

УДК 004.942:624.073.12

DOI: 10.15587/1729-4061.2016.85451

ОПТИМИЗАЦИЯ РАВНОНАПРЯЖЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ РЕЗЕРВУАРОВ В САПР

О. С. Савельева

Доктор технических наук, доцент*

E-mail: okssave@gmail.com

Ю. М. Хомяк

Кандидат технических наук, доцент*

E-mail: jomiak38@gmail.com

И. И. Становская

Кандидат технических наук**

E-mail: iraidasweet07@rambler.ru

А. В. Торопенко

Кандидат технических наук*

E-mail: alla.androsyk@gmail.com

Е. А. Науменко*

E-mail: jenyanaumenko@mail.ru

*Кафедра нефтегазового и химического машиностроения***

Кафедра высшей математики и моделирования систем*

***Одесский национальный

политехнический университет

пр. Шевченко, 1, г. Одесса, Украина, 65044

Запропоновано метод проектування рівнонапружених вузлів циліндричних резервуарів, що містять плоскі круглі пластини змінної товщини, форма діаметральних перерізів яких моделюється рівнянням Гаусса. Для рішення рівняння вигину цих пластин використовуються вироджені гіпергеометричні функції Куммера та Уиттекера. Метод випробуваний в реальному проектуванні з позитивним техніко-економічним ефектом

Ключові слова: рівнонапружені деталі, функції Куммера і Уиттекера, пластини змінної товщини, САПР

Предложен метод проектирования равнонапряженных узлов цилиндрических резервуаров, содержащих плоские круглые пластины переменной толщины, форма диаметральных сечений которых моделируется уравнением Гаусса. Для решения уравнения изгиба этих пластин используются вырожденные гипергеометрические функции Куммера и Уиттекера. Метод испытан в реальном проектировании с положительным технико-экономическим эффектом

Ключевые слова: равнонапряженные детали, функции Куммера и Уиттекера, пластины переменной толщины, САПР

1. Введение

В процессе создания новых деталей машин проектировщик должен всегда стремиться к максимальной эффективности проекта. Одним из составляющих такой эффективности является требование равнонапряженности деталей. Это обеспечивает максимальное значение отношения «сопротивление/масса» и, соответственно, минимальную материалоемкость изделия в целом.

К сожалению, добиться полного равенства напряжений во всех точках детали невозможно даже для статической задачи. Это объясняется различным влиянием нагружения на отдельные элементы деталей сложной формы, неоднородностью их материала и другими конструктивными и технологическими особенностями. Поэтому любая попытка проектирования равнонапряженных деталей будет лишь способом приблизиться к максимуму эффективности.

Известно, что, например, в корпусах аппаратов, работающих под давлением, наиболее слабым элементом, с точки зрения неравномерности распределения напряжений, является плоское днище, в связи с чем приходится увеличивать его толщину в 3–5 раз по сравнению с толщиной стенки.

Решение этой проблемы предложено путем замены плоского днища на днище, имеющее от центра к периферии переменную толщину. Расчет такой толщины, которая обеспечивает наибольшее приближение днища под нагрузкой к равнонапряженному состоянию, является актуальным направлением исследований.

2. Анализ литературных данных и постановка проблемы

Большинство машиностроительных деталей и узлов содержат технологические полости и отверстия. Они не нужны для выполнения деталями функциональных «обязанностей» и придают этим деталям причудливые, зачастую нетехнологичные формы. Конструкторы, например, интуитивно заменяют в объектах проектирования круглый сплошной прокат на трубу, круглую трубу на эллиптическую, удаляют часть «тела» зубчатых колес, конструкционных панелей и многое другое [1].

Наиболее ярко это проявляется в деталях, предназначенных для объектов транспорта, отсюда, например, сложные формы деталей фюзеляжа самолетов и ракет [2], кузовов автомобилей [3]. От правильно рассчитанной формы зависит надежность ответственных

ных деталей – лопаток турбин [4] и многое другое. Цель такого усложнения – получить равнонапряженную деталь или узел, что, как известно [5, 6], позволяет получить наиболее благоприятное соотношение масса детали/ее напряженно-деформированное состояние (НДС).

Еще одним примером таких конструкций являются сосуды, работающие под давлением, их корпуса и днища [7]. Наиболее распространенными элементами существующих корпусных конструкций сосудов являются пластины и оболочки постоянной толщины. В большинстве случаев (как при плоском напряженном состоянии, так и при изгибе) поля возникающих в них напряжений являются существенно неоднородными [8]. Следовательно, практически невозможна минимизация массы корпусных конструкций без использования в них элементов переменной толщины.

