. 3,а). Для этого в редакторе выбирается экспоненциальный шаблон с постоянным коэффициентом амплитудной коррекции и его параметры $M_x = 1$, $M_y = 0.6$, $x_{sm} = 1.03$, $n = 2$ настраиваются на совпадение кривой $B(\psi)$ на подотрезке $\psi \in [0; \sim 0,23]$. При настройке данных параметров на отдельном графике (рис. 3,а) отображаются как исходная кривая $B(\psi)$ так и ее аппроксимирующая функция $\varphi_1(\psi)$. При необходимости аппроксимирующий участок может быть увеличен на все поле просмотра. В том же редакторе предусмотрено поле просмотра функции ошибок (рис. 3,б), в данном случае это функция $E_1 = B(\psi) - \varphi_1(\psi)$.

Как видно из графика функции ошибок E_1 , для подотрезка $\psi \in [0; \sim 0,23]$, ее значения близки нулю. Таким образом, полученная функция на данном подотрезке приближает исходную кривую с абсолютной погрешностью не более 4 %.

2.2. Поскольку функция ошибок E_1 при $\psi > 0.23$ не равна нулю, и погрешность аппроксимации составляет десятки процентов, то необходимо подбирать вторую аппроксимирующую функцию $\varphi_2(\psi)$. Аппроксимирующая функция $\varphi_2(\psi)$ также будет подбираться, под график функции ошибок E_1 . Для данного шаблона, ориентируясь по графику $E_1(\psi)$, (рис. 4,а) подбираем соответствующие параметры $M_x = 0.75$, $M_y = 1.394$, $x_{sm} = 1.637$, $n = 14$, $M_1 = 0.5189$, $M_2 = 1$.

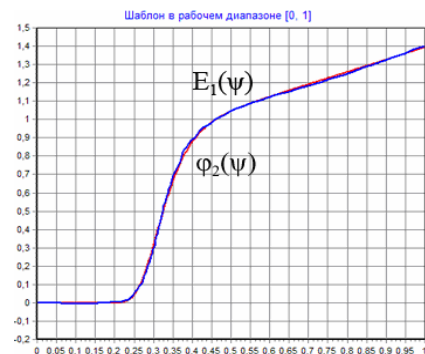


а)



б)

Рис. 3. Подбор первой аппроксимирующей функции: а) поле просмотра функций, б) поле просмотра функции ошибок $E_1 = B(\psi) - \varphi_1(\psi)$



а)



б)

Рис. 4. Подбор второй аппроксимирующей функции для E_1 : а) поле просмотра функций, б) поле просмотра функции ошибок E_2

В результате мы получим функцию

$$\varphi_2 = (0,7233 + 0,6707\psi)e^{-3,1750 \cdot 10^{-4}(\psi - 1,6370)^{28}}, \quad (8)$$

которая приближает функцию ошибок E_1 на всем рабочем отрезке с относительной погрешностью не хуже 0.025 (<0.5 %). Новая функция ошибок $E_2 = E_1 - \varphi_2$ представлена на рис. 4,б, из которого видно, что она содержит только ошибки измерений и дальнейшая аппроксимация не имеет смысла.

Результирующая аппроксимирующая кривая выразится суммой аппроксимирующих функций φ_1 и φ_2 :

$$\varphi(\psi) = B(\psi) = \varphi_1 + \varphi_2 = 0,6e^{-(\psi - 1,030)^4} + (0,7233 + 0,6707\psi)e^{-3,1750 \cdot 10^{-4}(\psi - 1,6370)^{28}}. \quad (9)$$

В редакторе аппроксимирующих функций, для полученной ММ $B(\psi)$ можно также просмотреть график ошибок в процентах от таблично заданных точек (рис. 5), для всего отрезка аргумента ψ , а следовательно, и H .

