

УДК 004.052

Ю.В. Дрозд, канд. техн. наук, доц., Одес. нац. політехн. ун-т

РАЗВИТИЕ АРИФМЕТИЧЕСКОЙ ОПЕРАЦИИ В КОМПОНЕНТАХ КОМПЬЮТЕРНЫХ СИСТЕМ

Ю.В. Дрозд. Розвиток арифметичної операції в компонентах комп'ютерних систем. Розглядаються особливості розвитку цільових ресурсів комп'ютерних систем — моделей, методів та засобів — на прикладі вдосконалення арифметичної операції, що пройшла шлях від повної, точної форми до скороченої наближеної. Показано прояв природних ресурсів у зближенні цільових ресурсів та на загальній основі покращенні декількох їхніх характеристик, включаючи ті, що традиційно протипоставляються. Описано методи кратного ефекту та запропоновано методи фокусування ефекту, що використовують природні ресурси для суттєвого покращення найважливіших характеристик пристроїв.

Ключові слова: однотактний пристрій, ресурси, паралелізм, наближеність, скорочена операція, фокусування кратного ефекту.

Ю.В. Дрозд. Развитие арифметической операции в компонентах компьютерных систем. Рассматриваются особенности развития целевых ресурсов компьютерных систем — моделей, методов и средств — на примере совершенствования арифметической операции, прошедшей путь от полной, точной формы к сокращенной, приближенной. Показано проявление естественных ресурсов в сближении целевых ресурсов и на общей основе улучшения нескольких их характеристик, включая традиционно противопоставляемые. Описаны методы кратного эффекта и предложены методы фокусирования эффекта, использующие естественные ресурсы для существенного улучшения наиболее важных характеристик устройств.

Ключевые слова: однотактное устройство, ресурсы, параллелизм, приближенность, сокращенная операция, фокусирование кратного эффекта.

Yu.V. Drozd. Development of an arithmetic operation in components of the computer systems. The particularities of development of the target resources in computer systems — models, methods and means — on the example of improvement of the arithmetic operation, that passed a way from complete exact form to truncated approximated one are considered. Activity of the natural resources in narrowing the target resources and on the common base improvement of some their attributes, including the ones traditionally opposed, is shown. Described are the methods of multiple effect and the methods of effect focusing using the natural resources for essential improvement of the most important attributes of devices are offered.

Keywords: simultaneous device, resources, parallelism, fuzziness, truncated operation, focusing of multiple effect.

Решение задач проектирования и диагностики компьютерных систем и их компонентов предполагает выполнение трех условий: осуществление всего объема работ за ограниченное время, т.е. достижение необходимой производительности; получение достоверных результатов; инвестицию целевых ресурсов, направленных на реализацию первых двух условий. Целевые ресурсы содержат все необходимое для решения задачи — модели, методы и средства. Модели являются представлениями человека о мире и его элементах. Методы описывают преобразования, выполняемые над ресурсами. Средства — материалы и инструменты — являются практической реализацией ресурсов и позволяют судить о достоверности моделей и методов [1].

Отличительной чертой целевых ресурсов является их стоимость. Существуют свободно распространяемые целевые ресурсы, например, демонстрационные или учебные версии программных продуктов, бесплатно доступные описания моделей и методов. Однако за все эти ресурсы заплачено трудом нынешних и предшествующих поколений, а доступность к ним имеет коммерческую составляющую, например, рекламную.

Вместе с тем, известны естественные ресурсы, прикладываемые к целевым без дополнительных затрат. Наиболее известны два вида: естественная информационная и естественная временная избыточности, которые образуются при проектировании компонентов компьютер-