В некоторых случаях находят паллиативное решение этой проблемы, например, стенки крупных вертикальных цилиндрических резервуаров для хранения нефтепродуктов изготавливают со ступенчато изменяющейся толщиной [9, 10]. Подобное решение также должно основываться на расчете пластин переменной толщины, контур которых упруго крепится к цилиндрической стенке резервуара.

По условиям нагружения таких объектов наиболее напряженным участком являются места стыка (чаще всего, сварки) обечайки и днища [11]. Прочностные расчеты показывают, что именно в этом месте толщина днища должна быть наибольшей, что приводит к весьма нетехнологичному решению: изготавливать днища сосудов в виде круглых пластин с переменной от центра к краю толщины [12–14].

Естественно предположить, что конструкция такого сложного изделия должна получаться в результате сложных расчетов по уравнениям сопротивления материалов, представляющим собой неоднородные дифференциальные уравнения второй степени [15]. Решение таких уравнений для конкретных объектов записывают в виде суммы общего и частных решений, то есть оно состоит из двух линейно независимых функций [16].

Однако такие подходы не обеспечивают оптимизацию конструкций сосудов, так как получаемые при этом детали и узлы равнонапряженности еще не гарантируют одновременного достижения минимальной массы будущего объекта [17]. В то же время, существует математический аппарат гипергеометрических функций, с помощью которого подобная проблема может быть решена [18].

Для одновременного достижения равнонапряженности и минимальной массы необходимо разработать новый метод, учитывающий такую постановку эффективной оптимизации и модель изгиба пластин разной толщины для реализации этого метода.

3. Цель и задачи исследования

Целью исследования является снижение металлоемкости конструкций на этапе автоматизированного проектирования путем создания равнонапряженных конструктивных элементов при сохранении показателей их надежности за счет рационального перераспределения используемых материалов внутри элемента.

Для достижения этой цели в работе были поставлены следующие задачи:

- разработать метод оптимизации формы круглой пластины переменной толщины, заключающийся в переходе от фиксированной толщины пластинки в ее центре к ее фиксированному объему;
- разработать модель изгиба круглой пластины переменной толщины в виде экспоненциальной функции Гаусса, учитывающую зависимость толщины в центре пластинки от ее объема.

4. Разработка математического обеспечения проектирования пространственных равнонапряженных деталей

4.1. Метод проектирования формы равнонапряженных узлов сопряжения конструктивных элементов

Рассмотрим круглые пластинки радиуса R , поверхности которых либо одна плоская и одна вогнутая (рис. 1, а), либо обе – вогнутые (рис. 1, б).

Изменение толщины пластинки в радиальном направлении r в достаточно общем случае можно описать функцией Гаусса [8]:

$$\delta(r) = \delta_0 \exp(-nr^2/6R^2), \quad (1)$$

где δ_0 – толщина пластины в центре при $r=0$.

Параметр n в уравнении (1) определяет интенсивность изменения толщины круглой пластины в радиальном направлении. В окружном направлении толщина остается постоянной, т. е. форма пластины предполагается осесимметричной.

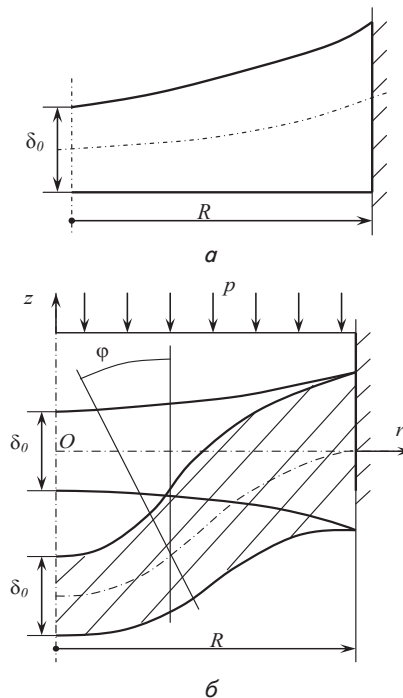


Рис. 1. Круглая пластина переменной толщины, защемленная по контуру $r=R$: а – плоско-вогнутая форма диаметрального сечения; б – двояковогнутая форма диаметрального сечения в исходном и деформированном нагрузкой p (заштриховано) состояниях

Плоско-вогнутая форма сечения пластинки получается, если $\delta(r)$ откладывать от плоской нижней поверхности, двояковогнутая – если по обе стороны от плоскости $z=0$ откладывать размеры $0,5\delta(r)$. Получаемая таким образом форма диаметального сечения является достаточно общей, так как функцией (1) при положительных значениях параметра n могут быть описаны также и пластинки с выпуклыми поверхностями (кривые 4 и 5, рис. 2).