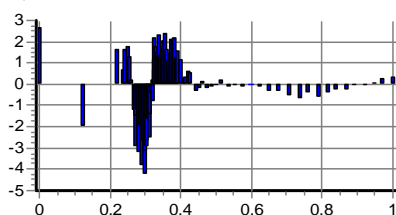


Рис. 5. График распределения погрешностей (в %) по исходным точкам для функции $\varphi(\psi)$

В результате изначально таблично заданную кривую $B(H)$ для любой точки, рабочего отрезка напряженности магнитного поля $H \in [7; 7000]$ можно построить по двум формулам

$$B(\psi) = 0,60e^{-(\psi - 1,030)^4} + (0,7233 + 0,6707\psi)e^{-3,1750 \cdot 10^{-4}(\psi - 1,6370)^{28}}, \quad (10)$$

где $\psi = 0,1130 \cdot \ln(H - 6,0)$ – функция логарифмического нормирования.

Соответственно по этой ММ, могут быть рассчитаны, все остальные зависимости, такие как $B'(H)$, $B''(H)$, $H(B)$, $H'(B)$, $H''(B)$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борзік В.Л. Апроксимація кривої намагнічування сталі в сумішених електричних машинах / В.Л. Борзік // Електротехніка і електромеханіка. – 2003. – № 2. – С. 11-12.
2. Гололобов В.В. Представление кривых намагничивания в численных расчетах магнитного поля / В.В. Гололобов, В.В. Рымша, И.В. Меркулов, А.С. Порайко // Электромашиностроение та електрообладнання. – 1999. – № 5. – С.81-85.
3. Гольдштейн В.Г. Функциональные гиперболические и полиномиальные аппроксимации кривых намагничивания / В.Г. Гольдштейн, В.М. Мякишев, М.С. Жеваев // Моделирование и оптимизация динамических систем и систем с распределенными параметрами, матем. моделирование и краев. задачи: труды IV Всерос. науч. конф. с междунар. участием, 29–31 мая 2007 г.: тезисы докл. Ч.2. – 2007. – С. 44-48.
4. Зубков Ю.В. Аппроксимация кривых намагничивания электротехнической стали при проектировании совмещенных электромеханических преобразователей / Ю. В. Зубков, В. Е. Верещагин // Известия вузов. Электромеханика. – 2007. – № 6. – С. 19-22.
5. Зубрицкий С.М. Аппроксимация основной кривой намагничивания магнитомягких материалов / С.М. Зубрицкий // – Спец. вып.: Материалы ежегодн. науч.-теоретич. конф. молодых ученых. – Вестн. Иркут. ун-та. – Иркутск, 2002. – С. 28-29.
6. Інноваційні пріоритети паливно-енергетичного комплексу України // під заг. ред. А.К. Шидловського. – К.: Укр. енциклопедичні знання, 2005. –512 с.

7. Магнитные свойства электротехнических сталей и сплавов / [Казаджан Л.Б.]; под ред. В. Д. Дурнева. – М.: Наука и технологии, 2000. – 224 с.
8. Молотилов Б.В. Холоднокатаные электротехнические стали / Молотилов Б.В. – М.: Металлургия, 1989. – 168 с.
9. Пентегов И.В. Универсальная аппроксимация кривых намагничивания электротехнических сталей / И.В. Пентегов, А.В. Красножон // Електротехніка і електромеханіка. – 2006. – № 1. – С. 66-70.
10. Пуйло Г. В. Современные тенденции совершенствования силовых трансформаторов / Г. В. Пуйло, И. С. Кузьменко, В. В. Тонгалюк // Електротехніка та електромеханіка. – 2008. – № 2. – С. 48-52.
11. Прокат холоднокатаной тонколистовой электротехнической стали. Каталог продукции. ОАО "Новолипецкий металлургический комбинат" [Электронный ресурс] // Режим доступа: <http://www.nlmk.ru>.