ных систем и могут быть использованы при решении задачи их диагностирования [2]. Например, двоичный код, вычисляемый на выходе умножителя чисел, содержит для полного произведения запрещенные значения, которые позволяют диагностировать неправильную работу устройства. Для 2-разрядных чисел, принимающих значения из множества 0, 1, 2 и 3, вычисляется 4-разрядное полное произведение, равное 0, 1, 2, 3, 4, 6 или 9 — всего 7 из 16-ти значений. Остальные 9 значений являются запрещенными и составляют естественную информационную избыточность. В наиболее распространенном контроле умножения по числовому модулю естественная информационная избыточность не используется, а на создание информационной избыточности затрачиваются ресурсы при вычислении контрольных кодов. Например, 4-разрядное полное произведение дополняется двумя разрядами контрольного кода по модулю три, образуя 6-разрядный код, принимающий 64 значения: 16 разрешенных и 48 запрещенных, для которых контрольный код соответственно является и не является остатком произведения по модулю три. В методе контроля умножителя по запрещенным значениям произведения затраты оборудования на контроль составляют $6n$ двухходовых элементов И, ИЛИ, где n — разрядность сомножителей, что в 9 раз проще контроля по числовому модулю [1].

Естественные ресурсы проявляются в процессе совершенствования целевых ресурсов, что может быть рассмотрено на примере развития арифметической операции, выполняемой в цифровых компонентах компьютерных систем.

Целевые ресурсы развиваются, структурируясь под особенности вселенной, из которых наиболее проявленными в компьютерном мире являются параллелизм и приближенность, компьютерные системы и их компоненты развиваются по пути повышения уровня параллелизма и приближенности.

Для точных чисел, т.е. целых по своей природе, разрядность n его формата однозначно определяет точность n и объем диапазона 2^n представления данных, жестко связывая эти характеристики между собой. Обусловленные особенностями вселенной различные требования к диапазону и точности чисел проявились в стремлении решать задачи при ограниченной точности и увеличенном диапазоне, например, вычисление суммы чисел $800 + 100$ в диапазоне $0 \dots 1000$, используя 8-разрядную сетку с диапазоном $0 \dots 255$. Для этого оценивается соотношение объемов этих диапазонов, определяющее масштабирующий коэффициент $k = 4$, и выполняется нормирование исходных данных делением на k : $800 / 4 = 200$ и $100 / 4 = 25$. Сложение нормированных данных 200 и 25 в 8-разрядной сетке определяет результат 225, который умножением на k приводится к диапазону задачи. Так в компьютерной технике было получено представление числа в формате с плавающей точкой: $m k = m B^E$, используя две независимые (т.е. параллельно существующие) компоненты: мантиссу m и масштабирующий коэффициент k , представляемый в позиционных системах счисления экспонентой E на месте степени, в которую возводится фиксированное основание B системы счисления. Разрядности мантиссы m и экспоненты E независимо определяют точность и объем диапазона, соответственно.

Таким образом, модель числа прошла путь развития от точной формы к приближенному представлению с двумя параллельно существующими компонентами: мантиссой и экспонентой.

Результат вычислительной операции также получил развитие от правильного, точного к достоверному приближенному, содержащему старшие верные и младшие неверные разряды. Неисправности цифровых схем вызывают в этих разрядах ошибки, которые являются для достоверности результата соответственно существенными и несущественными. Поэтому в случае несущественной ошибки вычисляется ошибочный, но достоверный результат [1].

Следует отметить ключевую роль операции умножения, которая присутствует в самой записи приближенного числа в форматах с плавающей точкой, а поэтому в том или ином виде сопровождает все операции над мантиссами, наделяя результаты свойствами произведения. Согласно теории ошибок количество верных разрядов приближенного результата не превосходит их количества в операнде. Поэтому все форматы с плавающей точкой — и одинарные, и двойные, и расширенные — поддерживают одинарную точность, при которой мантисса результата наследует разрядность мантиссы операнда [3]. Одинарная точность свидетельствует о развитии арифметической операции от полной точной формы к приближенной, что позволяет выполнять ее с сокращением вычислений. При последовательно-параллельных способах выполнения сокращенная операция не дает никаких преимуществ по сравнению с полной операцией. Однако

при росте параллелизма выполнения операции до уровня однократных вычислительных устройств сокращение вычислений приводит к одновременному почти двукратному упрощению устройства и уменьшению времени вычислений [4].