Формы поверхностей с параметром $n < 0$ можно рекомендовать для круглых пластин, изгибаемых поперечной нагрузкой p при жестком защемлении их контура, когда на контуре действует максимальный изгибающий момент (рис. 1, б). При шарнирном закреплении контура максимальный изгибающий момент возникает в центре пластины и предпочтительной становится форма с максимальной толщиной в центре, когда $n > 0$.

При оптимизации формы диаметального сечения круглой пластинки стремились к минимизации ее массы, определяемой объемом использованного материала.

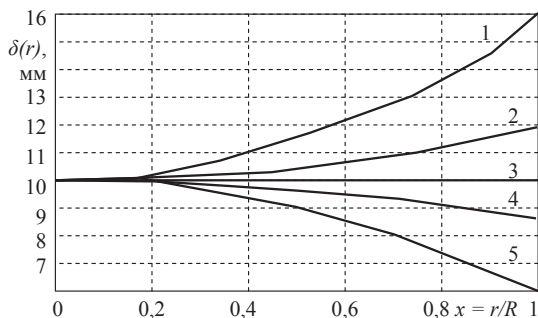


Рис. 2. Графики зависимости толщины круглой пластины от её относительного радиуса $x=r/R$ при $\delta_0=10$ мм для некоторых значений параметра n : $n=-3$ (1); $n=-2$ (2); $n=0$ (3); $n=+2$ (4); $n=+3$ (5)

Для жестко защемленной пластинки эта цель достигается перемещением материала из недогруженной центральной зоны к периферии при сохранении постоянным объема пластины V_0 . Формула, определяющая изменение толщины такой пластины в радиальном направлении, получена из (1) в виде

$$\delta_v(x) = \frac{V_0}{\pi R^2} \cdot \frac{n}{6[1 - \exp(-n/6)]} \exp\left(-\frac{nx^2}{6}\right). \quad (2)$$

Второй сомножитель в (2) имеет неопределенность при $n=0$. Для этого значения следует принять

$$\lim_{n \rightarrow 0} K(n) = \lim_{n \rightarrow 0} \frac{n}{6[1 - \exp(-n/6)]} = 1. \quad (3)$$

Изменение толщины в радиальном направлении, определяемое функцией (2) для некоторых значений параметра $n \leq 0$, представлено на рис. 3.

Отметим, что вследствие экспоненциальности зависимости (2) при $n < 0$ толщина на контуре пластинки возрастает значительно интенсивнее, чем убывает в центре: отношение $\delta(1)/\delta(0) = \exp(-n/6)$. Например, при $n = -10$ толщина на контуре пластинки в 5,3 раза больше, чем в центре.

Дифференциальное уравнение осесимметричного изгиба такой пластины при равномерно распределенной нагрузке (давлении) p относительно угла поворота нормали к срединной поверхности ϕ имеет второй порядок [5]:

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} + \left(\frac{1}{x} - nx\right) \frac{d\phi}{dx} - \left(\frac{1}{x^2} + \mu n\right) \phi = -\bar{p}x \exp\left(\frac{nx^2}{2}\right). \quad (4)$$

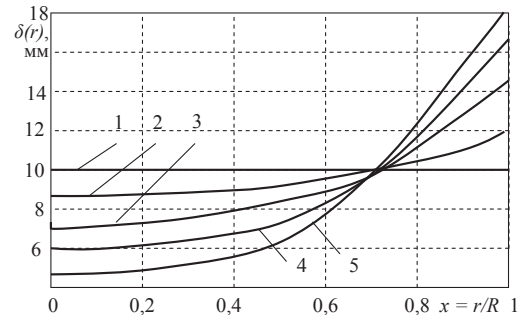


Рис. 3. Графики зависимости толщины круглой пластины от её относительного радиуса $x=r/R$ при $V_0/(\pi R^2)=10$ мм для некоторых значений параметра n : $n=0$ (1); $n=-2$ (2); $n=-4$ (3); $n=-6$ (4); $n=-8$ (5)

Содержащийся в правой части уравнения (4) безразмерный параметр \bar{p} зависит от принятой математической модели диаметального сечения пластины:

– при уравнении формы пластины в виде (1) имеем:

$$\bar{p} = \bar{p}_\delta = 6(1 - \mu^2) \frac{pR^3}{E\delta_0^3}; \quad (5)$$

– при уравнении формы пластины в виде (2) имеем:

$$\bar{p} = \bar{p}_v = 6(1 - \mu^2) \frac{p}{E} \left[\frac{6\pi R^3}{V_0} \cdot \frac{1 - \exp(-n/6)}{n} \right]^3, \quad (6)$$

где p – интенсивность равномерно распределенной нагрузки; E, μ – модуль упругости и коэффициент Пуассона материала пластины.