Bibliography (transliterated): 1. Borzik V.L. Aproksimaciya krivoj namagnichivannya stali v sumisчениh elektrichnih mashinah / V.L. Borzik // Elektrotehnika i elektromehaniка. – 2003. – № 2. – S. 11-12. 2. Gololobov V.V. Predstavlenie krivyh namagnichivaniya v chislennyh raschetah magnitnogo polya / V.V. Gololobov, V.V. Rymsha, I.V. Merkulov, A.S. Porajko // Elektromashinobudovannya ta elektroobladnannya. – 1999. – № 5. – S.81-85. 3. Gol'dshtejn V.G. Funkcional'nye giperbolicheckie i polinomial'nye aproksimacii krivyh namagnichivaniya / V.G. Gol'dshtejn, V.M. Myakishev, M.S. Zhevaev // Modelirovanie i optimizaciya dinamičeskix sistem i sistem s raspredelennymi parametrami, matem. modelirovanie i kraev. zadachi: trudy IV Vseros. nauch. konf. s mezhdunar. uchastiem, 29-31 maya 2007 g.: tezisy dokl. Ч.2. – 2007. – S. 44-48. 4. Zubkov Yu.V. Aproksimaciya krivyh namagnichivaniya `elektrotehnicheskoy stali pri proektirovanii sovmeshchennyh `elektromehaničeskix preobrazovatelej / Yu. V. Zubkov, V. E. Vereschagin // Izvestiya vuzov. `Elektromehaniка. – 2007. – № 6. – S. 19-22. 5. Zubrickij S.M. Aproksimaciya osnovnoj krivoj namagnichivaniya magnitomyagkix materialov / S.M. Zubrickij // - Spec. vyp.: Materialy ezhegodn. nauch.-teoretich. konf. molodyh uchenyh. - Vestn. Irkut. un-ta. - Irkutsk, 2002. - S. 28-29. 6. Innovacijni prioriteti palivno-energetičnogo kompleksu Ukraini // pid zag. red. A.K. Shidlov'skogo. - K.: Ukr. enciklopedični znannya, 2005. -512 s. 7. Magnitnye svojstva `elektrotehnicheskix stalej i splavov / [Kazadžhan L.B.]; pod red. V. D. Durneva. – M.: Nauka i tehnologii, 2000. – 224 s. 8. Molotilov B.V. Holodnokatanye `elektrotehnicheskije stali / Molotilov B.V. M.: Metallurgija, 1989. – 168 s. 9. Pentegov I.V. Universal'naya aproksimaciya krivyh namagnichivaniya `elektrotehnicheskix stalej / I.V. Pentegov, A.V. Krasnozhon // - Elektrotehnika i elektromehaniка. 2006. № 1. <http://library.kpi.kharkov.ua/JUR/eie_2006-1.pdf>- S. 66-70. 10. Pujlo G.V. Sovremennye tendencii sovershenstvovaniya silovyh transformatorov / G. V. Pujlo, I. S. Kuz'menko, V. V. Tongalyuk // Elektrotehnika ta elektromehaniка. – 2008. – № 2.– S. 48-52. 11. Prokat holodnokatanoj tonkolistovoj `elektrotehnicheskoy stali. Katalog produkcii. ОАО "Novolipeckij metallurgičeskij kombinat" [Elektronnyj resurs] // Rezhim dostupa: <<http://www.nlmk.ru>>.

Поступила 03.09.2011

Пуйло Глеб Васильевич, д.т.н., проф.,

Насыпаная Елена Петровна,

Левин Дмитрий Михайлович

Одесский национальный политехнический университет

кафедра электрических машин

65044, Одесса, пр. Шевченко, 1

тел. (0482) 7348494, e-mail: kem@oru.ua

Pujlo G.V., Nasypanaya E.P., Levin D.M.

Mathematical simulation of electromagnetic characteristics of electric steels.

The necessity of mathematical simulation and computer-assisted forming of analytical models for electric steels electromagnetic characteristics with the purpose of research designing, synthesis, analysis and optimization of electrical devices is grounded. Requirements for these mathematical models are formulated, an algorithm of their computer-assisted forming on the basis of flat approximating functions with an exponential kernel developed, which allows obtaining mathematical models in the form of repeatedly differentiable functions that satisfy specified requirements for the approximation accuracy.

Key words – subsystem, mathematical models, electric steel, approximating function.