Таким образом, модель арифметической операции прошла путь развития, повышая параллелизм и приближенность решения задач до уровня ее реализации в однократных устройствах с одинарной точностью, где сокращение вычислений одновременно улучшает две традиционно противопоставляемые характеристики: снижает затраты оборудования и повышает быстродействие.

Следует отметить общий рост уровня параллелизма и приближенности в решениях, принимаемых в процессе развития компьютерных систем и их компонентов. Например, персональные компьютеры прошли путь развития от аппаратной поддержки вычислений с плавающей точкой в сопроцессорах Intel 8087/287/387 необязательной поставки до нескольких конвейеров с плавающей точкой в центральном процессоре семейства Pentium и нескольких тысяч в графическом процессоре, используя технологию CUDA для выполнения параллельных вычислений [5].

Естественные ресурсы на примере естественной информационной и временной избыточности представляются особенностями целевых ресурсов, что существенно расширяет их множество. При пошаговом решении сложной задачи особенности целевых ресурсов, определяемых на предыдущих шагах, могут быть использованы как естественные ресурсы на последующих.

Современный уровень параллелизма и приближенности выполняемых решений задач открывает новое понимание естественных ресурсов и их проявления. Развитие целевых ресурсов под влиянием одних и тех же особенностей вселенной сближает их и совершенствует на единой основе по ряду характеристик, часто ранее находившихся в противоречии. Сокращенная арифметическая операция не только снижает затраты оборудования и время вычислений, но также дает возможность повышать достоверность методов рабочего диагностирования с традиционно высокой вероятностью обнаружения ошибок. В полных операциях над мантиссами высокая вероятность в основном растрчивается на обнаружение наиболее часто встречающихся несущественных ошибок, бракуя достоверные результаты и многократно снижая достоверность традиционных методов рабочего диагностирования [1].

Другим примером проявления естественных ресурсов является технология CUDA, которая на основе высокого уровня параллелизма и приближенности обеспечивает по сравнению с кластерными системами при той же производительности одновременно удешевление решения вычислительной задачи и снижение энергопотребления в 10 и 21 раз, соответственно [6].

Описанное проявление естественных ресурсов порождает методы многократного эффекта, позволяющие одновременно улучшать ряд показателей результата решаемой задачи без каких-либо потерь. На их основе предлагается развивать методы фокусирования эффекта, способные обращать одновременное улучшение ряда показателей в совершенствование наиболее важной характеристики результата.

Например, для сокращенной арифметической операции возможно обратить экономию затрат оборудования и времени вычислений в повышение производительности или снижение энергопотребления. Почти двукратное снижение затрат оборудования позволяет установить два умножителя с сокращением вычислений вместо одного, выполняющего полную операцию, распараллеливая обработку входных данных. Снижение времени вычислений позволяет повысить частоту выполнения операции и соответственно производительность устройств.

Для n -разрядных мантисс множителей сокращение вычислений выполняется исключением из обработки $k = n - \log_2 n$ младших столбцов матрицы конъюнкций произведения. Это уменьшает количество операционных элементов однократного умножителя с $V_{\Pi} = n^2 - 2n$ до $V_C = n^2 - 2n - k(k + 1) / 2$. Время вычислений пропорционально разрядности вычисляемого результата, которая для усеченного произведения снижается по сравнению с полным с $T_{\Pi} = 2n$ до $T_C = 2n - k$. Тогда дублирование умножителя позволяет повысить производительность, приведенную к затратам исходного устройства, в V_{Π} / V_C раз, а сокращение времени — в T_{Π} / T_C раз, что в итоге дает выигрыш в производительности в $P = V_{\Pi} T_{\Pi} / (V_C T_C)$ раз. Например, для $n = 32$ и $n = 64$ производительность увеличивается соответственно в 2,85 и 3,21 раз.