Интеграл неоднородного уравнения (2) состоит из двух слагаемых, частного и общего решений.

Частное решение выглядит следующим образом:

$$\phi_0 = -\frac{\bar{p}x}{(3 - \mu)n} \exp\left(\frac{nx^2}{2}\right), \quad (7)$$

где \bar{p} определяется формулой (5) или (6), в зависимости от способа задания формы диаметального сечения пластины.

Общее решение однородного уравнения (4) (при равенстве нулю правой части) задано в [5] степенным рядом, что при практических расчетах представляет определенные вычислительные трудности. В настоящей работе решение этого однородного уравнения представлено с помощью вырожденных гипергеометрических функций Уиттекера $M_{k,\gamma}(z), W_{k,\gamma}(z)$ [17]:

$$\phi_1(x) = \frac{\exp(0,25nx^2)}{x} \left[C_1 M_{k,\gamma}\left(\frac{1}{2}nx^2\right) + C_2 W_{k,\gamma}\left(\frac{1}{2}nx^2\right) \right], \quad (8)$$

где $k=(1-\mu)/2, \gamma=1/2; C_1$ и C_2 – произвольные постоянные.

Собственные функции решения (8) равны:

$$F_1(x) = x^{-1} \exp(0,25nx^2) M_{k,\gamma} \left(\frac{1}{2} nx^2 \right), \quad (9)$$

$$F_2(x) = x^{-1} \exp(0,25nx^2) W_{k,\gamma} \left(\frac{1}{2} nx^2 \right). \quad (10)$$

Примеры графиков функций (9) и (10) при значениях $n=3$ и коэффициенте Пуассона $\mu=0,3$ представлены на рис. 4.

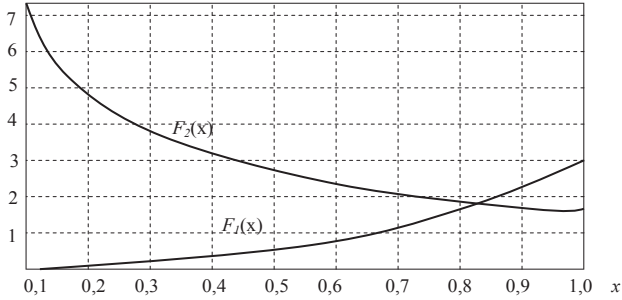


Рис. 4. Примеры графиков собственных функций (9) и (10)

Функция $F_2(x)$ неограниченно возрастает при $x \rightarrow 0$, поэтому для круглой пластины принимали в (5) $C_2=0$. Для кольцевой пластины константы C_1 и C_2 могут быть определены из граничных условий.

Функции Уиттекера в некоторых случаях усложняют анализ получаемых решений, поэтому в работе было предложено заменить их функциями Куммера [16]:

$$M_{k,\gamma}(z) = e^{-z/2} z^{1/2+\gamma} M \left(\frac{1}{2} + \gamma - k; 1 + 2\gamma; z \right), \quad (11)$$

$$W_{k,\gamma}(z) = e^{-z/2} z^{1/2+\gamma} U \left(\frac{1}{2} + \gamma - k; 1 + 2\gamma; z \right). \quad (12)$$

После подстановки функций (11) и (12) в (8) получаем:

$$\begin{aligned} \phi_1(x) = & x^{\gamma-1/2} \left[C_1 M \left(\frac{1}{2} + \gamma - k; 1 + 2\gamma; \frac{1}{2} nx^2 \right) + \right. \\ & \left. + C_2 U \left(\frac{1}{2} + \gamma - k; 1 + 2\gamma; \frac{1}{2} nx^2 \right) \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

При приведенных выше значениях параметров γ, k и частном решении (7) угол поворота нормали к срединной поверхности пластинки определяется в виде:

$$\begin{aligned} \phi(x) = & \phi_0(x) + \phi_1(x) = \\ = & \frac{nx}{2} \left[C_1 M \left(\frac{1+\mu}{2}; 2; \frac{1}{2} nx^2 \right) + C_2 U \left(\frac{1+\mu}{2}; 2; \frac{1}{2} nx^2 \right) \right] - \\ & - \frac{\bar{p}x}{(3-\mu)n} \exp \left(\frac{nx^2}{2} \right). \end{aligned} \quad (14)$$

Решение в форме (11) может быть использовано для кольцевых пластинок, т. е. в тех случаях, когда относительный радиус их контуров $x_1 \leq x \leq 1$. Для сплошных пластинок, например для днища или крышки цилиндрического сосуда, нужно принимать $C_2=0$, так как решение с функцией Куммера второго рода

неограниченно возрастает при $x \rightarrow 0$. Следовательно, решение задачи изгиба сплошной круглой пластинки переменной толщины будем искать в виде:

$$\frac{nx}{2} \cdot U \left(\frac{1+\mu}{2}; 2; \frac{nx^2}{2} \right)$$

неограниченно возрастает при $x \rightarrow 0$. Следовательно, решение задачи изгиба сплошной круглой пластинки переменной толщины будем искать в виде:

$$\begin{aligned} \phi(x) = & C_1 \frac{nx}{2} \cdot M \left(\frac{1+\mu}{2}; 2; \frac{1}{2} nx^2 \right) - \\ & - \frac{\bar{p}x}{(3-\mu)n} \exp \left(\frac{nx^2}{2} \right). \end{aligned} \quad (15)$$

Очевидно, что решение (15) удовлетворяет необходимому условию $\phi|_{x=0} = 0$.

Если зависимость угла поворота нормали к срединной поверхности пластинки $\phi(x)$ определена, то уравнение этой поверхности найдем интегрированием:

$$\begin{aligned} w(r) = & -R \int \phi(x) dx + C_0 = \\ = & C_0 + \frac{C_1 R [F_1(x) + F_2(x)]}{(1-\mu)(3-\mu)} - \frac{\bar{p} R x \exp(0,5nx^2)}{(3-\mu)n^2}, \end{aligned} \quad (16)$$

где

$$F_1(x) = [3 - \mu(4 - \mu) - nx^2(3 - \mu)] M \left(\frac{1+\mu}{2}; 2; \frac{nx^2}{2} \right), \quad (17)$$

$$F_2(x) = [3 + \mu(2 - \mu)] M \left(\frac{3+\mu}{2}; 2; \frac{nx^2}{2} \right). \quad (18)$$

Перейдем далее к моделям, содержащим нагруженные пластины. В этом случае радиальный и окружной изгибающие моменты определяются формулами:

$$M_r = \frac{D_1(x)}{a} \left(\frac{d\phi(x)}{dx} + \frac{\mu}{x} \phi(x) \right), \quad (19)$$

$$M_t = \frac{D_1(x)}{a} \left(\frac{\phi(x)}{x} + \mu \frac{d\phi(x)}{dx} \right), \quad (20)$$

где цилиндрическая жесткость пластинки с переменной толщиной, соответствующей (1), имеет вид:

$$D_1(x) = \frac{E\delta_0^3}{12(1-\mu^2)} \exp \left(-\frac{nx^2}{2} \right). \quad (21)$$

В результате получаем формулу для радиального изгибающего момента (14).

Производная функции (12) выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{d\phi}{dx} = & C_1 \frac{n}{2} \left[(1+\mu) M \left(\frac{3+\mu}{2}; 2; \frac{nx^2}{2} \right) - \mu M \left(\frac{1+\mu}{2}; 2; \frac{nx^2}{2} \right) \right] - \\ & - \frac{\bar{p}(1+nx^2)}{(3-\mu)n} \exp \left(\frac{nx^2}{2} \right). \end{aligned} \quad (22)$$

Учитывая (12) и (22), найдем

$$M_r = \frac{D_1(x)}{an} \left\{ C_1 \left[M_2 + \left(\frac{n^2 x}{2} - \mu \right) M_1 \right] - \frac{\bar{p}(1-x+nx^2)}{(3-\mu)n} \exp\left(\frac{nx^2}{2}\right) \right\}, \quad (23)$$

где

$$M_1 = M\left(\frac{1+\mu}{2}, 2, \frac{nx^2}{2}\right), \quad M_2 = (1+\mu)M\left(\frac{3+\mu}{2}, 2, \frac{nx^2}{2}\right).$$