Энергопотребление находится в квадратичной зависимости от напряжения питания, снижение которого увеличивает время вычислений, требуя соответствующего снижения частоты обработки входных данных. Рассмотренная схема дублирования устройства при сохранении

производительности позволяет увеличить время вычислений в P раз. Время вычислений растет с понижением напряжения сначала линейно, а затем с квадратичной зависимостью. Пусть время вычислений увеличивается в $H < P$ раз линейно, а затем квадратично. Тогда энергопотребление снижается в H^2 раз на линейном участке и в P/H раз на квадратичном, что в итоге дает выигрыш в энергопотреблении в HP раз. Например, для $H = 2$ и $H = P$ энергопотребление снижается соответственно в 5,7 и 8,1 раз при $n = 32$, а также в 6,4 и 10,3 раз при $n = 64$.

Таким образом, естественные ресурсы, проявляющиеся в устранении традиционных противоречий между характеристиками целевых ресурсов, создают условия для развития методов кратного эффекта и на их основе методов фокусирования эффекта, позволяющих концентрировать выигрыш от достигаемого уровня параллелизма и приближенности в направлении совершенствования важнейших характеристик, отодвигая верхние ограничения и расширяя круг решаемых задач.

Литература

1. Рабочее диагностирование безопасных информационно-управляющих систем / А.В. Дрозд, В.С. Харченко, С.Г. Антошук и др.; под ред. А.В. Дрозда, В.С. Харченко. — Харьков: Нац. аэрокосм. ун-т им. Н. Е. Жуковского “ХАИ”, 2012. — 614 с.
2. Савченко, Ю.Г. Цифровые устройства, нечувствительные к неисправностям элементов / Ю.Г. Савченко. — М.: Сов. радио, 1977. — 176 с.
3. Goldberg, D. What Every Computer Scientist Should Know About Floating-Point Arithmetic / D. Goldberg // ACM Computer Surveys. — 1991. — Vol. 23, № 1. — P. 5 — 18.
4. Савельев, А.Я. Прикладная теория цифровых автоматов / А.Я. Савельев. — М.: Высш. шк., 1987. — 272 с.
5. Гук, М. Аппаратные средства IBM PC: Энциклопедия / М. Гук. — 2-е изд. — Спб.: Питер, 2003. — 928 с.
6. Осколков, И. NVIDIA CUDA — доступный билет в мир больших вычислений [Электронный ресурс] / И. Осколков <http://old.computerra.ru/interactive/423392/> — 21.06.12.

References

1. Rabochee diagnostirovanie bezopasnykh informatsionno-upravlyayushchikh sistem [On-line testing of the safe instrumentation and control systems] / A.V. Drozd, V.S. Kharchenko, S.G. Antoshchuk and others / ed. by A.V. Drozd, V.S. Kharchenko. — Kharkiv: National Aerospace University named after N.E. Zhukovsky “KhAI”, 2012. — 614 p.
2. Savchenko, Yu.G. Tsifrovye ustroystva, nechuvstvitel'nye k neispravnostyam elementov [Digital fault-tolerant devices] / Yu.G. Savchenko. — Moscow, 1977. — 176 p.
3. Goldberg, D. What Every Computer Scientist Should Know About Floating-Point Arithmetic / D. Goldberg // ACM Computer Surveys. — 1991. — Vol. 23, # 1. — P. 5 — 18.
4. Saveliev, A. Ya. Prikladnaya teoriya tsifrovyykh avtomatov [Applied theory of digital machines] / A.Y. Saveliev. — Moscow, 1987. — 272 p.
5. Guk M. Apparattnye sredstva IBM PC: Entsiklopediya [Hardware means of IBM PC: Encyclopedia]. 2nd ed. / M. Guk. — St. Petersburg, 2003. — 928 p.
6. Oskolkov, I. NVIDIA CUDA — dostupnyi bilet v mir bolshikh vychisleniy [NVIDIA CUDA — an available ticket to the world of large calculations] [Electronic resource] / I. Oskolkov <http://old.computerra.ru/interactive/423392/> — 21.06.12.

Рецензент д-р техн. наук, проф. Одес. нац. политехн. ун-та Положаенко С.А.

Поступила в редакцию 15 октября 2013 г.