Из (13) и (18) получены выражения для угла поворота нормали и изгибающего момента на контуре пластинки

$$\phi(1) = C_1 \frac{n}{2} M\left(\frac{1+\mu}{2}, 2, \frac{1}{2}n\right) - \frac{\bar{p}}{(3-\mu)n} \exp\left(\frac{n}{2}\right), \quad (24)$$

$$M_r(1) = \frac{D}{a} \left[C_1 \left[M_2(1) + (0,5n^2 - \mu)M_1(1) \right] - \frac{\bar{p}x^2}{(3-\mu)} \exp\left(\frac{n}{2}\right) \right]. \quad (25)$$

Для конструирования равнонапряженной пластины после определения изгибающих моментов (19) и (20) вычисляются радиальные напряжения:

$$\sigma_r(x) = \frac{6M_r(x)}{\delta_v(x)}. \quad (26)$$

Затем находим значение параметра n , при котором:

$$\sigma_r(0) = \sigma_r(1). \quad (27)$$

Постоянную интегрирования C_1 определяем из условий закрепления пластины по контуру $x=1$. В итоге схема предложенного метода оптимизации формы круглой пластины переменной толщины, заключающийся в переходе от фиксированной толщины пластинки в ее центре к ее фиксированному объему, имеет вид, представленный на рис. 5.

4. 2. Модель изгиба круглой пластины переменной толщины

Как видно из рис. 5, работа метода начинается с построения модели изгиба круглой пластины переменной толщины. Предложенная модель в виде экспоненциальной функции Гаусса позволяет определять оптимальную (равнонапряженную, минимальной массы) форму сплошной круглой пластины с произвольным закреплением по внешнему контуру. Модель позволяет отображать такое закрепление в промежутке от абсолютно свободного (шарнирного опирания) до абсолютно жесткого (защемленного). Рассмотрим абсолютно жесткое закрепление. Найдем для этого случая постоянную интегрирования C_1 из (24) при условии закрепления пластинки на контуре $x=1$:

$$C_1 = \frac{2\bar{p}}{(3-\mu)n^2} \frac{\exp(0,5n)}{M(0,5(1+\mu), 2; 0,5n)}. \quad (28)$$

Подставляем найденное по (28) значение C_1 в (24) и получаем решение для жесткого закрепления:

$$\phi(x) = \frac{\bar{p}x}{(3-\mu)n} \times \left[\frac{\exp(0,5n)}{\exp(0,5nx^2)} \cdot \frac{M(0,5(1+\mu), 2; 0,5nx^2)}{M(0,5(1+\mu), 2; 0,5n)} - 1 \right] \exp\left(\frac{nx^2}{2}\right). \quad (29)$$

Для подтверждения адекватности модели жесткого закрепления в виде экспоненциальной функции Гаусса проведем вычислительный эксперимент.

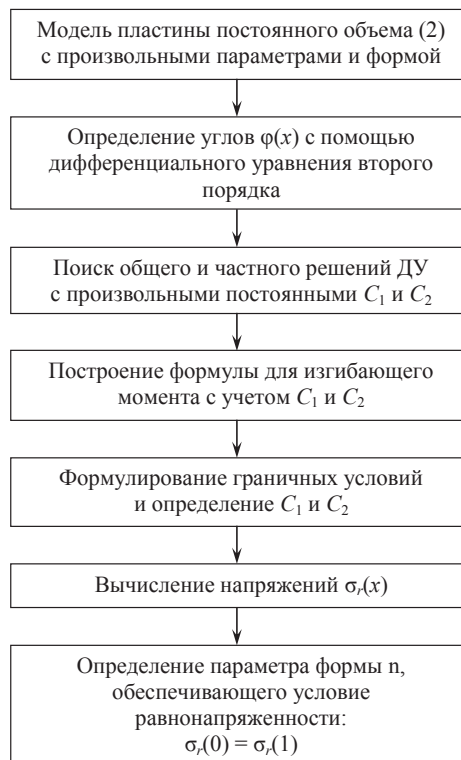


Рис. 5. Схема метода оптимизации формы круглой пластины

Для этого построим график зависимости функции (29) от аргумента x и параметра n (рис. 6).

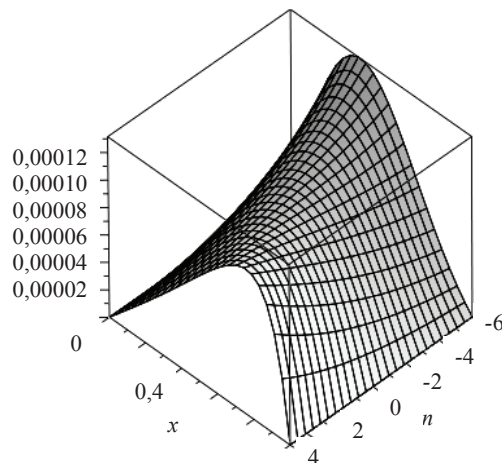


Рис. 6. График зависимости функции (29) от аргумента x и параметра n

На рис. 6 видно, что функция угла поворота (x) при любом значении параметра n при $x=0$ и при $x=1$ равна

нулю. Это соответствует граничным условиям жесткого закрепления при осесимметричном деформировании пластины, что подтверждает адекватность принятой модели и обеспечивает возможность ее корректного использования в методе оптимизации формы круглой пластины переменной толщины (рис. 5).

5. Обсуждение предложенного метода проектирования равнонапряженных узлов цилиндрических резервуаров

Результатом исследования является подтверждение эффективности использования метода оптимизации формы круглой пластины переменной толщины, заключающегося в переходе от фиксированной толщины пластинки в ее центре к ее фиксированному объему. Результат также дополняет модель изгиба круглой пластины переменной толщины в виде экспоненциальной функции Гаусса. Модель учитывает зависимости толщины в центре пластинки от ее объема, используемая в рамках предложенного метода.

Положительный эффект исследования подтверждает также практическое внедрение его результатов в реальном САПР, действующем на производстве сосудов, работающих под давлением. Для этого на ПАО «Бердичевский машиностроительный завод «Прогресс» (Украина) были проведены испытания описанного выше метода проектирования равнонапряженных узлов сопряжения цилиндрических и плоских корпусных элементов на основе моделирования формы последних гипергеометрическими функциями.

В качестве объекта проектирования была выбрана емкость, предназначенная для приема, хранения и выдачи концентрированных серной и азотной кислот на складах водоподготовительных установок, в составе которых имеются ионообменные фильтры. В результате практических испытаний нового метода проектирования получена конструкция днища емкости, сечение которого соответствует схеме, приведенной на рис. 1, т. е. такое днище обладает толщиной, увеличива-

ющейся к его краям. Форма такого сечения описывается выражением (2) при значениях толщины исходного (плоского) днища $\delta_0=0,008$ м, радиуса днища $R=0,4$ м и параметра $n=-2$. Интегрируя (2) при этих условиях, получим объем нового днища, равный $9,32 \cdot 10^{-3}$ м³, что по сравнению с объемом исходного цилиндрического днища, равном $\pi R^2 \delta_0 / 4 = 10,05 \cdot 10^{-3}$ м³, дает экономию 7,15 % объема (а, значит, и массы) при сохранении прочностных характеристик днища в целом.

6. Выводы

1. Разработан метод оптимизации формы круглой пластины переменной толщины, заключающийся в переходе от фиксированной толщины пластинки в ее центре к ее фиксированному объему, что позволило обеспечивать равнонапряженность пластины. Метод отличается от известных тем, что он аналитически решает две задачи: находит семейство «равнонапряженных форм» детали (их для заданных исходных данных, как правило, бесконечное множество) и выбирает из них деталь наименьшей массы.

Это обеспечивает максимальную эффективность процесса оптимизации формы и позволяет достичь максимального технико-экономического эффекта.

2. Предложена гипергеометрическая универсальная модель изгиба круглой пластины переменной толщины в виде экспоненциальной функции Гаусса. Модель учитывает зависимость толщины в центре пластинки от ее объема, что позволило использовать ее в рамках предложенного метода оптимизации формы. Модель позволяет отображать закрепление днища в обечайке сосуда, работающего под давлением, в промежутке от абсолютно свободного (шарнирного) до абсолютно жесткого (защемленного). Для этого, в первом случае, условно предполагается жесткость обечайки равной нулю, а во втором, – бесконечности. Для реальных объектов модель позволяет назначать значение жесткости произвольно в этом промежутке.

Литература

1. Arnab, B. Finite difference solution to thermoelastic field in a thin circular FGM disk with a concentric hole [Text] / B. Arnab, S. M. R. Islam, A. A. Khalak, A. M. Asfar // *Procedia Engineering*. – 2014. – Vol. 90. – P. 193–198. doi: 10.1016/j.proeng.2014.11.836
2. Cerulli, C. Parametric Modeling of Aircraft Families for Load Calculation Support [Text] / C. Cerulli, P. Meijer, M. van Tooren, J. Hofstee // 45th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics & Materials Conference. – 2004. doi: 10.2514/6.2004-2019
3. Goncharova, O. Method of Durability Life Approval of Motor Vehicle Axle Beam for Design Optimization [Text] / O. Goncharova, V. Maksimov, D. Jankovich // XVI Conference “Science and Motor Vehicles-97”. – Belgrade, 1997. – P. 175–178.
4. Водопьянов, А. И. Причины и механизмы разрушений в эксплуатации лопаток турбины двигателя НК-8-2У [Текст] / А. И. Водопьянов, П. В. Павленко // *Научный вестник МГТУ ГА. Серия Аэромеханика и прочность*. – 2007. – № 119. – С. 36–40.
5. Aryassov, G. The calculation of round plates under the action of local loading by generalized functions [Text] / G. Aryassov, D. Gornostajev // 13th International Symposium «Topical Problems in the Field of Electrical and Power Engineering». – Parnu, 2013. – P. 296–299.
6. Становский, А. Л. Оптимизация профиля несущих элементов металлоконструкций [Текст] / А. Л. Становский, В. Г. Максимов, О. Е. Гончарова // *Науковий вісник ОППУ*. – 1998. – № 6. – С. 139–144.
7. Daschenko, O. Mathematical model of connections cylindrical shell with the bottom variable thickness [Text] / O. Daschenko, O. Stanovskyi, Yu. Khomiak, E. Naumenko // «Information technology and automation – 2016»: Proceedings IX Annual scientific conference. – Odessa, ONAFT, 2016. – P. 29–30.
8. Mousavi, S. M. Analysis of anisotropic gradient elastic shear deformable plates [Text] / S. M. Mousavi, J. N. Reddy, J. Romanoff // *Acta Mechanica*. – 2016. – Vol. 227, Issue 12. – P. 3639–3656. doi: 10.1007/s00707-016-1689-z

9. Евсейчик, Ю. Б. Чувствительность гидроакустического датчика давления [Текст] / Ю. Б. Евсейчик, К. В. Медведев // Гидравлика и гидротехника. – 2008. – Вып. 62. – С. 10–16.
10. Шляхин, Д. А. Вынужденные осесимметричные колебания тонкой круглой биморфной пластины ступенчатой толщины и жесткости [Текст] / Д. А. Шляхин // Инженерный вестник Дона. – 2013. – Вып. 1 (24). – С. 21–25.
11. Brar, G. S. Calculation of Working Pressure for Cylindrical Vessel Under External Pressure [Text] / G. S. Brar, Y. Hari, D. K. Williams // ASME 2010 Pressure Vessels and Piping Conference: Volume 3. – 2010. doi: 10.1115/pvp2010-25173
12. Бовнегра, Л. В. Обобщение метода виртуального объекта на расчеты оптимальных параметров сложных систем [Текст] / Л. В. Бовнегра, В. В. Бондаренко, С. В. Кошулян // Материалы XXI семинара «Моделирование в прикладных научных исследованиях». – 2013. – С. 112–113.
13. Приходько, Н. Б. О двух способах построения теории пластин переменной толщины [Текст] / Н. Б. Приходько, Г. С. Лейзерович, Г. В. Конова // Ученые записки КнАГТУ. – 2014. – № 4-1 (20). – С. 46–54.
14. Рогалевич, В. В. Новый приближенный метод расчета гибких пластин постоянной и переменной толщины [Текст] / В. В. Рогалевич, С. А. Тимашев // Академический вестник УралНИИпроект. – 2012. – № 1. – С. 67–71.
15. Новиков, В. В. Математическое моделирование профиля равного сопротивления [Текст] / В. В. Новиков, В. Г. Максимов, С. А. Балан, О. Е. Гончарова // Оптимизация в материаловедении. – Одесса: АстроПринт, 1999. – 151 с.
16. Gradshteyn, I. S. Mathematical Physics and Mathematics [Text] / I. S. Gradshteyn, D. Zwillinger, V. Moll. – Amsterdam: Academic Press, 2015. – 1133 p.
17. Хомяк, Ю. М. Розв'язок задачі вигину круглої пластини змінної товщини з використанням функцій Уіттекера [Текст] / Ю. М. Хомяк, Г. Ж. Тшигам // Педагогическое мастерство преподавателя высшей школы. – 2015. – № 3. – С. 94–95.
18. Aomoto, Kazuhiko. Theory of Hypergeometric Functions [Text] / K. Aomoto, M. Kita // Springer Monographs in Mathematics. – 2011. doi: 10.1007/978-4-431-53938-4